

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Hadj Lakhdar – Batna
Faculté des Sciences de l'ingénieur - Département de Mécanique

THESE

Présentée pour l'obtention du grade de
Docteur d'état En Mécanique
Option : Energétique

Par

ZEROUAL Mostefa

Convection d'un fluide (à haut Prandtl ou faible)
dans un récipient rectangulaire à plusieurs
parois chauffantes.

Soutenue le : 26 décembre 2007 devant le jury composé de :

Président :	SI-AMEUR	Mohamed	Prof	Univ. Batna.
Rapporteur :	ZEREG	Moussa	M.C	Univ. Batna.
Examineur :	BENMOUSSA	Hocine	M.C	Univ. Batna
Examineur :	BOUCHKIMA	Bachir	Prof	Univ. Ouargla
Examineur :	BENZAOUI	Ahmed	M.C	USTHB. Alger
Examineur :	MOUMMI	Abdelhafid	M.C	Univ. Biskra

REMERCIEMENTS :

Je remercie le Professeur Si-Ameur Mohamed, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce Jury.

Mes remerciements vont d'abord à mon encadreur le Docteur Zereg Moussa, qui m'a sans cesse soutenu, aidé, et qui a toujours fait preuve d'une immense disponibilité.

Mes remerciements vont également, aux Docteurs Benmoussa Hocine; Moumni abdelhafid et Benzaoui Ahmed ainsi qu'au professeur Bouchkima Bachir, qui ont bien voulu faire partie de ce Jury.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude au professeur Cerisier Pierre, pour son accueil au sein de son laboratoire et son aide à la recherche dans ce sujet, pour son encouragement et ses multiples conseils surtout dans la partie expérimentale.

Je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de près où de loin à l'établissement de ce travail en particulier le Docteur Mihi Abdelkader.

SOMMAIRE

NOMENCLATURE	1
---------------------	----------

INTRODUCTION	5
---------------------	----------

PARTIE I :

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

I-1 Couche fluide horizontale	8
I-1.1 Seuil de convection	8
I-1.2 Structures convectives	9
I-1.3 Chaos et turbulence	13
I-1.4 Influence des paramètres physiques et géométriques	14
I-2 Couche fluide inclinée	15
I-2.1 Influence des paramètres physiques	15
I-2.2 Influence des paramètres géométriques	18
I-3 Conclusion	23

PARTIE II :

ETUDE EXPERIMENTALE

II-1 : DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURE

II-1.1 Introduction	24
II-1.2 Dispositif expérimental	24
II-1.2.1 Enceinte expérimentale	24
II-1.2.2 Système de chauffage et de régulation	29
II-1.3 Mesure des températures	30
II-1.4 Visualisation des structures	33

II-1.5 Analyse de précision des techniques expérimentales	36
II-1.6 conclusion	40

II-2 : MESURE DU CHAMP DE TEMPERATURE D'UN ECOULEMENT CONVECTIF DANS UNE ENCEINTE HORIZONTALE.

II-2.1 Introduction	42
II-2.2 Mesure des gradients de température	43
II-2.3 Résultats	45
II-2.3.1 gradients horizontaux de température	47
II-2.3.2 gradients verticaux de température	54
II-2.4 Conclusion	56

II-3 : STRUCTURES CONVECTIVES DANS UNE CAVITE HORIZONTALE A TROIS PAROIS CHAUFFANTES.

II-3.1 Introduction	57
II-3.2 Procédure expérimentale	58
II-3.3 Résultats	60
II-3.4 Disparition et réapparition des rouleaux R-B	65
II-3.5 Changement du sens de circulation d'eau	66
II-3.6 conclusion	66

II-4 : STRUCTURES CONVECTIVES DANS UNE CAVITE INCLINEE A TROIS PAROIS CHAUFFANTES.

II-4.1 Introduction	68
II-4.2 Procédure expérimentale	69
II-4.3 Etude des structures dans une cavité chauffée par un gradient de Température uniforme	70
II-4.4 Etude des structures dans une cavité à trois parois chauffantes	77
II-4.5 Conclusion	85

PARTIE : III
ETUDE NUMERIQUE

III-1 : Introduction	87
III-2 : Analyse théorique	88
III-3 : Analyse numérique	92
III-4 : Interprétation des résultats	102
III-5 : Conclusion	115
CONCLUSION GENERALE	117
PERSPECTIVES	119
ANNEXES	120
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	127

NOMENCLATURE GENERALE

$a_{i,j}$	Coefficient de l'équation algébrique des volumes finis au point (i, j).
A	Petite paroi latérale chauffante de la cuve
A	Fonction de Power-law.
A'	Petite paroi latérale de la cuve, opposée à A.
a, b	Constantes du fluide,
AR	Rapport de forme particulier (L_x / L_y)
b'	Rapport des constantes de l'huile
B, B'	Grandes parois latérales de la cuve
c	Constante de l'expérience dépendant de l'angle θ
C	Paroi horizontale inférieure de la cuve
C'	Paroi horizontale supérieure de la cuve
C_p :	Chaleur spécifique.
D	Distance entre la sortie de la cuve et l'écran.
dz	Déviations selon l'axe z.
g	accélération de la pesanteur.
Gr	Nombre de Grashoff.
Grad	Gradient.
e, e ₁	Epaisseur des parois horizontales
h	Epaisseur du fluide.
H	Dimension de la boîte selon z.
K*	Rapport de conductivité adimensionnel.
L	Longueur du rouleau
L _x	Dimension de la boîte selon x.
L _y	Dimension de la boîte selon Y.
L _r	Dimension de la partie refroidie de la paroi.
n	Indice optique.
n ₀	Indice optique au point d'incidence.
Nu	Nombre de Nusselt.
OR	Rapport de forme particulier (L_r / L_x).

P	Pression, utilisée comme un coefficient de TDMA méthode et indique le nœud au centre d'un volume de contrôle.
Pe:	Nombre de Peclet.
Pr	Nombre de Prandtl.
PR	Pseudo-rouleau dans la convection inclinée.
P1, P2	Zones presque planes parallèles où légèrement inclinées par rapport à l'axe Oy.
q	Flux de chaleur.
Q	Coefficient de TDMA méthode.
r	Cordonnée radiale.
rB	Rouleaux de Bénard.
rl	Rouleau induit par le chauffage latéral.
R	Rapport des conductivités.
R-B	Convection de Rayleigh - Bénard.
Ra	Nombre de Rayleigh.
Rac	Nombre critique de Ra.
Re	Nombre de Reynolds.
R _H	Nombre de Rayleigh horizontal.
R _V	Nombre de Rayleigh vertical.
S	Constante de stratification.
S	Terme source générale.
S _c	Partie constante du terme source linéarisé.
S _p	Coefficient de température dans l'expression du terme source linéarisé.
STI	Intermittence spatio-temporelle.
T	Température.
t	Temps.
T ₀	Température de référence.
T _A	Température latérale imposée à la paroi A.
T _m	Température moyenne du fluide.
u	Rayon vecteur.
u, v, w	Composantes de la vitesse.
u [*] , v [*] , w [*]	Composantes de la vitesse adimensionnelle.
VIP	Vélocimétrie par image de particules.
V _x , V _y , V _z	Composantes de la vitesse selon l'axe X, Y et Z.

X, Y, Z	Système de coordonnées cartésiennes.
1-D	Unidimensionnel
2-D	Bidimensionnel
3-D	Tridimensionnel

SYMBOLES GRECS

ϕ	Angle d'inclinaison de la cuve par rapport à l'axe X.
θ	Angle que fait le rayon laser avec le plan iso-indice optique à l'entrée du fluide.
α	Coefficient de dilatation isobare.
κ	Conductivité thermique.
ρ	Densité.
ε	Ecart au seuil convectif.
δ	Rapport des épaisseurs.
Γ	Rapports de forme.
ν	Viscosité cinématique.
μ	Viscosité dynamique.
ρ_0	Densité à la température de référence.
δ_p	Epaisseur de la paroi.
$\delta x, \delta y$	La distance entre deux nœuds d'un volume de contrôle respectivement dans les directions x, y.
Δt	Pas de temps
ΔT	Gradient vertical de température.
$\Delta x, \Delta y$	La distance entre deux faces d'un volume de contrôle respectivement dans les directions x
δt	Intervalle de temps.
Γ	Coefficient de diffusion générale
Γ_x	Rapport de forme suivant x
Γ_y	Rapport de forme suivant y
Θ	Température adimensionnelle

ϕ, φ	Variable dépendante générale.
Φ	Fonction de dissipation.
τ	Temps adimensionnel.

INTRODUCTION

Pendant ces dernières décades, la convection de Rayleigh - Bénard (R-B) a reçu beaucoup d'attention due à la grande variété de phénomènes observés et de problèmes qui en découlent (sélection de la longueur d'onde, les transferts thermiques, la turbulence, le chaos, etc.).

La convection de R-B se produit dans un fluide chauffé par le bas et confiné entre deux parois horizontales parallèles. Dans ce cas précis, le mouvement convectif est par flottation, et il est dû uniquement à l'effet de gravité c'est à dire à la variation de densité. Elle montre une variété de comportements spatio-temporels dépendant du gradient thermique vertical (représenté quantitativement par le nombre de Rayleigh (Ra)), des propriétés physiques du fluide et des parois de l'enceinte, de la forme et du rapport d'aspect du récipient, des conditions aux limites spatio-temporelles imposées. L'existence d'un gradient vertical de température dans le fluide provoque généralement, au delà d'un certain seuil caractérisé par un nombre de Rayleigh critique, l'apparition d'une structure convective en rouleaux dont les axes sont parallèles aux petits cotés de la cuve. Le nombre de Rayleigh est caractérisé par

$$Ra = \alpha gh^3 \Delta T / \nu \kappa \quad (1)$$

où:

α : coefficient de dilatation isobare, en K^{-1}

g : accélération de la pesanteur, en $m^2.s^{-1}$

h : épaisseur du fluide, en m

ΔT : gradient vertical de température, en $^{\circ}C$

ν : viscosité cinématique, en $m^2.s^{-1}$

κ : conductivité thermique, en $W.m^{-1}.K^{-1}$

Quand le récipient est rempli avec un fluide normal, la structure convective est constituée de rouleaux contrarotatifs. Cependant, quand le fluide a des propriétés spéciales, (un mélange binaire, conductivité thermique ou viscosité dépendant de la température, fluide polymérique), d'autres phénomènes thermoconvectifs

dynamiques ayant des propriétés de symétrie peuvent apparaître [HUR71] et [ELT77].

L'écoulement de convection naturelle existe dans une grande variété de systèmes thermiques. Dans la nature, on peut citer la convection dans les étoiles (la granulation solaire), le déplacement des masses d'eau dans les océans, la circulation atmosphérique, la circulation des fluides souterrains, etc.

En technique, l'écoulement convectif intervient dans la production et dans le stockage de l'énergie, la production et le refroidissement des équipements électroniques, la combustion, l'aération des édifices lors des incendies, le mur trombe pour la récupération de la chaleur, le double vitrage pour l'isolation thermique, l'élaboration des matériaux, l'aérospatiale, etc.

Du point de vue fondamental, la motivation essentielle réside dans le fait que, les mouvements de convection d'origine thermique dans des couches fluides sont considérés comme un cas type de système dynamique montrant avec une relative simplicité la transition à la turbulence et le chaos spatio-temporel.

La physique de la convection de R-B est bien comprise, et la théorie classique a été traitée par Chandrasekhar [CHA61] et reprise récemment par Koschmieder [KOS93]. Dès le début du siècle, Bénard [BEN00] fut le premier à étudier expérimentalement ce système, bien que sa mise en évidence ait été faite, bien avant, par Thomson [THO82]; La plaque chauffée du dessous réalisait une interface solide, tandis qu'au-dessus, le fluide se refroidissant à l'air, l'interface était fluide. Cette dissymétrie haut / bas se retrouva dans la structure cellulaire dont le motif était hexagonal. Par contre, lorsque la plaque du dessus est également solide, la cellule élémentaire respecte la symétrie restaurée et prend la forme de rouleaux alternativement contrarotatifs.

Depuis que Lord Rayleigh [RAY16] a analysé théoriquement le phénomène de la convection, le nombre de travaux n'a pas cessé d'augmenter comme nous le verrons dans la première partie. Dans cette étude nous nous proposons d'examiner expérimentalement et numériquement un cas tout à fait nouveau, qui peut être

considéré en quelque sorte comme une extension de la convection de R-B: trois parois de l'enceinte (les deux horizontales et une verticale) sont portées à différentes températures. De plus, l'inclinaison de cette boîte est variable, depuis l'inclinaison 0° (boîte horizontale) jusqu'à des inclinaisons de 80° environ. Nous considérerons les structures convectives ainsi que les transferts de chaleur qui interviennent et entrent en compétition.

Le travail se compose d'une réalisation expérimentale, et d'une étude numérique. Dans la première partie, on passe en revue les travaux antérieurs sous forme d'une synthèse bibliographique, puis dans la deuxième partie on donne une description détaillée du dispositif expérimental et des techniques de mesure et de visualisation. Une large étude expérimentale de la boîte horizontale et verticale est présentée aussi dans cette partie.

La troisième partie est consacrée à l'étude numérique. En premier, lieu on introduit les équations gouvernant l'écoulement ainsi que les conditions aux limites. Ensuite, une description de la méthode numérique utilisée est évoquée. L'adimensionnalisation, la discrétisation des équations et l'analyse du maillage, ainsi que les conditions de convergence sont présentées également dans cette partie.

Les résultats numériques (structures, champs de température) ainsi obtenus sont confrontés aux résultats expérimentaux.

Enfin, la conclusion de cette thèse synthétise le travail réalisé durant notre étude. Un certain nombre de conclusions seront apportées sur les résultats expérimentaux et numériques. Des suggestions seront également évoquées ; ceci laisse entrevoir des perspectives pour la poursuite de l'étude.

PARTIE I :

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

I-1 Couche fluide horizontale	8
I-1.1 Seuil de convection	8
I-1.2 Structures convectives	9
I-1.3 Chaos et turbulence	13
I-1.4 Influence des paramètres physiques et géométriques	14
I-2 Couche fluide inclinée	15
I-2.1 Influence des paramètres physiques	15
I-2.2 Influence des paramètres géométriques	18
I-3 Conclusion	23

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

I-1 Couche fluide horizontale

I-1.1 Seuil de convection

L'importance de l'influence du rapport des conductivités du fluide et des parois sur le nombre de Rayleigh critique correspondant au seuil d'instabilité a été reconnu dès 1926 par Jeffrey [JEF26], mais l'analyse du problème n'a été faite qu'en 1963 par Sani [SAN63] et en 1964 par Sparrow, Goldstein et Jonsson [SPA64] qui ont étudié le problème de stabilité dans lequel le transport de chaleur dans les parois satisfaisait une loi linéaire de Fourier. Les études des domaines infinis jouent un rôle important dans la prédiction de l'écoulement dans les domaines limités, particulièrement avec Ra proches de la valeur critique Ra_c . Il a été montré par Davis [DAV67] et Davies-Jones [DAV70] que cette valeur Ra_c qui est de 1708 (couche fluide latéralement infinie et limitée par deux parois horizontales de grande conductivité thermique) et correspondant au début de la convection cellulaire, est insensible au rapport de forme Γ (pour Γ supérieur à 2) et indépendant du nombre de Prandtl Pr .

L'analogie entre le début de la convection et la transition de phase du second ordre a été montrée par Wesfreid et al. [WES78]. Plusieurs des conséquences de la description de Landau [LAN71] ont été vérifiées quantitativement à savoir : l'influence de l'écart au seuil $\varepsilon = (R-R_c)/R_c$, sur l'amplitude de la vitesse, le ralentissement critique du temps de relaxation de la vitesse après la perturbation, l'existence de l'influence de la longueur critique sur la relaxation spatiale de la perturbation locale de la vitesse, pour les limites horizontales rigide - rigide.

En étudiant expérimentalement et numériquement l'influence de la variation de la viscosité sur l'écoulement, Zhao et al. [ZHA95] ont consacré une partie de leur travail, d'une part à l'étude de l'influence de la température sur la viscosité, d'autre part à la modélisation numérique du seuil de la convection décrite par un modèle linéaire (3-D) proche des fluides aux propriétés thermophysiques constantes. L'écoulement est représenté par un modèle numérique vérifié expérimentalement.

Stork et Muller [STO72] ont réalisé des expériences pour déterminer les conditions critiques du début de la convection dans de petites enceintes rectangulaires à parois latérales très peu conductrices. La paroi supérieure étant en verre et inférieure en cuivre. Ils ont comparé leurs résultats avec les calculs prédits par les modèles pour des parois latérales isolantes et conductrices (avec des parois horizontales parfaitement conductrices de chaleur) de Charlson et Sani [CHA70]. Quelques uns de ces calculs ont été récemment corrigés et développés par Hardin et al. [HAR90].

Cerisier et al. [CER98] ont abordé le problème du seuil de convection dans des enceintes rectangulaires avec des conditions aux limites thermiques variables. Les approches théoriques, numériques et expérimentales utilisées leur ont permis de mettre en évidence l'influence de la nature des parois, de leurs épaisseurs et du confinement sur le seuil de convection. Comme souligné par Catton [CAT72], mais pour des conditions thermiques et géométriques différentes, l'influence des parois latérales est sensible seulement pour les rapports de forme $\Gamma < 2$.

I-1.2 Structures convectives

Beaucoup d'efforts ont été consentis pour analyser la stabilité et le comportement des couches de fluide horizontales infiniment étendues. La dépendance de la configuration de l'écoulement de Pr et Ra , ainsi que la forme de la région stable dans le plan (Ra , nombre d'ondes) est largement connue et décrite dans les deux articles, théorique [BUS67] et expérimental [BUS71].

En utilisant l'instabilité convective comme modèle, Bestehorn et Garcia [BES93] ont essayé d'esquisser l'outil principal pour la description de la formation du modèle par le moyen de l'ordre de l'équation paramètre. De cette manière, le système en considération assemblé, peut se diviser en deux groupes, conformément à leur comportement temporel :

- 1) l'évolution temporelle est relaxationnelle et après la phase transitoire le système atteint l'état final stable.
- 2) le modèle demeure dépendant du temps, après la transition initiale périodique, quasi périodique, ou égal à l'état chaotique surgissant.

Le comportement critique (c'est à dire au seuil d'instabilité) dans la convection de Rayleigh-Benard a été étudié théoriquement dans [SEG69], [ZAI71] et [GRA75]. Expérimentalement, il a été signalé dans [BER75] et [AHL75]. Le ralentissement critique a été étudié en détail par des observations acoustiques [SAW78] et par des mesures du flux de chaleur [BEH77]. Wesfreid et al. [WES78] ont mesuré directement le paramètre d'ordre choisi par eux, c'est à dire l'amplitude de la vitesse, et ils ont comparé les prédictions théoriques avec les valeurs expérimentales. Ils ont étendu le modèle de Landau-Hopf au concept de l'influence de la longueur, qui diverge quand $\varepsilon = (R-R_c)/R_c \rightarrow 0$. La dynamique de la convection de R-B et les modèles utilisés dans des situations bien contrôlées expérimentalement ont été étudiés par Steinberg et al. [STE87], Kolodner et al. [KOL88], Croquette [CRO89] et Niemela et al. [NIE90]. Le traitement systématique théorique sous forme de l'équation d'amplitude paraît capable d'expliquer beaucoup de phénomènes observés.

Wesfreid et al. [WES79] ont étendu l'étude de ce comportement critique au domaine sous-critique, ($R < R_c$). Ils ont décrit des effets nouveaux; l'induction contrôlée sous critique, rouleaux de détente de la vitesse appliquée à un fluide soumis à des valeurs négatives de $\varepsilon = (R-R_c)/R_c$. L'étude de la convection induite prétransitionnelle fournit de puissants tests expérimentaux de la continuité au dessous du comportement critique et au dessus du seuil de R-B. Leurs résultats peuvent être aussi en rapport avec des travaux théoriques étudiant les effets de la perturbation externe dans les instabilités sous-critiques de R-B. De plus, le mouvement induit peut probablement expliquer les rouleaux sous-critiques observés par Koschmieder et Pallas [KOS74].

Nield [NIE94] a réexaminé la convection provoquée par l'application d'un gradient de température incliné par rapport à la verticale, dans une couche horizontale peu profonde. La composante horizontale de ce gradient provoque une circulation Hadley, laquelle devient instable quand la composante verticale est suffisamment grande. L'analyse de la stabilité linéaire est effectuée, pour le cas des limites horizontales rigides et conductrices, en fonction des nombres de Rayleigh horizontal et vertical, R_H et R_V , respectivement. Cette analyse est valable pour n'importe quel nombre de Prandtl, Pr , et comprend le cas, $R_V=0$. Le système

d'équations différentielles est résolu en utilisant l'approximation directe de Galerkin. Ceci est convenable pour les calculs numériques dans une gamme de paramètres permettant d'obtenir analytiquement plusieurs résultats généraux. Les résultats ont confirmé et élargi ceux des études antérieures.

La stabilité des systèmes convectifs dans des enceintes confinées a été étudiée expérimentalement par Pfothauer et al. [PFO87], Zhong et al. [ZHO91] et les calculs numériques par Buell et Catton [BUE83]. Plus récemment, Chen [CHE92] a concentré son travail sur les questions suivantes:

i/ l'effet des différentes conditions aux limites sur la stabilité linéaire de la convection de R-B dans des enceintes confinées à parois horizontales arbitraires;

ii/ l'influence des dimensions de la cavité sur la stabilité et le comportement des rouleaux convectifs à proximité des parois ;

tandis que de Vahl Davis et Mallinson [DAV75] ont étudié numériquement la stabilité et la transition des écoulements dans les grandes cavités.

Dans la dernière décennie, on a renoué avec l'intérêt du problème spatial et temporel en calculant des structures convectives à (3-D) [KOL86], [KES87], [KIR88]. L'intérêt particulier est le scénario complexe qui est possible dans le régime sous critique dû au rôle important joué par Pr. Ceci est analogue au comportement qui se produit dans les domaines illimités comme celui observé expérimentalement par Krishnamurti [KRI70]. Stella et al. [STE93] ont présenté une étude numérique systématique et les champs de température d'un écoulement (3-D) dans une boîte (3x1x9) chauffée par le bas et avec des parois latérales adiabatiques. Leurs résultats confirment quelques types de comportement des écoulements confinés comme prédit et décrit.

D'autres recherches importantes concernant le comportement transitoire de l'écoulement convectif dans des cavités lorsqu'un chauffage différentiel est appliqué brusquement au système ont été réalisées; Patterson et Imberger [PAT80], en guise d'arguments physiquement plausibles relevés, ont proposé des classifications des types d'écoulements transitoires. Les vérifications expérimentales des conclusions des analyses ci-dessus sont rapportées dans [IVE84]. La convection transitoire est également le sujet de nombreux et intenses calculs numériques. Les simulations

numériques à (2-D) antérieures [HAN84], [PAO89], [ARM89] ont révélé un accord qualitatif avec plusieurs prédictions analytiques [PAT80]. Plusieurs solutions numériques tridimensionnelles ont été illustrées pour les structures tridimensionnelles de l'écoulement dans les cellules rectangulaires [MAL77] et [LAN88].

Nishikawa et Yahata [NIS96] ont simulé l'évolution spatio-temporelle de la convection R-B dans un fluide à $Pr = 6,0$ confiné dans une enceinte rectangulaire de rapports de forme $\Gamma_x = 3,0$ et $\Gamma_y = 1,5$. Ils se sont proposés de vérifier à quel degré leurs résultats expliquent ceux observés en système réel. Ils ont essayé de clarifier l'interrelation entre le mode temporel du mouvement et la structure spatiale de l'écoulement.

Cormack et al. [COR74] ont calculé la structure convective dans une boîte rectangulaire. Ils ont prédit qu'elle se compose de deux parties distinctes : l'écoulement parallèle dans la région centrale qui s'étend sur la plus grande partie de la cavité et, un écoulement non parallèle à proximité des extrémités. Hart [HAR83] a trouvé que pour les petits Pr la cellule de Had est susceptible d'une variété d'instabilités. Pour les Ra plus élevés que la valeur critique R_c , l'écoulement parallèle intermédiaire est détruit et remplacé par des cellules multiples stationnaires [DAN87]. Leur existence est confirmée par des simulations numériques de la zone limite d'écoulement à petit Pr par Hart [HAR83].

Au cours des dernières années, de nouveaux travaux ont été ciblés sur l'extrémité du phénomène non linéaire dans le cas d'une convection unicellulaire. Le problème est typique d'une large classe de problèmes de la zone limite où les solutions des équations gouvernantes et les conditions aux limites exigent généralement des approches numériques. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, l'étendue de l'extrémité de la zone augmente, et si $R \rightarrow \infty$, des structures asymptotiques compliquées se développent. Le cas des parois horizontales parfaitement conductrices de la cavité, pour $R = 0$, a été analysé par Gargaro [GAR91].

Wang et Daniels [WAN92] et [WAN94] ont décrit les solutions numériques des équations de Boussinesq, parfaitement non linéaires dans la zone limite, pour le cas

des parois horizontales conductrices et pour des différents Ra . Les résultats sont obtenus pour deux petits nombres de Prandtl, $Pr = 0,05$ et $Pr = 0,733$ (cas de l'air) et sont comparés avec ceux de Hart [HAR72].

I-1.3 Chaos et turbulence

L'évolution des systèmes hydrodynamiques vers l'état turbulent a été tout d'abord abordée par des calculs à (1-D). Les études théoriques ont montré que l'état cellulaire périodique régulier se déstabilise et devient turbulent quand les paramètres de contrôle varient. Dans ce contexte, les simulations numériques de l'équation de phase [CHA87], [NIC87] montrent que cette turbulence peut passer par l'intermittence spatio-temporelle (STI). Ce régime correspond à un mélange de domaines organisés et turbulents, qui s'échangent eux mêmes dans l'espace et le temps. Les expériences ont été faites dans des cavités étroites considérées comme un système (1-D), la dimension horizontale étant beaucoup plus grande que les deux autres. L'espace spécifique et les propriétés dynamiques ont été observés aussi bien que la (STI) pour les valeurs élevées de Ra . Les analyses statistiques des régimes (STI), faites dans des conditions expérimentales plus complètes, donnent des résultats similaires à ceux des simulations numériques [CIL88], [DAV89].

Daviaud et al. [DAV90] ont étudié expérimentalement la turbulence dans des cavités rectangulaires à rapports de forme $\Gamma_x = L_x/h = 25,7$, $\Gamma_y = L_y/h = 0,43$ pour l'huile de silicone à $Pr = 7$. Les résultats expérimentaux montrent que dans la convection R-B quasi (1-D), l'évolution de l'état convectif vers la turbulence spatiale est accomplie à travers le développement de l'intermittence spatio-temporelle, comme prédit par les études théoriques et numériques.

Busse et Sieber [BUS91] ont analysé les modèles réguliers et chaotiques de la convection R-B basée sur une extension de puissances des équations de base non linéaires de l'amplitude de la convection.

H. Shibata [SHI05] a étudié la conductivité thermique dans le cas de la turbulence induite dans la convection de Rayleigh-Bénard. Il a conclu que dans le régime de convection, la conductivité thermique est très petite. Dans le régime turbulent doux, la conductivité thermique diverge faiblement. Dans le régime de transition de la turbulence douce, la conductivité thermique est très grande.

I-1.4 Influence des paramètres physiques et géométriques

La convection dans les cellules parallélépipédiques a été abondamment étudiée. L'un de ses objectifs est la détermination des caractéristiques du seuil d'instabilité, ainsi que l'établissement du modèle associé. Les mesures optiques détaillées de la vitesse locale permettent d'obtenir des connaissances quantitatives de l'état convectif.

Des résultats numériques nombreux ont été obtenus pendant les dernières années, pour les écoulements dans des cavités à différents rapports d'aspects, à différents Ra et Pr . Quon [QUO72] a simulé la convection dans des cavités carrées par la méthode des différences finies, pour une variété de conditions aux limites dynamiques, de Ra et de Pr .

Cormack et al. [COR74] ont obtenu des résultats numériques dans des cavités peu profondes pour différents Ra . Les études numériques comparatives des écoulements convectifs dans des cavités carrées sont décrites par de Vahl Davis et Jones [DAV83]. Des études numériques plus détaillées des écoulements dans les cavités ont été réalisées par Vest et Arpaci [VES69], Bejan et Tien [BEJ78], tandis que Shiralkar et al. [CHI81] ont considéré numériquement le régime à haut Ra . Drummond et Korpela [DRU87] ont examiné les résultats numériques de la cavité peu profonde pour de nombreux Ra et Pr ainsi que les études réalisées par Gaskell et Wright [GAS87] et Winters [WIN88].

R. K. Calay et al. [CAL98] ont étudié expérimentalement la convection dans des enceintes rectangulaires pour obtenir les caractéristiques du phénomène (Nu , Re , etc.) et des données de corrélation plus précise pour des situations réelles de bâtiments. Trois régimes d'écoulement différents, à savoir, écoulement stablement stratifié, écoulement vertical entraîné (buoyancy-driven vertical flow) et l'écoulement horizontal ont été examinés. La variation du nombre de Nusselt (Nu) au Ra a été déterminée et comparée avec les corrélations existantes. En général, les données mesurées sont plus petites que les données obtenues par les corrélations existantes qui sont principalement dérivées des données obtenues à partir des expériences utilisant des surfaces isolées.

L'écoulement convectif dans des cavités chauffées latéralement a été largement étudié. Les investigations expérimentales ont été rapportées par Elder [ELD65], Imberger [IMB74], et plus récemment par Patterson et Imberger [PAT80], Simpkins et Chen [SIM86], Armfield [ARM89] et Patterson [PAT89]. En général, ces écoulements se composent d'une circulation principale dans laquelle le fluide monte près des parois chaudes et descend près des parois froides.

Fusegi et al. [FUS91] ont considéré la convection naturelle tridimensionnelle dans des enceintes cubiques; leur but est de décrire la procédure de calcul de l'écoulement tridimensionnel mené dans une cavité à chauffage différentiel des parois verticales.

N. Nithyadevi et al. [NIT07] ont investi numériquement l'effet du rapport d'aspect sur la convection d'un fluide dans une cavité rectangulaire à parois latérales actives. Les résultats obtenus sont pour les nombres de Grashof entre 10^3 et 10^5 . Le taux de transfert thermique augmente avec l'augmentation de l'allongement.

I-2 Couche fluide inclinée

La convection dans une couche inclinée chauffée par le bas, a été étudiée aussi bien expérimentalement que théoriquement. Une discussion détaillée du problème de convection dans les parois inclinées peut être trouvée dans le livre édité par Schinkel [SCH80], qui aussi présente d'autres résultats expérimentaux et théoriques pour le cas de boîtes rectangulaires inclinées remplies d'air de rapport d'aspect fini. Il présente une revue des études théoriques, expérimentales et numériques des transferts de chaleur dans les enceintes inclinées. Il apparaît que de nombreux paramètres influencent la convection et le transfert de chaleur dans ce système: le nombre de Rayleigh (Ra), le nombre de Prandtl (Pr), la variation des propriétés physiques avec la température, les deux rapports de forme de l'enceinte, les conditions aux limites thermiques, etc.

I-2.1 Influence des paramètres physiques

Au cours des deux dernières décennies, plusieurs auteurs ont étudié le système. Goldstein et Wang [GOL84] ont étudié l'instabilité thermique et le transfert de chaleur par convection naturelle dans une couche d'eau inclinée et rectangulaire

aux faibles Ra. King et Reible [KIN91] ont réexaminé la relation de corrélation entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh. Hiroyuki et al. [HIR83] ont calculé par une méthode des différences finies, les champs (3-D) de vitesse et de température, et par suite Nu et les lignes de courant pour une cellule rectangulaire avec un rapport de forme égal à 7, $Ra = 4 \cdot 10^3$ et $Pr = 10$.

Hamady et al. [HAM89] ont étudié expérimentalement et numériquement l'effet du nombre de Rayleigh sur les caractéristiques locales du transfert thermique en convection naturelle stationnaire dans une enceinte remplie d'air. Ils ont mesuré et confirmé les prédictions numériques des Nu locaux et globaux pour $10^4 < Ra < 10^6$, et donné de nouveaux résultats ou des détails sur les distributions du transfert thermique local en fonction du nombre de Rayleigh. Le flux thermique sur les frontières chaude et froide montre une forte dépendance vis-à-vis du nombre de Rayleigh.

Inaba [INA84] a étudié expérimentalement le mouvement de convection naturelle et le transfert thermique dans une couche d'air rectangulaire et inclinée, pour des $Ra = 1,2 \cdot 10^3$ à $2 \cdot 10^6$ et différents angles d'inclinaison et rapports de forme. Il a proposé des formules adimensionnelles donnant le flux thermique transféré à travers la couche d'air.

Kimura et al. [KIM93] ont considéré expérimentalement et numériquement les effets de la conductivité thermique d'un corps intérieur dans une enceinte rectangulaire inclinée et remplie d'eau, sur le transfert de chaleur à convection naturelle. L'analyse numérique a été faite pour $Pr = 10$, $Ra = 5 \cdot 10^4$ à $5 \cdot 10^6$ et l'angle d'inclinaison variant entre -30° et 60° . Ils ont conclu que le nombre de Nusselt local devient petit dans la région la plus basse (la plus haute) de la paroi chaude (froide), et devient plus grand dans la région la plus élevée (basse) de la paroi chaude (froide) avec l'augmentation de la conductivité thermique du corps intérieur. La suppression du Nu moyen peut être observée quand le corps intérieur conducteur, de conductivité thermique élevée, est situé dans une enceinte de petite inclinaison. Comparé avec l'enceinte simple, l'effet de suppression du corps intérieur disparaît avec l'augmentation de l'inclinaison, et ensuite l'effet de rehaussement apparaît dans l'intervalle d'inclinaison plus grand. La variation du taux de transfert de chaleur avec

l'angle d'inclinaison de l'enceinte devient petite avec l'augmentation de la conductivité thermique du corps intérieur.

Kirchartz et al. [KIR88] ont traité expérimentalement et numériquement la convection tridimensionnelle dans une cavité rectangulaire pour deux rapports de forme (10 : 4 : 1) et (4 : 2 : 1). Ils ont confirmé l'importance des effets non linéaires et l'influence du nombre de Prandtl sur le comportement de la stabilité de la solution stable. Ils soulignent que la transition à la solution, (dépendante du temps), est largement déterminée avec les effets tridimensionnels. Les forces d'inertie et de flottabilité provoquent le mouvement spatial de l'écoulement non seulement au voisinage immédiat de la paroi latérale, mais influence aussi le champ d'écoulement entier.

Sundstrom et Kimura [SUN96] ont traité pour la première fois le cas d'une grande cavité inclinée avec des flux de chaleur constants, généralement différents, imposés aux deux côtés des parois. Plusieurs Ra ainsi qu'un angle d'inclinaison arbitraires ont été considérés. Des solutions valables pour des temps importants, suffisamment éloignées de la fin de région, furent recherchées, supposant un écoulement unidirectionnel et une variation linéaire de température dans la direction de l'écoulement. Dans une première étape, la température de la section droite et les profils de vitesse ont été obtenus comme des fonctions d'une constante de stratification (S), alors inconnues. La condition du flux d'énergie a été appliquée, donnant une équation non linéaire à résoudre pour (S). L'équation pour (S) a été résolue numériquement pour un ensemble important de paramètres différents (condition de chauffage, angle d'inclinaison et Ra), sauf pour le cas spécial de l'orientation horizontale pour lequel une solution explicite simple a été trouvée.

Prakash et Kaminski [PRA84] ont étudié un transfert de chaleur conjugué dans une cavité carrée limitée par une paroi solide verticale. Le bord extérieur de la paroi et le côté vertical opposé étaient isothermes à hautes et basses températures respectivement, les deux côtés horizontaux étaient isolés. Ils ont utilisé la technique de Patankar et aussi l'analyse des paramètres pris en bloc pour résoudre le problème du transfert de chaleur conjugué pour un Gr variant de 10^3 à 10^7 , pour deux épaisseurs de parois et trois conductivités. Leurs résultats ont montré que pour $Gr \geq 10^5$ et une conductivité de paroi décroissante, deux effets dimensionnels sur la

conduction dans la paroi étaient non négligeables. Due à une géométrie différente et aux conditions limites, il est difficile de déduire des informations utiles à partir de cette étude, du fait que dans plusieurs applications le modèle de parois isothermes est inadéquat.

Récemment Cruncleton et Anderson [CRU06] ont étudié numériquement la convection dans une boîte cubique inclinée d'un fluide à $Pr = 0,008$. Ils ont montré que les calculs du nombre de Nusselt, montrent que pour les petites inclinaisons la transition critique du nombre de Rayleigh a été masquée. Ils ont montré aussi que cette convection peut influencer les mesures de la diffusivité.

I-2.2 Influence des paramètres géométriques

Due à l'importance dans les applications, l'effet de l'angle d'inclinaison a été étudié abondamment. Goldstein et Wang [GOL84] ont observé les différents modes d'écoulements correspondants aux différents angles d'inclinaison par rapport à l'horizontale. Yang et al. [YAN87] ont réalisé des calculs numériques aux différences finies pour déterminer la transition laminaire et les caractéristiques de transfert thermique dans des enceintes rectangulaires tridimensionnelles inclinées. L'angle d'inclinaison pour lequel le transfert de chaleur atteint un minimum local correspond à la transition de structure de l'écoulement multicellulaire à l'unicellulaire.

Hamady et al. [HAM89] ont étudié expérimentalement et numériquement l'effet de l'inclinaison sur les caractéristiques locales du transfert thermique en convection naturelle stationnaire dans une enceinte remplie d'air. Ils ont mesuré et confirmé les prédictions numériques des Nu locaux et globaux pour des Ra entre 10^4 et 10^6 . Le flux thermique sur les frontières chaude et froide montre une forte dépendance vis-à-vis de l'angle d'inclinaison et du Ra , ainsi que de nouveaux résultats et des détails sur les distributions du transfert thermique local en fonction de l'angle d'inclinaison et du Ra .

Douglas et al. [DOU80] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur et le mouvement de la convection libre dans une couche d'air inclinée, pour les angles $0 \leq \theta \leq 30^\circ$ et les nombres de Rayleigh $10^2 < Ra \cos \theta < 10^4$. Leur travail était en même temps une confirmation et une extension d'un travail antécédent réalisé par Hollands et al. [HOL76]. Ils conclurent que les données expérimentales du transfert

de chaleur pour $\theta > 20^\circ$ ne sont pas une fonction du produit $Ra \cos \theta$ uniquement, comme attendu par les considérations théoriques. Cette contradiction entre la théorie et l'expérience est attribuée à l'hypothèse d'une seconde transition dans le mouvement convectif, due principalement à la perturbation de la vitesse dans la direction de la montée de la pente. Cette seconde transition apparaît comme prédit par Clever et Busse [CLE77].

L'écoulement convectif tridimensionnel dans une couche inclinée et suffisamment étendue, dont les effets d'extrémité n'affectent pas beaucoup les propriétés des flux de convection a été étudié numériquement par Busse et Clever [BUS92]. Les solutions à (3-D) pour les modèles ondulés (oscillatoires) sont décrites pour la première fois. L'analyse des solutions (3-D) dépendant du temps qui bifurquent à partir des rouleaux ondulés (oscillatoires), conformément à l'analyse de stabilité, montre un nombre de caractères inattendus tels que les vacillations et les tourbillons transversaux stimulant de nouvelles investigations expérimentales.

Inaba [INA84] a étudié expérimentalement le mouvement de convection naturelle et le transfert thermique dans une couche d'air rectangulaire et inclinée, pour des angles d'inclinaison entre 0 et 180°. Plusieurs Γ_x ou Γ_y entre 5 et 83 et Ra entre $1,2 \cdot 10^3$ et $2 \cdot 10^6$ ont été considérés. Il a proposé des formules adimensionnelles donnant le flux thermique transféré à travers la couche d'air.

Des mesures quantitatives simultanément pour des champs de température et de vitesse pour la convection naturelle dans une cavité rectangulaire inclinée ont été réalisées par Upton et Watt [UPT97]. L'évolution de l'écoulement est déterminée pour $Pr = 6,38$, $Ra = 1,5 \cdot 10^5$ et Γ_x ou $\Gamma_y = 1,0$, à angle d'inclinaison $\pi/4$, $\pi/2$ et $3\pi/4$. Ils ont démontré que l'angle d'inclinaison a un effet significatif sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans la convection naturelle en cavités. La flottabilité dans la couche intrusive établit le principal facteur déterminant le caractère de ces écoulements. Les résultats de la température et du nombre de Nu dans la couche limite, à la paroi et au centre de la cavité, n'apparaissent que lorsque le Ra de l'écoulement est réduit. Ceci, est dû probablement à la différence dans les conditions limites au démarrage entre les expériences et la simulation numérique.

Les effets de la conductivité thermique d'un corps intérieur dans une enceinte rectangulaire inclinée remplie d'eau, sur le transfert de chaleur à convection naturelle ont été considérés expérimentalement et numériquement par Kimura et al. [KIM93]. L'analyse numérique a été faite pour $Pr = 10$, $Ra = 5.10^4$ à 5.10^6 et l'angle d'inclinaison variant entre -30° et 60° . Ils ont conclu que le Nu local devient petit dans la région la plus basse (la plus haute) de la paroi chaude (froide), et devient plus grand dans la région la plus élevée (basse) de la paroi chaude (froide) avec l'augmentation de la conductivité thermique du corps intérieur. La diminution jusqu'à la valeur 0 du Nu moyen peut être observée quand le corps intérieur conducteur, de conductivité thermique élevée, est situé dans une enceinte de petite inclinaison. Comparé avec l'enceinte simple, l'effet de suppression du corps intérieur disparaît avec l'augmentation de l'inclinaison, et ensuite l'effet de rehaussement apparaît dans l'intervalle d'inclinaison plus grand. La variation du taux de transfert de chaleur avec l'angle d'inclinaison de l'enceinte devient petite avec l'augmentation de la conductivité thermique du corps intérieur.

Masuoka et al. [MAS87] ont considéré la stabilité de la convection dans une cavité rectangulaire inclinée par la méthode de Galerkin pour deux rapports de forme (petite paroi de la cavité par rapport à l'épaisseur du fluide). L'influence de l'effet des parois latérales, donnant lieu à un écoulement secondaire sur les rouleaux transverses stationnaires dont les axes horizontaux sont parallèles aux petites parois, est confirmée pour les petits angles d'inclinaison ($< 10^\circ$ à 15°).

Straatman et al. [STR94] ont entrepris une étude pour élucider l'effet de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur, à partir d'un canal à parois parallèles isothermes ayant $\Gamma = 24$ et dans le domaine : $2,917 \leq Ra = GrPr(b/L) \leq 291,7$ et $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$. Il a été trouvé que le transfert de chaleur global diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. La diminution trouvée, concorde assez bien avec les résultats expérimentaux antérieurs, et est fonction du cosinus de l'angle d'inclinaison.

Shadid et Goldstein [SHA90] ont réalisé des expériences sur la stabilité de l'écoulement secondaire pour des fluides à haut Pr dans une enceinte rectangulaire inclinée à parois mauvaises conductrices. Ils ont constaté que les mécanismes d'instabilité présents dans l'enceinte inclinée à parois mauvaises conductrices sont

dans plusieurs situations similaires à celles dans une enceinte à parois isothermes. Pour les grands angles d'inclinaison, le mode transverse est stable; à mesure que l'angle diminue ce mode devient instable relativement au rouleau longitudinal qui est qualitativement similaire à ceux trouvés avec parois isothermes. L'instabilité secondaire (cross-roll) observée avec ces parois est similaire à celle observée par Busse et Whitehead [BUS71] dans une couche horizontale, et calculée par Clever et Busse [CLE77] pour une couche inclinée à parois isothermes. Le mécanisme de cisaillement (Pinching) montré auparavant, uniquement dans une couche horizontale [BUS71], est trouvé tout à fait semblable au mécanisme de changement de la longueur d'onde dans les cas des parois mauvaises conductrices d'une couche inclinée. Qualitativement, l'instabilité à Ra suffisamment élevé, semble être similaire à celle ondulée (oscillatoire) trouvée par Hart [HAR71], bien qu'une large diversité des mouvements quasi périodiques est observée avec les parois mauvaises conductrices. Ils confirment que la structure convective observée pour le cas des parois mauvaises conductrices diffère clairement de celle du cas à limites isothermes dans l'existence des cellules carrées à l'horizontale, comme prédit par Busse et Riahi [BUS80], Jenkins et Proctor [JEN84]. En plus de l'existence des cellules carrées dans la couche horizontale, les cavités à parois faiblement conductrices diffèrent de celles avec limites isothermes pour les angles d'inclinaison faibles.

En utilisant la méthode des différences finies, Ben Yedder et Bilgen [BEN97] ont étudié la convection naturelle dans des enceintes limitées par une paroi solide. Des équations à (2-D) de conservation de masse, de mouvement et d'énergie avec l'approche de Boussinesq ont été résolues. Leurs résultats ont montré que le transfert de chaleur est une fonction croissante de Ra , r , et Γ de l'enceinte. C'est une fonction décroissante de l'épaisseur de la paroi. Le transfert de chaleur a un maximum pour un angle d'inclinaison d'environ 80° . Ces allures sont amplifiées à des Ra élevés, à une conductivité de la paroi élevée et à une épaisseur de la paroi faible.

Refaee et al. [REF98] ont réalisé une simulation numérique à (2-D) de la convection naturelle laminaire dans une cavité inclinée chauffée différentiellement et partiellement refroidie. La paroi de la cavité plus chaude est entièrement et uniformément chauffée, alors que la paroi opposée est partiellement refroidie à

basse température. Le reste des parois sont adiabatiques. L'angle d'inclinaison varie de 0° (chauffé à gauche) à -90° (chauffée par le haut). L'effet des rapports de forme particuliers $1 < AR < 4$, $1/4 < OR < 1$ et de l'angle d'inclinaison sur Nu moyen sont examinés. Les solutions ont été obtenues pour $Gr = 10^5$ et 10^7 . Leurs principales conclusions étaient :

- ✓ Les paramètres géométriques de la cavité ont un effet significatif sur Nu moyen. L'effet est plus grand pour les Ra élevés; à $Ra = 10^7$, le Nu moyen pour une cavité carrée complètement refroidie verticalement est approximativement 350% que celui à $Ra = 10^5$.
- ✓ Le Nu moyen diminue brusquement comme l'angle d'inclinaison diminue de 0° à 90° (cavité chauffée par le haut). Cependant, cette diminution devient plus petite comme la diminution du rapport OR.
- ✓ Pour le plus grand rapport de forme ($AR = 4$), le taux de transfert de chaleur pour tous les angles a tendance à approcher l'unité sans tenir compte de OR comme la conduction limite est approchée.
- ✓ Le taux de transfert de chaleur atteint sa valeur maximale quand la cavité est verticale avec AR et OR égaux à l'unité.
- ✓ L'effet combiné de Γ et de l'angle d'inclinaison sur le taux de transfert de chaleur devient significatif pour les cavités à OR plus petits.

Onur and Aktas [ONU98] présentent les résultats de l'étude expérimentale sur la convection naturelle entre des plaques inclinées. La plaque chaude est opposée vers le bas et chauffée isothermiquement. La plaque inférieure est isolée et non chauffée. L'inclinaison de la plaque par rapport à sa position verticale est choisie pour 0° , 30° et 45° . Les expériences sont réalisées pour des différences de température variables dans l'air pour déterminer l'effet de l'espacement des plaques (2 - 33 mm) et de l'inclinaison sur le transfert de chaleur de la convection naturelle. Il a été observé que l'espacement des plaques et l'inclinaison influent sur le taux de transfert de chaleur.

A. Bairi et al. [BAI07] ont présenté un travail qui complète les nombreuses études numériques et expérimentales de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire remplie d'air pour deux rapports d'aspects 0,7 et 1,5. L'angle d'inclinaison varie de 0° à 360° .

I-3 Conclusion

Dans cette recherche bibliographique qui se voulait exhaustive, on n'a pas rencontré de travaux consacrés au cas de transfert de chaleur par convection naturelle laminaire et aux structures convectives lorsque trois parois de l'enceinte sont à différentes températures, dans le cas d'une couche fluide horizontale et inclinée. Une étude préliminaire faite par Cerisier et al. [CER97] montre que la structure convective et le transfert de chaleur dans ce cas est un phénomène complexe. Il dépend de Ra , des parois de l'enceinte, de l'angle d'inclinaison et de la température du chauffage latéral. Notre but est de poursuivre et préciser ce travail par une étude expérimentale et numérique de l'influence de Ra , du Pr , des rapports d'aspects et des angles d'inclinaison sur les champs de vitesse et de température, les transferts de chaleur et les structures convectives et d'essayer de préciser le rôle des différents paramètres physiques.

PARTIE II-1 :
DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES
DE MESURE

II-1.1 Introduction	24
II-1.2 Dispositif expérimental	24
II-1.2.1 Enceinte expérimentale	24
II-1.2.2 Système de chauffage et de régulation	29
II-1.3 Mesure des températures	30
II-1.4 Visualisation des structures	33
II-1.5 Analyse de précision des techniques expérimentales	36
II-1.6 conclusion	40

DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURE

II-1.1 Introduction

Les méthodes optiques sont souvent employées pour déterminer les champs de température et de vitesse, car elles présentent l'avantage de ne pas perturber le processus, et les résultats obtenus sont d'une sensibilité et d'une précision beaucoup plus grandes que les mesures locales.

Notre objectif étant l'étude du champ de température et de vitesse ainsi que les structures développées dans les cas du plan horizontal et vertical, nous avons conçu un dispositif expérimental permettant simultanément de visualiser le champ d'écoulement et de mesurer les champs de température et de vitesse dans les trois plans de l'espace. Dans une première partie, nous allons décrire le dispositif expérimental ainsi que l'appareillage utilisé. Cette description sera complétée par une présentation des techniques de mesures utilisées. Les résultats de ces mesures seront exposés et comparés plus loin aux résultats numériques dans la partie résultats.

II-1.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental se compose schématiquement d'une partie commune pour toutes les expériences, la cuve, et d'une partie propre à chaque type d'expérience, à savoir la mesure de la température et la visualisation.

II-1.2.1 Enceinte expérimentale

La boîte de convection utilisée est une cavité parallélépipédique ($L_x > L_y > H$) de dimensions ($12 \times 3 \times 1 \text{ cm}^3$) c.à.d à rapports d'aspects ($\Gamma_x = 12$, $\Gamma_y = 3$) (Figures II-1.1 et II-1.2) remplie d'huile Silicone Rhodorsil 47v100 dont les propriétés physiques à 25 °C sont indiquées dans le tableau II-1.1.

Viscosité cinématique	($m^2.s^{-1}$)	1.10^{-4}
Densité		0,965
Conductivité thermique	($W.m^{-1}.K^{-1}$)	0,16
Chaleur spécifique	($KJ.Kg^{-1}.K^{-1}$)	1,46
Coefficient de dilatation isobare	(K^{-1})	$9,45.10^{-4}$
Nombre de Prandtl		880

Tableau II-1.1 : Propriétés physiques de l'huile silicone 47V100 à 25°C

Les parois latérales de la cavité parallélépipédique sont en polycarbonate transparent dont la conductivité thermique ($0,22 W.m^{-1}.K^{-1}$) est presque la même que celle de l'huile silicone. Le choix des parois a été guidé par le double souci de visualisation et de bon rapport de conductivité thermique avec le fluide.

Pour avoir des températures uniformes sur les surfaces horizontales de la cavité rectangulaire, celle-ci est limitée par deux plaques horizontales C et C' constituant respectivement le couvercle et le fond de deux cuves dont lesquelles circule l'eau provenant de deux bains thermostatés, l'un pour l'eau chaude (plaque de dessous) et l'autre pour l'eau froide (plaque de dessus). Deux types (A) et (B) d'enceintes parallélépipédiques ont été utilisés (Figures II-1.1 et II-1.2).

L'opération la plus difficile à réaliser était l'étanchéité du milieu convectif d'un côté, et du système de circulation d'eau de l'autre côté. La substance de collage employée doit satisfaire de nombreux critères. Elle doit être inerte chimiquement vis à vis du fluide et de la boîte, résistante aux températures élevées ($80\text{ }^{\circ}C$), ne pas évoluer ou vieillir, être réversible afin de ne pas risquer des dommages aux pièces de la boîte et bien sûr s'appliquer et s'étaler facilement sur de faibles épaisseurs. Le bain d'huile ainsi que les circuits de circulation d'eau ne doivent pas être affectés de bulles d'air, faute de quoi les champs de température et de vitesse deviennent perturbés.

Cavité parallélépipédique (A) (Figure II-1.1)

Les parois horizontales C et C' de la cuve A sont en polycarbonate. Le rapport de sa conductivité thermique avec le fluide est $r = 1,375$. Le fluide caloporteur se

déplace dans le sens parallèle aux grandes parois latérales B et B' par l'intermédiaire de deux entrées et sorties reliées au répartiteur et au collecteur simultanément. Dans chaque paroi horizontale sont fixés cinq thermocouples équidistants pour mesurer la distribution de température dans le plan vertical médian ($y = 1,5$) tout au long de la paroi.

Dans le but d'imposer différentes températures au niveau des parois latérales A et A', une pièce parallélépipédique de cuivre de dimensions ($0,5 \times 5 \times 0,5 \text{ cm}^3$) est encastrée dans ces parois.

Les épaisseurs des parois A et A' sont 1 cm, celles de C et C' sont 0,3 cm, alors que celles de B et B' sont 1 cm. Le rapport des épaisseurs des parois horizontales à celle du fluide étant de $\delta = 0,3$.

Cavité parallélépipédique (B) (Figure II-1.2)

Les parois horizontales de la cuve B sont en verre de conductivité thermique $0,18 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le rapport de sa conductivité thermique avec le fluide est $r = 1,125$. A la différence de la cuve A, le fluide caloporteur se déplace dans le sens parallèle aux petites parois latérales A et A' par l'intermédiaire de sept entrées et sorties placées régulièrement dans chaque cuve horizontale et reliées au répartiteur et au collecteur de la même manière que dans la cuve A.

Pour imposer une température latérale T_A , la paroi latérale A elle-même est une pièce parallélépipédique en cuivre de dimensions ($1 \times 3 \times 1 \text{ cm}^3$).

Les épaisseurs des parois A et A' sont 1 cm, celles de C et C' sont 0,4 cm, alors que celles de B et B' sont 1 cm. Le rapport des épaisseurs des parois horizontales à celle du fluide étant de $\delta = 0,4$.

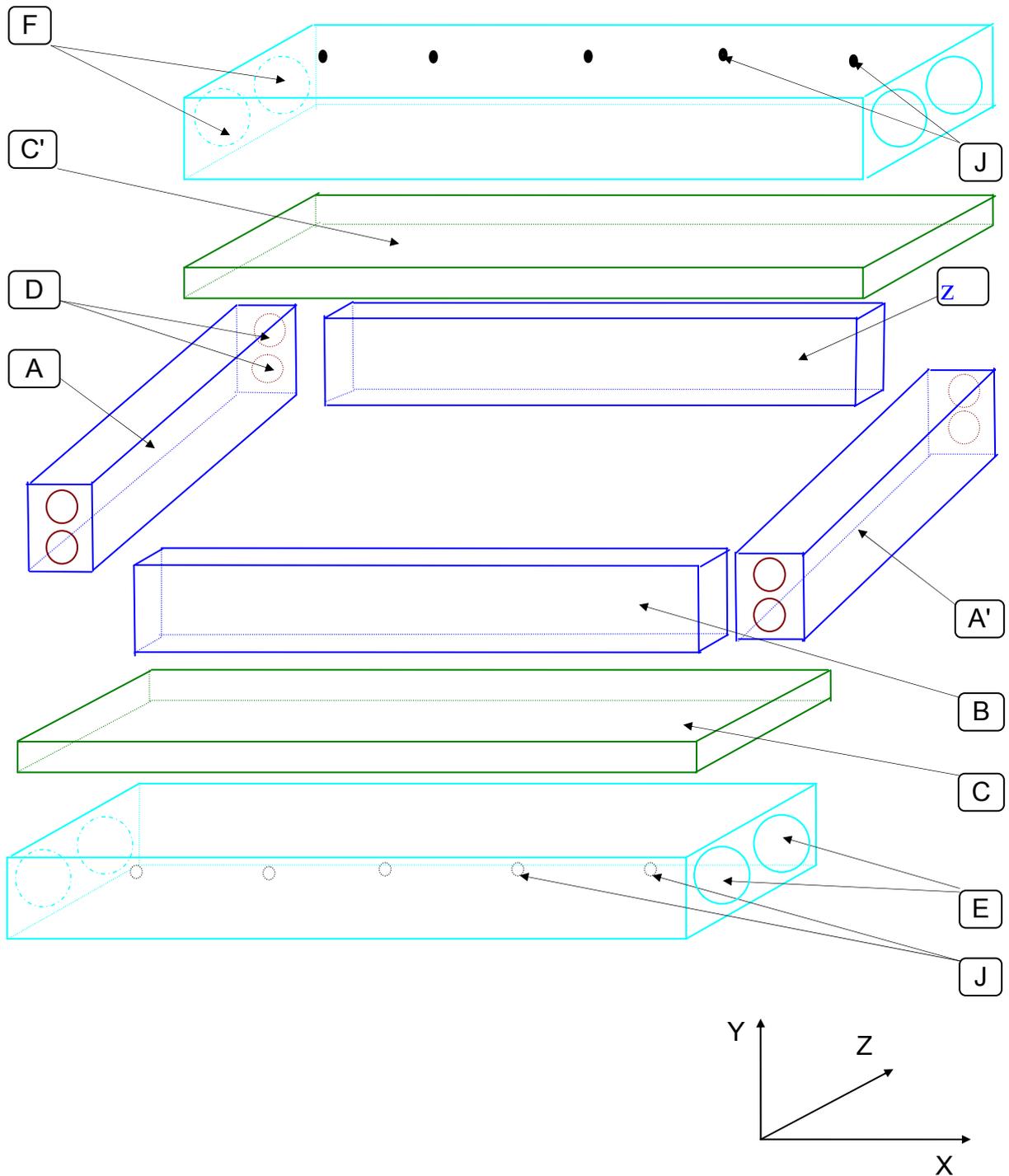


Figure II-1.1 : Vue éclatée de la cuve (A)

A : petite paroi latérale chauffante en cuivre ; A' : petite paroi latérale adiabatique en polycarbonate ; B et B' : grandes parois latérales adiabatiques en polycarbonate ; C : paroi horizontale chaude en verre ; C' : paroi horizontale froide en verre ; D : élément chauffant électrique ; E : orifices pour la circulation de l'eau chaude ; F : orifices pour la circulation de l'eau froide ; J : thermocouples.

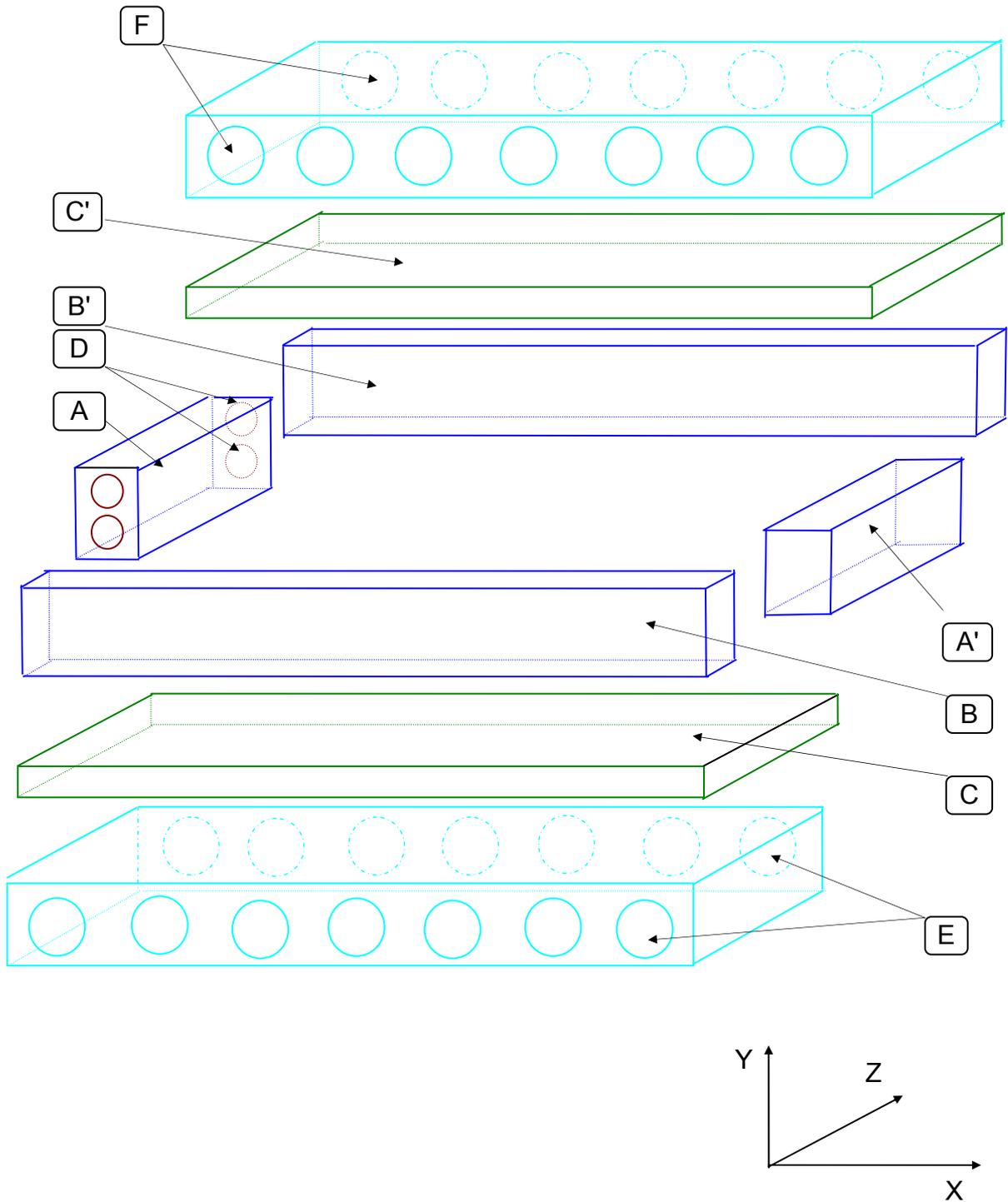


Figure II-1.2 : Vue éclatée de la cuve (B)

A : petite paroi latérale chauffante en cuivre ; A' : petite paroi latérale adiabatique en polycarbonate ; B et B' : grandes parois latérales adiabatiques en polycarbonate ; C : paroi horizontale chaude en verre ; C' : paroi horizontale froide en verre ; D : élément chauffant électrique ; E : orifices pour la circulation de l'eau chaude ; F : orifices pour la circulation de l'eau froide.

II-1.2.2 Système de chauffage et de régulation

Le système de chauffage adopté se compose de deux bains thermostatés à circulation d'eau distillée. Le fluide caloporteur est distribué à travers des tuyaux formant un distributeur (répartiteur) à l'entrée de chaque paroi horizontale. Il est ensuite recueilli par le même nombre de tuyaux à leur sortie de la paroi horizontale formant ainsi un collecteur conçu de manière identique que le répartiteur. Chacun des bains est muni d'une pompe assurant la circulation en continu dans la boucle ainsi constituée et permettant une mise en température bien répartie dans les parois de transfert grâce à l'alimentation de tous les tubes. L'eau circule en sens opposé dans les deux récipients.

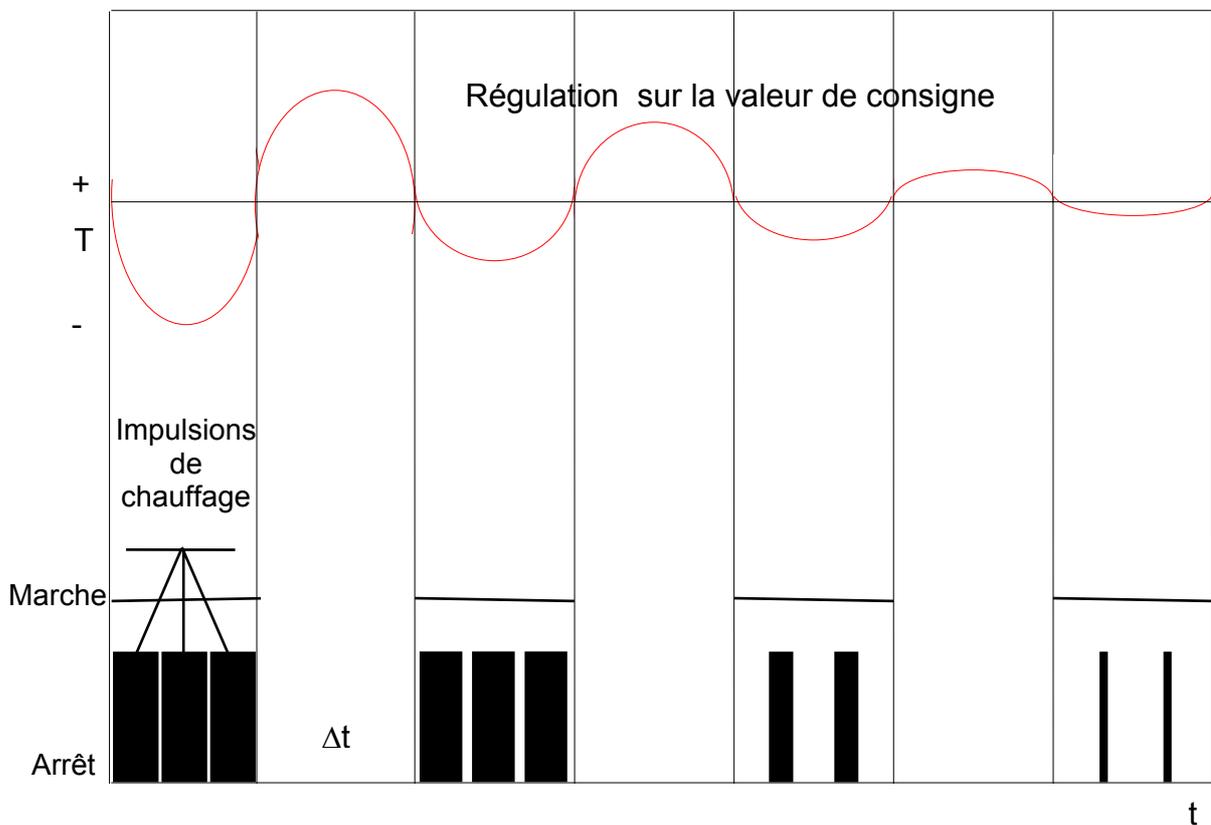


Figure II-1.3 : Principe de régulation de la température

Les bains thermostatés à circulation d'eau utilisés sont de type Polystat 11. La procédure expérimentale consiste à faire varier l'écart de température entre les faces de transfert afin d'obtenir différents Ra . Ainsi, les parois actives sont maintenues

isothermes à l'aide, respectivement, d'un thermostat pour la face chaude et d'un cryostat pour la face froide si la température est inférieure à l'ambiante. Ces appareils sont dotés de sondes pour mesurer la température du liquide dans les bains. La température de l'eau est régulée par un dispositif électronique qui permet un apport d'énergie par des impulsions modulées. Ce système, connu sous le nom de régulation "Antidrift" (figure II-1.3) permet de maintenir les parois actives à une température constante à 0,01°C près.

II-1.3 Mesure des températures

II-1.3.1 Mesure des températures de l'enceinte de convection

Les phénomènes thermoconvectifs sont influencés par la température des parois limitant le fluide en convection. Pour l'analyse de ces phénomènes, une connaissance exacte de cette température est indispensable ; pour cela on utilise des sondes thermocouples sensibles à une variation locale de la température de 0,1°C, le fil constituant les sondes a un diamètre de 0,7 mm. Le signal de température délivré par la sonde est enregistré sur une table traçante de type LEEDS & NORTHRUP. Le temps de réponse de l'ensemble de la chaîne de mesure est évalué à 0,05 s. La température dans les parois latérales A et A' sont mesurées directement à l'aide d'une sonde reliée à un thermomètre digital de type Beckman industrial 450 °K.

II-1.3.2 Principe de la mesure des températures dans le liquide

Dans le cas conductif, le gradient de température étant linéaire, les isothermes sont horizontales. La présence de la convection modifie ces isothermes de manière que ces lignes se déplacent vers le haut ou vers le bas respectivement dans les régions de fluide montant ou descendant (frontière des rouleaux). Les isothermes se resserrent dans ces régions et le gradient de température augmente. On mesure ces gradients de température par l'effet mirage, c'est à dire par la déviation d'un faisceau très étroit de lumière rectiligne. Il s'agit d'un rayon laser dans un milieu d'indice variable sous l'action de variations de température. Cette méthode permet de calculer le gradient de température en un point, ou plus exactement le gradient moyen au centre du faisceau laser, et de remonter facilement ensuite au champ de

température si on dispose des températures limites et d'un nombre suffisant de points.

L'équation différentielle de la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu d'indice non homogène, mais variable de façon continue et ne dépendant que de y est :

$$\frac{d^2r}{dy^2} = \frac{n}{c^2} \frac{dn}{dr} \quad (\text{II-1.1})$$

où

r : coordonnée radiale,

y : coordonnée axiale,

n : indice optique. Il varie avec la température T selon

$$n = a + bT \quad (\text{II-1.2})$$

a et b : constantes du fluide,

T : température du fluide en °C

c : constante de l'expérience dépendant de l'angle θ (dans notre cas $\theta = \pi/2$) que fait le rayon laser avec le plan iso-indice optique à l'entrée du fluide.

$$C = n \cdot \sin\theta = n_0 \quad (\text{II-1.3})$$

n_0 : indice optique au point d'incidence.

La relation (II-1.1) est déduite à partir de l'équation iconale de l'optique géométrique

$$n \cdot u = \text{grad } L \quad (\text{II-1.4})$$

où

u : rayon vecteur

L : longueur du rouleau

Le calcul du gradient de température selon y est donné par la relation suivante déduite après quelques transformations (Figure II-1.4)

$$\text{grad}T_y = \frac{dy}{LDb'} , \quad ^\circ\text{C} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (\text{II-1.5})$$

où

dy : la déviation selon l'axe y , en mm

L : la longueur du rouleau, en mm

D : la distance entre la sortie de la cuve et l'écran, en mm

b' : le rapport des constantes de l'huile

$$b' = b/a \quad (\text{II-1.6})$$

Une équation semblable dans le plan horizontal est obtenue en remplaçant y par x .

$$\text{grad } T_x = dx / LDb', \quad ^\circ\text{C}\cdot\text{mm}^{-1} \quad (\text{II-1.7})$$

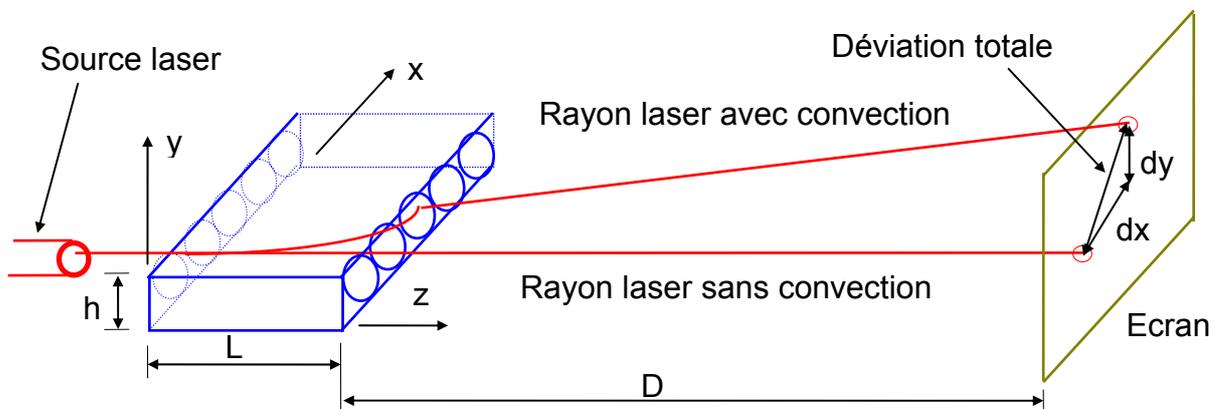


Figure II-1.4 : Schéma de principe de la méthode de mesure

II-1.3.3 Mode opératoire

Le but est la détermination du déplacement, pendant l'état convectif, dans le plan XY d'un faisceau laser passant successivement par des points choisis dans le cas du fluide immobile (aucun chauffage n'est appliqué). Après réglage de l'appareillage, un faisceau laser de diamètre 0,8 mm traverse la cuve parallèlement à l'axe des rouleaux, et sous l'effet du $\text{grad}T$ du milieu, il est dévié de quelques cm au plus selon les axes X et Y du plan de l'écran situé à 12 m de la sortie du rayon de la cuve. La position de la tâche laser sur l'écran est photographiée à l'aide d'une caméra CCD pour chaque point (X, Y) de la cuve pour les deux cas : fluide au repos, et fluide en convection. Les photos prises sont acquises par un système de cartes d'acquisition d'images et d'un ordinateur; après un traitement d'images, on obtient une image binarisée qui est analysée dans le but d'obtenir les déplacements selon X et Y. Deux séries d'expériences ont été réalisées :

1. une convection classique de R-B (chauffage de C et C') est réalisée à la fois, pour tester notre méthode, et en même temps pour servir comme étape préliminaire à la deuxième série d'expériences.
2. une fois le réseau de rouleaux établi, on chauffe graduellement la paroi latérale à l'aide du chauffage électrique auxiliaire. On travaille à puissance thermique constante. Comme le champ de température est non uniforme, le rouleau voisin de la paroi A, appelé rouleau induit (rI), se dilate et provoque la disparition de rouleaux de Bénard. La taille de ce rouleau ainsi que le nombre de rouleaux de Bénard (rB) disparus dépend de la température de la paroi latérale T_A [CER98].

II-1.4 Visualisation des structures

II-1.4.1 – Principe

Le but de ce travail est de connaître la structure de l'écoulement stable dont la description peut être obtenue à l'aide de la technique de visualisation. Dans le cas présent, le fluide est transparent et tout mouvement de ce dernier ne peut être visible que grâce à un traceur. Dans le cas de l'huile silicone 47V100, on a utilisé des paillettes d'aluminium et des microsphères de verre argentées creuses dont la densité est proche de celle de l'huile afin d'observer le régime d'écoulement établi.

Les particules sont alors mises en mouvement et seront donc visibles dans un rayonnement lumineux compte tenu de leur propriété de diffusion de la lumière. Dès lors, on peut connaître le mouvement du fluide dans un plan lumineux quelconque obtenu en faisant diverger un faisceau laser à travers une lentille cylindrique. L'épaisseur du secteur plan lumineux ainsi obtenu est supposée constante d'environ 1mm sur tout le plan de la cavité considérée.

Cette technique (Figure II-1.5) est tout à fait satisfaisante pour permettre une description de l'écoulement du fluide. Elle comporte cependant quelques inconvénients et non des moindres : la durée de visualisation est liée au temps de suspension des particules dans le fluide. Cet inconvénient n'a aucun effet dans le cas du régime établi stable, tandis que dans le cas instable, le problème est de savoir si le temps de suspension de ces particules est suffisant pour dire que l'écoulement est définitivement instable ou le temps d'observation est insuffisant pour l'établissement du régime stable. Dans la présente étude, nous admettons que le

temps d'observation est largement suffisant pour décider de l'instabilité de l'écoulement, vu que chaque cas d'écoulement est visualisé plusieurs fois et qu'aucun cas pareil ne s'est jamais manifesté. L'observation de l'écoulement est alors effectuée visuellement mais également en prenant des photographies. Le faisceau utilisé est issu d'une source laser de 5 mw au maximum. Les temps de pose, dépendant de la vitesse du fluide et de la structure à visualiser, varient de 1/8 de seconde à 1mn pour un film 200 ASA.

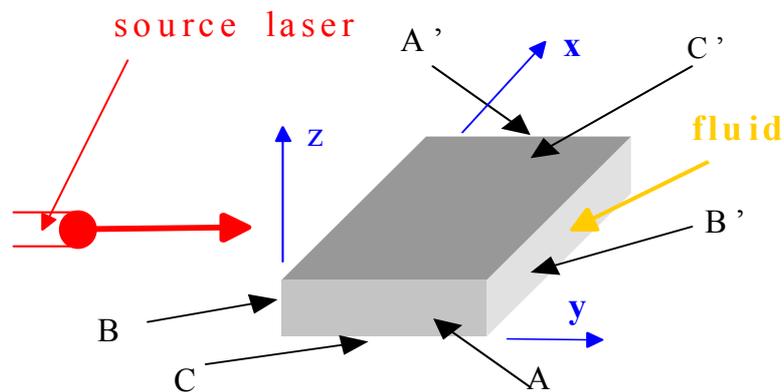


Figure II-1.5 Dispositif expérimental.

$\phi > 0$ quand A est située vers le haut de l'enceinte, et $\phi < 0$ dans le cas contraire.

II-1.4.2 Mode opératoire

Une fois le fluideensemencé est mis en mouvement, la nappe laser pénètre dans la cuve soit latéralement, soit verticalement, en fonction du plan qu'on désire visualiser. Les trajectoires des particules d'aluminium sont photographiées par un appareil photo placé dans la direction perpendiculaire à l'axe optique de l'éclairage (Figure II-1.5).

La visualisation de la structure ainsi que sa prise en photo sont réalisées selon les étapes et les séries suivantes :

Série 1 : c'est le cas de la convection classique de RB mais ici étudiée entre des parois horizontales moyennement conductrices de chaleur : un gradient vertical de température plus grand que la valeur critique est appliqué à la couche fluide, une

structure en rouleaux parallèles à A et A' est observée, le nombre de rouleaux étant dépendant de la valeur du gradient vertical (de Ra).

Série 2 : en premier lieu, un gradient vertical de température est appliqué entre C et C'. Lorsque la structure en rouleaux de RB est établie, la paroi latérale A est chauffée. Le rouleau au contact de A perturbe la structure. Lorsqu'un régime stationnaire est atteint, T_A est de nouveau augmentée et ainsi de suite.

Série 3 : c'est la superposition des séries 1 et 2 mais pour une cuve inclinée. On agit dans l'ordre suivant : obtention du régime stationnaire de la convection classique de RB, puis inclinaison de la cuve à un angle $\pm \phi$. Une fois le régime stationnaire établi, on chauffe graduellement jusqu'à une température T_A , et une fois le régime stationnaire obtenu, on augmente le chauffage de A et ainsi de suite. Lorsque la température T_A est la maximale autorisée par les conditions de l'expérience, on diminue graduellement le chauffage de A et du même coup T_A , jusqu'à sa valeur initiale sans chauffage. Après obtention et vérification de la structure permanente, on augmente l'angle d'inclinaison $\pm \phi$ et on refait la même opération de chauffage latéral. La valeur maximale de l'angle d'inclinaison est $\pm 80^\circ$. Le sens de l'angle d'inclinaison de la cuve ϕ est positif quand la paroi latérale chauffante A est vers le haut et négatif dans le sens inverse.

La vérification de la stabilité de l'écoulement est faite par un rayon laser traversant la cuve d'étude à différentes hauteurs du fluide, projeté sur un écran placé à une distance suffisante de la sortie de la cuve. La stabilité des rayons projetés indique la stabilité de la structure (Figure II-1.6 ; II-1.7 et II-1.8).

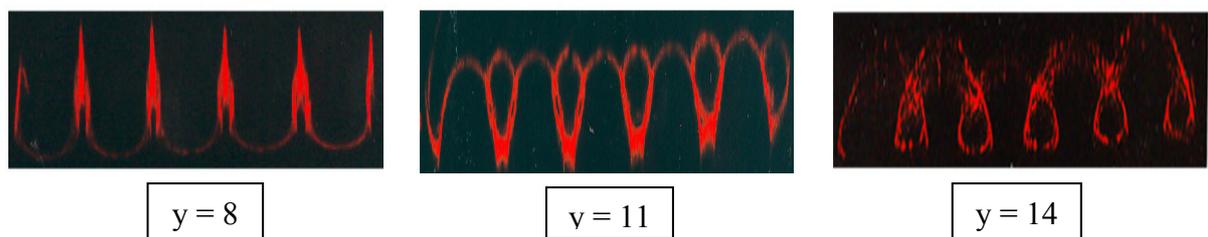


Figure II-1.6 : Ligne laser projetée en différentes hauteurs y .

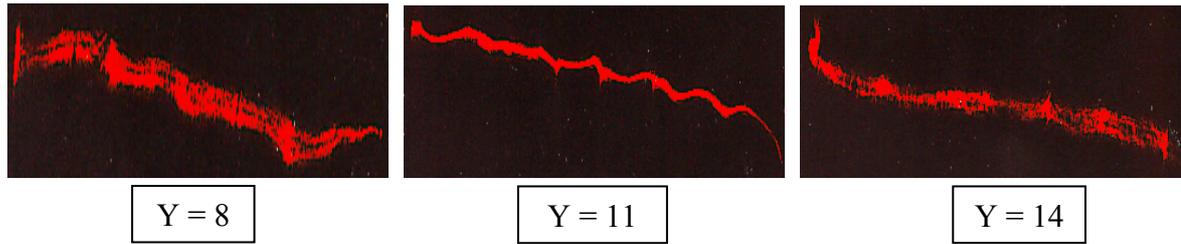


Figure II-1.7 : Ligne laser projetée en différentes hauteurs y .
Cas de la structure inclinée instable ($\phi = +10^\circ$).

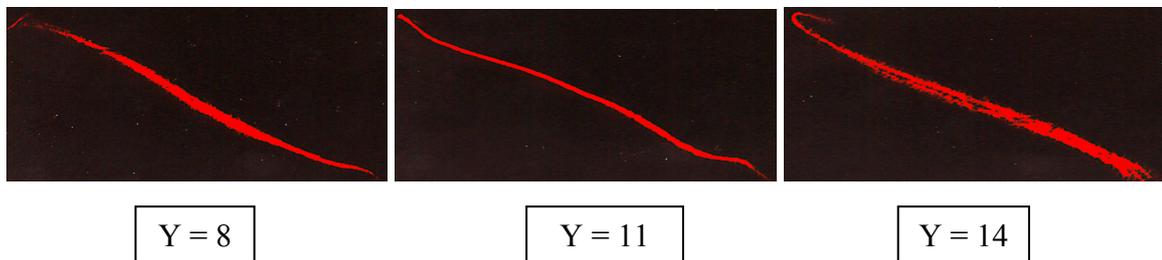


Figure II-1.8 : Ligne laser projetée en différentes hauteurs y .
Cas de la structure inclinée stable ($\phi = +10^\circ$).

II-1.5 Analyse de précision des techniques expérimentales

Les techniques énumérées ci-dessus sont considérées comme non intrusives dans l'investigation des écoulements. Le sujet étudié ici porte sur l'étude des structures thermoconvectives dans une couche de fluide confinée dans une cavité différentiellement chauffée. La moindre variation de température engendre un mouvement contrairement à la convection de Rayleigh-Bénard qui nécessite un écart minimum ΔT . La sensibilité de la structure exige de reconsidérer certains effets afin de déterminer la précision des mesures expérimentales. Parmi ceux-ci, on peut citer :

- l'ensemencement lors des visualisations des écoulements.
- l'apport d'énergie externe de façon ponctuelle par le laser lors de la mesure du gradient de température, ou globale (surfacique) lors de la mesure de vitesse et de la visualisation des structures.

II-1.5.1 Erreur due à l'ensemencement de l'écoulement

Dans la majorité des cas, l'ensemencement se fait avant l'application du gradient thermique vertical. Certes, l'écoulement subit une contrainte supplémentaire due à la présence de particules susceptibles de modifier les effets visqueux et thermiques. Dès lors, la question est de savoir si l'écoulement est le même avec ou sans ensemencement. Il est difficile de répondre avec précision à cette question, néanmoins, une simple vérification de la structure au début de la convection et après un certain temps d'expérience (les particules ne sont pas homogènes, donc les plus légères tombent, ce qui veut dire que nous ne sommes pas dans les mêmes conditions d'ensemencement), a révélé que la structure est strictement reproductible dans le cas stationnaire.

La visualisation des structures avec une précision acceptable exige que les particules suivent correctement l'écoulement, ceci dépend de la taille des particules et de la vitesse de l'écoulement. Dans la présente étude, les mesures ont été effectuées à l'aide de particules de verre creuses argentées de forme sphérique et de diamètre moyen de 15 μm (diamètre compris entre 10 et 30 μm) et de densité 1,4. Dans le cas du fluide utilisé, fluide visqueux, et grâce à la méthode du choix des particules d'ensemencement, décantation pendant un temps suffisamment long pour n'utiliser que les particules restant en suspension, en plus de l'écoulement lent, on admet que l'écart entre la vitesse du fluide et des particules est négligeable.

D'autres sources d'erreurs existent : en particulier celles dues à la localisation du volume de mesure dans un champ thermique et par conséquent de densité variable. Dans le cas étudié les variations de masse volumique sont uniquement dues aux variations de température. L'approximation de Boussinesq se traduit par l'expression

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha (T - T_0)] \quad (\text{II-1.8})$$

Ainsi, on considère que la densité reste constante tant que l'écart de température entre les parois horizontales est inférieure à 30 % de la valeur de la température moyenne T_m .

II-1.5.2 Précision de mesure du gradient de température

Le nombre de Rayleigh dépend du gradient de température verticale entre les parois horizontales de la boîte de convection. La détermination de ce gradient doit tenir compte des erreurs de nature expérimentales (erreurs de lecture sur les appareils de mesure, de lecture de l'appareil lui-même, de la perte de chaleur entre l'entrée et la sortie du système de régulation), et systématique (influence de l'épaisseur des parois horizontales et de la différence des conductivités de l'huile et du matériau).

a) - Erreur de nature expérimentale

Les erreurs de nature expérimentales sont dues généralement à l'appareil de mesure lui-même ainsi qu'à l'expérimentateur. Pour tenir compte de l'erreur de lecture sur les appareils on prend la valeur moyenne de plusieurs lectures. L'erreur d'indication de l'appareil lui-même est donnée par le constructeur. Généralement elle est indiquée sur la plaque des caractéristiques. Pour les thermocouples des bains thermostatés l'erreur donnée est 0,5 °C tandis que celle du thermomètre digital est de 0,1 °C.

L'erreur due à la différence d'indication de deux appareils est prise en compte de la manière suivante, on mesure avec les deux thermomètres en même temps et au même endroit, loin des résistances, la température du bain de régulation et on tient compte de la différence d'indication des deux thermomètres. Dans notre cas, le thermomètre utilisé dans le bain froid indique deux dixièmes (2/10) de plus que celui utilisé dans le bain chaud.

b) - Précision de calcul du gradient vertical de température

La valeur réelle du gradient vertical de température n'est pas celle lue sur l'appareil de mesure. Elle est affectée par l'épaisseur des parois horizontales et leurs conductivités, on en tient compte de la manière suivante :

$$\Delta T_{réel} = \frac{\Delta T_{liquide}}{1 + (\delta \times r)_{bas} + (\delta \times r)_{haut}} \quad (II-1.9)$$

où:

$\Delta T_{\text{réel}}$: gradient de température verticale réel entre les extrémités du liquide en tenant compte de la différence des conductivités et des épaisseurs des parois horizontales,

$\Delta T_{\text{liquide}}$: différence de température des parois horizontale et verticale après les corrections d'indication, de lecture et de perte de chaleur entre l'entrée et la sortie de ces parois.

δ : épaisseur adimensionnée; c'est le rapport de l'épaisseur de la paroi horizontale à celle de l'huile,

$$\delta = \frac{\delta_p}{\delta_L} \quad (\text{II-1.10})$$

δ_p : épaisseur de la paroi,

δ_L : épaisseur de l'huile,

r : rapport des conductivités thermiques de l'huile à celle des parois,

$$r = \frac{\lambda_L}{\lambda_p} \quad (\text{II-1.11})$$

λ_L : conductivité de l'huile,

λ_p : conductivité de la paroi.

Pour la cuve A dont $\delta = 0,3$ et $r = 1,375$ on a

$$\Delta T_{\text{réel}} = \Delta T_{\text{liquide}} / 1,825 \quad (\text{II-1.12})$$

Pour la cuve B dont $\delta = 0,4$ et $r = 1,125$ on a

$$\Delta T_{\text{réel}} = \Delta T_{\text{liquide}} / 1,9 \quad (\text{II-1.13})$$

II-1.5.3 Incertitude sur la détermination du gradient de température

La précision sur la mesure du gradient de température dépend de l'incertitude sur la planéité des parois que le rayon lumineux traverse, du grandissement de la caméra et de la manière dont on mesure les déplacements horizontaux et verticaux. Le grandissement de la caméra ainsi que les parois introduisant des erreurs

négligeables, l'incertitude sur la mesure du gradient de température ne dépend que de la manière de mesurer les déplacements du spot lumineux. Dans le cas d'un ordinateur, l'erreur dépend de la largeur du spot qui est d'une dizaine de pixels, ne peut dépasser 1 à 2 %.

II-1.5.4 Incertitude sur la détermination de la vitesse

Le grandissement de la caméra introduisant une erreur négligeable, une analyse détaillée du déroulement des mesures montre que la précision sur la vitesse ne dépend que de l'incertitude sur le temps de capture et sur celle de la longueur de la trace. Le cas le plus fréquent correspond à une moyenne de 200 pixels environ, soit une incertitude de l'ordre du pour cent. Le temps correspondant à chaque image vidéo étant connu à la seconde près, l'erreur sur le temps est de l'ordre de 2%. En définitive, la vitesse peut être déterminée avec une incertitude de l'ordre de 2 à 3% dans les cas les plus favorables. La précision ici n'est qu'une valeur moyenne, elle pourrait être augmentée sans difficulté, si nécessaire, en utilisant d'autres marqueurs donnant des traces plus fines et en repérant les images vidéo au 1/10ème de seconde.

II-1.6 conclusion

Dans ce chapitre, on a utilisé des méthodes non perturbatrices et non intrusives pour la mesure d'un champ de température et la visualisation des structures convectives. Dans la première partie de ce chapitre on a exposé le dispositif expérimental utilisé pour la réalisation de ces expériences, ensuite on a décrit les différentes méthodes utilisées et à la fin de ce chapitre on a analysé la précision des techniques expérimentales utilisées.

La méthode de thermométrie est utilisée dans le même but que plusieurs sondes thermométriques en divers points d'un fluide, qui peuvent être très éloignés. En plus de sa simplicité qui est son principal avantage, elle donne une concordance entre les valeurs de $\text{grad}T$ expérimentales et celles calculées numériquement. Elle permet de remonter au champ de température à condition de connaître les températures limites. Elle donne un maillage très serré, quatre mesures par mm peuvent être réalisées avec un faisceau laser de 0,5 mm de diamètre. Ce pas est inférieur à l'interfrange des méthodes interférométriques appliquées par Bergé

[BER81] et Pocheau [POC87] à la même expérience de Bénard. Cependant, ces méthodes sont en général plus rapides car, si elles sont d'une mise en oeuvre plus délicate, elles fournissent une image globale des isothermes en une seule fois, mais dans une région assez restreinte de l'espace.

La méthode de visualisation des structures convectives dans les différents cas expérimentaux nous a permis de détecter le moindre changement dû à un tel ou tel paramètre pris en considération dans notre étude. Elle peut être même utilisée pour la détection de la transition vers le chaos. Les résultats expérimentaux seront exposés et confrontés aux résultats numériques dans la partie résultats.

PARTIE II-2 :
MESURE DU CHAMP DE TEMPERATURE D'UN
ECOULEMENT CONVECTIF DANS UNE
ENCEINTE HORIZONTALE

II-2.1 Introduction	42
II-2.2 Mesure des gradients de température	43
II-2.3 Résultats	45
II-2.3.1 gradients horizontaux de température	47
II-2.3.2 gradients verticaux de température	54
II-2.4 Conclusion	56

MESURE DU CHAMP DE TEMPERATURE D'UN ÉCOULEMENT CONVECTIF DANS UNE ENCEINTE HORIZONTALE

II-2.1 Introduction

La détermination du champ de température dans les systèmes thermoconvectifs est d'une grande importance. Lorsque le fluide évolue dans un volume confiné tel que l'écoulement dans un capillaire ou au voisinage d'une bulle de gaz, et dans le souci de ne pas perturber gravement ou de fausser complètement le phénomène, l'emploi des capteurs de température s'avère impossible. Ainsi le recours à des méthodes non intrusives et non perturbatrices devient dès lors indispensable.

Plusieurs méthodes sont utilisées pour la détermination du champ de température. La méthode des cristaux dont la couleur varie avec la température est d'un emploi délicat, parfois impossible, à cause des phénomènes de mouillage et d'Archimède, et limité, car les variations de teinte se font en général dans une fourchette de température plus étroite que celle du champ de température à étudier. Ce phénomène, grâce à l'évolution progressive des couleurs, présente un intérêt plutôt sur le plan qualitatif que quantitatif.

D'autres méthodes utilisant les interférences lumineuses, holographiques ou non, se révèlent très riches car elles sont très sensibles, mais elles sont d'un emploi toujours délicat. Elles fournissent de nombreux renseignements mais restent surtout qualitatives.

La technique de mesure des gradients de température proposée est une méthode, destinée à des écoulements laminaires bi-dimensionnels, simple dans sa mise en oeuvre, mais qui en revanche présuppose la connaissance de la structure convective. La mesure du gradient de température repose sur l'effet bien connu en optique, l'effet mirage. Il s'agit de la déviation d'un faisceau lumineux très étroit, c'est à dire d'un « rayon laser » dans un milieu d'indice optique variable sous l'action de variations de température dont la dépendance est traduite par le paramètre :

$$\beta = \frac{1}{n} \left. \frac{\partial n}{\partial T} \right|_p \quad (\text{II-2.1})$$

Où :

n : indice optique,

T : température.

Le rayon laser (3 mW) ne modifie pas le champ de température pendant la période de mesure. Pour une seule source laser, une telle détermination du champ de température n'est possible qu'en régime permanent. Quant à un système non permanent et évoluant lentement, plusieurs sources sont indispensables pour la détermination du champ de température.

II-2.2 Mesure des gradients de température

Une fois la convection est développée, le champ de température est modifié. Dans le cas conductif, le gradient de température étant linéaire, les isothermes sont horizontales. La présence de la convection modifie ces isothermes de manière que ces lignes se déplacent vers le haut ou vers le bas dans les régions de fluide montant ou descendant (frontière des rouleaux). Les isothermes se resserrent dans ces régions et le gradient de température augmente. La mesure de ces gradients de température est faite par l'effet bien connu du mirage, c.à.d par la déviation d'un faisceau très étroit de lumière parallèle. Cette méthode permet de calculer le gradient de température en un point, ou plus exactement le gradient moyen au centre du faisceau laser, et de remonter facilement ensuite au champ de température si on dispose bien sûr des températures limites et de suffisamment de points.

D'après la Figure II-2.1, le calcul du gradient de température expérimental est donné par la relation :

$$\text{grad } T = \frac{d}{L D b'} \quad (\text{II-2.2})$$

obtenu après quelques transformations à partir de l'équation de la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu d'indice variable

$$\frac{d^2 r}{dy^2} = \frac{n}{c^2} \frac{dn}{dr} \quad (\text{II-2.3})$$

et en tenant compte que l'indice de l'huile varie avec la température selon

$$n = a + bT \quad (\text{II-2.4})$$

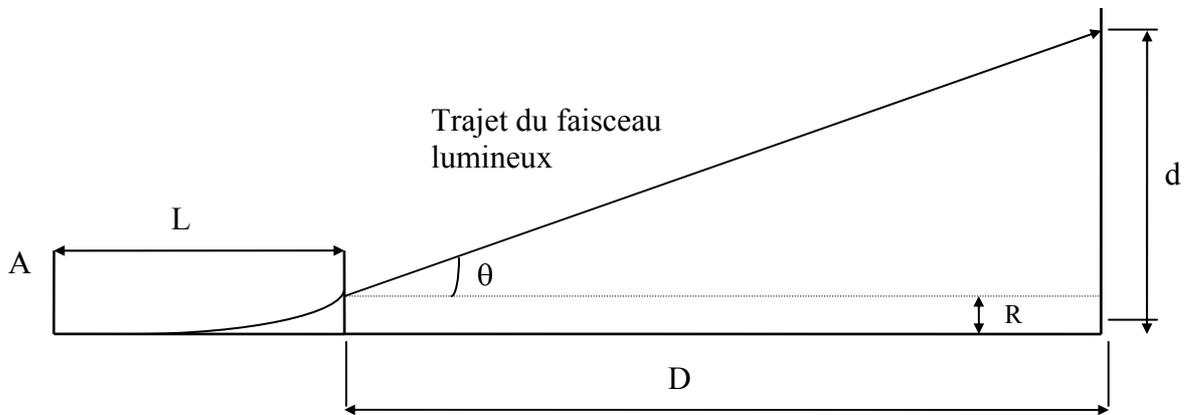


Figure II-2.1 : Déviation du rayon lumineux

d : Déviation totale;

L : longueur du rouleau;

D : distance entre la sortie de la cuve et l'écran;

b' : rapport des constantes de l'huile. $b' = b/a$;

c : indice optique au point d'incidence. $c = n \sin\theta$;

n : indice optique;

R : déviation du rayon sur la cellule;

θ : angle entre le rayon lumineux lorsqu'il pénètre dans le fluide et le plan iso-indice optique;

r : coordonnée radiale;

y : coordonnée axiale.

Le faisceau Laser de diamètre 0,8 mm traverse la cuve parallèlement à l'axe des rouleaux, puis sous l'effet du changement de température du milieu, le rayon dévie de quelques cm selon les axes x et y du plan de l'écran situé à 12 m de la sortie du rayon de la cuve. La position de la tâche Laser sur l'écran est photographiée à l'aide d'une caméra CCD pour chaque point (x,y) choisi de la cuve pour les deux cas:

- $\text{grad}T=0$
- et pour les conditions expérimentales choisies.

Les photos prises sont acquises par un système de cartes d'acquisition d'images et d'un ordinateur; après un traitement d'images, on obtient une image binarisée qui sera analysée dans le but d'obtenir les déplacements selon x et y.

Tout au long des expériences de la mesure des gradients de température et pour toutes les conditions expérimentales considérées, des photos des lignes de courant de la structure sont prises à l'aide d'un appareil photo.

Pour avoir une convection tritherme (trois parois, deux horizontales et une latérale, chauffées à des températures différentes et qui induit un champ de température non uniforme dans le liquide), la paroi latérale est chauffée par un système électrique auxiliaire, où le fil de résistance passe à l'intérieur de la pièce en cuivre de la paroi latérale. Plusieurs séries d'expériences ont été réalisées :

1. Une première série d'expériences est réalisée pour la convection classique de Rayleigh-Bénard. Le gradient de température est vérifié entre l'état initial (fluide au repos) et l'état convectif d'un côté et entre l'état convectif et l'état initial d'un autre côté.
2. La deuxième série d'expériences consiste à mesurer le gradient de température dans l'interface rouleau induit – rouleau de Bénard dans les deux sens du chauffage latéral, augmentation de la température latérale de l'ambiante à la température choisie, et inversement de la température choisie à l'ambiante.

II-2.3 Résultats

L'application d'un gradient vertical de température plus grand que la valeur critique, donne lieu à une structure en rouleaux parallèles aux parois A et A', leur nombre dépend de la valeur du nombre de Rayleigh

$$Ra = \alpha g h^3 \Delta T / \nu \kappa$$

où :

α : coefficient de dilatation isobare,

g : accélération de la pesanteur,

h : épaisseur du fluide,

ν : viscosité cinématique,

κ : conductivité thermique.

Dans l'expérience décrite ($Ra = 7608$), les rouleaux sont au nombre de dix, ceux adjacents aux parois A et A' étant ascendants le long de celles-ci (Figure II-2.2).



Figure II-2.2 : Rouleaux et lignes de courants de la convection classique de Rayleigh Bénard ($Ra = 7608$).

La figure II-2.3 montre la structure formée par un rouleau induit (rI) et de cinq rouleaux de Bénard (rB) égaux. Tous ces rouleaux sont bidimensionnels et couplés mécaniquement, c'est à dire contrarotatifs. Dans tout ce qui suit, les coordonnées x et y sont adimensionnées par l'épaisseur du liquide ($h = 10$ mm) et l'origine se trouve sur la paroi A (Figure II-2.1).

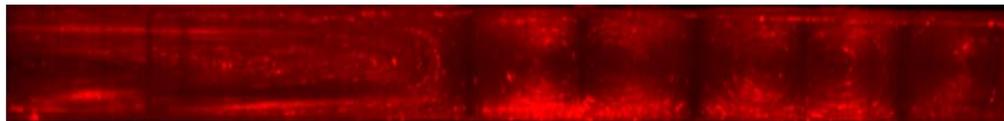


Figure II-2.3 : Rouleaux et lignes de courants de la convection tritherme ($Ra=7608$).

Les figures II-2.5 ; II-2.6 ; II-2.7 ; II-2.8 montrent respectivement la variation de $\text{grad}T_x$ et de $\text{grad}T_y$ en fonction de y pour la première et la deuxième série d'expériences pour différents points de la structure.

II-2.3.1 Gradients horizontaux de température

a) Convection classique de RB

Les mesures ont été réalisées pour le septième rB. On constate qu'à l'intérieur d'un même rB :

1/ $\text{grad}T_x$ a toujours le même signe,

2/ que le signe est > 0 si le rouleau tourne dans le sens trigonométrique. Pour $7,2 \leq x \leq 7,5$ et dans les plans $0,55 \leq y \leq 0,7$ $\text{grad}T_x$ est pratiquement constant. A l'extérieur du domaine $7,2 \leq x \leq 7,5$, $\text{grad}T_x$ augmente pour $x < 7,2$ et diminue pour $x > 7,5$.

3/ $\text{Grad}T_x$ est plus important dans les plans $y < 0,5$ que dans les plans $y > 0,75$ pour différents x . Cette variation de $\text{grad}T_x$ concorde assez bien avec l'allure de $\text{grad}T$ calculé par une méthode d'éléments finis pour des conditions légèrement différentes ($Ra = 4090$) et des rouleaux parfaitement axisymétriques [CER98].

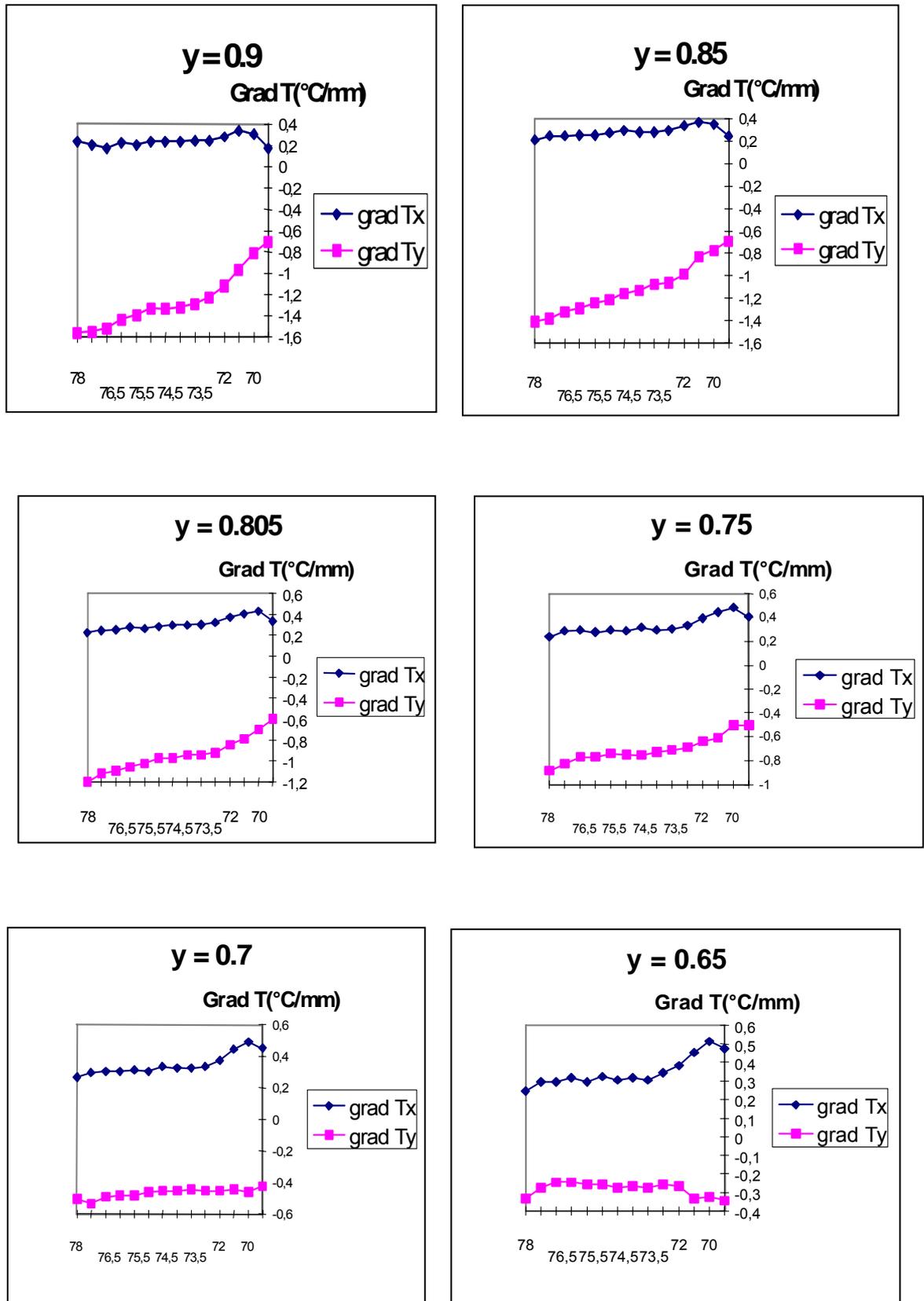


Figure II-2.5 : Variation de gradTx et de gradTy pour différentes hauteurs du fluide y dans le cas de la convection classique de R-B.

b) Convection tritherme

Les mesures ont été prises dans la région $r_l - r_B$, la taille de r_l étant 7,3.

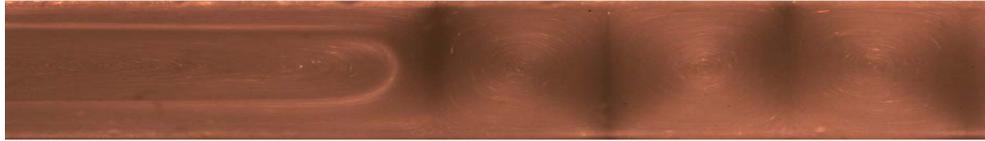
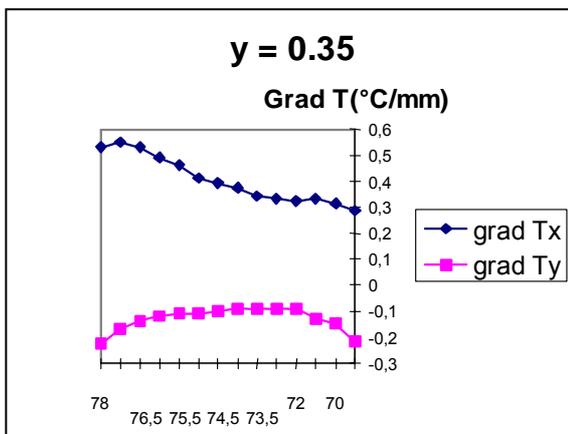
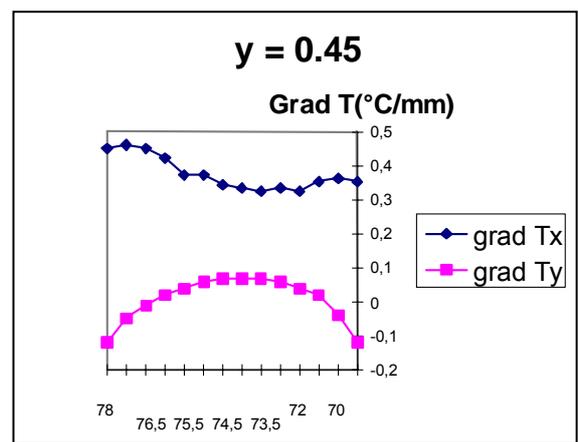
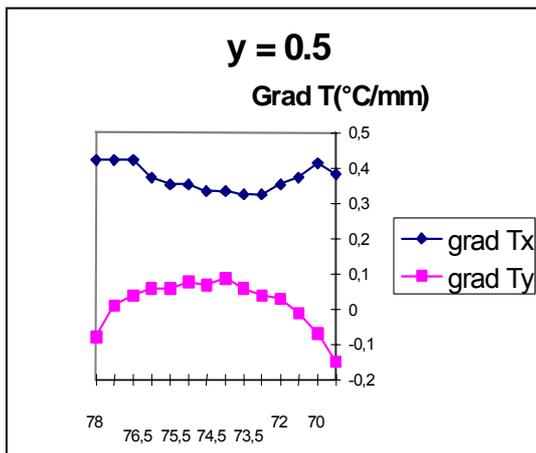
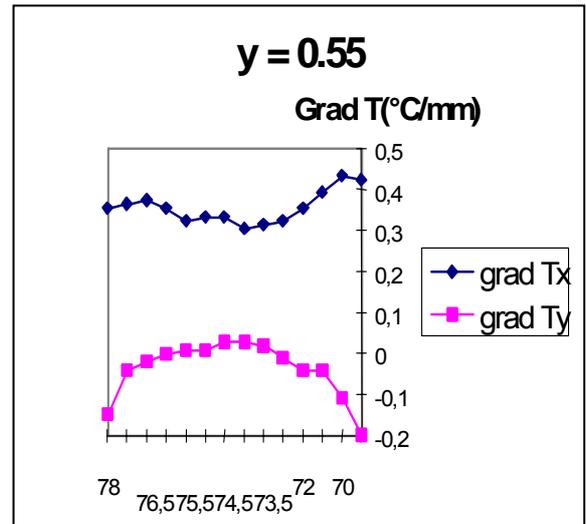
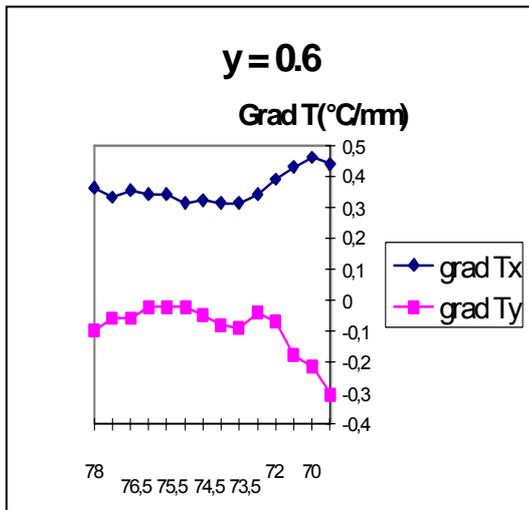


Figure II-2.4 : Rouleaux et lignes de courants de la Région $r_l - r_B$ ($Ra=7608$).

On remarque tout d'abord que :

- 1/ la composante $\text{grad}T_x$ change de signe entre r_l et r_B (le sens de rotation des rouleaux et le signe de $\text{grad}T_x$ est imposé par r_l). Il est < 0 Pour $x < 7,3$ et > 0 pour $x > 7,3$.
- 2/ pour $7,3 < x < 7,4$; $\text{grad}T_x$ est presque nul. Au delà de $x = 7,5$, $\text{grad}T_x$ augmente légèrement pour se stabiliser dans les plans $y > 0,65$. Pour $x < 7,3$; $\text{grad}T_x$ présente un maximum dans les plans $0,65 \leq y \leq 0,75$; chose qui est normale puisque nous sommes à l'intérieur du r_l .
- 3/ En s'éloignant de part et d'autre de la valeur $7,3 < x < 7,4$; $\text{grad}T_x$ augmente dans tous les plans horizontaux. De ces remarques on conclut que l'interface $r_l - r_B$ se situe a $7,3 < x < 7,4$. Toutes ces constatations de la variation de $\text{grad}T_x$ sont en bon accord avec l'allure des isothermes simulées à l'aide d'une méthode d'éléments finis [CER98].



$T_{amb} = 24^{\circ}C$
 $T_A = 27.1^{\circ}C$
 $T_{A'} = 26.6^{\circ}C$
 $T_{LC} = 30.5^{\circ}C$
 $T_{LF} = 21.5^{\circ}C$

Figure II-2.5 : Variation de gradTx et de gradTy pour différentes hauteurs du fluide y dans le cas de la convection classique de R-B (suite).

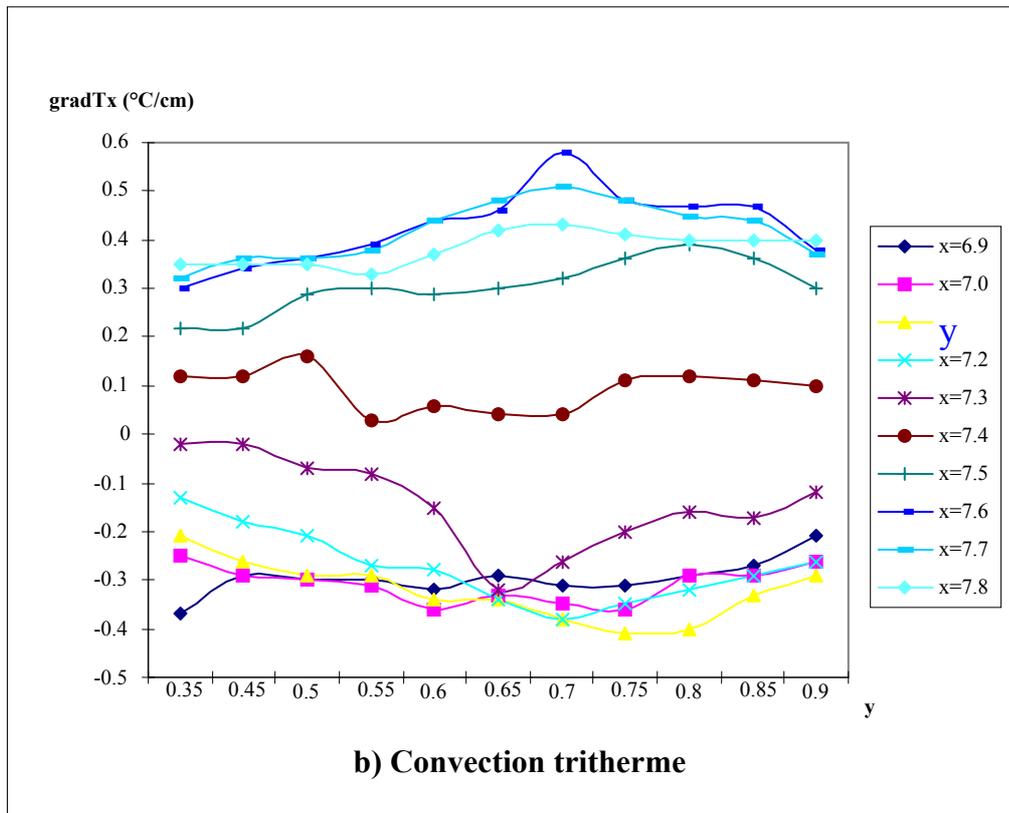
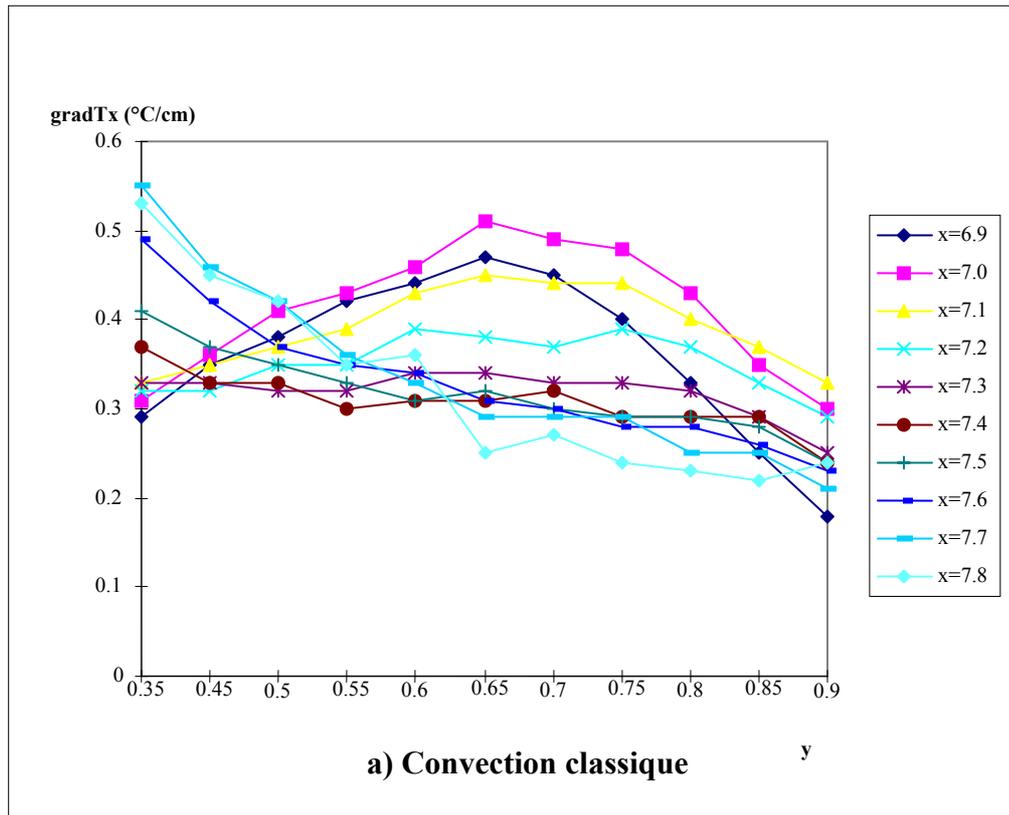


Figure II-2.6. Variation de la composante horizontale du gradient de température pour différents plans y .
 a) dans un rouleau rB ;
 b) dans la région d'interface $rB - rI$.

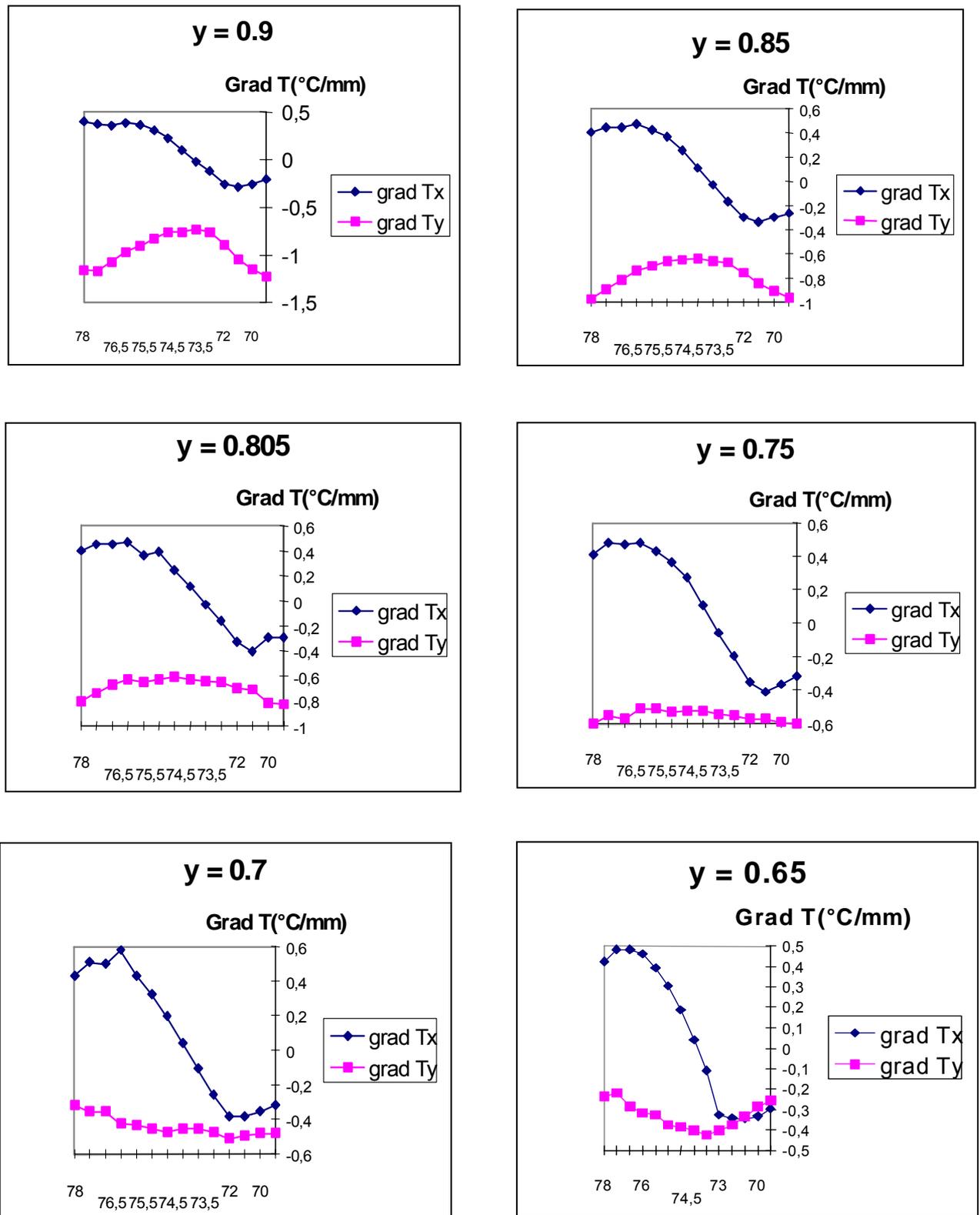
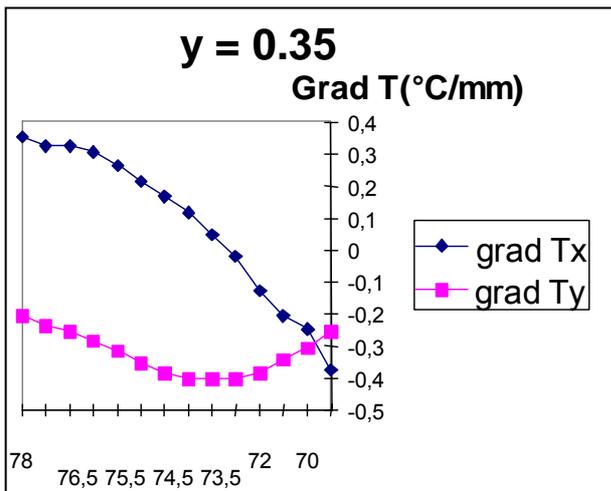
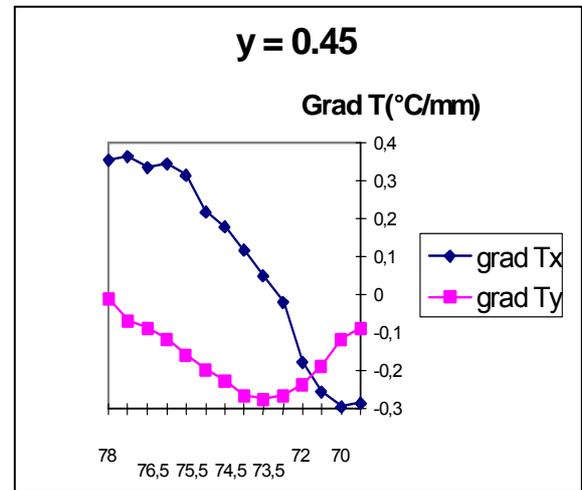
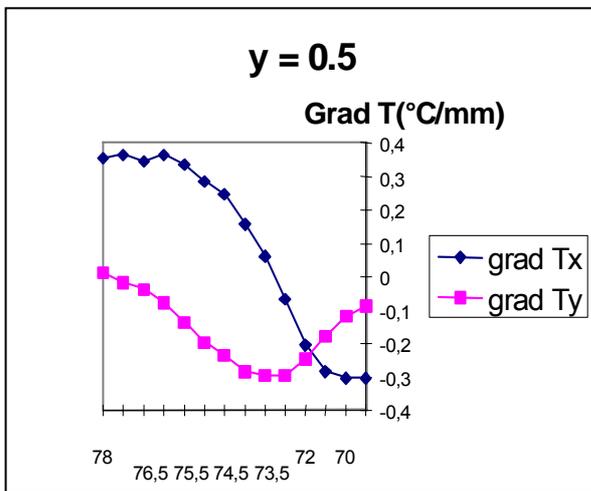
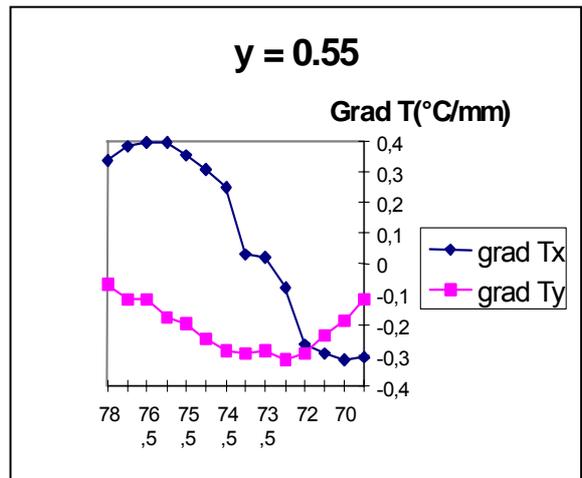
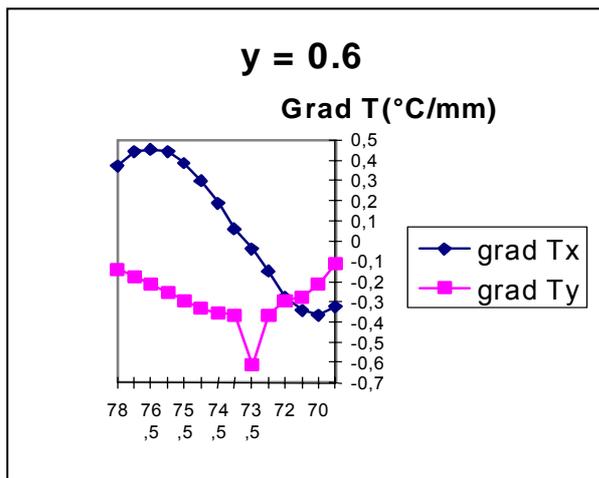


Figure II-2.7 : Variation de gradTx et de gradTy pour différentes hauteurs du fluide y dans le cas de la convection tritherme.



$T_{amb} = 26.6 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $T_A = 72.7 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $T_{LC} = 30.5 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $T_{LF} = 21.5 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $L_{RI} = 73 \text{ mm}$

Figure II-2.7 : Variation de gradTx et de gradTy pour différentes hauteurs du fluide y dans le cas de la convection tritherme (suite).

II-2.3.2 Gradients verticaux de température

Les variations de $\text{grad}T_y$ en fonction de y pour différentes valeurs de x pour la convection de Benard et la convection tritherme sont représentées respectivement par les figures II-2.5 et II-2.6.

a) Convection classique de RB

En conformité avec les isothermes simulées [CER98]:

- 1/ $\text{grad}T_y$ tend vers la valeur nulle dans les plans $0,45 \leq y \leq 0,5$.
- 2/ de part et d'autre de $y = 0,5$; les $\text{grad}T_y$ (en fait leur module) augmentent jusqu'à atteindre leur valeur limite, différente, pour toutes les positions de x , les plans $y < 0,35$ n'ont pas été explorés. Pour $7,2 \leq x \leq 7,4$ les $\text{grad}T_y$ diminuent en tendant vers zéro et restent presque constants dans les plans $0,45 \leq y \leq 0,55$.
- 3/ Pour $y = 0,9$; $\text{grad}T_y$ croît avec x , ce qui veut dire que les isothermes se resserrent vers la paroi froide (supérieure). Il diminuent avec la diminution de y (ils prennent la même valeur ou varient légèrement dans les plans $0,65 \leq y \leq 0,7$), ils passent par une valeur minimale dans les plans $0,45 \leq y \leq 0,55$ pour croître de nouveau avec la diminution de y (partie non explorée) jusqu'à leur valeur limite dans le plan le plus proche de la paroi chaude (d'après la figure II-2.6 les isothermes se resserrent vers la paroi inférieure). Cette variation indique que x varie d'une extrémité à l'autre d'un même rB.

b) Convection tritherme

L'influence sur $\text{grad}T_y$ du flux de chaleur amené de la paroi chauffante latérale vers la paroi supérieure $y = 1$ diminue en se rapprochant de l'interface $r_l - r_B$. En effet, la figure II-2.8 montre l'influence du r_l sur le champ de température, $\text{grad}T_y$ décroît en partant de $x = 6.9$ jusqu'à $x = 7.3$ dans les plans $0,7 \leq y \leq 0,9$. La courbe $\text{grad}T_y$ pour $x = 6.9$ met en évidence la différence de ces valeurs entre les plans $y = 0,45$ et $y = 0,9$. Un autre aspect de l'influence du r_l est donné par la valeur stable ou très peu variable dans les plans $0,45 < y < 0,7$ pour x allant jusqu'à $7,2$; limite du r_l . Pour $x = 7,3$ et $x = 7,4$; dans tous les plans $y > 0,35$ $\text{grad}T_y$ est le même, ce qui explique que ces points appartiennent à la zone d'interface $r_l - r_B$. Au delà de $x = 7,5$ on retrouve le même cas de figure de $\text{grad}T_y$ que le cas précédent (a) c'est à dire la variation de $\text{grad}T_y$ dans un rB.

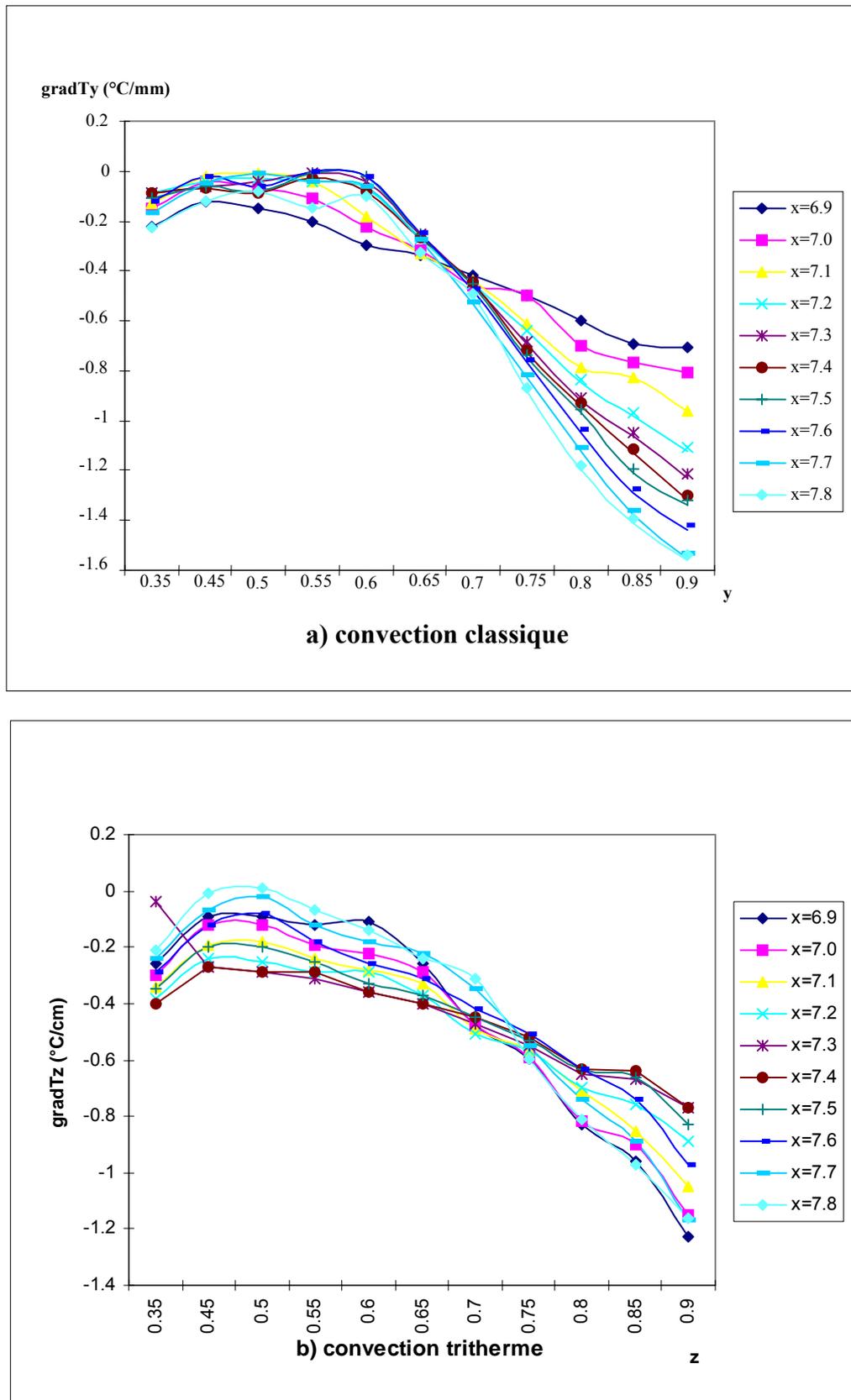


Figure II-2.8. Variation de la composante verticale du gradient de température pour différents plans y .
 a) dans un rouleau rB;
 b) dans la région d'interface rB - rl

II-2.4 Conclusion

Dans cette étude, on a proposé une méthode non perturbatrice et non intrusive pour la mesure d'un champ de température. Elle peut être utilisée dans le même but que plusieurs sondes thermométriques en divers points d'un fluide, qui peuvent être très éloignés. En plus de sa simplicité qui est son principal avantage, elle donne une concordance entre les valeurs de $\text{grad}T$ expérimentales et celles calculées numériquement [CER98]. Elle permet de remonter au champ de température à condition de connaître les températures limites. Elle donne un maillage très serré, quatre mesures par mm peuvent être réalisées avec un faisceau laser de 0.5 mm de diamètre. Ce pas est inférieur à l'interfrange des méthodes interférométriques appliquées par Bergé [BER75] et Pocheau [POC87] à la même expérience de Bénard. Cependant, ces méthodes sont en général plus rapides car, si elles sont d'une mise en oeuvre plus délicate, elles fournissent une image globale des isothermes en une seule fois, mais dans une région assez restreinte de l'espace.

PARTIE II-3 :
STRUCTURES CONVECTIVES DANS UNE
CAVITE HORIZONTALE A TROIS
PAROIS CHAUFFANTES

II-3.1 Introduction	57
II-3.2 Procédure expérimentale	58
II-3.3 Résultats	60
II-3.4 Disparition et réapparition des rouleaux R-B	65
II-3.5 Changement du sens de circulation d'eau	66
II-3.6 conclusion	66

STRUCTURES CONVECTIVES DANS UNE CAVITE HORIZONTALE A TROIS PAROIS CHAUFFANTES

II-3.1 Introduction

La thermoconvection naturelle dans un récipient a été extensivement étudiée lors des deux dernières décades. Les publications et les livres sur ce sujet sont innombrables. Ces études ont été focalisées sur les deux cas suivants :

- (i) corrélation entre le transfert de chaleur, les propriétés physiques du fluide, la forme du récipient, et le champ de température appliquée;
- (ii) détermination des caractéristiques hydrodynamiques et la description du comportement spatio-temporel des structures convectives.

Les travaux, aussi bien expérimentaux que théoriques ou numériques, ont porté sur des récipients ayant deux parois à des températures différentes, les autres surfaces limitant le fluide étant adiabatiques ou isothermes. Ces travaux sont d'une très grande importance dans le domaine fondamental (transferts de chaleur, sélection du nombre d'ondes, comportement spatio-temporel, désordre structural, transition vers le chaos, etc.). Ils interviennent aussi dans la vie quotidienne, dans des domaines aussi différents que la météorologie, l'astrophysique, la géophysique et de très nombreux processus industriels tels que la croissance cristalline, le raffinage électrochimique d'un métal, l'énergie solaire et nucléaire, le stockage d'énergie.

Les différences de densité au sein du fluide, provoquées par des gradients de température, provoquent cette convection dite naturelle, appelée aussi dans les études théoriques, instabilité thermo-convective.

La convection dite de Rayleigh-Bénard (RB) apparaît dans une couche fluide limitée par deux surfaces horizontales chauffées uniformément par le bas et refroidies par le haut. Près du seuil de convection, la structure observée, plus souvent, est formée de rouleaux parallèles à la petite paroi latérale de l'enceinte. Ils

correspondent à un couplage mécanique dont les rouleaux adjacents tournent en sens opposés.

Trois résultats, relatifs à la convection dans une boîte rectangulaire horizontale classique chauffée par le bas et refroidie par le haut, sont bien connus. On observe généralement :

- (i) dans un récipient horizontal, un réseau de rouleaux transverses, c'est à dire parallèles aux petits cotés de la boîte (convection dite de Rayleigh-Bénard);
- (ii) pour de faibles inclinaisons, des rouleaux longitudinaux, c'est à dire perpendiculaires aux petits cotés de la boîte.
- (iii) dans une boîte verticale, un rouleau transverse unique.

L'objet de cette étude est de mettre en évidence, expérimentalement, l'évolution de la structure en fonction du gradient thermique vertical et des parois supérieures et inférieures lorsqu'un chauffage supplémentaire est imposé par une des petites parois de l'enceinte.

II-3.2 Procédure expérimentale

Le dispositif expérimental se compose schématiquement d'une partie commune pour toutes les expériences, le système de chauffage et de régulation, et d'une cuve dont dépendent les propriétés considérées, propres à chaque expérience, comme il a été décrit au chapitre II-1.

La boîte de convection utilisée est une cavité parallélépipédique ($L_x > L_y > H$), où H est l'épaisseur de la couche fluide selon y) (Figure II-3.1) remplie d'huile Silicone Rhodorsil 47v100 dont les propriétés physiques à 25 °C sont décrites au chapitre II-1.

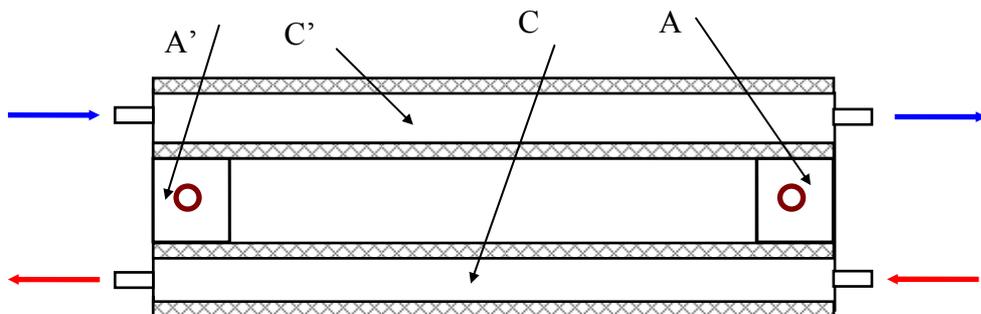


Figure II-3.1 : Schéma de l'enceinte

Deux types d'enceintes parallélépipédiques, A et B ont été utilisés.

Cavité parallélépipédique A

Les parois horizontales C et C' de la cuve A sont en polycarbonate. Le rapport de sa conductivité thermique avec le fluide est $r_1 = 1,375$. Dans le but d'imposer différentes températures au niveau des parois latérales A et A', une pièce parallélépipédique en cuivre de dimensions ($5 \times 0,5 \times 0,5 \text{ cm}^3$) est encastrée dans ces parois. Les épaisseurs de C et C' sont de 0,3 cm.

Cavité parallélépipédique B

Les parois horizontales de la cuve B sont en verre dont la conductivité thermique est $0,18 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le rapport de sa conductivité thermique avec le fluide est $r_2 = 1,125$. A la différence de la cuve A, pour imposer une température latérale T_A , la paroi latérale A elle même est une pièce parallélépipédique en cuivre. Les parois C et C' sont de 0,4 cm d'épaisseur.

La structure convective dite de Rayleigh Bénard est obtenue une fois le nombre adimensionnel Ra est atteint.

La structure classique ainsi formée, pour les conditions expérimentales choisies, est constituée de dix rouleaux dont les axes sont parallèles aux petits cotés de la cuve.

La déstabilisation de la convection de Rayleigh-Bénard est réalisée par la superposition au gradient thermique vertical d'un gradient thermique horizontal obtenu par le chauffage d'une paroi latérale.

Plusieurs séries d'expériences ont été consacrées à l'étude de la déstabilisation de cet écoulement pour deux cas différents. Les parois horizontales sont en polycarbonate pour le premier cas, et en verre pour le second.

1. Pour tester notre méthode, deux séries d'expériences ont été réalisées, la convection classique de R-B, et une fois le réseau de rouleau établi, on chauffe la paroi latérale à l'aide du chauffage électrique auxiliaire. On travaille à puissance thermique constante. Ce phénomène a été décrit en détails par Cerisier et al. [CER98].

2. Pour essayer de comprendre le phénomène de transition (changement) de structure quand on change les conditions d'expérience, plusieurs séries d'expériences ont été réalisées; elles portent sur :
- la disparition et la réapparition des R-B quand on change lentement le chauffage de la paroi latérale;
 - le comportement de la structure quand on change le sens de circulation de l'eau de l'une des parois horizontales (eau froide).

II-3.3 Résultats

Le principe de la déstabilisation de la convection de Rayleigh-Bénard par la superposition au gradient thermique vertical d'un chauffage latéral, a été initié par Cerisier et al. [CER98], où seul l'effet de la perturbation par le gradient de température horizontal a été pris en considération. La dilatation du rouleau induit ainsi que le processus de destruction des RB est fonction du flux de chaleur au niveau de la paroi latérale (Figures II-3.2 ; II-3.3 ; II-3.4 ; II-3.5 ; II-3.6).



Figure II-3.2 : Lignes de courant observées expérimentalement pour l'écoulement classique de Rayleigh-Bénard, (10 rB). $\Delta T=6,5 \text{ }^\circ\text{C}$ et $\kappa_2 = 0,18 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.



Figure II-3.3 : Lignes de courant observées expérimentalement pour la déstabilisation de l'écoulement classique de Rayleigh-Bénard, (1rl + 9rB). $T_A=42 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta T=6,5 \text{ }^\circ\text{C}$ et $\kappa_2 = 0,18 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.



Figure II-3.4 : Lignes de courant observées expérimentalement pour la déstabilisation de l'écoulement classique de Rayleigh-Bénard, (1rl + 7rB). $T_A=87,4 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta T=6,5 \text{ }^\circ\text{C}$ et $\kappa_2 = 0,18 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.



Figure II-3.5 : Lignes de courant observées expérimentalement pour la déstabilisation de l'écoulement classique de Rayleigh-Bénard, (1rl + 5rB).
 $T_A=42\text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta T=6,5\text{ }^\circ\text{C}$ et $\kappa_2 = 0,22\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

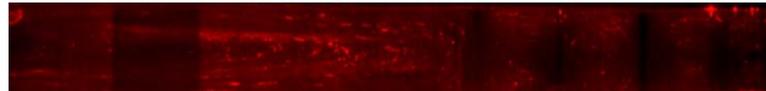


Figure II-3.6 : Lignes de courant observées expérimentalement pour la déstabilisation de l'écoulement classique de Rayleigh-Bénard, (1rl + 3rB).
 $T_A=53,8\text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta T=6,5\text{ }^\circ\text{C}$ et $\kappa_2 = 0,22\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

La figure II-3.7 schématise le processus de dilatation de rl et la disparition des rB.

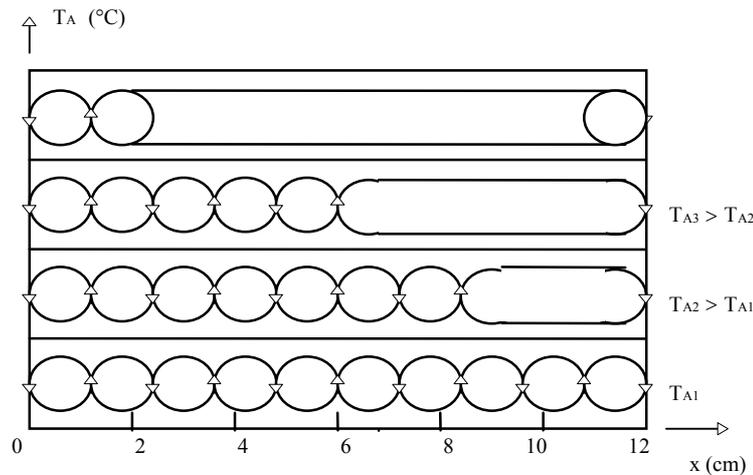


Figure II-3.7 : Processus de dilatation du rl et la disparition des rB en fonction de la température T_A .

Nous présentons une étude expérimentale complémentaire du même processus en tenant compte, en plus de l'effet du gradient thermique horizontal, de l'effet des parois horizontales et du gradient thermique vertical. Tous les phénomènes observés sont bidimensionnels et les résultats présentés sont dans le plan vertical médian selon l'axe x .

II-3.3.1 Influence de ΔT vertical sur la longueur de rl

Sur la figure II-3.8 sont présentés les résultats de cette influence pour deux valeurs différentes de la conductivité thermique des parois horizontales. Pour $\kappa_1=0,22$ W/m K (parois horizontales en polycarbonate) ou pour $\kappa_2 = 0,18$ W/m K (parois horizontales en verre), la longueur du rl est légèrement affectée par la variation de ΔT vertical; elle augmente quand ΔT vertical diminue. Que ça soit pour r_1 ou pour r_2 , et pour deux valeurs différentes de ΔT vertical ($\Delta T = 4,6; 6,3$ °C pour le premier cas et $\Delta T = 6,5; 8,2$ °C pour le deuxième cas), l'allure de la courbe représentative est strictement la même.

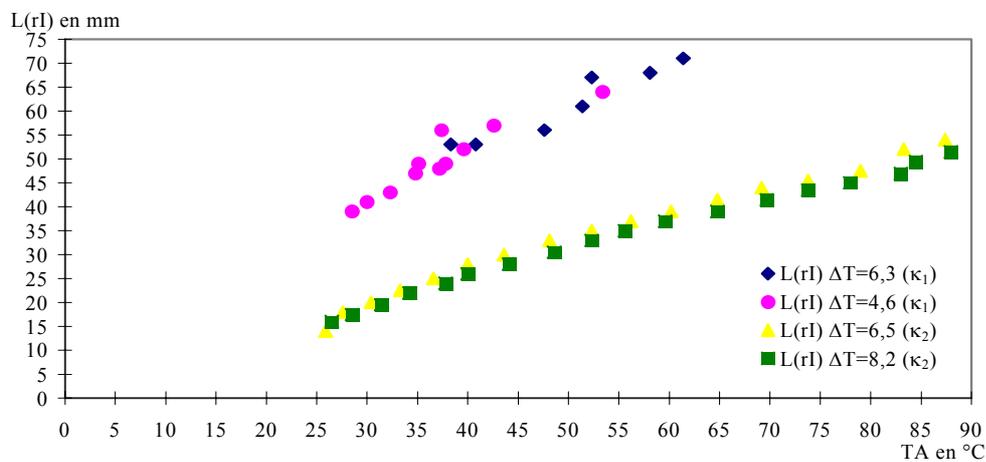


Figure II-3.8 : Variation de la longueur de rl en fonction de la température T_A

II-3.3.2 Influence de la conductivité des parois horizontales sur la longueur de rl

Les figures II-3.9 et II-3.10 montrent clairement la différence sur la dilatation de rl en fonction de T_A pour deux valeurs différentes de la conductivité thermique des parois horizontales ($\kappa = 0,18$ et $0,22$ W/m K). Pour une même valeur de T_A , la longueur de rl , pour $\kappa_1 = 0,22$ W/m K, est presque le double de celle pour $\kappa_2 = 0,18$ W/m K. Cette longueur de rl n'est jamais atteinte dans le cas κ_2 , même pour une valeur de $T_A = 79$ °C qui est presque le double de celle correspondante au cas κ_1 ($T_A = 42$ °C), (Figures II-3.3 et II-3.5). Donc, la longueur de rl en fonction du flux de la paroi latérale augmente avec l'augmentation de la conductivité thermique des parois horizontales.

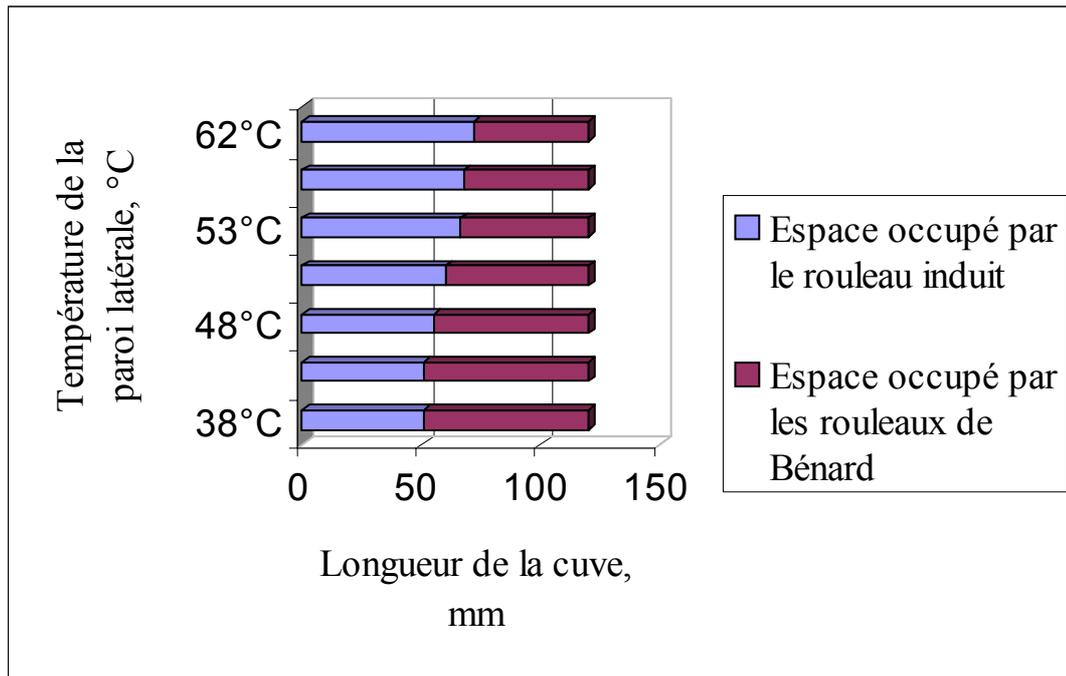


Figure II-3.9 : Invasion de la cuve par ri en fonction de la température latérale.

$\Delta T = 6.5 \text{ °C}$ and $\kappa_1 = 0.22 \text{ W/m.K}$.

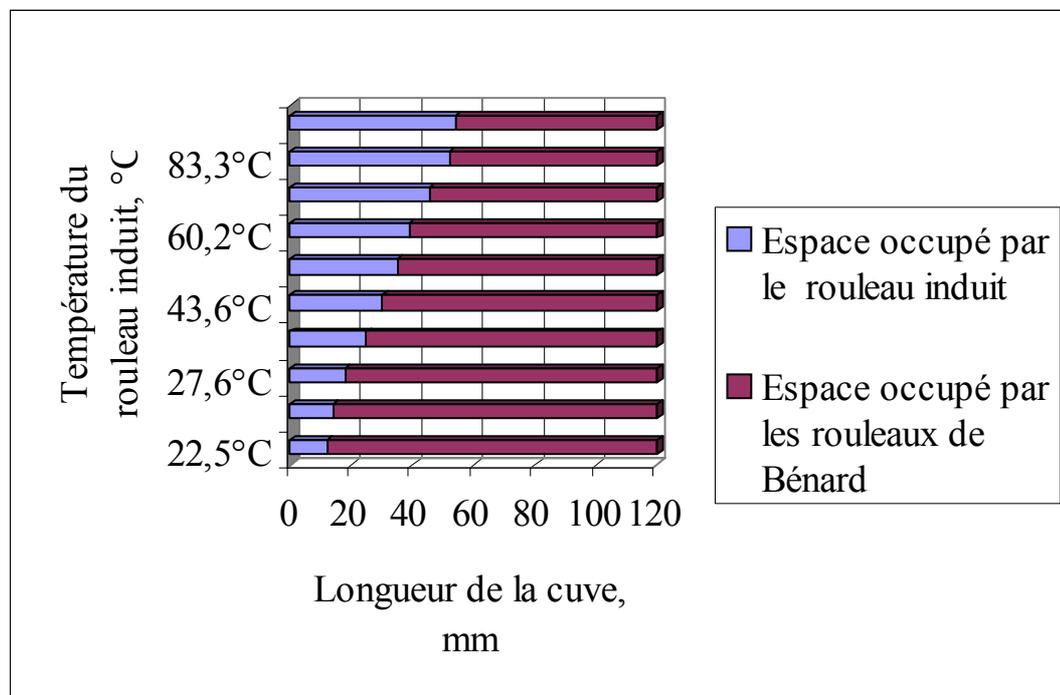


Figure II-3.10 : Invasion de la cuve par ri en fonction de la température latérale.

$\Delta T = 6.5 \text{ °C}$ and $\kappa_2 = 0.18 \text{ W/m.K}$.

II-3.3.3 Influence de ΔT vertical sur le nombre de rB en présence du rI

Le processus de destruction par paires des rB par la dilatation de rI est toujours conservé. Pour $\kappa_2 = 0,18 \text{ w/m K}$, la structure convective est constituée de, 1rI + 9rB jusqu'à une valeur de $T_{A(\max)} = 79 \text{ °C}$ et de 1rI + 7rB pour $T_{A(\max)} = 88 \text{ °C}$ dans le cas où $\Delta T = 6,5 \text{ °C}$, et de 1rI + 9rB jusqu'à une valeur de $T_{A(\max)} = 84 \text{ °C}$ et de 1rI + 7rB pour $T_{A(\max)} = 89 \text{ °C}$ dans le cas où $\Delta T = 8,2 \text{ °C}$ (Figure II-3.11). Les longueurs maximales de rI correspondantes sont respectivement 47,5 ; 54 ; 45 et 51,5 mm (Figure II-3.12). On peut conclure que, pour cette variation du gradient vertical de température, la longueur maximale de rI augmente avec l'augmentation de ΔT et que la structure convective est plus conservée quand ΔT augmente.

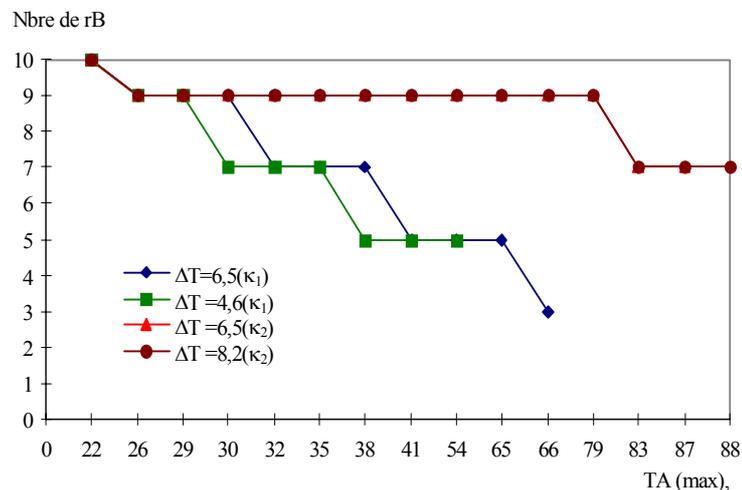


Figure II-3.11. Variation du nombre de rB en fonction de la température $T_{A(\max)}$.

II-3.3.4 Influence de la conductivité des parois horizontales sur le nombre de rB en présence du rI

L'influence de la conductivité des parois sur le seuil de la convection de Rayleigh-Bénard est montrée dans [CER98]. La conductivité des parois horizontales n'influe pas sur le principe du processus de destruction par paires des rB par la dilatation de rI. Par contre, elle influe clairement sur la structure convective et la longueur maximale du rI. La structure est de 1rI + 9rB à $T_A = 79 \text{ °C}$ et de 1rI + 7rB à $T_A = 88 \text{ °C}$ pour $\kappa_2 = 0,18 \text{ W/m K}$ ($\Delta T = 6,5 \text{ °C}$), alors qu'elle est de 1rI + 5rB à

$T_A = 41 \text{ °C}$ pour $\kappa_1 = 0,22 \text{ W/m K}$ ($\Delta T = 6,3 \text{ °C}$) (Figure II-3.11). Les longueurs maximales de l correspondantes sont respectivement 47,5 ; 54 et 49,5 mm

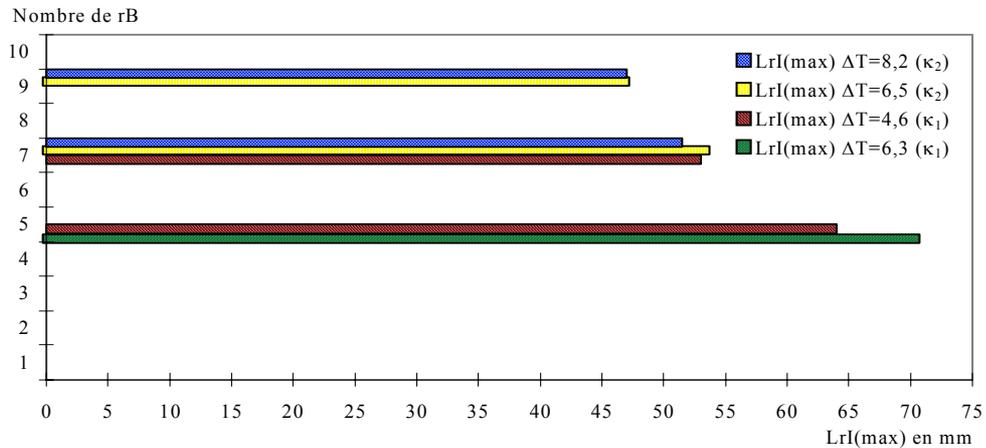


Figure II-3.11 : Variation de la longueur max de l en fonction du nombre de rB .

II-3.4 Disparition et réapparition des rouleaux R-B

Plusieurs séries d'expériences ont été réalisées pour essayer d'observer le phénomène disparition et réapparition de un ou de deux rouleaux Bénard en augmentant ou en diminuant le chauffage latéral. Les constatations suivantes ont été faites :

- le nombre de rouleaux de RB ainsi que la dimension du rouleau induit dépendent de la température du chauffage latéral;
- la disparition et la réapparition des RB se font dans la majorité des cas par paire pour conserver le sens contrarotatif. Néanmoins, on a pu examiner le phénomène pour le cas de la disparition et la réapparition d'un seul RB (Figure II-3.12);
- Dans ce cas, une confusion est à signaler dans le sens de rotation de l'un des RB, généralement sur celui du côté de la paroi latérale;
- cette structure à nombre totale de rouleaux impairs, et pour des conditions expérimentales fixes ne dure pas, elle se transforme après un certains temps en une structure à nombre de rouleaux total pairs (Figure II-3.13);

- au moment du changement de la structure (vers la fin de la transition) les dimensions de RB vont en décroissant vers la paroi A' (paroi qui ne contient pas d'élément chauffant).



Figure II-3.12 : Structure convective impaire



Figure II-3.13 : Structure convective paire

II-3.5 Changement du sens de circulation d'eau

Pour les conditions de l'expérience considérée et pour un régime stable de la convection tritherme, on procède au changement rapide (quelques secondes) du sens de circulation de l'eau froide. Après un temps considérable (six heures), une seule et unique constatation à faire : la structure convective est inchangée, typique à celle d'avant le changement du sens de circulation d'eau.

II-3.6 - Conclusion

La composition structurale pour la convection d'un fluide à haut nombre de Prandtl dans un volume confiné, le principe de la contra rotation des rB ainsi que le phénomène de leur destruction par le rl ont été observés.

La composition structurale de la convection horizontale tritherme est fonction non seulement de la perturbation par le chauffage latéral, mais dépend en plus de la conductivité thermique des parois horizontales. Nous pensons que la compétition entre les deux régimes convectifs présents dans ce problème, ainsi que la plage de variation de la longueur d'ondes du phénomène dépendent aussi de la conductivité

thermique des parois horizontales. Une étude numérique du phénomène éclaircira davantage l'influence de l'un ou de l'autre des paramètres sur la structure convective.

PARTIE II-4 :
STRUCTURES CONVECTIVES DANS UNE
CAVITE INCLINEE A TROIS PAROIS
CHAUFFANTES

II-4.1 Introduction	68
II-4.2 Procédure expérimentale	69
II-4.3 Etude des structures dans une cavité chauffée par un gradient de température uniforme	70
II-4.4 Etude des structures dans une cavité à trois parois chauffantes	77
II-4.5 Conclusion	85

STRUCTURES CONVECTIVES DANS UNE CAVITE INCLINEE A TROIS PAROIS CHAUFFANTES

II-4.1 Introduction

Un nombre important de travaux a été l'objet de la convection naturelle dans des cavités horizontales chauffées par le haut et par le bas. L'importance donnée à ce domaine de recherche a été motivée par la grande variété de domaines d'application de cette configuration particulière. La géométrie inclinée intervient aussi dans différents domaines de l'industrie et de la nature. La production de l'énergie et son mécanisme de stockage, la production des équipements électroniques et leur refroidissement, la circulation atmosphérique, pour ne citer que ces cas uniquement, sont des exemples de systèmes thermiques où en rencontre l'écoulement de la convection naturelle dans des plans inclinés. Les configurations inclinées permettent d'étudier divers types d'instabilités ainsi que leur interaction.

Pour la convection de Rayleigh-Bénard en une cavité horizontale (l'angle d'inclinaison : $\phi=0^\circ$) où la paroi inférieure est portée à une température supérieure à celle limitant le liquide d'en haut, dans la majorité des cas étudiés, la structure convective connue pour un fluide à haut nombre de Prandtl, une fois le seuil dépassé, est un réseau de rouleaux parallèles à la petite paroi latérale. D'autres cas fondamentaux tel que la boîte verticale ($\phi=90^\circ$) où généralement un rouleau unique envahit complètement l'enceinte sont à signaler. Il est à remarquer que les rouleaux longitudinaux sont la forme préférée dans les liquides à haut Pr pour les petits ϕ . Dans les références [GER76], [SHI80], [SHA90], [SUN96], on trouve une revue détaillée des études théorique, expérimentale et numérique de tous les écoulements rencontrés dans les enceintes inclinées.

Dans ce travail on présente une étude expérimentale de l'évolution de la structure convective quand ϕ varie de 0° à 90° et quand une petite paroi latérale est chauffée ou refroidie, en d'autres termes, quand trois parois de l'enceinte (deux horizontales et une latérale) sont portées à des températures différentes. Le rapport

des conductivités thermiques des parois horizontales à celle de l'huile considérée est 1,125 et 1,375.

II-4.2 Procédure expérimentale

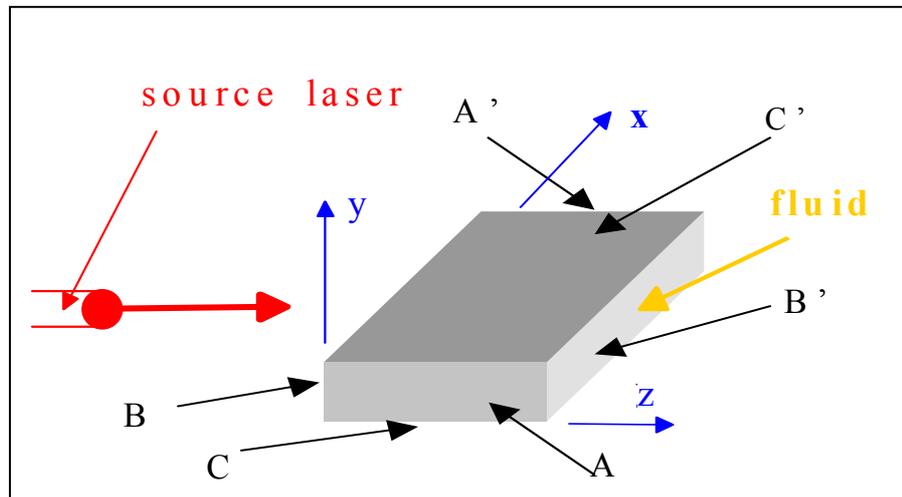


Figure II-4.1 : Dispositif expérimental. $\phi > 0$ quand A est située vers le haut de l'enceinte, et $\phi < 0$ dans le cas contraire.

L'enceinte est une cavité parallélépipédique ($12 \times 3 \times 1 \text{ cm}^3$) remplie d'huile au silicone 47v100 (Figure II-4.1).

Le gradient thermique vertical est appliqué grâce à deux écoulements liquides à température contrôlée en contact avec les parois horizontales (4 mm d'épaisseur) inférieure (C) et supérieure (C'). Les parois latérales (A, A', B et B') sont en polycarbonate transparent d'épaisseur 1 cm et de conductivité thermique proche de celle de l'huile $\kappa = 0,22 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Les parois supérieures et inférieures (C et C') sont en verre (conductivité thermique égale à 0,18). L'une des deux petites parois latérales est en cuivre en contact avec l'huile. Le rôle de cet élément est d'imposer une température dans le but de générer une convection naturelle induite.

Les températures dans les parois horizontales et le cuivre sont mesurées à l'aide de thermocouples encastrés (diamètre = 0,5 mm, de précision $\pm 0,05 \text{ }^\circ\text{C}$). L'écoulement est visualisé dans les plans horizontal et vertical à l'aide d'une nappe laser. Les lignes de courant et les trajectoires sont observées à l'aide de petites billes

d'aluminium réfléchissantes dispersées dans le liquide. Le temps d'exposition photographique est de 45 secondes.

La stabilité de la structure est observée à l'aide d'une ligne laser traversant l'enceinte et projetée sur un écran (Figures II-1.6 ; II-1.7 ; II-1.8, chapitre II.1). La permanence (continuité) de la position et de la forme de cette projection traduit la stabilité de la structure ; dans le cas contraire, la structure est instable ou non permanente, la ligne laser projetée ondule et change de positions.

L'angle d'inclinaison de l'enceinte est ϕ . Il est positif quand la petite paroi latérale (A) contenant le cuivre est située dans le haut de l'enceinte, et négatif dans le cas contraire. Deux séries d'expériences ont été réalisées :

- Expériences A : on établit le gradient de température entre les parois (C) et (C'), la température de la paroi latérale (A) est à l'ambiante ; l'angle d'inclinaison est fixe.
- Expériences B : Dès que la structure convective est établie, on chauffe la paroi latérale A. Ensuite, quand le régime est stable ou on constate qu'il est non permanent pour une durée indéterminée, on impose une nouvelle température à la paroi latérale (A).

Dans les deux expériences A et B on étudie les caractéristiques de la structure convective. Ces deux séries sont réalisées pour $\phi > 0$ (paroi chauffante vers le haut) et $\phi < 0$ (paroi chauffante vers le bas).

II-4.3 Etude des structures dans une cavité chauffée par un gradient de température uniforme

II-4.3.1 Phénomène observé

Le phénomène de base observé est bien évidemment la thermoconvection, le liquide peu dense (chaud) ayant tendance à s'élever, alors que le lourd (froid) à tendance à descendre.

En conséquence, dans les régions près de A ou A' le mouvement du liquide est très simple et est commandé par l'inclinaison de la boîte uniquement comme

schématisé sur la figure II-4.1. Le rôle des parois A et A' est seulement de guider les flux qui opèrent en synergie.

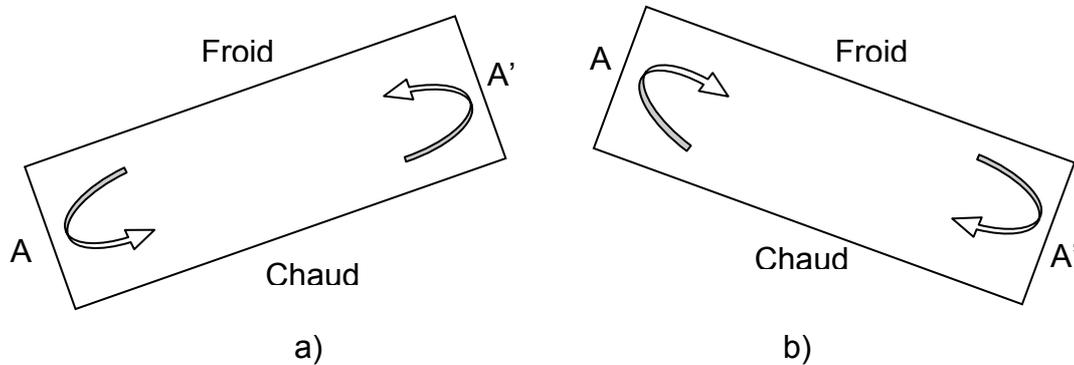


Figure II-4.1 : Circulation de base du fluide

- a) paroi contenant l'élément chauffant en haut de la cuve.
- b) paroi contenant l'élément chauffant en bas de la cuve.

Lorsque l'angle d'inclinaison ϕ est très grand [SCH65] et [BUH79], les deux flux se rejoignent et forment tout naturellement un rouleau unique ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide (Figure II-4.2).

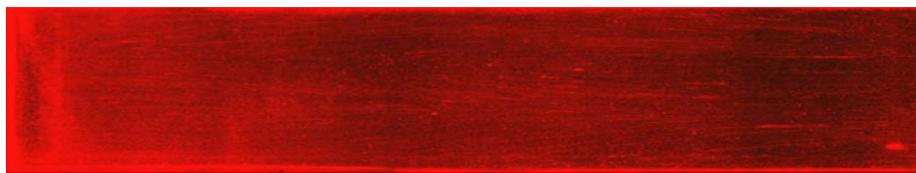
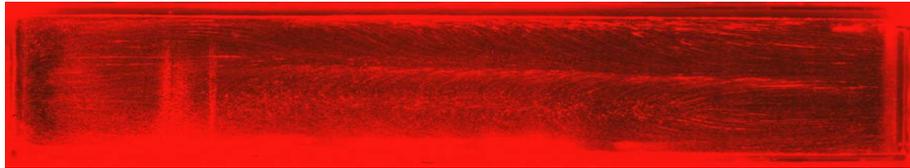


Figure II-4.2 : Rouleau unique, $\phi > 60^\circ$

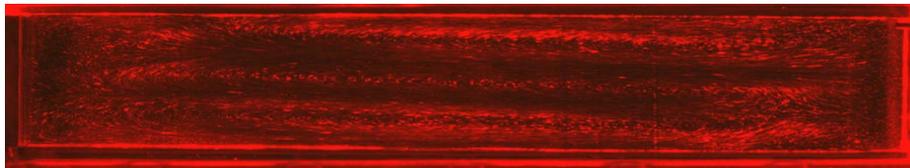
Pour des inclinaisons intermédiaires, la structure se complique du fait que le liquide froid s'alourdit continuellement par un contact prolongé avec la paroi froide C', et tombe vers C bien avant d'atteindre A, pour $\phi < 0$ (où A', pour $\phi > 0$). Dans le

même temps, le liquide chaud, a tendance à s'élever vers C' car il s'échauffe de plus en plus d'où l'apparition de structures convectives longitudinales à 3D. Celles-ci sont caractérisées essentiellement :

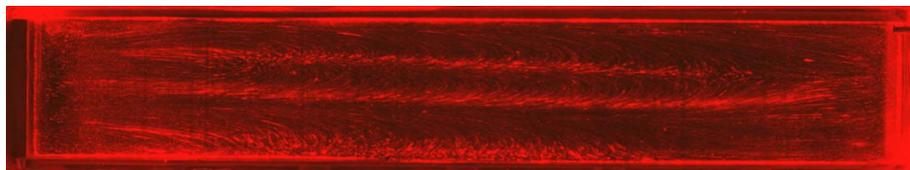
- par une première zone presque plane P1 parallèle ou légèrement inclinée par rapport à Oy où le mouvement général du liquide est, pour $\phi < 0$, ascendant de A vers A', donc constitué de liquide chaud (Figure II-4.3).
- Une deuxième zone presque plane P2 également parallèle ou légèrement inclinée par rapport à Oz où le mouvement général du liquide est de A' vers A, donc descendant et constitué de liquide froid (Figure II-4.3).



Y = 0,8



Y = 0,5



Y = 0,2

Figure II-4.3 : Structure inclinée. $\phi = +40^\circ$, $Ra = 7600$, $T_A = \text{Ambiante}$

- Les deux zones P1 et P2 sont reliées par des lignes de courant dues au fait que,

- * dans les régions supérieures ($y \geq 0,7$) le liquide chaud dans P1 ascendant, se refroidit et a donc tendance à rejoindre le liquide froid dans P2,
- * dans les régions inférieures ($y \leq 0,3$) le liquide froid descendant dans P2 se réchauffe et à tendance à passer dans P1.

Les écoulements dans les zones P1 et P2 ne sont pas de même sens pour les deux cas $\phi > 0$ et $\phi < 0$. Ils sont de sens opposés.

Les lignes de courant ont donc une courbure dirigée vers A ou A' (Figure II-4.3) selon qu'elles sont situées dans les plans $y \leq 0,3$ ou $y \geq 0,7$.

On peut essayer de se représenter une telle structure convective comme un "pseudo-rouleau (PR)" à 3D, les deux zones P1 et P2, étant en fait les lieux des extrémités d'ellipses gauches, le tout étant schématisé ci dessous (Figure II-4.4).

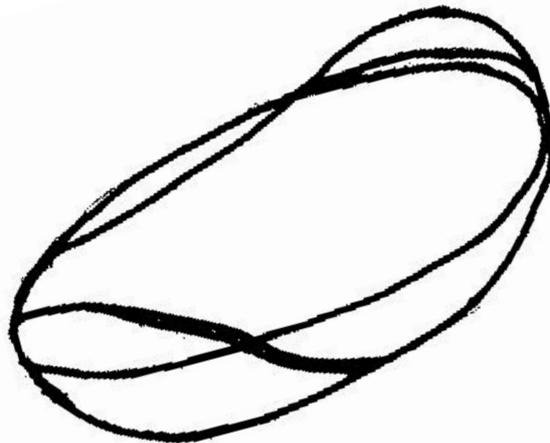


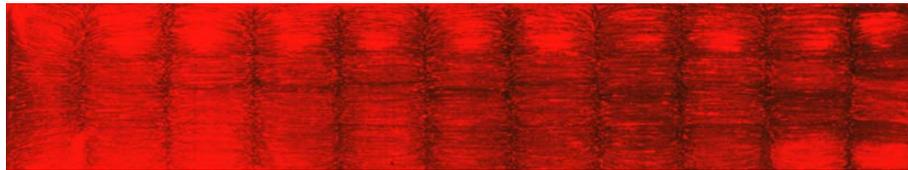
Figure II-4.4 : Forme schématisé du "pseudo-rouleau".

Près des bords A (ou A'), deux cas sont possibles. Les "pseudo-rouleaux" se combinent au rouleau du bord A (ou A'). Dans ce cas les écoulements sont de même sens et on observe une continuité des écoulements. Dans le second cas, ils sont de sens opposé et il en résulte un écoulement vers (C ou C') comme le montre la figure II-4.3

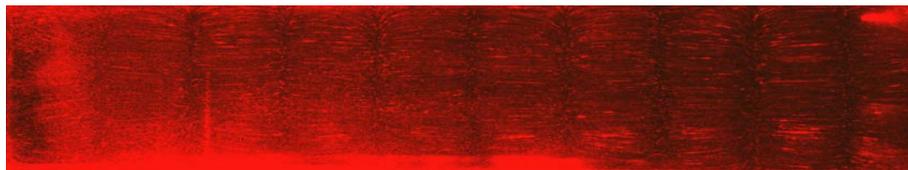
II-4.3.2 Evolution de la structure en fonction de l'angle d'inclinaison

Dans les études de la convection dans des boites rectangulaires chauffées par le bas et refroidies par le haut, les structures observées sont fonction de l'angle d'inclinaison comme il a été déjà remarqué dans toutes les études relatives à ce sujet.

Lorsque $\phi = 0^\circ$ (cavité horizontale), la structure observée, comme il est bien connu, est un réseau de rouleaux transverses, c'est à dire parallèles aux parois A et A'. C'est la convection dite de Rayleigh-Bénard (Figure II-4.5).



Y = 0,2



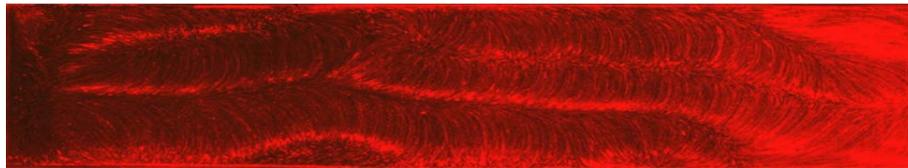
Y = 0,8

Figure II-4.5 : Rouleaux de Bénard. $\phi = 0^\circ$, $Ra = 7600$, $T_A = \text{Ambiante}$

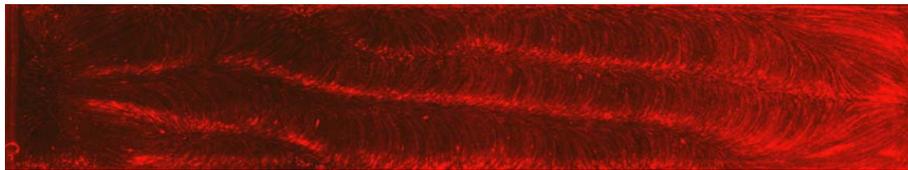
Pour les faibles inclinaisons $\pm 1^\circ \leq \phi \leq \pm 3^\circ$, la structure est formée d'un mélange de rouleaux transverses et longitudinaux et peut être considérée comme la transition d'un réseau à l'autre [CER97].

Pour les petites inclinaisons $\pm 4^\circ \leq \phi < \pm 10^\circ$, comme prédit par Gershouni et Zhukovitskii [GER76], la seule structure convective existante est constituée par deux rouleaux longitudinaux RL. Toutefois, au contact des parois A et A', la présence de rouleaux transverses RT, de forme triangulaire est signalée par Cerisier [CER97]. Ces RT peuvent être considérés comme des écoulements secondaires comme l'ont montré expérimentalement et numériquement Masuoka et Shimizu [MAS87].

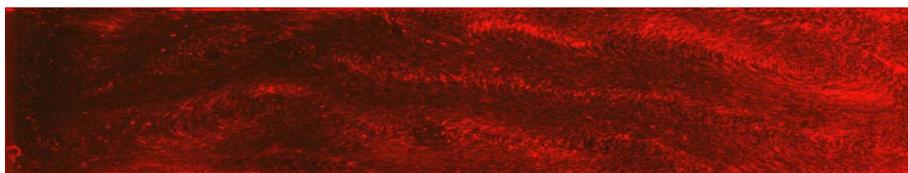
Lorsque ϕ atteint $\pm 10^\circ$, la structure passe de deux RL à trois "pseudo-rouleaux PR" dans le sens des parois B et B' et ondulés (Figure II-4.6). Cette structure, non stationnaire, est observée pour des angles allant jusqu'à environ 25° .



Y = 0,8



Y = 0,5



Y = 0,2

Figure II-4.6 : Pseudo rouleaux ondulés.

$\phi = +10^\circ$, $Ra = 7600$, $T_A = \text{Ambiante}$

Lorsque l'angle ϕ est compris entre $\pm 25^\circ \leq \phi \leq \pm 40^\circ$ la structure est formée de trois "pseudo-rouleaux PR" obliques par rapport à l'axe X. L'influence de l'angle d'inclinaison est traduite par l'augmentation des rouleaux de bord A et A' et la diminution relative des PR (Figure II-4.7).

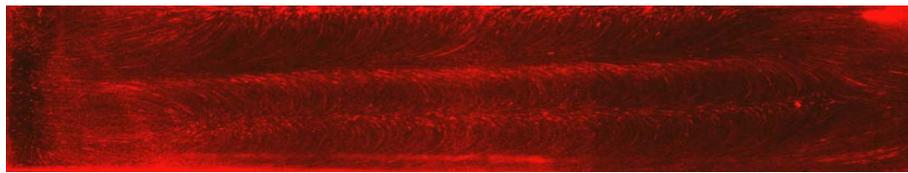
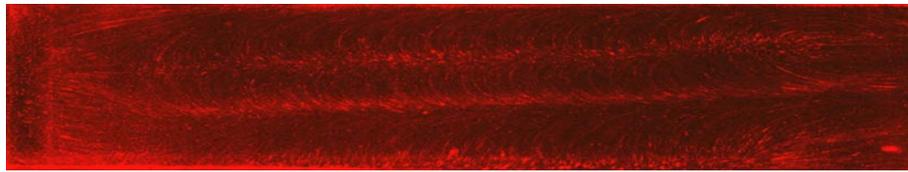
 $Y = 0,8$  $Y = 0,2$

Figure II-4.7 : Pseudo rouleaux obliques.

 $\pm 25^\circ \leq \phi \leq \pm 40^\circ$, $Ra = 7600$, $T_A = \text{Ambiante}$

En augmentant l'angle d'inclinaison jusqu'à 60° , une structure à 2 RL se dessine progressivement. Les deux PR voisins des parois B et B' s'élargissent, et ceci de manière plus marquée du côté bas que du côté haut. Il en résulte que le PR central prend la forme d'un triangle et voit sa taille diminuer lorsque $|\phi|$ augmente (Figure II-4.8).

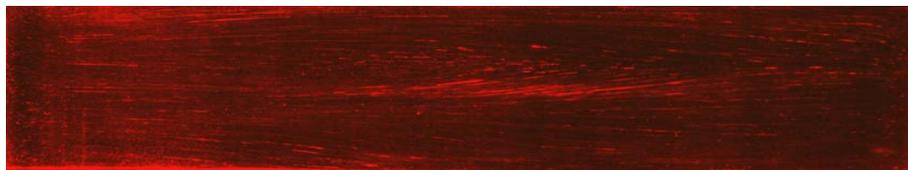
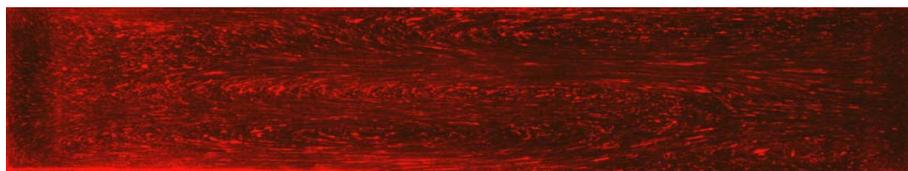
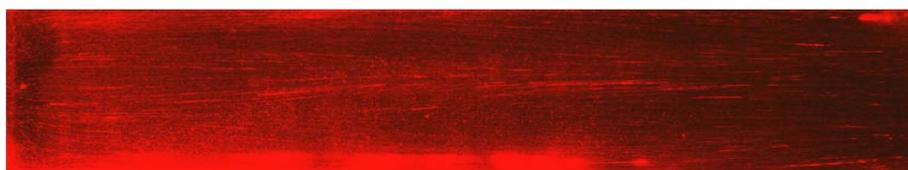
 $Y = 0,2$  $Y = 0,5$  $Y = 0,8$

Figure II-4.8 : Structures à deux rouleaux longitudinaux.

 $\phi = \pm 60^\circ$, $Ra = 7600$, $T_A = \text{Ambiante}$

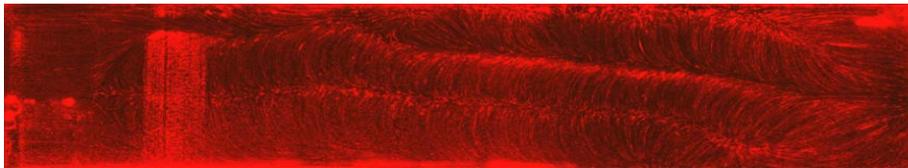
En augmentant d'avantage ϕ jusqu'à 90° , cas de la cavité verticale, les deux rouleaux de bord se rejoignent et forment un écoulement, ascendant le long de C, surface chaude, et descendant le long de C', surface froide [SCH65] et [BÜH79].

L'influence du signe (\pm) de ϕ , c'est à dire paroi A contenant le cuivre vers le haut ou vers le bas, se traduit par l'inversion du sens de circulation du liquide dans les zones P1 et P2, ainsi que les courbures des lignes de courant.

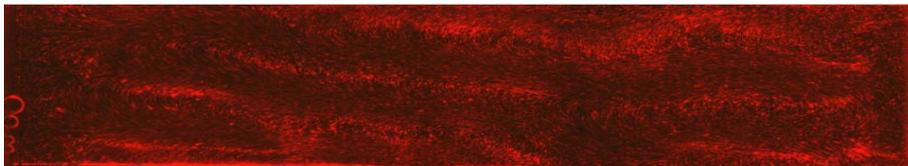
II-4.4 Etude des structures dans une cavité à trois parois chauffantes

II-4.4.1 Paroi latérale chauffante (A) vers le haut ($\phi > 0$)

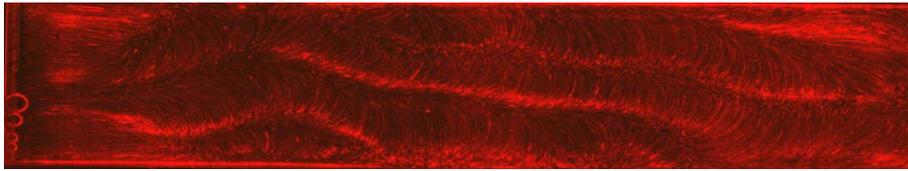
Comme déjà souligné, les parois latérales A et A' ont une influence sur la structure convective se traduisant par des écoulements secondaires au voisinage des parois [MAS87] ou des rouleaux transverses [CER97]. Cette influence est confirmée par nos expériences, et en augmentant la température T_A , la taille du rouleau de bord augmente [Figure II4.9]. L'augmentation de T_A jusqu'à 70°C fait augmenter la taille du rouleau du bord, mais elle est loin d'avoir les mêmes influences que pour les faibles ϕ .



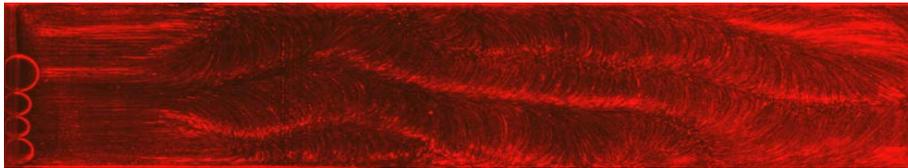
$$Y = 0,8, T_A = 30,3^\circ$$



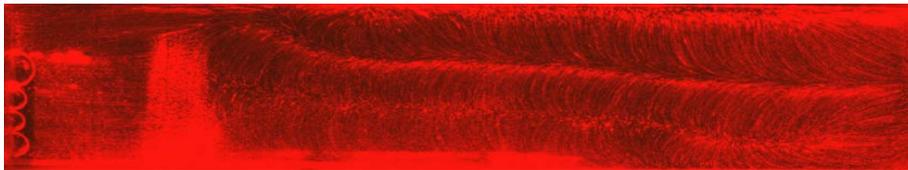
$$Y = 0,5, T_A = 30,3^\circ$$



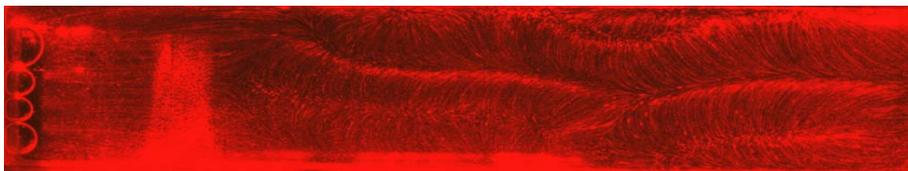
$$Y = 0,2, T_A = 30,3^\circ$$



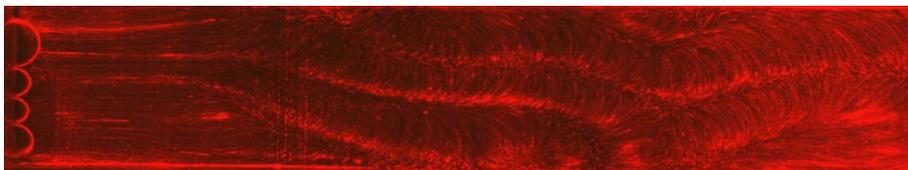
$$Y = 0,2, T_A = 40,2^\circ$$



$$Y = 0,2, T_A = 40,2^\circ$$



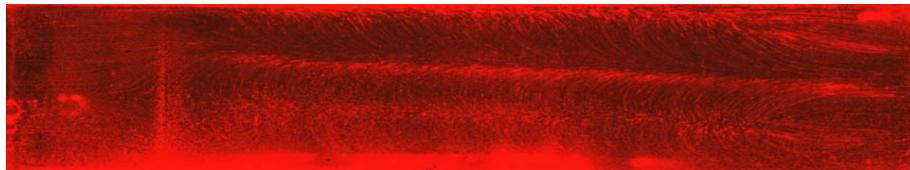
$$Y = 0,2, T_A = 58,8^\circ$$



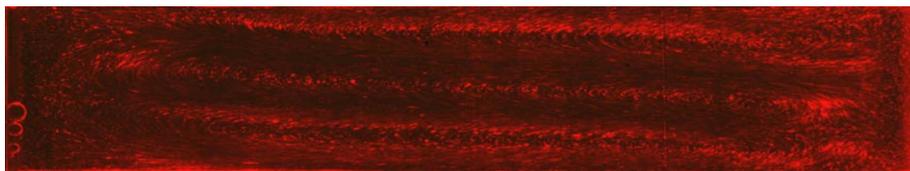
$$Y = 0,2, T_A = 58,8^\circ$$

Figure II-4.9 : Pseudo rouleaux ondulés.
 $\phi = + 10^\circ, Ra = 7600$

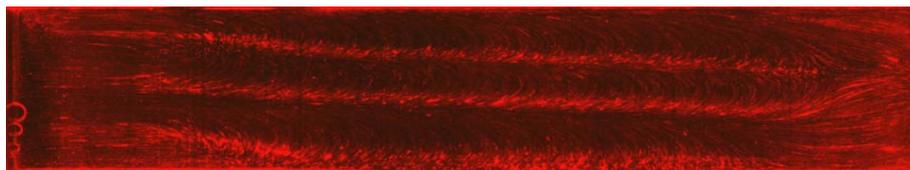
L'influence de T_A sur les PR se caractérise par la diminution de leur taille selon la longueur X et peut être par la position des plans contenant ces PR (Figure II-4.10).



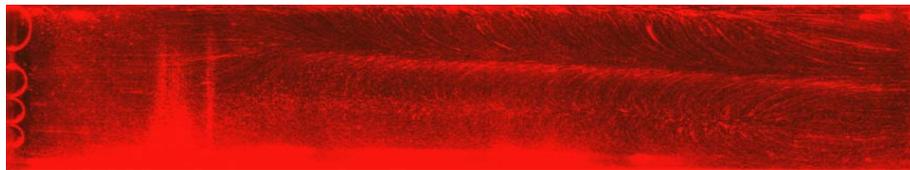
$$Y = 0,8, T_A = 29,9^\circ$$



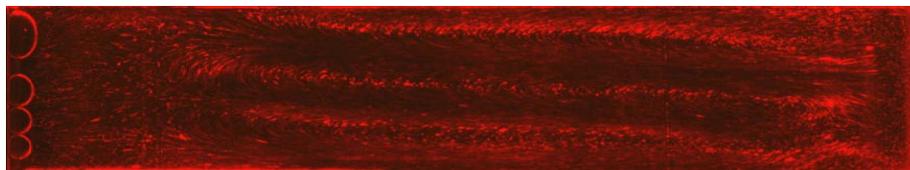
$$Y = 0,5, T_A = 29,9^\circ$$



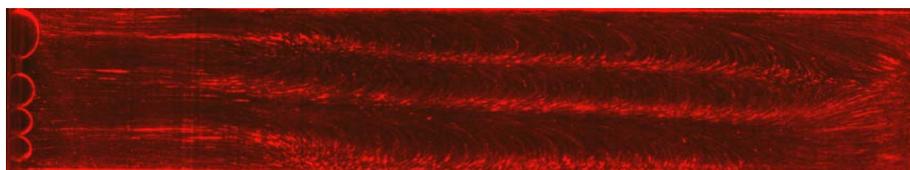
$$Y = 0,2, T_A = 29,9^\circ$$



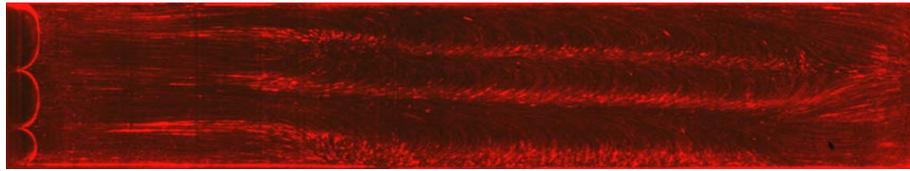
$$Y = 0,8, T_A = 52,7^\circ$$



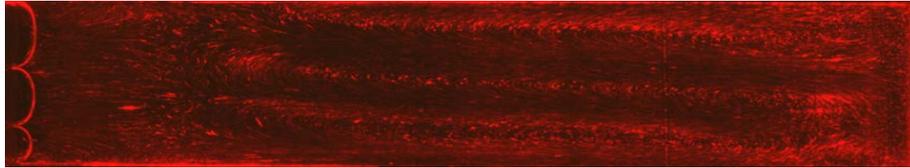
$$Y = 0,5, T_A = 52,7^\circ$$



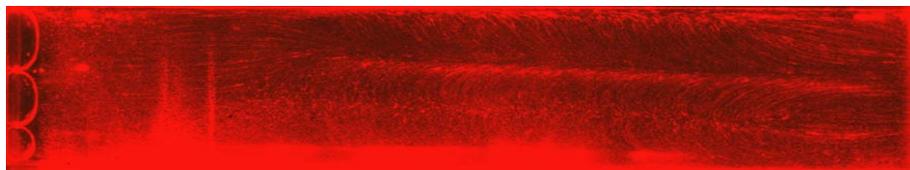
$$Y = 0,2, T_A = 52,7^\circ$$



$$Y = 0,2, T_A = 67,6^\circ$$



$$Y = 0,5, T_A = 67,6^\circ$$

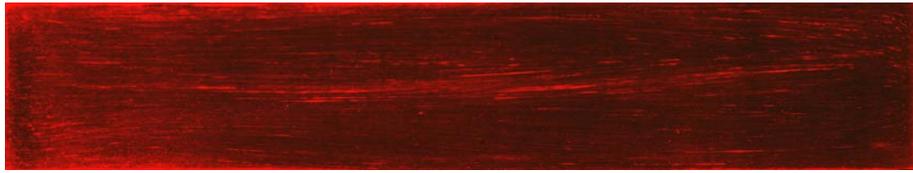


$$Y = 0,8, T_A = 67,6^\circ$$

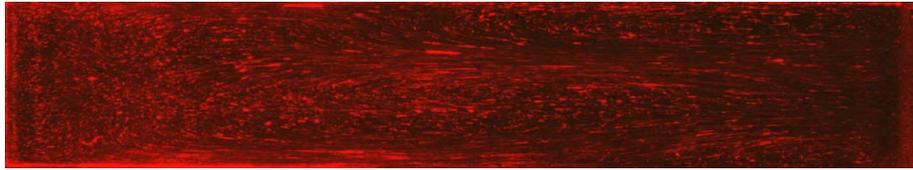
Figure II-4.10 : Pseudo rouleaux longitudinaux.
 $\phi = + 25^\circ$, $Ra = 7600$

En augmentant ϕ de 25° à 50° , l'allure générale de la structure, reste inchangée. La taille du rouleau du bord et sa variation deviennent plus importants.

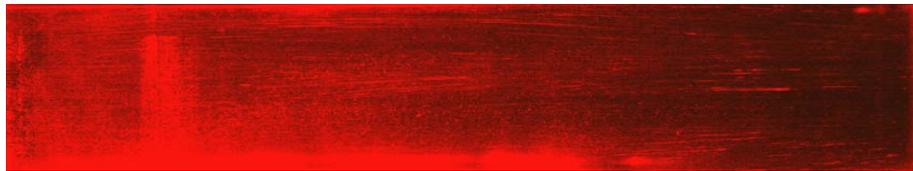
Pour les angles $\phi > 60^\circ$ dans les zones $y \leq 0,3$, l'effet du chauffage latéral est associé à l'effet de la paroi chauffée C. La structure est formée du côté A d'un rouleau de bord descendant dans les zones $y \leq 0,3$ et ascendant dans les zones $y \geq 0,7$. Dans ce dernier s'enfonce un RL s'appuyant sur A' sous forme de cône de faible dimension selon Y et en sens inverse. En augmentant T_A , le rouleau de bord augmente et envahit la cavité (Figure II-4.11).



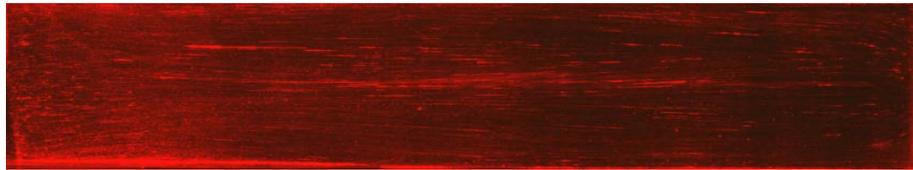
$$Y = 0,2, T_A = 40,3^\circ$$



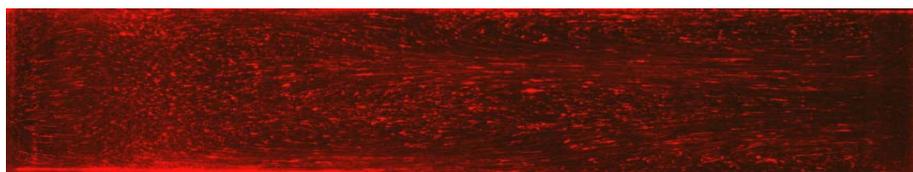
$$Y = 0,5, T_A = 40,3^\circ$$



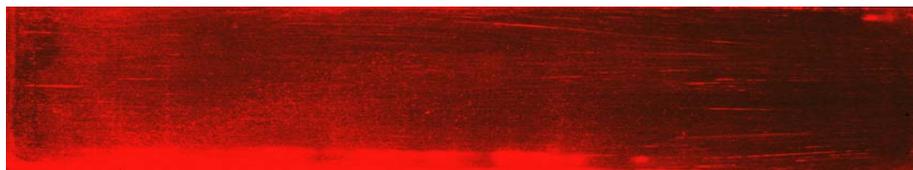
$$Y = 0,8, T_A = 40,3^\circ$$



$$Y = 0,2, T_A = 70,3^\circ$$



$$Y = 0,5, T_A = 70,3^\circ$$



$$Y = 0,8, T_A = 70,3^\circ$$

Figure II-4.11 : Structures à rouleau longitudinal unique.

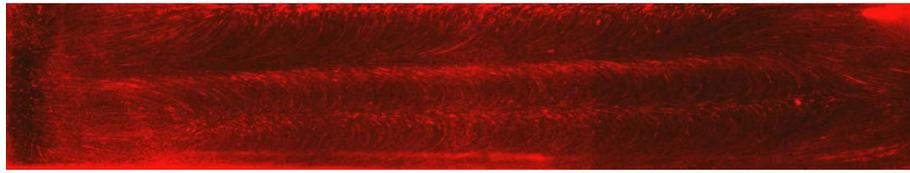
$$\phi = + 60^\circ, Ra = 7600$$

II-4.4.2 Paroi latérale chauffante (A) vers le bas ($\phi < 0$)

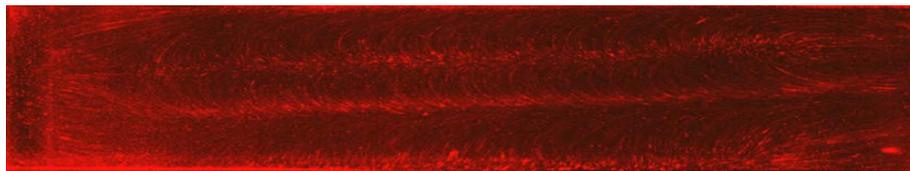
A la différence du cas de la cavité inclinée à chauffage différentiel, une différence dans la structure existe par rapport au cas $\phi > 0$. En plus de l'inversion du déplacement du fluide dans les parois P1 et P2, ainsi que la courbure des lignes de courant, la structure n'évolue pas de la même manière en fonction de T_A comme dans le cas précédent.

En augmentant T_A jusqu'à 50 °C, la structure se compose de 2 RL au lieu de 3 PR, comme dans le cas des faibles inclinaisons ($\phi < 10^\circ$). Cette structure est observée pour les angles $25^\circ \leq \phi \leq 50^\circ$. En augmentant davantage T_A , un RT se forme, et sa taille augmente avec l'augmentation de celle-ci (Figure II-4.12).

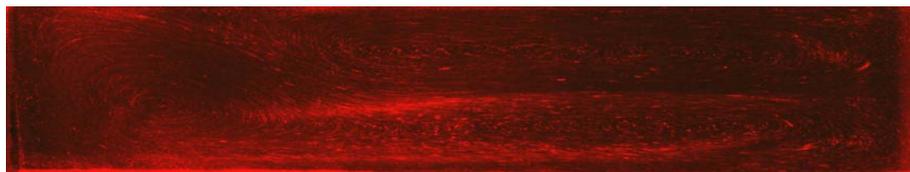
Le passage d'une structure à 3 PR à celle à 2 RL peut s'expliquer par l'apport de chaleur apporté par la paroi A, et qui affecte le reste de la cavité en laissant plus longtemps les particules fluides plus légères et par conséquent retombent le plus loin possible des parois B et B'. Le phénomène contrarotatif oblige les particules partant des parois B et B' de se rencontrer au milieu, elle retombent et elles forment 2 RL (Figure II-4.13).



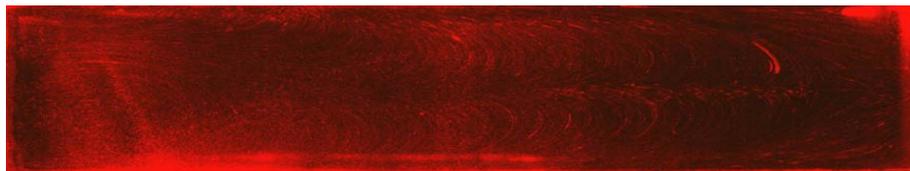
$$Y = 0,8, T_A = 23,6^\circ$$



$$Y = 0,5, T_A = 23,6^\circ$$

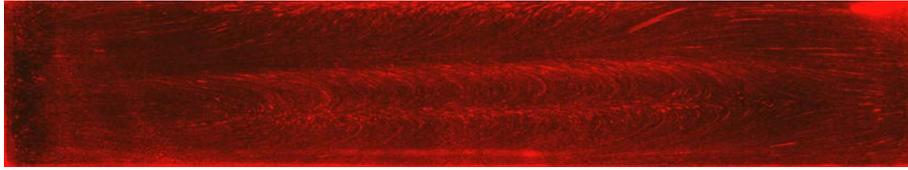


$$Y = 0,5, T_A = 67,4^\circ$$

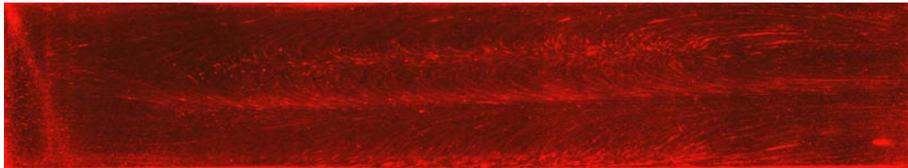


$$Y = 0,8, T_A = 67,4^\circ$$

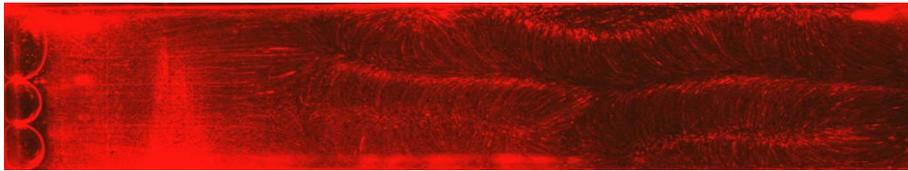
Figure II-4.12 : Influence de T_A sur la structure convective.
 $\phi = -25^\circ$, $Ra = 7600$



$$Y = 0,8, T_A = 23,6^\circ$$



$$Y = 0,5, T_A = 23,6^\circ$$



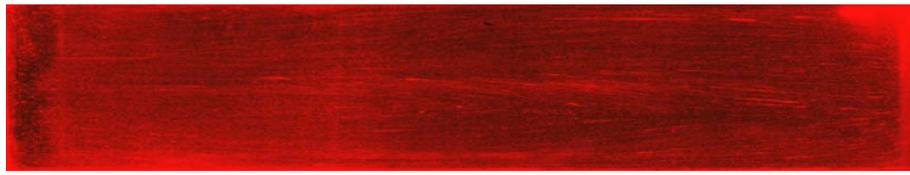
$$Y = 0,8, T_A = 67,4^\circ$$



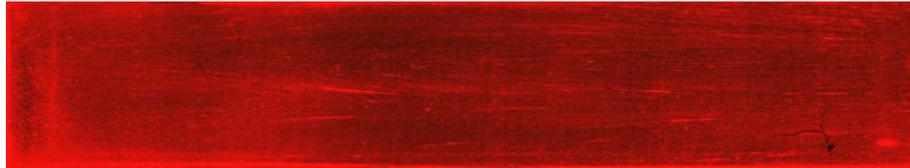
$$Y = 0,5, T_A = 67,4^\circ$$

Figure II-4.13 : Influence de T_A sur la structure convective.
 $\phi = -40^\circ$, $Ra = 7600$

Pour $\phi > -60^\circ$, le mouvement du liquide qui est quasi ascendant le long de C et inversement le long de C' est accéléré par l'apport de chaleur de la paroi A. Dans la figure II-4.14, il est caractérisé par l'augmentation de courbure des lignes de courant dans les régions $y \leq 0,3$ et par l'intersection de deux courants dans les zones $y \geq 0,7$, et ceci près de la paroi A. En augmentant T_A , la taille de RT augmente aussi.



$$Y = 0,8, T_A = 23,3^\circ$$



$$Y = 0,2, T_A = 23,3^\circ$$

Figure II-4.13 : Influence de T_A sur la structure convective.
 $\phi = -60^\circ, Ra = 7600$

II-4.5. Conclusion

L'évolution de la structure convective d'un liquide à haut nombre de Prandtl (Pr) dans une enceinte rectangulaire à trois parois chauffées différemment a été examinée expérimentalement. L'influence du rapport conductivités thermiques fluide-paroi a été mise en évidence. Comparée avec l'étude faite sur la structure convective avec une autre conductivité thermique des parois, une nette différence existe au niveau de la structure convective : les rouleaux longitudinaux pour $\pm 10^\circ \leq \phi \leq \pm 60^\circ$ sont dans notre étude des "pseudo rouleaux" longitudinaux. Pour la convection tritherme, une différence dans l'évolution de la structure convective entre les cas $\phi > 0$ et $\phi < 0$ existe, chose qui n'a jamais été mentionnée. En dépit de cette exploration on propose un diagramme (Figure II-4.14) qui montre les domaines de stabilité et d'instabilité de la structure convective en fonction de l'angle d'inclinaison ϕ et du chauffage latéral T_A .

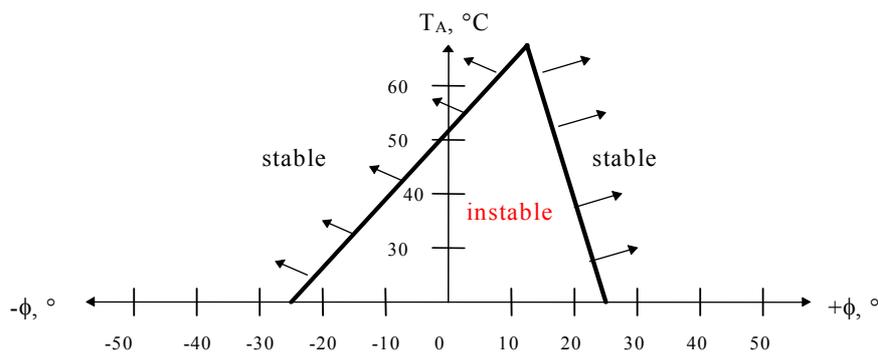


Figure II-4.14. Diagramme de stabilité de la structure en fonction de l'angle d'inclinaison et de la température latérale

Nous avons aussi confirmé ce qu'il a été dit par Cerisier et al. [CER98] que la convection est tridimensionnelle, contrairement à ce qu'il a été toujours considéré. Le phénomène dépend des conductivités thermiques des parois et des caractéristiques physiques. Pour déterminer l'influence, des paramètres physiques, de la puissance du chauffage latéral sur la structure convective, une étude expérimentale (détermination des champs de température et mesure du transfert de chaleur) ainsi que numérique plus générale et plus complète est nécessaire.

PARTIE III :

ETUDE NUMERIQUE

III-1 : Introduction	87
III-2 : Analyse théorique	88
III-3 : Analyse numérique	92
III-4 : Interprétation des résultats	102
III-5 : Conclusion	115

ETUDE NUMERIQUE

III -1 Introduction

Les études numériques sur la thermoconvection dans des récipients de diverses formes chauffées par le bas et par le haut ont été extrêmement nombreuses au cours des dernières années, car ces travaux servent à modéliser les phénomènes physiques variés et très différents intervenant dans divers processus comme la météorologie, la géophysique, l'astrophysique, etc.

Le cas étudié et le plus connu, est la convection de Rayleigh- Bénard qui apparaît dans une couche horizontale de liquide chauffée par le bas et refroidie par le haut. Ce phénomène a permis notamment une meilleure compréhension des problèmes de seuil d'instabilité [STE93], de désordre structural et de transition vers le chaos [WES79] et [CER98] ainsi que l'influence des paramètres physiques et géométriques [NIE98]. Près du seuil de convection, la structure la plus souvent observée dans la majorité des cas étudiés est un réseau de rouleaux parallèles au petit côté du récipient [CHE92].

Un autre cas d'étude très important s'ajoutant aux études précédentes est la convection trithème, dont un gradient thermique horizontal est appliqué par le chauffage d'une paroi latérale et les travaux signalés ci-dessus portent sur l'existence de trois parois chauffantes. Le but de la présente étude est de préciser :

- i. Comment la structure convective porte un rouleau induit (l'élargissement du rouleau voisin de la paroi latérale chauffée).
- ii. L'effet de la variation de la température de la paroi latérale sur la distance du rouleau induit.
- iii. L'influence de la conductivité thermique sur la structure convective, spécialement au niveau du rouleau induit.

III -2 Analyse théorique

III -2.1 Formulation du problème :

Le cas à étudier est une cavité parallélépipédique remplie d'huile de silicone ($Pr = 880$ à 25°C), les dimensions de cette cavité sont : (10 x 1 x 3) cm. L'étude est bidimensionnelle dans le plan xy, le phénomène est symétrique donc le problème sera traité dans le plan vertical médian selon l'axe $y = 1,5$ et dont on a :

- H : Hauteur de la couche fluide égale à 1 cm.
- e : Epaisseur des parois horizontales (supérieure et inférieure) égale à 0,3 cm.
- e_1 : Epaisseur des parois latérales (A, A') égale à 1 cm.
- L_x : Longueur de la cavité égale à 10 cm.
- Le liquide est l'huile au silicone, ses propriétés physiques à 25°C sont :
 - Viscosité cinématique $\nu = 1.10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.
 - Densité $\rho = 0,965$.
 - Conductivité thermique $\kappa = 0,16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
 - Chaleur spécifique $C_p = 1,46 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
 - Coefficient de dilatation isobare $\alpha = 9,45.10^{-4}\text{K}^{-1}$.
 - Nombre de Prandtl $Pr = 880$.
- (C, C') : Parois horizontales inférieure et supérieure maintenues chacune à une température uniforme sur leur face extérieure.
- (A) et (A') : parois latérales en polycarbonate de conductivité thermique $\kappa_2=0,22 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- (A) : est en cuivre en contact de l'huile, le rôle de cet élément est d'imposer une température dans le but de générer un champ de température latéral.
- (A') : soumise à la température ambiante.

III -2.2 Configuration géométrique :

Dans ce travail le système mathématique étudié est présenté pour la convection naturelle laminaire dans une boîte rectangulaire (L, l, h), horizontale chauffée uniformément par le bas et refroidie par le haut, avec des parois latérales adiabatiques. La figure III-1 indique la géométrie du système proposé.

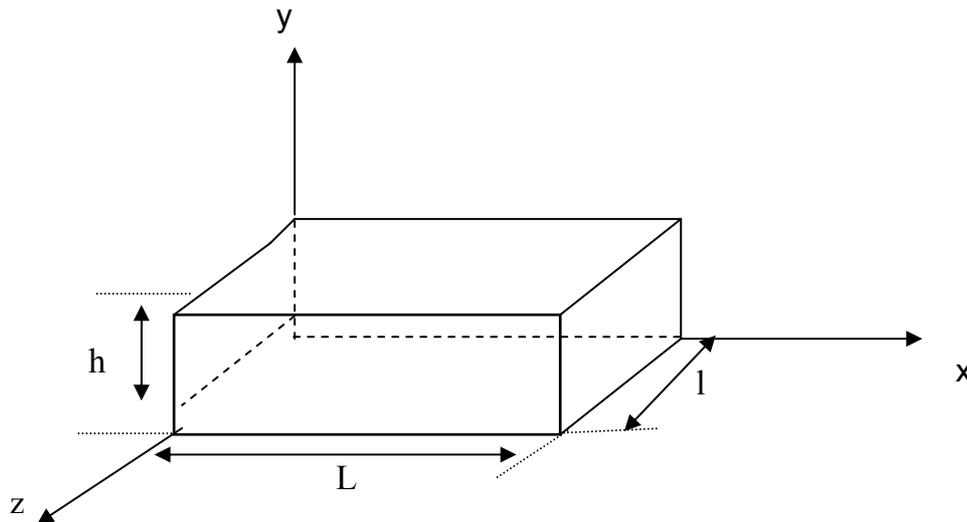


Figure III-1 : représentation schématique du modèle étudié.

III -2.3 Etablissement des équations :

La détermination des équations qui gouvernent les phénomènes de transfert, assujetties aux conditions aux limites traduisant la configuration physique, constitue la première phase de tout traitement numérique. Pour que ce dernier se fasse dans des conditions simples et en un temps réduit nous devons procéder à des simplifications basées sur des hypothèses liées aux caractéristiques de l'écoulement ainsi que le fluide.

Les équations utilisées pour la description du problème, sont écrites dans un système de coordonnées tridimensionnel (x, y, z) défini par la figure III-1. La vitesse de l'écoulement, en un point du champ dynamique, est donc décomposée suivant les trois directions de la géométrie utilisée. Ces études ont pour objectif de déterminer le champ scalaire de température $T(x, y, z)$ ainsi que le champ vectoriel de la vitesse $V(x, y, z)$ de l'écoulement.

Les équations servant à décrire ces champs dynamiques et thermiques s'obtiennent de la formulation mathématique des principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement ainsi que de l'énergie. A ces équations s'ajoutent les conditions aux limites du problème.

Dans le système de coordonnées (x, y, z) les équations s'écrivent comme suit :

Equation de continuité :

C'est l'équation qui exprime le principe de conservation de la masse, pour un volume de contrôle matériel. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot V = 0 \quad V=(u, v, w) \quad (\text{III-1})$$

Equation de quantité de mouvement :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et les causes qui le produisent, où on peut indiquer que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées, son expression est:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p_i}{\partial x_i} + \rho F_i - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu \operatorname{div} v) + \operatorname{div} (\mu \operatorname{grad} v_i) + \operatorname{div} \left(\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right) \quad (\text{III-2})$$

avec : $i=1,2,3.$

$j=1,2,3.$

Equation de conservation d'énergie :

Les équations de conservation d'énergie expriment le premier principe de la thermodynamique sous sa forme différentielle. Il est traduit par l'équation suivante :

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} T) + T \beta \frac{dp}{dt} + q + \bar{\phi} \quad (\text{III-3})$$

III -2.3.1 Hypothèses simplificatrices :

La résolution de ce système d'équations aux dérivées partielles se fait dans le cadre des hypothèses simplificatrices généralement utilisées et qui consistent essentiellement à supposer que :

- Le fluide est Newtonien.
- L'écoulement est laminaire.
- La dissipation visqueuse de l'énergie est négligeable.
- Les termes de pression sont négligeables dans l'équation de la chaleur.
- Le fluide est incompressible et les propriétés physiques du fluide sont constantes sauf les variations de la masse volumique qui sont uniquement dues aux variations de la température :

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) (T - T_0) \right) \quad (\text{III-4})$$

ou bien en introduisant le coefficient de dilatation thermique :

$$\beta = - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (\text{III-5})$$

de (III-4) et (III-5), la masse volumique s'écrit donc sous la forme :

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0)) \quad (\text{III-6})$$

Le domaine est considéré comme une cavité fermée et le fluide confiné. Sur les frontières (c'est à dire : les parois latérales de la cavité) les vitesses sont nulles et la température considérée égale à celle du milieu ambiant.

III -2.3.2 Conditions aux limites :

III -2.3.2.1 Conditions aux limites dynamiques :

Sur les frontières du domaine, on considère que le fluide est au repos et que sur toutes les parois, la vitesse doit respecter les conditions d'adhérence du fluide qui sont formulées par la relation suivante :

$$u = v = w = 0 \quad (\text{III-12})$$

Le long de toutes les parois latérales ainsi que pour les deux plaques; supérieure et inférieure, la vitesse est nulle.

III -2.4.2.2 Conditions aux limites thermiques :

La température le long des deux surfaces inférieure et supérieure est :

$$\begin{aligned} T &= T_c \quad \text{pour } y = 0; \quad 0 \leq x \leq L; \quad 0 \leq z \leq l \\ T &= T_f \quad \text{pour } y = h; \quad 0 \leq x \leq L; \quad 0 \leq z \leq l \\ T &= T_A \quad \text{pour } x = 0; \quad 0 \leq y \leq h; \quad 0 \leq z \leq l \end{aligned} \quad (\text{III-13})$$

Les conditions aux limites pour les parois latérales adiabatiques sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 \quad \text{pour } x = L; \quad 0 \leq y \leq h; \quad 0 \leq z \leq l \\ \frac{\partial T}{\partial z} &= 0 \quad \text{pour } z = 0 \text{ et } z = l; \quad 0 \leq y \leq h; \quad 0 \leq x \leq L \end{aligned} \quad (\text{III-14})$$

III -3 Analyse numérique :

III -3.1 Géométrie du problème :

La configuration géométrique du problème étudié est indiquée sur la figure III-1.

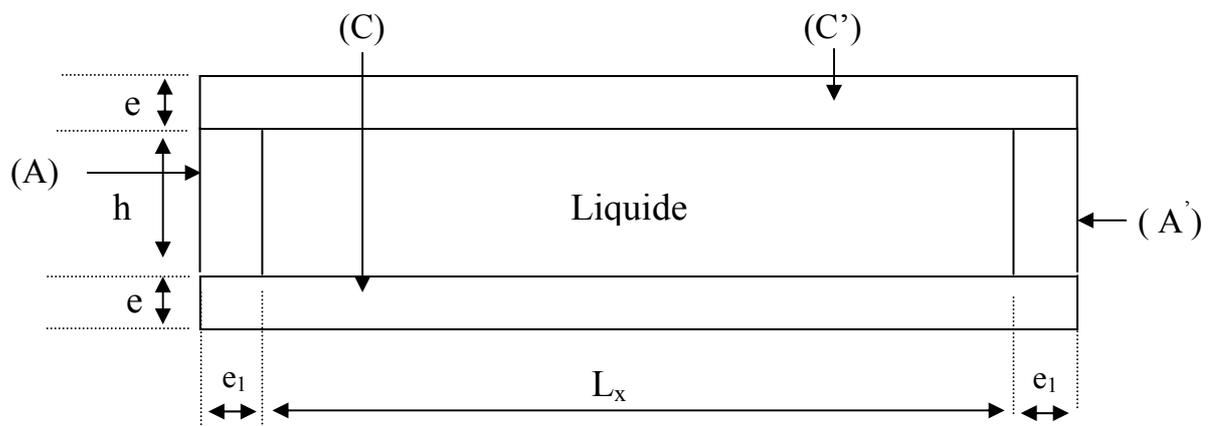


Figure III-2 : Géométrie du Problème.

III -3.2 Equations simplifiées

En tenant compte des hypothèses citées ci-dessus, les équations simplifiées s'écrivent comme suit :

Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-15})$$

Equations de quantité de mouvement

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{III-16})$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + g\beta(T - T_0)$$

avec, μ : la viscosité dynamique.

Equation d'énergie

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{III-17})$$

III -3.3 Conditions aux limites

La résolution de ces équations différentielles aux dérivées partielles nécessite des conditions aux limites (hydrodynamiques et thermiques) aux quatre frontières du domaine d'étude.

Conditions aux limites hydrodynamiques et Thermiques pour :

$$y = 0$$

- $u = v = 0$
- $T = T_c = 27,6 \text{ °C}$

$$y = 1$$

- $u = v = 0$

$$\begin{aligned}
 & x = 0 \\
 & \bullet T = T_f = 19,4 \text{ } ^\circ\text{C} \\
 & \bullet u = v = 0 \\
 & \bullet T = T_A \\
 & x = 10 \\
 & \bullet u = v = 0 \\
 & \bullet T = T_{\text{amb}}
 \end{aligned}
 \tag{III-18}$$

la température ambiante est égale à 22,5 °C.

III - 3.4 Adimensionnalisation

On introduit, ici, des grandeurs adimensionnelles qui permettent d'une part d'écrire les équations avec un minimum de paramètres, et d'autre part de conférer une certaine généralité aux résultats numériques. Après l'introduction de l'épaisseur de la couche fluide, h , comme une longueur caractéristique, on peut définir les grandeurs adimensionnées suivantes :

- La conductivité : $k^* = k_i / k_f$ avec $i = s$ (solide), f (fluide)
- La viscosité : $\mu^* = \mu_i / \mu_f$ avec $i = s$ (solide), f (fluide)
- La vitesse : $(u^*, v^*) = (u, v) / (a_f / h)$
- Le temps : $t^* = t / (h^2 / a_f)$
- La pression : $P^* = P / (\rho a_f^2 / h^2)$
- La température : $\theta = \Delta T / (h q / k_f)$

ΔT : correspondant au gradient de température entre le bas et le haut du fluide.

III - 3.5 Méthode des volumes finis

La complexité de la résolution numérique des problèmes de transfert de chaleur, et d'écoulement de fluide est reflétée par la complexité des équations qui gouvernent les phénomènes physiques. C'est pourquoi, ces équations doivent être discrétisées.

Il existe plusieurs méthodes de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles telles que : la méthode des volumes finis, la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, etc.

La méthode des volumes finis développée par « Patankar » est une autre réponse numérique au problème étudié. C'est un processus de transformation des équations différentielles partielles à des équations algébriques, cette méthode consiste à diviser tout le domaine de calcul en cellules élémentaires « des volumes de contrôle juxtaposés ».

La technique des volumes finis consiste à écrire directement les principes de conservation pour chaque volume fini par les nœuds de treille, ces équations ont été intégrées sur le volume de contrôle correspondant, donc on obtient les équations algébriques.

L'avantage de l'approche par la méthode des volumes finis est de ne pas se limiter à des cellules en fonction de quadrilatères curvilignes; ce qui est le cas en différences finies. On peut considérer des volumes à forme triangulaire, hexagonaux, etc. L'avantage le plus important est que la méthode des volumes finis est en général plus facile de l'appliquer aux voisinages des frontières.

III - 3.5.1 Formulation mathématique

Les équations servant à décrire ces phénomènes de transfert s'obtiennent de la formulation mathématique des principes de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Ces principes peuvent être exprimés en termes d'équations différentielles.

Les équations de conservation peuvent se ramener en une seule forme générale. Si ϕ est la variable dépendante (assimilable à toute grandeur : vitesse, température, etc.) et Γ : le coefficient de diffusion (une représentation générale des propriétés du fluide), l'équation différentielle générale de transfert de chaleur par convection dans le cas instationnaire, bidimensionnel, prend la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_{\phi} \quad (\text{III-19})$$

où:

Φ : est la variable dépendante.

Γ : Le coefficient de diffusion.

S : Le terme source / puit.

Le tableau suivant rappelle les variables et les coefficients des équations qui gouvernent les phénomènes physiques.

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement X	u^*	$\mu^* Pr$	$\partial P^* / \partial x^*$
Quantité de mouvement Y	v^*	$\mu^* Pr$	$\partial P^* / \partial y^* + Ra Pr \theta$
Energie	θ	K^*	0

Tableau : III-1 : Variables et coefficients des équations gouvernant le phénomène physique.

III -3.5.2 Maillage et volume de contrôle

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, cette subdivision du domaine donne un certain nombre de volumes de contrôles (Figure : III-3). Chaque volume de contrôle, de dimension $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$ doit conserver les grandeurs scalaires P et T dans le nœud du maillage (P) qui se situe au centre de chaque volume de contrôle, et les grandeurs vectorielles u et v au milieu des segments reliant les deux nœuds adjacents. Ces quatre faces sont repérées à l'aide des quatre points cardinaux e, w, n, s, et les centres des volumes adjacents par E, W (East = Est et West = Ouest) qui sont des voisins dans la direction X, N, S (North = Nord et South = Sud) et sont ceux dans la direction Y.

Le maillage proposé, est montré sur la figure III -6 dans la partie III-4, dont on trouve que la couche de fluide discrétisée sommeille sur 98x10 nœuds répartis dans les deux directions, de plus; chacune des parois horizontales étant discrétisée à l'aide de 98 x 6 nœuds répartis dans chacune des directions.

Dans la méthode numérique décrite, le but est de déterminer les valeurs des variables précédentes, en un certain nombre de points d'un maillage discret, les équations de ces valeurs (appelées équations de discrétisation) sont obtenues par

l'intégration de l'équation gouvernant le phénomène sur un sous domaine (volume de contrôle) autour de chaque point du maillage.

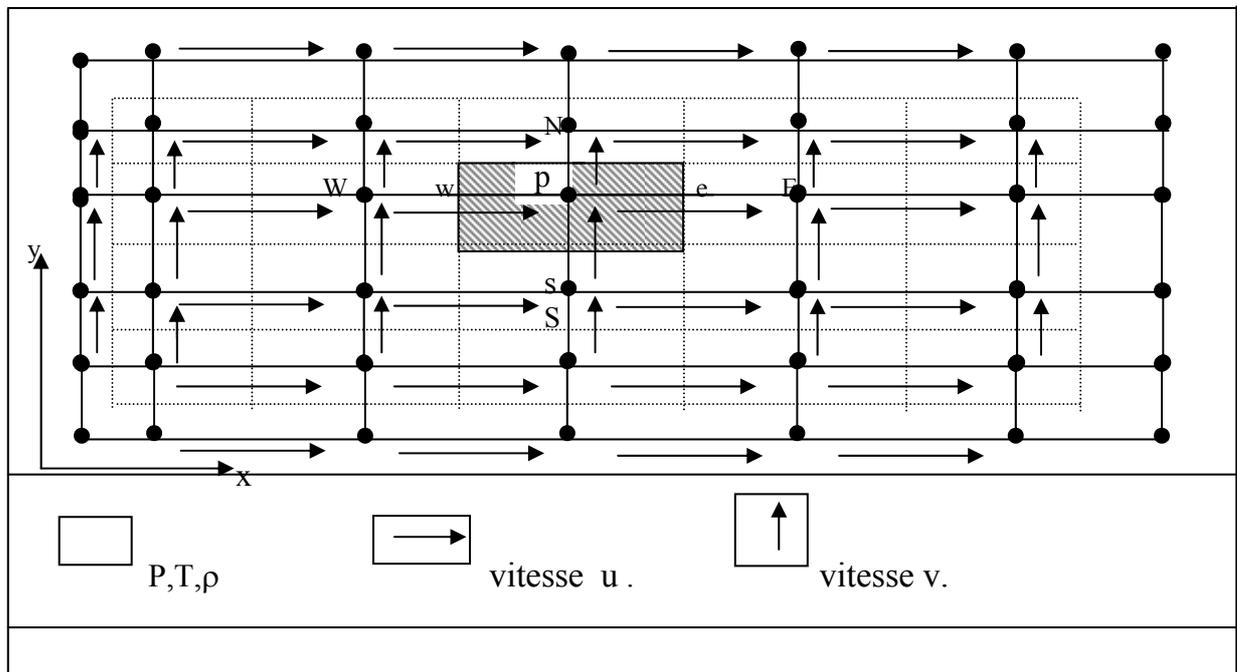


Figure III-3 : Forme de maillage.

III - 3.6 La discrétisation :

Afin de ne pas trouver des difficultés à la résolution numérique des équations différentielles qui gouvernent les phénomènes physiques étudiés, nous sommes amenés à utiliser le concept de la discrétisation, qui consiste à remplacer les équations différentielles par un système d'équations algébriques. Par conséquent, elles sont réduites à un nombre fini de paramètres.

L'équation de transport est intégrée sur le volume de contrôle typique, avec l'évaluation des termes (diffusif, convectif, instationnaire et source) aux interfaces.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (\text{III-20})$$

III -3.7 Critère de convergence

La convergence est vérifiée après chaque itération en comparant le maximum des valeurs absolues des sources résiduelles ($\max |R\phi|$) sur tous les volumes de contrôle, pour chaque variable ϕ , avec une valeur de référence $R\phi_{\text{réf}}$.

Le résidu $R\phi$ est défini par :

$$R\phi = \sum A_i \cdot \phi_i + S\phi - A_p \phi_p \quad i = E, W, N, S \quad (\text{III-21})$$

Pour notre étude, la convergence est supposée atteinte lorsque le maximum des sources résiduelles normalisées pour chaque variable

$\phi \left(\frac{\max |R\phi|}{R\phi_{\text{réf}}} \right)$ est inférieur à 10^{-7} , en d'autres termes lorsque :

$$\frac{\max |R\phi|}{R\phi_{\text{réf}}} < 10^{-7} \quad (\text{III-22})$$

La valeur de $R\phi_{\text{réf}}$ pour les équations concernant U et V est prise égale au flux de la quantité de mouvement et celle de l'équation de correction de la pression est prise égale au flux massique à travers la section.

III - 3.8 Programme de simulation

Le programme de résolution a été élaboré dans notre laboratoire de recherche LPEA à l'université Hadj Lakhdar de Batna.

III -3.8.1 Structure du programme

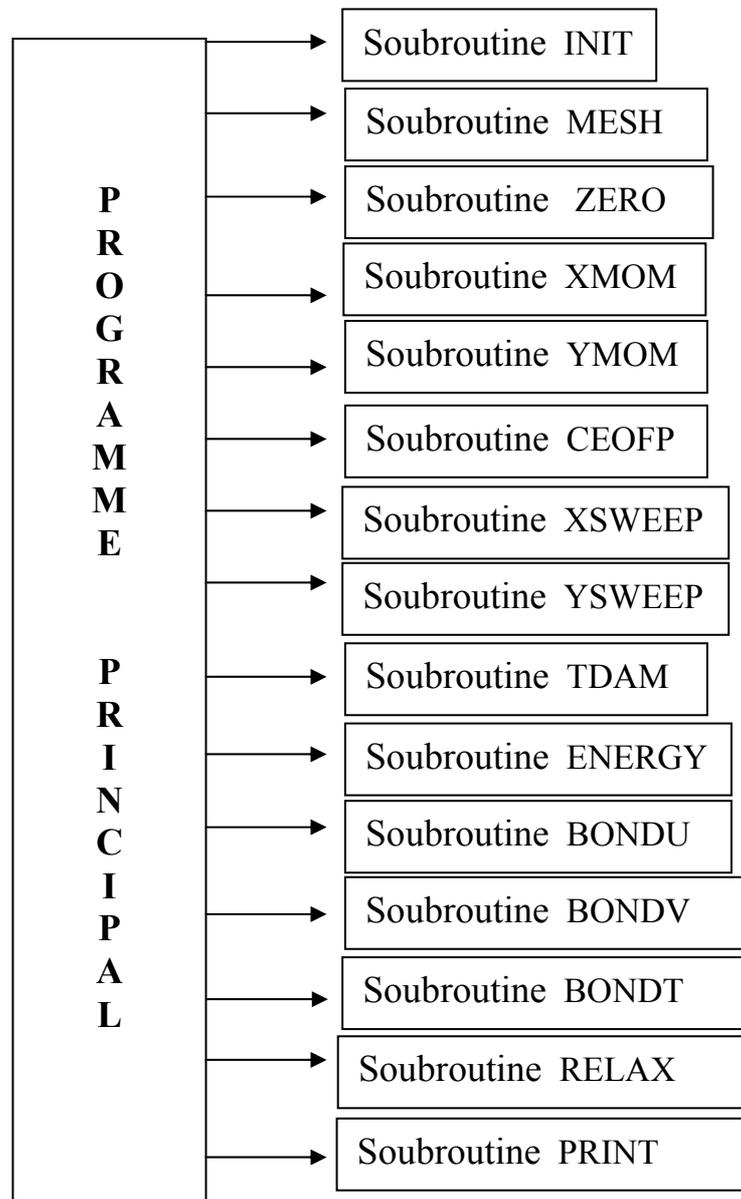


Figure III -4 : Structure du programme

Le programme principal fait appel à 15 sous-routines :

La sous-routine INIT : donne des champs initiaux aux variables (P, U, V et θ).

La sous-routine MESH : calcule les coordonnées du maillage.

La sous-routine ZERO : permet la mise à zéro des coefficients A_E , A_W , A_N , A_S , A_p et \overline{S}_ϕ des équations algébriques discrétisées pour une éventuelle utilisation.

La sous-routine XMOM : calcule les coefficients de l'équation de quantité de mouvement suivant la direction x.

La sous-routine YMOM : calcule les coefficients de l'équation de quantité de mouvement suivant la direction y.

La sous-routine COEFP : calcule les coefficients A_E , A_W , A_p et \overline{S}_p de l'équation de pression.

La sous-routine XSWEEP : prépare la matrice tridiagonale associée au système à résoudre en faisant un balayage (colonne par colonne).

La sous-routine YSWEEP : prépare la matrice tridiagonale associée au système à résoudre en faisant un balayage (ligne par ligne).

La sous-routine TDMA : résolution de la matrice diagonale par l'algorithme de THOMAS.

La sous-routine ENERGY : calcule les coefficients A_E , A_W , A_N , A_S , A_p et \overline{S}_θ de l'équation algébrique de l'énergie.

La sous-routine BONDU : donne les coefficients des conditions aux limites pour la vitesse U.

La sous-routine BONDV : donne les coefficients des conditions aux limites pour la vitesse V.

La sous-routine BOND θ : donne les coefficients des conditions aux limites pour la température θ .

La sous-routine RELAX : vérifie le critère de convergence.

La sous-routine PRINT : permet d'écrire les résultats finaux dans les fichiers.

III - 3.8.2 Organigramme :

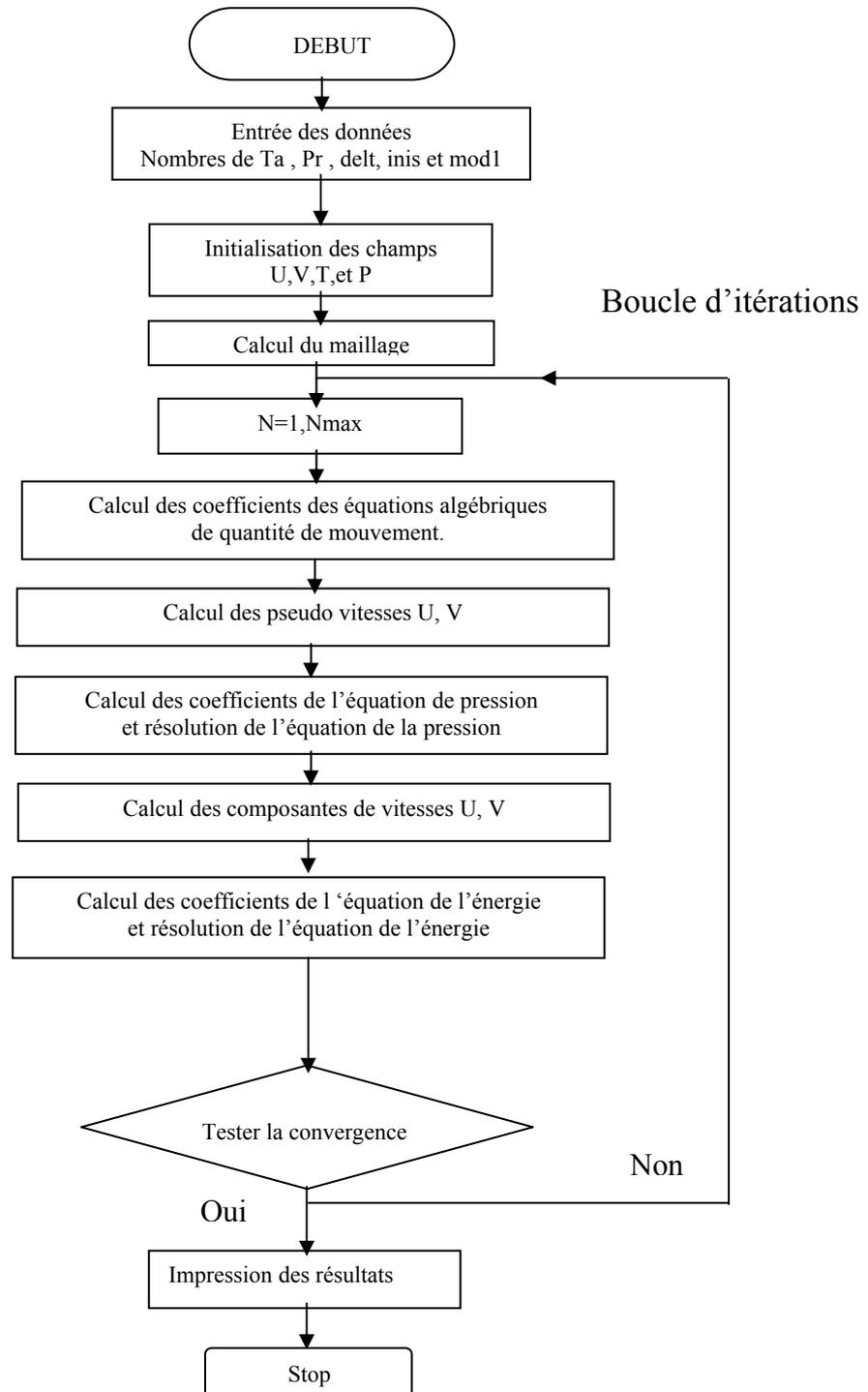


Figure III -5 Organigramme.

III -4 Interprétation des résultats

Après avoir écrit le programme final en langage FORTRAN, les principaux résultats obtenus ont permis d'analyser le comportement des champs dynamique et thermique pour notre fluide utilisé (huile silicone 47 v100 à 25°C).

Notre contribution porte sur l'étude numérique bidimensionnelle du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité horizontale chauffée par plusieurs parois à températures différentes. Les résultats que nous avons obtenus pour le comportement des champs dynamique et thermique sont discutés ci-dessous.

Le maillage utilisé est le suivant (Figure III-6) :

- Couche fluide : 98x10 nœuds répartis dans les deux directions.
- Parois horizontales : 98x6 nœuds répartis dans chacune des directions.
- Parois latérales : 6x22 nœuds répartis dans les deux directions.

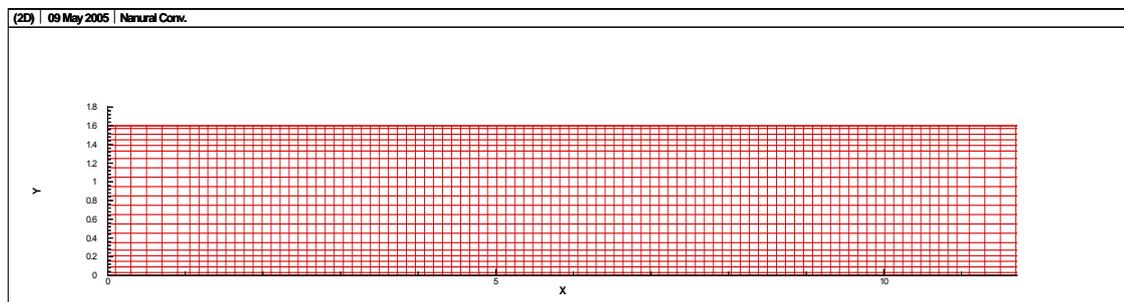


Figure III -6 : Maillage utilisé pour 98 x 22 nœuds.

Les paramètres utilisés

Nombre de Prandtl	880
Conductivité Thermique K^*	$K^*=1$
Pas du temps	$\Delta\tau = 0.001$
Maillage	98 x22
Schéma numérique	Power-Law

Validation du code de calcul

Dans toute cette étude, le nombre de Rayleigh est calculé pour un gradient de température entre C et C' (côté huile) de 8,2°C.

Le nombre de Rayleigh est calculé numériquement dans le code de calcul utilisant la forme :

$$Ra = \beta g \rho c_p h^3 \Delta T / k \mu_0 \quad (\text{III-23})$$

Où,

ΔT : gradient de température vertical corrigé :

$$\Delta T = \frac{\Delta T_{liq}}{1 + 2 \delta r} \quad (\text{III-24})$$

ΔT_{liq} : différence de température du liquide chaud et froid.

r : rapport de conductivité thermique de l'huile à celle des parois.

$$r = \frac{k_{huile}}{k_{parois}} \quad (\text{III-25})$$

δ : rapport de l'épaisseur de la paroi horizontale à celle de l'huile.

$$\delta = \frac{e_{parois}}{e_{huile}} \quad (\text{III-26})$$

dans notre cas (verre de conductivité thermique $k = 0,18 \text{ W/m}^\circ\text{K}$) nous trouvons :

$$r = 0,89 \quad \text{et} \quad \delta = 0,31$$

et le nombre de Rayleigh prend la valeur :

$$Ra = 4580,729$$

Convection horizontale classique :

Les figures III-7, III-8 et III-9 comparent les champs de vitesse et les isothermes obtenus, par le code de calcul, et la structure convective, obtenue expérimentalement.

Pour les mêmes paramètres, on observe :

- Un réseau de rouleaux transverses (10 rouleaux).
- Des rouleaux parallèles au petit côté du récipient, dont les rouleaux adjacents tournent en sens opposés (contrarotatifs).

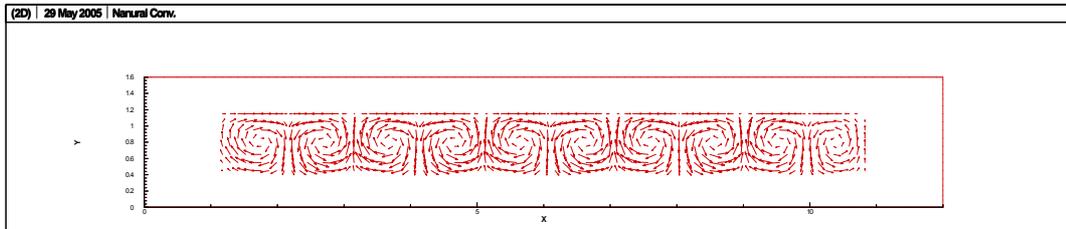


Figure III -7 : Champ de vitesse pour la déstabilisation de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}; T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}; T_A = 22,5.$$



Figure III-8 : Structure convective pour l'écoulement de Rayleigh-Bénard; $\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}; T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}; T_A = 22,5.$

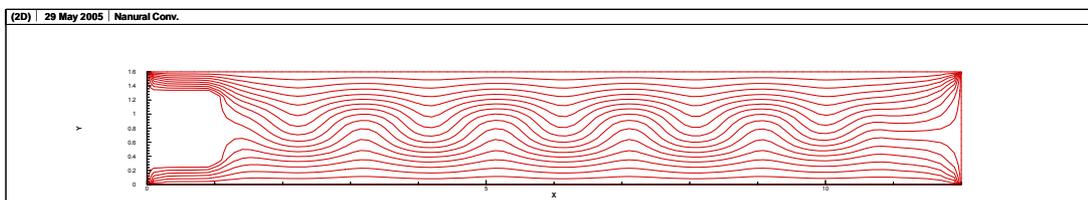


Figure III-9: Champ de température pour la déstabilisation de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}; T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}; T_A = 22,5.$$

Les structures convectives expérimentales et numériques sont en très bon accord, ce qui valide le code de calcul élaboré.

Convection horizontale tritherme :

Le chauffage latéral ou bien la convection tritherme provoque une perturbation au niveau de l'écoulement dans la cavité; ce type de convection (tritherme) est obtenu de la manière suivante : le régime convectif classique étant établi, on porte la paroi latérale (A) à une température déterminée.

Le chauffage latéral conduit à la présence d'un rouleau induit (rouleau voisin à l'élément chauffant A), dont la taille est fonction de la température. La taille du rouleau induit provoque la compression des rouleaux voisins jusqu'à leur disparition par pair.

Les figures III-10, III-11, III-12, III-13, III-14 et III-15 présentent quelques résultats numériques pour diverses températures latérales.

- Pour $T_A = 28,5 \text{ °C}$:

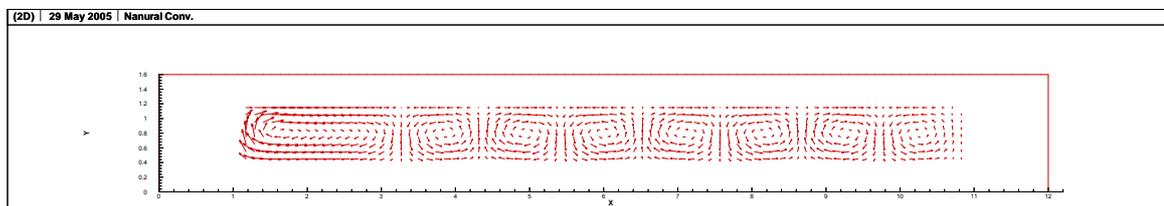


Figure III-10 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2 \text{ °C} ; T_{\text{amb}} = 22,5 \text{ °C} ; T_A = 28,5 \text{ °C}.$$



Figure III-11 : Structure convective pour l'écoulement de Rayleigh-Bénard;

$$\Delta T = 8,2 \text{ °C} ; T_{\text{amb}} = 22,5 \text{ °C} ; T_A = 28,5.$$

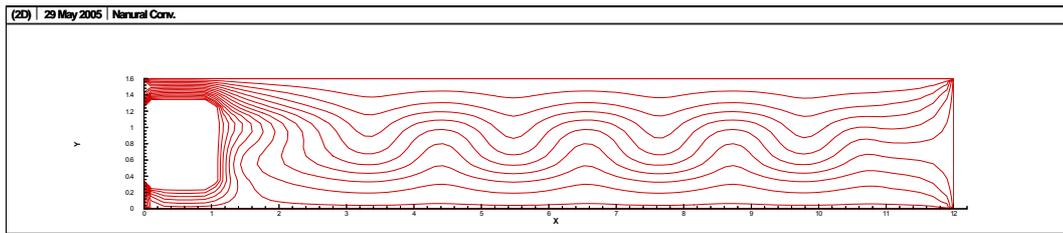


Figure III-12 : Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}$; $T_A = 28,5^{\circ}\text{C}$.

- Pour $T_A = 59,6^{\circ}\text{C}$:

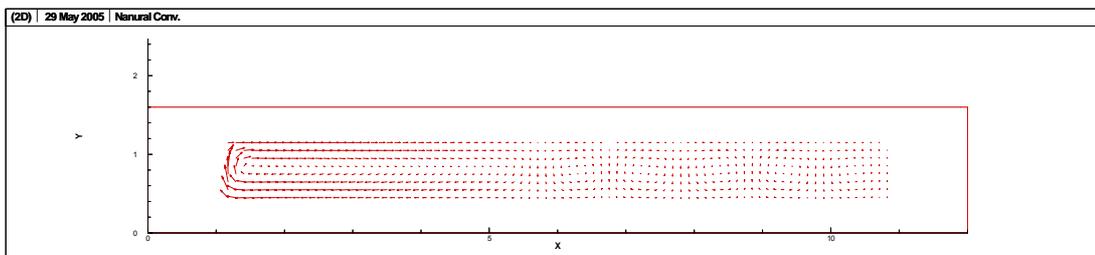


Figure III-13 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}$; $T_A = 59,6^{\circ}\text{C}$.

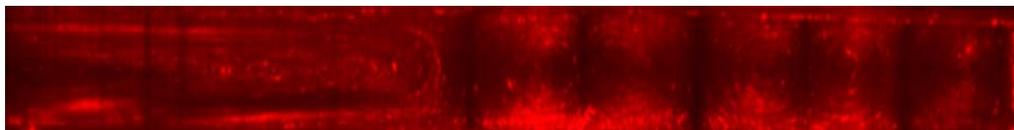


Figure III-14 : Structure convective pour l'écoulement de Rayleigh-Bénard;
 $\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}$; $T_A = 59,6$.

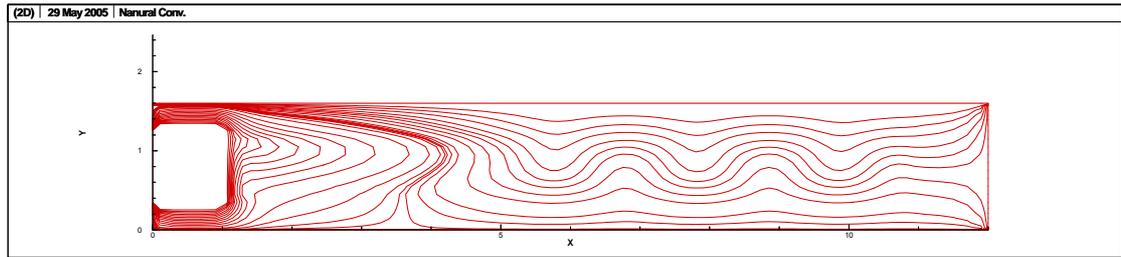


Figure III-15 : Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}$; $T_A = 59,6^{\circ}\text{C}$.

D'après les résultats obtenus numériquement et les résultats expérimentaux, on remarque une très bonne concordance entre ces résultats (isotherme, structure numérique et expérimentale), ce qui confirme notre code déjà validé en convection horizontale. Ces résultats nous encouragent à étendre nos calculs à d'autres températures et quelques conductivités relatives aux parois horizontales.

Effet de la température latérale :

On présente dans ce qui suit les résultats de simulation pour d'autres températures latérales.

- Pour $T_A = 39,9^{\circ}\text{C}$:

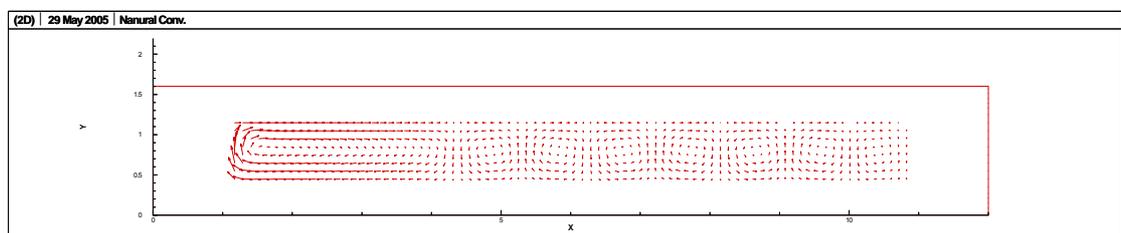


Figure III-16 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}$; $T_A = 39,9^{\circ}\text{C}$.

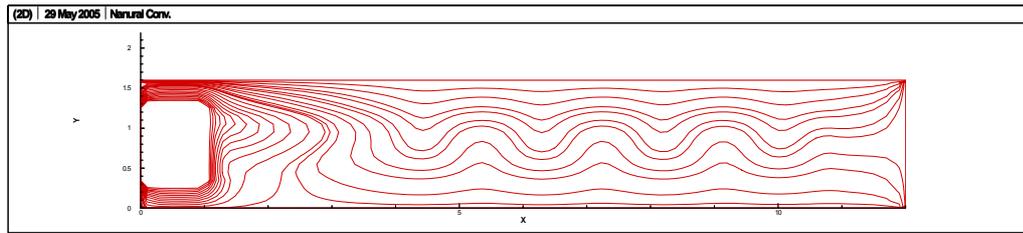


Figure III-17: Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}; T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}; T_A = 39,9^{\circ}\text{C}.$$

- Pour $T_A = 48,6^{\circ}\text{C}$:

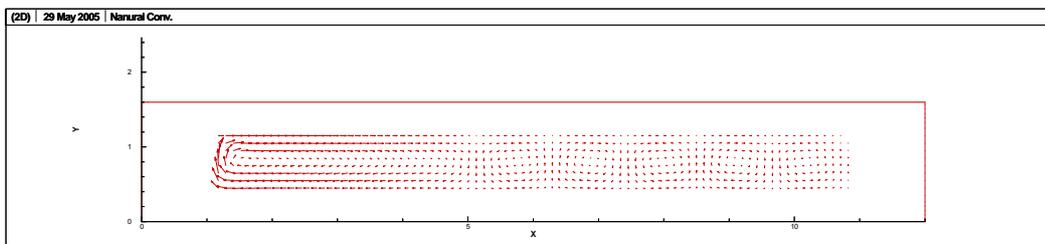


Figure III-18 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}; T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}; T_A = 48,6^{\circ}\text{C}.$$

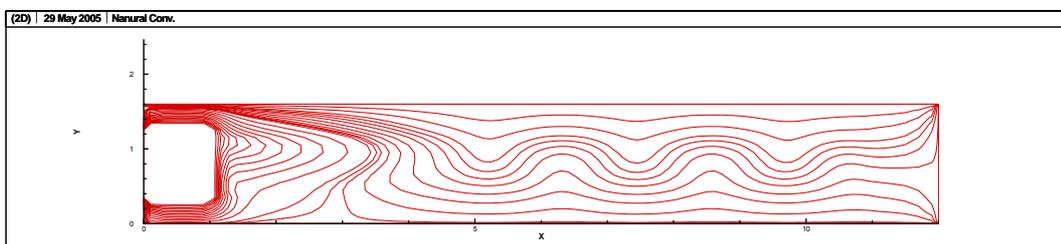


Figure III-19: Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2^{\circ}\text{C}; T_{\text{amb}} = 22,5^{\circ}\text{C}; T_A = 48,6^{\circ}\text{C}.$$

- Pour $T_A \equiv 55,6 \text{ }^\circ\text{C}$:

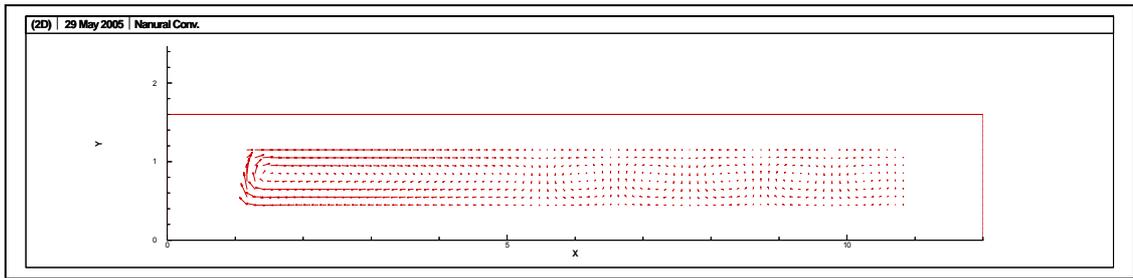


Figure III-20 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^\circ\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_A = 55,6^\circ\text{C}$.

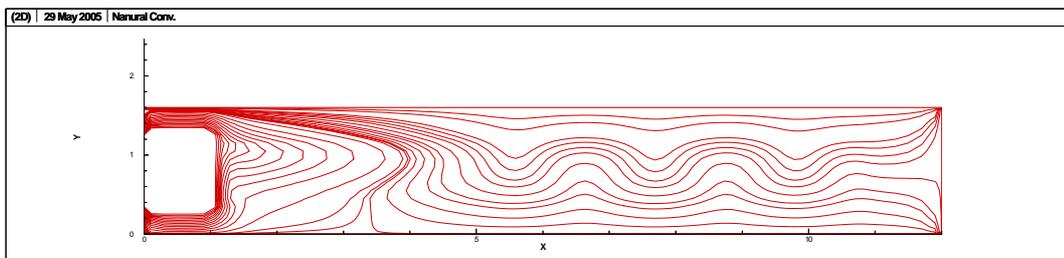


Figure III-21 : Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^\circ\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_A = 55,6^\circ\text{C}$.

- Pour $T_A \equiv 64,8 \text{ }^\circ\text{C}$:

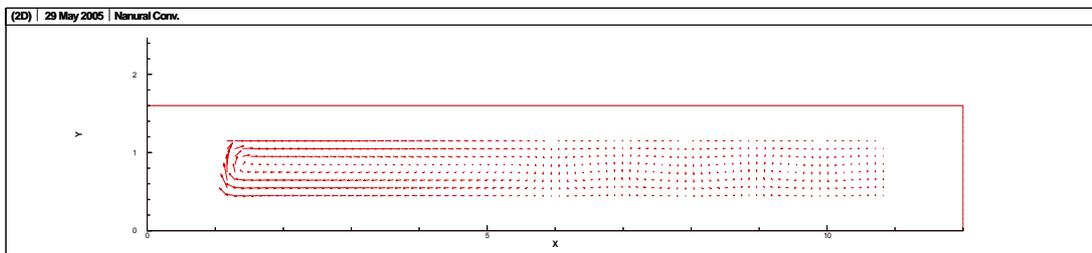


Figure III-22 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^\circ\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_A = 64,8^\circ\text{C}$.

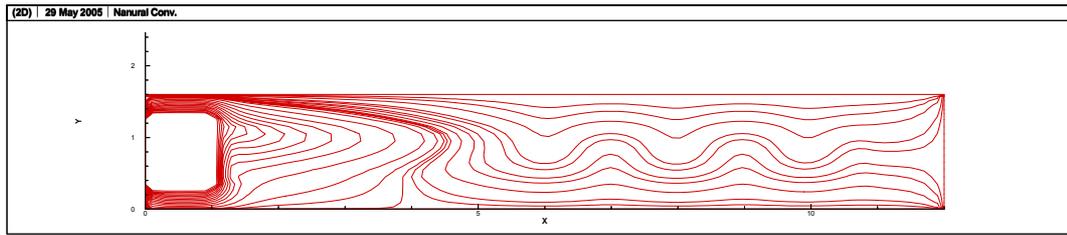


Figure III-23 : Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^\circ\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^\circ\text{C}$; $T_A = 64,8^\circ\text{C}$.

- Pour $T_A = 78^\circ\text{C}$:

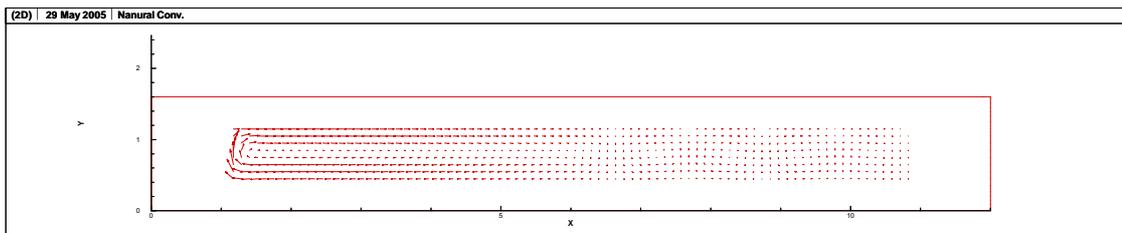


Figure III-24 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^\circ\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^\circ\text{C}$; $T_A = 78^\circ\text{C}$.

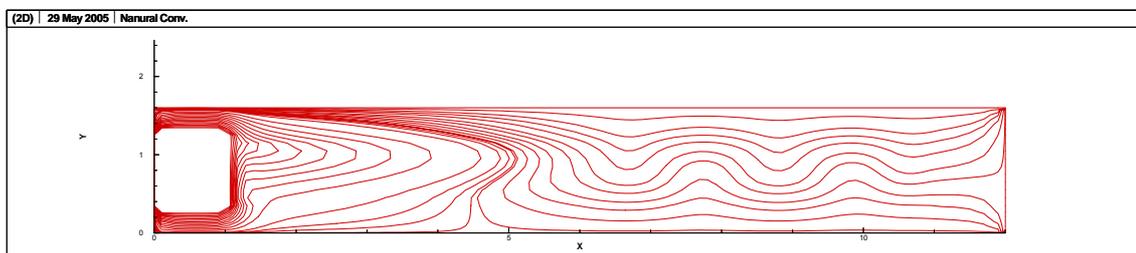


Figure III-25 : Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;
 $\Delta T = 8,2^\circ\text{C}$; $T_{\text{amb}} = 22,5^\circ\text{C}$; $T_A = 78^\circ\text{C}$.

- Pour $T_A \equiv 88^\circ\text{C}$:

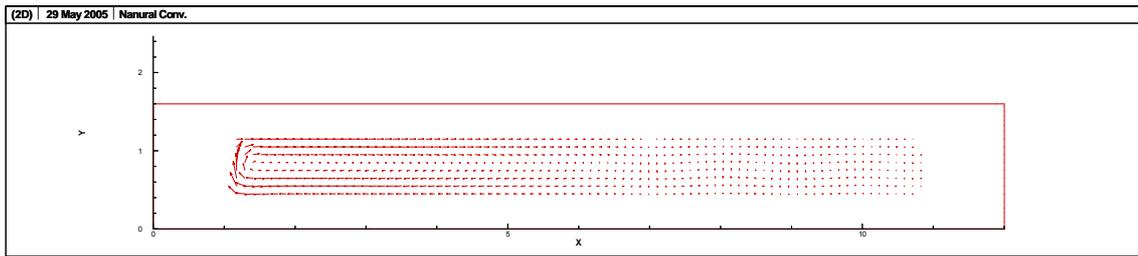


Figure III-26 : Champ de vitesse pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8,2^\circ\text{C} ; T_{\text{amb}} = 22,5^\circ\text{C} ; T_A = 88^\circ\text{C}.$$

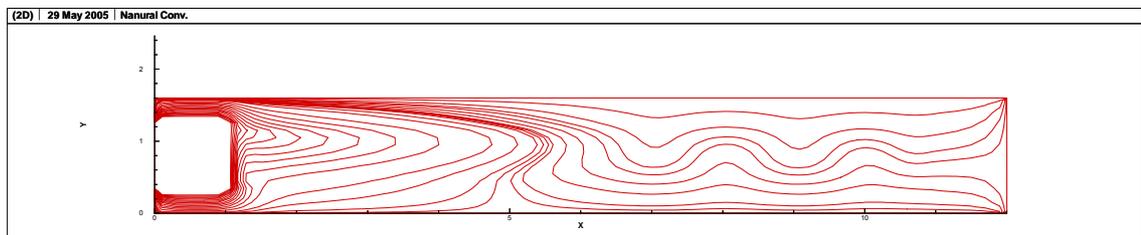


Figure III-27 : Champ de température pour la déstabilisation latérale de l'écoulement de Rayleigh-Bénard ;

$$\Delta T = 8.,^\circ\text{C} ; T_{\text{amb}} = 22,5^\circ\text{C} ; T_A = 88^\circ\text{C}.$$

- D'après les figures présentées précédemment; la première observation qu'on peut noter est que le nombre pair des rouleaux y compris celui induit n'est pas toujours en présence du chauffage latéral.
- La température latérale influe sur le principe du processus de destruction par pair du rB par la dilation de rl.
- Les résultats numériques obtenus sont à peu près les mêmes où ont le même principe de représentation structurale, dont le chauffage latéral cause la dilatation du rouleau induit qui à son tour provoque une diminution du nombre des rouleaux de Bénard, sauf dans certains cas ; par exemple pour la température latérale $T_A = 78^\circ\text{C}$ on observe 1rl d'une distance égale à 5,51782 cm et 4 rB.

- L'allure de ces figures représentatives, nous conduit à conclure que la taille de rouleau induit augmente avec l'augmentation de la température du chauffage de l'élément latéral (A).

Ces quelques observations nous ont confirmé que la différence obtenue entre les résultats numériques et expérimentaux est due d'une part au code de calcul lui-même et d'autre part aux perturbations des machines utilisées, ainsi que le facteur temps qui joue un rôle très important dans les approximations numériques des divers phénomènes physiques.

Effet de la conductivité thermique

L'effet de la conductivité des parois sur la structure convective et les isothermes a été réalisé en conservant la même conductivité du fluide ainsi que les températures latérales, mais en changeant à chaque fois la conductivité des parois horizontales ; la conductivité des parois latérales est conservée. La variation du rapport de conductivité thermique des parois sur celle de fluide $K^* = K_s / K_f$ dans le code de calcul varie en fonction du matériau utilisé.

Le changement de la nature des parois horizontales a été fait en utilisant les matériaux suivants :

- PVC de conductivité thermique $k = 0,16$ W/mK.
- Verre de conductivité thermique $k = 0,18$ W/mK.
- Cuivre de conductivité thermique $k = 0,22$ W/mK.
- Bois de conductivité thermique $k = 0,23$ W/mK.
- Béton de conductivité thermique $k = 0,92$ W/mK.
- Un type de verre de conductivité thermique $k = 1,2$ W/mK.
- Matériau de conductivité thermique $k = 1,5$ W/mK.

Les résultats obtenus, pour ces diverses conductivités thermiques, sont présentés sur les figures : III-28, III-29, III-30.

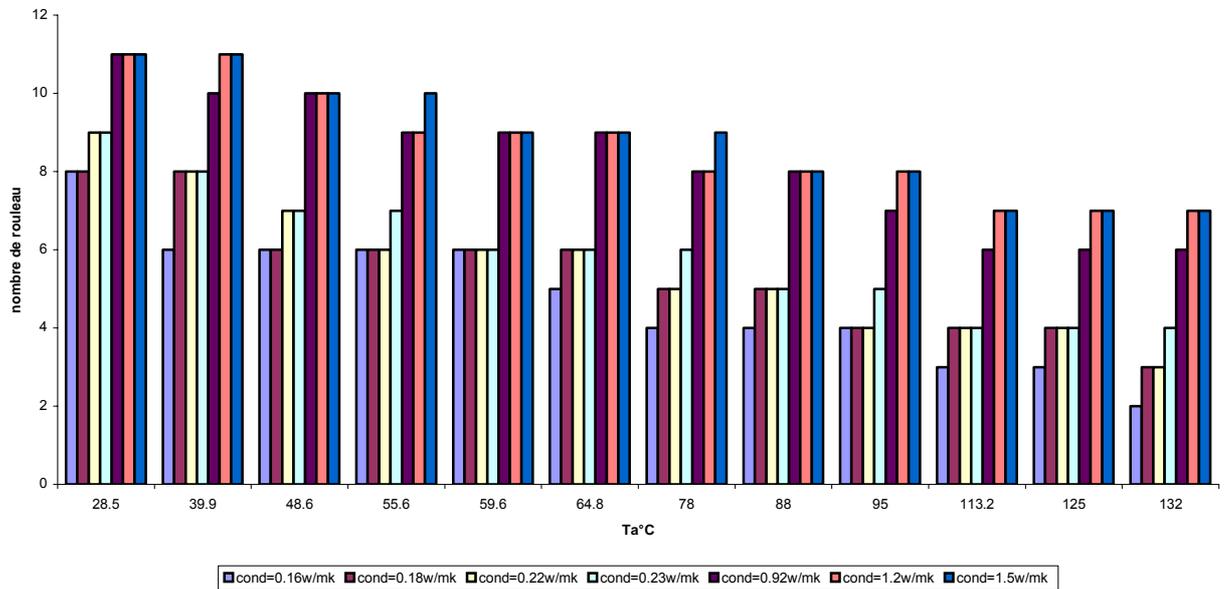


Figure III-28 : Nombre de rouleaux en fonction de la température.

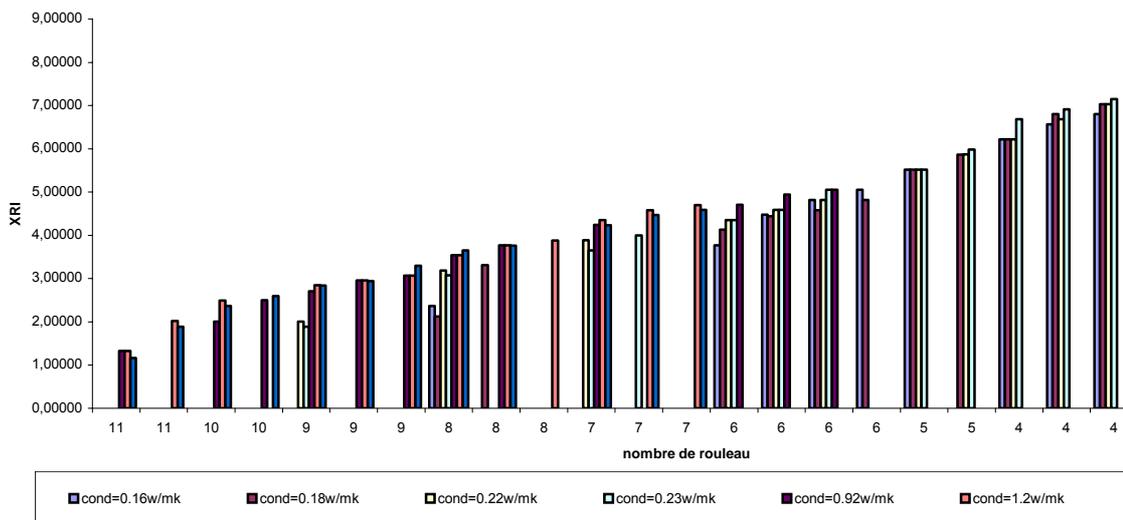


Figure III-29 : Taille du rouleau induit (XRI) en fonction du nombre de rouleaux.

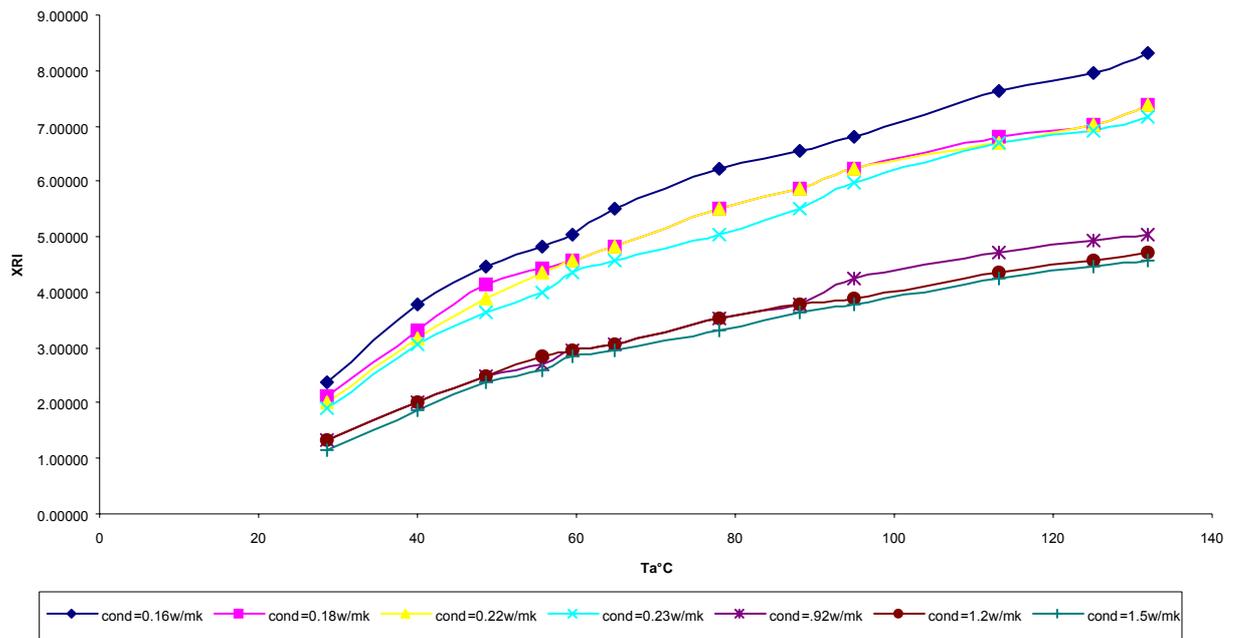


Figure III-30 : Taille du rouleau induit (XRI) en fonction de la température.

D'après les résultats obtenus, on remarque que :

- Lorsque conductivité thermique change, le nombre de Rayleigh change.
- D'après les calculs obtenus pour le nombre de Rayleigh, on observe que la valeur de Rayleigh augmente avec l'augmentation de la conductivité, cette variation ne produit pas une différence structurale significative d'un nombre à l'autre.
- Le chauffage latéral de l'élément (A) indique la présence d'un rouleau induit, la longueur de ce dernier est fonction de la température latérale; c'est à dire que la taille du rouleau augmente si la valeur de T_A augmente. Mais on remarque que le changement aussi de la substance des parois horizontales influe sur la taille du rouleau induit; la taille de RI diminue avec l'accroissement de la valeur de la conductivité thermique.
- Les histogrammes dessinés ci-dessus, figure III-28 et figure III-29, interprètent le nombre des rouleaux en fonction de la température et la distance du rouleau induit en fonction du nombre des rouleaux pour les

différentes conductivités. On remarque que la variation de la conductivité thermique influe exceptionnellement sur le nombre des rouleaux ; par exemple pour $k = 0,92 \text{ W / m K}$ on observe 11 rouleaux dans le cas où on chaufferait la paroi latérale avec la température $T_A = 28,5 \text{ °C}$.

- Le changement de la conductivité thermique conduit à un changement de la taille du rouleau induit pour les différentes températures du chauffage latéral, pour une même valeur de T_A pour diverses conductivités thermiques on remarque que la taille du rouleau induit diminue avec l'augmentation des conductivités.

Ces dernières études, nous permettent de conclure que pour une variation de conductivité thermique (changement de matériau des parois horizontales), l'augmentation de la température du chauffage latéral provoque la présence et l'augmentation de la taille de rouleau induit, d'où une diminution du nombre des rouleaux de Bénard.

III -5 Conclusion

L'étude numérique du transfert de chaleur par convection dans une cavité à été réalisée. Les équations élaborées du modèle mathématique ont été résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Cette étude nous a permis de mettre en évidence les principaux aspects de la convection et du transfert de chaleur, pour un liquide à haut nombre de Prandtl dans une boîte rectangulaire horizontale, avec plusieurs parois chauffées à des températures différentes. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques montre une très bonne concordance.

L'analyse de la conduction à travers la paroi latérale montre que sa prise en compte favorise l'interaction des champs thermique et hydrodynamique fluide-solide.

Les résultats obtenus pour les différentes valeurs de la température latérale montrent son influence considérable sur les champs hydrodynamique et thermique dans la cavité. De même, on constate de même une diminution conséquente aux nombres des rouleaux.

Néanmoins, quelques lacunes sont à indiquer sur la concordance des résultats expérimentaux et numériques. Dans certains cas, la taille du rouleau induit calculé numériquement ainsi que la structure convective dans le cas numérique diffère du cas expérimental et cela est dû à différents paramètres dont on peut tenir compte dans la suite de ce travail.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail on a présenté une large et riche étude bibliographique sur la thermoconvection de Rayleigh-Bénard. Cette étude a été organisée sous forme de sections relatives à des paramètres physiques et géométriques influant tel que le confinement, la conductivité, l'angle d'inclinaison, le seuil de convection, etc. La convection laminaire dans les boîtes confinées soumis à des gradients de température mixtes (horizontaux et verticaux) n'a pas été (ou presque) investi, ce qui a provoqué cet intéressement à ce sujet. Le travail est divisé en deux parties : expérimentale et numérique.

La partie expérimentale consiste en l'application de méthodes non perturbatrices et non intrusives pour la mesure d'un champ de température et la visualisation des structures convectives. Le dispositif expérimental utilisé pour la réalisation de ces expériences a été bien présenté, et les différentes méthodes utilisées sont largement décrites ainsi qu'une analyse de la précision des techniques expérimentales utilisées.

Les gradients de température calculés à partir de l'étude expérimentale sont en bonne concordance avec ceux trouvés à l'aide des simulations numériques. La visualisation des structures convectives confirme ce qui a été dit et prédit dans la littérature. Les rouleaux de Rayleigh-Bénard pour nos conditions expérimentales, avec le principe de la contrarotation et leur destruction par un rouleau induit, conséquence directe d'un chauffage latéral qui provoque un autre gradient vertical de température, ont été retrouvés et vérifiés.

La méthode de visualisation des structures convectives dans les différents cas expérimentaux nous a permis de détecter le moindre changement dû à un tel ou tel paramètre pris en considération dans notre étude.

La composition structurale de la convection horizontale tritherme est fonction non seulement de la perturbation par le chauffage latéral, mais dépend en plus de la conductivité thermique des parois horizontales. Nous pensons que la compétition entre les deux régimes convectifs présents dans ce problème, ainsi que la plage de

variation de la longueur d'ondes du phénomène dépend aussi de la conductivité thermique des parois horizontales.

L'originalité de ce travail réside dans l'étude de la convection d'un fluide à haut nombre de Prandtl dans une cavité rectangulaire inclinée et chauffée par trois parois, deux horizontales et une latérale (petite paroi). L'évolution de la structure convective dépend de l'angle d'inclinaison, du chauffage latéral et des conductivités des parois et du fluide. Comparée avec l'étude faite sur la structure convective avec une autre conductivité thermique des parois, une nette différence existe au niveau de la structure convective : les rouleaux longitudinaux pour $\pm 10^\circ \leq \phi \leq \pm 60^\circ$ sont dans notre étude des "pseudo rouleaux" longitudinaux. Pour la convection tritherme, une différence dans l'évolution de la structure convective entre les cas $\phi > 0$ et $\phi < 0$, existe. Un diagramme montrant les domaines de stabilité et d'instabilité de la structure convective en fonction de l'angle d'inclinaison ϕ et du chauffage latéral T_A a été proposé.

L'étude numérique du transfert de chaleur par convection dans une cavité a été réalisée par la méthode des volumes finis. Les résultats numériques obtenus lors de la mise en évidence des principaux aspects de la convection et du transfert de chaleur, pour un liquide à haut nombre de Prandtl dans une boîte rectangulaire horizontale, avec plusieurs parois chauffées à des températures différentes montrent une très bonne concordance avec les résultats obtenus expérimentalement.

L'analyse de la conduction à travers la paroi latérale montre que sa prise en compte favorise l'interaction des champs thermiques et hydrodynamiques fluide-solide.

Les résultats obtenus pour les différentes valeurs de la température latérale montrent l'influence considérable de celle-ci sur les champs hydrodynamique et thermique dans la cavité.

PERSPECTIVES

Ce travail mérite d'être élargi par des études complémentaires pour mieux comprendre ce phénomène de thermoconvection à plusieurs parois chauffantes et pour cela nous suggérons ce qui suit :

- Une étude tridimensionnelle expérimentale et numérique de ce phénomène (structures convectives et transfert de chaleur).
- L'influence combinée de l'angle d'inclinaison du fluide convectif et la température latérale sur les transferts de chaleur.
- Elargir le nombre des parois chauffantes dans le cas horizontal et vertical.

Etude de la déviation d'un rayon lumineux et effet mirage

Application à l'étude des gradients de température dans un système de Bénard.

Ce calcul est issu d'une évaluation de la trajectoire des rayons lumineux à partir de l'équation dite « iconale » de l'optique géométrique.

Elle est démontrée à partir du principe de Fermat :

$$L = \int n \cdot ds \quad [1]$$

formule dans laquelle L est le trajet optique total, n l'indice du milieu et ds un élément de trajectoire.

La méthode variationnelle permet d'en déduire, si u est le rayon vecteur, que :

$$\frac{d}{ds} (n \cdot u) = \text{grad}(n) \quad [2]$$

de cette formulation on démontre les lois vectorielles de Snell-Descartes, et en particulier la loi de la réfraction d'un rayon lumineux traversant un milieu dans lequel l'indice varie de façon discontinue

$$n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2) \quad [3]$$

A partir de l'équation iconale ou de la relation ci-dessus, il est facile de déduire l'équation différentielle de la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu non homogène, mais dont l'indice varie de façon continue.

De fait l'équation de Descartes traduit la conservation de la quantité $n_1 \cdot \sin(i_1)$.

Nous pouvons donc écrire que tout le long de la trajectoire, $n_1 \cdot \sin(i_1) = C = \text{cste}$. Cherchons à partir de cette équation à décrire l'équation différentielle de la trajectoire des rayons lumineux.

Pour un déplacement infiniment petit ds sur la trajectoire du rayon lumineux, correspond un déplacement normal à la surface iso-indice de dr et un déplacement dl le long de cette surface. Plaçons nous dans le plan contenant le rayon.

$$\sin(i) = \frac{dl}{ds}$$

dans ces conditions : avec $ds^2 = dr^2 + dl^2$ [4]

On en déduit facilement que :

$$n \cdot \frac{dl}{ds} = C$$

$$n \cdot dl = C \cdot ds = C \cdot \sqrt{dl^2 + dr^2}$$

soit en développant:

$$\begin{aligned} n^2 \cdot dl^2 &= C^2 \cdot (dl^2 + dr^2) \\ dl^2 \cdot (n^2 - C^2) &= C^2 \cdot dr^2 \end{aligned}$$

et finalement

$$\frac{dr}{dl} = \sqrt{\frac{n^2}{C^2} - 1} \quad [5]$$

Cherchons alors la différentielle de cette quantité par rapport à l:

$$\frac{d^2r}{dl^2} = \frac{d}{dl} \left[\sqrt{\frac{n^2}{C^2} - 1} \right] \quad [6]$$

Il vient alors :

$$\frac{d^2r}{dl^2} = \left[\frac{\frac{dr}{dl}}{\left[\sqrt{\frac{n^2}{C^2} - 1} \right]} \right] \cdot \frac{n}{C^2} \cdot \frac{dn}{dr} = \frac{n}{C^2} \cdot \frac{dn}{dr} \quad [7]$$

En simplifiant l'expression entre crochet dont la valeur est 1, on obtient :

$$\frac{d^2r}{dl^2} = \frac{n}{C^2} \cdot \frac{dn}{dr} \quad [8]$$

équation qui représente la trajectoire (r,l) du rayon lumineux.

Nous avons utilisé cette équation pour décrire les trajectoires des rayons lumineux en fonction des paramètres de l'expérimentation schématisée ci-dessous.

En particulier les trajectoires des rayons sont calculées en fonction de la distance parcourue (pas de calcul tous le millimètres ou moins) et pour diverses ordonnées à l'origine. On s'est assuré de la convergence des résultats en fonction du pas.

Dans le cas présent nous désignerons par l l'élément de trajectoire et r la direction selon laquelle se fait le gradient d'indice optique.

n est l'indice du milieu à la cote r et C est la valeur de $C = n \cdot \sin(\theta)$ teta étant l'angle que fait le faisceau lumineux avec le plan iso-indice avant toute déviation du faisceau.

Cet angle initial est tel que $\theta = 0$ ce qui fait que $C = n_0$

Comme $C = n \approx 1 + \varepsilon$, une première approximation de la formule précédente est de la

forme :

$$\frac{d^2r}{dl^2} \approx \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dr} \quad [9]$$

Or la variation de n par rapport à la direction r peut aussi s'exprimer sous la forme suivante :

$$\frac{dn}{dr} = \frac{dn}{dT} \cdot \frac{dT}{dr} \quad [10]$$

forme sous laquelle on peut facilement attribuer la valeur de dn/dT par une constante sur l'ensemble du domaine de température étudié.

Une mesure préalable de l'indice de l'huile utilisée entre 15 °C et 50 °C donne les résultats suivants :

$$n = 1.4126 + 0.000378 \cdot T$$

soit $\frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dT} = \frac{0.000378}{1.4126} = B$ [11]

Faisons alors l'hypothèse simplificatrice suivante :

Sur un élément de section du faisceau lumineux, de diamètre environ 1mm, le gradient de température dT/dr le long de la trajectoire est quasiment constant.

Posons pour simplifier : $dT/dr = A$ [12]

L'équation [8] devient : $\frac{d^2r}{dl^2} = A \cdot B$ [13]

Cette équation se résout très facilement et donne :

$$r(l) = (1/2) \cdot A \cdot B \cdot l^2 + D \cdot l + E \quad [14]$$

équation dans laquelle D et E sont des constantes à évaluer en fonction des conditions initiales.

Ces conditions initiales se déterminent de la façon suivante :

Si $l = 0$ pour $r = 0$ et $(dr/dl)_{l=0} = 0$: ceci induit $E = D = 0$ [15]

Il en résulte finalement que

$$r(l) = (1/2) \cdot A \cdot B \cdot l^2 \quad [16]$$

et $[dr/dl]_{l=L} = A \cdot B \cdot L$ [17]

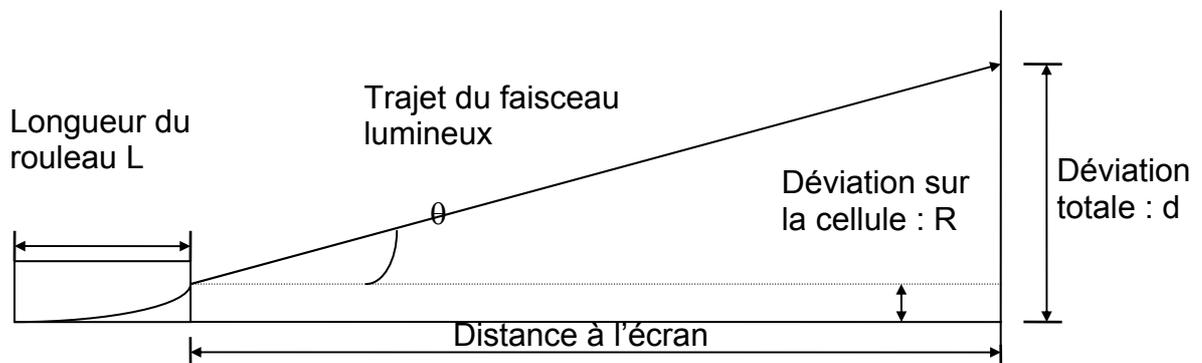


Figure A1 : Schéma de la trajectoire du faisceau lumineux.

Rapportons nous au schéma de l'expérience ci dessus :

$$(dT/dr)_{r=L} = Tg(\theta) = A \quad \text{et} \quad d-R = Tg(\theta).D = A.B.L.D \quad [18]$$

par ailleurs

$$R = \frac{1}{2}.A.B.L^2 \quad [19]$$

Il vient alors

$$d = A.B.L.D + \frac{1}{2}.A.B.L^2 \quad [20]$$

soit :

$$d = A.B.L.(D+0,5.L) \quad [21]$$

d'où l'on déduit:

$$A = \text{Grad}(T) = \frac{d}{B.L.(D + 0.5L)} \cong \frac{d}{B.L.D} \quad [22]$$

Ordres de grandeur :

Mesures $d = 0.1\text{m}$

Constantes d'appareillage $D = 11.8\text{m}$ $L = 0.03\text{m}$ $B = 0.0002676$

soit $A = 1045 \text{ }^\circ\text{C/m}$ pour une déviation de 10 cm.

L'erreur commise en négligeant L devant D est de l'ordre de 1/800.

Nota 1 :

Il est possible de vérifier la validité des hypothèses simplificatrices qui conduisent aux calculs simples que nous venons de faire. Il suffit pour cela de vérifier si le spot lumineux n'est pas déformé après le passage dans le système de rouleaux. Ceci revient à faire une mesure de l'élongation de la tache, ce qui est relativement facile, tant en mesures manuelles qu'en mesure automatique par un calculateur après saisie des images avant et après mise en température de la cellule.

Si ce test montre une forte élongation, alors un travail plus complet doit être entrepris en tenant compte de la variation du gradient sur la section du faisceau lumineux.

Nota 2 :

Dans le cadre de l'expérience ici entreprise, les déviations « d » sont de l'ordre de 30 mm, ce qui correspond à un gradient de 350 °C/m soit, compte tenu de la largeur du faisceau lumineux qui est de l'ordre de 1 mm, une différence de température de **0,35 °C** entre deux points extrêmes du faisceau.

Le gradient moyen étant de 0,6412 °C/mm sur ce même intervalle, il doit exister des zones pour lesquelles ces valeurs sont beaucoup plus fortes, et il est probable que des corrections devront être apportées pour les rayons lumineux passant dans ces régions.

Une première correction simple consistera à donner au gradient local la valeur moyenne trouvée par la méthode présente, et de lui assigner une variation locale calculable d'après l'élongation du spot lumineux. Le calcul ressemble alors à un calcul variationnel qui est relativement simple.

On remplace A par A + F.(r), (pour r petit et d'étendue égale à la largeur du faisceau) expression dans laquelle il faut calculer la valeur de F déterminée par la forme de la tache.

Calcul de la déviation dans le cas d'une tache allongée

Dans ce cas, nous prendrons une valeur du gradient d'indice telle que :

$$\text{Grad}(n)=A+F.r \quad [23]$$

$$\frac{d^2r}{dl^2} = A + F.r \quad [24]$$

Pour résoudre une telle équation, post multiplions [17] par l'expression : $2 \cdot \frac{dr}{dl}$

$$\text{Il vient alors :} \quad 2 \cdot \frac{dr}{dl} \cdot \frac{d^2r}{dl^2} = \frac{d}{dl} \left[\frac{dr}{dl} \right]^2 = 2 \cdot \frac{dr}{dl} \cdot [A + F.r] \quad [25]$$

$$\text{Soit, en intégrant} \quad \left[\frac{dr}{dl} \right]^2 = 2.A.r + F.r^2 + D \quad [26]$$

D étant une constante d'intégration. Si l = 0, alors r = 0 par définition.

Il en résulte que D = 0.

L'équation [26] peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{dr}{\sqrt{2.A.r + F.r^2}} = dl \quad [27]$$

On peut réarranger le dénominateur en en faisant une différence de deux carrés.

$$2.A.r + F.r^2 = (\sqrt{F.r} + C)^2 - D \quad [28]$$

$$\text{expression dans laquelle} \quad D=C^2 \quad \text{et} \quad C^2=A^2/F \quad [29]$$

$$\text{Si l'on pose alors} \quad y.C=C+r.F^{1/2} \quad [30]$$

L'équation [27] devient :

$$\frac{1}{\sqrt{F}} \cdot \int_1^E \frac{dy}{\sqrt{y^2 - 1}} = L \quad [31]$$

$$E = R \cdot \frac{\sqrt{F}}{C} + 1$$

Intégrale qui se calcule facilement en posant $y = \text{ch}(\phi)$ [32]

$$L = \frac{1}{\sqrt{F}} \cdot \text{Ln} \left[\frac{R}{A} \cdot \sqrt{F} + 1 \right] + \sqrt{\frac{R}{A} \cdot \left(2 + R \cdot \frac{F}{A} \right)} \quad [33]$$

L étant donné, les mesures de R_1 et de R_2 des déviations extrêmes du faisceau donnent les valeurs de A et de F par un système de deux équations à deux inconnues un peu complexes.

Nota : si la tache est peu dégradée, alors $F = 0$ et en plaçant cette valeur dans l'équation [33] on retrouve la loi initiale : $(A/2) \cdot L^2 = R$

Calculs de l'intégrale [31]

$$\frac{1}{\sqrt{F}} \cdot \int_1^E \frac{dy}{\sqrt{y^2 - 1}} = L$$

[34]

$$E = R \cdot \frac{\sqrt{F}}{C} + 1$$

posons $y = \text{ch}(\phi)$ soit en dérivant : $dy = \text{sh}(\phi) \cdot d\phi$

[31] devient alors :

$$\frac{1}{\sqrt{F}} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\text{sh}\phi \cdot d\phi}{\sqrt{\text{ch}\phi^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{F}} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} d\phi = \frac{1}{\sqrt{F}} \cdot (\phi(\beta) - \phi(\alpha)) \quad [35]$$

Or $y = \text{ch}\phi \longrightarrow$ $2 \cdot y = [\exp(\phi) + \exp(-\phi)] = X + 1/X$ [36]

soit $X^2 - 2 \cdot y \cdot X + 1 = 0$ [37]

$X = \exp(\phi) = y \pm (Y^2 - 1)^{(1/2)}$ [38]

$\phi = \text{Ln}((Y^2 - 1)^{(1/2)})$

finalement :

$$L = 1/(F)^{(1/2)} \cdot [\text{Ln}(y_1 \pm (y_1^2 - 1)^{(1/2)}) - \text{Ln}(y_2 \pm (y_2^2 - 1)^{(1/2)})] \quad [39]$$

Choix du signe :

y est toujours ≥ 1 et comme $y_2 - 1$ est toujours $> y_2$, le logarithme a toujours un argument positif. Par contre, comme L est une grandeur essentiellement positive, il est nécessaire

que l'argument soit supérieur à 1, ce qui implique que $Y^2 \pm (Y^2 - 1)$ soit supérieur à 1, donc de prendre le signe Négatif.

De plus, Y_2 est égal à 1, ce qui induit :

$$L = 1/(F)^{(1/2)} \cdot [\text{Ln}(y_1 \pm (y_1^2 - 1)^{(1/2)})] \quad [40]$$

Remplaçons alors Y_1 par sa valeur : il restera :

$$L = \frac{1}{(F)^{(1/2)}} \cdot \text{Ln} \left[\left[R \cdot \frac{\sqrt{F}}{C} + 1 \right] + \left(\left[R \cdot \frac{\sqrt{F}}{C} + 1 \right]^2 - 1 \right)^{(1/2)} \right] \quad [41]$$

D'ou, si la valeur de F est petite, la formule [12].

Nota 3

Une représentation des données en cherchant une corrélation entre Grad Vertical et Grad Horizontal donne la figure curieuse visible sur la figure finale. Il semblerait que cette corrélation donne des points répartis sur une ellipse.

Références bibliographiques

- [AHL75] Ahlers, G., *Fluctuations, Instabilities and Phase Transitions*, Nato Advanced Study Institutes (Plenum Press) vol. B11 (1975) 181.
- [ARM89] Armfield S. W., « Direct simulation of unsteady natural convection in a cavity », *Proc. Int. Symp. On computational fluid dynamics*, Japan Soc. Fluid Mech., Tokyo, (1989) 305.
- [BAI07] Bairi A., Laraqi N. and Garcia de Maria J. M., Numerical and experimental study of natural convection in tilted parallelepipedic cavities for large Rayleigh numbers. *Experimental thermal and fluids sciences*, 31, (2007) 309.
- [BEH77] Behringer R. P. and Ahlers G., *Phys. Lett.* 62 A (1977) 329.
- [BEJ78] Bejan A. and Tien C. L., Laminar natural convection heat transfer in a horizontal cavity with different end temperatures, *Trans. A.S.M.E. J. Heat transfer* 100, (1978) 641.
- [BEN00] Bénard H., Thèse de doctorat, Université de Paris, France (1900).
- [BEN97] Ben Yedder R., Bilgen E., Laminar natural convection in inclined enclosures bounded by a solid wall. *Heat and Mass Transfer*. Vol. 32. (1997) 455.
- [BEN05] Benyoucef D., Etude numérique d'un écoulement de convection naturelle dans une cavité chauffée par plusieurs parois. Thèse de Magistère, Université Hadj Lakhdar de Batna, Algérie (2005).
- [BER75] Bergé, P., *Fluctuations, Instabilities and Phase Transitions*, Nato Advanced Study Institutes (Plenum Press) vol. B11 (1975) 323.
- [BES93] Bestehorn M. et Garcia C. P., Pattern formation in extended continuous systems, *Growth patterns in physical sciences and biology*, Edited by J. M. Garcia-Ruiz et al., Plenum Press, New York (1993).
- [BUE83] Buell, J. C. et Catton, I., *Phys. Fluids* 26, (1983) 892.
- [BUS67] Busse, F. H., On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below. *J. Math. Phys.* 46, (1967) 140.
- [BUS71] Busse F. M. and Whitehead J. A., Instabilities of convection rolls in a high Prandtl number fluid. *J. Fluid Mech.* Vol. 47, (1971) 305.

- [BUS80] Busse F. M. and Riahi N., Non-linear convection in a layer with nearly insulating boundaries. *J. Fluid Mech.* Vol. 96, (1980) 243.
- [BUS91] Busse F. H. and Sieber M., Regular and Chaotic Patterns of Rayleigh-Benard Convection, *International Series of Numerical Mathematics*, vol. 97, (1991) 79.
- [BUS92] Busse F. M. and R. M. Clever. Three-dimensional convection in an inclined layer heated from below. *Journal of Engineering Mathematics* 26, (1992) 1.
- [CAL98] Calay R. K., Holdo A. E., Hammond G. P., Natural convective heat transfer rates in rectangular enclosures. *Energy and Buildings*, 27 (1998) 137.
- [CAT72] Catton I., *Int. J. Heat Mass Transfer* 15 A, (1972) 665.
- [CER97] Cerisier P., Veyret D. and Rahal S.. Convection in an Inclined Rectangular Box. Fifth Triennial International Symposium on Fluid Control, Measurement and Visualisation. September 1-4, Hayama, Japan, Vol. 2, (1997) 631.
- [CER98] Cerisier P., Rahal S., Cordonnier J. and Lebon G., Thermal influence of boundaries on the onset of Rayleigh-Bénard convection. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 41 (1998) 3309.
- [CER98] Cerisier P., Jaeger M., Medale M. and Rahal S., Mechanical coupling of convective rolls in a high Prandtl number fluid. *Transaction of the ASME*, vol. 120, (1998) 1008.
- [CHA61] Chandrasekhar, *Hydrodynamic and hydromagnetic stability* (Oxford, London, (1961).
- [CHA70] Charlson G. S. and Sani R. L., thermoconvective instability in bounded cylindrical fluid layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* 13, (1970) 1479.
- [CHA87] Chaté H. and Manneville P., *Phy. Rev. Lett.* 58, (1987) 112. According to a private communication with one of these authors, P. Manneville, the knowledge of the exact nature of the transition, studied in this paper, requires more studies.
- [CHE92] Chen Y. Y., Boundary conditions and linear analysis of finite-cell Rayleigh-Bénard convection, *J. Fluid Mech.*, vol. 241, (1992) 549.

- [CHI81] Chiralkar G., Gadgil A. and Tien C. L., High Rayleigh number convection in a shallow enclosure with different end temperatures, *Int. J. Heat Mass Transfer* 24, (1981) 1621.
- [CIL88] Ciliberto S. and Bigazzi P., *Phy. Rev. Lett.* 60, (1988) 286.
- [CLE77] Clever R. M. and Busse F. H., Instabilities of longitudinal convection rolls in an inclined layer. *J. Fluid Mech.* 81, (1977) 107.
- [COR74] Cormack D. E., Leal L. G. and Seinfeld J. H., Natural convection in a shallow cavity with differentially heated en walls. Part 2. Numerical solutions, *J. Fluid Mech.* 65, (1974) 231.
- [COR74] Cormack D. E., Leal L. G. and Imberger J., Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls. Part I. Asymptotic theory, *J. Fluid Mech.* 65, (1974) 209.
- [CRO88] Cross, M. C. *Phys. Rev.* 138, (1988) 3593.
- [CRO89] Croquette V., Convective pattern dynamics at low Prandtl Number: Part I. *Contemporary Physics*, Vol. 30, No 2, (1989) 113.
Croquette V., Convective pattern dynamics at low Prandtl Number: Part II. *Contemporary Physics*, Vol. 30, No 2, (1989) 153.
- [CRU06] Crunkleton D. W., Anderson T. J., A numerical study of flow and thermal fields in tilted Rayleigh-Bénard convection. *Int. Comm. In Heat and Mass Transfer.* 33, (2006) 24.
- [DAN87] Daniels P. G., Blyte P. A. and Simpkins P. G., Onset of multicellular convection in a shallow laterally heated cavity, *Proc. R. Soc. A* 411, (1987) 327.
- [DAV67] Davis, S. H. Convection in a box: linear theory. *J. Fluid Mech.* 30, (1967) 465.
- [DAV70] Davies-Jones, R. P. Thermal convection in an infinite channel with no-slip condition. *J. Fluid Mech.* 44, (1970) 695.
- [DAV75] Davis G. de Vahl and Mallinson G. D., A note on natural convection in a vertical slot, *J. Fluid Mech.* 72, (1975) 87.
- [DAV83] Davis G. de Vahl and Jones I. P., natural convection in a square cavity: a comparaison exercise, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 3, (1983) 227.
- [DAV89] Daviaud F., Dubois M., and Bergé P., *Europhys. Lett.* 9, (1989) 441.

- [DAV90] Daviaud F., Bonetti M., and Dubois M., Transition to turbulence via spatiotemporal intermittency in one-dimensional Rayleigh-Bénard convection. *Physical Review A*, vol. 42, No. 6, (1990).
- [DOU80] Douglas W. R, Hollands K. G. T. and Raithby G. D.. On free convection experiments in inclined air layers heated from below. *J. Fluid Mech.* Vol. 96, part 3, (1980) 461.
- [DRU87] Drummond J. E. and Korpela S. A., Natural convection in a shallow cavity, *J. Fluid Mech.* 182, (1987) 543.
- [ELD65] Elder J. W., Laminar free convection in a vertical slot. *J. Fluid Mech.* 23, (1965) 77.
- [ELT77] Eltayeb I. A., *Proc. R. Soc. Lond. A.* 356 (1977) 16.
- [FUS91] Fusegi T., Hyun J. M. and Kuwahara K., Three-dimensional simulations of natural convection in a sidewall-heated cube. *Int. J. For Numerical Methods in Fluids*, vol. 13, (1991) 857.
- [GAR91] Gargaro R. J., convection in a shallow laterally heated cavity with conducting boundaries, *J. Engng Math.* 25, (1991) 99.
- [GAS87] Gaskell P. H. and Wright N. G., A multigrid algorithm for the investigation of thermal recirculating fluid flow problems. In 5th Int. Conf. on Num. Meth. for Thermal problems, Montreal, Canada (1987).
- [GER76] Gershouni G. Z., Zhukhovitskii E. M., Convective stability of incompressible fluids, translated from the russian by Louvish D., Keter Publications, Jerusalem (1976).
- [GOL84] Goldstein R. J. and Wang Q. J.. An interferometric study of the natural convection in an inclined water layer. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 27. No. 9, (1984) 1445.
- [GRA75] Graham, R., *Fluctuations, Instabilities and Phase Transitions*, Nato Advanced Study Institutes (Plenum Press) vol. B11 (1975) 215.
- [HAM89] Hamady F. J. and Lloyd J. R. Study of local natural convection heat transfer in an inclined enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 32. No. 9, (1989) 1697.
- [HAN84] Han S. M., A transient numerical analysis of high Rayleigh number convection in a differentially heated square cavity, ASME paper 84 - HT, (1984) 57.

- [HAR71] Hart J. E., Stability of the flow in a differentially heated inclined box. *J. Fluid Mech.* Vol. 47, (1971a) 547.
- [HAR71] Hart J. E., Transition to a wavy vortex regime in convective flow between inclined plates. *J. Fluid Mech.* Vol. 48, (1971b) 265.
- [HAR72] Hart J. E., Stability of thin non-rotating Hadley circulations, *J. Atmos. Sci.* 29, (1972) 687.
- [HAR83] Hart J. E., Low Prandtl number convection between differentially heated en walls, *Int. J. Heat Mass Transfer* 26, (1983) 1069.
- [HAR90] Hardin G. R., Sani R. L., Henry D., and Roux B., Buoyancy-driven instability in a vertical cylinder: Binary Fluids with solet effect. Part I: General théory and stationary stability results, *Int. J. Num. Mech. Fluids* 10, (1990) 79.
- [HIR83] Hiroyuki O. and Keiichi F. Long Rolls Generated by Natural-convection in an Inclined, Rectangular Enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 26. No. 10, (1983) 1427.
- [HOL76] Hollands K. G. T., Unny T. E., Raithby G. D., and Konicek L. Free convective heat transfer across inclined air layers. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 98. 193 (1976) 1697.
- [HUR71] Hurlle D. T. J. and Jakeman E., *J. Fluid Mech.* 47, (1971) 667.
- [IMB74] Imberger J., Natural convection in a shallow cavity with differentially heated in walls. Part 3. Experimental results, *J. Fluid Mech.* 65, (1974) 247.
- [INA84] Inaba H., Experimental study of natural convection in an inclined air layer. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 27. No. 8, (1984) 1127.
- [IVE84] Ivey G. N., experiments on transient natural convection in a cavity, *J. Fluid Mech.*, 144, (1984) 389.
- [JEF26] H. Jeffreys, *Phil. Mag.* 2, (1926) 833.
- [JEN84] Jenkins D. R., and Proctor M. R. E., The transition from roll to square-cell solutions in Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* Vol. 139, (1984) 461.
- [KES87] Kessler R., Non linear transition in three-dimensional convection. *J. Fluid Mech.* 174, (1987) 357.
- [KIM93] Kimura T. and Masanori T., Natural Convection Heat Transfer in Inclined Rectangular Enclosure. *Scripta Technica* (1993) 615.

- [KIN91] King J. A. and Reible D. D., Laminar natural convection heat transfer from inclined surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 34. No. 7, (1991) 1901.
- [KIR88] Kirchartz K. R. and Oertel H. JR. Three-dimensional thermal cellular convection in rectangular boxes. *J. Fluid Mech.* Vol. 192, (1988) 249.
- [KIR88] Kirchartz, K. and Oertel, H. Three-dimensional thermal cellular convection in rectangular boxes. *J. Fluid Mech.* 192, (1988) 249.
- [KOL86] Kolodner, P., Wolden, R., Passner, A., Surko, C. Rayleigh-Benard convection in an intermediate-aspect-ratio rectangular container. *J. Fluid Mech.* 163, (1986) 195.
- [KOL88] Kolodner, P., Bensimon, D. and Surko, C. M., *Phys. Rev. Lett.* 60, (1988) 1723.
- [KOS74] Koschmieder E. L. and Pallas S. G., Heat transfer through a shallow horizontal convecting fluid layer. *Int. J. Heat. Mass Transfert*, Vol. 17, (1974) 991.
- [KOS93] Koschmieder E. L., *Benard cells and Taylor Vortices*, Cambridge university Press, Cambridge, (1993).
- [KRI70] Krishnamurti, R. on the transition to turbulent convection. Part 2. The transition to time-dependent flow. *J. Fluid Mech.* 42, (1970) 309.
- [LAN71] Landau, L., Lifchitz, E., *Physique théorique, Mécanique des fluides*, tome 6, Edition MIR, (1971).
- [LAN85] Langlois W. E., Buoyancy - driven flows in crystal - growth melts, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 17, (1985) 191.
- [LAN88] Lankhorst A. M. and Hoogendoorn C. J., Three-dimensional numerical calculations of high Rayleigh number natural convective flows in enclosed cavities, *Proc. Natl Heat Transfer Conf.*, vol. 3, ASME, New York, (1988) 463.
- [MAL77] Mallinson G. D. and Davis G. de Vahl, Three-dimensional natural convection in a box: a numerical study, *J. Fluid Mech.*, 83, (1977) 1.
- [MAS87] Masuoka T. and Shimizu G., Effects of Lateral Walls on the Stability of Natural Convection in an Inclined Fluid Layer. *Scripta Technica*, (1987) 82.
- [NEW69] Newell A. C. and Whitehead J. A., *J. Fluid. Mech.* 38, (1969) 279.
- [NIC87] Nicolaenko B., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* 2, 453 (1987);.

- [NIE90] Niemela J. J., Ahlers, G. and Cannel, D. S. Phys. Rev. Lett. 64, (1990) 1365.
- [NIE94] Nield D. A., Convection induced by an inclined temperature gradient in a shallow horizontal layer. Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 15, No. 2, (1994).
- [NIS96] Nishikawa S. and Yahata H., Journal of the physical society of Japan, Vol. 65, No. 4, (1996) 935.
- [NIT07] Nithyadevi N., Kandasuramy P. and Lee J., Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 50, (2007) 4688.
- [ONU98] Onur N. and Aktas M. K., An experimental study on the effect of opposing wall on natural convection along an inclined hot plate facing downward. Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 25, No. 3, (1998) 389.
- [PAO89] Paolucci S., and Chenoweth D. R., Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity, J. Fluid Mech., 201, (1989) 379.
- [PAT80] Patterson J. C. and Imberger J., Unsteady natural convection in a rectangular cavity, J. Fluid Mech. 100, (1980) 65.
- [PAT89] Patterson J. C., Experiments in unsteady natural convection. In Proc. Fourth Australasian Conference on Heat and Mass Transfer, Christchurch (1989) 299.
- [PFO87] Pfothner J. M., Niemela J. J. and Donnelly R. J., J. Fluid Mech., 85 (1987) 175.
- [POC87] Pocheau A., structure spatiale et turbulence de phase en convection de Rayleigh Bénard, Thèse, Université Pierre et Marie Curie, Paris (1987).
- [PRA84] Prakash C. and Kaminski D. A., Conjugate natural convection in square enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls. HTD ASME, 39, (1984) 49.
- [QUO72] Quon C., High Rayleigh number convection in an enclosure - a numerical study, Phys. Fluids 15, (1972) 12-19.
- [RAY16] Rayleigh L., Philos. Mag. 32, (1916) 529.
- [REF98] Refaee M. M. E., Elsayed M. M., Najem N. M. A. and Noor A. A., Natural convection in partially cooled tilted cavities. Int. J. Numer. Mech. Fluids, Vol. 28, (1998) 477.
- [SAN63] Sani R., Thèse de doctorat, Université de Minnesota, USA (1963).

- [SAW78] Sawada Y., Phys. Lett. 65 A (1978) 5.
- [SCH80] Schinkel W.M.M., Natural convection in inclined air-filled enclosures. Dutch Efficiency Bureau, Pijnacker (1980).
- [SHI05] Shibata H., Heat flux in Rayleigh-Bénard convection, Physica A 352, (2005) 335.
- [SHI80] Shinkel W., Natural convection in air-filled enclosures, Dutch efficiency Bureau, Pijnacker, (1980).
- [SEG67] Segel L. A., J. Fluid Mech. 30, (1967) 625.
- [SEG69] Segel L. A., J. Fluid Mech. 38. (1969) 203.
- [SHA90] Shadid J. N. and Goldstein R. J., Visualization of longitudinal convection roll instabilities in an inclined enclosure heated from below. J. Fluid Mech. vol. 215, (1990) 61.
- [SIM86] Simpkins P. G. and Chen K. S., convection in horizontal cavities, J. Fluid Mech. 166, (1986) 21.
- [SPA64] Sparrow E. M., Goldstein R. J. and Jonsson V. H., J. Fluid Mech. 18, (1964) 513.
- [STE87] Steinberg V., Moses E. and Feinberg J., In chaos'87: Proc. Intl Conf. on the physics of chaos and systems Far from Equilibrium, Monterey, CA, January (ed. M. Duong-Van). North-Holland (1987).
- [STE93] Stella F., Guj G. and Leonardi E., The Rayleigh-Benard problem in intermediate bounded domains, J. Fluid Mech. vol. 254, (1993) 375.
- [STO72] Stork K. and Muller U., convection in boxes: experiments, J. Fluid Mech. 54, (1972) 599.
- [STR94] Straatman A. G., Naylor D., Floryan J. M., and Tarasuk J. D., A Study of Natural Convection Between Inclined Isothermal Plates. Journal of Heat Transfer. Vol. 116. (1994) 243.
- [SUN96] Sundstrom L. G. and Kimura S., On laminar free convection in inclined rectangular enclosures. J. Fluid Mech. Vol. 313, (1996) 343.
- [TAK87] Takashi M. Effects of Lateral Walls on the Stability of Natural Convection in an Inclined Fluid Layer. Scripta Technica, Inc (1987).
- [TER93] Teruo K. and Masanori T., Natural Convection Heat Transfer in Inclined Rectangular Enclosure. Scripta Technica, Inc (1993).
- [THO82] J. Thomson, Proceedings Glasgow Philosophical Society (1882).

- [UPT97] Upton T. D. and Watt D. W., Experimental study of transient natural convection in an inclined rectangular enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 40. No. 11, (1997) 2679.
- [VES69] Vest C. M. and Arpaci V. S., Stability of natural convection in a vertical slot, *J. Fluid Mech.* 36, (1969) 1.
- [VEY98] Veyret D., Cerisier P. et Rahal S., étude numérique et expérimentale des transferts de chaleur convectifs dans une enceinte rectangulaire inclinée. *Entropie* n°214, (1998) 48.
- [WAN92] Wang T. M. and Korpela S. A., Secondary instabilities of convection in a shallow cavity, *J. Fluid Mech.* 234, (1992) 147.
- [WAN94] Wang P. and Daniels P. G., Numerical study of thermal convection in shallow cavities with conducting boundaries, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, No. 3, (1994) 387.
- [WES78] Wesfreid J., Pomeau Y., Dubois M., Normand C. and Bergé P., Critical effects in Rayleigh-Benard convection, *Journal de Phys.* No. 7, (1978) 725.
- [WES79] Wesfreid J., Bergé P. and Dubois M., Induced pretransitional Rayleigh-Bénard convection. *Physical Review A*, Vol. 19, No. 3, (1979) 1231.
- [WIN88] Winters K. H., Laminar natural convection in a partially divided rectangular cavity at high Rayleigh number, *J. Numer. Methods Fluids* 8, (1988) 247.
- [YAN87] Yang H. Q., Yang K. T. and Lloyd J. R., Laminar natural-convection flow transitions in tilted three-dimensional longitudinal rectangular enclosures. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 30. No. 8, (1987) 1637.
- [ZAI71] Zaitsev, V. M. and Schliomis, M. I., *Sov. Phys. JETP* 32 (1971) 866.
- [ZHA95] Zhao A. X., Moates F. C., and Narayanan R., Rayleigh convection in a closed cylinder - Experiments and a three-dimensional model with temperature-dependent viscosity effects. *phys. Fluids*, Vol. 7, No. 7, (1995) 1576.
- [ZHO91] Zhong, F., Ecke, R. and Steinberg, V. Asymmetric modes and the transition to vortex structures in rotating Rayleigh-Benard convection. Preprint (1991).

Résumé

La déstabilisation de la thermoconvection de Rayleigh-Bénard par un chauffage latéral a été abordée dans les deux cas, horizontal et incliné. Une méthode de la déviation du faisceau lumineux dite " méthode de l'effet mirage" a été utilisée pour la détermination des gradients de température dans les rouleaux de Bénard et dans l'interface rouleau de Bénard - rouleau induit. Nous avons fait une large investigation expérimentale sur l'influence des paramètres physiques et géométriques sur les structures convectives, horizontale et inclinée. On a essayé par une approche numérique de mettre en évidence l'influence de la nature des parois, de leurs épaisseurs et du confinement sur les structures convectives et les transferts de chaleur, pour différentes conditions aux limites considérées. Un programme de calcul a été élaboré et les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Le calcul a été aussi étendu aux cas non trouvés en littérature.

Abstract

The destabilization of the Rayleigh-Bénard thermoconvection by a side heating was studied for horizontal and inclined cases. The deviation method of the light beam known as " méthode de l'effet mirage" was used for the determination of the temperature gradients in the Bénard rollers and in the Bénard roller - induced roller interface. We made a broad experimental investigation on the influence of the physical and geometrical parameters on the horizontal and inclined convective structures. It has been tried by a numerical approach to highlight the influence of the walls nature, their thicknesses and confinement on the convective structures and the heat transfer for different boundary conditions considered. A calculation program was realized and the obtained results are in good agreement with the existing experimental results. Also these calculus were used to cases not found in the literature.

ملخص

درست ظاهرة الإخلال باستقرار الحمل الحراري لـ " Rayleigh-Bénard " بسبب تسخين جانبي في الحالتين الأفقية و المائلة. أعتمد في هذه الدراسة على طريقة انحراف الطيف الضوئي المسماة بـ " طريقة تأثيرات السراب" من أجل تحديد التدرج العمودي للحرارة في اسطوانات بينار، و في المنطقة الفاصلة بين اسطوانة بينار و الاسطوانة الدخيلة. قمنا بدراسة تجريبية حول تأثير العوامل الفيزيائية و الهندسية على الأشكال المحمولة الأفقية و المائلة. حاولنا عبر تقريب عددي توضيح تأثير طبيعة الجدران ، سمكها و حصرها على الأشكال المحمولة و على الانتشار الحراري لمختلف الشروط النهائية المقترحة. تم إعداد برنامج لحساب هذه الظاهرة و النتائج المحصل عليها طابقت بوضوح النتائج التجريبية المتوفرة، هذا الحساب ، وسع ليشمل حالات لم يتطرق لها في الكتابات المنشورة.