

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE EL-HADJ LAKHDAR - BATNA

MÉMOIRE

Présenté à

LA FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE SCIENCE
DE LA MATIERE

LABORATOIRE DE PHYSIQUE
ENERGETIQUE APPLIQUEE
(LPEA)

Pour obtenir le diplôme de

MAGISTERE EN PHYSIQUE

Option : Physique Energétique

Par

ROUICHI Fairouz

Thème

Effets de Soret et de Dufour sur l'écoulement sur une plaque en convection libre imbibée dans un milieu poreux

Soutenue devant le jury :

◆ Prof. BOUGOUL Saadi	Président	Univ. de Batna
◆ M.C.A. AOUACHRIA Zeroual	Rapporteur	Univ. de Batna
◆ M.C.A. KHALDI Fouad	Examineur	Univ. de Batna
◆ M.C.A. BRIMA Abdelhafid	Examineur	Univ. de Biskra

2011 / 2012

Remercient

*Je remercie dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'il ma donné
durant tous ces années d'étude.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude à monsieur **Z. Aouachria** maitre de conférences, pour
avoir assuré la direction de ce mémoire, pour sa confiance constante et pour ses
encouragements tout au long de ces longues années de travail.*

*Je remercie tout particulièrement monsieur **S. Bougoul** professeur de département de
physique université de Batna, pour l'honneur qu'il ma fait en présidant le jury de ce
mémoire.*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude monsieur **F. KHaldi** maitre de conférences de
l'université de Batna et à Monsieur **A.Brima** maitre de conférences de l'université de
Biskra.*

Remerciements vont encore à :

Mes collègues et amis pour leur soutien et leur aide à finaliser ce travail.

*Enseignants et doctorants de département de physique, pour leur soutient moral et leur
accueil chaleureux.*

*Enfin je tiens à remercier mes parents et les membres de ma famille qui m'ont beaucoup
soutenu dans les moments les plus difficiles.*

Nomenclature

Lettres latines

<i>Symbole</i>	<i>Dénomination</i>	<i>Unités</i>
D_T	Coefficient de Thermodiffusion	$m^2 \cdot s^{-1} \cdot K^{-1}$
C	Concentration	mol/l
C_S	Concentration de la susceptibilité	
S_T	Coefficient de Soret	K^{-1}
D_m	Diffusivité massique	m^2/s
f	Fonction caractéristique pour le calcul de la couche limite	
Y	Fonction de courant	
K_T	Taux de diffusion thermique	
K	Perméabilité du milieu poreux	m^2
f_w	Paramètre d'aspiration de la paroi (suction)	
h	Distance relative dans le calcul des couches limites (coordonné spatial adimensionnelle)	
T	Température	K
k	Coefficient de conduction électrique	A/Vm
T_m	Température moyenne	K
u	Composante de la vitesse dans la direction x	$m \cdot s^{-1}$
v	Composante de la vitesse dans la direction y	$m \cdot s^{-1}$
u_0	La vitesse uniforme loin de la plaque	$m \cdot s^{-1}$
q	Température adimensionnelle	

Nomenclature

n_v	Nombre de particules par unité de volume	m^{-3}
f	Concentration adimensionnelle	
l	Longueur reliée à longueur d'onde de L.Broglie	m
x, y	coordonnées cartésiennes	m
K_B	Constante de Boltzmann	$J.K^{-1}$
C_f	Coefficient de frottement sur la paroi	
f_e	Potentiel électrique	V

Lettres grecques

<i>Symbole</i>	<i>Dénomination</i>	<i>Unités</i>
a	Diffusivité de la chaleur	$m^2.s^{-1}$
l	Conductivité thermique	$w.m^{-1}.K^{-1}$
r	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
n	Viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
m	Viscosité dynamique	$Pa.s$
b_T	Coefficient de dilatation thermique	K^{-1}
m_c	Potentiel chimique	$J.mol^{-1}$
g	Accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
b_C	Coefficient de dilatation de concentration	$m^3.mol^{-1}$
C_P	Chaleur spécifique à pression de constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$

Nombres adimensionnels

<i>Symbole</i>	<i>Dénomination</i>	
Nu	Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{hx}{a}$
Re	Nombre de Reynolds	$Re = \frac{ux}{u}$
Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{u}{a}$
G_r	Nombre de Grashof	$G_r = \frac{gb(T_w - T_\infty)x^3}{u^2}$
G_{r_m}	Nombre de Grashof modifié	$G_{r_m} = \frac{gb_c(C_w - C_\infty)x^3}{u^2}$
Sc	Nombre de Schmidt	$Sc = \frac{u}{D_m}$
Sh	Nombre de Sherwood	$Sh = \frac{xh_m}{D_m}$
S_r	Nombre de Soret	$S_r = \frac{D_m k_T (T_w - T_\infty)}{u T_m (C_w - C_\infty)}$
D_f	Nombre de Dufour	$D_f = \frac{D_m k_T (C_w - C_\infty)}{C_s C_p u (T_w - T_\infty)}$

Indices

<i>Symbole</i>	<i>Dénomination</i>
S	Susceptibilité
P	Pression
m, \bar{m}	moyenne, masse
C	Concentration
T	Température

sommaire

Chapitre I : <i>Introduction Générale et Synthèse bibliographique</i>	1
Chapitre II : <i>Généralités et rappels sur les phénomènes de transport</i>	
Thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles.....	6
II.1. Approche phénoménologique.....	6
II.1.1. Phénomène Irréversible.....	6
II.1.2. Lois phénoménologiques.. ..	6
II.1.3. Couplages	7
II.2 Théorie d'Onsager	7
II.2.1 Quatrième principe de la thermodynamique.....	8
II.2.2. Propriétés des coefficients L_{ij}	8
II.2.3. Relation de réciprocity d'Onsager.....	9
II.3. Effets thermoélectriques.....	10
II.3.1. Relation entre les différents coefficients I et e	10
II.3.2. Coefficients phénoménologiques en fonction des coefficients I, g et e ...	11
II.3.3.Effet Seebeck.....	12
II.3.3.1. Définition.....	12
III.3.3.2. Expression de la f.e.m de Seebeck.....	12
II3.4. Effet Peltier.....	13
II.3.4.1. Définition.....	13

II.3.4.2. Puissance thermique de Peltier.....	14
II.3.5.Effet Thomson.....	14
II.3.5.1.Définition.....	14
II.4. Thermodiffusion dans un mélange fluide.....	14
II.4.1.Introduction	14
II.4.2.Flux diffusifs dans un mélange binaire.....	15
II.4.3.Source d'entropie.....	15
II.4.4. Relations linéaires entre le flux et les affinités.....	17
II.4.5.Conductivité thermique du mélange.....	17
II.4.6. Coefficient de diffusion et Thermodiffusion.....	17
II.4.7. Positivité de la source d'entropie.....	18
II.4.8. Effet Soret. Effet Dufour.....	18

Chapitre III : *Formulation mathématique du problème*

III.1. Position du problème.....	20
III.2. Formulation mathématique et modélisation.....	21
III.3. Equations générales.....	22
III.3.1. Equation de continuité.....	22
III.3.2. Equation de quantité de mouvement.....	22
III.3.3. Equation de conservation d'énergie.....	23
III.3.4. Equation de concentration.....	24
III.4. Simplification du système d'équation.....	24
i) Approximation de Boussinesq.....	25
ii) Equation de Darcy.....	25
iii) Analyse dimensionnelle de la couche limite.....	26
III.5. Système d'équations retenu.....	28

III.6. Les conditions aux limites.....	28
III.7. Changement de variable et normalisation des paramètres du problème.....	29
III.8. Les conditions aux limites correspondantes.....	30
III.9. Le coefficient de frottement.....	30
III.10. Le nombre de Nusselt.....	31
III.11. Le nombre de Sherwood.....	32

Chapitre IV: *Resolution Numérique*

IV.1. Introduction.....	33
IV.2. Méthode Fehlberg.....	34
IV.3. Schéma implicite.....	34
IV.4. Méthode de Tir.....	34
IV.5. Discrétisation des équations gouvernant le problème de transport.....	34
IV.5.1. Equation de la quantité de mouvement.....	34
IV.5.2. Equation d'énergie.....	35
IV.5.3. Equation de la concentration.....	36
IV.5.4. Le coefficient de frottement.....	37
IV.5.5. Le nombre de Nusselt.....	37
IV.5.6. Le nombre de Sherwood.....	38
IV.6. Modèle numérique	38
IV.6.1. L' Organigramme des calculs.....	38

Chapitre v: *Analyse et discussion des résultats*

V.1. Introduction.....	43
V.2. Comparaison entre la présente etude et le celle de référence [32]	44
V.3. Influence de l'effet de Dufour et de Soret sur le profil des vitesses.....	47
V.4. Influence de l'effet de Dufour et de Soret sur le profil de la concentraion.....	48

V.5. Influence de l'effet de Dufour et de Soret sur le profil de la température.....	50
V.6. Influence du paramètre de succion f_w sur les profils de la vitesse, de la concentration et de la température.....	50
V.7. Influence du nombre de Dufour et Soret sur le coefficient de frottement....	53
V.8. Influence du nombre de Dufour et Soret sur le profil du nombre de Nusselt	53
V.9. Influences du nombre de Dufour et Soret sur le profil du nombre de Sherwood.....	55
V.10. Variation du profile des vitesses en fonction des effets de Dufour et de Soret.....	56
V.11. Variation du profil de la concentration en fonction des effets de Dufour et Soret.....	57
V.12. Variation du profil de la température en fonction des effets de Dufour et de Soret.....	58
V.13. Variation des profils de la température, de la concentration et de la vitesse en fonction de la position x	59
V.14. Influence des nombres de Grachof Gr et Grachof modifie Gm	61
V.15. Influence de la vitesse d'entrée sur le profil de la vitesse, la concentration et de la température.....	65
<i>Conclusion générale</i>	67
<i>Annexe 01</i>	
<i>Annexe 02</i>	
<i>Références bibliographiques</i>	

Chapitre I

Introduction

générale et synthèse

bibliographique

Introduction générale et synthèse bibliographique

La recherche dans le domaine du transfert de chaleur et de masse couvre un champ très vaste. Le phénomène du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle, autour des plaques infinies ou semi infinies, est généralement dû à la présence des gradients de température et de concentration. Ces gradients causent une distribution non uniforme de la densité du mélange qui provoque à son tour un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. Le mouvement de ces espaces peut être dans un milieu poreux saturé, ou non par un fluide. Dans la plupart des situations, que se soit dans la nature ou dans l'industrie, le fluide est constitué de deux ou plusieurs composants comme on peut citer par exemple le cas des procédés de séchage, les écoulements géophysiques etc.... Les écoulements naturels engendrés portent le nom de convection naturelle en double diffusion lorsqu'un fluide binaire est soumis à des flux : de flux chaleur et de flux de masse lorsqu'on est présente de plus d'un phénomène, dans un système thermodynamique on assiste à une interaction entre les contributions de ces phénomènes générés par des forces généralités. Ces interactions se traduisent par des effets couplés et représentés par des coefficients phénoménologiques de couplage qui caractérisent les propriétés du système thermodynamique zéroal. A [1]. Une nouvelle approche pour le calcul des coefficients de diffusion dans un mélange binaire est présentée en 2004 par Musa R et all [2]. L'équation de diffusion qu'ils ont proposé est basée sur les résultats obtenus par la mécanique statistique des phénomènes de transport dans un milieu dense. L'effet de la concentration sur la diffusion est facile à déterminer et il est, en général, accord avec les résultats analogue de l'expérience, de plus, le fait de soumettre un mélange fluide, constitué d'au moins deux composants, à un gradient permanent de température peut dans certains cas, conduire à des transferts de matières au sein du mélange. Ces transferts sont dus à la formation d'un gradient de concentration induit par un gradient thermique, processus connu sous le nom de Thermodiffusion ou l'effet Soret, cet effet a été étudié dans les gaz en 1879 par C. Soret. L'effet inverse est dit effet de Dufour, qui est l'existence d'un courant de chaleur du à un gradient de concentration qui a été étudié en 1872 par L. Dufour.[3], et il est utilisé à la séparation des isotopiques de mélanges gazeux lorsque il s'agit des poids moléculaires faibles ou moyens comme (H_2, He) et (H_2, air). L'effet de Dufour a été jugé d'une ampleur considérable tel qu'il ne peut être négligé dans beaucoup de cas.[4]

Ce pendant dans la majeure partie des études, ces effets thermodiffusions, ont été négligés :

L'étude de transfert couplé de chaleur et de masse, en convection libre, dans des milieux poreux a suscité l'intérêt des chercheurs spécialisés dans ce domaine depuis plusieurs décennies. Cet intérêt est justifié par l'importance des applications de divers domaines d'ingénierie et de géophysique. Par exemple, en génie chimique on le trouve dans les procédés de filtration et de purification, dans la technologie d'agriculture pour étudier les ressources d'eau souterraines; en technologie de pétrole pour étudier le mouvement du gaz naturel, du pétrole etc. En raison de ces applications, beaucoup de chercheurs ont étudiés la convection naturelle où les effets thermodiffusions ont été négligés.

Dans cette optique, Wen-Jeng Chang et Wen-lung Chang [5], ont étudié un développement numérique de la convection mixte dans un canal constitué d'une plaque poreuse verticale imbibée dans milieu poreux saturé. Dans cette étude, il a utilisé l'algorithme Simplec combiné avec les techniques de l'ADI et SOR. La diffusion et la convection sont traitées par un schéma hybride; le modèle non-Darcyen, qui inclue les effets d'inertie, de frottement et de convection, est utilisé dans l'équation de la dynamique de la couche du milieu poreux. Les distributions de vitesse, de température, du nombre de Nusselt local, du coefficient local de frottement, de chute de pression et de longueur d'entrée dans une plaque verticale parallèle, partiellement imbibée dans un milieu poreux sont obtenus en vertu de divers paramètres, tels que le nombre de Darcy et le nombre de Grashof et de différente épaisseur de milieu poreux,.

Le couplage de transfert de chaleur et de masse en convection mixte sur un coin intégré dans un milieu poreux saturé a été analysé par K.A.Yit [6], en utilisant des solutions non similaires pour le cas de la variation du flux de chaleur (VFC) et le variation de flux de masse (VFM). L'ensemble des régimes de la convection sont étudiés, comme la convection mixte la convection libre, convection forcée. La transformation du système d'équations non linéaires est solutionné par l'utilisation de la méthode des différences finies.

Le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle est étudié par Mohemmed Boussaid, et al [7], dans une cavité trapézoïdale chauffée par la basse et refroidie sur la paroi inclinée supérieure. Les équations relatives au transport de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration sont résolues par la méthode des volumes finis. Les résultats,

pour des configurations d'écoulement étudiées, dépendent de l'inclinaison de la paroi supérieure de la cavité. Ainsi, pour des faibles angles d'inclinaison, l'écoulement est de type Rayleigh Bénard par contre, pour les fortes inclinaisons l'écoulement s'apparente plutôt au cas de la cavité rectangulaire chauffée différentiellement. L'influence des sollicitations thermosolutales de la nature des espaces en présence et de la géométrie de la cavité est aussi analysée. L'augmentation de l'allongement de la cavité conduit à celle des taux de transfert de chaleur et de masse. La diminution du nombre de Lewis (rapport des effets thermiques aux effets de diffusion), augmente ces mêmes taux. La sollicitation solutale est de même nature que la sollicitation thermique. Les deux sollicitations sont ici coopérants et l'augmentation de l'une entraîne celle des deux taux de transfert.

Une autre étude est une application de la méthode constructive à la découverte de la répartition optimale des sources de chaleur discrète refroidie par la convection naturelle laminaire. L'objectif global de cette étude est de maximiser la conductance entre le mur et le fluide, ou de réduire les points de température chaude lorsque l'ensemble des taux de production de chaleur et les dimensions du système sont spécifiés par A.K. da Salva, et al [8] ont considéré deux points, dans cette analyse :

- i) Un grand nombre de petites sources de chaleur montrées sur une paroi verticale face au liquide d'un réservoir.
- ii) Un petit nombre de taille finie des sources de chaleur montrées à l'intérieur du paroi latérale d'une dimension cavité. Il a montré que la répartition optimale n'est pas uniforme (les sources ne sont pas équidistantes), et que de nombre de Rayleigh augmente le nombre des sources de chaleur placées à proximité de la pointe d'une couche limite qui devrait être sans espacements. Dans les deux cas, (i) et (ii), la configuration optimale du mur avec des sources discrètes est générée par la poursuite du maximum de performance globale à l'échelle mondiale sous réserve des contraintes.

Le même problème est repris par A.K.da Salva, et al [9], en utilisant la méthode des éléments finis et technique de newton- Raphson.

Aussi A.K.da Salva, et al [10] ont abouti, par la méthode constructive, à la distribution optimale et les tailles discrètes de la source de chaleur dans un canal vertical ouvert durant la convection naturelle. Ils ont utilisé le logiciel de CFD basé sur la méthode d'éléments

finies et la méthode de Newton Raphson pour la solution du système d'équation non linéaire.

D. Cimpean, et al [11], ont examiné le problème du flux de chaleur en convection libre et de la couche limite qui se forme sur une surface verticale dans un milieu poreux saturé lorsque la température de surface supposée constante T_2 est atteint seulement après un changement linéaire de sa valeur initiale du T_1 à l'amont du bord. Dans leur étude ils ont identifié trois cas qui dépendent de la relation entre la température ambiante T_∞ et T_2 à savoir $T_2 > T_\infty$, $T_2 = T_\infty$, $T_2 < T_\infty$. Dans le premier cas $T_2 > T_\infty$, il en résulte un transfert de chaleur considérablement amélioré à partir de la frontière de fluide convective dans cette région où $T_2 > T_1$, et dans la région où la chaleur est transférée du fluide à la frontière lorsque $T_2 > T_1$. Dans le second cas, $T_2 = T_\infty$, la mise en place de flux de convection sur la première partie de la surface d'un mur jet dans la région où la température de surface est la même que l'air ambiant. Dans le dernier cas $T_2 > T_\infty$ une singularité se développe dans la solution numérique à l'endroit où la température de surface devient T_∞ .

Comme l'utilisation efficace de l'énergie est l'objectif principale lors de la conception d'une système ou d'un procédé technique, elle peut être obtenue par la destruction de l'énergie c'est-à-dire la minimisation de la production d'entropie dont l'influence des effets de Dufour et de Soret sont significatifs, en effet l'effet Dufour tend à augmenter la production d'entropie alors que l'effet Soret tend à la diminuer surtout pour le nombre de Grashof thermique emportant.[12]

Toutes ces investigations n'ont pas tenue compte des phénomènes thermique et de diffusion à savoir l'effet Dufour et effet Soret. Malgré qu'il existe des exception, Weaver et Wiskanta [13], on étudie l'influence de ces effets en convection naturelle thermosolutale dans une cavité stable et carrée. Ils ont montré que la contribution de l'effet Soret au flux total de masse peut attendre 10 a 15% et, le flux d'énergie causé par l'effet Dufour peut être comparable à celui obtenu par la conduction pure dans certain cas.

Hidouri et all [14] ont étudie l'influence de l'effet Soret sur la production d'entropie en convection naturelle thermosolutale. Ils ont montré que la production d'entropie prend une valeur minimale pour un rapport de flottabilité voisin de -1 et cela pour les nombres de Grashof thermique supérieurs à 10^4 .

L'influence des effets de Dufour et de Soret en convection libre magnétohydrodynamique stable et instable, sur le transfert de chaleur et de masse sur une plaque plane verticale et poreuse incorporée dans un milieu poreux saturé est étudiée numériquement par Alam et all, Shariful et all, Md. Shariful et all [15,16,17]. Les équations aux dérivées partielles régissant le problème ont été transformées dans un système d'équations ordinaires qui est résolu en utilisant la technique de Tir combinée à la méthode de Runge Kutta. Les résultats ont montré que le champ d'écoulement est sensiblement influencé par les effets de Dufour et de Soret.

Dans cette étude, les auteurs ont analysé les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse en convection libre au sujet d'une surface verticale incluse dans un milieu poreux saturé avec la distribution de température de surface proportionnelle à x^I en tenant compte des effets Dufour et de Soret, la distribution de la vitesse, les profils de la température et de concentration dans la couche limite, l'étude des effets du paramètre I , du paramètre de sustentation, N , le nombre de Lewis, Le , du nombre de Dufour, et du nombre de Soret, sur les profils de vitesses, de température et de concentration sur la distribution des vitesses, de température et de concentration dans la couche limite.[18]

Dans notre étude on propose l'analyse dans le cas d'une plaque verticale poreuse imbibée dans un milieu poreux en tenant compte des effets Soret et Dufour.

Chapitre II

*Généralités et rappel
sur les phénomènes
de transport*

Généralités et rappel sur les phénomènes de transport

Thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles

II-1 Approche phénoménologique

II-1.1 Phénomène Irréversible

Nous avons vu au approche phénoménologique que le phénomène irréversible étaient liés à l'existence de déséquilibre. Ces derniers peuvent être de nature mécanique, thermique, physique, chimique ou électrique. En fait, les phénomènes irréversibles apparaissent dès qu'une fonction d'état intensive présente un gradient non nul. Ce gradient donne naissance à un courant ou un flux. Nous considérons des évolutions proches de l'état d'équilibre, de sorte que les relations entre les flux et le gradient peuvent être considérées comme linéaires.

II-1.2 Lois phénoménologiques

Voici quelques exemples de lois linéaires qui expriment la proportionnalité entre la cause et l'effet.

Le phénomène de *conduction thermique pure* est régi par la *loi de Fourier*

$$\mathbf{J}_q = -l \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (2.1)$$

Dans laquelle nous avons :

- \mathbf{J}_q flux de chaleur $[W / m^2]$
- l coefficient de conduction thermique $[W / (Km)]$

Le phénomène de *conduction électrique pure* est régi par la *loi d'Ohm* :

$$\mathbf{J}_e = -g \overrightarrow{\text{grad}f} \quad (2.2)$$

Dans laquelle nous avons :

- f potentiel électrique $[V]$
- \mathbf{J}_e flux de charges électriques (courant électrique) $[A / m^2]$

- g coefficient de conduction électrique $[A/(Vm)]$ ou $[1/\Omega m]$; ce coefficient est l'inverse de la résistivité électrique

Le phénomène de *diffusion pure* d'un gaz dans un autre est régi par la *loi de Fick* :

$$\vec{J}_{m1} = -D_2^1 \overrightarrow{\text{grad}} r_1 \quad (2.3)$$

Dans laquelle nous avons :

- r_1 masse volumique du composant 1 $[Kg / m^3]$
- \vec{J}_{m1} flux de masse du composant 1 $[Kg / (m^2 s)]$
- D_2^1 coefficient de diffusion du composant 1 dans le composant 2 d'un mélange binaire $[m^2 / s]$

II-1.3 Couplages :

En fait, il arrive souvent que deux ou plusieurs phénomènes irréversibles interviennent simultanément. On dit alors qu'ils sont *couplés*. Dans ce cas, les phénomènes interférents entre eux, ce qui donne naissance à de nouveaux effets.

Par exemple, le couplage entre la conduction thermique et la conduction électrique donne naissance aux *effets thermoélectriques*. Nous verrons plus loin que, suivant les conditions imposées au système, il s'agit de l'effet Thomson, de l'effet Seebeck ou de l'effet Peltier.

Le couplage entre la conduction thermique et la diffusion d'un gaz dans un autre donne naissance aux *effets de thermodiffusion*. Il s'agit de l'effet de diffusion thermique, dit effet Soret, lors de l'apparition d'un flux de masse sous l'influence d'un gradient de température et de l'effet Dufour lors de l'apparition d'un flux de chaleur sous l'influence d'un gradient de masse volumique.

Nous obtenons les lois régissant les phénomènes couplés en combinant linéairement les lois relatives aux phénomènes purs et en ajoutant des termes de couplage. [19]

II-2 Théorie d'Onsager :

La théorie de L. Onsager, physicien américain d'origine norvégienne, est une théorie macroscopique du couplage linéaire de phénomènes irréversibles, tels que la diffusion thermique, la conduction électrique, la diffusion de particules, etc. elle fut élaborée en 1931 à partir de l'hypothèse d'une relation linéaire entre les courants

volumiques et les forces thermodynamiques. En raison de son importance dans l'étude de phénomènes irréversibles, cette hypothèse est parfois appelée quatrième principe de la thermodynamique. Elle valut à son auteur le prix Nobel de chimie en 1968.

II-2.1 Quatrième principe de la thermodynamique :

Tout courant volumique J_i , thermique, électrique, de diffusion, etc., peut se mettre sous la forme d'une combinaison *linéaire* des forces thermodynamiques F_i :

$$J_i = \sum_k L_{ik} F_k \quad (2.4)$$

L_{ik} étant des coefficients phénoménologique. Les termes diagonaux L_{ii} , ou coefficients propres, sont reliés à la conductivité thermique, électrique, etc., alors que les termes non diagonaux L_{ik} , ou coefficients mutuels, traduisent le couplage entre différents phénomènes irréversibles.

L'explicitation des courants, dans le cas important du couplage de deux phénomènes, donne :

$$J_1 = L_{11}F_1 + L_{12}F_2 \quad \text{et} \quad J_2 = L_{21}F_1 + L_{22}F_2 \quad (2.5)$$

II-2.2 Propriété des coefficients L_{ii}

Les taux de création d'entropie s'écrit, en fonction des seules forces thermodynamiques :

$$S_s = \sum_i J_i \cdot F_i = \sum_i F_i \cdot \left(\sum_k L_{ik} F_k \right) = \sum_{i,k} L_{ik} F_i \cdot F_k \quad (2.6)$$

Montrons que les coefficients propres L_{ii} sont positifs. Pour simplifier, plaçons-nous dans le cas où le couplage ne concerne que deux phénomènes unidimensionnels. On a :

$$S_s = L_{11}F_1^2 + (L_{12} + L_{21})F_1F_2 + L_{22}F_2^2 \geq 0 \quad (2.7)$$

Le taux de création d'entropie se présente donc comme un trinôme du second degré en F_1 de signe positif. Comme F_1 doit avoir un sens physique, le signe du premier coefficient L_{11} du trinôme doit être positif.

a) *Relation entre coefficients propres et coefficients de diffusion*

Établissons la relation entre le coefficient propre L_{nm} , relatif à la diffusion de particules et le coefficient de diffusion de particules D qui apparaît dans la loi de Fick.

On a :

$$J_n = L_{nm} F_n = L_{nm} \text{grad} \left(-\frac{m}{T} \right) \quad (2.8)$$

Dans le cas d'un gaz parfait, le potentiel chimique a pour expression $m = K_B T \ln(n_v l^3)$, l étant une longueur déjà introduite reliée à la longueur d'onde de L. de Broglie associée aux particules. Par conséquent :

$$J_n = -L_{nm} K_B \text{grad} [\ln(n_v l^3)] \quad \text{Soit} \quad J_n = -\frac{L_{nm} K_B}{n_v} \text{grad} n_v \quad (2.9)$$

Ainsi D est relié à L_{nm} par :

$$D = \frac{K_B L_{nm}}{n_v} \quad (2.10)$$

b) *Relation entre coefficients propres et conductivité thermique :*

De même, on peut établir la relation entre le coefficient propre L_{uu} , relatif à la diffusion thermique, et le coefficient de diffusion thermique l , qui apparaît dans la loi de Fourier.

En effet :

$$J_u = L_{uu} F_u = L_{uu} \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) = -\frac{L_{uu}}{T^2} \text{grad} T \quad (2.11)$$

Ainsi l est relié à L_{uu} par :

$$l = \frac{L_{uu}}{T^2} \quad (2.12)$$

c) *Relation entre coefficients propres et conductivité électrique :*

Quant à la relation entre le coefficient propre L_{ee} , relatif à la conduction électrique et la conductivité électrique g , on l'établit selon :

$$J_e = L_{ee} F_e = L_{ee} \text{grad} \left(-\frac{f}{T} \right) = -\frac{L_{ee}}{T} \text{grad} f \quad (2.13)$$

T étant uniforme. On a donc :

$$g = \frac{L_{ee}}{T} \quad (2.14)$$

II-2.3 Relations de réciprocité d'Onsager

Les relations de réciprocité ont été inspirées par des considérations expérimentales : en l'absence d'interactions *magnétiques* et des forces de *Coriolis*, on constate que le coefficient mutuel traduisant l'influence de la force thermodynamique F_i sur le courant volumique J_k est égal à celui qui traduit l'influence de la force F_k sur le courant J_i . On a donc :

$$L_{ik} = L_{ki} \quad (2.15)$$

On établit cette égalité à partir d'une analyse fine de thermodynamique statistique fondée sur la réversibilité microscopique.[20]

II-3 Effets thermoélectriques :

Les effets thermoélectriques sont les effets qui résultant de l'interaction entre la conduction thermique et la conduction électrique. Ils ont été étudiés par l'Allemand T. Seebeck en 1822, le français J Peltier en 1834 et le Britannique W. Thomson (Lord Kelvin) en 1854. Les relations d'Onsager, entre les courants et les forces, s'écrivent dans ce cas :

$$J_u = L_{uu} \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - L_{ue} \text{grad} \left(\frac{f}{T} \right) \quad (2.16)$$

$$J_e = L_{eu} \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - L_{ee} \text{grad} \left(\frac{f}{T} \right) \quad (2.17)$$

II-3.1 Relation entre les différents coefficients

a) Coefficient thermoélectrique e ou coefficient Seebeck

En circuit ouvert, $J_e=0$. Par conséquent :

$$0 = L_{eu} \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - L_{ee} \text{grad} \left(\frac{f}{T} \right) \text{ Soit } (L_{eu} - L_{ee} f) \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - \frac{L_{ee}}{T} \text{grad} f = 0 \quad (2.18)$$

On a donc :

$$\text{grad} f = -e \text{ grad} T \quad \text{où} \quad e = \frac{L_{eu} - L_{ee} f}{TL_{ee}} \quad (2.19)$$

est le coefficient Seebeck.

b) Expression de la conductivité thermique l

D'après ce qui précède, l'expression de J_u , en circuit ouvert, est la suivante :

$$J_u = L_{uu} \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - L_{ue} \text{grad} \left(\frac{f}{T} \right) = - \left(\frac{L_{uu} - fL_{ue}}{T^2} \right) \text{grad}T + \left(\frac{L_{ue}}{T} e \right) \text{grad}T \quad (2.20)$$

Soit :

$$J_u = - \frac{L_{uu} - fL_{ue} - TL_{ue}e}{T^2} \text{grad}T \quad (2.21)$$

En identifiant J_u à $-l \text{grad}T$, on obtient :

$$l = \frac{L_{uu} - L_{ue}(f + eT)}{T^2} \quad (2.22)$$

Si on explicite e , on trouve, en tenant compte de l'égalité $L_{ue} = L_{eu}$:

$$l = \frac{1}{T^2} \left(L_{uu} - fL_{ue} - \frac{L_{ue}L_{eu}}{L_{ee}} + fL_{ue} \right) \quad \text{soit} \quad l = \frac{L_{uu}L_{ee} - L_{ue}^2}{T^2 L_{ee}} \quad (2.23)$$

III-3.2 Coefficients phénoménologiques en fonction des coefficients l, g etc

Exprimons les différents coefficients phénoménologiques en fonction de la conductivité thermique l , de la conductivité électrique g et du coefficient de Seebeck e .

On a :

$$(J_e)_T = - \frac{L_{ee}}{T} \text{grad}f = -g \text{grad}f \quad \text{d'où} \quad L_{ee} = gT \quad (2.24)$$

Il en résulte :

$$eg = \frac{L_{eu} - fL_{ee}}{T^2} \quad \text{et} \quad L_{eu} = L_{ue} = egT^2 + fgT \quad \text{soit} \quad L_{eu} = L_{ue} = gT(eT + f) \quad (2.25)$$

en outre :

$$L_{uu} = lT^2 + \frac{L_{ue}^2}{L_{ee}} = lT^2 + gT(eT + f)^2 \quad \text{soit} \quad L_{uu} = lT^2 + gT(eT + f)^2 \quad (2.26)$$

Remplaçons, dans les relations d'Onsager initiales, relatives au couplage thermoélectrique, les coefficients L_{uu} , L_{ee} et L_{ue} par ces nouvelles expressions. Il vient :

$$J_u = [lT^2 + gT(eT + f)^2] \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - gT(eT + f) \text{grad} \left(\frac{f}{T} \right) \quad (2.27)$$

et

$$J_e = gT(eT + f) \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - gT \text{grad} \left(\frac{f}{T} \right) \quad (2.28)$$

Notons que J_e et J_u sont reliés par une équation. En effet, si on élimine $grad\left(\frac{f}{T}\right)$ entre les deux expressions initiales des courants volumiques, on obtient :

$$J_u = L_{uu} grad\left(\frac{1}{T}\right) - L_{ue} grad\left(\frac{f}{T}\right) = L_{uu} grad\left(\frac{1}{T}\right) + \frac{L_{ue}}{L_{ee}} \left[J_e + L_{eu} grad\left(\frac{1}{T}\right) \right] \quad (2.29)$$

soit:

$$J_u = \left(L_{uu} - \frac{L_{ue}^2}{L_{ee}} \right) grad\left(\frac{1}{T}\right) + \frac{L_{ue}}{L_{ee}} J_e \quad (2.30)$$

On en déduit :

$$J_u = -l gradT + (eT + f)J_e \quad (2.31)$$

III-3.3 Effet Seebeck

III-3.3.1 Définition

On appelle *effet Seebeck* l'apparition d'une force électromotrice E_s , appelée f.e.m de Seebeck, aux bornes M et N d'un dipôle, constitué de deux conducteurs A et B formant deux jonctions J_1 et J_2 , maintenues à des températures différentes T_1 et $T_2 = T_1 + \Delta T$ (fig.1).

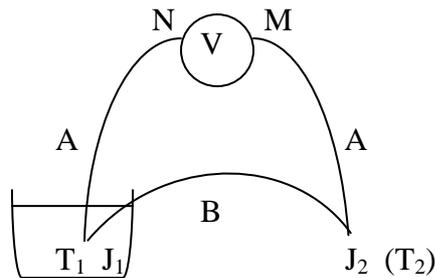


Figure.1 : Système d'un dipôle formé par deux conducteurs différents à des températures différents

III-3.3.2 Expression de la f.e.m de Seebeck

On explique l'existence de la f.e.m E_s par celles d'un champ électrique dans un conducteur ouvert, siège d'un gradient de température. En effet, ce dipôle étant ouvert, on a :

$$J_e=0 \quad \text{d'où} \quad E = -\text{grad}f = e\text{grad}T \quad (2.32)$$

Par conséquent, la force électromotrice E_s aux bornes du dipôle, dont les extrémités M et N sont à la température ambiante T_0 , a pour expression :

$$E_s = f(M) - f(N) = \int_N^{J_1} df + \int_{J_1}^{J_2} df + \int_{J_2}^M df \quad (2.33)$$

ce qui s'écrit, puisque $df = -e dT$:

$$E_s = \int_{T_0}^{T_1} (-e_A) dT + \int_{T_1}^{T_2} (-e_B) dT + \int_{T_2}^{T_0} (-e_A) dT \quad (2.34)$$

soit

$$E_s = \int_{T_1}^{T_2} (e_A) dT + \int_{T_1}^{T_2} (-e_B) dT \quad (2.35)$$

en regroupant les termes extrêmes. Ainsi :

$$E_s = \int_{T_1}^{T_2} (e_A - e_B) dT \quad (2.36)$$

Ordre de grandeur : pour un métal $e \sim 10 \text{mVK}^{-1}$, alors que pour un semi-conducteur $e \sim 1 \text{mVK}^{-1}$: c'est pour cette raison que l'on associe souvent un métal et un semi-conducteur.

III-3.4 Effet Peltier

III-3.4.1 Définition

L'effet Peltier est l'effet thermique, autre que l'effet Joule, qui accompagne le passage d'un courant électrique à travers la jonction entre deux métaux *différents* A et B, à la *même* température fig.2.

A l'échelle microscopique, on l'interprète simplement : les porteurs de charges qui assurent la conduction électrique transportent aussi de l'énergie cinétique d'agitation ; comme le rapport entre le transport électrique et le transport thermique change d'un matériau à l'autre, il en résulte un effet thermique à la jonction.

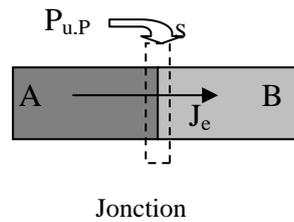


Figure.2 : Effet Peltier dans jonction S

III-3.4.2 Puissance thermique Peltier

Comme $\text{grad}T = 0$, la relation entre les courants volumiques se simplifie selon :

$$J_u = (eT + f)J_e \quad (2.37)$$

Il vient, en intégrant sur une surface fermée S entourant la jonction (fig.2) :

$$\int J_u \cdot n dS = \int eT J_e \cdot n dS \quad (2.38)$$

ce qui donne

$$-J_{u,A}S_A + J_{u,B}S_B = -e_A T J_{e,A}S_A + e_B T J_{e,B}S_B \quad (2.39)$$

S_A et S_B sont les sections des deux métaux en contact. Les quantités $J_{e,A}S_A = J_{e,B}S_B$ représentent l'intensité I_e du courant qui circule dans les conducteurs. La puissance thermique Peltier reçue par la jonction est, par définition :

$$P_{u,P} = I_{u,A} - I_{u,B} = J_{u,A}S_A - J_{u,B}S_B \quad (2.40)$$

On a donc :

$$P_{u,P} = T(e_A - e_B)I_e \quad (2.41)$$

III-3.5 Effet Thomson

III-3.5.1 Définition

L'effet Thomson est l'effet thermique, différent de l'effet Joule, qui accompagne le passage d'un courant électrique stationnaire dans un *conducteur ohmique*, du fait de l'existence d'un *gradient de température*. [21]

II-4 Thermodiffusion dans un mélange fluide

II-4.1 Introduction

Mis en présence d'un gradient de température, les constituants d'un mélange uniforme manifestent une tendance à se séparer. Ce phénomène indirect s'appelle la thermodiffusion ou l'effet Soret. Il se produit dans les gaz et les liquides, ainsi que dans les solides. Il existe un effet inverse de l'effet Soret, appelé l'effet Dufour. Il s'agit d'effet qu'un gradient de concentration dans un mélange produit, outre le courant de diffusion qui tend à rétablir l'homogénéité, un courant de chaleur.

Dans le cas d'un mélange fluide binaire, en absence des forces extérieures, des phénomènes visqueux et de réaction chimiques.

II-4.2 Flux diffusif dans un mélange binaire

On considère un mélange fluide, liquide ou gazeux, à deux constituants A et B. Comme il n'y a pas de forces extérieures, la pression est uniforme dans le mélange lorsque l'équilibre mécanique local est atteint. On désigne par n_A et n_B les nombres des molécules des espèces A et B par unité de volume du fluide, et par c la concentration en A définie par:

$$c = \frac{n_A}{n_A + n_B} = \frac{n_A}{n} \quad (2.42)$$

La concentration varie au cours du temps et aussi d'un point à l'autre de l'espace, à cause du mouvement macroscopique du fluide et de la diffusion. On désigne par u_A et u_B les vitesses moyennes locales des constituants A et B, et par u la vitesse barycentrique locale définie par:

$$u = cu_A + (1-c)u_B \quad (2.43)$$

On introduit les flux diffusifs de A et de B par rapport à la vitesse barycentrique locale:

$$J_A^{diff} = nc(u_A - u), \quad J_B^{diff} = n(1-c)(u_B - u) \quad (2.44)$$

Ces flux ne sont pas indépendants. On a en effet:

$$J_A^{diff} = -J_B^{diff} \quad (2.45)$$

Si le fluide est constitué de molécules toutes de la même espèce, il n'y a pas de flux de diffusion. Si par exemple $c = 0$, il n'y a que des molécules B dans le mélange. Alors on a : $u_B = u$. Les flux diffusifs sont donc nuls: $J_A^{diff} = -J_B^{diff} = 0$. Un raisonnement similaire peut être fait dans le cas $c = 1$.

II-4.3 Source d'entropie

L'expression de la source d'entropie dans le mélange fluide est:

$$s_S = J_E \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + J_A \cdot \nabla \left(-\frac{m_A}{T} \right) + J_B \cdot \nabla \left(-\frac{m_B}{T} \right) \quad (2.46)$$

Où J_E désigne le flux d'énergie et J_k le flux du constituant k ($k = \{A, B\}$). Dans la formule (2.46), T désigne la température locale μ_k le potentiel chimique local par molécule du constituant k .

Le flux de A est la somme d'un flux convectif et du flux diffusif J_A^{diff} :

$$J_A = ncu + J_A^{diff} \quad (2.47)$$

De même on a:

$$J_B = n(1-c)u + J_B^{diff} \quad (2.48)$$

En utilisant la relation de Gibbs-Helmholtz:

$$\nabla \left(\frac{m_k}{T} \right) = \frac{1}{T} \nabla m_k|_T + h_k \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \quad (2.49)$$

Où $\nabla m_k|_T$ désigne le gradient isotherme de μ_k et h_k l'enthalpie par molécule du constituant k , on obtient:

$$s_S = J_E \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) - nu \left(c \nabla m_A|_T + (1-c) \nabla m_B|_T + [ch_A + (1-c) \nabla m_B] \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \right) + J_A^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_A}{T} \right) + J_B^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_B}{T} \right) \quad (2.50)$$

La pression étant uniforme, la relation de Gibbs-Duhem pour le mélange s'écrit:

$$c \nabla m_A|_T + (1-c) \nabla m_B|_T = 0 \quad (2.51)$$

Il vient donc:

$$s_S = (J_E - nhu) \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + J_A^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_A}{T} \right) + J_B^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_B}{T} \right) \quad (2.52)$$

Où:

$$h = ch_A + (1-c)h_B \quad (2.53)$$

est l'enthalpie par molécule du mélange. En introduisant le flux de chaleur $J_Q = J_E - nhu$, on obtient une expression de la source d'entropie dans laquelle

interviennent les flux J_Q , J_A^{diff} et J_B^{diff} :

$$s_s = J_Q \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + J_A^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_A}{T} \right) + J_B^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_B}{T} \right) \quad (2.54)$$

En introduisant le flux de diffusion $J^{diff} = J_A^{diff} = -J_B^{diff}$ et le potentiel chimique du mélange $m_c = m_A - m_B$, on peut écrire:

$$s_s = J_Q \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + J^{diff} \cdot \nabla \left(-\frac{m_c}{T} \right) \quad (2.55)$$

Soit encore:

$$s_s = (J_Q - m_c J^{diff}) \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) - J^{diff} \cdot \frac{1}{T} \nabla m_c \quad (2.56)$$

II- 4.4 Relations linéaires entre les flux et les affinités

L'expression (2.56) correspond au choix de flux $J_Q - m_c J^{diff}$ et J^{diff} , dont les affinités conjuguées sont respectivement $\nabla(1/T)$ et $-(1/T)\nabla m_c$.

On peut écrire les relations linéaires entre les flux et les affinités sous la forme:

$$\begin{cases} J^{diff} = -L_{11} \frac{1}{T} \nabla m_c + L_{12} \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \\ J_Q - m_c J^{diff} = -L_{21} \frac{1}{T} \nabla m_c + L_{22} \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \end{cases} \quad (2.57)$$

Où les coefficients cinétiques vérifient la relation de symétrie d'Onsager $L_{12} = L_{21}$.

II-4.5 Conductivité thermique du mélange

En éliminant ∇m_c entre les deux équations (2.57), on obtient une expression de J_Q en terme de J^{diff} et de $\nabla(1/T)$:

$$J_Q = \left(m_c + \frac{L_{21}}{L_{11}} \right) J^{diff} + \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}}{L_{11}} \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \quad (2.58)$$

Lorsque le flux de diffusion est nul ($J^{diff} = 0$), on a thermoconduction pure $J_Q = -I\nabla T$. On en déduit l'expression de la conductivité thermique du mélange fluide en terme des coefficients cinétiques:

$$I = \frac{1}{T^2} \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}}{L_{11}} \quad (2.59)$$

II-4.6 Coefficient de diffusion et de thermodiffusion

Le potentiel chimique μ d'un mélange fluide binaire dépend a priori de la pression, de la température et de la concentration. La pression étant ici uniforme, on a simplement:

$$\nabla m_c = \left. \frac{\partial m_c}{\partial T} \right|_{p,c} \nabla T + \left. \frac{\partial m_c}{\partial c} \right|_{p,T} \nabla c \quad (2.60)$$

En introduisant l'expression (2.60) de ∇m_c dans les équations (2.57) et en tenant compte de la relation de symétrie d'Onsager, on obtient pour le flux de diffusion et le flux de chaleur des expressions de la forme:

$$\begin{cases} J^{diff} = -nD_m \left(\nabla c + \frac{k_T}{T} \nabla T \right) \\ J_Q = \left(m_c + k_T \left. \frac{\partial m_c}{\partial c} \right|_{p,T} - T \left. \frac{\partial m_c}{\partial T} \right|_{p,c} \right) J^{diff} - k \nabla T \end{cases} \quad (2.61)$$

En comparant les équations (2.57) et (2.61), on obtient par identification les expressions de D_m ainsi que de k_T en fonction des coefficients cinétiques et des dérivées thermodynamique. Le coefficient de diffusion est donné par:

$$D_m = \frac{L_{11}}{n} \frac{1}{T} \left. \frac{\partial m_c}{\partial c} \right|_{p,T} \quad (2.62)$$

La quantité $D_T = k_T D$ est le coefficient de Thermodiffusion. On a:

$$D_T = \frac{T}{n} \left(\frac{L_{11}}{T} \left. \frac{\partial m_c}{\partial T} \right|_{p,c} + \frac{L_{12}}{T^2} \right) \quad (2.63)$$

Le rapport $k_T = D_T / D_m$ est le coefficient de Soret.

II-4.7 Positivité de la source d'entropie

En revenant à la formule (2.56), et en utilisant les expressions (2.57) pour la conductivité thermique, ainsi que la relation d'Onsager $L_{12} = L_{21}$, on obtient:

$$S_s = \frac{I(\nabla T)^2}{T^2} + \frac{(J^{diff})^2}{L_{11}} \quad (2.64)$$

Chacun des termes de la source d'entropie doit être séparément positif ou nul. La positivité du premier terme implique $I > 0$. En ce qui concerne le second, sa positivité implique $L_{11} > 0$, et donc, puisque la dérivée thermodynamique $\left. \frac{\partial m_c}{\partial c} \right|_{p,T}$ est toujours positive, $D_m > 0$.

II-4.8 Effet Soret. Effet Dufour

Le flux de diffusion due au gradient de température est déterminé par les coefficients de thermodiffusion D_T . Cet effet a été étudié dans les gaz en 1879 par C. Soret. L'expression (2.61) de J^{diff} montre qu'en l'absence de flux de diffusion, l'existence d'un gradient de température conduit à l'apparition d'un gradient de concentration. On a entre ces deux gradients la relation:

$$\nabla c = -\frac{k_T}{T} \nabla T \quad (2.65)$$

Pour mettre en évidence l'effet Soret dans un mélange gazeux de concentration moyenne en A égale à c_0 , on place ce mélange dans une enceinte fermée située entre deux plaques horizontales. On désigne par T_B La température de la plaque inférieure, et par T_H celle de la plaque supérieure (on prend $T_H > T_B$ afin d'éviter l'apparition de courant de convection). On suppose que le coefficient de Soret est de la forme:

$$k_T = ac(1-c) \quad (2.66)$$

(Expression compatible avec le fait qu'il n'y a pas de thermodiffusion dans un fluide pur). Si l'on fait l'approximation:

$$k_T \approx ac_0(1-c_0) \quad (2.67)$$

On obtient pour la différence de concentration, entre le haut et le bas de l'enceinte l'expression:

$$c_H - c_B = -ac_0(1-c_0) \log \frac{T_H}{T_B} \quad (2.68)$$

Une substance dont le coefficient de Soret k_T est positif (resp. négatif) tend à diffuser vers la zone la plus froide (resp. la plus chaude) et à s'y accumuler.

L'effet inverse de l'effet Soret, c'est-à-dire l'existence d'un courant de chaleur due à un gradient de concentration, a été étudié en 1872 par L. Dufour. [3]

Chapitre II

Formulation mathématique du problème

Formulation mathématique du problème

III.1 Position du problème

Nous considérons un couplage de transfert par la convection libre de chaleur et de masse. L'écoulement de fluide incompressible le long d'une plaque verticale poreuse est imbibé dans un milieu poreux saturé est supposé dans la direction x , le long de la plaque et l'axe y coïncide avec la normale à la plaque voir la figure III. 1. Nous considérons aussi que la surface de la plaque est maintenue à une température T_w et une concentration C_w constantes, qui sont plus élevés que T_∞ et C_∞ loin de la surface plane. La vitesse de l'écoulement du fluide U_0 est parallèle à la plaque verticale et qui est supposée constante. Nous étudions la variation de la température, la concentration et la vitesse au voisinage de la plaque verticale.

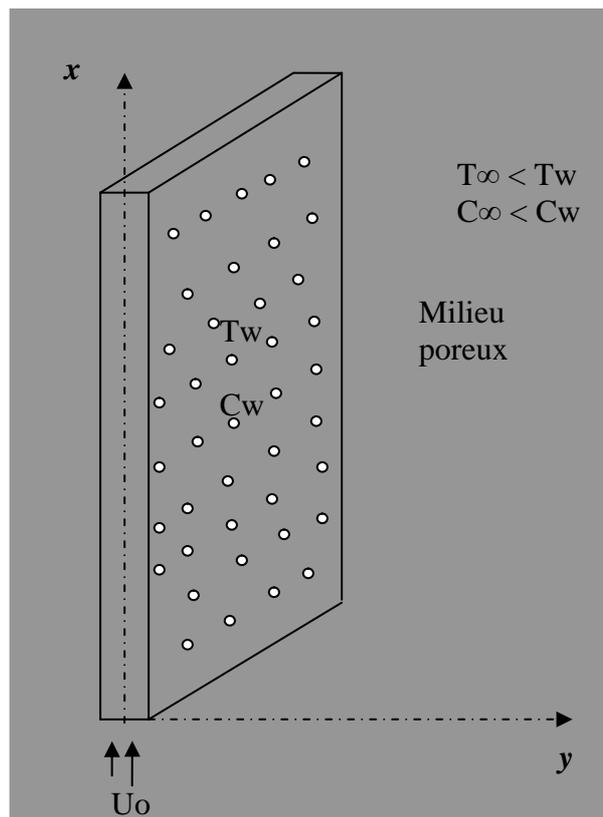


Figure III.1 : modèle physique

III.2 Formulation mathématique et modélisation

On considère un écoulement laminaire bidimensionnel d'un fluide visqueux et incompressible, le long d'une paroi verticale a coefficient de l'aspiration f_w donné, imbibé dans un milieu poreux saturé par un fluide de Darcy.

Pour modéliser ce problème nous supposons :

- ✚ Les propriétés physiques du fluide (air, H_2) sont constantes, excepte le terme de densité volumique qui est associé à la force de volume.
- ✚ L'écoulement est suffisamment lent de façon que la matrice du milieu poreux et le fluide convectif reste en équilibre thermodynamique local.
- ✚ La loi de Darcy et de Boussinesq ainsi que les approximations dans la couche limite basées sur l'analyse dimensionnelle, sont applicables.

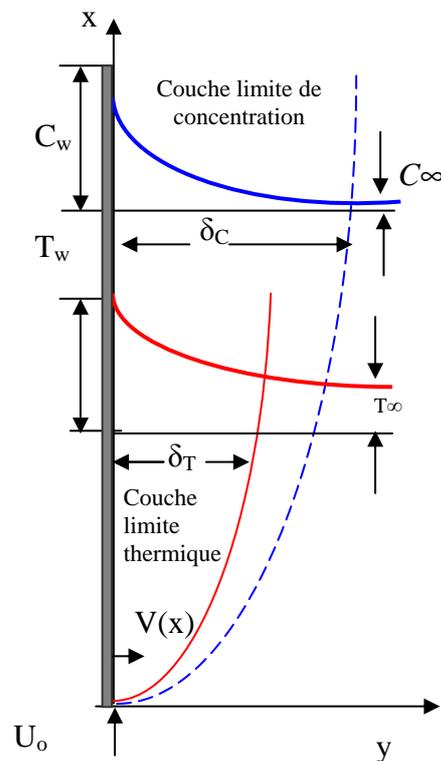


Figure III.2 : modèle de calcul.

III-3 Equations générales

Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles qui sont dérivées des lois physiques de conservation de la masse, de la quantité du mouvement, de l'énergie et de la concentration.

Dans notre étude, on suppose que le milieu est poreux, isotrope et pas de source ni des puits de matière de sorte que les équations dont nous disposons sont les suivantes :

III-3.1 Equation de continuité

C'est un principe de physique, qui permet d'établir une relation entre certaines caractéristiques du fluide et ses mouvements, indépendamment des causes qui les provoquent. Il se traduit par l'équation de conservation de la masse [22]. Elle s'exprime mathématiquement par la formule suivante :

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \text{div}(r\mathbf{V}) = 0 \quad (3.1)$$

Où r est la masse volumique et \mathbf{V} est le vecteur de vitesse de la particule fluide en mouvement.

III-3.2 Equation de quantité de mouvement

C'est un principe de mécanique, qui permet d'établir des relations entre les caractéristiques du fluide, celles de son mouvement et les causes qui le produisent (forces). Il se traduit par l'équation de quantité de mouvement ou par l'équation fondamentale de la dynamique [22]. Elle s'écrit sous la forme :

$$\frac{D}{Dt}(r\mathbf{V}) = r\mathbf{F} - \text{grad}(P) + m\Delta\mathbf{V} + \frac{1}{3}m\text{grad}(\text{div}(\mathbf{V})) \quad (3.2)$$

On a:

$$\mathbf{F} = \left(\frac{r_0 - r}{r} \right) \mathbf{g} \quad (3.3)$$

Où :

\mathbf{F} : Force par unité de volume qui s'écrit dans le cas de la convection libre [23]

m : La viscosité dynamique.

r_0 : La valeur de la densité à l'état de référence de température T_0 .

III-3.3 Equation de conservation d'énergie

C'est un principe d'énergie, qui permet d'établir des relations entre les différentes formes d'énergie mises en jeu [22]. Elle s'écrit sous la forme [24] suivante :

$$\frac{D}{Dt}(rC_p T) = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q + h \nabla \cdot \mathbf{J}_i \quad (3.4)$$

Le coefficient C_p et les entités \mathbf{J}_q et \mathbf{J}_i sont respectivement, la chaleur spécifique à pression constante, le flux thermique, et le flux de diffusion massique de l'espèce i .

On a :

$$\frac{DT}{Dt} = \left[a + \left(\frac{K_T}{T} \right)^2 DN \right] \nabla^2 T + \left[\left(\frac{K_T}{T} \right) DN \right] \nabla^2 C \quad (3.5)$$

Avec :

$$\frac{D}{Dt}(rC_p T) : \text{Effet global de la convection d'enthalpie.}$$

Où apparaissent $a = \frac{l}{rC_p}$ la diffusivité thermique du mélange et $N = \frac{T}{C_p} \left(\frac{\partial m}{\partial C} \right)$ un paramètre thermodynamique.

Avec :

$$\frac{K_T}{T} = C_1 C_2 \frac{D_T}{D_m} \quad (3.6)$$

En général, le rapport entre le coefficient de thermodiffusion D_T et la diffusivité massique D_m est défini comme étant le coefficient de Soret S_r , dans lequel, parfois est intégré le produit $C_1 C_2 = C_1(1 - C_1)$ dans la mesure où les variations de concentrations (sur tout le domaine contenant le fluide) sont présumées faibles par rapport à celles du mélange au repos [24]. Donc le rapport $\left(\frac{K_T}{T} \right)^2$ est négligeable.

On a :

$$\frac{DT}{Dt} = a \nabla^2 T + \left[\left(\frac{K_T}{T} \right) DN \right] \nabla^2 C \quad (3.7)$$

III-3.4 Equation de concentration

Elle s'écrit sous la forme [24] suivante :

$$\frac{D}{Dt} rC_i = -\nabla \cdot \mathbf{J}_i + r\mathcal{R}_i \quad (3.8)$$

$r\mathcal{R}_i$: Production de réaction chimique.

La relation de flux de diffusion massiques s'écrit comme suivant :

$$\mathbf{J}_i = -rD_m \left(\nabla C + \frac{k_T}{T} \nabla T \right) \quad (3.9)$$

On a :

$$\frac{D}{Dt} rC_i = -\nabla \cdot \left(-rD_m \left(\nabla C + \frac{k_T}{T} \nabla T \right) \right) + r\mathcal{R}_i \quad (3.10)$$

Alors l'écoulement est finalement gouverné par le système d'équation :

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \text{div} \mathbf{rV} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{D}{Dt} (rV) = rF - \text{grad}(P) + m\Delta V + \frac{1}{3} m \text{grad}(\text{div}(V)) \quad (3.12)$$

$$\frac{DT}{Dt} = a \nabla^2 T + \left[\left(\frac{K_T}{T} \right) D_m N \right] \nabla^2 C \quad (3.13)$$

$$\frac{D}{Dt} rC_i = -\nabla \cdot \left(-rD_m \left(\nabla C + \frac{k_T}{T} \nabla T \right) \right) + r\mathcal{R}_i \quad (3.14)$$

Les conditions aux limites :

$$\begin{cases} u = U_0, & v = +v_0(x), & T = T_w, & C = C_w, & y = 0 \\ u = 0, & v = 0, & T = T_\infty, & C = C_\infty, & y \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.15)$$

III-4 Simplification du système des équations (3.11)-(3.15)

Pour construire des modèles suffisamment simples et précis, il faut parfois tenir compte d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, pour cela, on suppose :

- ✚ Le milieu poreux est isotrope et homogène.
- ✚ Le fluide est Newtonien.
- ✚ Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

- ✚ L'interaction entre les transferts de chaleur et de masse (effet Soret et Dufour) est considérée et existant.
- ✚ La production de réaction chimique est négligeable: $\dot{m}_i'' = 0$
- ✚ L'approximation de Boussinesq est applicable.

i/ Approximation de Boussinesq

La densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température T et la concentration C selon l'approximation de Boussinesq cette variation est donnée par la relation suivante [25]:

$$r \cong r_0 + \frac{\partial r}{\partial T}(T - T_\infty) + \frac{\partial r}{\partial C}(C - C_\infty). \quad (3.16)$$

Où r_0 est la densité à la température et concentration de référence, b est le coefficient d'expansion thermique du fluide et b_c le coefficient d'expansion massique exprimés respectivement par :

$$b = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial T} \right)_p \quad \text{et} \quad b_c = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial C} \right)_p \quad (3.17)$$

En remplaçant (3.17) dans (3.16), on obtient :

$$r_0 - r \cong rb(T - T_\infty) + rb_c(C - C_\infty). \quad (3.18)$$

On remplace (3.18) dans (3.3), pour exprimer la force volumique F , moteur de convection naturelle, comme suit :

$$F = gb(T - T_\infty) + gb_c(C - C_\infty) \quad (3.19)$$

- ✚ Equation de Darcy est applicable.

ii/ Equation de Darcy

La loi de Darcy s'applique à un milieu poreux homogène et isotrope parcouru par un écoulement à faible vitesse, elle est utilisée pour étudier les écoulements incompressibles dans les milieux perméables divers : eau dans le sable, pétrole dans les roches...etc. Dans la thèse est étudiée une plaque comme un milieu poreux. La relation linéaire entre la vitesse et le gradient de pression. La vitesse moyenne de l'écoulement est [22]:

$$u = -\frac{k}{m} \text{grad}P \quad (3.20)$$

iii/ analyse dimensionnelle de la couche limite

Nous allons effectuer une estimation des termes qui apparaissent dans les équations du mouvement. Pour cette estimation, nous utiliserons deux échelles caractéristiques de l'écoulement :

δ : l'épaisseur de la couche limite.

l : une longueur caractéristique dans la direction de l'écoulement.

Nous supposons, que la couche limite est mince et telle que $\delta/l \ll 1$. Considérons à présent l'équation de continuité soit satisfaite peuvent être estimés par :

$$\frac{U}{l} = \frac{V}{d} \quad (3.21)$$

On a :

$$V \approx \frac{Ud}{l} \quad (3.22)$$

Considérons à présent l'équation de la quantité de mouvement projetée dans la direction x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + gb(T - T_\infty) + gb_c(C - C_\infty) - \frac{u}{k} u \quad (3.23)$$

Les ordres de grandeur de chacun des termes de cette équation sont respectivement :

$$\frac{U^2}{l}; \frac{U^2}{l}; u \frac{U}{l^2}; u \frac{U}{d^2}; gb(T - T_\infty); gb_c(C - C_\infty); \frac{u}{k} U \quad (3.24)$$

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)

Les deux premiers termes sont du même ordre de grandeur U^2/l . Le troisième terme est plus petit que le quatrième.

On peut donc négliger le troisième terme mais il faut garder le quatrième.

Les deux premiers termes et le quatrième doivent donc avoir le même ordre de grandeur :

$$\frac{U^2}{l} \approx u \frac{U}{d^2} \quad (3.25)$$

Cette condition fixe le rapport de l'épaisseur δ à la longueur l

$$\left(\frac{d}{l} \right)^2 \approx \frac{u}{Ul} = \frac{1}{\text{Re}_l} \quad (3.26)$$

Soit :

$$d \approx \frac{l}{(\text{Re}_l)^{1/2}} \quad (3.27)$$

Ainsi pour que le rapport $\frac{d}{l}$ soit petit devant 1, il faut que le nombre de Reynolds basé sur

la distance l soit suffisamment grand : $\frac{d}{l} \ll 1$ si $\text{Re}_l \gg 1$

Considérons à présent l'équation de la quantité de mouvement projetée dans la direction y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.28)$$

Les ordres de grandeur de chacun des termes de cette équation sont:

$$U \frac{Ud}{l^2}; \left(\frac{Ud}{l} \right)^2 \frac{1}{d}; \nu \frac{Ud}{l^3}; \nu \frac{Ud}{d^2 l}; \frac{1}{\rho} \frac{Ud}{l} \quad (3.29)$$

Puisque $\frac{d}{l} \ll 1$, tous les termes qui contiennent le rapport $\frac{d}{l}$ seront négligés, donc tous

les termes de cette équation se simplifient.

Considérons à présent l'équation de conservation d'énergie:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{D_m K_T}{C_s C_p} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (3.30)$$

Les ordres de grandeur de chacun des termes de cette équation sont:

$$U \frac{T}{l}; \frac{UdT}{dl}; \alpha \left(\frac{T}{l^2}; \frac{T}{d^2} \right); \frac{D_m K_T}{C_s C_p} \left(\frac{C}{l^2}; \frac{C}{d^2} \right) \quad (3.31)$$

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

Les deux premiers termes sont du même ordre de grandeur $\frac{UT}{l}$. Le troisième et le cinquième terme sont beaucoup plus petits respectivement que le quatrième et le sixième terme.

On peut donc négliger le troisième et cinquième terme mais il faut garder le quatrième et le sixième terme.

Considérons à présent l'équation de conservation de concentration :

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_m \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \frac{D_m K_T}{T_m} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.32)$$

Les ordres de grandeur de chacun des termes de cette équation sont:

$$\begin{array}{cccccc}
 U \frac{C}{l}; & \frac{Ud}{l} \frac{C}{d}; & D_m \frac{C}{l^2}; & D_m \frac{C}{d^2}; & \frac{D_m K_T}{T_m} \left(\frac{T}{l^2} & \frac{T}{d^2} \right) \\
 (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6)
 \end{array} \quad (3.33)$$

Les deux premiers termes sont du même ordre de grandeur $\frac{UC}{l}$. Le troisième et le cinquième terme sont beaucoup plus petits respectivement que le quatrième et le sixième terme

On peut donc négliger le troisième et le cinquième terme mais il faut garder le quatrième et le sixième terme.

III-5 Système des équations retenu

Après introduction des hypothèses données ci-dessus, on peut considérer que les équations qui décrivent le phénomène de transfert de masse et de chaleur en régime stationnaire dans le système de coordonnées cartésiennes s'écrivent ainsi :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.34)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = a \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + gb(T - T_\infty) + gb_c(C - C_\infty) - \frac{u}{k} u \quad (3.35)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{D_m K_T}{C_s C_p} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (3.36)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_m K_T}{T_m} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.37)$$

Les conditions aux limites

$$\begin{cases}
 u = U_0, & v = +v_0(x), & T = T_w, & C = C_w, & y = 0 \\
 u = 0, & v = 0, & T = T_\infty, & C = C_\infty, & y \rightarrow \infty
 \end{cases} \quad (3.38)$$

Où $u = \frac{m}{r}$ la viscosité cinématique, $a = \frac{l}{rC_p}$ est la diffusivité thermique du fluide.

k est la perméabilité d'un milieu poreux, D_m est le coefficient de diffusivité massique, C_p la chaleur spécifique à pression constante, T_m la température moyenne des fluides

$C_s = 1 / \left(\frac{\partial m_c}{\partial C} \right)$ la concentration de la susceptibilité, m_c le potentiel chimique, k_T le taux de diffusion thermique. Nous considérons les quantités C_s, D_m, k comme constantes.

II.6 Changement des variables et normalisation des paramètres du problème

Introduire la fonction de courant $y(x, y)$ telle que:

$$u = \frac{\partial y}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial y}{\partial x} \quad (3.39)$$

Dans l'équation (3.34) est automatiquement satisfaite mais l'équation (3.35) fait apparaître des dérivées partielles jusqu'au troisième ordre:

$$\frac{\partial y}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial y \partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} = u \frac{\partial^3 y}{\partial y^3} + gb(T - T_\infty) + gb_c(C - C_\infty) - \frac{u}{k} \cdot \frac{\partial y}{\partial y} \quad (3.40)$$

On a choisi la variable de similitude suivant:

$$h = y \left(\frac{U_0}{ux} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.41)$$

La fonction du courant devra avoir la forme:

$$y = \sqrt{uxU_0} f(h) \quad (3.42)$$

Les températures et concentrations adimensionnelles dans la couche limite sont:

$$q(h) = (T - T_\infty) / (T_w - T_\infty) \quad (3.43)$$

$$f(h) = (C - C_\infty) / (C_w - C_\infty) \quad (3.44)$$

L'introduction des nouvelles variables adimensionnelles conduit au système des équations adimensionnelles suivant :

$$\frac{1}{2} ff'' + f''' + g_T q + g_m f - \frac{1}{D_a R_e} f' = 0 \quad (3.45)$$

$$q'' + \frac{1}{2} P_r q' f + P_r D_u f'' = 0 \quad (3.46)$$

$$f'' + \frac{1}{2} S_c f' f + S_c S_r q'' = 0 \quad (3.47)$$

Les conditions aux limites correspondantes

$$\begin{cases} f' = 1, f = f_w, q = 1, F = 1 & h = 0 \\ f' = 0, q = 0, F = 0 & h \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.48)$$

On a :

$$f_w = -2\nu_0(x) \sqrt{\frac{x}{U_0 u}} \quad (3.49)$$

Où :

$$G_r = \frac{g b (T_w - T_\infty) x^3}{u^2} \text{ est le nombre de Grashof local .}$$

$$G_m = \frac{g b_c (C_w - C_\infty) x^3}{u^2} \text{ est le nombre de Grashof local modifié.}$$

$$g_s = G_r / R_e^2 \text{ est un paramètre d'expansion thermique.}$$

$$g_c = G_m / R_e^2 \text{ le coefficient d'expansion massique.}$$

$$P_r = \frac{u}{a} \text{ le nombre de Prandtl,}$$

$$Sc = \frac{u}{D_m} \text{ le nombre de Schmidt.}$$

$$S_r = \frac{D_m k_T (T_w - T_\infty)}{u T_m (C_w - C_\infty)} \text{ le nombre de Soret.}$$

$$D_f = \frac{D_m k_T (C_w - C_\infty)}{C_s C_p u (T_w - T_\infty)} \text{ le nombre de Dufour.}$$

$$f_w \text{ le paramètre d'aspiration de la paroi.}$$

- **Le coefficient de frottement**

Le coefficient de frottement local défini par:

$$C_f = \frac{t_s}{r U_0^2 / 2} \quad (3.50)$$

Où t_s est donnée par la relation :

$$t_s = m \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.51)$$

Soit donc :

$$C_f = \frac{m}{rU_0^2/2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.52)$$

On remplace la fonction du courant, on a :

$$C_f = \frac{m}{rU_0^2/2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)_{y=0} \quad (3.53)$$

Alors :

$$C_f = \frac{m}{rU_0^2/2} \left(\frac{U_0}{ux} \right)^{\frac{1}{2}} U_0 f'' \quad (3.54)$$

Il s'exprime finalement par:

$$\frac{1}{2} C_f R_e^{\frac{1}{2}} = f''(0) \quad (3.55)$$

• *Le nombre de Nusselt*

On appliqué la loi de Fourier pour $y = 0$, on obtient, de l'équation:

$$q_{cond} = -I \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = -I \Delta T \sqrt{\frac{U_0}{ux}} q'(0) \quad (3.56)$$

Ainsi:

$$N_u = \frac{hx}{I} \quad (3.57)$$

On utilise l'équation de flux de convection (loi Newton):

$$q_{conv} = h \Delta T \quad (3.58)$$

On remplace l'équation (3.58) dans l'équation (3.57) on aura :

$$N_u = \frac{q_{conv} x}{\Delta T I} \quad (3.59)$$

Comme le flux de conduction transmise à leur interface de la plaque est égale au flux reçu par le fluide par la convection $q_{cond} = q_{conv}$, alors :

$$N_u = - \frac{x I \Delta T}{\Delta T I} \sqrt{\frac{U_0}{ux}} q'(0)$$

On a :

$$N_u = -R_e^{\frac{1}{2}} q'(0) \quad (3.60)$$

- ***Le nombre de Sherwood***

Le flux massique (loi de Fick) est défini par :

$$J_m = -D_m \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} = -D_m \Delta C \sqrt{\frac{U_0}{ux}} f'(0) \quad (3.61)$$

On a:

$$Sh = \frac{xh_m}{D_m} \quad (3.62)$$

Ainsi:

$$J_M = h_m \Delta C \quad (3.63)$$

On remplace l'équation (3.63) dans l'équation (3.62) on obtient :

$$Sh = \frac{xJ_M}{\Delta C D_m} \quad (3.64)$$

Considérons $J_m = J_M$ alors :

$$Sh = -\frac{x D_m \Delta C}{\Delta C D_m} \sqrt{\frac{U_0}{ux}} f'(0)$$

On a :

$$Sh = -R_e^{\frac{1}{2}} f'(0) \quad (3.65)$$

Chapitre II

Résolution numérique

Résolution numérique

IV.1. Introduction

Les équations aux dérivés partiels se rencontrent dans plusieurs cas de problèmes scientifiques et d'engineering.

Il existe plusieurs méthodes pour leur résolution comme les méthodes analytiques, méthodes les plus répondues pour des problèmes pratiques sont les méthode numériques, telles que la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, la méthode des éléments finis,...etc.

Dans ce travail, nous avons choisi la méthode des différences finies. Elle a fait ses preuves dans déférents domaines de physique à savoir la mécanique des fluides, le transfert de chaleur et de masse,...etc. Elle s'applique aux problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires.

Afin de réduire l'ordre des équations différentielles et d'augmenter la précision nous utilisons la technique de Tir en complément avec la méthode de Range-Kutta à une ordre plus élevé. Dans notre étude, nous avons utilisé celle d'ordre 6.

IV.2. Méthode de Fehlberg :

La méthode de Fehlberg (ou Méthode de Runge-Kutta- Fehlberg) est une méthode plus populaire et efficace pour la résolution numérique des équations ordinaires développées par le mathématicien allemand Erwin Fehlberg (voir annexe.02).[26]

En général, la méthode de Range-kutta-Fehlberg est plus précise que les autres méthodes numériques.

IV.3. Schéma implicite :

Le schéma implicite est inconditionnellement stable, c'est-à-dire il est stable quel que soit le critère de stabilité, il simplifie aussi l'écriture des équations. De plus il donne des résultats satisfaisants.

Vu ces avantages nous avons choisi le schéma implicite.

IV.4. Méthode de Tir:

Le principe de la méthode de Tir est la résolution numérique de problèmes et réduire l'ordre des équations différentielles. Dans cette étude nous avons simplifié l'équation de quantité de mouvement du 3^{ème} ordre à une équation du 2^{ème} ordre ce qui assouplie les calculs.

Pour envisager une résolution numérique du problème aux limites et aux conditions initiales, par la méthode de Tir, il faut commencer par les discrétiser, c'est-à-dire les remplacer par des problèmes posés dans des espaces de dimensions finies. On présente dans cette section une technique simple, portant le nom de méthode des différences finies, permettant d'effectuer cette approximation.

IV.5. Discrétisation des équations gouvernant le problème de transport:**IV.5.1. Equation de quantité de mouvement:**

Pour résoudre l'équation (3.45) on doit utiliser la méthode de Tir pour abaisser l'ordre de l'équation différentielle.

On pose:

$$\begin{aligned} y_1 &= f \\ y_2 &= y_1' = f' \\ y_2' &= f'' \\ y_2'' &= f''' \end{aligned} \tag{5.1}$$

On a:

$$y_2'' + \frac{1}{2} y_1 y_2' - \frac{1}{Da Re} y_2 = -g_T q - g_m f \quad (5.2)$$

En utilise le schéma implicite, on obtient:

$$\frac{y_{2(I-1)} - 2y_{2(I)} + y_{2(I+1)}}{h^2} + \frac{1}{2} y_{1(I)} \frac{y_{2(I+1)} - y_{2(I-1)}}{2h} - \frac{1}{Da Re} y_{2(I)} = V_{(I)} \quad (5.3)$$

Après réarrangement des différents facteurs, nous aurons:

$$di_{(I-1)} y_{2(I-1)} + dp_{(I)} y_{2(I)} + ds_{(I+1)} y_{2(I+1)} = V_{(I)} \quad (5.4)$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit:

$$\begin{aligned} di_{(I-1)} &= \frac{1}{h^2} - \frac{1}{4h} y_{1(I)} \\ dp_{(I)} &= -\frac{2}{h^2} - \frac{1}{Da Re} \\ ds_{(I+1)} &= \frac{1}{h^2} + \frac{1}{4h} y_{1(I)} \\ V_{(I)} &= -g_s q_{(I)} - g_c f_{(I)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

On peut écrire ce dernier système sous une forme matricielle tridiagonale comme suite :

$$\begin{bmatrix} dp(1) & ds(1) & 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 \\ di(1) & dp(2) & ds(2) & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ 0 & di(2) & dp(3) & ds(3) & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 & dp(n-1) & ds(n-1) \\ 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 & di(n) & dp(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ y(n-1) \\ y(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(1) \\ v(2) \\ v(3) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ v(n-1) \\ v(n) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Pour résoudre l'équation (5.2) on doit calculer y_1 par la méthode de Fehlberg .

Les conditions aux limites sont :

$$f(1) = 1 ; f(n) = 0 \quad (5.7)$$

IV.5.2. Equation d'énergie:

En utilise le schéma implicite pour discrétiser l'équation (3.46), on obtient:

$$\frac{q_{(I-1)} - 2q_{(I)} + q_{(I+1)}}{h^2} + \frac{1}{2} Pr y_{1(I)} \frac{q_{(I+1)} - q_{(I-1)}}{2h} = -Pr Df \frac{f_{(I-1)} - 2f_{(I)} + f_{(I+1)}}{h^2} \quad (5.8)$$

Après réarrangement des différents facteurs, nous aurons:

$$di_{(I-1)}\mathbf{q}_{(I-1)} + dp_{(I)}\mathbf{q}_{(I)} + ds_{(I+1)}\mathbf{q}_{(I+1)} = V_{(I)} \quad (5.9)$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit:

$$\begin{aligned} di_{(I-1)} &= \frac{1}{h^2} - \frac{1}{4h} \text{Pr } y_{1(I)} \\ dp_{(I)} &= -\frac{2}{h^2} \\ ds_{(I+1)} &= \frac{1}{h^2} + \frac{1}{4h} \text{Pr } y_{1(I)} \\ V_{(I)} &= -\text{Pr } Df \frac{f_{(I-1)} - 2f_{(I)} + f_{(I+1)}}{h^2} \end{aligned} \quad (5.10)$$

On peut écrire ce dernier système sous une forme matricielle tridiagonale comme suite :

$$\begin{bmatrix} dp(1) & ds(1) & 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 \\ di(1) & dp(2) & ds(2) & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ 0 & di(2) & dp(3) & ds(3) & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 & dp(n-1) & ds(n-1) \\ 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 & di(n) & dp(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(1) \\ q(2) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ q(n-1) \\ q(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V(1) \\ V(2) \\ V(3) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ V(n-1) \\ V(n) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Les conditions aux limites

$$q(1) = 1; \quad q(n) = 0 \quad (5.12)$$

IV.5.3. Equation de concentration:

En utilise le schéma implicite pour discrétises l'équation de concentration, donc on obtient:

$$\frac{f_{(I-1)} - 2f_{(I)} + f_{(I+1)}}{h^2} + \frac{1}{2} Sc y_{1(I)} \frac{f_{(I+1)} - f_{(I-1)}}{2h} = -Sc Sr \frac{q_{(I-1)} - 2q_{(I)} + q_{(I+1)}}{h^2} \quad (5.13)$$

Après réarrangement des différents facteurs, nous aurons:

$$di_{(I-1)}\mathbf{f}_{(I-1)} + dp_{(I)}\mathbf{f}_{(I)} + ds_{(I+1)}\mathbf{f}_{(I+1)} = V_{(I)} \quad (5.14)$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit:

$$\begin{aligned}
 di_{(t-1)} &= \frac{1}{h^2} - \frac{1}{4h} Scy_{1(t)} \\
 dp_{(t)} &= -\frac{2}{h^2} \\
 ds_{(t+1)} &= \frac{1}{h^2} + \frac{1}{4h} Scy_{1(t)} \\
 V_{(t)} &= -ScSr \frac{q_{(t-1)} - 2q_{(t)} + q_{(t+1)}}{h^2}
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

On peut écrire ce dernier système sous une forme matricielle tridiagonale comme suite :

$$\begin{bmatrix}
 dp(1) & ds(1) & 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 \\
 di(1) & dp(2) & ds(2) & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\
 0 & di(2) & dp(3) & ds(3) & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 \\
 \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 & dp(n-1) & ds(n-1) \\
 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 & di(n) & dp(n)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 f(1) \\
 f(2) \\
 \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} \\
 f(n-1) \\
 f(n)
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 V(1) \\
 V(2) \\
 V(3) \\
 \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} \\
 \mathbf{M} \\
 V(n-1) \\
 V(n)
 \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

Avec les conditions aux limites :

$$f(1) = 1; \quad f(0) = 0 \tag{5.17}$$

IV.5.4. Le coefficient de frottement:

L'expression discrétisée du coefficient de frottement du fluide (air) contre la paroi est en utilisant le schéma implicite donnée par:

$$Cf = (y_{2(2)} - y_{2(1)}) / h Re^{\frac{1}{2}} \tag{5.18}$$

y_2 La vitesse adimensionnelle.

IV.5.5. Le nombre de Nusselt :

De même pour le nombre de Nusselt qui s'exprime par:

$$Nu = -Re^{\frac{1}{2}} (q_{(2)} - q_{(1)}) / 2h \tag{5.19}$$

q La température adimensionnelle.

IV.5.6. Le nombre de Sherwood :

Le nombre de Sherwood sous forme discrétisée, toujours en utilisant le schéma implicite, s'écrit:

$$Sh = -\text{Re}^{\frac{1}{2}} (f_{(2)} - f_{(1)}) / 2h \quad (5.20)$$

f La concentration adimensionnelle.

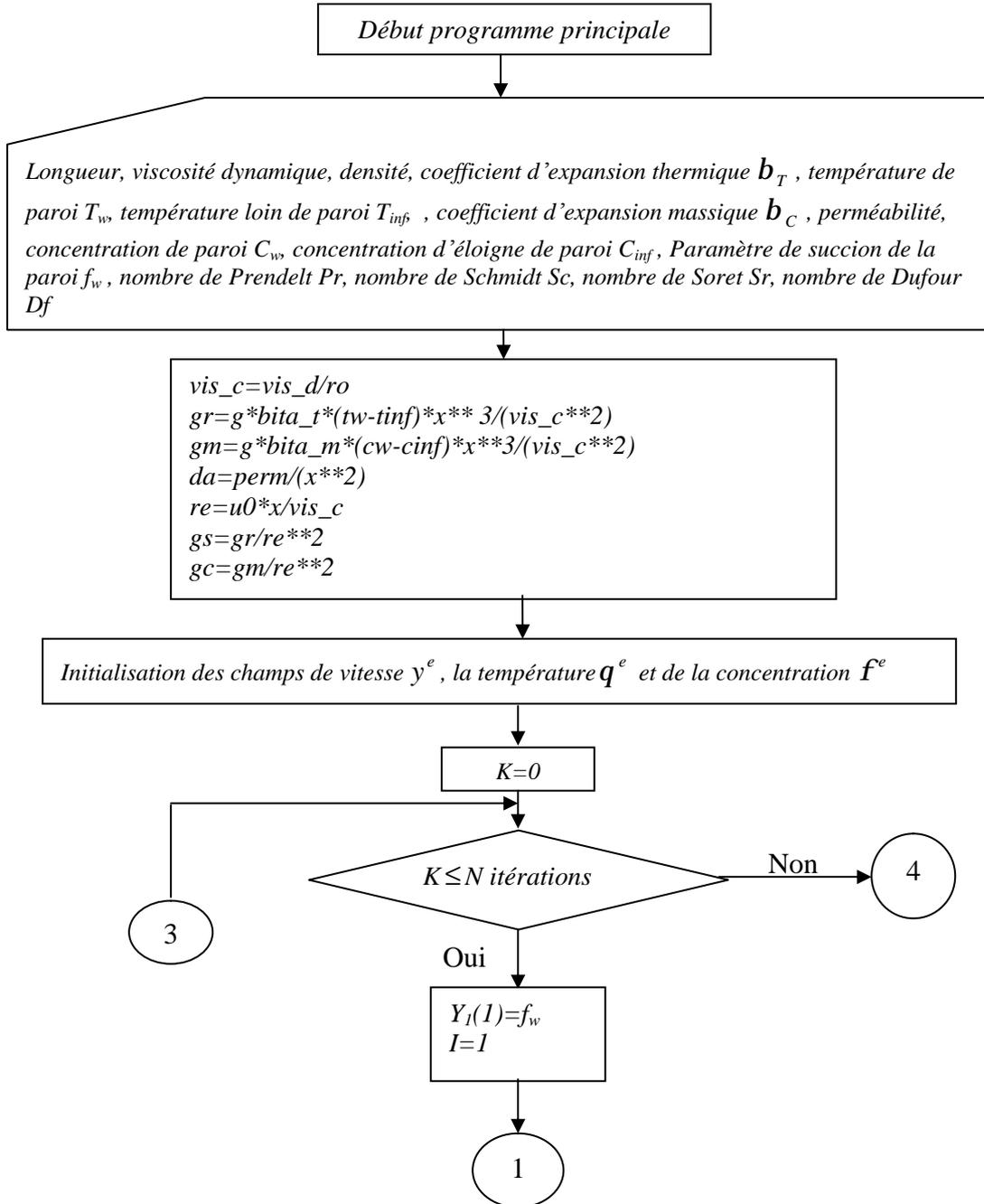
Pour obtenir la solution approchée de notre problème aux dérivées partielles qui concerne la convection mixte, et la convection libre, il faut résoudre un système d'équation linéaire. Pour se faire, on peut utiliser la méthode de Gauss. A chaque étape de calcul, la matrice du système est tridiagonale, ce qui simplifie les calculs et réduit l'encombrement de mémoire.

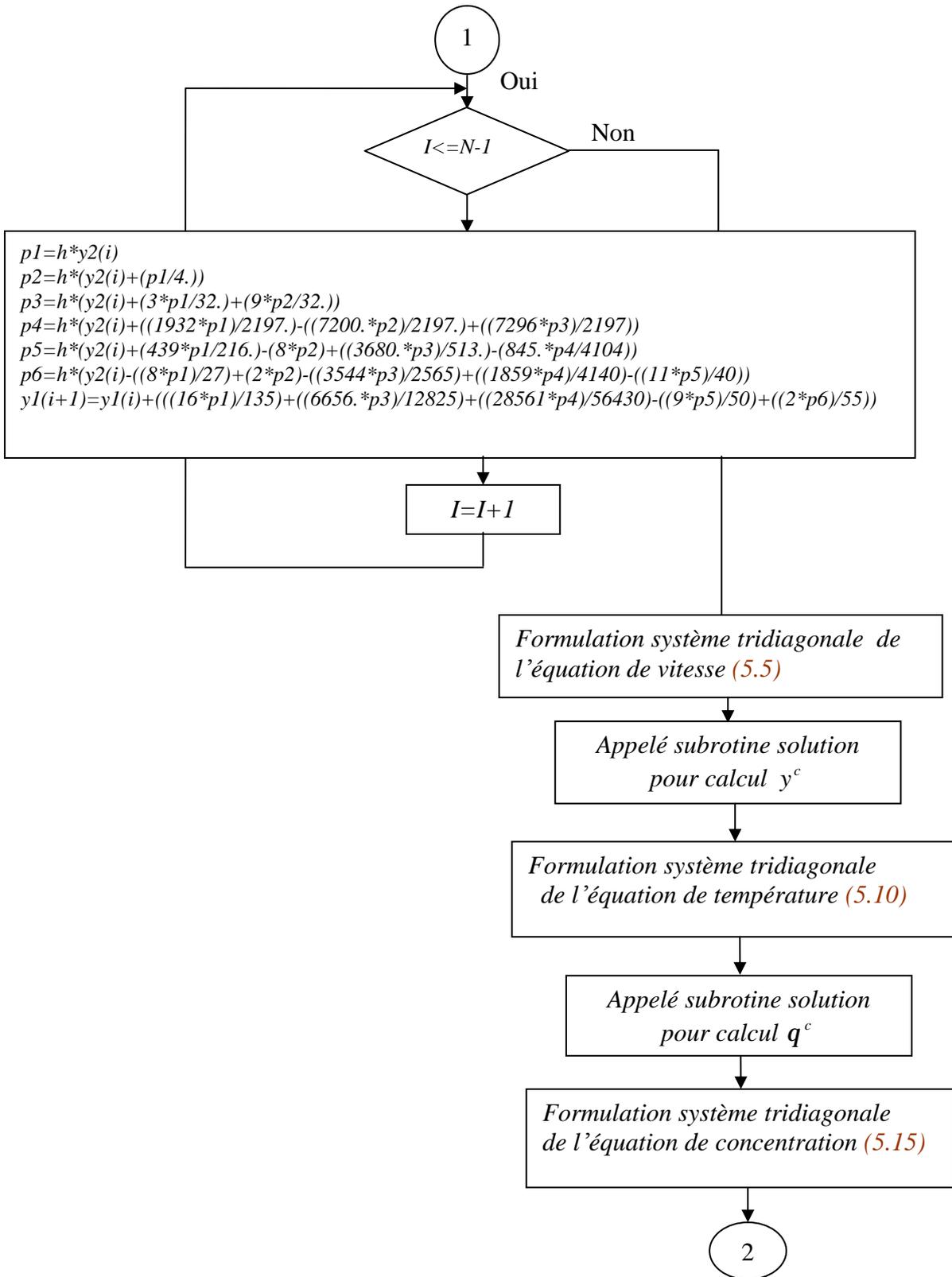
IV.6. Modèle numérique :

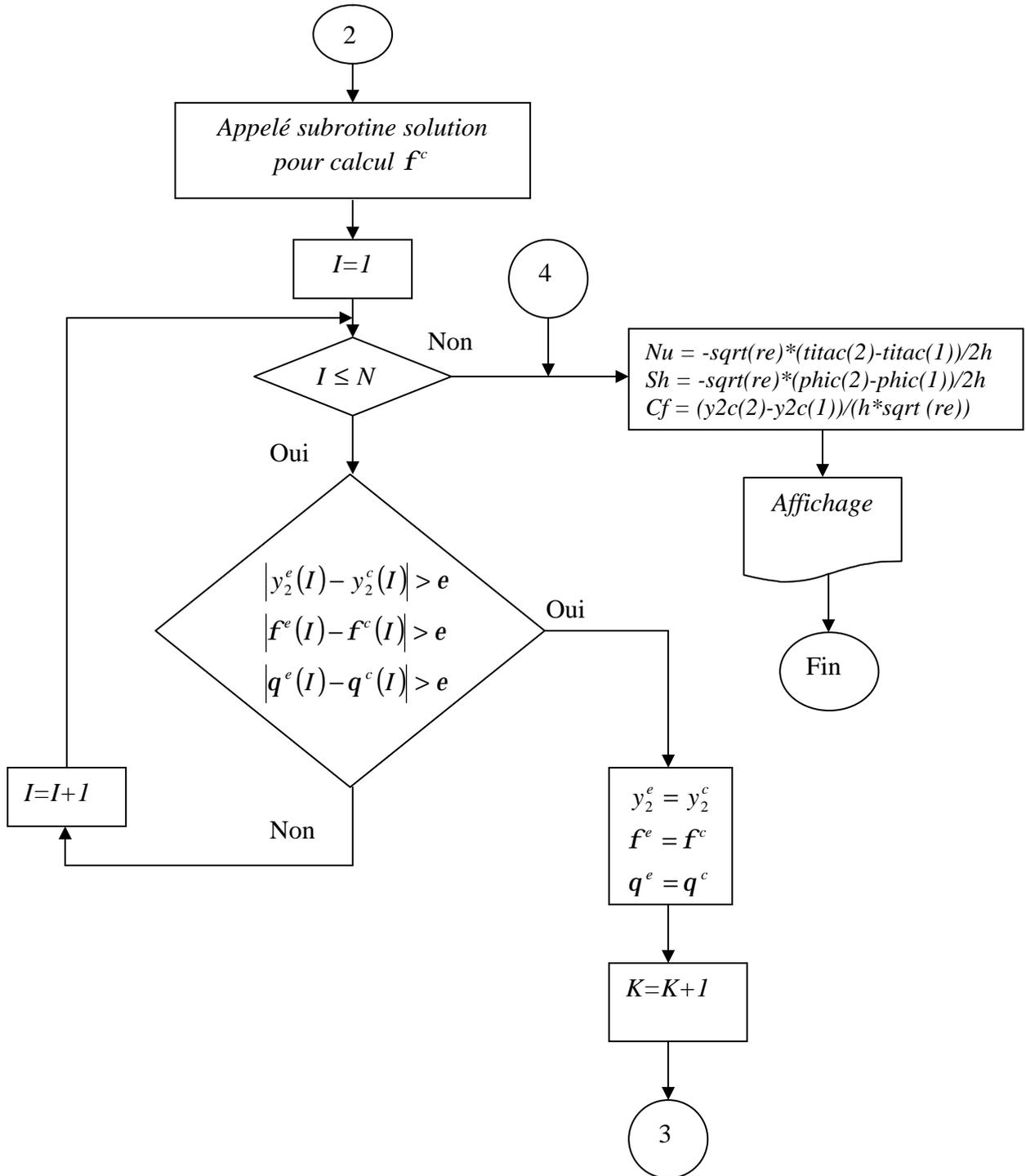
Pour résoudre notre problème on a essayé de développer un programme qui est écrit en langage Fortran et les courbes ont été obtenues en utilisant l'origine.

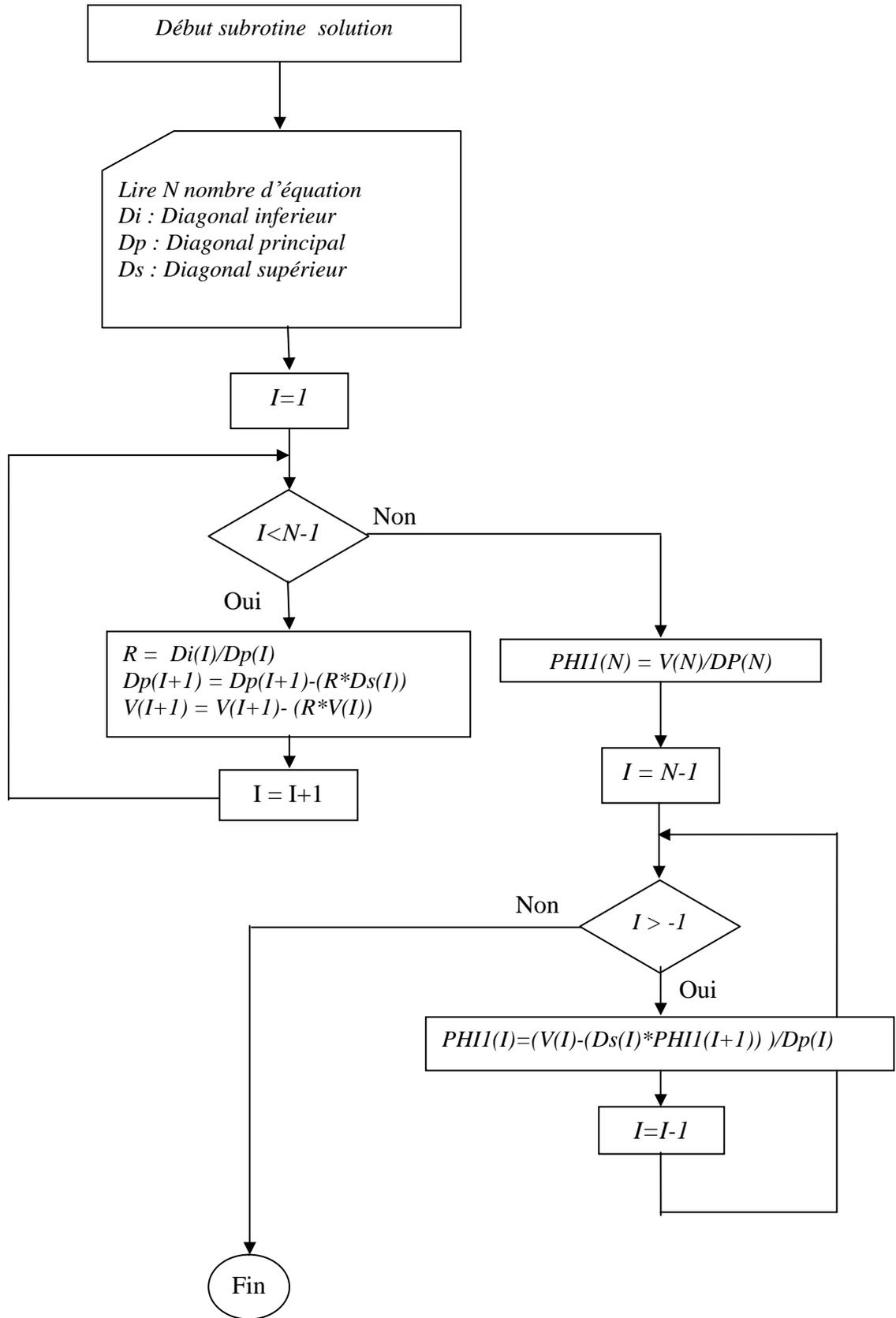
IV.6.1. L'organigramme des calculs :

Dans ce qui vient on a représenté les organigrammes qui traduisant notre programme principale et les différentes subroutine utilisé dans ce dernier.









Chapitre II

Analyse et discussion des résultats

Analyse et discussion des résultats

V.1 Introduction :

Pour étudier les effets de Soret et de Dufour sur un écoulement autour d'une paroi plane verticale imbibée dans un milieu poreux en convection libre, nous avons utilisé un programme qui est écrit en langage Fortran, ce programme ressoude les différentes équations gouvernant ce problème où nous avons étudié la variation des différentes propriétés telles que, la vitesse, la température, la concentration et les nombres adimensionnels, Nusselt, Sherwood et le coefficient de frottement en fonction des coefficients de thermodiffusion et la diffusion thermique.

Les paramètres utilisés dans ces calculs sont :

- Nombre de Schmidt pour l'hydrogène à la température de 25°C et 1 atm égale 0.22. [27]
- Les valeurs de Dufour et de Soret sont choisies d'une façon où leur produit est constant.

Tableau V.1 : valeur de Du et Sr. [28]

Sr	2.0	1.6	1.2	0.8	0.4	0.1
Df	0.03	0.037	0.05	0.075	0.15	0.6

- Les valeurs de f_w sont arbitrairement choisies.
- Les valeurs de coefficient d'expansion massique et thermique g_c et g_s comme suivant [16]:

Ū Pour convection forcée pure $g_s \ll 1$, $g_s = 0.1$ correspondant a $g_c = 0.05$.

Ū Pour convection mixte (forcée-libre), $g_s = 1$ et $g_c = 0.1$.

Ù Pour convection libre pure $g_s \gg 1$, $g_s = 10$ et $g_c = 0.2$.

- La masse molaire de l'air égale 29 g mol^{-1} [29].
- La température de la plaque et celle ambiante sont respectivement 33°C et 17°C .

Tableau V.2: Paramètres thermophysiques de l'air [30].

$T(^{\circ}\text{C})$	$n (\text{m}^2.\text{s}^{-1})$	$r (\text{Kg}/\text{m}^3)$	$m (\text{Pa}.\text{s})$	Pr	$b_T (1/\text{K})$	$b_c (\text{m}^3.\text{mol}^{-1})$
25	$1.55.10^{-5}$	1.184	$0.0183.10^{-3}$	0.707	0.00335	-0.0244

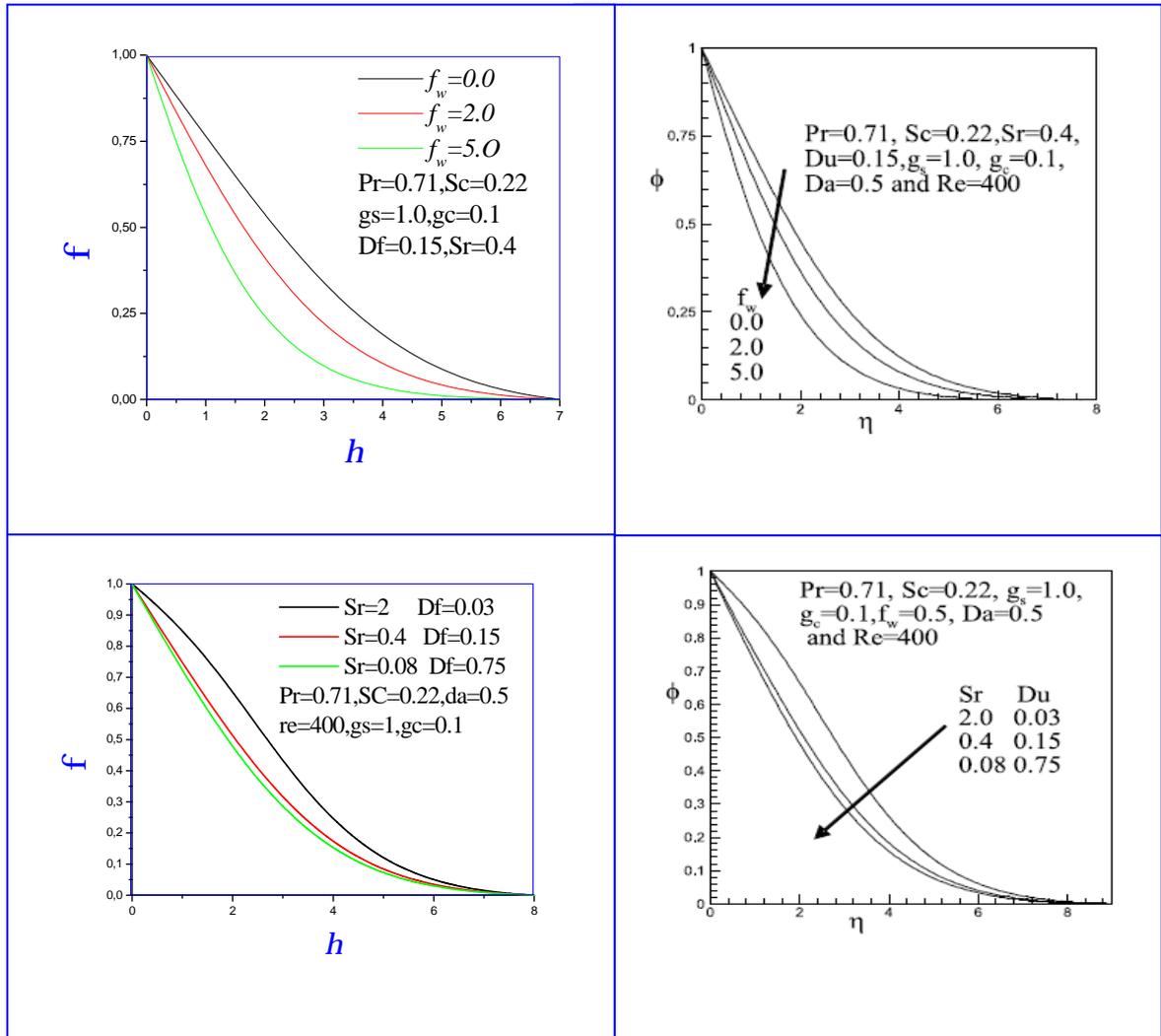
V.2 comparaison entre la présente étude et celle de Référence (M. S. Alam, et al, 2006):

De la comparaison de nos résultats avec celle rapportée par (M. S. Alam, et al 2006), on a remarqué que:

Pour la variation de la concentration en fonction de f_w , on a pris pour $h = 2$ la différence entre deux valeurs qui correspondent à $f_w = 0$ et $f_w = 5$, on a trouvé $\Delta f = 0.29$ dans le présent travail et $\Delta f = 0.22$ dans la référence. Ce qui nous montre que dans vos résultats il apparaît très clairement l'influence de f_w .

Pour la variation de la concentration en fonction de Df et Sr , la même valeur de h et la différence entre deux valeurs qui correspondent à $Df = 0.03$, $Sr = 2$ et $Df = 0.75$, $Sr = 0.08$, on a trouvé $\Delta f = 0.18$ dans le présent travail, et $\Delta f = 0.20$ dans la référence. Ce qui fait que nos résultats sont mieux.

De tout ça on a confirmé qu'on est dans le bon chemin et nos résultats sont justes.



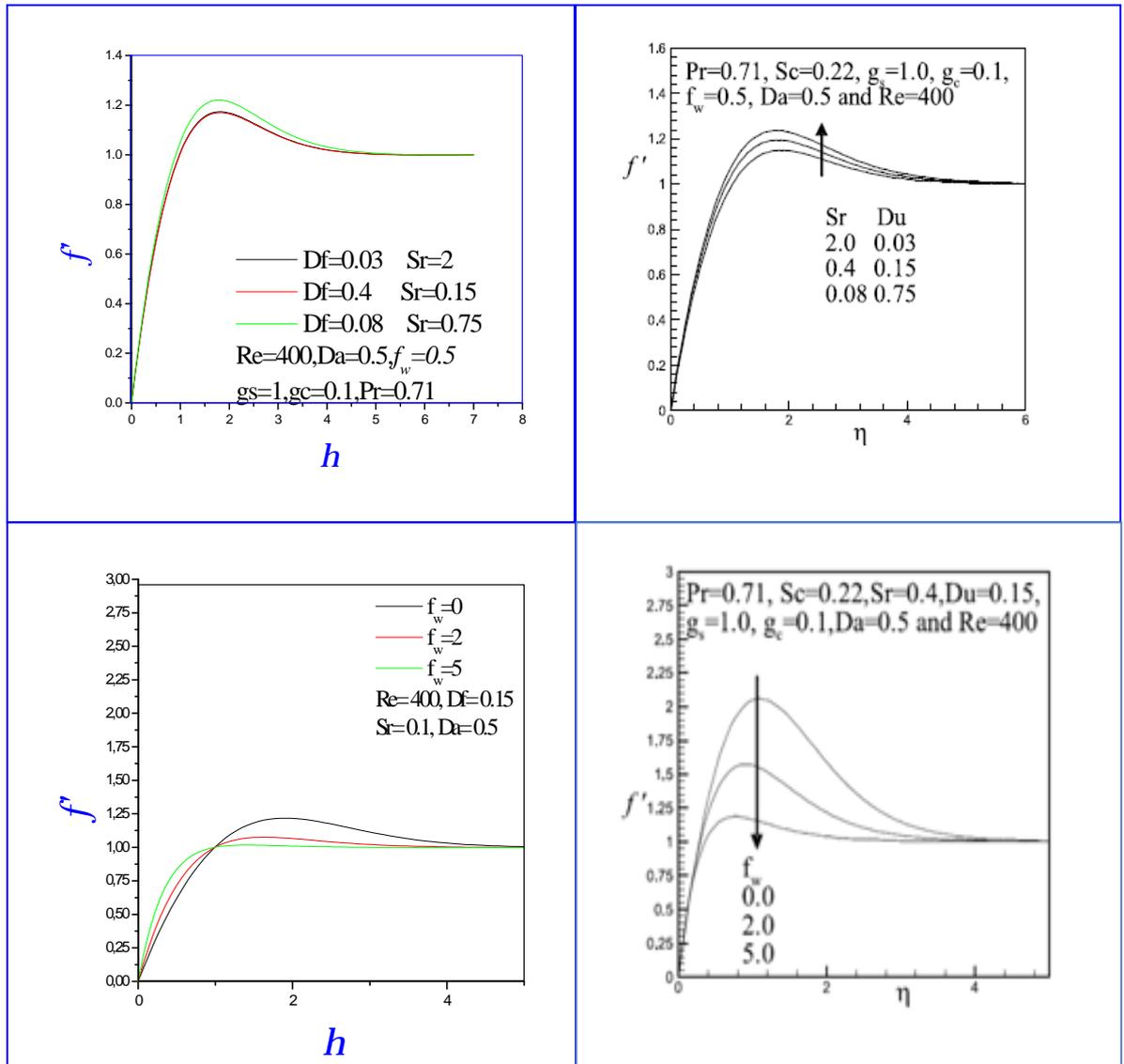
a) présente étude

b) Réf [31]

Figure V.1: Variation du profil de la concentration en fonction du Sr , Df et f_w

On voit qu'on a la présente étude pour $h = 2$, la température adimensionnelle pour la différence entre deux valeurs qui correspond à $f_w = 0$ et $f_w = 5$ égal 0.25, mais dans la référence dans la même valeur est égale 0.13 ce qui montre que nos résultats sont les meilleurs.

On remarque aussi que la variation du profil de la température en fonction de Df et Sr est même à celle de référence, ce qui justifier nos résultats.



a) présente étude

b) Réf [31]

Figure V.3: Variation du profil de la vitesse en fonction du Sr, Df et f_w .

V.3. Influence de l'effet de Dufour et de Soret sur le profil des vitesses:

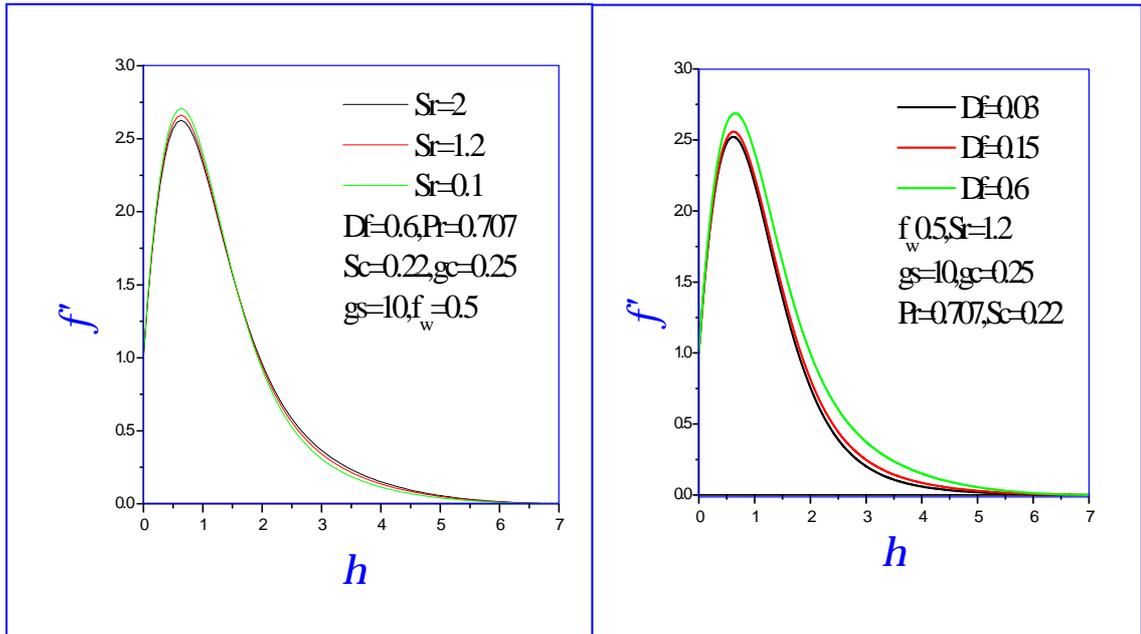
La figure V.4, représente le profil des vitesses adimensionnelles f' pour différentes valeurs de Dufour et de Soret. Sur la figure V.4. a), on observe que le profil de la vitesse reste pratiquement invariant pour différentes valeurs du nombre de Soret. Cela explique bien que l'effet Soret sur la couche limite dynamique est insignifiant. Cependant on peut remarquer une influence peut importante sur ce profil dans deux zones, la première se localise sur le maximum

du profil correspondant à l'intervalle $h = [0.4, 1.05]$ et la deuxième se localise faible dans l'intervalle $h = [2.1, 4.7]$. Par contre la figure V.4.b), montre que la vitesse augmente avec l'augmentation du nombre de Dufour. En effet, on note que la vitesse augmente près de la paroi où la température est plus élevée mais elle diminue d'une manière rapide lorsqu'on s'éloigne de la paroi. Ceci est due aussi bien sûr, à la succion causée par la vitesse d'entrée U_0 .

L'influence du nombre de Dufour sur le profil de la vitesse plus prononcé que celui du nombre de Soret. Il faut noter qu'on obtient l'écoulement libre, c'est-à-dire hors de la couche limite dynamique pour la valeur de h voisine de 6.

V.4. Influence de l'effet de Dufour et de Soret sur le profil de la concentration:

Sur la figure V.5, on remarque que l'influence de l'effet Soret sur le profil de la concentration est plus significative par rapport à l'effet du Dufour. En effet la concentration adimensionnelle à l'abscisse $h = 2$, passe de la valeur $f = 0.37$ à la valeur $f = 0.53$, lorsque Soret passe de $Sr = 0.1$ à 2. Alors le nombre de Soret favorise l'augmentation de la concentration. Mais dans la figure V.5 b) on observe le phénomène inverse de a) c.-à-d. l'augmentation de la concentration se réalise avec la diminution du nombre de Dufour. Alors on peut conclure que ces deux effets sur le transfert de masse sont antagonistes. Comme on y remarque encore que cette augmentation de la concentration adimensionnelle avec le nombre de Dufour est insignifiante dans beaucoup de cas on admit que l'effet de Dufour sur le transfert de masse est négligeable. On peut interpréter l'étendue de la variable assimilée h où le gradient de concentration devient presque nul comme l'épaisseur de la couche limite de concentration. Alors il est clair que cette épaisseur est la plus étendue que les épaisseurs de la couche limite dynamique et thermique. On note, de figure V.4, figure V.5 et figure V.6 que la corrélation entre les couches limite de concentration, dynamique et thermique $d_f > d_{f'} > d_q$.

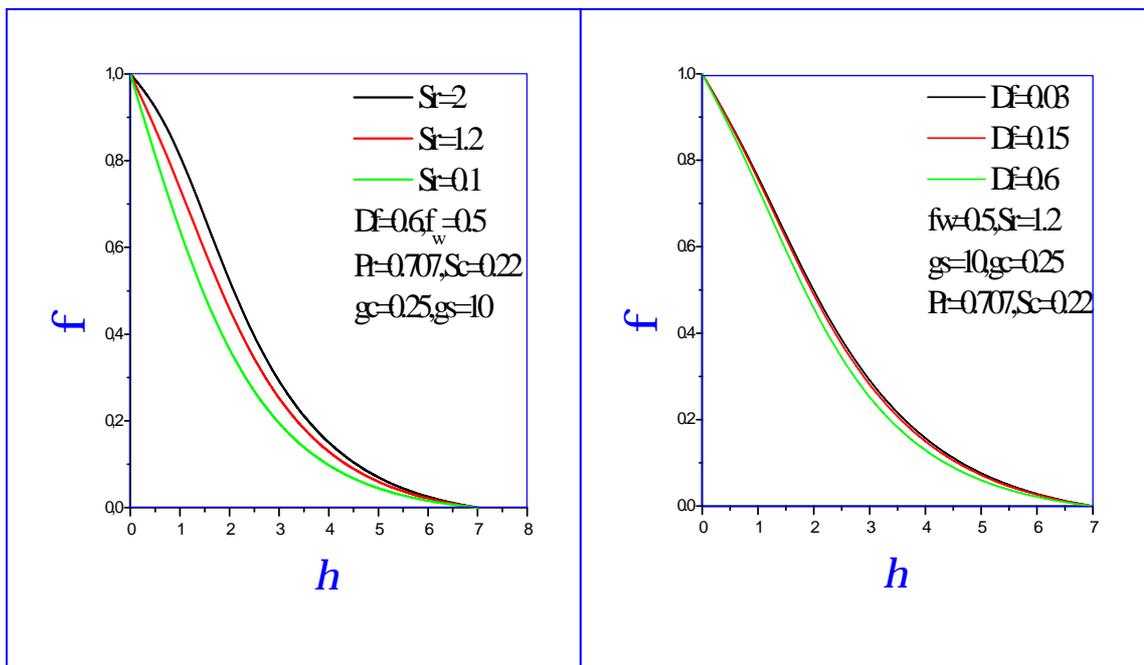


a)

b)

Figure V.4: Variation du profil de la vitesse:

a) différente valeur de Sr b) différente valeur de Df



a)

b)

Figure V. 5: Variation du profil de la concentration:

a) différente valeur de Sr, b) différente valeur de Df

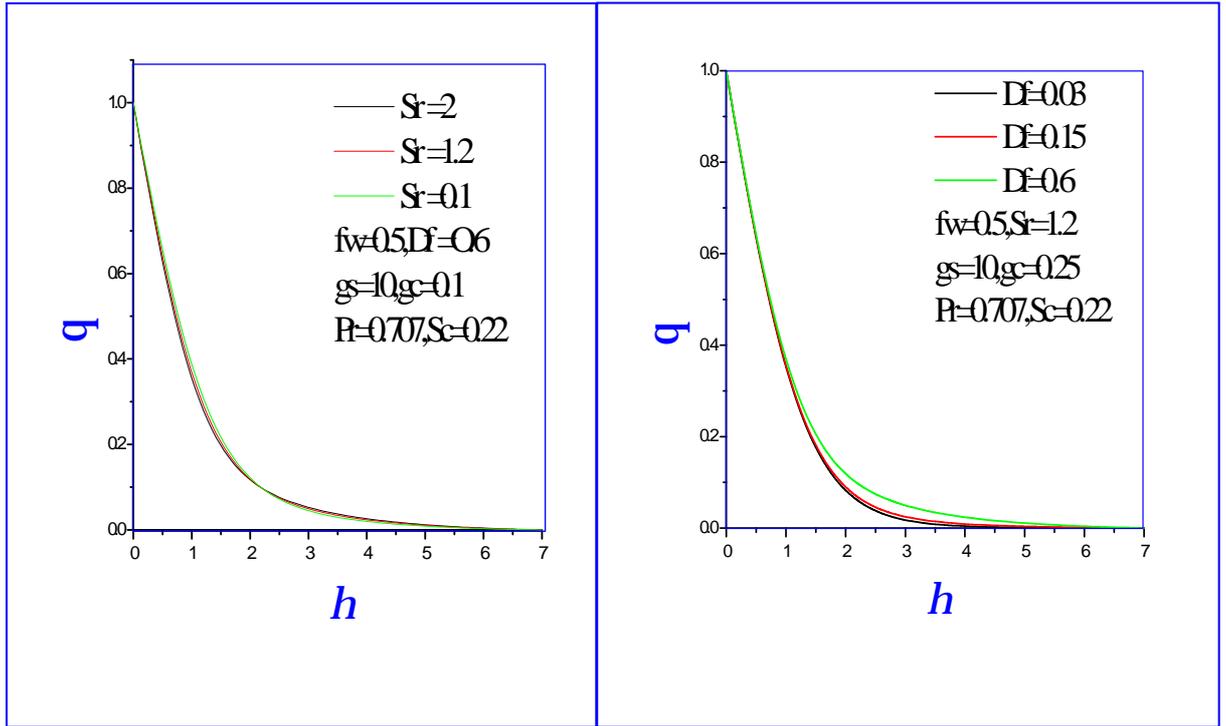
V.5. Influence de l'effet de Dufour et de Soret sur le profil de la température:

On a tracé sur la figure V.6 le profil du champ thermique pour différentes valeurs du nombre de Dufour et du nombre de Soret. La figure V.6.a), montre que le profil de la température reste pratiquement invariant pour différentes valeurs du nombre de Soret.

Dans la figure 6.b), on remarque que l'influence du nombre de Dufour apparaît uniquement sur le domaine de h qui s'étend sur intervalle de $h = [1.13, 5]$ mais au-delà, la température diminue avec la diminution du nombre de Dufour. On note bien que le nombre de Dufour à une influence sur l'épaisseur de la couche limite thermique voir fig.6.b).

V. 6. Influence du paramètre de succion f_w sur les profils de la vitesse, de la concentration et de la température:

La figure V.7, la figure V.8 et la figure V.9 représentent la variation de la vitesse, de la concentration et de la température pour différentes valeurs de la succion f_w . Les résultats numériques pour les profils de la vitesse en fonction du paramètre de succion est montré sur la figure V. 7, où on y remarque la diminution notable de la vitesse avec l'augmentation du paramètre de succion indiquant l'habituel phénomène de stabilisation de la croissance de couche limite auquel conduit l'aspiration. De plus dans la figure V.8 et figure V.9, on observe le même phénomène sur les profils de la température et de la concentration. Alors la succion ralentie les particules liquides près du mur poreux en réduisant ainsi la croissance de la couche limite dynamique aussi bien que la couche limite thermique et de concentration.



a)

b)

Figure V. 6: Variation du profil de la température:

a) différente valeur de Sr , b) différente valeur de Df

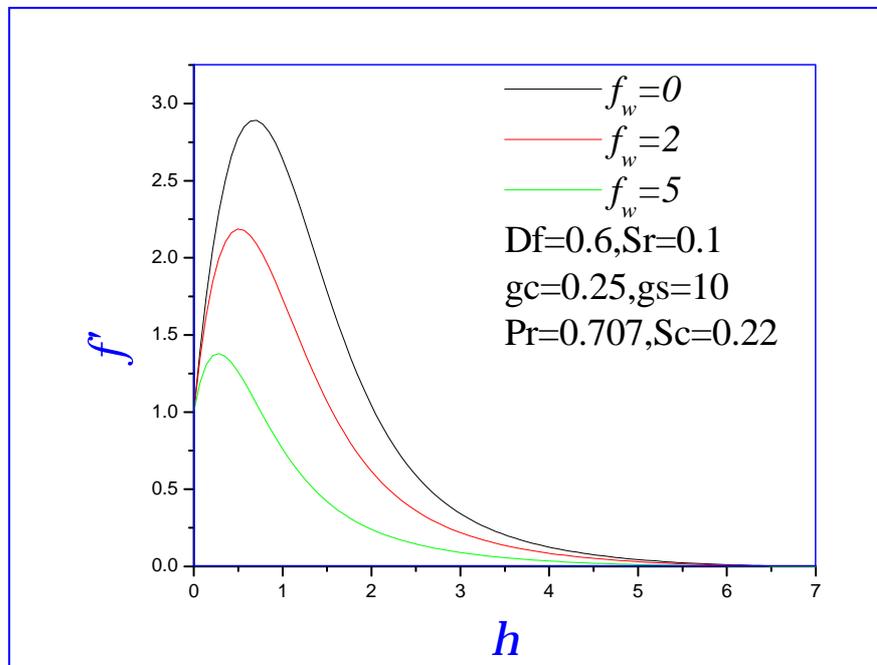


Figure V. 7: Variation du profil de vitesse avec la différente valeur de f_w

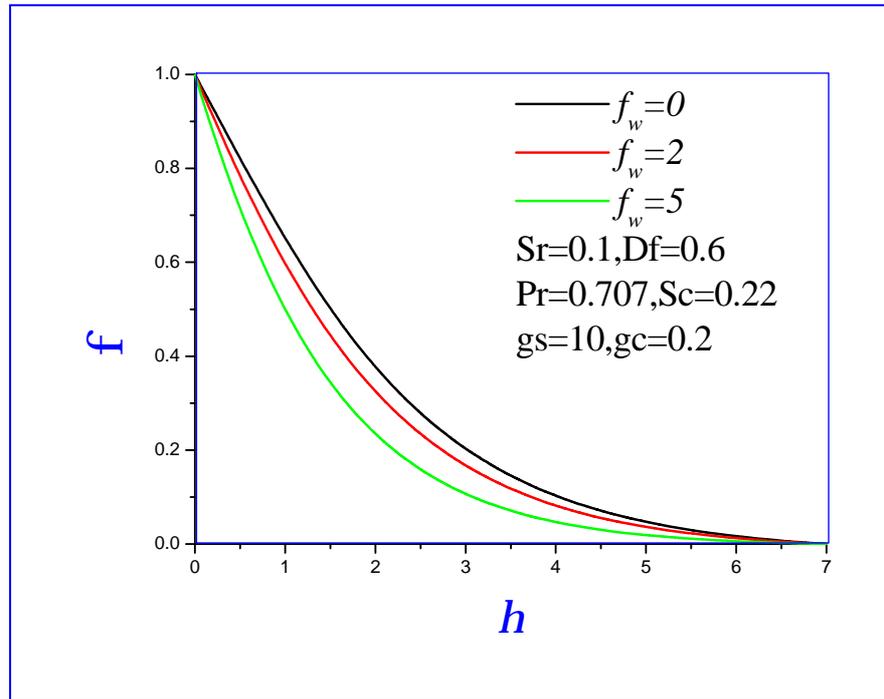


Figure V. 8: Variation du profil de la concentration avec la différence valeur de f_w

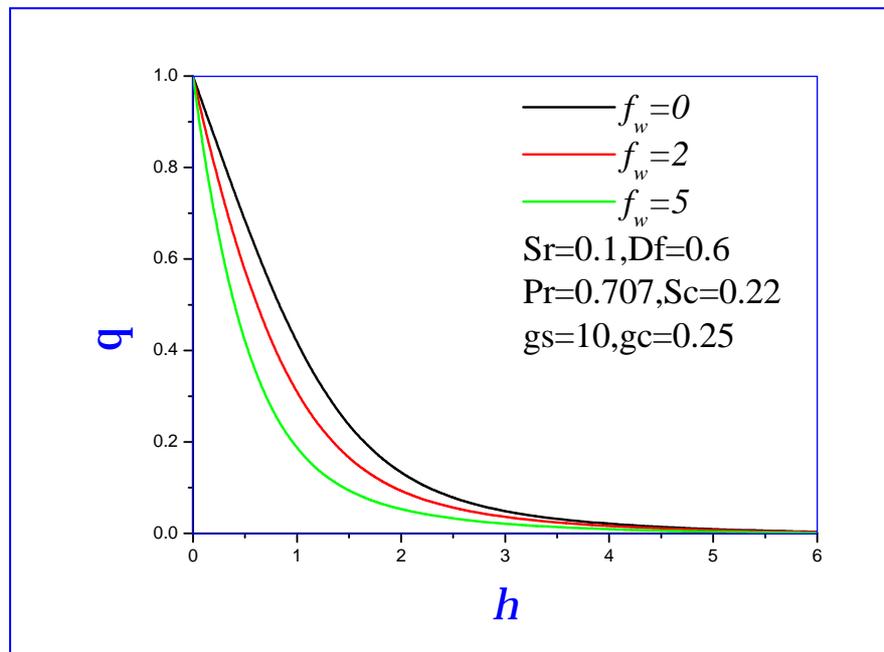


Figure V. 9: Variation du profil de la température avec la différence valeur de f_w

V. 7. Influence du nombre de Dufour et de Soret sur le profil de coefficient de frottement

On a tracé sur la figure V.10, le coefficient du frottement en fonction du nombre de Dufour et de Soret. On note sur la figure V.10.a) que, quelque soit la valeur du nombre de Soret, le coefficient de frottement augmente d'une manière linéaire avec l'augmentation du nombre de Dufour.

Pour $Df < 0.13$ le coefficient du frottement augmente avec l'augmentation de Sr . Aux environs de cette valeur, Sr n'influe pas sur le coefficient de frottement. Mais pour $Df > 0.13$, le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation du nombre de Soret.

Dans la figure V.10.b). Pour un $Df=0.03$, le coefficient de frottement augmente mais faiblement avec l'augmentation de nombre de Soret. Par contre pour les valeurs supérieures de Df on assiste à un effet inverse. L'analyse de la figure V.10 met en évidence l'importance de l'effet du Dufour est plus prépondérant que celui de Soret. Il existe une invariance du coefficient de frottement pour la valeur du nombre de Dufour égale à 0.15.

V.8. Influence du nombre de Dufour et de Soret sur du nombre de Nusselt

La figure V.11 représente la variation du nombre de Nusselt en fonction de Dufour et de Soret. La figure V.11.a), montre pour $Sr = 2$, que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Dufour, alors que pour des valeurs inférieures de Sr , le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de Dufour.

On observe sur la figure V.11.b), qu'il existe une certaine valeur de Soret pour laquelle, le nombre de Nusselt reste invariant quelque soit Df . Ceci correspond aux valeurs du nombre de Soret voisine de 1.4, 1.48, 1.5. La figure V.11.b) met bien en évidence deux zones d'effets antagonistes du nombre de Dufour sur la variation de Nusselt qui se manifeste de part et d'autre de ce point. Le nombre de Nusselt croit pratiquement d'une manière linéaire avec l'augmentation du nombre de Soret. Cette évolution est plus nuancée pour des valeurs élevées du nombre de Dufour. Pour les valeurs de Soret inférieure aux valeurs 1.4, 1.48, 1.5, le Nusselt décroît linéairement avec l'augmentation du nombre de Dufour par contre on obtient l'effet contraire quand Sr est supérieur à 1.5 fig. 11 b)

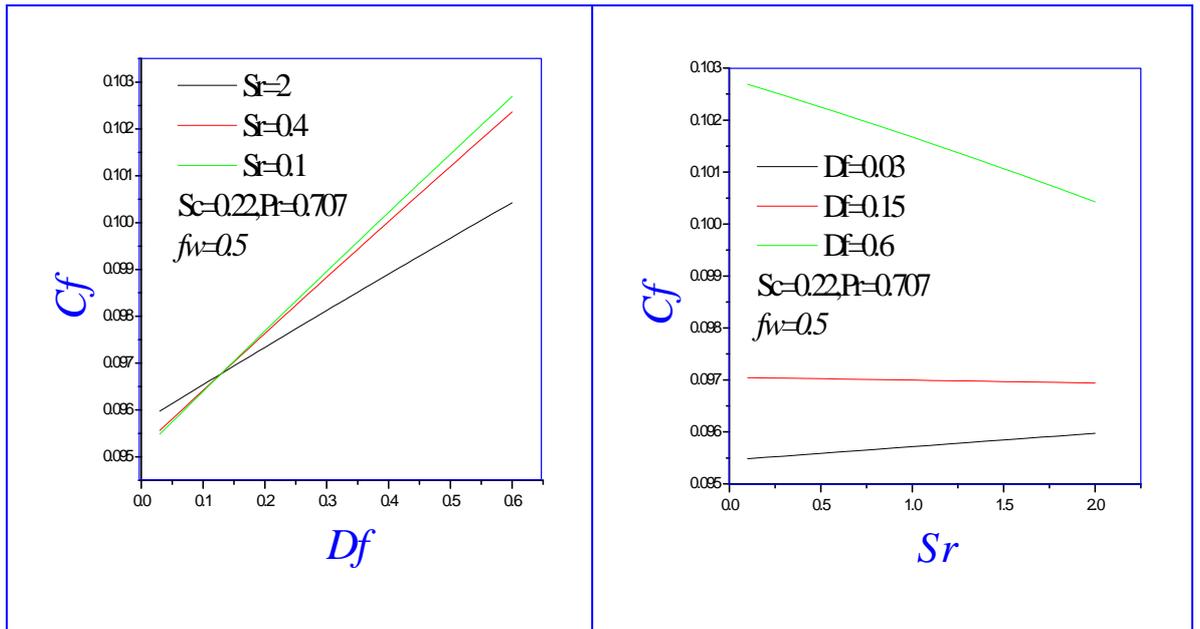
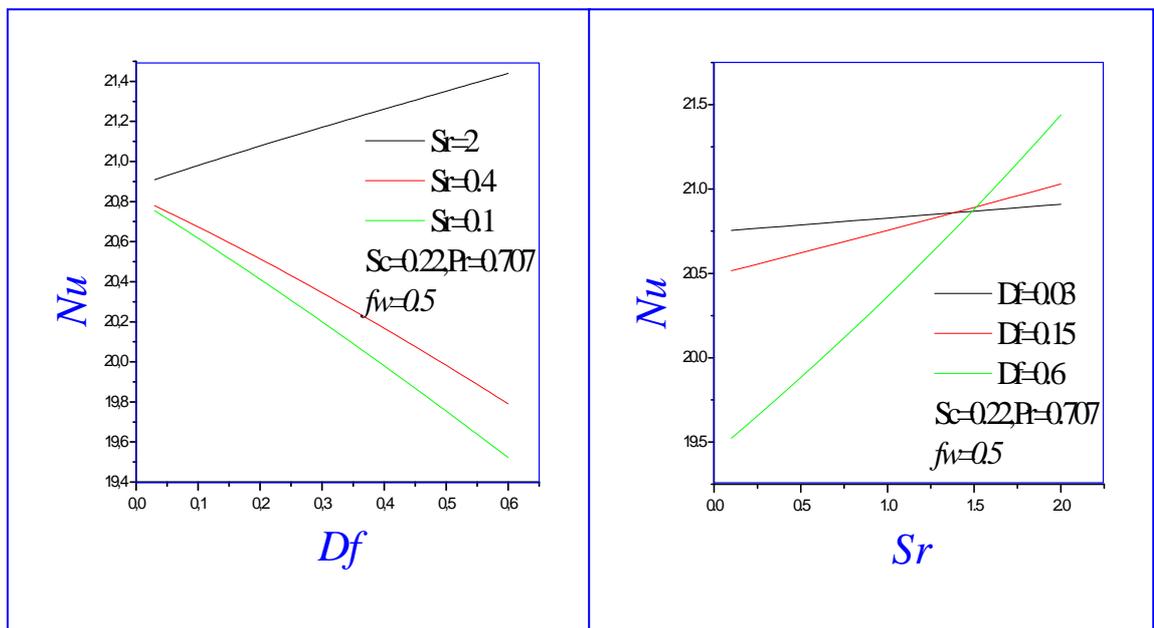


Figure V. 10: Coefficient de frottement en fonction de:

a) Df pour différente valeur de Sr , b) Sr pour différente valeur de Df



a)

b)

Figure V. 11: Nombre de Nusselt en fonction de Dufour et de Soret:

a) Df pour différente valeur de Sr , b) Sr pour différente valeur de Df .

V.9. Influence du nombre de Dufour et de Soret sur le profil du nombre de Sherwood

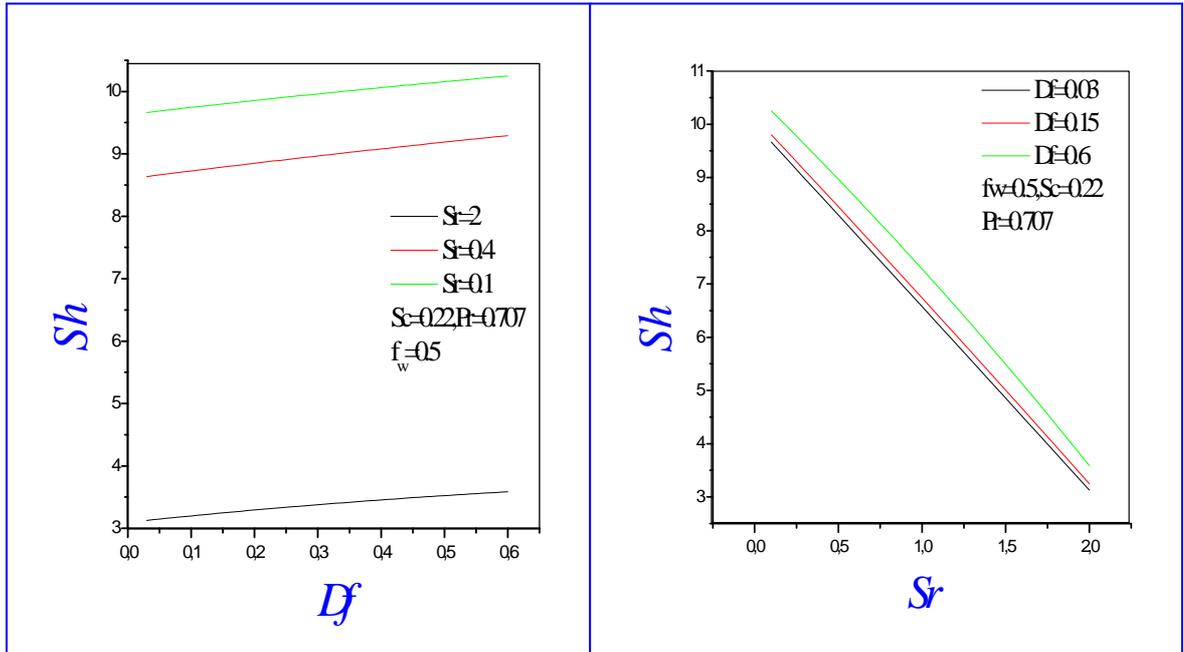
La figure V.12, représente les variations du nombre de Sherwood pour différentes valeurs de Dufour et de Soret. La figure V.12.a), correspond au profil de concentration adimensionnelle représenté par le nombre de Sherwood en fonction du nombre de Soret et de Dufour. De ces graphes il ressort que l'influence de la thermodiffusion n'a qu'une faible influence sur le transport de masse alors que celle de l'effet Soret est très significative. Quelque soit le nombre de Soret, le nombre de Sherwood augmente avec l'augmentation du nombre Dufour.

Le nombre de Sherwood augmente avec la diminution du nombre de Soret.

Dans la figure V.12.b), le nombre de Sherwood diminue avec l'augmentation de S_r quelque soit les valeurs de D_f .

V.10. Variation du profil de la vitesse en fonction des effets de Dufour et de Soret

Les effets des nombres de Soret et de Dufour sur le champ de la vitesse sont montrés dans la figure V.13. Nous observons cela quantitativement quand $\eta = 1.0$ et S_r diminue de 2.0 à 0.4 (ou augmentations de D_f de 0.03 à 0.15), il y a 3.04 % d'augmentation en valeur de la vitesse, et que cette augmentation correspondante a 6.07 %, quand le nombre de Soret diminue de 0.4 à 0.1.



a)

b)

Figure V. 12: Nombre de Sherwood en fonction de Dufour et Soret:

a) Df pour différente valeur de Sr , b) Sr pour différente valeur de Df

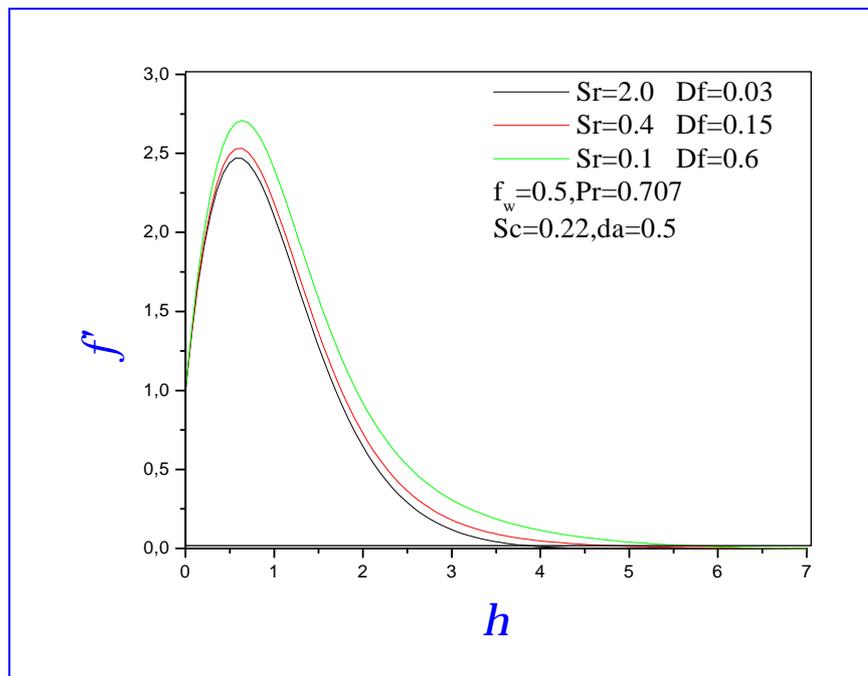


Figure V. 13: Variation du profil de la vitesse en fonction de Sr et Df .

V.11. Variation du profil de la concentration en fonction des effets de Dufour et de Soret

Les effets des nombres de Soret et de Dufour sur le champ de la concentration sont montrés sur la figure V.14. Nous observons cela quantitativement quand $\eta = 1.0$ et Sr diminue de 2.0 à 0.4 (ou augmentations de Df de 0.03 à 0.15) il y a 16.47 % diminution en valeur de la concentration, et que cette diminution correspondante a 7.04 %, quand le nombre de Soret diminue de 0.4 à 0.1.

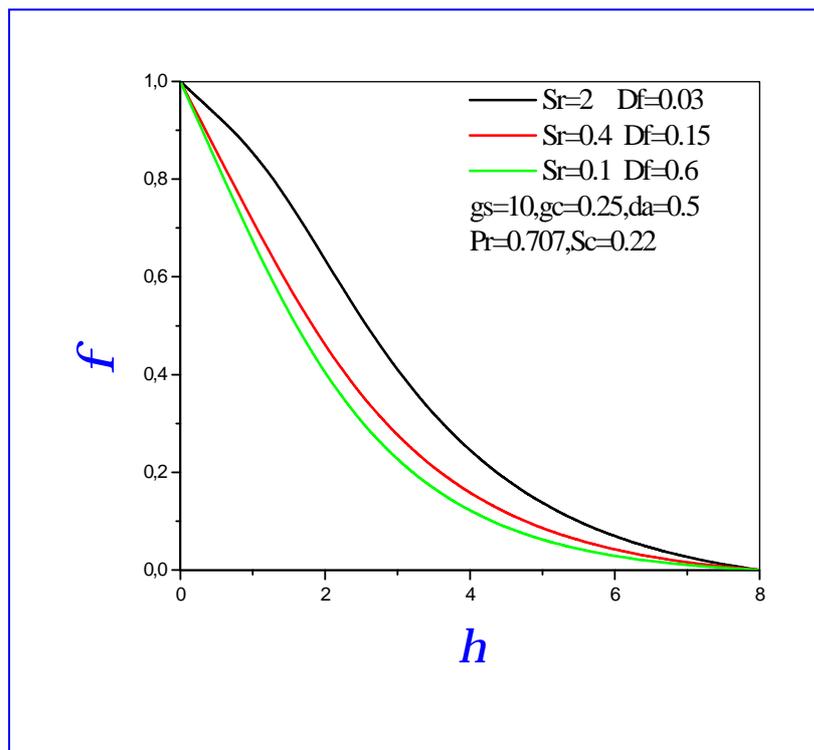


Figure V. 14: Variation du profil de la concentration en fonction de Sr et Df

V.12. Variation du profil de la température en fonction des effets de Dufour et de Soret:

Les effets des nombres de Soret et de Dufour sur le champ de la température sont montrés sur la figure V.15. Nous observons que quantitativement quand $\eta = 1.0$ et Sr diminue de 2.0 à 0.4 (ou augmentations de Df de 0.03 à 0.15) il y à 2.32 % d'augmentation en valeur de la

température, et que cette augmentation correspondante à 8.69 %, quand le nombre de Soret diminue de 0.4 à 0.1.

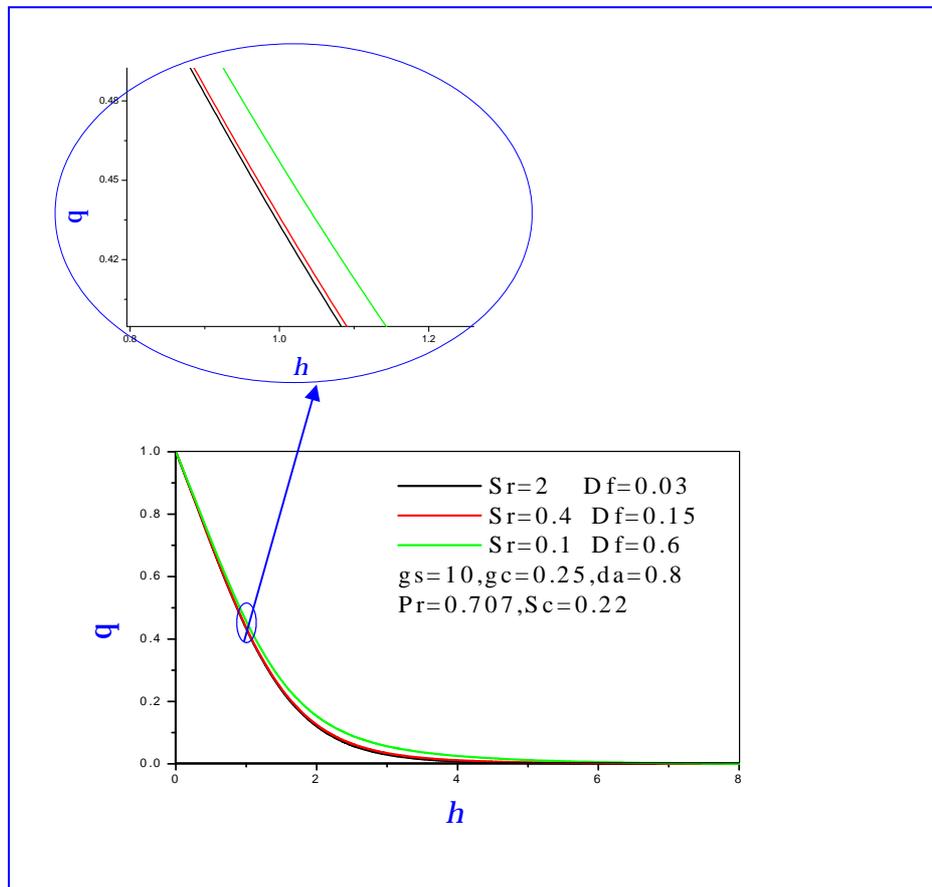
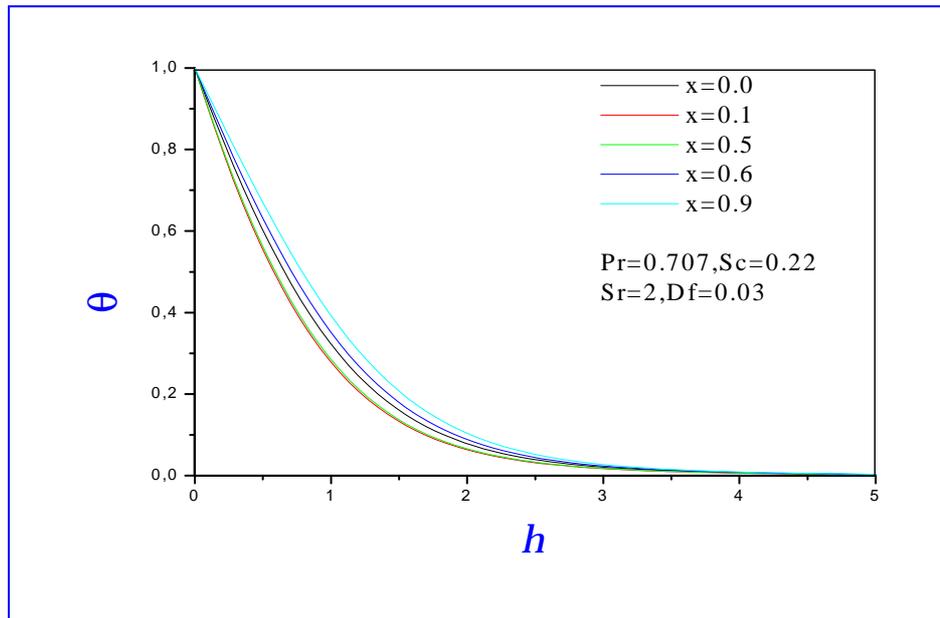


Figure V. 15: Variation du profil de la température en fonction de Sr et Df

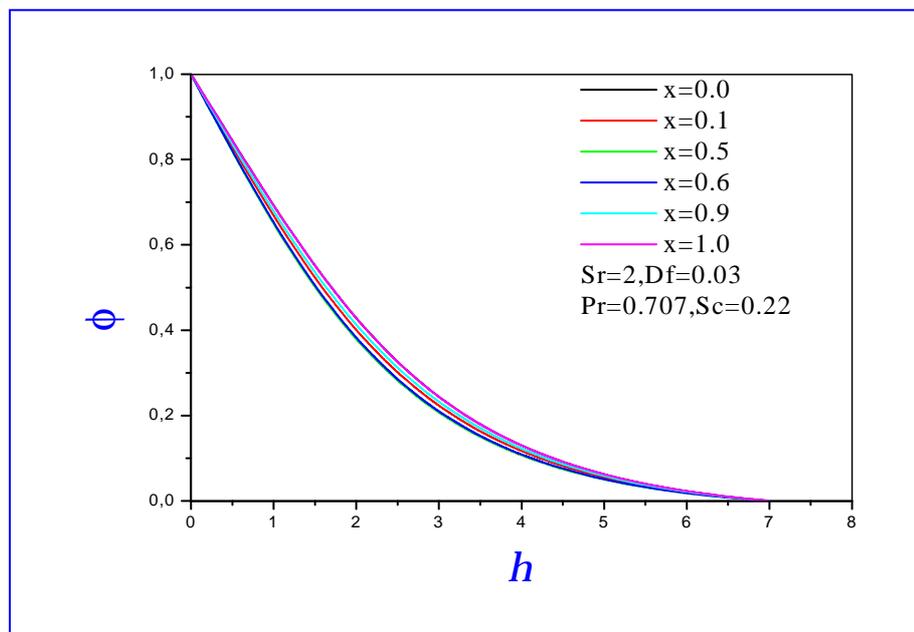
V.13. Variation des profils de la température, de la concentration et de la vitesse en fonction de position x :

On remarque dans les figures V.16, V.17 et V.18 que les profils de la température, de la concentration et de la vitesse changent faiblement sous l'influence de la vitesse d'entrée. Cependant, on observe que les profils diminuent pour chaque valeur de x qui se situe entre 0 et 0.5, mais ils augmentent pour des positions repérées pour les $x \geq 0.5$ et $x \leq 1$. Pour chaque valeur de x on voit que le profil de vitesse augmente proche de la paroi où la température est plus élevée mais diminue lorsque s'en éloigne de la paroi, ce phénomène est aussi observé pour les profils de la température et de la concentration. On note bien que l'influence de la

vitesse de succion sur le profil dynamique est plus nuancée que sur les profils thermique et massique.



FigureV.16: Variation du profil de la température en fonction de position



FigureV.17: Variation du profil de la concentration en fonction de la position

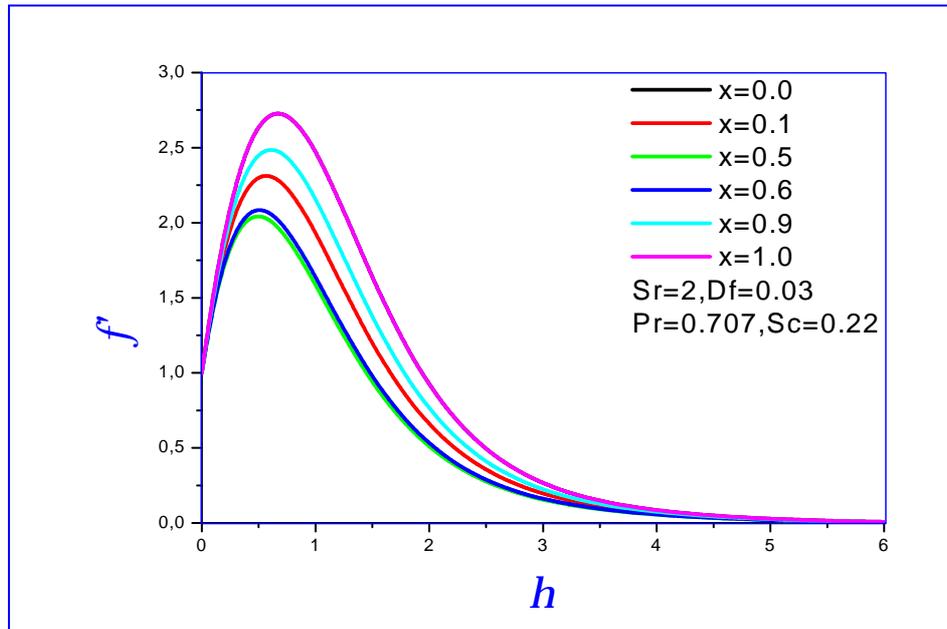
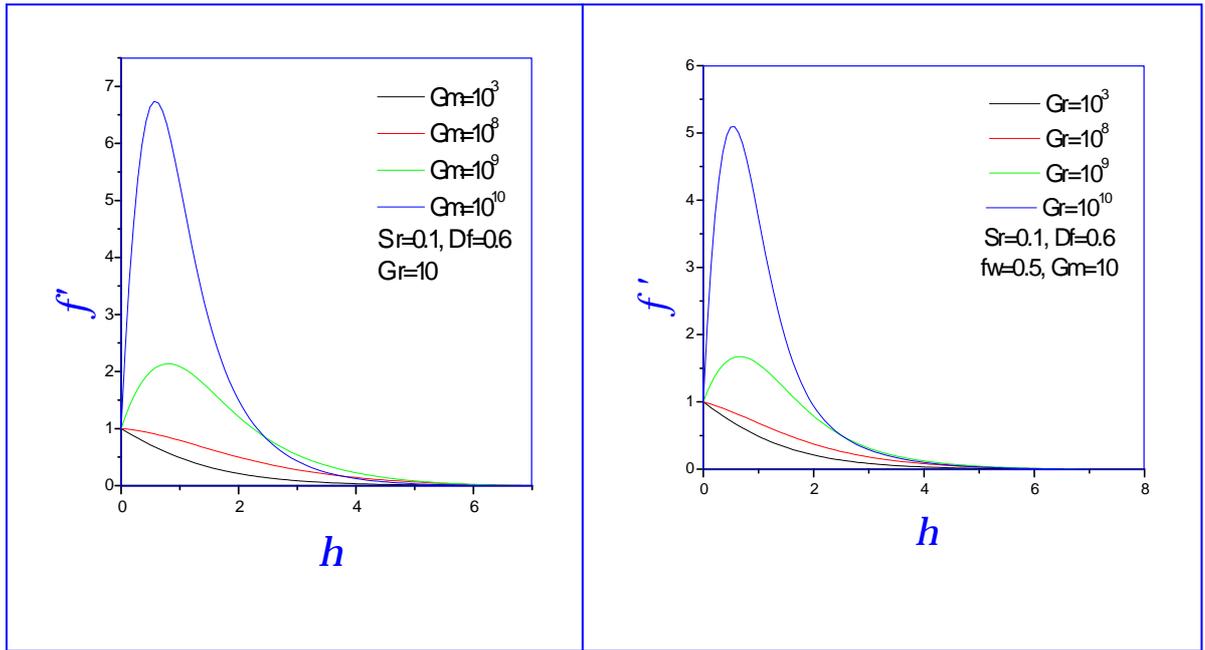


Figure V.18: Variation du profil de la vitesse en fonction de la position

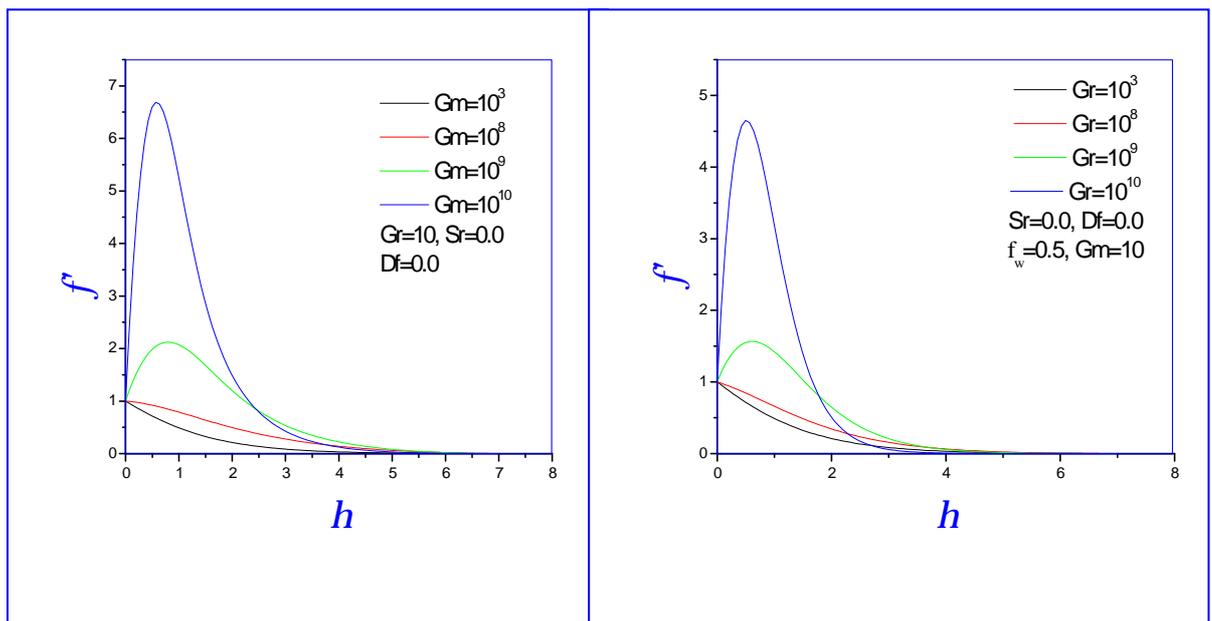
V.14. Influence des nombres de Grashof Gr et Grashof modifié Gm :

La figure .19, montre le profil des vitesses adimensionnelles dans la couche limite dynamique de l'écoulement autour de la plaque vertical pour différentes valeurs du couple (Soret, Dufour). Bien que le résultat classique, dans la couche limite est retracé, il faut noter aussi les effets de Dufour et de Soret affectent d'une manière sensible la vitesse maximale et l'écartement du profils, par rapport au cas où on n'a pas tenu compte de ces effets. D'autre part on note bien que pour la concentration adimensionnelle, l'épaisseur de la couche limite massique est plus large que celle de la couche limite thermique fig. 20 et 21.

L'influence du nombre de Grashof et Grashof modifié sur les profils de la vitesse, de la concentration et de la température sont apparaître depuis la valeur 10^3 .



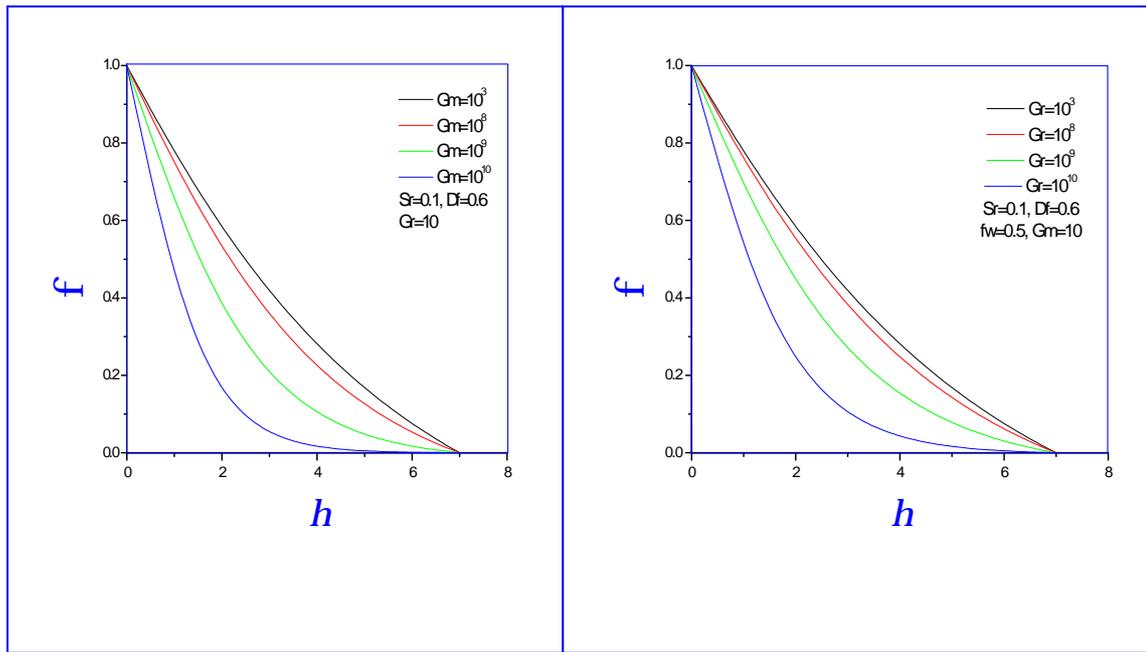
a)



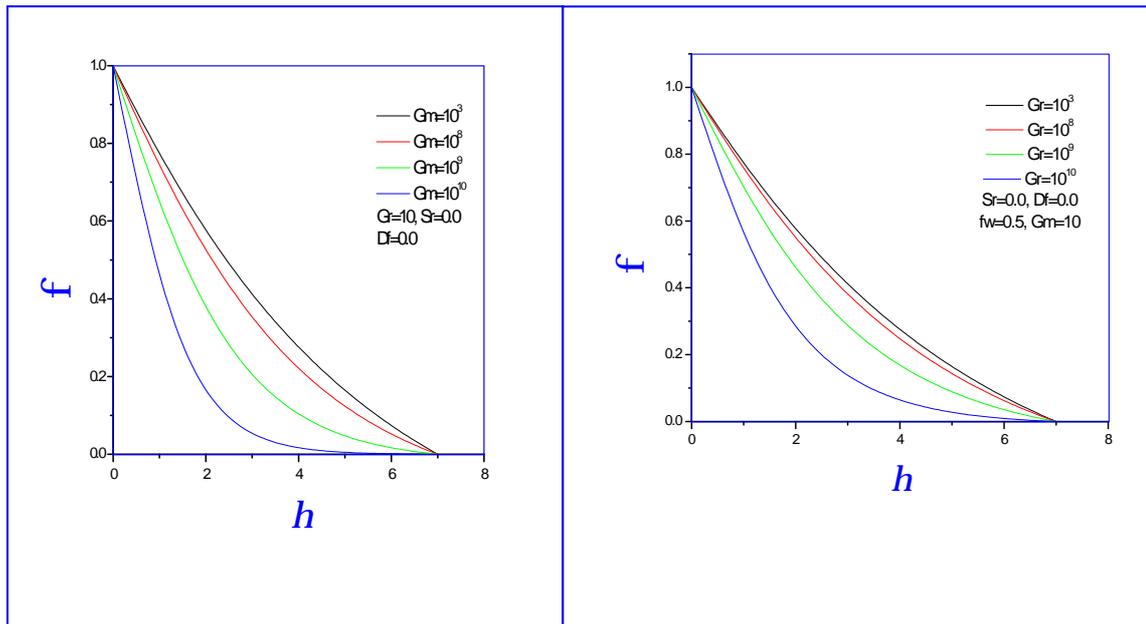
b)

Figure V.19 : Vitesse adimensionnelle pour différentes valeurs de Gr et de Gm :

a) $Df= 0.6$ et $Sr= 0.1$ b) $Df= 0.0$ et $Sr= 0.0$



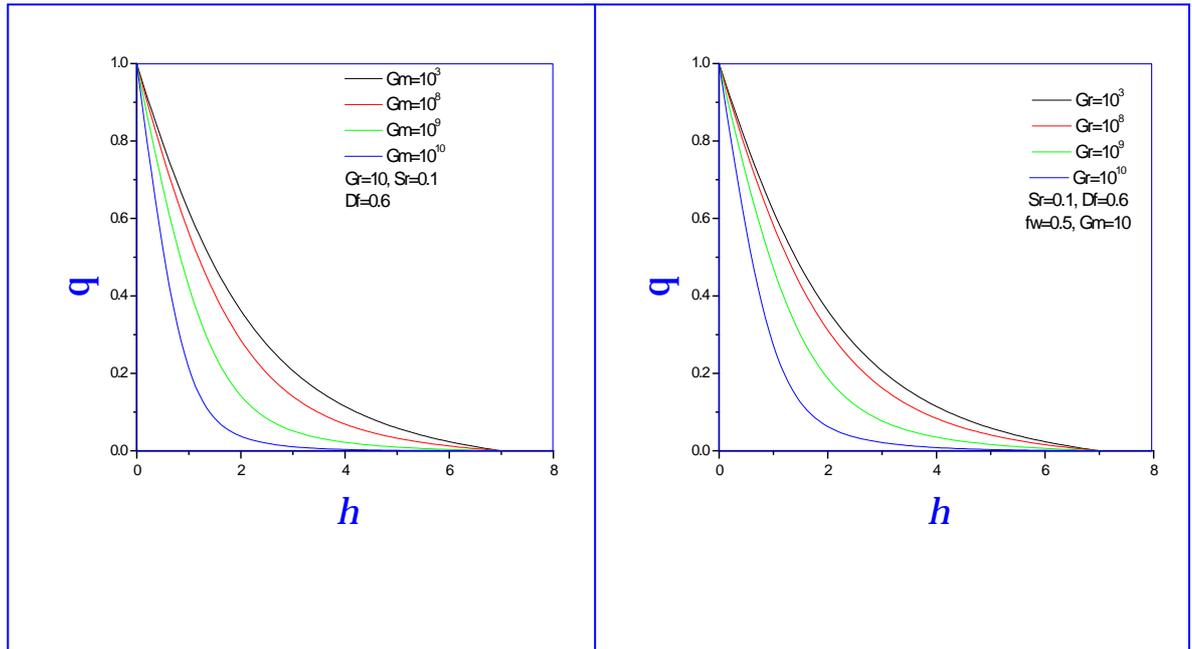
a)



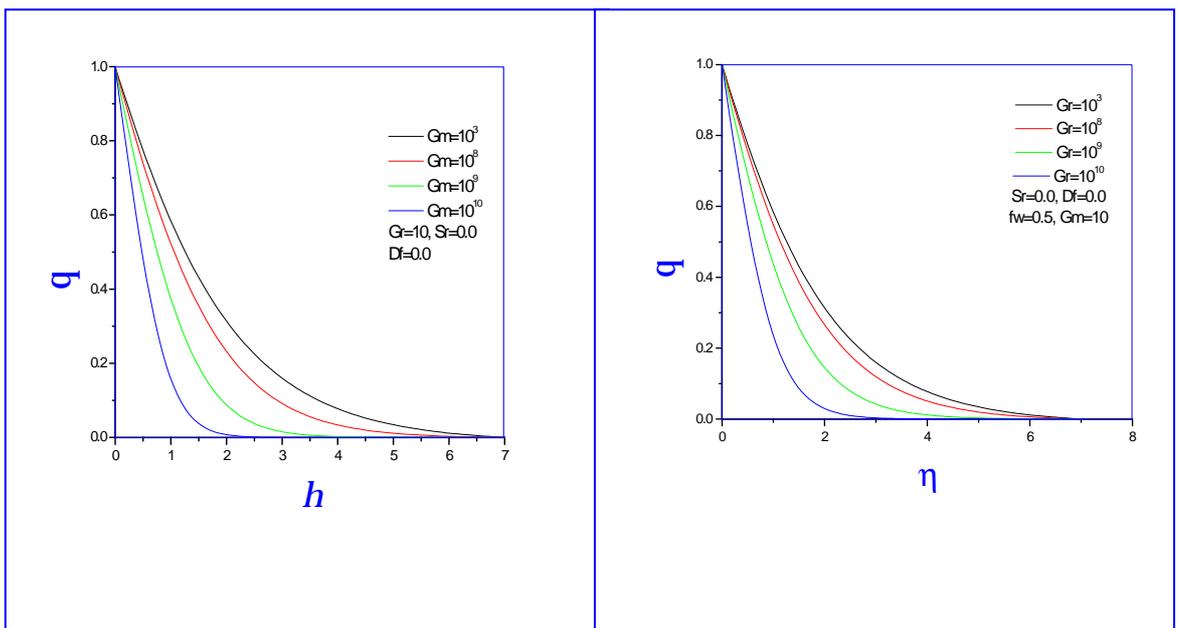
b)

Figure V.20 : Concentration adimensionnelle pour différentes valeurs de Gr et de Gm

a) $Df= 0.6$ et $Sr= 0.1$ b) $Df= 0.0$ et $Sr= 0.0$



a)



b)

Figure V.21 : Température adimensionnelle pour différentes valeurs de Gr et de Gm

a) Df= 0.6 et Sr= 0.1 b) Df= 0.0 et Sr= 0.0

V.15. Influence de la vitesse d'entrée sur le profil de la vitesse, la concentration et de la température

Dans la figure.22, on remarque que l'influence de l'effet de Soret et l'effet de Dufour sur le profil de vitesse est insignifiant pour la valeur de la vitesse d'entrée U_0 supérieure ou égale 25 m/s, cependant cette influence affecte d'une manière sensible pour les vitesses minimales, U_0 inférieures ou égale à 0.0019 m/s. Cette influence se traduit par l'instabilité significative du champ des vitesses pour le couple $(Sr, Df) = (0.1, 0.6)$.

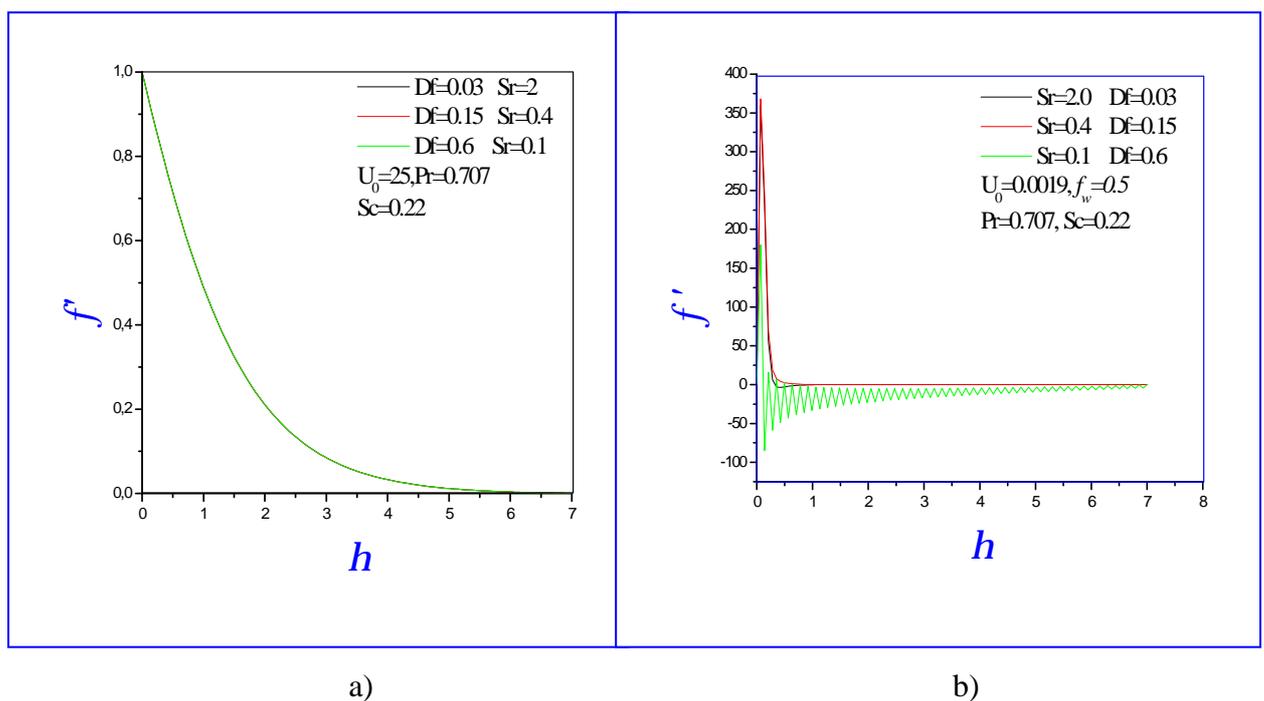
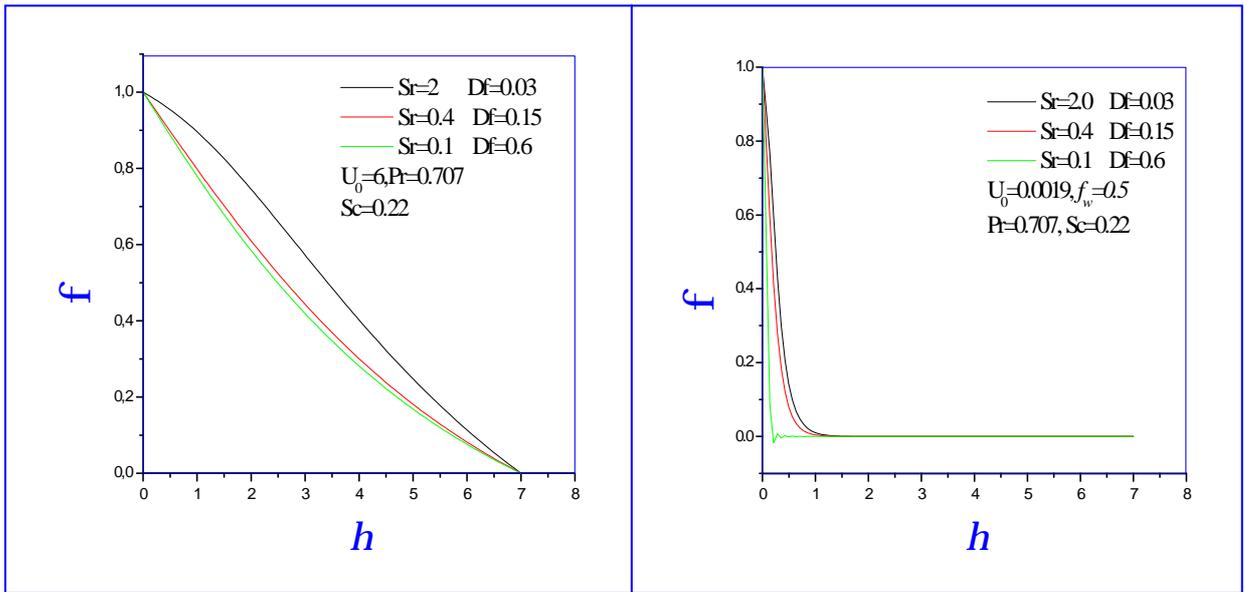


Figure.22 : Variation du profil de la vitesse en fonction de Df et Sr pour :

La vitesse d'entrée $U_0 = 25 \text{ m/s}$ b) la vitesse d'entrée $U_0 = 0.0019 \text{ m/s}$

Dans les figures.23 et 24, on remarque que l'influence des effets de Soret et de Dufour sur les profils de la concentration et de la température est pratiquement invariant pour les valeurs de la vitesse d'entrée critique U_0 respectivement supérieure ou égal 2 m/s et 6 m/s, mais on note aussi les effets de Dufour et de Soret affectent d'une manière plus sensible pour la vitesse minimale U_0 inférieure ou égal 0.0019 m/s. Cela traduit que les profils de la concentration et de la température, pour les valeurs $Sr = 0.1$ et $Df = 0.6$, sont instables.

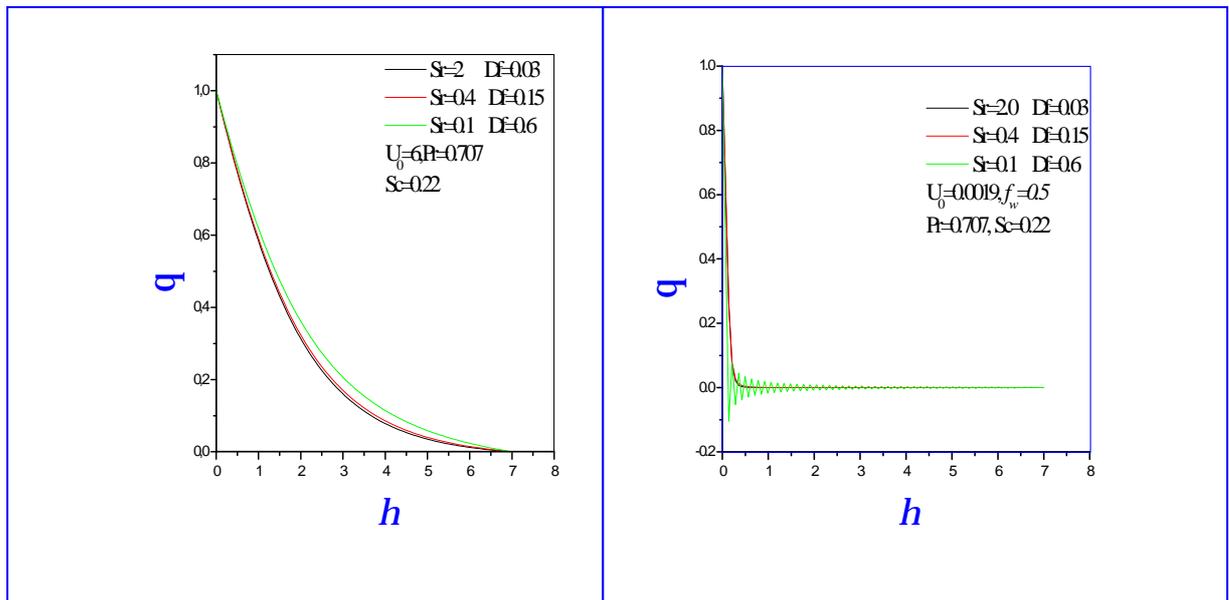


a)

b)

Figure.23 : Variation du profil de la concentration en fonction de Df et Sr pour :

a) La vitesse d'entrée $U_0=6$ m/s b) la vitesse d'entrée $U_0=0.0019$ m/s



a)

b)

Figure.24 : Variation du profil de la température en fonction de Df et Sr pour :

La vitesse d'entrée $U_0=6$ m/s b) la vitesse d'entrée $U_0=0.0019$ m/s

Dans les figures.25. 26 et 27, on remarque que l'influence de l'effet de Soret et l'effet de Dufour dans le cas $T_w < T_\infty$ sur les profils de la vitesse, de la concentration et de la température est significatif pour les valeurs de la vitesse d'entrée U_0 minimales, inférieures ou égale à 0.0019 m/s. Cette influence se traduit l'instabilité significative.

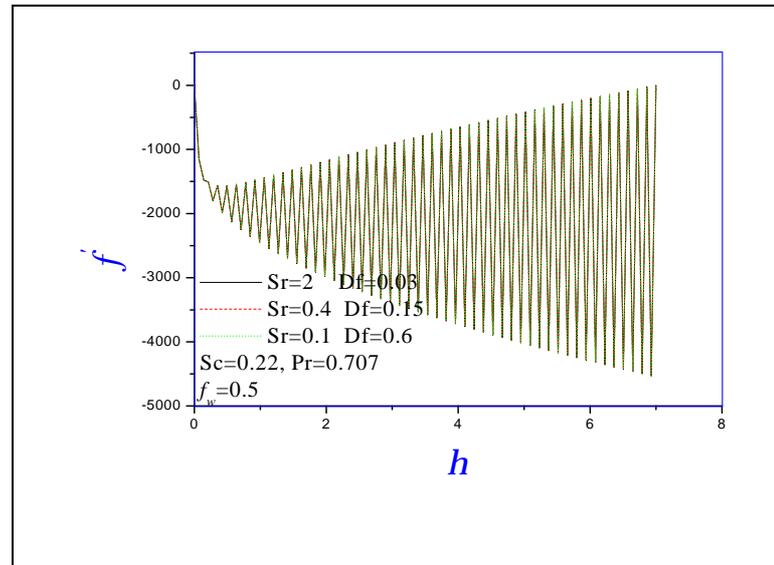


Figure.25: Variation du profil de la vitesse en fonction de Df et Sr pour la vitesse d'entrée $U_0=0.0019$ m/s

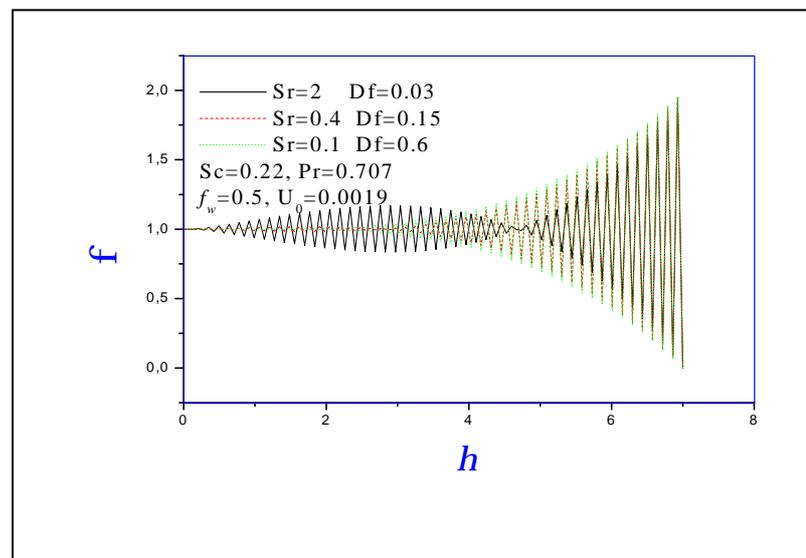


Figure.26 : Variation du profil de la concentration en fonction de Df et Sr pour la vitesse d'entrée $U_0=0.0019$ m/s

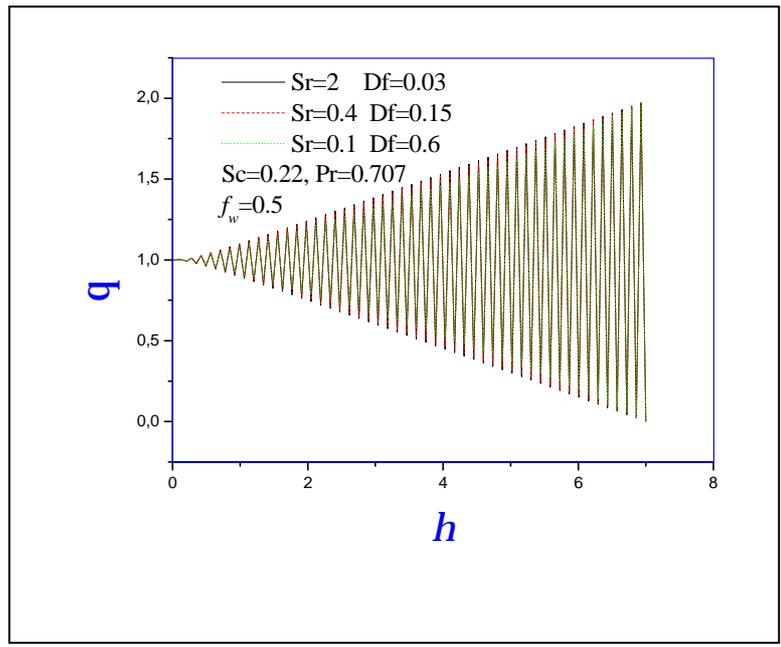


Figure.27 : Variation du profil de la température en fonction de Df et Sr pour la vitesse d'entrée $U_0=0.0019$ m/s

Annexe

Annexe 01

Equation de quantité de mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + gb(T - T_\infty) + gb_c(C - C_\infty) - \frac{u}{k} u$$

Introduire la fonction de courant $y(x, y)$ telle que:

$$u = \frac{\partial y}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial y}{\partial x}$$

Il est choisi la variable de similitude suivant:

$$h = y \left(\frac{U_0}{ux} \right)^{\frac{1}{2}}$$

La fonction du courant devra avoir pour la forme:

$$y = \sqrt{uxU_0} f(h)$$

$$\frac{\partial y}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial y \partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} = u \frac{\partial^3 y}{\partial y^3} + gb(T - T_\infty) + gb_c(C - C_\infty) - \frac{u}{k} \cdot \frac{\partial y}{\partial y}$$

Pour résoudre l'équation de quantité de mouvement, nous devons maintenant déterminer les dérivées successives de h par rapport à x et y , notons d'abord que:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{2} y \left(\frac{U_0}{ux^3} \right) = -\frac{1}{2} \frac{h}{x}, \quad \frac{\partial h}{\partial y} = \left(\frac{U_0}{ux} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{h}{y}$$

Ainsi:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{U_0 u}{x} \right)^{\frac{1}{2}} f + (U_0 ux)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial h}{\partial x} f' = \frac{1}{2} \left(\frac{U_0 u}{x} \right)^{\frac{1}{2}} (f - hf')$$

$$\frac{\partial y}{\partial y} = (U_0 ux)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial h}{\partial y} f' = U_0 f'$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial y} = U_0 f'' \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{h}{x} U_0 f''$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial y^2} = U_0 f'' \frac{\partial h}{\partial y} = U_0 f'' \left(\frac{U_0}{ux} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial^3 y}{\partial y^3} = U_0 f''' \left(\frac{U_0}{ux} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial h}{\partial y} = U_0 f''' \frac{U_0}{ux}$$

$$(T - T_{\infty}) = q(h)(T_w - T_{\infty}) \quad , \quad (C - C_{\infty}) = f(h)(C_w - C_{\infty})$$

Substituons maintenant ces expressions dans l'équation de quantité de mouvement on obtient:

$$\frac{1}{2} f f'' + f''' + g_s q + g_c f - \frac{1}{D_a R_e} f' = 0$$

L'équation de l'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{D_m K_T}{C_s C_p} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

Pour résoudre l'équation de l'énergie, nous devons maintenant déterminer les dérivées de T et C par rapport à x et y, on obtient:

$$T = q(h)(T_w - T_{\infty}) + T_{\infty}$$

$$C = f(h)(C_w - C_{\infty}) + C_{\infty}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{h}{x} q'(T_w - T_{\infty})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{h}{y} q'(T_w - T_{\infty})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{h^2}{y^2} q''(T_w - T_{\infty})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = \frac{h^2}{y^2} f''(C_w - C_{\infty})$$

Substituons maintenant ces expressions dans l'équation de l'énergie est trouvée l'équation suivant:

$$q'' + \frac{1}{2} P_r q' f + P_r D_u f'' = 0$$

L'équation de concentration :

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_m K_T}{T_m} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Pour résoudre l'équation de concentration, nous devons maintenant déterminer les dérivées de C par rapport à x et y, on obtient:

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{h}{y} f'(C_w - C_{\infty})$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{h}{x} q' (C_w - C_\infty)$$

L'équation de concentration est résolue par suivant:

$$f'' + \frac{1}{2} S_c f' f + S_c S_c q'' = 0$$

Coefficient d'expansion massique

La concentration massique

$$r = \frac{m}{V} \quad (1)$$

On a:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot M \quad (2)$$

Où:

n : nombre de moles.

m : la masse.

M : la masse molaire.

Remplaçons l'équation (2) dans l'équation (1) on trouve:

$$r = \frac{n \cdot M}{V}$$

Où:

$$C = \frac{n}{V}$$

Où:

C : la concentration

Alors:

$$r = C \cdot M$$

On a:

$$b_c = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial C} \right)_p = -\frac{1}{r} M$$

Coefficient d'expansion thermique du fluide

Loi de gaz parfait

$$PV = mRT \Rightarrow P \frac{V}{m} = RT$$

Où:

$$r = \frac{m}{V}$$

Alors:

$$\frac{P}{r} = RT \Rightarrow r = \frac{P}{RT}$$

On a:

$$b_T = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T}$$

Annexe 02

Méthode de Fehlberg :

Basé sur la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 couplée avec une méthode Runge Kutta d'ordre 5, pour cette raison, elle est connue sous le nom de méthode RK45 [32].

En utilisant la méthode de Fehlberg dans ce programme pour calculer y_I dans les équations de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration, est sera déterminée de la façon suivante :

On pose :

$$y_I = f_w$$

Qui nous donne la valeur :

$$y_{n+1} = y_n + \left(\frac{16p_1}{135} + \frac{6656p_3}{12825} + \frac{28561p_4}{56430} - \frac{9p_5}{50} + \frac{2p_6}{55} \right)$$

Dont les coefficients P_i sont calculés de la manière suivante [33] :

$$y' = f(x, n) \text{ et } y(x_n) = y_n, \text{ pour calculer } y(x_{n+1}) = y_{n+1}, \text{ où } x_{n+1} = x_n + h$$

$$p_1 = h \cdot f(x_n, y_n)$$

$$p_2 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{4}, y_n + \frac{p_1}{4}\right)$$

$$p_3 = h \cdot f\left(x_n + \frac{3h}{8}, y_n + \frac{3p_1}{32} + \frac{9p_2}{32}\right)$$

$$p_4 = h \cdot f\left(x_n + \frac{12h}{13}, y_n + \frac{1932p_1}{2197} - \frac{7200p_2}{2197} + \frac{7296p_3}{2197}\right)$$

$$p_5 = h \cdot f\left(x_n + h, y_n + \frac{439p_1}{216} - 8p_2 + \frac{3680p_3}{513} - \frac{845p_4}{4104}\right)$$

$$p_6 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n - \frac{8p_1}{27} + 2p_2 - \frac{3544p_3}{2565} + \frac{1859p_4}{4104} - \frac{11p_5}{40}\right)$$

$$y_{n+1} = y_n + \left(\frac{16p_1}{135} + \frac{6656p_3}{12825} + \frac{28561p_4}{56430} - \frac{9p_5}{50} + \frac{2p_6}{55} \right)$$

Conclusion

Conclusion

Ce travail est une étude numérique de l'effet Soret et Dufour sur l'écoulement autour d'une paroi plane verticale, en convection libre, imbibée dans un milieu poreux saturé d'un mélange d'hydrogène-air sans réaction chimique. De la présente étude nous avons constaté que:

Les effets du paramètre de succion f_w diminuent notablement le profil de vitesse avec l'augmentation de paramètre en révélant le phénomène habituel de stabilisation de la croissance de couche limite auquel conduit l'aspiration. L'effet du paramètre de succion f_w sur la concentration et le profil de température diminuent aussi avec l'augmentation de ce paramètre. La succion ralentit les particules liquides près du mur poreux en réduisant ainsi la croissance de la couche limite dynamique aussi bien que la couche limite thermique et de la concentration.

L'influence du nombre de Dufour sur le profil de vitesse est plus prononcée que celui du nombre de Soret. Il faut noter qu'on obtient l'écoulement libre, c'est-à-dire hors de la couche limite dynamique pour la valeur de h voisine de 6.

On y remarque encore que cette augmentation de la concentration adimensionnelle en fonction du nombre de Dufour est insignifiante et que dans beaucoup de cas on admit que l'effet de Dufour sur le transfert de masse est négligeable. On peut interpréter l'étendue de la variable assimilée, où le gradient de concentrations devient nul, représente l'épaisseur de la couche limite de concentration. Alors il est clair que cette épaisseur est la plus étendue que les épaisseurs des couches limites dynamique et thermique.

On remarque aussi que l'influence de l'effet Soret sur le profil de la concentration est plus significative par rapport à l'effet du Dufour.

On note bien que le nombre de Dufour a une influence sur l'épaisseur de la couche limite thermique et dynamique est plutôt par rapport à l'effet du Soret.

L'analyse a prouvé que les champs de la température, de la vitesse et de la concentration sont plus ou moins influencés par les effets de Dufour et de Soret.

Du profil de concentration adimensionnelle, représenté par le nombre de Sherwood en fonction du nombre de Soret et de Dufour, il ressort que la thermo diffusion n'a qu'une faible influence sur le transport de masse alors que l'effet Soret est très significatif, mais dans le cas inverse l'influence du diffusion-thermique est faible sur le transfert de masse alors que l'effet Dufour est insignifiant.

Le profil de la température adimensionnelle représenté par le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Soret et de Dufour, on remarque que l'influence de l'effet Soret est faible alors que l'influence du nombre de Dufour est significative.

Il faut noter aussi que les effets de Dufour et de Soret affectent d'une manière sensible la vitesse maximale et l'écartement des profils, au cas où on n'a pas tenu compte de ces effets. Mais cette influence sur le profil de vitesse est insignifiante pour la valeur de la vitesse d'entrée U_0 supérieure ou égal 25, cependant elle affecte d'une manière sensible le profil des vitesses pour les valeurs minimales de U_0 inférieures ou égale à 0.0019. Cette influence se traduit par l'instabilité significative du champ des vitesses qui apparaît.

L'influence des effets de Soret et de Dufour sur les profils de la concentration et de la température sont pratiquement invariants pour les valeurs de la vitesse d'entrée critique U_0 respectivement supérieure ou égale à 6 et 2, mais on note aussi les effets de Dufour et de Soret affectent d'une manière plus sensible la diffusion moléculaire pour la vitesse minimale U_0 inférieure ou égale 0.0019. Cela traduit que les profils de la concentration et de la température, sont instables.

Par conséquent, nous pouvons conclure que pour les problèmes de transfert de masse et de chaleur dans le cas des fluides avec le poids moléculaire moyen comme (H_2 , air), qu'il est nécessaire de prendre en compte les effets de Dufour et de Soret.

*Références
bibliographiques*

Références bibliographiques

- [1] **Aouachia Zeroual**. Cours de thermodynamique des Phénomènes irréversibles, 3^{ème} année DES. Dep de physique. Univ de Batna, 2007.
- [2] **Musa R, Kamel, L.N.Canjar**. Binary liquid diffusion coefficients. AIChE Journal, vol.8 issue 3 pp 329-334, 2004.
- [3] **Noelle Polttier**. Physique Statistique Hors d'équilibre Processus Irréversibles Linéaires. CNRS EDITION, 15, reu Malebranche, 75005 paris.
- [4] **Nazmul Islam and Md. Mahmud Alam**. Dufour and Soret Effects on Steady MHD Free Convection and Mass Transfer Fluid Flow Through a Porous Medium in a Rotating System. Journal of Naval Architecture and Marine Engineering June, 2007
- [5] **Wen-Jeng Chang et Wen-Lung Chang**. Mixed Convection in a Vertical Parallel-Plate Channel Partially Filled with Porous Media of High Permeability. Int. j. heat mass transfer; vol. 39, No. 7, pp. 1331-1342, 1996.
- [6] **K.A.Yih**. Coupled Heat and Mass Transfer in Mixed Convection Over a VHF/VMF Wedg in Porous Media : The Entire Regime. Act Mechanica 137, 1-12 (1999).
- [7] **Mohammed Boussaid, Ahmed Mezenner, Mustapha bouhadef**. Convection Naturelle de Chaleur et de Masse dans une Cavité Trapézoidale. Int. J. therm. Sci. (1999) 38, 363-371.
- [8] **A. K. da Silva, S. Lorente, A. Bejan**. Optimal Distribution of Discrete Heat Sources on a Wall with Natural Convection. International journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) 203-214.
- [9] **A. K. da Silva, S. Lorente, A. Bejan**. Optimal Distribution of Discrete Heat Sources on a Plate with Lminar Forced Convection. International journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) 2139-2148.
- [10] **A. K. da Silva, G. Lorenzini, A. Bejan**. Distribution of Heat Sources in Vertical Open Channels with Natural Convection. International journal of Heat and Mass Transfer 48 (2005) 1462-1469.
- [11] **D. Cimpean, J. H. Merkin. I. POP et D. B. Ingham**. On a Free Convection Problem Over a Vertical Flat Surface in a Porous Medium. Transport in Porous Media (2006) 64: 393-411.

- [12] **M. Magherbi, N. Hidour, A.B. Brahun.** Influence des Effets de Diffusion Croisés sur la production D'entropie en Convection par Double Diffusion. 13^{ème} journées Internationale de thermique, (JITH 2007) Albi, France.
- [13] **J.A. Weaver, R.Viskanta.** naturel Convection Due to Horizontal Temperature and Concentration-2. Species Inter Diffusion, Soret and Dufour Effects. Int. J. of heat and mass transfer, volume 34,pp 3121-3133, 1991.
- [14] **N.Hudouri, H. Abbassi, M. Maghrbi, A.B.Brahin.** Influence of Thermodiffusion Effect on Entropy Generation in thermosolutale Convection. Far East J. of Applied Mathematics, volume 25,pp 179797, 2006.
- [15] **S. Alam, M. M. Rahman, M.A. Samad.** Dufour and Soret Effects on Unsteady MHD Free Convection and Mass Transfer Flow Past a Vertical Porous Plate in a Porous Medium. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2006, Vol. 11, No. 3, 217–226
- [16] **Shariful Alam, M. M. Rahman, Abdul Maleque, M. Ferdows.** Dufour and Soret Effects on Steady MHD Combined free-Forced Convective and Mass Transfer Flow Past a Semi-Infinite Vertical Plate. Thammasat Int .J . Sc. Tech.Vol. 11,No. 2, April-June 2006
- [17] **Md. Shariful Alam et Mohammad Mansur Rahman.** Dufour and Soret Effects on MHD Free Convective Heat and Mass Transfer Flow Past a Vertical Porous Flat Plate Embedded in a Porous Medium. Journal of Naval Architecture and Marine Engineering June, 2005
- [18] **Hassan A.M. El-Arabawy.** Soret and Dufour Effects on Natural Convection Flow Past a Vertical Surface in a Porous Medium with Variable Surface Temperature. Journal of Mathematics and Statistics 5 (3):190-198, 2009
- [19] **Lucien Borel, Daniel Favrat.** Thermodynamique et Energétique. 2005, nouvelle édition, entriement revue et augmentée.
- [20] **Aouachia Zeroual.** Cours de Thermodynamique Statistique, 1^{ère} année Magistere Physique Energitique, Université de Batna, 2007.
- [21] **José-Philippe Pérez.** Thermodynamique Fondements et Applications avec 250 Exercices et Problemes Resolus.3^{ème} édition
- [22] **R. Comolet.** Mécanique Expérimentale des Fluides. MASSON Paris Milon Barcelone,1994.
- [23]**Jean-Francois Sacadura.** Initiation aux Transferts Thermiques. Technique Documentation, 1980.
- [24] **Ehouarn Millour.** Convection Thermique d'un Liquide Binaire Confiné dans un Cylindre Vertical.17 September 2001. Paris-Sud.

- [25] **Adrian Bejan**. Convection Heat Transfer. John Wiley et Sons, Inc.1984.
- [26] **Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri**. Méthodes Numériques Algorithme, Analyse et Applications. Milano, Italie, 2007.
- [27] **Md. Shariful Alam, M. M. Rahman, Md. Abdul Maleque**. Local Similarity Solutions for Unsteady MHD free Convection and Mass Transfer Flow Past an Impulsively Started Vertical Porous Plate with Dufour and Soret Effects. *ThammasaItn t. J. Sc. T ech. V ol. 10,N o. 3, July-September2005*
- [28] **A. Mahdy**. MHD Non-Darcian Free Convection From a Vertical Wavy Surface Embedded in Porous Media in the Presence of Soret and Dufour Effect. *International Communication in Heat and Masse Tansfer, 2009.*
- [29] **Cordon M, Barrow**. Physique Chemistry. Third edition, Internationnal, student edition.
- [30] **Chérif Bougriou**. Transferts Thermiques dans les Milieux Poreux. Janvier 2009 .Batna .
- [31] **M. S. Alam, M. M. Rahman**. Dufour and Soret Effects on Mixed Convection Flow Past a Vertical Porous Flat Plate with Variable Suction. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2006, Vol. 11, No. 1, 3–12.*
- [32] **Curtis F, Gerald, Patrick O, Wheatly**. Applied Numerical Analysis. Seven editions. Pearson education. 2004.
- [33] **Curtis F, Gerald, Patrick O, Wheatly**. Applied Numerical Analysis. Fifth editions. Adisson-Wesly Publishing. Company. U.S.A,1994.

Abstract

This work treats the numerical study and analysis effects Dufour and of Soret on the flow in free convection around a vertical wall, soaked in a porous environment by employing the technique with Shooting in complement with the method of Range-Kutta with the order six. The equations controlling are the transformed flow, using a change of adapted variables, in system of ordinary equations. For the fluids of the average molecular weights (H_2 , air), the distributions of the profiles velocity, the temperature, the concentration, the coefficient of friction, the number of Nusselt and a number of Sherwood are famous graphically for various values of the parameters of control.

Key words: free convection, vertical plate, porous medium, Dufour and Soret effects.

Résumé

Ce travail traite l'étude numérique et l'analyse des effets de Dufour et de Soret sur l'écoulement en convection libre autour un mur vertical, imbibé dans un milieu poreux en employant la technique de Tir en complément avec la méthode de Range-Kutta d'ordre six. Les équations gouvernant l'écoulement sont transformées, à l'aide d'un changement de variables appropriées, en système d'équations ordinaires. Pour les fluides des poids moléculaires moyens (H_2 , air), les distributions des profils de la vitesse, la température, la concentration, le coefficient de frottement, le nombre de Nusselt et de nombre de Sherwood sont illustres graphiquement pour différentes valeurs des paramètres de contrôle.

Mots clés: convection libre, plaque verticale, milieu poreux, effets Dufour, effet Soret.

الملخص:

في هذا العمل نعالج مع الدراسة العددية و التحليل آثار ديفور و صوري على جريان حمل حراري طبيعي بالقرب من جدار عمودي مسامي مغموس داخل وسط مسامي باستعمال طريقة تير (Tir) و أيضا رونج كيتة (Range Kutta) الرتبة السادسة. يتم تحويل المعادلات بواسطة تحويل متشابه في نظام المعادلات التفاضلية العددية من اجل السوائل من الوزن الجزيئي المتوسط (هواء, هيدروجين), توازيع بدون بعد للسرعة, درجة الحرارة, التركيز, معامل الاحتكاك, عدد نيسالت و عدد شورود يكون في رسم بياني من اجل قيم مختلفة لوسائط المراقبة.

المفتاح: حمل حراري طبيعي, جدار عمودي, وسط مسامي, اثر ديفور, اثر صوري.