

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

MÉMOIRE

Présenté

AU DEPARTEMENT DE MECANIQUE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
UNIVERSITE DE BATNA

Pour l'obtention du diplôme

MAGISTÈRE EN MECANIQUE
Option : Energétique

Par
Mr. CHABANE Fouad

**CONTRIBUTION A LA MODELISATION DE
TRANSFERT DE CHALEUR LORS DU REMPLISSAGE
D'UN MOULE**

Soutenance 2009

SIAMEUR Mohamed	Pr. Université de BATNA	Président
HECINI Mabrouk	M.C. Université de BISKRA	Rapporteur
RAHAL Samir	Pr. Université de BATNA	Examineur
MOUMMI Noureddine	M.C. Université de BISKRA	Examineur

Année 2009

TABLE DES MATIERES

- Introduction générale	1
<hr/>	
Chapitre I : Généralités	5
<i>I.1. Généralités sur les Polymères</i>	5
<i>I.1.1. Définition d'un polymère</i>	6
<i>I.1.2. Classification des différents polymères</i>	7
<i>I.1.2.1. Classement lié à la structure</i>	7
<i>I.1.2.1.1. Polymères linéaires</i>	7
<i>I.1.2.1.2. Homopolymères</i>	7
<i>I.1.2.1.3. Copolymères</i>	8
<i>I.1.2.1.4. Polymères ramifiés</i>	8
<i>I.1.2.1.5. Polymères à cycles dans la chaîne</i>	9
<i>I.1.2.1.6. Polymères tridimensionnels</i>	9
<i>I.2. mise en forme des matières plastiques</i>	11
<i>I.2.1. moulage par injection</i>	12
<i>I.2.2. Description d'une presse à injecter</i>	12
<i>I.2.3. Différentes parties de presse à injection</i>	16
<i>a. Unité d'injection</i>	16
<i>b. Unité de serrage</i>	17
<i>c. Outillage</i>	18
<i>d. Le moule</i>	18
<i>e. Canaux du moule</i>	19
<i>I.2.4. Le cycle de moulage par injection</i>	20
<i>I.2.5. Mise en œuvre de la phase d'injection (remplissage)</i>	21
<i>I.2.6. Etat du polymère dans le moule</i>	24
<i>I.2.6.1. Propriétés Thermiques</i>	24
<i>I.2.6.2. Écoulement du polymère dans le moule</i>	25
<hr/>	
Chapitre II : Comportement rhéologique du polymère	
<i>II.1. Introduction</i>	27
<i>II.2. Notions générales sur la viscosité</i>	28
<i>II.3. Viscosité : un phénomène physique</i>	29
<i>II.3.1. Définition</i>	29
<i>II.3.2. Unités et ordres de grandeur</i>	30
<i>II.3.3. Importance de la nature du fluide et de l'écoulement</i>	31

<i>III.6. Échange de chaleur entre la matière plastique et le moule</i>	59
<i>III.6.1. hypothèses de calcul</i>	59
<i>III.6.2. Résolution de l'équation de la chaleur</i>	60
<i>III.7. Principe de la méthode des volumes finis</i>	60
<i>III.7.1. La discrétisation</i>	61
<i>III.7.2. Intégration du flux total</i>	62
<i>III.7.3. Intégration du terme source</i>	63
<i>III.7.4. Discrétisation temporelle</i>	64
<i>III.7.5. Discrétisation spatiale</i>	65
<i>III.8. Méthodologie de la modélisation du remplissage</i>	69

Chapitre IV : Programmation	
<i>IV.1. Introduction</i>	74
<i>IV.2. Organisation générale du programme</i>	74
<i>IV.3. L'organigramme détaillé du Programme</i>	74
<i>IV.4. Données et résultats du Programme</i>	79
<i>IV.4.1. Données</i>	79
<i>IV.4.2. Résultats</i>	80
<i>IV. 5. Etude de cas d'application</i>	81
<i>IV.5.1. Données</i>	81
<i>a- Géométrie</i>	81
<i>b- Maillage</i>	82
<i>c- Matériau</i>	83
<i>d- Moule (acier)</i>	84
<i>e- Condition d'injection</i>	84
<i>IV.5.2. résultats numériques</i>	85
<i>a- plaque</i>	85
<i>b- secteur</i>	93
<i>Conclusion et perspectives</i>	102
<i>Références bibliographiques</i>	104

Liste des figures (résultats)

- Fig. IV.9. Champs de température suivant la longueur du moule et dans l'épaisseur	85
- Fig. IV.10. Carte de température du polymère fondu en fin du remplissage de moule	85
- Fig. IV.11. Carte de vitesse du polymère fondu pris à la fin du remplissage de moule	86
- Fig. IV.12. Évolution de pression d'injection au cours du remplissage	86
- Fig. IV.13. Carte de taux de cisaillement du polymère en fonction du remplissage	87
- Fig. IV.14. Evolution de valeur de la vitesse au cours du remplissage	87
- Fig. IV.15. Évolution de valeur de taux de cisaillement au cours du remplissage	88
- Fig. IV.16. Évolution de valeur de Température au cours de remplissage	88
- Fig. IV.17. Carte de la viscosité dans l'épaisseur de moule e suivant la longueur	89
- Fig. IV.18. Evolution de valeur de viscosité au cours du remplissage	90
- Fig. IV.19. Évolution de valeur de Pression au cours du remplissage	90
- Fig. IV.20. Évolution de valeur de l'épaisseur près à la paroi au cours du remplissage	91
- Fig. IV.21. Évolution de dissipation de la chaleur au cours du remplissage	91
- Fig. IV.22. Schématisation les champs de températures au cours du remplissage du moule	92
- Fig. IV.23. Champs de température suivant longueur du moule	93
- Fig. IV.24. Carte de température du polymère fondu prendre à la fin du remplissage du moule	93
- Fig. IV.25. Carte de vitesse du polymère fondu pris à la fin du remplissage du moule	94
- Fig. IV.26. Évolution de pression d'injection au cours du remplissage	94
- Fig. IV.27. Carte de taux de cisaillement du polymère en fonction du remplissage	95
- Fig. IV.28. Evolution de valeur de vitesse au cours du remplissage du moule	96
- Fig. IV.29. Evolution de valeur de taux de cisaillement au cours du remplissage	96
- Fig. IV.30. Évolution de valeur de Température au cours du remplissage	97
- Fig. IV.31. Evolution de valeur de viscosité au cours du remplissage	97
- Fig. IV.32. Evolution de valeur de Pression au cours du remplissage	98
- Fig. IV.33. Evolution de valeur de l'épaisseur près à la paroi au cours du remplissage	98
- Fig. IV.34. Evolution de dissipation de la chaleur au cours du remplissage	100
- Fig. IV.35. . L'effet du figeage du polymère sur les paramètres du remplissage A : Température, B : Vitesse, C : Taux de cisaillement, D : Dissipation, E : Viscosité	100
- Fig. IV.36. Evolution de la consistance en fonction de température	101

INTRODUCTION GENERALE

Le moulage par injection est le procédé le plus utilisé pour l'élaboration en série des pièces en matière plastique. Il consiste à injecter de la matière fondue et chaude dans un moule froid. Ainsi le polymère subit des transformations thermomécaniques importantes qui conditionnent la qualité du produit fini.

La modélisation de l'état de la matière dans le moule apportera une aide considérable au mouliste durant la détermination des paramètres de moulage.

Le cycle de moulage par injection est habituellement divisé en trois phases, phase de remplissage, compactage, refroidissement.

Cette étude s'intéresse à la première phase de ce procédé, dite la phase de remplissage, qui est la phase dynamique de transfert de la matière à l'intérieur du moule.

Il s'agit de suivre l'évolution des paramètres rhéologiques du polymère fondu dans une empreinte du moule sous forme plaque et de secteur.

L'étude dynamique de cette phase repose sur les équations de continuité et les équations de Navier stocks. L'écoulement est unidirectionnel suivant le sens de remplissage du moule. L'échange de chaleur se produit essentiellement dans le sens de l'épaisseur. Ce phénomène sera étudié en utilisant l'équation de conservation de l'énergie.

La résolution des ces équations doit tenir compte de la loi de comportement rhéologique du polymère fondu. Dans notre cas on utilisera un modèle pseudo-plastique thermo-dépendant qui donne la viscosité en fonction du taux de cisaillement et la température.

La solidification du polymère chaud au contact du moule froid ajoutera un inconnu supplémentaire dans la modélisation car ce phénomène réduit la section d'écoulement du polymère, et affecté le mode d'échange de chaleur à travers l'épaisseur.

La méthode de volume finis basée sur un discrétisation par les volumes de contrôle sera utilisée pour la résolution de l'équation de la chaleur.

Cette modélisation sera programmée avec le logiciel MATLAB R2007.a. Ceci permettra de donner les valeurs des paramètres rhéologiques du polymère au cours et à la fin de remplissage d'une manière numérique et graphique.

Le plan de travail est le suivant :

Chapitre I : Généralités

Ce chapitre présente en bref les structures des polymères et les procédés de moulage des matières plastiques.

Chapitre II : Comportement rhéologique du polymère

Vu la grande influence de la viscosité sur l'écoulement du polymère dans le moule ; au début de ce chapitre on donne quelques notions descriptives de ce paramètre que les lois qui le gouvernent.

En deuxième lieu, on présente les modèles mathématiques décrivant la viscosité avec les consistances correspondantes. L'accent est mis sur le modèle pseudo-plastique et le modèle pseudo-plastique thermo-dépendant.

En fin de ce chapitre, une description du phénomène de figeage du polymère au contact des parois du moule a été présentée.

Chapitre III: Modélisation du remplissage

Ce chapitre présente les principes de la mécanique des milieux continus utilisés pour étudier les phénomènes de moulage. Il traite en détail les équations qu'on a utilisées pour déterminer les paramètres mécaniques et thermiques du moulage.

On définit dans ce chapitre deux formes d'étude ; forme plaque et forme secteur. On prend en compte la variation de la section d'écoulement produite par la solidification du polymère près des parois du moule.

En fin de ce chapitre on exposera en détail la méthode des volumes finis utilisée pour la résolution de l'équation de la chaleur.

Chapitre IV : programmation

Ce chapitre présente l'organigramme général et détaillé de la programmation.

Le logiciel utilisé pour cette programmation est MATLAB version R2007.a.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'étude de deux cas d'application

- Cas d'un moule plaque.
- Cas d'un moule de forme secteur.

Ce mémoire sera achevé par les conclusions déduites de cette étude et quelques perspectives pour la continuation de ce travail.

CHAPITRE I

GENERALITES

I.1.Généralités sur les polymères :

Les polymères, appelés communément "matières plastiques", sont indissociables de notre environnement et de notre vie pratique. Ils se sont imposés dans tous les domaines de nos activités: des objets les plus banals jusqu'à des applications techniques sophistiquées, en passant par leur utilisation dans les produits d'hygiène ou alimentaires.

Le plus souvent synthétiques, quelquefois naturels, ils doivent cet essor à leurs larges gammes de caractéristiques, durs, mous ou élastiques, transparents ou opaques, isolants et quelquefois conducteurs, plus ou moins résistants aux conditions agressives de leur usage, toujours légers.

C'est la nature particulière de leurs molécules en forme de chaîne, ainsi que la variété des modes d'assemblage qu'elles adoptent, qui est à l'origine de cette diversité.

Les polymères sont constitués de macromolécules qui sont obtenues par adjonction de petites molécules appelées monomères. Lors d'une réaction de polymérisation, les monomères forment en général de longues chaînes qui peuvent se replier sur elles mêmes et/ou s'enchevêtrer avec les macromolécules voisines (Fig. I.1).

Les longues chaînes de polymères peuvent présenter des domaines cristallins et/ou amorphes selon les cas.

I.1.1. Définition d'un polymère :

Un polymère est une *macromolécule*, organique ou inorganique, constituée de l'enchaînement répété d'un même motif, le monomère (du grec monos: un seul ou une seule, et meros : partie), reliés les uns aux autres par des liaisons covalentes.

Dans la macromolécule suivante $\dots A-A-A-A-A-A \dots = [-A-]_n$ l'unité constitutive est A ; elle est formée d'un groupe d'atomes qui se répète. A l'échelle moléculaire, quelques centaines de nm, la plupart des macromolécules se présentent sous forme de « fils long et souples ». Les réactions chimiques permettant de passer d'un monomère A à la macromolécule $[-A-]_n$ s'appellent polymérisation. Ainsi, l'éthylène $\text{CH}_2=\text{CH}_2$ (monomère) conduit par polymérisation par ouverture de la double liaison au polyéthylène (polymère) $[-\text{CH}_2-\text{CH}_2-]_n$.

La macromolécule peut comporter jusqu'à 50 000 atomes de carbone, et pour de nombreux polymères commerciaux la masse molaire peut atteindre $1\,000\,000\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Certaines macromolécules deviennent ainsi visibles à l'œil nu (matériaux réticulés par exemple). La synthèse d'un polymère peut être assimilée à un jeu de construction dans lequel on dispose de pièces élémentaires mono, di fonctionnelles ou de fonctionnalité strictement supérieure à 2.

On appelle fonctionnalité le nombre de liaisons que la pièce est capable d'établir avec une autre pièce. Quand les motifs associés sont identiques, on parle d'homopolymère. Sinon, ce sont des copolymères : bi-polymères, ter-polymères sont les plus communs.

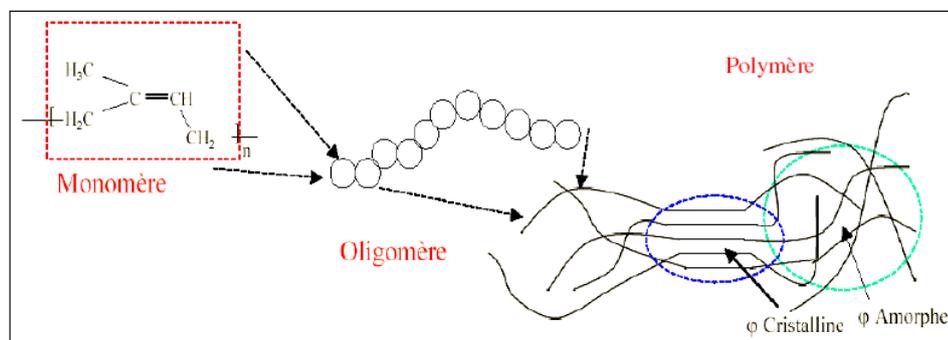


Fig. I.1. La constitution d'un polymère [1]

I.1.2. Classification des différents polymères

Il existe diverses classifications.

I.1.2.1. Classement lié à la structure

I.1.2. 1.1. Polymères linéaires

Au niveau de la solubilité, il y a d'abord gonflement puis solubilité à une certaine température pour les polymères linéaires.

I.1.2.1.2. Homopolymères

Enchaînement linéaire du même monomère: -A-A-A-A-A-A-A

Bien que ces polymères soient relativement simples, dès qu'il y a des substituant sur la double liaison, plusieurs possibilités de position pour les substituant existent: on parle alors de **tacticité**.

La tacticité est la position que vont prendre les substituant le long de la chaîne carbonée. Ces substituant peuvent être n'importe quoi tel que benzène, méthyle, *etc.*

Pour la détermination de la tacticité, tous les carbones de la chaîne sont mis dans un plan. Si tous les groupes substituant sont tous devant ou derrière le plan, le polymère sera appelé **isotactique** (Fig. I.2.A) (Selon Natta⁷, l'isotacticité est définie pour deux monomères pour lesquels les carbones asymétriques (CH) ont la même configuration). Si par contre tous les substituant sont liés alternativement devant et derrière le plan (ou vice versa), la configuration du polymère est dite **syndiotactique** (Fig. I.2.B) (Pour Natta⁷, syndiotactique définit des carbones asymétriques adjacents qui ont une configuration opposée). Là où les substituant sont disposés aléatoirement devant et derrière la chaîne carbonée, le polymère est nommé **atactique** (Fig. I.2.C).

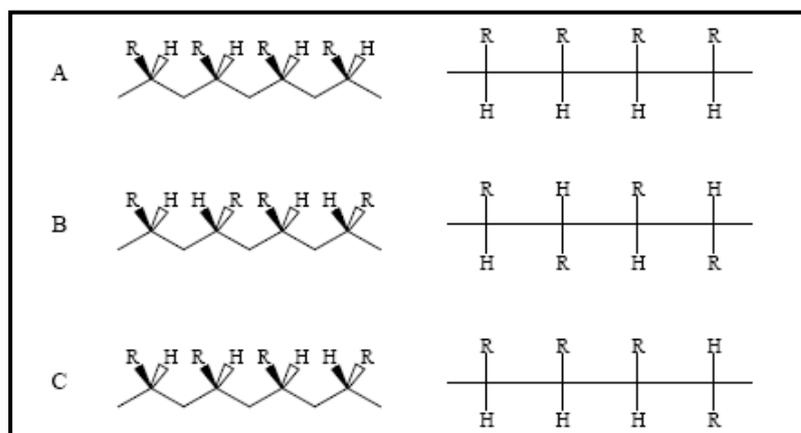


Fig. I.2. Différentes tacticités des polymères vinyliques [2]

Quelques propriétés dues à la tacticité:

- Polymères atactique:
 - non ordonnées
 - Bonne solubilité
 - température de fusion basse
 - faible charge à la rupture
- Polymères isotactiques:
 - faible solubilité
 - température de fusion élevée
 - charge à la rupture plus grande

I.1.2.1.3. Copolymères

Réaction de polymérisation avec des monomères différents:

1. copolymères alternés: A-B-A-B-A-B-A-B-

2. copolymères séquencés: -A-A-A-A-B-B-B-B-

3. copolymères statistiques: aléatoire (-A-B-B-B-A-A-)

Pendant la guerre de 1939 à 1945, on a utilisé le copolymère butadiène/styrène comme caoutchouc synthétique.

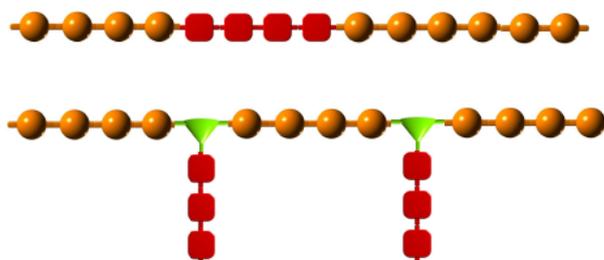


Fig. I.3. Structure de Copolymères [1]

I.1.2.1.4. Polymères ramifiés

- Au sein d'un polymère, il y a quelques grandes chaînes et plein de petites chaînes latérales.

Voici les ramifications les plus courantes:

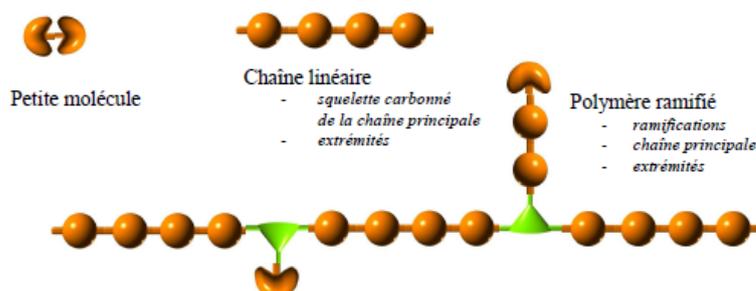
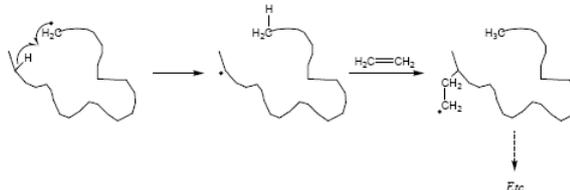


Fig. I.4. Structure de Polymère ramifié [1]

- Ces polymères ont d'autres propriétés physiques et chimiques que les linéaires. Notamment, ils ont des propriétés **rhéologiques** intéressantes au niveau de l'écoulement.

Comment sont-ils formés ?

Par arrachement d'un proton par le polymère en croissance sur la chaîne pour donner un nouveau radical, comme décrit ci-dessous:



- En premier lieu, de la masse molaire. Les polyméristes en définissent deux:

- La masse molaire en nombre définit par : $M_N = \frac{\sum_i N_i M_i}{\sum N_i}$
- La masse molaire en poids définit par : $M_p = \frac{\sum_i N_i M_i^2}{\sum N_i M_i}$
- La masse molaire viscosimétrique AAABB avec $M_A = 2$ et $M_B = 4$, alors

$$M_x = \frac{3 \times 2 + 2 \times 4}{3 + 2} = \frac{14}{5}$$

Ensuite l'indice de polydispersité, $I_p = \frac{M_p}{M_N}$ Cet indice donne une idée de

l'homogénéité du milieu. Si I_p est égal à 1 on dit que le milieu est homogène et plus I_p est différent de 1, plus le milieu est hétérogène. Cela donne aussi l'idée des différentes longueurs de chaîne obtenues lors de la polymérisation.

I.1.2.1.5. Polymères à cycles dans la chaîne

- Ils sont très rigides et résistent très bien à très haute température.
- Dans certains cas, ils sont trop rigides ; on sépare alors les cycles par des chaînes que l'on nomme des chaînes charnières.

I.1.2.1.6. Polymères tridimensionnels

Au niveau de la solubilité, il y a d'abord gonflement puis solubilité partielle ; il y a donc gélification (insoluble et infusible).

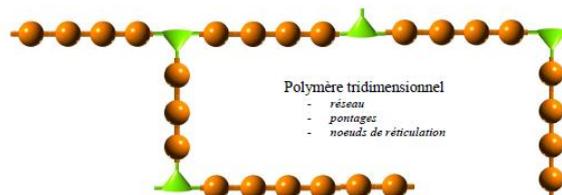


Fig. I.5. Structure de Polymère tridimensionnels [1]

- Tableau I.1. Tableau de formule développée du motif monomère : [27]

Formule développée du motif monomère	Appellation courante et abréviation normalisée	Noms commerciaux Applications
$\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—}$	Polyéthylène (PE)	Lactène, Hostalen, Dowlex Sacs plastique (PEHD/PEBD) Réservoirs de voitures, bouteilles, flacons, bidons, films d'emballage, minidoses
$\text{—CH}_2\text{—CH—}$ CH ₃	Polypropylène (PP)	Appryl, Novolen Films d'emballage alimentaire, bouteilles rigides, intérieur de lave vaisselle, cordes et ficelles
$\text{—CH}_2\text{—CH—}$ Cl	Polychlorure de vinyle (PVC)	Lacovyl, Vinidur, Vinnolit Tuyauterie, pots de margarine, blisters, bouteilles d'eau minérale, barrières extérieures, films d'emballage alimentaire
$\text{—CH}_2\text{—CH—}$ 	Polystyrène (PS)	Lacqrène, Novodur, Styrol PS : emballages, pots de yaourt, armoires de toilette, cassettes audio, brosses à dents. PS expansé : emballage, boîtes à œufs, isolants
$\text{—CH}_2\text{—C—}$ CH ₃ C=O O CH ₃	Polyméthacrylate de méthyle (PMMA)	Plexiglas, Altuglas, Lucryl... Plaques pour vitres, globes, feux arrière de voiture, lentilles d'appareils photo
$\text{—CF}_2\text{—CF}_2\text{—}$	Polytétrafluoroéthylène (PTFE)	Téflon, Hostafion Tuyaux, joints et raccords. Robinets et vannes pour matériel de laboratoire, revêtements anti-adhérents

I.2. Mise en forme des matières plastiques

Depuis bien longtemps au niveau de l'industrie, on utilisait les matériaux organiques basés essentiellement sur la chimie du carbone, pour la construction des pièces dans plusieurs domaines. Depuis les années vingt, on a découvert un nouveau matériau macromolécules (polymère), qu'on utilise dans tout les domaines (mécanique, électronique, optique.....).

Mais la mise en forme des polymères n'est pas comme les autres anciens matériaux (fer, cuivre, acier,.....), cette mise en forme du polymère à plusieurs méthodes et techniques.

Parmi ces méthodes on cite:[3]

- Extrusion des thermoplastiques : est une technique de transformation des matières thermoplastiques qui permet d'obtenir des objets finis ou semi-ouvrés par un processus technologique continu (tubes).
- Extrusion soufflage : permet de fabriquer un corps creux dans un moule sans utiliser de noyaux pour faire une forme intérieure non démontable (bouteilles, réservoirs.....).
- Calandrage : est une technique de fabrication de feuilles, de plaques ou de films par laminage d'une matière thermoplastique entre plusieurs cylindres parallèles constituant la machine appelée Calandre.
- Thermoformage : la technique de thermoformage utilise les matériaux semi-ouvrés tels que les plaques ou feuilles rigides en matière thermoplastique pour les transformer en objets tridimensionnels avec une épaisseur de paroi proche de l'épaisseur du matériau de départ.
- Compression-Transfert : le moulage par compression représente la plus ancienne technique de transformation appliquée à partir des années 1920 aux poudres thermodurcissables phénoliques et aminoplastes. La méthode consiste à presser directement la matière dans l'empreinte d'un moule à chaud.
- Injection des thermoplastiques :
- Injection multipage des thermoplastiques : on peut vouloir obtenir des pièces composées de différentes matières ou couleurs, ce que l'on définira comme plusieurs phases.
- Injection des thermoplastiques allégés : on introduit ou on génère, dans un thermoplastique fondu, des gaz, on les laisse s'expansé et on solidifie le thermoplastique. Le résultat donne un produit allégé.

- Injection-soufflage : permet de réaliser des corps creux qui présentent de bonnes propriétés mécaniques. Cette technique est essentiellement réservée aux thermoplastiques.
- Injection des thermodurcissables : se caractérisent par leur réseau macromoléculaire tridimensionnel thermostable. Cela nécessite que la mise en forme (dans l’empreinte du moule) soit faite avec la réticulation, c’est à dire la création du réseau tridimensionnel définitif. La mise en œuvre relève donc à la fois de la chimie (réticulation, dosage stœchiométrique des composants) et la physique (écoulement des fluides, thermique).
- Moulage par rotation (roto moulage) : est conçu pour réaliser des corps creux de toutes dimensions. La méthode de fabrication est très simple. La matière thermoplastique est introduite dans un moule sous forme de poudre très fine, le moule est fermé puis chauffé ; pendant que la matière devient fluide, l’ensemble est mis en double rotation (ou rotation plus une oscillation) pour que la matière tapisse toutes les parois. Lorsque la matière est fondue et correctement répartie dans l’empreinte, le moule est introduit dans un système de refroidissement. [3]

I.2.1. Moulage par injection :

Le moulage par injection est une technique de fabrication de pièces en grande ou très grande série. Il concerne avant tout les matières plastiques et les élastomères (caoutchoucs) mais aussi divers métaux et alliages à point de fusion relativement bas : alliages d'aluminium, de zinc (Zamak) ou encore laitons.

I.2.2. Description d’une presse à injecter

Une presse à injecter, ou machine d’injection moulage, est constituée de deux unités principales : l’unité d’injection, ou de plastification, et l’unité de moulage (moule et système de fermeture) (Fig. I.6). Le plus souvent, les différences notables entre les types de machines concernent l’unité de plastification (Fig. I.7). Notons qu’il existe des presses verticales bien que les presses horizontales soient les plus fréquentes. Parmi ce type de machines, deux grands groupes se distinguent : les presses hydrauliques et les presses électriques. Elles présentent chacune des particularités plus ou moins intéressantes et adaptées à certaines fabrications.

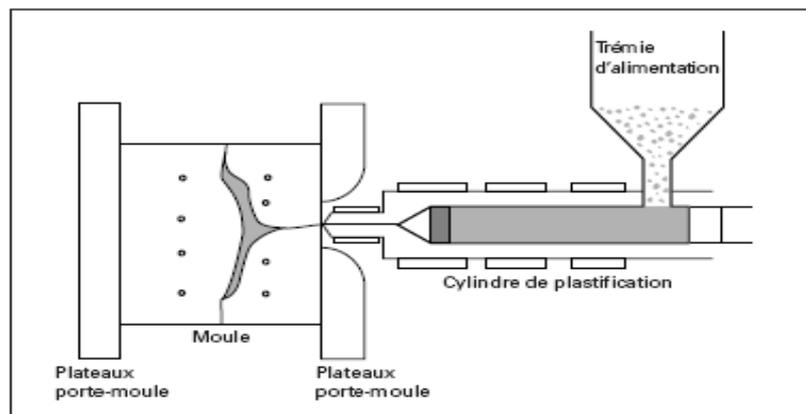


Fig. I.6. Cylindre de plastification et moule

Les considérations essentielles à retenir dans le cas des thermoplastiques techniques sont les suivantes:

- Dessin approprié assurant la résistance nécessaire pour supporter les hautes pressions.
- Qualité correcte des matériaux de construction du moule, particulièrement dans le cas des résines renforcées.
- Dessin convenable des cheminements d'écoulement de la résine, pour son transfert vers la bonne localisation dans la pièce.
- Disposition suffisante d'évents, pour permettre l'évacuation de l'air en avant du front de matière pénétrant dans le moule.
- Transfert thermique soigneusement calculé pour contrôler le refroidissement et la solidification des pièces moulées.
- Ejection facile et uniforme des pièces moulées.

Une machine d'injection moulage se caractérise généralement par sa capacité maximum d'injection et sa force de fermeture. La première caractéristique peut être donnée en masse de polystyrène standard ou en volume (cm^3). La capacité d'injection réelle est comprise entre 30 et 70% de cette capacité maximale, ceci en fonction du comportement en phase fondue de la matière à transformer et des limites de sécurité machine (étape de compactage). La force de fermeture est généralement exprimée en tonne, et correspond à la force de fermeture maximum du moule que peut maintenir la presse avant, pendant et après le remplissage du moule par la matière fondue. Toutefois, de nombreux autres critères peuvent être précisés pour définir au mieux une presse à injecter. Ils sont d'autant plus importants qu'ils seront nécessaires au choix d'une machine

parfaitement adaptée à une gamme d'objets à fabriquer : par exemple les distances entre plateaux et entre colonnes doivent être de dimensions compatibles avec celles du moule. La Figure 1.30 montre les éléments essentiels d'une machine d'injection moulage. Parmi ces éléments, l'unité de plastification nous intéresse tout particulièrement dans le cas des bio-polymères. En effet, le rapport longueur / diamètre de la vis de plastification, la régulation thermique du fourreau et de la base de la trémie, la longueur et la géométrie de la buse d'injection sont autant de caractéristiques à prendre en compte pour la fusion de la matière sans dégradation de celle-ci.

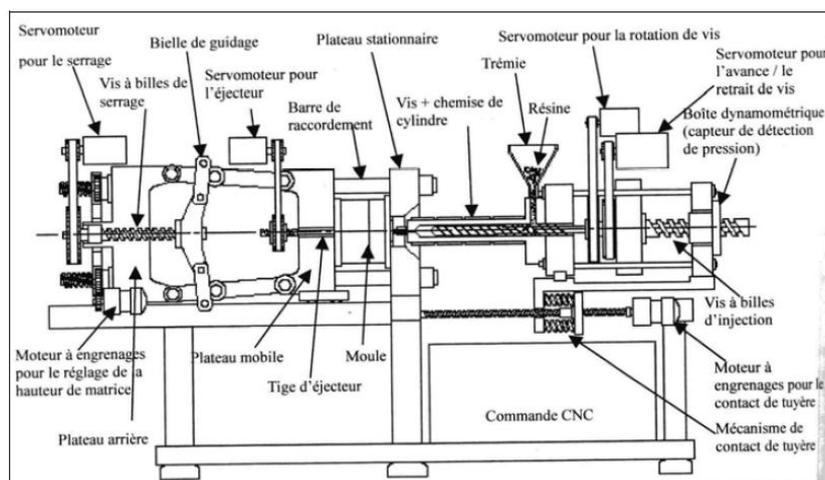


Fig. I.7. Schéma d'une presse à injecter électrique à vis de plastification [4]

La durée totale du cycle de moulage peut varier de deux secondes à plusieurs minutes, et concerner un nombre de pièces allant de l'unité à plusieurs dizaines, éjectées à chaque ouverture du moule. La rapidité du cycle de moulage peut se trouver restreinte par la capacité de transfert thermique du moule, sauf lorsque le temps d'ouverture – fermeture – éjection ou la capacité de plastification de la machine sont limités.

Au départ le moule est fermé, la vis est reculée. Une certaine quantité de polymère fondu est accumulé en bout de vis (fig. I.8) Le vérin fait avancer la vis qui pousse le polymère dans le moule et remplit la cavité moulante.

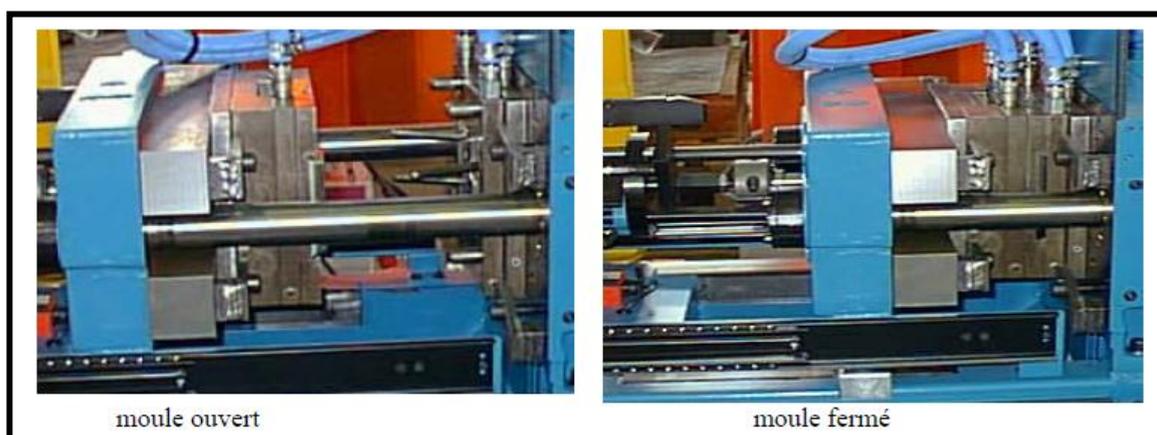
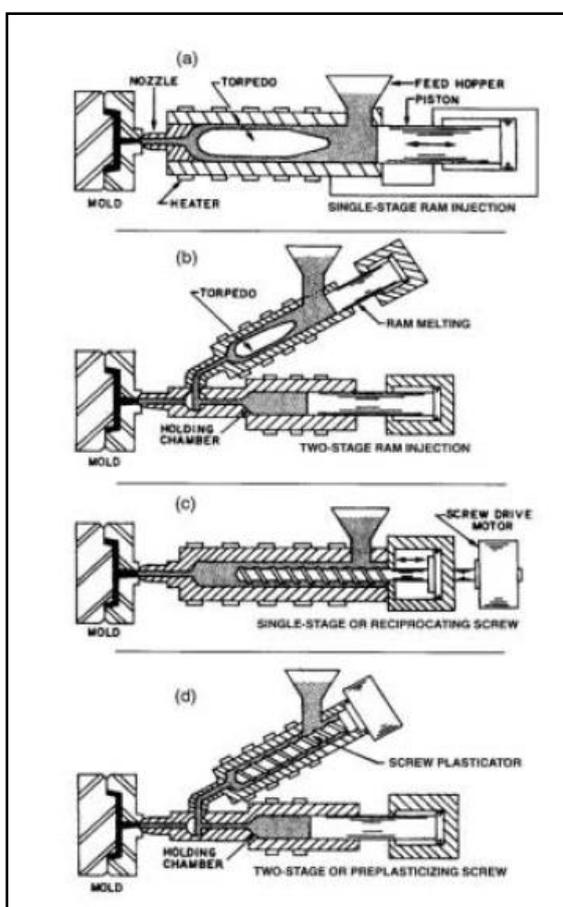


Fig. I.8. Schématisation mécanisme de l'avancement et reculement du moule [5]

Il existe plusieurs types de machines du moulage par injection (Fig. I.9) : presse à injecter à piston, à vis de plastification, à injection multiple (à piston, à vis, à piston et à vis), etc.



Piston : piston

Feed hopper : trémie d'alimentation

Single-stage ram injection : groupe injecteur à étage simple

Ram melting : groupe de fusion

Two-stage ram injection : groupe injecteur à deux étages

Torpedo : torpille

Screw drive motor : moteur d'entraînement de la vis

Single-stage or reciprocating screw : étage simple ou vispiston

Screw plasticator : vis de plastification

Two-stage or preplasticizing screw : double étage ou vis de préplastification

Heater : collier de chauffage

Holding chamber : chambre de dosage

Nozzle : nez ou buse machine

Mold : moule

Fig. I.9. Exemples de différents systèmes de plastification de presse à injecter d'après (Rosato, 2000). [6]

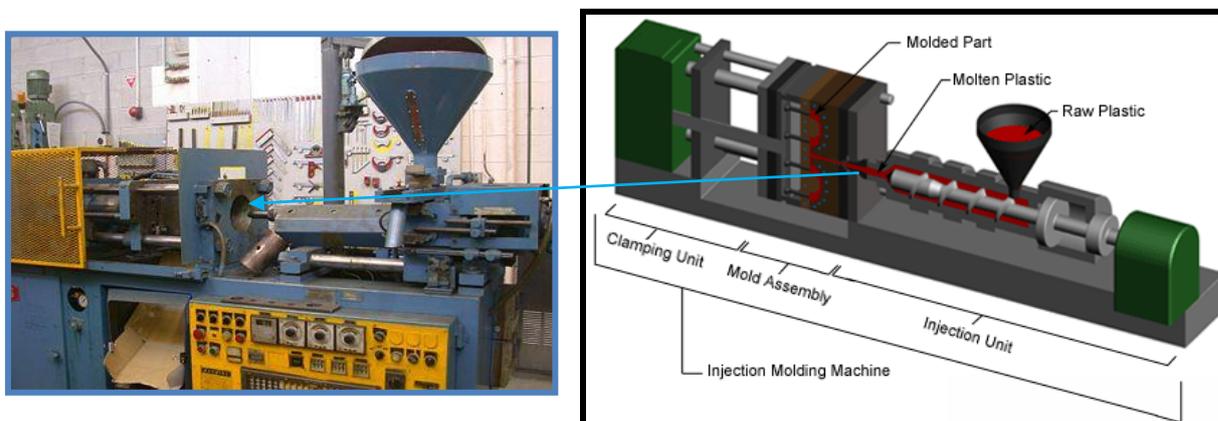


Fig. I.10. Présentation machine du moulage par injection [3]

I.2.3. Différentes parties de la presse à injection

a. Unité d'injection :

L'unité d'injection est responsable de l'échauffement et de l'injection de la matière du polymère dans un moule. La première partie de cette unité est appelée trémie, elle est construite de façon à contenir une grande quantité de granulés du polymère. Pour le fonctionnement de la trémie, on entame un premier processus de l'opération et qui consiste à alimenter la machine en matière première. une fois le mécanisme de ce système enclenché on chauffe la matière jusqu'à liquéfaction du polymère. On assure ensuite l'injection du polymère « liquéfié ». La poussée de la matière est réalisée par un arbre filtré appelé vis avec des gradations de diamètre pour chaque longueur importante, ce dernier aide l'augmentation de la force de poussée de la matière jusqu'au seuil d'injection.

Le refroidissement de cette partie du moule se fait souvent par l'eau, la vis de la machine se déplaçant alternativement selon deux modes : rotation et avancement (ou translation axial) pour réaliser d'augmentation de la poussée de matière plastique avec une grande pression, le tout étant alimenté par un circuit hydraulique, la matière arrive jusqu'au seuil d'injection du moule à l'état fondu. Sous l'effet du frottement se crée une autre forme d'énergie appelée « source de dissipation ».

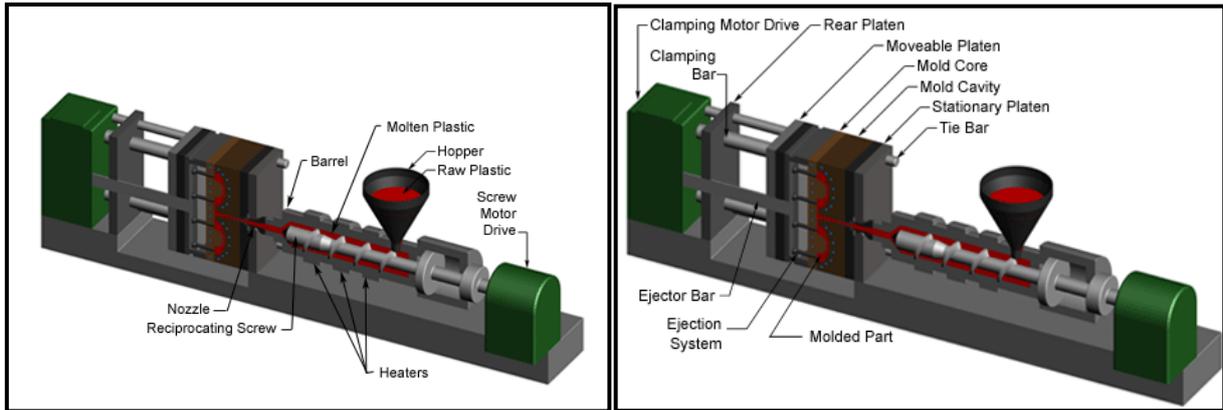


Fig. I.11. Machine de moulage par injection – Unité d'injection [3]

b. Unité de serrage :

Avant l'injection du polymère fondu dans le moule, il y a deux éléments de serrage intégré à la machine et qu'il faut prendre en compte afin de réaliser la fermeture du moule, l'un est fixé à l'injecteur, et l'autre mobile et ce afin d'assurer une meilleure fermeture.

Les deux plateaux qui est portent le modèle de la forme désirée est supporté par quatre barres pour assurer le glissement du plateau moule.

Le serrage hydraulique est actionné par un moteur qui pousse le plateau mobile vers le plateau fixe, et d'exerce suffisamment de force pour maintenir le moule fermé, tout le matériel est ensuite injecté et refroidi.

Après refroidissement, le moule est ensuite ouvert par le moteur de serrage. Le système d'éjection, revient vers l'arrière, arrivé vers le milieu de plateau, il est actionné par la barre d'éjection et pousse la partie solidifiée à la sortie de la cavité ouverte. [3]

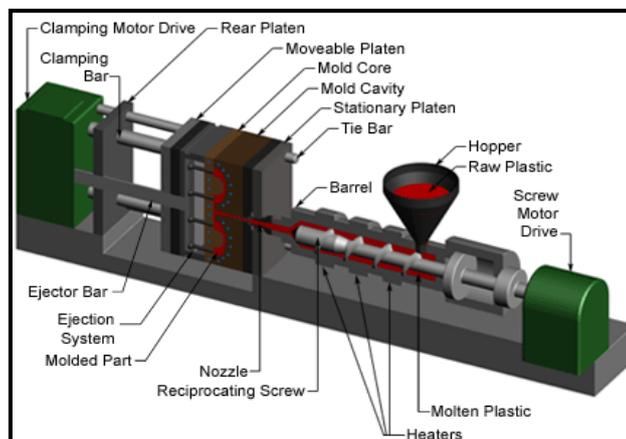


Fig. I.12. Machine de moulage par injection – Unité de serrage [3]

c. Outillage :

Le moulage par injection se fait grâce à une machine en acier ou en aluminium et à plusieurs composantes, on y trouve deux parties essentielles : cylindre de plastification, et moule. La première transforme le polymère sous forme de granulés en état liquide à travers le passage de ce dernier dans le cylindre chauffé à haute température « résistance » jusqu'au seuil d'injection. La deuxième qui est le moule subit les opérations suivantes.

- a) Fermeture du moule après réception du polymère fondu.
- b) Remplissage du moule en polymère fondu.
- c) Le refroidissement de la matière dans le moule se fait de façon régulière et progressive afin d'assurer une production en série du modèle désiré.
- d) Ejection du modèle fini

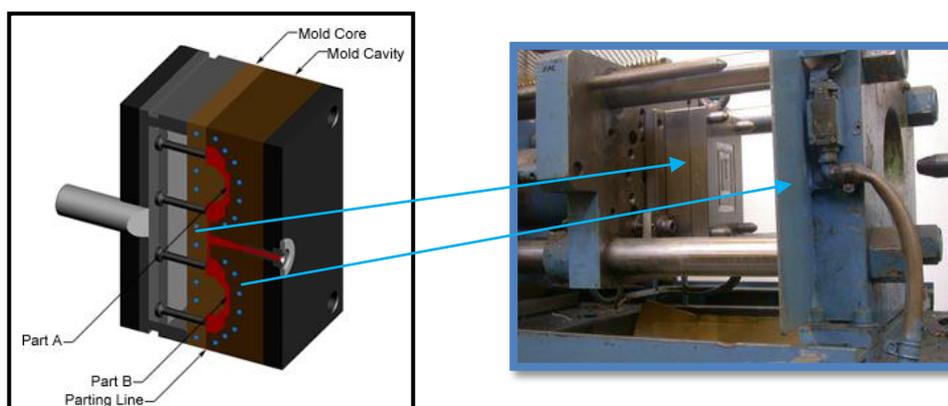


Fig. 1.13. Présentation du moule [3]

d. Le moule :

La conception du moule influence de manière décisive la qualité et l'économie de la pièce injectée. L'aspect de la pièce, sa résistance mécanique, sa ténacité, ses cotes, sa forme et son coût dépendent de la qualité du moule.

Le Corps du moule et la cavité du moule sont chacun monté et partagés sur deux parties du moule mobile et fixe.

A la fin de l'injection du polymère fondu dans la cavité du moule on obtient la pièce sous sa forme complète, pour l'éjecter, on doit actionner l'arbre d'éjection (*Fig. 1.10*), qui porte le plateau, ce dernier porte la pièce vers l'arrière en retrouvant sa position initiale.

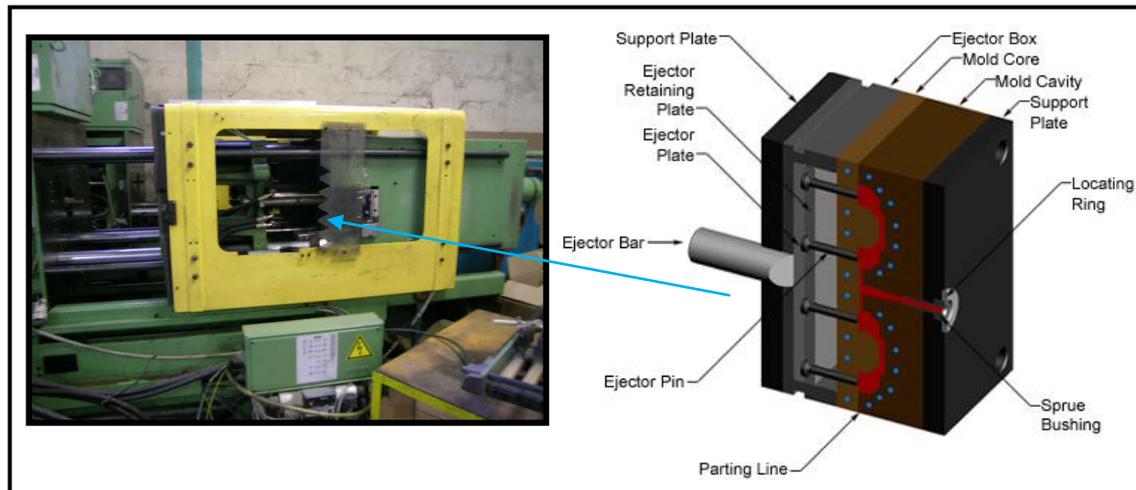


Fig. I.14. Base du moule [5]

e. Canaux de moule :

Le polymère fondu coule dans une cavité du moule, l'opération est réalisée à partir du seuil d'injection qui dirige le fluide vers le moule. Pour assurer le refroidissement plusieurs canaux sont utilisés ; ceux-ci entourent le moule. À la fin de remplissage, le polymère fondu entre dans la cavité du moule par l'intermédiaire d'un portail qui dirige le flux de chaleur.

Le polymère fondu est solidifié grâce aux canaux de refroidissement, la pièce moulée doit être évacuée par l'éjecteur.

Les canaux chauds utilisés de façon à réaliser la transformation de la matière de l'état solide à l'état liquide.

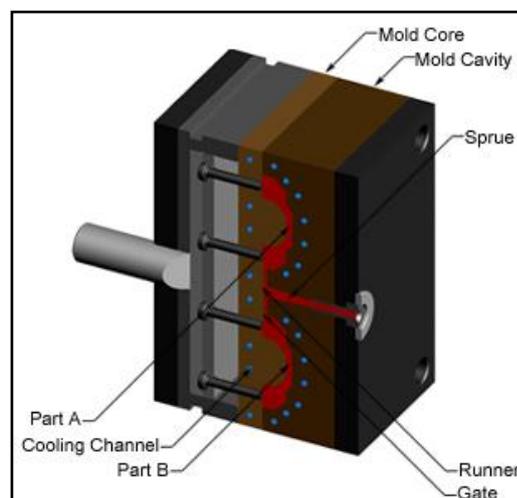


Fig. I.15. Les canaux du moule [3]

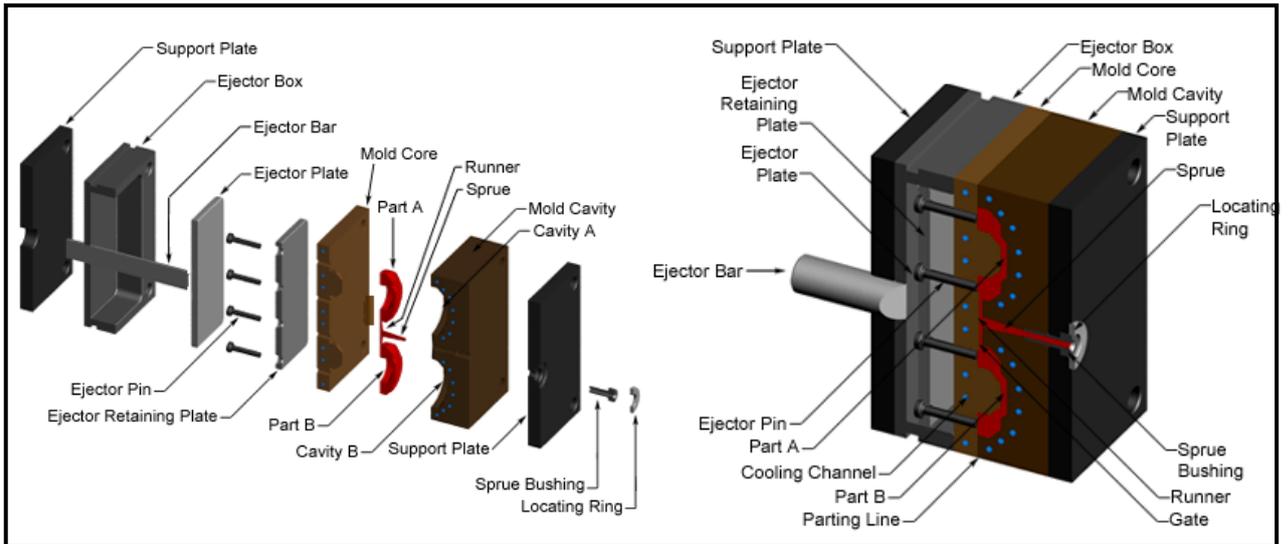


Fig. I.16. Conception du moule [3]

- *Support Plate* : Support de plaque
- *Ejector Box*: Boite de l'éjection
- *Ejector Bar*: Bar de l'éjection
- *Ejector Plate*: plaque de l'éjection
- *Ejector Pin*: broche de l'éjection.
- *Ejector Retaining Plate*: plaque de maintien de l'éjecteur.
- *Mold core* : Base de moule
- *Part* : Partie
- *Cavity* : Cavité
- *Runner* : Ecoulement
- *Sprue*: seuil
- *Mold Cavity* : Cavité de moule
- *Locating ring* : Bagues
- *Gate* : matière de polymère.
- *Cooling Channel* : Channel de refroidissement

I.2.4. Le cycle de moulage par injection :

- **Etape 1 (Fig. I.17.a): la phase de dosage.** Les granulés de polymère tombent depuis une trémie dans un ensemble vis-fourreau. Ils sont ensuite fondus progressivement par action conjuguée des colliers chauffant le fourreau, et du cisaillement de la matière provoqué par la rotation de la vis et la friction des granulés (entre eux et contre les outillages). La matière fondue est alors convoyée en avant de la vis (via un clapet anti-retour), dans l'espace créé par le recul progressif de cette dernière lors de sa rotation.
- **Etape 2 (Fig. I.17.b): la phase d'injection.** Grâce à un mouvement de translation de la vis, actionnée par un vérin, et au clapet anti-retour qui dans cette phase empêche la matière de rebrousser chemin, le polymère fondu est transféré du réservoir à un moule via des canaux.

- **Etape 3 (Fig. I.17.c): la phase de compactage.** Le moule, composé de deux parties, une fixe et une mobile, est à ce moment tenu sous pression pour rester fermé, pendant que de son côté la matière est compactée par la vis, jusqu'à atteindre une pression uniforme dans la cavité du moule (également appelée empreinte), dans laquelle du polymère fondu continue à être injecté pour compenser le rétrécissement, ou retrait, de la matière qui refroidit.
- **Etape 4 (Fig. I.17.d): la phase de refroidissement.** Lorsque le polymère est entièrement figé au niveau du ou des seuils d'injection, il n'est plus nécessaire d'appliquer une pression de maintien, et la pièce continue de se refroidir jusqu'à ce qu'elle soit complètement solidifiée. La vis peut alors reprendre son cycle de rotation à l'étape 1.
- **Etape 5 (Fig. I.17.d): la phase d'éjection.** Le moule s'ouvre, et la pièce formée est éjectée du moule.

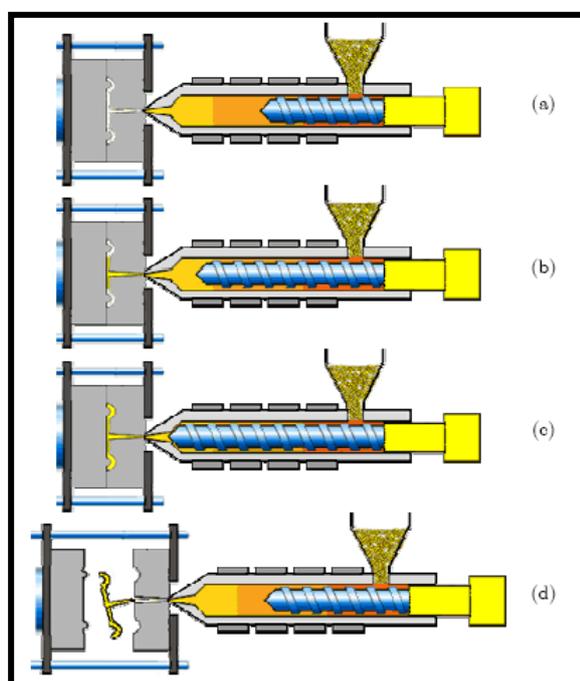


Fig. I.17. Etapes du procédé d'injection-moulage des thermoplastiques [7]

En ce qui concerne les thermoplastiques, la plupart d'entre eux, amorphes ou semi cristallins, peuvent être injectés, moyennant bien sûr des différences dans le procédé, en fonction du type de polymère, des dimensions et de la qualité recherchée des pièces.

I.2.5. Mise en œuvre de la phase d'injection (remplissage) :

Les considérations précédentes, même sommaires, nous montrent qu'au cours du remplissage du moule il se passe des phénomènes importants pour la qualité de la pièce et

trop complexes pour vouloir les résoudre avec des moyens simples. Si nous regardons maintenant la part qu'occupent les équipements de réglage des paramètres sur une presse en termes de coût, nous voyons qu'il faut les rentabiliser au mieux.

Avant d'aborder la description proprement dite de la phase d'injection, il nous semble indispensable de rappeler sa définition de base pour qu'elle nous serve de guide : dans le procédé de transformation des matières plastiques par injection, la **phase d'injection** consiste à établir les paramètres physiques suivants :

- Température du moule.
- température de la matière.
- vitesse de propagation de la matière en fonction de la course de la vis-piston.
- pression sur la matière en fonction du temps.

Les valeurs de ces paramètres doivent être établies pour que la matière, lors du remplissage du moule, ait un comportement optimal en fonction de la forme de l'empreinte, garantissant ainsi la qualité de la pièce.

La première opération consiste à mettre le moule à la bonne température. Pour des moules qui fabriquent des pièces techniques, cette température varie entre 70 et 120°C (exemple : polyamide, polycarbonate, ABS, polyoxyméthylène).

Pour des articles destinés à l'emballage ou à des tâches ménagères, ni la stabilité dimensionnelle, ni le comportement à la fatigue ne présentent des exigences très strictes. On cherche un prix de fabrication faible, donc des cadences élevées; la température de ces moules peut varier entre 7 et 40 °C. [1]

La température de la matière varie selon sa nature. En règle générale, on retient que les matières amorphes ont une fourchette de réglage plus large que celle des polymères cristallins; les fabricants donnent toujours sur ce plan tous les renseignements.

La phase de remplissage elle-même comporte trois étapes :

- ❖ remplissage.
- ❖ pressurisation.
- ❖ compensation.

Le **remplissage** est la phase dynamique de l'injection. L'huile de la commande hydraulique arrive dans le vérin d'injection et, de ce fait, la vis-piston se déplace vers l'avant. Le clapet de l'embout de la vis se ferme (la bague s'ajuste sur son siège en arrière) et le plastique, sous l'effet du mouvement, se comprime et monte en pression.

Quand la pression arrive à la valeur qui permet de vaincre la résistance de la matière dans le nez du cylindre, le plastique pénètre dans le moule, passe par le canal d'alimentation (carotte) et commence à remplir l'empreinte par son seuil. La vitesse de propagation du plastique dans l'empreinte sera directement liée à la vitesse du déplacement de la vis-piston. Le paramètre principal est donc la vitesse de déplacement de la vis-piston exprimée en mm/s, que l'on obtient à partir du débit d'huile exprimé en cm³/s. Notons que, pendant cette **phase de travail**, la pression de commande aura une consigne de valeur maximale afin de disposer de la force nécessaire pour vaincre les pertes de charge de l'écoulement, au fur et à mesure que le plastique avance dans l'empreinte.

Vers la fin du remplissage du moule, quand les pertes de charge des écoulements du plastique deviennent importantes, approchant de 70 % de la pression disponible, l'injection a atteint sa **phase de pressurisation**. Dans cette phase de travail, la pression hydraulique de commande provoque l'ouverture de la soupape de sûreté qui fait retourner au réservoir une partie du débit hydraulique. Cette perte de débit ralentit la vitesse de déplacement de la vis-piston jusqu'à son arrêt total qui signifie que l'empreinte est remplie.

Le moule étant rempli, la **phase dite de compensation** commence et il se produit alors la commutation.

En fin de remplissage, le plastique occupe le volume total de l'empreinte, mais la matière continue à s'écouler avec un très faible débit associé à la compressibilité du polymère à la température considérée. Le plastique, à ce stade, est à une température élevée. Sa masse volumique croît avec la pression que certains auteurs appellent **pression de bourrage**.

Par conduction, le plastique perd sa chaleur, le refroidissement n'entraîne pas de modification de la masse volumique tant que la pression interne existe, ce qui explique que la pression exercée dans le moule est beaucoup plus élevée que la pression de remplissage.

Il faut, pour cela, qu'une certaine quantité de matière soit maintenue sous pression à l'extrémité du cylindre d'injection, que l'on appelle *matelas*. Quand le plastique, sous l'effet du refroidissement, atteint un état de viscosité tel que la pression de compensation baisse, seule la phase de refroidissement continue jusqu'à ce que l'objet atteigne la température qui permet de le démouler. L'injection est terminée. [8]

Ainsi le cycle de moulage par injection est souvent décomposé en trois phases dans le temps (fig. II.18).

- Phase du remplissage
- Phase de compactage
- Phase de refroidissement

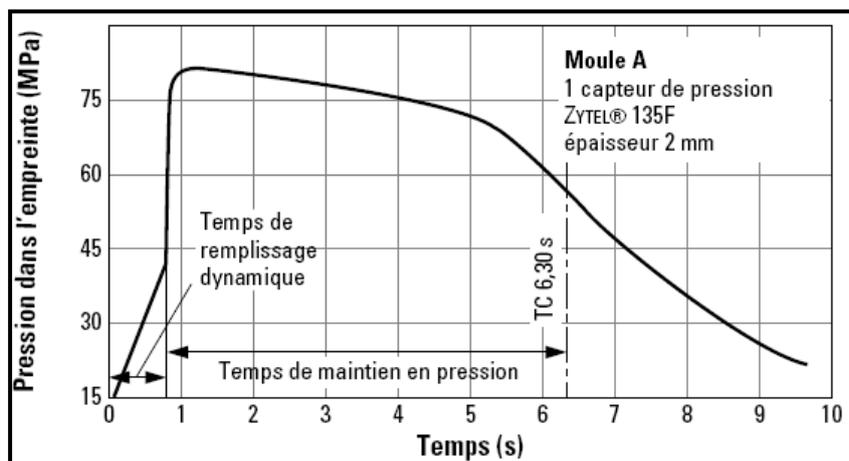


Fig. I.18. Pression dans l'empreinte mesurée pendant l'injection et le temps de maintien en pression (un seul capteur) [9]

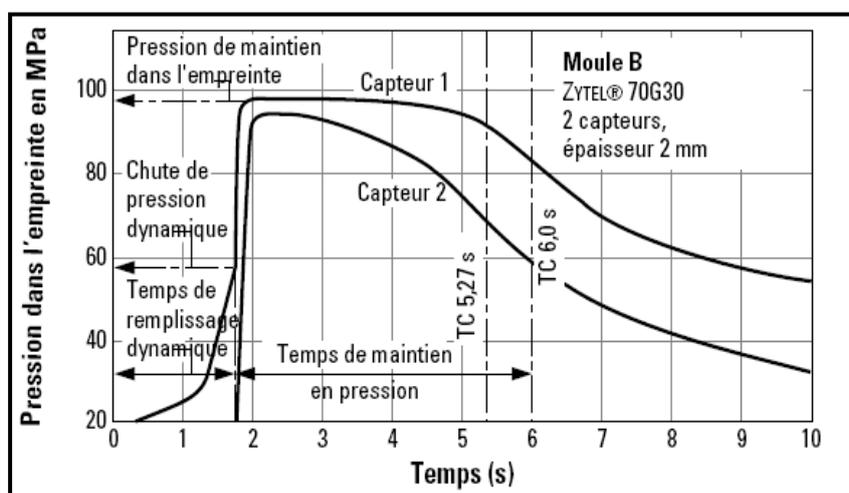


Fig. I.18. Pression dans l'empreinte pendant le temps de remplissage et le temps de maintien en pression (Deux capteurs) [9]

I.2.6. Etat du polymère dans le moule :

I.2.6.1. Thermique :

La famille des polymères comporte un grand nombre de matériaux aux propriétés très différentes. Néanmoins, une propriété commune est leur très faible conductivité thermique, environ 1000 fois plus faible que celle du cuivre. A titre d'exemple, il faut 10s pour qu'un refroidissement superficiel atteigne la profondeur de 1 mm. Cette propriété explique la faible épaisseur des pièces plastiques injectées.

De plus, le polymère est injecté à l'état fondu, c'est-à-dire à une température supérieure à sa température de transition vitreuse T_c pour les amorphes et à sa température de fusion pour les semi-cristallins. Au cours du refroidissement, il va changer de phase et la faible conductivité thermique entraîne de forts gradients de températures. Il va donc se former une "peau" en surface. Cette couche solide a des propriétés mécaniques différentes du polymère fondu, notamment pour le frottement à la paroi [2].

Ce gradient de température provoque un gradient dans les propriétés rhéologiques et thermiques du polymère. Le système ici est donc particulièrement complexe à résoudre, surtout si on s'intéresse à l'interface avec le moule : la nature du polymère en contact avec la surface est difficile à déterminer.

I.2.6.2. Écoulement du polymère dans le moule :

L'étude de l'écoulement du polymère dans l'empreinte du moule regroupe énormément de phénomènes. Pendant l'injection, le phénomène est non isotherme. La vitesse du fluide le long des parois est souvent considérée nulle [10]. Il se forme une gaine froide de matière solide qui amène la partie centrale de la veine à s'expanser pour remplir la section et continuer à s'écouler. Le débit de polymère fondu se fait principalement entre ces gaines.

La figure (I.19) montre l'évolution de la vitesse et de la température du polymère lors de l'écoulement dans l'empreinte. La forte variation de température s'explique par la mauvaise conductivité thermique des polymères et la durée très courte de cette phase du cycle. Les variations de vitesse sont importantes. De plus, le cisaillement près de la paroi provoque un échauffement local du fluide.

Au cours de la phase suivante de compactage, le débit dans la cavité est relativement faible. La vitesse d'écoulement varie peu entre le centre et les parois. La pièce se solidifie au cours de la phase de refroidissement. Dès que ses propriétés mécaniques permettent de procéder à l'éjection sans altérer la pièce, celle-ci est éjectée et refroidit à l'air libre.

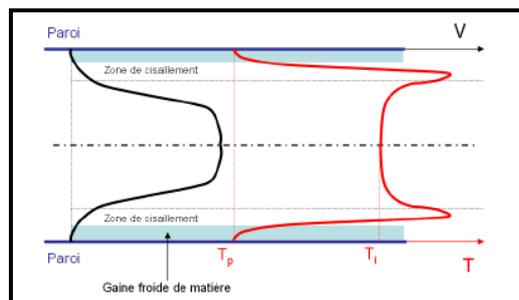


Fig. I.19. Vitesse et température du polymère lors de l'écoulement pendant la phase d'injection

Cette présentation rapide montre que la physique et par conséquent la modélisation de l'écoulement du polymère au cours du cycle dans la cavité est très complexe et nécessite de prendre en compte les changements d'état, les phénomènes de cisaillement, de rhéologie non-newtonienne, ... Cette complexité rend impossible l'intégration de ces phénomènes dans le modèle pour calculer le chargement sur la surface du moule.

Le polymère restant une condition aux limites sur la surface. Il est représenté par des champs de contraintes normales et tangentielles et un flux thermique à la surface.

CHAPITRE II

COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE DU POLYMERE

II.1. Introduction :

La rhéologie est la science qui étudie la déformation des corps sous l'effet des contraintes appliquées en tenant compte du temps (ou vitesse d'application de contraintes). Plus généralement, elle étudie la relation entre la contrainte et la déformation en fonction du temps dans le matériau. [2]

Les procédés de préparation de produits (solutions, pâtes,.....etc) ou de la mise en forme des pièces (en métallurgie, en **plasturgie**,etc), nécessitent immanquablement l'étude de l'écoulement de la matière. Il est donc nécessaire de connaître le comportement de la matière pour déterminer les forces mises en jeu.

D'une manière générale, la rhéologie suppose que

- Le matériau est continu (pas de vide dans le matériau).
- Chaque point du corps se déplace de façon continue.
- Deux points du corps infiniment voisins avant la déformation le sont encore après la déformation.
- Les propriétés physiques du corps varient d'une façon continue d'un point à un autre.

On peut classer la rhéologie en trois types :

- La rhéologie expérimentale : elle détermine expérimentalement la relation de comportement entre les contraintes et la vitesse de déformation.
- La rhéologie structurale : elle explique le comportement du matériau à partir de sa structure.
- La rhéologie théorique : elle fournit des modèles mathématiques en nombre limité des comportements indépendamment de la structure microscopique. [10]

Les gazeux, liquides ou solides se divisent en deux classes :

- **les fluides newtoniens** : ce sont tous les gaz et un grand nombre de liquides; leur équation rhéologique est simple. Ces corps ne possèdent qu'une caractéristique rhéologique : la viscosité

- **les corps à équation rhéologique compliquée** : ce sont des liquides non newtoniens et les solides.

Dans le cas des polymères, la rhéologie n'étudie donc que les déplacements qui sont grands par rapport à la taille des macromolécules. Les mouvements intramoléculaires et l'enchevêtrement des chaînes sont des mouvements que la rhéologie par nature ne peut pas décrire. En revanche, ces mouvements locaux sont à la base de l'explication du comportement rhéologique des polymères fondus.

II.2. Notions générales sur la viscosité :

Les polymères fondus sont constitués de l'entrelacs de plusieurs chaînes polymères de longueurs et de masses statistiques. Plus ces dernières caractéristiques sont grandes et plus la structure du fluide polymère est complexe. L'interprétation de ce phénomène est explicitée par [Graessley 1967] et [Bueche, 1968] qui s'appuient sur le concept d'enchevêtrement des macromolécules. En pratique, pour qu'un enchevêtrement se forme ou se déforme, il faut que le mouvement de la molécule dure au moins un certain temps λ . Or les mouvements des macromolécules sont la résultante des contraintes de cisaillement imposées au polymère. Donc le temps de contact entre deux macromolécules est une fonction du taux de cisaillement. Dès lors que le taux de cisaillement devient supérieur à $1/\lambda$, la densité d'enchevêtrement diminue et la viscosité également. Lorsqu'il est inférieur, la densité d'enchevêtrement reste constante et la viscosité aussi. On parle dès lors de plateau newtonien pour cette zone de viscosité « constante », nettement visible sur les courbes de viscosité en fonction du taux de cisaillement. Ces courbes d'écoulement sont généralement

représentées sur une échelle logarithmique et la pente de la décroissance de viscosité définit l'indice de pseudo-plasticité du polymère. Un schéma d'une telle courbe est donné en (fig. II.2)

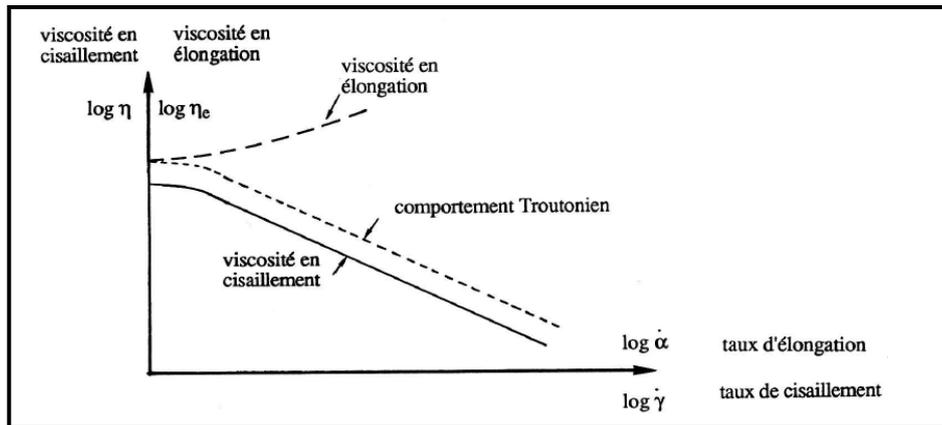


Fig. II.2. Allure générale d'une courbe d'écoulement du polymère fondu [7]

II.3. Viscosité : un phénomène physique

II.3.1. Définition

La viscosité se manifeste chaque fois que les couches voisines d'un même fluide sont en mouvement relatif, c'est à dire lorsqu'il s'établit un gradient de vitesse. On peut donc dire de la viscosité qu'elle est la mesure du frottement fluide. La force de frottement peut être figurée par l'énergie nécessaire pour déplacer un objet qui frotte sur un autre. La viscosité peut donc être considérée comme le frottement interne qui résulte du glissement d'une couche de fluide sur une autre. Un liquide très visqueux est un liquide qui présente un frottement interne élevé.

Si on considère l'expérience suivante dans laquelle le liquide adhère à la plaque supérieure et est entraîné par elle (Fig. II.3), on constate que, dans ce cas particulier, la vitesse varie proportionnellement à la cote y . L'expérience montre aussi qu'un mouvement stationnaire s'établit où la vitesse u_0 de la plaque supérieure est constante. C'est donc que le liquide exerce des forces tangentielles τ sur la plaque supérieure dont la résultante vaut précisément $-F$.

La tension τ est proportionnelle au gradient de vitesse d'où la formule de Newton:

$$\tau = \frac{dF_y}{dS} = \eta \frac{\partial u}{\partial y}$$

Par définition, la viscosité, notée η , est ce coefficient de proportionnalité.

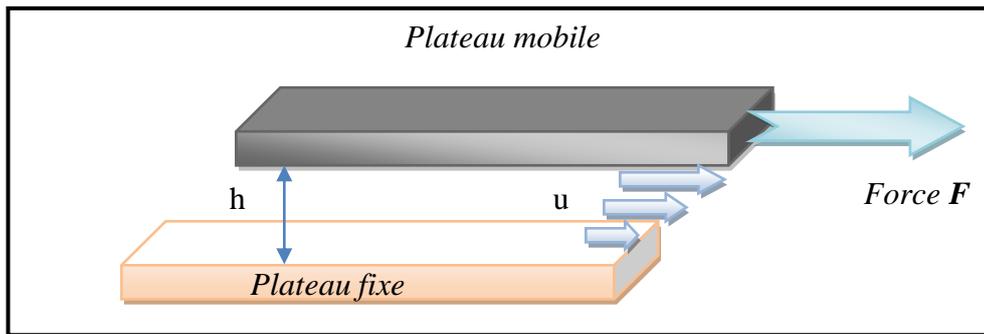


Fig. II.3. Schématisation le cisaillement entre deux plaques

- **Interprétation " mécanique " :**

Le rapport $\tau = F/ S$ qui a la dimension d'une pression sera appelé pression d'entraînement ou mieux force de cisaillement. Ce terme indique la force surfacique nécessaire pour produire le cisaillement. Quant au gradient de vitesse $D = \partial u/ \partial y$, il est une mesure de la vitesse à laquelle les différentes couches se déplacent les unes par rapport aux autres ; ce rapport représente le cisaillement auquel le liquide est soumis. On le désigne sous le nom de taux de cisaillement.

Ainsi, la viscosité du liquide est :

$$\frac{dF/dS}{\partial u/\partial y} = \frac{\text{pression d'entraînement}}{\text{gradient de vitesse}} = \frac{\text{effort de cisaillement}}{\text{taux de cisaillement}}$$

Le terme de cisaillement traduit bien l'analogie formelle qui existe entre frottement liquide et frottement mécanique.

II.3.2. Unités et ordres de grandeur :

- **Unités**

L'équation aux dimensions de la viscosité dynamique s'écrit :

$$[\eta] = \frac{N \cdot m}{m^2 \cdot (m \cdot s^{-1})} = Pa \cdot s$$

Le pascal-seconde est donc l'unité de la viscosité dynamique. On parle plus généralement de poiseuille, noté Pl (1 Pl = 1 Pa.s).

II.3.3. Importance de la nature du fluide et de l'écoulement :

- Nature du fluide

Il est commode pour étudier la rhéologie des liquides (en général) de porter sur un graphique les valeurs de τ en fonction de D . Sur un tel graphique la viscosité apparente est égale à la pente de la tangente à la courbe obtenue, encore appelée courbe rhéologique ou rhé-gramme.

Un fluide newtonien ne possède qu'une seule caractéristique rhéologique, la viscosité. Dans les mêmes conditions de température et de pression, ce rapport est constant quel que soit le gradient de vitesse, tant que l'écoulement reste laminaire. La courbe caractéristique est une droite passant par l'origine.

$$\eta = \tau/D = \tan\alpha.$$

II.3.4. Nature de l'écoulement

La véritable définition de la viscosité implique l'existence de ce qu'on appelle l'écoulement laminaire (ou mieux écoulement lamellaire) dans lequel le mouvement ou mieux le glissement d'une couche du liquide sur l'autre s'effectue sans transfert de matière d'une couche à l'autre, la viscosité étant définie comme le frottement entre ces couches. Il y a une certaine vitesse maximum, dite vitesse critique, dont la valeur dépend d'un certains nombres de facteurs (vitesse, viscosité, densité, forme du récipient), au delà de laquelle le mouvement relatif d'une couche de liquide ne peut pas se faire sans qu'il y ait transfert de matière de l'une à l'autre : au delà de cette vitesse se trouve l'écoulement turbulent. Les molécules ou les particules plus grandes passent alors d'une couche à l'autre et le phénomène absorbe une quantité d'énergie considérable. Il en résulte en définitive qu'une quantité d'énergie beaucoup plus grande que dans le cas d'un écoulement laminaire est nécessaire pour maintenir cet écoulement turbulent. L'augmentation de l'énergie nécessaire se reflète par l'existence d'un effort de cisaillement apparent beaucoup plus grand, c'est à dire que la valeur calculée de la viscosité η sera beaucoup plus élevée en écoulement turbulent qu'en écoulement lamellaire.

II.3.5. Influence de la température et de la pression

a) Température

La viscosité dépend fortement de la température. Aussi doit-on toujours, pour conserver un sens à la mesure, préciser la température à laquelle elle a été faite.

Dans un liquide, la viscosité décroît rapidement en fonction de la température suivant la loi suivante : [13]

$$\eta = \eta_0 \times \frac{1}{1 + \alpha.T + \beta.T^2} \quad \text{où } \eta_0 : \text{viscosité à } 0 \text{ C}^\circ$$

b) Pression

L'action de la pression est inverse. La viscosité dynamique η croît à peu près proportionnellement à la pression, du moins jusque vers 2000 à 3000 atmosphères ; ensuite, elle augmente plus vite. Pour les liquides, la masse volumique ρ étant pratiquement indépendante de la pression, les résultats précédents s'appliquent également à la viscosité cinématique ν . En pratique, on ne tient pas compte de ces variations qui sont petites par rapport à celles dues à la température.

La viscosité est un paramètre très important dans l'étude de l'écoulement du polymère, cette dernière qui est d'environ 10^6 à 10^8 fois celle de l'eau, est fonction de certains paramètres qui sont :

- Le poids moléculaire du polymère;
- La température;
- La pression;
- Le taux de cisaillement ; La viscosité est une mesure de la friction interne d'un liquide. Pour la déterminer, on applique une force mesurable sur le liquide et l'on mesure en même temps la vitesse de déformation, ou vice versa.

Étudions le comportement d'un polymère fluide simple (un fluide newtonien dont la viscosité ne dépend pas de la vitesse de cisaillement) soumis à une contrainte.

Prenons le cas d'un tel liquide contenu entre deux plateaux selon la figure ci-dessous. Le plateau inférieur est fixe. Le déplacement du plateau supérieur entraîne une partie du fluide dans son mouvement.

Le fluide est contenu entre les deux plateaux. La translation du plateau supérieur à la vitesse u_1 nécessite l'application d'une force F_1 . (Fig. II.3)

Si on augmente (en multipliant par 2) la vitesse du plateau supérieur ($u=u_2$), il est nécessaire d'appliquer une force F_2 qui vaudra le double de la force F_1 .

II.4. les différents modèles de viscosité :

Considérons un liquide visqueux cisailé entre deux plaques parallèles de surface S , distantes d'une épaisseur h ; l'une des plaques est animée par rapport à l'autre de la vitesse u . Cet écoulement est comparable à l'écoulement d'un fluide entre deux parois fixes (Fig. II.3).

[11]

On distingue Trois types de modèle de viscosité :

- *Modèle Newtonien.*
- *Modèle Pseudo-plastique.*
- *Modèle Pseudo-plastique thermo-dépendant.*

S'il existe de nombreux modèles rhéologiques, quelques lois « classiques » reviennent principalement dans la littérature consacrée aux écoulements des polymères, et donc aux aspects plutôt pseudo-plastiques. Beaucoup de ces lois découplent les dépendances de la viscosité avec le cisaillement et la température, se focalisant sur un seul aspect. Le lien peut toutefois être rétabli par l'utilisation du principe d'équivalence temps-température. Nous allons commencer par rappeler quelques unes de ces lois les plus classiques :

II.4.1. Modèle Newtonien :

La viscosité a été définie par Newton comme le coefficient de proportionnalité entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de cisaillement.

Reprenons le cas d'un fluide newtonien contenu entre deux plateaux selon la figure (III.1). le plateau inférieur est fixe. La force F nécessaire pour animer le plateau supérieur d'une vitesse u est proportionnelle à cette vitesse. $F=Ku$

Les composantes du vecteur vitesse sont les suivantes $\left\{ \begin{array}{l} u = \gamma \cdot y \\ v = 0 \\ w = 0 \end{array} \right.$

Cette force rapportée à la surface sur laquelle elle s'exerce est la contrainte de cisaillement $\tau = \frac{F}{S}$

proportionnelle à la vitesse de cisaillement : $\dot{\gamma} = \frac{u}{h}$.

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}$$

Le coefficient de proportionnalité entre τ et $\dot{\gamma}$ s'appelle la viscosité dynamique η .

$\eta = \tau / \dot{\gamma}$ (*Loi de Newton*).

Si, pour une substance newtonienne quelconque, on trace le graphe représentant la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de vitesse, on obtient une droite qui passe par l'origine. Ce graphique est un rhéo-gramme (fig. II.4.a).

La viscosité représentée en fonction du gradient de vitesse donne une droite parallèle à l'axe des abscisses (fig. II.4.b).

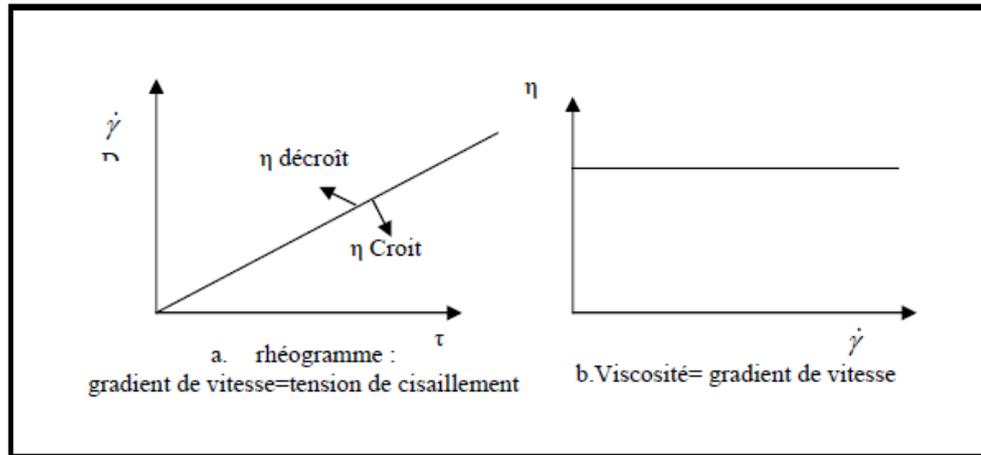


Fig. II.4. Viscosité d'un liquide newtonien

On constate que la force F nécessaire pour animer le plateau supérieur d'un mouvement de translation n'est pas proportionnelle au déplacement U mais à la vitesse u du plateau supérieur.

Pour le fluide, ce qui distingue les deux cas précédents c'est la vitesse de déformation. Contrairement au cas des solides, la force n'est pas liée à la déformation mais à la vitesse de déformation du matériau. Pour décrire le comportement mécanique du polymère à l'état liquide il est nécessaire d'introduire la notion de vitesse de déformation. [10]

II.4.2. Modèle Pseudo-plastique.

La plupart des polymères n'ont pas un comportement newtonien. Cela signifie que leur viscosité n'est pas indépendante de la vitesse de cisaillement mais décroît en fonction de la vitesse de cisaillement.

La pseudo-plastique est la propriété d'un matériau qui exprime le fait que la viscosité soit une fonction décroissante du taux de cisaillement. [12]

Les modèles rhéologiques proposés sont :

II.4.2.1. Loi Ostwald – de Waele :

Cette loi [Ostwald, 1923], [De Waele, 1923] est également appelée loi puissance et s'écrit traditionnellement sous la forme : [13]

$$\eta = K \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1} \quad (II - 1)$$

Où K est la consistance du matériau (en Pa.s^m) et m est l'indice de pseudo-plasticité (m = 1 pour un fluide newtonien ; m = 0 pour un corps rigide plastique). Cette loi a le défaut de ne pas présenter de plateau newtonien à faible taux de cisaillement. Elle est donc souvent complétée par une valeur de viscosité seuil, pour les faibles taux de cisaillement. En revanche, cette loi est normalement bien adaptée pour les forts taux de cisaillement.

II.4.2.2. Loi de Cross :

La loi de Cross [Cross, 1965] a l'avantage de présenter le plateau newtonien à faible taux de cisaillement.

$$\eta - \eta_{\infty} = \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + (\lambda \cdot \dot{\gamma})^m} \quad (II - 2)$$

Où λ est le temps caractéristique de l'enchevêtrement, η_0 la viscosité du palier newtonien à faible taux de cisaillement et η_{∞} un deuxième plateau newtonien à taux de cisaillement élevé, m indice de loi de puissance. Ce dernier n'ayant jamais été observé pour un polymère fondu [Agassant, 1996], on prendra $\eta_{\infty} = 0$. Ce qui donne : [13]

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + (\lambda \cdot \dot{\gamma})^m} \quad (II - 3)$$

II.4.2.3. Loi de Carreau-Yasuda :

Le modèle de la loi de puissance s'applique sur une plage limitée de la courbe de viscosité. En réalité à des faibles taux de cisaillement les polymères ont un comportement newtonien, c.-à-d. que la viscosité est indépendante du taux de cisaillement. Carreau a développé un modèle qui représente complètement la courbe de viscosité et qui prend en charge ce plateau, son modèle s'écrit :

$$\eta = \eta_0 \cdot (1 + (\lambda \cdot \dot{\gamma})^a)^{\frac{m-1}{a}} \quad (II - 4)$$

Où λ a le même sens que pour la loi de Cross. Le paramètre a sert à ajuster la transition plus ou moins rapide entre le plateau newtonien et la partie loi puissance. La loi de Carreau correspond à la valeur a=1 [Carreau, 1972], [Yasuda et al. 1981].

Les modèles d'Ostwald-de Waele, de Carreau-Yasuda et de Cross représentent des comportements sans contrainte seuil. Dans le cas des "fluides à seuil" on ajoute la contrainte seuil (τ_0). Si la contrainte appliquée reste inférieure à cette valeur critique (τ_0), le matériau se comporte comme un solide. Dans le cas contraire, le matériau retrouve le comportement

d'un fluide. Les deux modèles les plus utilisés pour caractériser les fluides à seuils sont, respectivement, le modèle de Bingham (1922) et le modèle de Herschel-Bulkley(1926) [Fig.II.5]

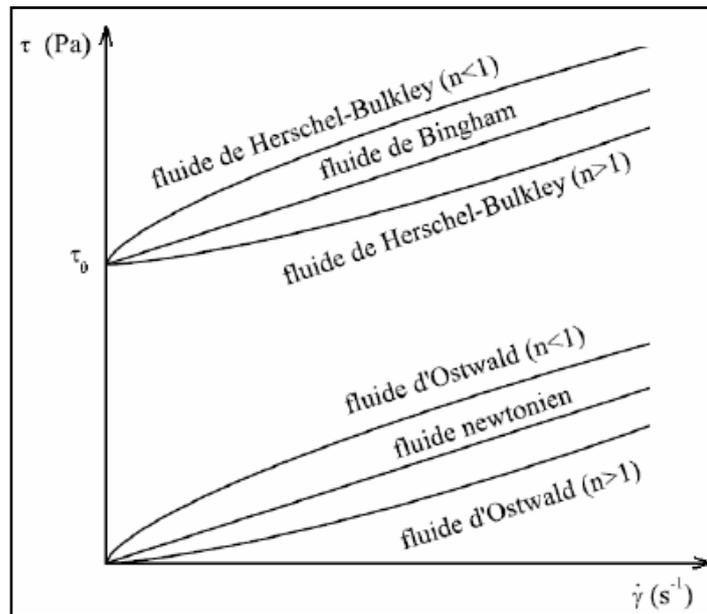


Fig. II.5. Lois de comportement élémentaires [14]

$$\tau = \tau_0 + \eta_{pl} \cdot \dot{\gamma} \quad (II - 5)$$

$$\tau = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (II - 6)$$

Où η_{pl} est la viscosité plastique, k la consistance du fluide et n l'indice d'écoulement. Ces deux modèles permettent de représenter le comportement rhéologique de beaucoup de fluides au delà de la contrainte seuil.

II.4.2.4. Modèle d'Ellis :

Le modèle d'Ellis exprime la viscosité en fonction du taux de cisaillement. Son équation de comportement est plus difficile à utiliser que celle de la loi de puissance, mais elle y est supérieure, car elle prédit un plateau Newtonien à faible cisaillement.

$$\frac{\eta_0}{\eta(\dot{\tau})} = 1 + \left[\frac{\tau}{\tau_{1/2}} \right]^{(\alpha-1)}$$

η_0 : viscosité à cisaillement nul.

$\tau_{1/2}$: taux de cisaillement à $\eta_0/2$.

$\alpha-1$: pente de $\log [\eta_0/2-1]$ versus $\log (\tau/\tau_{1/2})$

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \times \dot{\gamma}$$

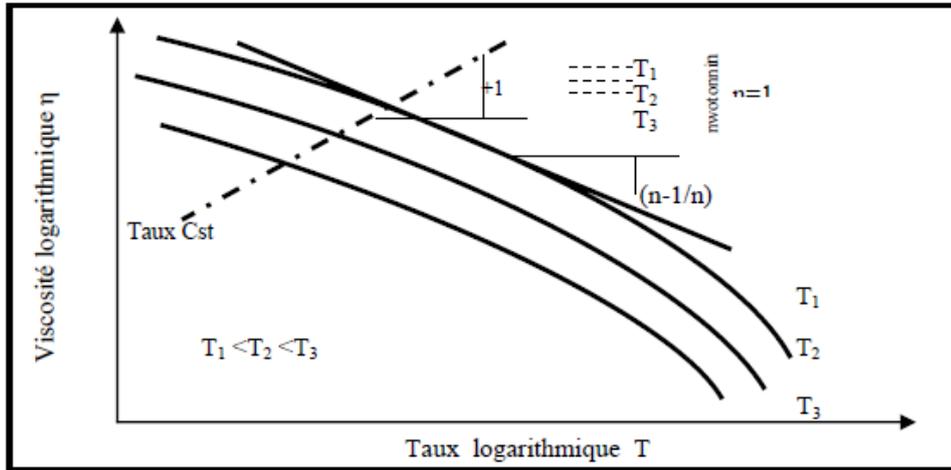


Fig. II.6. Modèle d'Ellis

II.4.2.5. Modèle Benchabane:

Le principe du modèle est de considérer que les indices d'écoulement n et la consistance K ne sont pas des constantes mais varient en fonction de la vitesse de cisaillement [Benchabane et Bekkour (2005)] [14]. Commençons par écrire la variation de la contrainte τ en fonction de la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$ en se basant sur les rhéo-grammes tracés en échelle logarithmique :

$$\tilde{\tau}(\dot{\gamma}) = \ln(\tau - \tau_1) = k_1 + n_1 \cdot \tilde{\gamma} + a \cdot \tilde{\gamma}^2 + b \cdot \tilde{\gamma}^3 \quad (II - 7)$$

Où : τ_1, k_1, n_1, a, b sont des paramètres d'ajustement et $\tilde{\gamma} = \ln(\dot{\gamma})$ que nous détaillerons plus loin. L'équation (III-7) peut s'écrire sous la forme :

$$\tilde{\tau}(\dot{\gamma}) = \ln(K'(\dot{\gamma})) + n'(\dot{\gamma}) \cdot \tilde{\gamma} \quad (II - 8)$$

Ou encore :

$$\tau - \tau_1 = K' \cdot \dot{\gamma}^{n'} \quad (II - 9)$$

Avec : $n' = n'(\dot{\gamma})$, variation de l'indice d'écoulement en fonction de la vitesse de cisaillement [dérivée première de $\tilde{\tau}(\dot{\gamma})$], et $K' = K'(\dot{\gamma})$ variation de la consistance en fonction de la vitesse de cisaillement. On obtient :

$$n'(\dot{\gamma}) = \frac{d\tilde{\tau}}{d\tilde{\gamma}} = n_1 + 2a \cdot \tilde{\gamma} + 3a \cdot \tilde{\gamma}^2 \quad (II - 10)$$

$$K'(\dot{\gamma}) = \exp(\tilde{\tau} - n' \cdot \tilde{\gamma}) = \exp(k_1) \cdot \dot{\gamma}^{(-a \cdot \tilde{\gamma} - 2b \cdot \tilde{\gamma}^2)} \quad (II - 11)$$

$$\tau = \tau_1 + K_1 \cdot \dot{\gamma}^{(n_1 + a \cdot \tilde{\gamma} + b \cdot \tilde{\gamma}^2)} \quad (II - 12)$$

Où $\tilde{\gamma} = \ln(\dot{\gamma})$

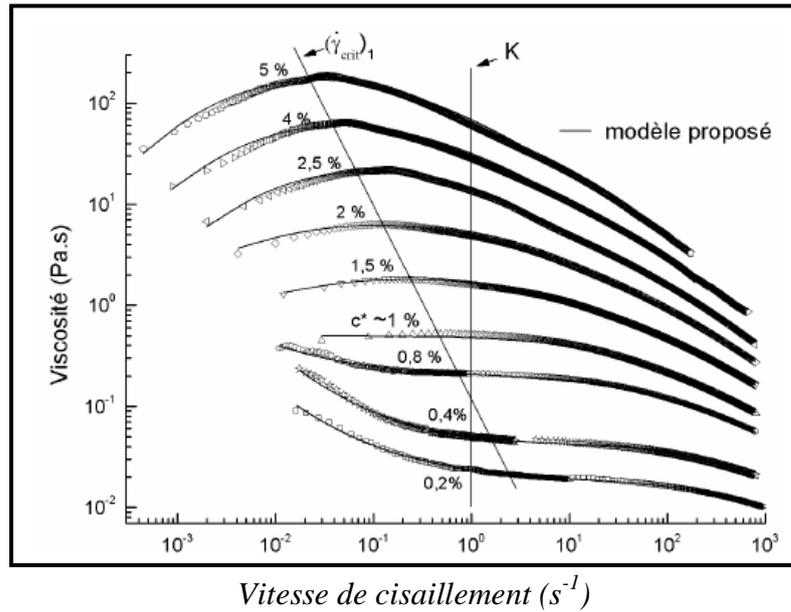


Fig. II.7. Viscosité apparente vs. vitesse de cisaillement corrélée par le modèle de Benchabane [solutions de CMC 0,2–6%] (éq.II.7).

Tableau. II.1. Constantes du modèle (éq. II.7) pour les solutions de CMC (0,2 – 6%).

CMC [%]	τ_1	$\exp(k_1)$	n_1	a	b
0,2	0	0,023	0,86	0,0340	-0,00457
0,4	0	0,050	0,87	0,0379	-0,00580
0,8	0	0,21	0,95	0,0033	-0,00386
1	0	0,52	0,96	-0,0321	-0,00047
1,5	0	1,66	0,89	-0,0360	0,00000
2	0	4,94	0,81	-0,0408	0,00076
2,5	0	13,78	0,68	-0,05173	0,00327
3	0	25,30	0,64	-0,04863	0,00259
4	0	33,12	0,62	-0,04900	0,00336
5	0	66,69	0,55	-0,04138	0,00364
6	0	181,27	0,47	-0,05114	0,00534

- Les constantes n_1 , a et b sont des paramètres qui définissent la variation de l'indice d'écoulement en fonction de la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$.
- τ_1 est la contrainte seuil, c'est la même contrainte seuil donnée par le modèle de Herschel-Bulkley (éq. II.6) lorsque $a=b=0$.
- $K_1 = \exp(k_1)$ est la même consistance obtenue par le modèle de Herschel-Bulkley lorsque $a=b=0$. Dans ce cas, $n'=n_1$ (indice n du modèle de Herschel-Bulkley).
- $K_1 = \exp(k_1) + \tau_1 = K_1 + \tau_1$: est la viscosité du fluide à $\dot{\gamma} = 1 \text{ s}^{-1}$. Comme nous le montrerons plus loin, la valeur de K pourrait être un bon indicateur de l'état de

cohésion entre les composantes du fluide aux faibles vitesses de cisaillement, nous l'appellerons consistance du fluide. Dans le cas des solutions de CMC, la contrainte seuil est nulle $\tau_1 = 0$, la consistance à faible vitesse de cisaillement est donc $K = K_1 = \exp(k_1)$, donnée en [Pa.s].

II.4.3. Modèle Pseudo-plastique thermo-dépendant:

Le modèle pseudo-plastique thermo-dépendant tient compte de la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement et de la température.

Une augmentation de température résulte en une diminution de la viscosité du à l'augmentation de mobilité des chaînes de polymères. En règle générale la viscosité des polymères amorphes est plus sensible aux variations de la température que la viscosité des polymères semi-cristallins.

II.4.3.1. Loi de Williams, Landel et Ferry (WLF) :

[WLF, 1955]

$$\eta = \eta_0(T_{ref}) \exp\left(\frac{-C \cdot (T - T_{ref})}{D + T + T_{ref}}\right) \cdot \dot{\gamma}^{m-1} \quad (II - 13)$$

C et D sont deux paramètres caractéristiques du matériau étudié. En pratique cette loi est applicable entre la température de transition vitreuse T_g et T_g+100 , la loi d'Arrhenius est préférable. Dans la mise en forme des matières plastiques, d'Agassant et al., il est précisé quelques valeurs de C et D :

Tableau II.2. Exemple de paramètres pour la loi WLF [13]

Polymères	T _g (K)	C	D(K)
Polystyrène	373.15	14	50
Polyacétate de vinyle	405.15	16	47
Polyméthacrylate de méthyle	388.15	32	80
Caoutchouc naturel	200.15	17	54
SBR	213.15	20	26

En cas de méconnaissance de ces paramètres C et D, [Bird et al. 1977] suggèrent l'utilisation des valeurs suivantes : C = 17.44 et D = 51.6 K (si la température de référence est prise à T_g).

II.4.3.2. Loi d'Arrhenius :

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{A}{T}} \quad (II - 14)$$

On trouve aussi la formulation équivalente suivante :

$$\eta = \eta_0 \cdot (T_{ref}) \cdot e^{A_{ref} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right)} \quad (II - 15)$$

A représente le rapport de l'énergie d'activation et de R la constante des gaz parfaits. Les températures sont exprimées en K. [Agassant et al., 1996]. Aref correspond la valeur de A pour une température Tref de référence.

A titre d'information, nous reprenons quelques lignes du tableau récapitulatif d'Agassant, qui donne des ordres de grandeur des énergies d'activation pour des polymères fondus :

Tableau II.3. Quelques énergies d'activation pour la loi d'Arrhenius [13]

Polymère	Energie d'activation en kJ/mol à 100 K au dessus de la température de transition vitreuse.
PEHD	24-28
PEBD	61-67
PEBD linéaire	29-32
Polypropylène	36-50
Polystyrène	96

II.4.3.3. Variation de la viscosité en fonction du cisaillement et de la température couplés :

[Bowers, 1986] propose un développement en série entière comme l'équation du Viriel en thermodynamique. [13]

$$\ln(\eta(\dot{\gamma}, T)) = \sum_{i,j} \alpha_{i,j} T^i \cdot (\ln \dot{\gamma})^j \quad (II - 16)$$

- Principe d'équivalence temps-température

L'observation physique montre que les comportements en fonction de la température et de la fréquence de sollicitation sont liés. On observe ainsi que de hautes fréquences de sollicitation amènent à un comportement équivalent à celui observé à basses températures. De même les basses fréquences sont équivalentes à des températures élevées. On résume cette observation par le principe d'équivalence temps-température.

Ce principe peut être utilisé pour la construction d'une courbe « maîtresse » à partir des translations de courbes expérimentales obtenues à différentes températures. Cette courbe maîtresse permet par la suite de déduire la propriété étudiée du polymère pour toute température et toute fréquence de sollicitation, dans les limites de validité du modèle.

[Blair et al. 2002] s'appuyant sur les ouvrages de [Bird et al., 1987] traduit ce principe d'équivalence temps-température par le tracé des courbes d'écoulement (viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$) sous la forme réduite $\frac{\eta}{a_\eta}$ en fonction de $\dot{\gamma}a_T$ en définissant a_η et a_T de la sorte :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_\eta = \frac{\eta_0(T, \rho)}{\eta_0(T_{ref}, \rho_{ref})} \\ a_T = \frac{\eta_0(T, \rho)}{\eta_0(T_{ref}, \rho_{ref})} \frac{T_{ref} \rho_{ref}}{T \rho} = a_\eta \cdot \frac{T_{ref} \rho_{ref}}{T \rho} \end{array} \right.$$

Où l'indice 0 se reporte à un régime newtonien et l'indice ref correspond à une valeur de référence, choisie dans le but de réduire les données.

II.4.3.4. Variation de la viscosité en fonction de la pression :

Sans reprendre tout le raisonnement présenté par [Agassant et al, 1996], nous nous contentons ici de rappeler une loi de piézodépendance.

$$\eta = \eta_0 e^{\chi P}$$

Où χ est le coefficient de piézodépendance.

On rappelle également quelques ordres de grandeur de χ :

Tableau II.4. Exemples de facteur de piézodépendance [13]

Polymère	T (K)	χ en 10^{-8} Pa^{-1}	référence littérature
PVC	453.15	6	Wales (1975)
	463.15	4	
	473.15	3	
PEHD	463.15	2.31	Nakajima et Collins (1974)

II.5. Analyse de la solidification du polymère

- Introduction

Après la phase d'élaboration (création et formulation), un matériau subit une phase de transformation [8], encore appelée mise en œuvre ou mise en forme (en anglais, selon le type de matériau, forming ou processing).

Dans de nombreux cas, la transformation sollicite le matériau à l'état liquide, pâteux ou pulvérulent et lui donne une forme qui peut être figée dans une étape de solidification. Cette forme peut être définitive ou être modifiée par d'autres opérations de transformation, par exemple par déformation plastique à l'état solide.

Les polymères peuvent être mis en œuvre à partir de poudres (revêtement), de solutions ou d'émulsions (peintures, colles et adhésifs, Kevlar), de l'état fondu ou caoutchouteux, et de l'état solide (usinage de pièces mécaniques ou de prothèses articulaires). Compte tenu de l'importance économique des thermoplastiques de grande diffusion (PE, PP, PS, PVC), auxquels on peut ajouter les thermoplastiques techniques (polyamides, par exemple), c'est la mise en œuvre à partir de l'état fondu qui joue un rôle prépondérant. Un certain nombre d'objets (bouteilles, pots de yaourt) sont également produits à partir de l'état caoutchouteux. [15]

La demande des pièces moulées par injection augmente chaque année. Cela vient du fait que le moulage par injection est identifié comme une des techniques de fabrication les plus efficaces économiquement pour produire des pièces en plastique d'une forme précise et complexe. Lors de la phase de refroidissement, les canaux de refroidissement évacuent la chaleur apportée par la matière injectée lors de la phase de remplissage. Cette chaleur transportée par conduction au travers des parois du moule, est évacuée par convection au sein du fluide qui s'écoule dans les canaux. Par conséquent, une conception efficace des canaux de refroidissement peut réduire le temps de refroidissement, et augmenter la productivité.

Par l'effet de refroidissement de pièce moulée on remarque quelque phénomène observable est estimé par de solidification de polymère fondu près à la paroi, et il faut prendre comme des choses qui très importantes dans l'industrie, pour réaliser une pièce aucune défaut autour de lui, on doit déterminer l'épaisseur de fige du polymère fondu près à la paroi de moule, et la relation ou l'influence de l'effet sur les paramètres physique de système étudié.

CHAPITRE III

MODELISATION DU REMPLISSAGE

III.1. Introduction :

La modélisation de l'injection des polymères thermoplastiques au niveau des trois phases est un axe de recherche récent par rapport aux autres procédés de mise en forme des métaux.

De part leurs difficultés intrinsèques, les travaux scientifiques sur les phases de remplissage ont longtemps gardés un caractère de pionnier.

Plusieurs schémas de modélisation des phases de remplissage ont initialement été développés, les premiers travaux théoriques ont été effectués il y a une trentaine d'années, ils sont dans des géométries simples.

Des auteurs supposent généralement que le polymère a un comportement de type, « loi puissance » et ils résolvent à chaque pas de temps et de façon couplée une équation d'équilibre dynamique stationnaire et une équation de bilan thermique instationnaire comme WINTER, GUTFINGER *et* BROYER, WHITE, KAMAL. [16]

En 2000, RONG-YOU CHANG *et* WEN-HSIEN YONG (National Tsing-Hua Université, HSIN-chu TAIWAN 30043-ROC) ont étudié la phase de remplissage d'une

pièce avec la méthode de taux de présence et résolution numérique par la méthode du volume fini [17].

En 2001, *DAVID* Garcia, *GUY* Gourbebaisse et *MICEL* Jourlin ont étudié la phase de remplissage d'une plaque suivant les équations de conservations. [18].

Une étude a été faite par le professeur *AGASSANT* [19], c'est une étude très approfondie pour la modélisation de la phase de remplissage, c'est un cas de moule de disque injection par le centre, par la méthode de mise à plat.

Dans notre pays au niveau de la recherche scientifique, cette recherche est nouvelle elle n'est pas encore répandue, et il y a quelques études concernant cette modélisation qui ont été faites par *CHABANE.F* [22] et *DJOUDI.T* et *DJEMIA.H* [11], et dans ce travail, il a étudié les paramètres thermiques et mécaniques par la méthode numérique (Méthode des Différences finies, Explicite).

En 2002, une étude a été faite par le *MAGNIN.B* [20] et dans ce travail, il a étudié les paramètres dépendant du remplissage du moule, utilisé la méthode Eulérienne-Lagrangienne arbitraire

En 2002, une étude a été faite par le *DJELLAB. M* et *HELLEL.Y* [21]. Ils ont fait une étude sur pièce par la méthode numérique (Méthode des Différences Finies, Méthode de Résolution Explicite).

III.2. Spécificités de la phase du remplissage :

La phase du remplissage du moule est la phase dynamique de transfert de matière dans le moule. Il y a progression du front de matière, dont il faut déterminer à chaque instant la position.

Le temps de remplissage est court, de l'ordre de quelques secondes, et donc les débits d'injection sont élevés, de l'ordre de 100 à 1 000 cm³/s. En combinaison avec la forte viscosité des polymères, la dissipation d'énergie est donc importante, et la température de la matière peut augmenter localement malgré le refroidissement du moule. De plus les pressions sont importantes, de l'ordre de plusieurs dizaines de méga Pascals.

Les polymères étant peu conducteurs de la chaleur, la température à cœur est proche de la température d'injection, tandis qu'à la paroi elle est proche de la température du moule. La viscosité des polymères dépendant fortement de la température, il faut évaluer avec précision les gradients thermiques, et coupler étroitement les calculs mécaniques et thermiques.

III.3. Principales hypothèses :

Le polymère est supposé avoir un comportement purement visqueux. En effet, on peut négliger la composante élastique du comportement si les déformations de cisaillement sont prépondérantes. C'est le cas de nombreuses pièces dont l'épaisseur est assez régulière. Cependant, il existe toujours des régions, souvent localisées, comme les seuils, où les déformations d'élongation sont non négligeables, et où l'approximation purement visqueuse n'est plus licite.

Les données de viscosité sont disponibles pour différents taux de cisaillement et différentes températures, mais il faut les interpoler, et surtout les extrapoler en dehors du domaine de mesure (forts taux de cisaillement). Le plus simple est d'utiliser un lissage en «loi puissance», mais il est préférable d'employer une loi permettant de rendre compte d'un plateau newtonien à bas taux de cisaillement, comme la loi de Carreau ou de Carreau-Yasuda.

La viscosité est supposée indépendante de la pression, mais ceci peut être contestable pour les grandes pièces ou pour des polymères très visqueux.

Les forces de masse et d'inertie sont le plus souvent négligées. Il est à noter que ces dernières pourront jouer un rôle dans certaines situations où l'accélération est importante, par exemple dans un seuil de petite section.

On peut supposer le polymère incompressible. Cela est réaliste dans de nombreuses circonstances, car les niveaux de pression atteints pendant le remplissage ne sont pas trop élevés. Cela devient moins vrai vers la fin de cette phase et à la transition avec la phase de compactage. De plus, on néglige également la variation de masse volumique avec la température.

La conduction de chaleur dans le sens de l'écoulement est négligée devant la convection, ce qui est justifié par la faible conductivité thermique des polymères.

En première approximation, nous considérerons que la conductivité thermique du polymère est indépendante de la pression et de la température.

III.4. Modélisation de la phase du remplissage :

La modélisation de la phase de remplissage doit donner l'état de la matière au cours et à la fin du remplissage.

• **Paramètres d'entrée de la modélisation:**

- La géométrie
- Conditions d'injection (température d'injection, le temps de remplissage ou le débit).
- Caractéristiques de la matière.
- Conditions de refroidissement.

• **Paramètres de sortie de la modélisation:**

- Pression.
- Vitesse.
- Taux de cisaillement.
- Position du front à un instant donné.
- Température.

III.4.1. Formulations Mathématiques :

Le modèle simulant le remplissage s'appuie sur trois principes de la physique des milieux continus :

- La conservation de la masse qui se traduit par l'équation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot u) = 0 \quad (\text{III} - 1)$$

- La conservation de la quantité de mouvement qui se traduit par l'équation de l'équilibre dynamique:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \text{grad}(u) = -\text{grad}(P) + \text{grad}(\eta \text{div}(u)) \quad (\text{III} - 2)$$

- La conservation de l'énergie qui se traduit par l'équation de la chaleur:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \text{grad}(T) = k \cdot \text{grad}(\text{div}(T)) + \dot{\Phi} \quad (\text{III} - 3)$$

La modélisation du remplissage consiste à résoudre numériquement les trois équations précédentes en tenant compte des hypothèses indiquées auparavant. Ainsi cette résolution doit comporter deux parties de calcul :

La première partie : Cette partie consiste à résoudre l'équation de continuité et l'équation de l'équilibre dynamique. Pour déterminer les paramètres mécaniques en tous points de la pièce et à chaque instant (Pression, Vitesse, Taux de cisaillement ...).

La deuxième partie : Dans cette partie, on doit étudier l'échange thermique entre la matière qui coule et le moule froid et pour cela on utilise les méthodes numériques du calcul pour résoudre l'équation de la chaleur (La Méthode des Volumes Finis).

Chaque méthode de calcul numérique donne la température à chaque instant au cours du l'écoulement de la matière suivant l'équation de la conservation de l'énergie.

La modélisation de remplissage se fait avec le couplage des deux parties ; autrement dit les calculs mécaniques et les calculs thermiques sont couplés par le biais de la dépendance de la viscosité avec la température.

III.4.2. Modélisation de l'écoulement dans un moule plaque :

Cette situation d'écoulement est fréquemment rencontrée lorsque l'on injecte en moule. Nous allons d'abord considérer un écoulement en condition isotherme et non isotherme. Et pour cela, on va étudier les trois modèles de viscosité.

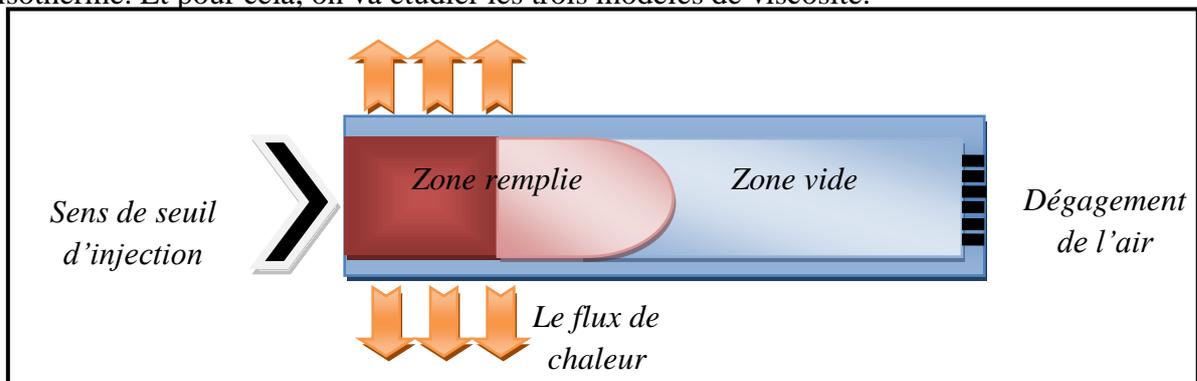


Fig. III.2. Remplissage d'un moule plaque

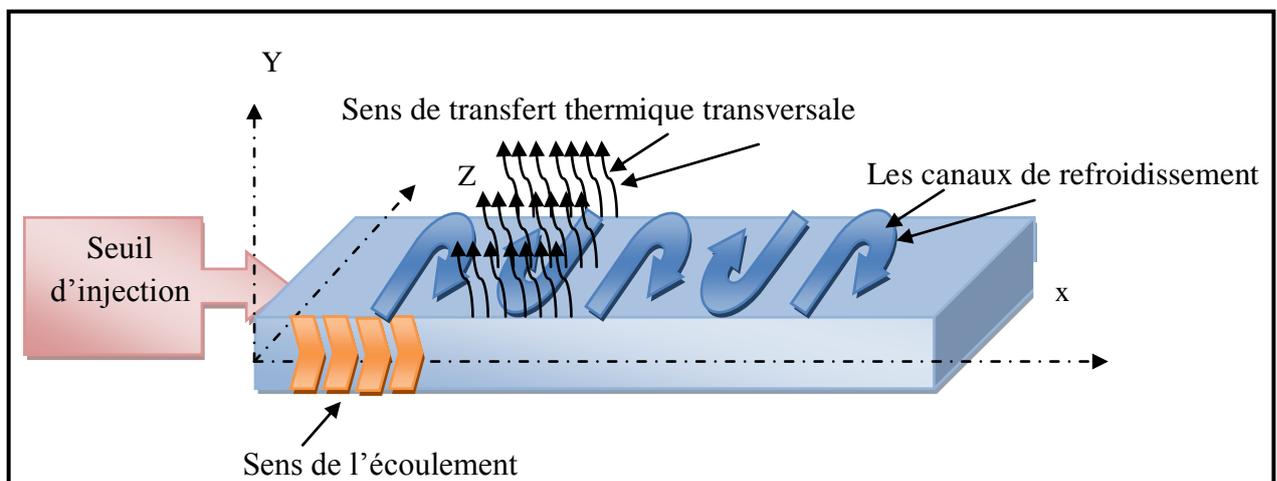


Fig. III.3. Schéma du moule sous forme de plaque

En dehors du voisinage du point d'injection, on pourra supposer que l'écoulement est unidirectionnel (Fig. III.4).



Fig. III.4. Schématisation de sens de l'écoulement du polymère

L'équation de continuité : $v=w=0$ l'écoulement unidirectionnel suivant x

$$\operatorname{div}(u) = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \Rightarrow u = f(y)$$

$$\begin{cases} u = f(y) \\ v = 0 \\ w = 0 \end{cases} \quad (III - 8)$$

III.4.3.1. Modèle pseudo-plastique :

Dans ce cas **Loi Ostwald – de Waele** : Cette loi [Ostwald, 1923], [De Waele, 1923] est également appelée loi puissance et s'écrit traditionnellement sous la forme :

$$\eta = K \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1} \quad (III - 9)$$

On effectue le même type d'hypothèse cinématique que on est le cas newtonien:

- **Le champ de vitesse [23] :**
- **Tenseur de vitesse de déformation :**

$$[\dot{\epsilon}] = \frac{1}{2} \times (\operatorname{grad} \vec{u} + \operatorname{grad}^t \vec{u})$$

$$[\dot{\epsilon}] = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Puisque $v=0$, $w=0$. D'après l'équation de continuité on a $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$; c'est que fait la vitesse en fonction de l'hauteur du moule.

$$[\dot{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le déviateur de contrainte : $[S] = 2\eta[\varepsilon]$

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) & 0 \\ \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

III.4.3.2. Le tenseur des contraintes [22]

$$[\sigma] = -P[I] + [S]$$

P : pression hydrostatique.

$[I]$: matrice identité.

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} -P & K \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1} \frac{\partial u(y)}{\partial y} & 0 \\ K \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1} \frac{\partial u(y)}{\partial y} & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix} \quad (III - 10)$$

Le taux de cisaillement généralisé est alors défini par :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 \times \sum_{i,j} \dot{\varepsilon}_{i,j}^2} \quad (III - 11)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial y}$$

L'équation (III-2) devient comme suite :

$$-\frac{\partial P}{\partial x} + K \times \frac{d}{dy} \left(\frac{du}{dy} \right)^m = 0 \quad (III - 12)$$

$$-\frac{1}{K} \times \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{d}{dy} \left(\frac{du}{dy} \right)^m = C \quad (III - 13)$$

III.4.3.3. Calcul des champs de vitesse dans le moule :

À partir de l'équation (III-13) On trouve :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^m = C \times y + C_1$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = (C \times y + C_1)^{1/m}$$

Les conditions aux limites :

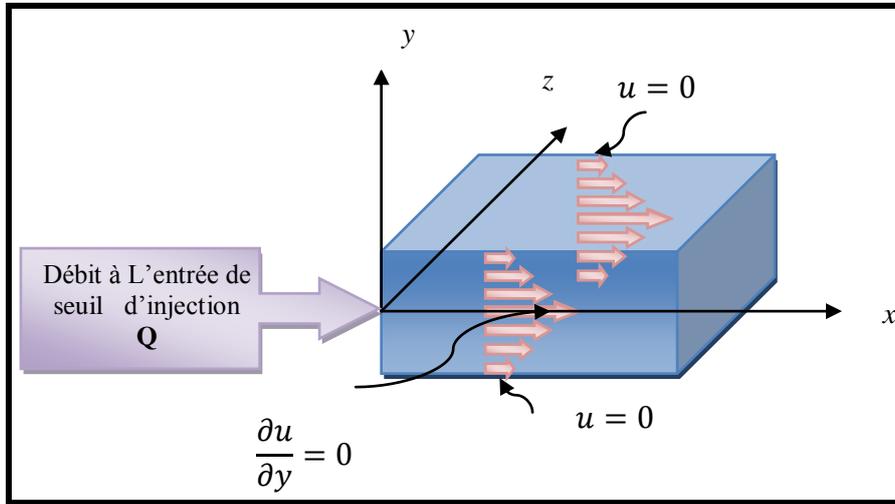


Fig. III.5. Distribution les conditions aux limites autour de système du moule

Les conditions aux limites ; $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ lorsque $y = 0$ le taux de cisaillement est maximale au milieu de la plaque $\Rightarrow C_1 = 0$.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = (C \times y)^{1/m}$$

D'après l'intégration les deux membres de l'équation précédente on obtient la vitesse sous forme suivante :

$$u(y) = \frac{m}{1+m} \times C^{1/m} \times y^{(1+m/m)} + C_2$$

D'après les conditions aux limites choisir à $y=h$ la vitesse est égale à zéro on prend la constante C_2 en prenant la forme suivante :

$$C_2 = -\frac{m}{1+m} \times C^{1/m} \times h^{(1+m/m)}$$

$$u(y) = -\frac{m}{1+m} \times C^{1/m} \times \left(1 - \left(\frac{|y|}{h}\right)^{\frac{1+m}{m}}\right) \times h^{\frac{1+m}{m}} \quad (III - 14)$$

Le débit est calculé par la formule :

$$Q = 2 \times \int_0^h u(y) \times w \times dy \quad (III - 15)$$

Avec w : est représentée la largeur de moule.

$$Q = 2 \times \int_0^h -\frac{m}{1+m} \times C^{1/m} \times \left(1 - \left(\frac{|y|}{h}\right)^{1+m/m}\right) \times h^{\frac{1+m}{m}} \times w \times dy$$

La forme générale de débit volumique s'écrit par :

$$Q = -2 \times \frac{m}{m+1} \times C^{\frac{1}{m}} \times h^{\frac{1+2m}{m}} \times w \quad (III - 16)$$

La vitesse moyenne :

$$u_m = \frac{Q}{h \times w} \quad (III - 17)$$

En remplaçant l'équation (III-16) dans l'équation (III-17) on trouve :

$$u_m = -2 \times \frac{m}{1+2m} \times C^{\frac{1}{m}} \times h^{\frac{1+m}{m}}$$

En tenant compte que le débit est constant, L'expression du champ des vitesses s'écrit :

$$u(y) = \frac{2m+1}{1+m} \times u_m \times \left(1 - \left(\frac{|y|}{h}\right)^{\frac{1+m}{m}}\right) \times h^{\frac{1+m}{m}} \quad (III - 18)$$

III.4.3.4. Calcul de l'évolution de la pression dans le moule :

L'intégration du premier membre de l'équation (III.13) conduit dans ce cas à l'expression suivante de la pression dans le moule:

$$P(x) = C \times K \times (L - x) \quad (III - 19)$$

Avec

$$C = \sqrt[m]{\frac{(2m+1) \times Q}{2m \times h^{\frac{1+2m}{m}} \times w}} \quad (III - 20)$$

L'expression de pression devient :

$$P(x) = \sqrt[m]{\frac{(2m+1) \times Q}{2m \times h^{\frac{1+2m}{m}} \times w}} \times K \times (L - x) \quad (III - 21)$$

L'expression de pression d'injection est écrite par la relation suivante :

$$P_{inj} = \sqrt[m]{\frac{(2m+1) \times Q}{2m \times h^{\frac{1+2m}{m}} \times w}} \times K \times L \quad (III - 22)$$

III.4.3.5. Modèle pseudo-plastique thermo-dépendant:

Le modèle pseudo-plastique thermo-dépendant tient compte de la variation de la viscosité en fonction de la température ainsi que du taux de cisaillement

Pour exprimer cette dépendance on considère que la consistance K dépend de la température:

$$\eta(T, \dot{\gamma}) = K(T) \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1}$$

La consistance du liquide K peut être donnée par différentes formules $K = K(T)$.

III.4.3.6. Le tenseur des contraintes :

D'après l'équation de l'équilibre

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} -P & K(T) \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1} \frac{\partial u(y)}{\partial y} & 0 \\ K(T) \cdot |\dot{\gamma}|^{m-1} \frac{\partial u(y)}{\partial y} & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

En remplaçant la valeur du taux de cisaillement par le gradient de la vitesse on obtient le tenseur de contrainte :

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} -P & K(T) \cdot \left| \frac{\partial u(y)}{\partial y} \right|^{m-1} \frac{\partial u(y)}{\partial y} & 0 \\ K(T) \cdot \left| \frac{\partial u(y)}{\partial y} \right|^{m-1} \frac{\partial u(y)}{\partial y} & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

On obtient le tenseur de contrainte :

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} -P & K(T) \cdot \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m & 0 \\ K(T) \cdot \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

Les équations de l'équilibre dynamique nous conduisent à :

$$\vec{f} + \text{div}[\sigma] = 0$$

f : forces volumiques. (Négligeables devant les forces de viscosité)

D'après l'équation de l'équilibre dynamique, on trouve l'ensemble des équations comme démontre à l'équation (III-23) :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(K(T) \times \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m \right) = 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad (III - 23)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(K(T) \times \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m \right) = F \quad (III - 24)$$

En prenant le deuxième membre de l'équation (III-24) :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(K(T) \times \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m \right) = F$$

D'après l'intégrale de l'équation précédente on trouvera :

$$\left(K(T) \times \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m \right) = F \times y + C_1$$

Pour les valeurs à la symétrie de moule :

$$y = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u(0)}{\partial y} = 0$$

$$\left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m = F \times \frac{y}{K(T)} + C_1$$

$$C_1 = 0$$

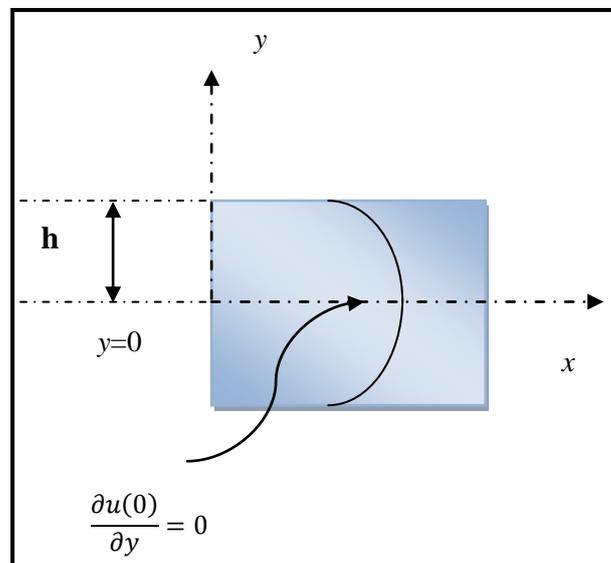


Fig. III.6. Schématisation des conditions aux limites

$$\frac{\partial u(y)}{\partial y} = \left(F \times \frac{y}{K(T)} \right)^{\frac{1}{m}}$$

On intègre l'équation précédente par rapport à y, on obtient l'équation suivante :

$$u(y) = \int_0^y \left(F \times \frac{y}{K(T)} \right)^{\frac{1}{m}} dy \quad \text{en prenant } \psi(T, y) = \frac{y}{K(T)}$$

En remplace dans l'équation de la vitesse on trouve :

$$u(y) = \int_0^y (F \times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \quad (III - 25)$$

La constante F non connaît pas il faut faire recherche comment calcule cette constante il doit calculer le débit volumique de système par que le débit est connu :

$$Q = 2 \times \int_0^h u(y) \times dS \quad (III - 26)$$

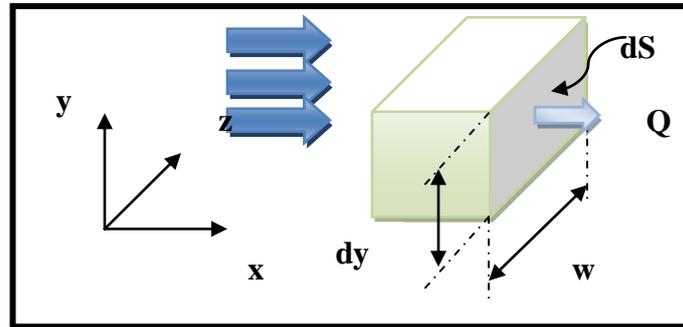


Fig. III.7. Schématisation du débit volumique au cours du remplissage du moule

En remplaçant l'équation (III - 25) dans un l'équation (III - 26) :

$$S = w \times h \quad \Rightarrow \quad dS = w \times dy$$

$$Q = 2 \times \int_0^h \left(\int_0^y (F \times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy$$

L'équation deviendra comme de suite :

$$Q = 2 \times F^{\frac{1}{m}} \times \int_0^h \left(\int_0^y (\psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy \quad (III - 27)$$

En prenant la constante $F^{1/m}$ de l'équation (III-27) :

$$F^{\frac{1}{m}} = \frac{Q}{2 \times \int_0^h \left(\int_0^y (\psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy}$$

$$F = \left(\frac{Q}{2 \times \int_0^h \left(\int_0^y (\psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy} \right)^m \quad (III - 28)$$

En remplaçant F dans l'équation (III-25) on trouve:

$$u(y) = \int_0^y \left(\left(\frac{Q}{2 \times \int_0^h \left(\int_0^y (\psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy} \right)^m \times \psi(T, y) \right)^{\frac{1}{m}} dy \quad (III - 29)$$

III.4.3.7. Calcul de l'évolution de la pression dans le moule [22]:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = F$$

$$P(x) = F \times x + C_3$$

Les conditions aux limites

$$x = L \quad P = 0$$

$$0 = F \times L + C_3$$

$$C_3 = -F \times L$$

$$P(x) = F \times (x - L)$$

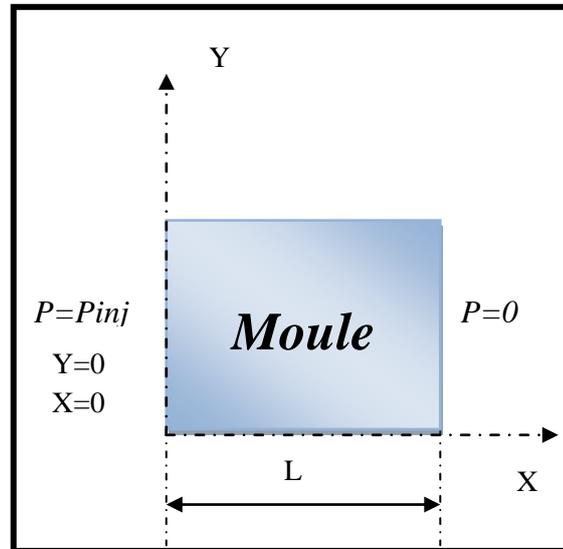


Fig. III.8. Schématisation des conditions aux limites de pression autour du système

$$P(x) = \left(\frac{Q}{2 \times \int_0^h \left(\int_0^y (\psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy} \right)^m \times (L - x) \quad (III - 30)$$

Pression d'injection :

$$Pinj = \left(\frac{Q}{2 \times \int_0^h \left(\int_0^y (\psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times w \times dy} \right)^m \times L \quad (III - 31)$$

III.5. Modélisation de l'écoulement dans un moule sous forme secteur :

La méthode de calcul est la même mais il y a un petit changement à côté de la coordonnée utilisable donc :

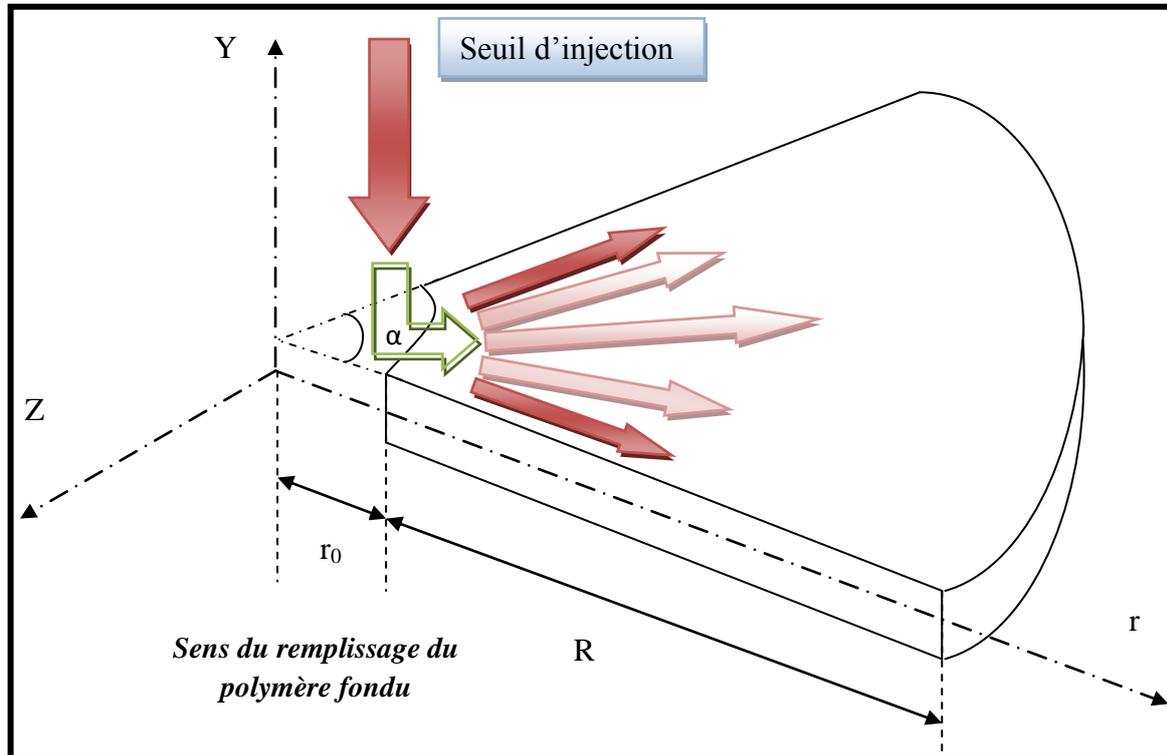


Fig. III.9. Schématisation la forme du moule secteur

III.5.1. Le champ de vitesse :

- L'équation de la continuité :

$$\frac{1}{r} \times \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad v = 0 \quad (\text{III} - 32)$$

L'écoulement suivant la direction r , à cause de la symétrie du moule, la vitesse de remplissage prend la valeur maximum au milieu ou nulle:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Donc :

$$\frac{1}{r} \times \frac{\partial}{\partial r}(ru) = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}(ru) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) = r \frac{\partial u}{\partial r} + u \Rightarrow \frac{\partial u}{u} = -\frac{\partial r}{r}$$

$$\ln(u) = -\ln(r) + \ln(D)$$

$$\ln(u) = \ln\left(\frac{D}{r}\right) \Rightarrow u = \frac{D}{r}$$

Les conditions aux limites :

$$\begin{cases} y = h & u(y = h) = 0 \\ y = 0 & \frac{\partial u(y = 0)}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (III - 33)$$

$$\begin{cases} r = r_0, \quad y = h & u(0, h) = \frac{D}{r_0} \quad \text{tel que } r > 0 \\ r = r_0, \quad y = 0 & \frac{\partial u(r = 0, y = 0)}{\partial r} = -\frac{D}{r_0^2} \quad \text{tel que } r > 0 \end{cases} \quad (III - 34)$$

D'après les deux conditions aux limites utilisées (III-33), (III-34) ; on remarque que la vitesse du remplissage du moule en fonction de y parce que pour toutes les points de longitudinale du moule la constante $D=0$ on implique que la vitesse est dépend seulement à y .

III.5.2. Le tenseur des contraintes :

Ce tenseur reste le même calculé comme de forme plaque mais dans le cas la constante de perte de charge elle a varié suivant la forme de secteur à cause de section de passage varie au cours de remplissage du moule.

On a l'équation de Navier Stocks devient sous forme suivante :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial y} \left(K(T) \times \left(\frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^m \right) = \Delta \quad \text{où } \Delta: \text{constante} \quad (III - 35)$$

Le débit volumique de polymère fondu dans le moule :

$$Q = \int_{-h}^h u \times dS$$

$$dS = \alpha \times r \times dy.$$

$$Q = \int_{-h}^h u(y) \times \alpha \times r \times dy \quad (III - 36)$$

Calcule la vitesse du remplissage du moule de forme secteur :

$$u(y) = \int_0^y (\Delta \times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \quad (III - 37)$$

On doit remplacer l'équation dans

$$Q = \int_{-h}^h \left(\int_0^y (\Delta(r) \times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times \alpha \times r \times dy$$

$$Q = \Delta(r) \times \alpha \times r \times \int_{-h}^h \left(\int_0^y (\times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times dy$$

$$\Delta(r) = \frac{Q}{\alpha \times r \times \int_{-h}^h \left(\int_0^y (\times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times dy} \quad (III - 38)$$

La vitesse devient :

$$u(y) = \int_0^y \left(\frac{Q}{\alpha \times r \times \int_{-h}^h \left(\int_0^y (\times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times dy} \times \psi(T, y) \right)^{\frac{1}{m}} dy \quad (III - 39)$$

La pression devient :

$$P(r) = \Delta(r) \times r + N$$

$$r = R \Rightarrow P = 0$$

$$N = -\Delta(r) \times R$$

$$P(r) = \Delta(r) \times r - \Delta(r) \times R$$

$$P(r) = \Delta(r) \times (r - R)$$

L'équation finale de pression devient :

$$P(r) = \frac{Q}{\alpha \times r \times \int_{-h}^h \left(\int_0^y (\times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times dy} \times (r - R) \quad (III - 40)$$

Pression d'injection :

$$r = r_0, \quad P_{inj} = \frac{Q}{\theta \times r_0 \times \int_{-h}^h \left(\int_0^y (\times \psi(T, y))^{\frac{1}{m}} dy \right) \times dy} \times (r_0 - R)$$

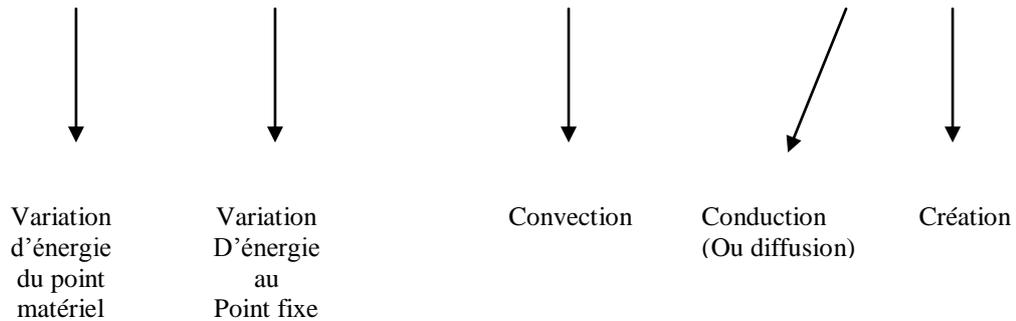
III.6. Échange de chaleur entre la matière plastique et le moule

L'équation de la chaleur dans le moule s'écrit en supposant que la conductivité thermique et la capacité calorifique sont indépendantes de la température.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \text{grad}(T) = k. \text{grad}(\text{div}(T)) + \dot{\Phi} \quad (\text{III} - 41)$$

Le bilan global s'écrit finalement : [14]

$$\rho \times C \times \frac{dT}{dt} = \rho \times C \times \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \times C \times \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_p \Delta T + \dot{\Phi}$$



III.6.1. hypothèses de calcul :

L'écoulement est unidirectionnel suivant x, cela élimine les termes :

$$v \times \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{et} \quad w \times \frac{\partial T}{\partial z}$$

L'échange de la chaleur de la matière plastique avec le moule suivant le sens de l'écoulement, est négligeable par rapport à l'échange dans le sens transversal.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

L'équation (III - 41) devient :

$$\rho \times C \times \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \times C \times \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k_p \Delta T + \dot{\Phi} \quad (\text{III} - 42)$$

Avec les termes de dissipation visqueuse

$$\dot{\Phi} = K \times \dot{\gamma}^{m+1} \text{ pour le cas pseudo - plastique}$$

$$\dot{\Phi} = K(T) \times \dot{\gamma}^{m+1} \text{ pour le cas pseudo - plastique thermo - dépendant}$$

III.6.2. Résolution de l'équation de la chaleur :

Pour résoudre l'équation (III-42) il existe plusieurs méthodes, pour notre étude on a choisi la méthode des volumes finis.

Ce chapitre est consacré à la modélisation numérique du transfert thermique et l'écoulement de polymère fondu dans un moule en utilisant la méthode de volume finis dans les enceintes à géométrie plaque et secteur.

III.7. Principe de la méthode des volumes finis : [24]

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au paragraphe précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit "nœud principal", comme indiqué dans la (Fig. III.11).

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement :

- ❖ La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle ;
- ❖ La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- ❖ Le choix d'un schéma représentant la variation de la quantité physique et l'assemblage des diverses équations ;
- ❖ Le modèle doit être stable et convergent ;

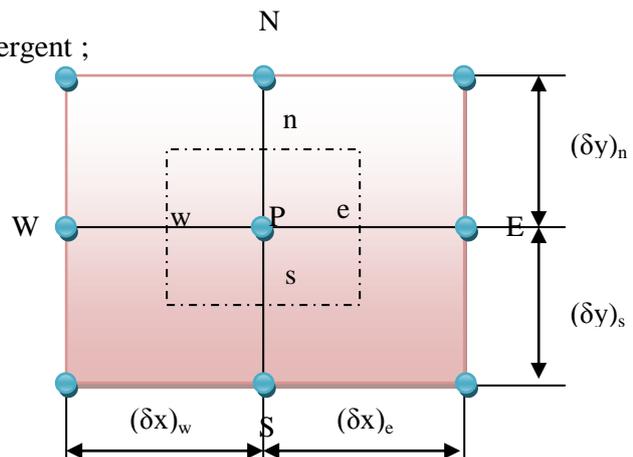


Fig. III.11. Volume de contrôle bidimensionnel

Le volume de contrôle est montré par la (Fig. III.11). Pour un nœud principal P, les points E et W (E = Est, W = Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (N = Nord, S = Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

III.7.1. La discrétisation

Les équations de conservation présentées au paragraphe précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on not Φ la variable étudiée, chacun des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot u_j \Phi) = \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) + S_\Phi \quad (III - 43)$$



Avec :

T : terme transitoire ;

C : terme de convection ;

D : terme de diffusion ;

S : terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable Φ , l'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\Phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x}(\Gamma\Phi) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y}(\Gamma\Phi) \right) + S_\Phi \quad (III - 44)$$

Où Φ est la propriété transportée, Γ indique le coefficient de diffusion et S_Φ le terme source.

L'équation (III-44) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\Phi \quad (III - 45)$$

Avec

$$\begin{cases} J_x = \rho u\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ J_y = \rho v\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{cases} \quad (III - 46)$$

J_x et J_y , sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions x et y .

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (III-44) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle et entre deux temps successifs t et $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dx dy dt \\ & \quad + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt \\ & = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\Phi dx dy dt \end{aligned} \quad (III - 47)$$

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dx dy dt$$

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt$$

$$III = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\Phi dx dy dt$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- ❖ La variable généralisée Φ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- ❖ Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes.
- ❖ Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

III.7.2. Intégration du flux total

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme (II) de l'équation (III-47)) entre t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle est :

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt \quad (III - 48)$$

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy \right] dt \quad (III - 49)$$

$$II = \left[((J_x)_e - (J_x)_w) \int_s^n dy + ((J_y)_n - (J_y)_e) \int_w^e dx \right] \Delta t \quad (III - 50)$$

$$II = (J_x)_e \Delta y \Delta t - (J_x)_w \Delta y \Delta t + (J_y)_n \Delta x \Delta t - (J_y)_e \Delta x \Delta t \quad (III - 51)$$

Si on pose :

$$\begin{aligned} J_e &= (J_x)_e \Delta y & J_n &= (J_y)_n \Delta x \\ J_w &= (J_x)_w \Delta y & J_s &= (J_y)_s \Delta x \end{aligned}$$

Donc l'expression de terme II devient :

$$II = (J_e - J_w + J_n - J_s) \Delta t \quad (III - 52)$$

III.7.3. Intégration du terme source

L'intégration du terme source (terme (III) de l'équation (III - 47)) entre t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle est :

$$\begin{aligned} III &= \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\Phi dx dy dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n \int_w^e S_\Phi dx dy \right] dt \end{aligned} \quad (III - 53)$$

En utilisant la troisième supposition, on peut écrire :

$$\int_t^{t+\Delta t} S_\Phi \int_s^n \int_w^e dx dy dt = \overline{S_\Phi} \Delta V \Delta t \quad (III - 54)$$

Où $\overline{S_\Phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur ce volume, ΔV est le volume du volume de contrôle.

Quand le terme source dépend de la variable dépendante. Cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires.

La linéarisation est l'évaluation de la valeur moyenne $\overline{S_\Phi}$ qui peut être fonction de la variable dépendante, leur valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles valeurs des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\Phi} = S_c + S_p \Phi_p \quad (III - 55)$$

Où S_c est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de Φ_p , S_p est la pente de Φ_p . Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

III.7.4. Discrétisation temporelle

Dans l'équation (III-47) le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre l'instant t et $t + \Delta t$, pour tout le volume de contrôle :

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dt \int_s^n \int_w^e dx dy = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dt \Delta V = (\rho_p^1 \Phi_p^1 - \rho_p^0 \Phi_p^0) \Delta V \quad (III - 56)$$

Les exposants 0 et 1 indiquent les temps t et $t + \Delta t$.

Les autres termes (II) et (III) de l'équation (III-47) font appel à des suppositions dans le cas où Φ_i

($i = E, W, N, S, P$) varie entre l'instant t et $t + \Delta t$. Plusieurs suppositions sont possibles et un grand nombre de celle-ci peut être généralisé par la proposition :

$$\int_t^{t+\Delta t} \Phi_i dt = (f\Phi_i^1 + (1-f)\Phi_i^0) \Delta t \quad (III - 57)$$

Où f est un facteur compris entre 0 et 1.

- Schéma explicite

Dans ce schéma, f prend la valeur 0, cela signifie que lorsqu'on remplace (III-47) dans l'équation de discrétisation, Φ_p^1 est obtenu explicitement en terme de valeurs Φ_i^0 ($i = E, W, N, S$).

On applique donc ce schéma pour calculer Φ_p^1 à partir de Φ_i^0 , et on évalue de la même manière Φ_p^2 à partir de Φ_p^1 ($i = E, W, N, S$) et ainsi de suite. Donc à chaque pas de calcul, tout se passe comme si on reprenait le problème avec, comme condition initiale, la valeur de Φ_p obtenu au pas précédent.

On comprend bien la notion d'évolution du système, le schéma est dit explicite parce que à chaque fois la valeur de Φ_p est calculée directement en fonction de Φ_i ($i = E, W, N, S$) au temps précédent. Le calcul d'après le schéma explicite, est instable et les erreurs s'amplifient rapidement, ce qui rend son utilisation très difficile (Patankar, 1980).

- **Schéma de Cranck-Nicolson**

Pour ce schéma, le facteur f prend la valeur 0.5. On détermine Φ_p^1 en fonction de Φ_i^0 et Φ_i^1 ($i = E, W, N, S$). Ce schéma nécessite aussi le respect d'un critère de stabilité, en plus si Δt est grand, on risque d'obtenir des résultats erronés (Patankar, 1980).

- **Schéma implicite**

Pour ce schéma, le coefficient f prend une valeur égale à l'unité. On remarque, que la valeur Φ_p^1 ne peut plus être calculée directement, le schéma est dit alors, implicite. Les coefficients de l'équation de discrétisation sont toujours positifs, il faut remarquer que ce schéma implicite est inconditionnellement stable, de plus il donne des résultats satisfaisants.

III.7.5. Discrétisation spatiale

Discrétiser une équation différentielle aux dérivées partielles revient à remplacer l'information continue exacte, contenue dans cette équation par une information discrète contenue dans une équation algébrique.

L'approximation de la variable généralisée Φ aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration.

La forme stationnaire de l'équation (III-47) est :

$$(J_e - J_w + J_n - J_s) = (S_c + S_p \Phi_p) \Delta x \Delta y \quad (III - 58)$$

Où $j_i = i$ (e, w, n, s) est le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et diffusif. Par exemple :

$$J_e = \left(\rho u \Phi - \Gamma \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \right)_e \quad (III - 59)$$

On peut utiliser les schémas suivants :

- **Schéma aux différences centrées (CDS)**

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable Φ entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces e, w, n, s se trouvent au milieu des nœuds E, W, N, S respectivement, les termes convectifs des variables généralisées Φ se présentent par une interpolation comme suit :

$$\begin{cases} \Phi_e = \frac{1}{2}(\Phi_E + \Phi_P) \\ \Phi_w = \frac{1}{2}(\Phi_P + \Phi_W) \\ \Phi_n = \frac{1}{2}(\Phi_N + \Phi_P) \\ \Phi_s = \frac{1}{2}(\Phi_P + \Phi_S) \end{cases} \quad (III - 60)$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Gamma_e \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e = \Gamma_e \frac{\Phi_E - \Phi_P}{(\delta x)_e} \\ \Gamma_w \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w = \Gamma_w \frac{\Phi_P - \Phi_W}{(\delta x)_w} \\ \Gamma_n \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_n = \Gamma_n \frac{\Phi_N - \Phi_P}{(\delta x)_n} \\ \Gamma_s \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_s = \Gamma_s \frac{\Phi_P - \Phi_S}{(\delta x)_s} \end{cases} \quad (III - 61)$$

Remplaçons les formules (III-60) et (III-61) dans l'équation (III-58), on obtient :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (III - 62)$$

Où :

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_w - \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_s - \frac{F_s}{2} \end{cases} \quad (III - 63)$$

$b = S_c \Delta V$, $D_i = \frac{\Gamma}{\delta x_i}$ est la conductance de la diffusion toujours positif et $F_i = \rho u_i$ la force de convection peut être, positif ou négatif, selon le sens de l'écoulement.

Les coefficients de discrétisation a_i ($i=E, W, N, S$) rassemblant les flux convectifs et diffusifs.

Les coefficients $i a$ doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base pour la méthode des volumes finis), mais la relation (III-63), peut créer des coefficients négatifs.

Les coefficients de l'équation (III-63) écrits en terme du nombre de Peclet P_e sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{P_{ee}}{2}\right) \\ a_W = D_w \left(1 - \frac{P_{ew}}{2}\right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{P_{en}}{2}\right) \\ a_S = D_s \left(1 - \frac{P_{es}}{2}\right) \end{cases} \quad (III - 64)$$

Avec

$$P_{ei} = \frac{C_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i) \delta}{\Gamma} \quad (III - 65)$$

Pour que ces coefficients soient positifs, le nombre P_e doit être dans l'intervalle $[-2, 2]$ et $S_p \leq 0$. L'application de ce schéma n'est avantageuse que si $P_e \leq 2$, ceci est réalisé pour des maillages fins.

- Schéma Upwind (UPS)

Dans ce schéma, la valeur de la variable Φ à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective. Si on considère la fig.III.12 on voit que ce schéma assigne directement Φ_i ($i = e, w, n, s$), par exemple :

$$\begin{cases} \Phi_e = \Phi_P & \text{Si } F_e \geq 0 \\ \Phi_e = \Phi_E & \text{Si } F_e \leq 0 \end{cases} \quad (III - 66)$$

Les valeurs de Φ_w , Φ_n et Φ_s sont exprimées de la même façon. Cette condition peut être exprimée par l'opérateur :

$$\|A, B\| = \max(A, B) \quad (III - 67)$$

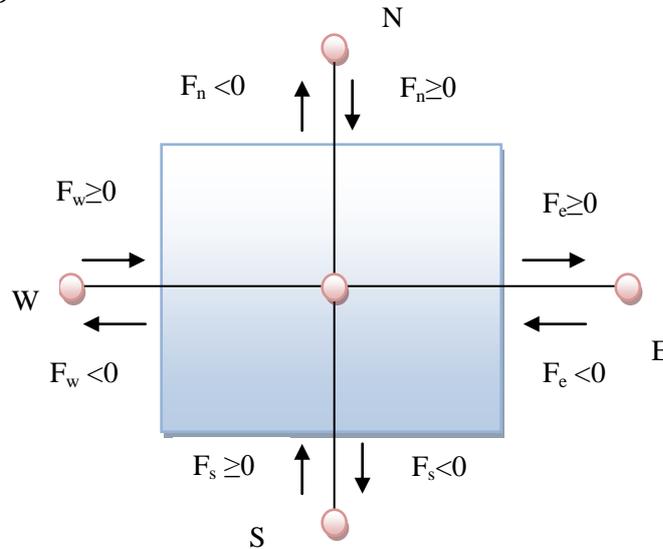


Fig. III.12 volume de contrôle

Le schéma Upwind s'écrit donc :

$$\begin{cases} F_e \Phi_e = \Phi_P \|F_e, 0\| - \Phi_E \|F_e, 0\| \\ F_w \Phi_w = \Phi_W \|F_w, 0\| - \Phi_P \|F_w, 0\| \\ F_n \Phi_n = \Phi_P \|F_n, 0\| - \Phi_N \|F_n, 0\| \\ F_s \Phi_s = \Phi_S \|F_s, 0\| - \Phi_P \|F_s, 0\| \end{cases} \quad (III - 62)$$

En substituant les expressions (III-62) dans l'équation (III-52), l'équation de discrétisation devient :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V; b = S_C \Delta V$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e + \|F_e, 0\| \\ a_W = D_w + \|F_w, 0\| \\ a_N = D_n + \|F_n, 0\| \\ a_S = D_s + \|F_s, 0\| \end{cases} \quad (III - 63)$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait que ce schéma est inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel.

- Schéma Hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spalding (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind). En appliquant ce schéma, la variable généralisée Φ aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \Phi_e = \alpha_e \Phi_P + (1 - \alpha_e) \Phi_E \\ \Phi_w = \alpha_w \Phi_W + (1 - \alpha_w) \Phi_P \\ \Phi_n = \alpha_n \Phi_P + (1 - \alpha_n) \Phi_N \\ \Phi_s = \alpha_s \Phi_S + (1 - \alpha_s) \Phi_P \end{cases}$$

Où les coefficients $\alpha_i (i = e, w, n, s)$ sont définis par :

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } P_e < -2 \rightarrow \text{Schéma Upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |P_e| \leq 2 \rightarrow \text{Schéma centré} \\ 1 & \text{si } P_e > 2 \rightarrow \text{Schéma Upwind} \end{cases}$$

En substituant les valeurs prises par la variable Φ à l'équation (3.16), on aura :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b$$

$$a_P = a_P + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V; b = S_C \Delta V$$

Avec

$$\begin{cases} a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| F_e, D_w - \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \end{cases}$$

d) Schéma à loi de puissance (PLDS)

On remarque que pour $P_e = \pm 2$ l'erreur est maximale, aussi il n'est pas exacte de mettre la diffusion égale à zéro pour $|P_e| < \pm 2$. Une bonne approximation polynomiale de la solution exacte est donnée par le schéma PLDS (Power law Differencing Scheme) développé par Patankar (1980), qui s'écrit pour le coefficient a_e comme suit :

$$\begin{cases} a_E = -P_{ee} D_e & \text{si } P_{ee} < -10 \\ a_E = ((1 + 0.1P_{ee})^5 - P_{ee}) D_e & \text{si } -10 < P_{ee} \leq 0 \\ a_E = (1 + 0.1P_{ee})^5 D_e & \text{si } 0 \leq P_{ee} \leq 10 \\ \frac{a_E}{D_e} = 0 & \text{si } P_{ee} > 10 \end{cases}$$

Appliqué à notre cas, l'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$\begin{aligned} a_P \Phi_P &= a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \\ a_P &= a_P + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V; \quad b = S_C \Delta V \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left\| 0, (1 - 0,1 \cdot |P_e|)^5 \right\| + \left\| 0, F_e \right\| \\ a_W = D_w \left\| 0, (1 - 0,1 \cdot |P_w|)^5 \right\| + \left\| 0, F_w \right\| \\ a_N = D_n \left\| 0, (1 - 0,1 \cdot |P_n|)^5 \right\| + \left\| 0, F_n \right\| \\ a_S = D_s \left\| 0, (1 - 0,1 \cdot |P_s|)^5 \right\| + \left\| 0, F_s \right\| \end{cases}$$

On peut distinguer que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe comme suit :

- Schéma centré : par les valeurs $|P_e| \leq 2$
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombres de Peclet,
- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque $P_e = 0$
- Schéma PLDS : stable et donne une bonne approximation de la solution exacte.

III.8. Méthodologie de la modélisation du remplissage : [25]

Pour résoudre l'équation de la chaleur à l'instant $[t+\Delta t]$ il faut distinguer :

- Une zone 1, dans laquelle il y avait de la matière à l'instant t , l'équation de la chaleur précédent est résolu par une méthode numérique (différences finis, volumes finis).

- Une zone 2, qui va être remplie entre t et $[t+\Delta t]$, dont la température est initialisée avec la température de mélange calculée avec les derniers nœuds de la zone 1; elle s'écrit :

$$T_{\text{mélange}} = \frac{\int_{-h}^{+h} u(i, j) \cdot T(i, j) \cdot dy}{\int_{-h}^{+h} u(i, j) \cdot dy} \quad (\text{III} - 64)$$

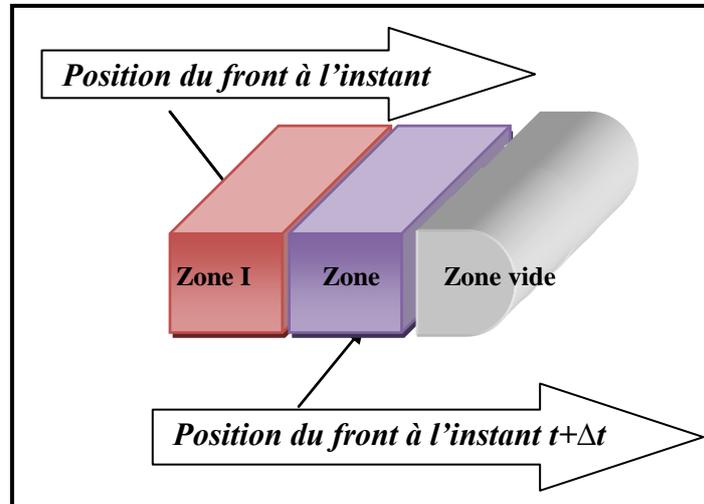


Fig. III.13 Schématisation de l'écoulement instationnaire

Pour cette étude on utilise le modèle pseudo-plastique thermo-dépendant :

La difficulté provient du fait que les équations d'équilibre dynamique ne peuvent plus être résolues comme dans le cas pseudo-plastique thermo-dépendant car la viscosité dépend de la température.

On ne peut donc plus séparer le calcul des équations mécaniques et celles thermiques. Ils sont couplés par la viscosité.

Nous utilisons une méthode itérative en fonction du nombre des divisions de moule dans le sens d'écoulement

- **Les conditions aux limites :**

La résolution de l'équation de la chaleur nécessite la prise en compte des conditions aux limites montrées à la figure (III.14).

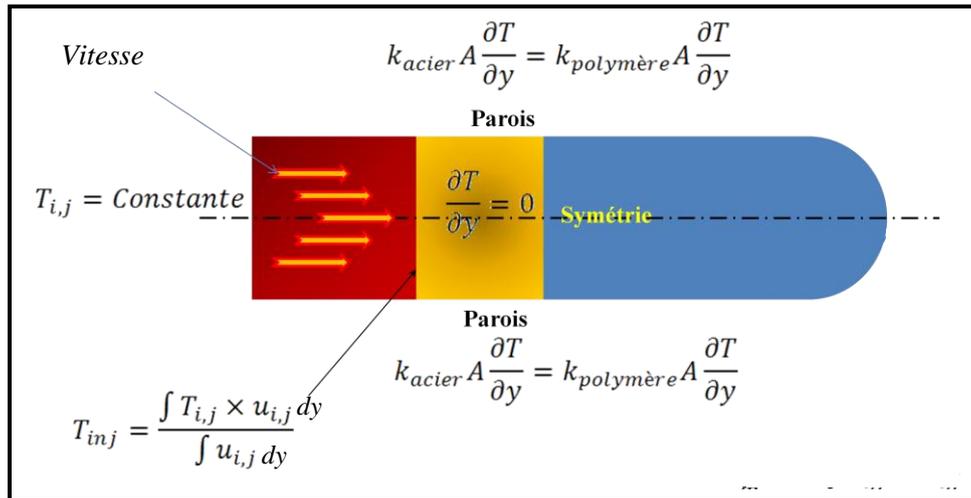


Fig. III.14. Schématisation des conditions aux limites

- **Près de la paroi du moule:**

Pour ce genre de nœuds, on va supposer que le flux absorbé par le fluide du refroidissement est égal au flux dégagé par la matière plastique, fig. (III.15).

L'équation du flux :

Les flux de chaleur à travers l'acier sont représentés par les relations suivantes :

$$Q = h.A.\Delta T = -K_{ac} \cdot (dT / dy) = -K_{poly} \cdot (dT / dy).$$

- **A l'entrée de moule :**

Au seuil de l'injection où la température est fixée à la valeur $T=T_{inj}$, considérée comme la condition aux limites du système étudié.

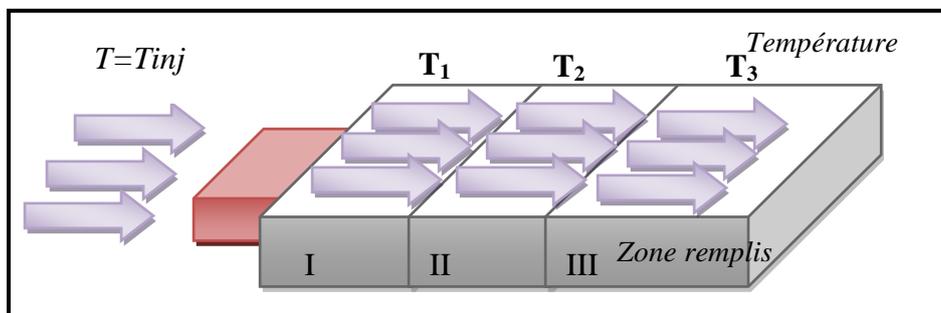


Fig. III.16. Injection du polymère au seuil d'injection du moule à température constante

Pour la détermination de la température à chaque zone d'injection en utilisant la relation (III.64), elle aide beaucoup le démarrage du programme parce qu'à chaque fois

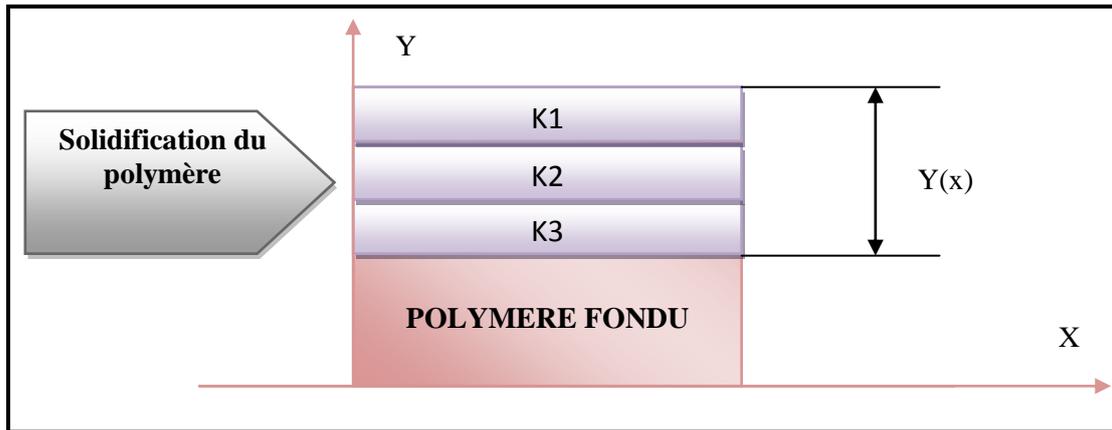


Fig. III.18. Position des couches de solidification du polymère fondu dans le moule

CHAPITRE IV

PROGRAMMATION

IV.1. Introduction:

Le but essentiel de notre travail est la simulation des phénomènes thermomécaniques au cours de la phase de remplissage. Cette simulation permet de donner l'état de la matière pendant et à la fin de cette phase.

Le programme est effectué dans l'environnement MATLAB R2007a. Ce choix a été favorisé parce qu'il possède les meilleures fonctionnalités adaptées à notre modélisation.

IV.2. Organisation générale du programme :

Notre programme peut être représenté par quatre blocs :

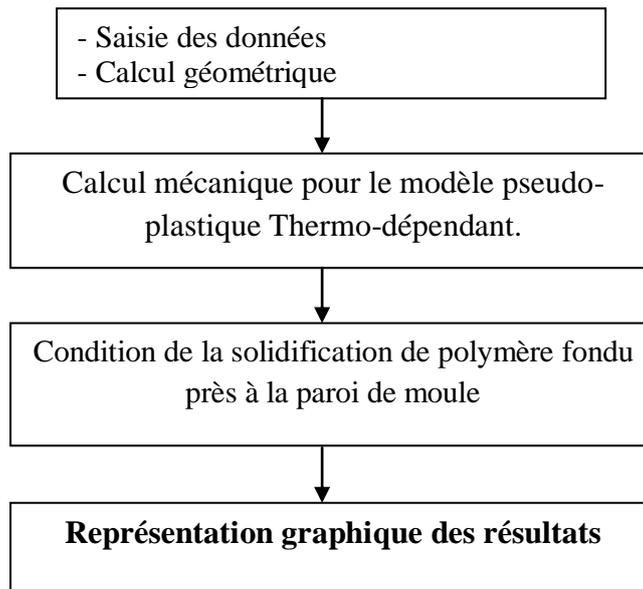


Fig. IV.1 Organigramme global du programme

IV.3. L'organigramme détaillé du programme :

Le calcul suit la démarche suivante :

- partage du moule en plusieurs zones de remplissage.
- Réaliser le démarrage de programme par le calcul de champs des vitesses, c'est les premières conditions de lancement de programme.
- calcul des champs de températures convectif suivant les conditions aux limites à choisir.
- Correction de champs de vitesse, à cause de température de mélange qui représente isotherme de système qu'il va marcher suivant le, d'après les résultats de champs de température est sorti on doit utiliser toutes les valeurs de lui dans formule de vitesse.
- Calcul de l'épaisseur du polymère figé en contact avec le moule par la prise en compte de température de figeage.
- Plus que des problèmes qui c'est posé, on a une autre action de programme c'est côté de solidification du polymère près à la paroi du moule, il ça marche par triage de champs de matrice de température par ce qu'elle est touchée la condition de choisir de température de fige du polymère, on doit utiliser sous

programme qui est trié de position dimensionnel pour déterminer l'épaisseur de fige du polymère juste près à haut hauteur vers à bas jusqu'à remplissage totale du moule.

- Edition et représentation des résultats numérique.

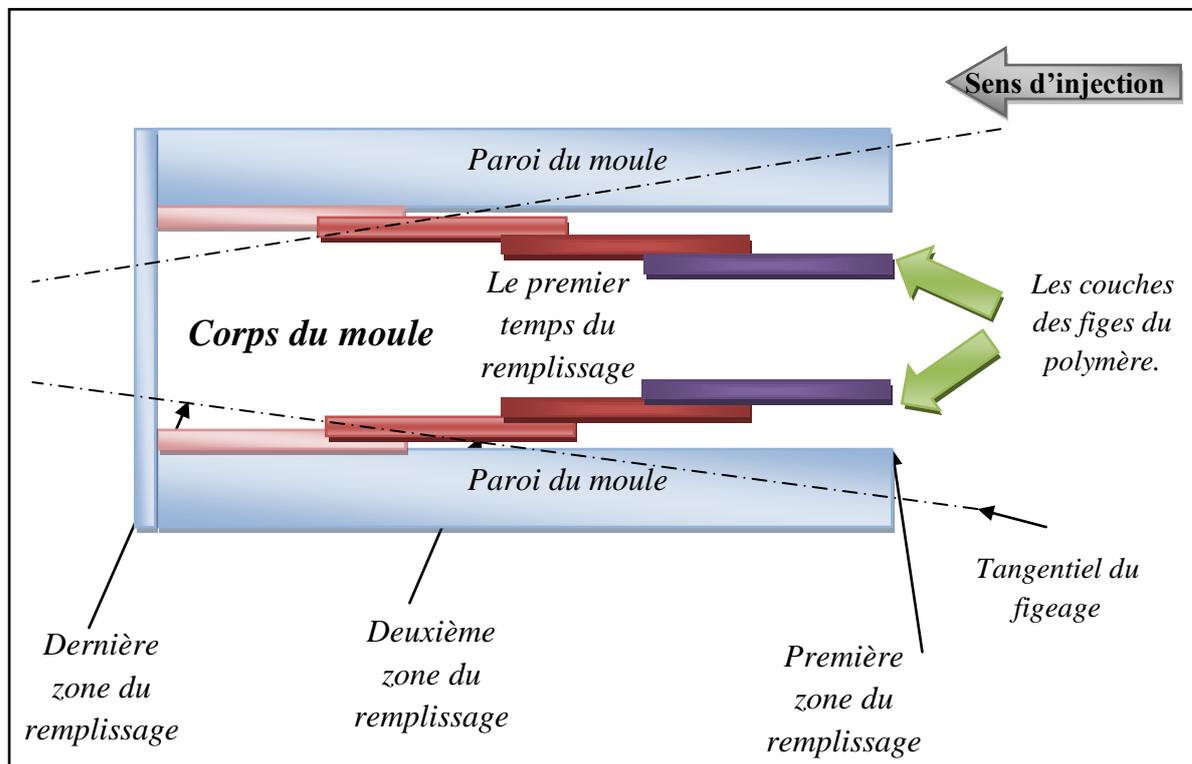


Fig. IV.2. Schématisation sens de fige du polymère fondu dans un empreinte du moule

Dans notre étude de solidification du polymère fondu on prend en compte l'effet de refroidissement du polymère lors de temps de remplissage du moule, parce qu'elle est influée sur les paramètres obtenus par le contact, température, vitesse, pression et taux de cisaillement car ces derniers il dépendant de l'épaisseur du moule.

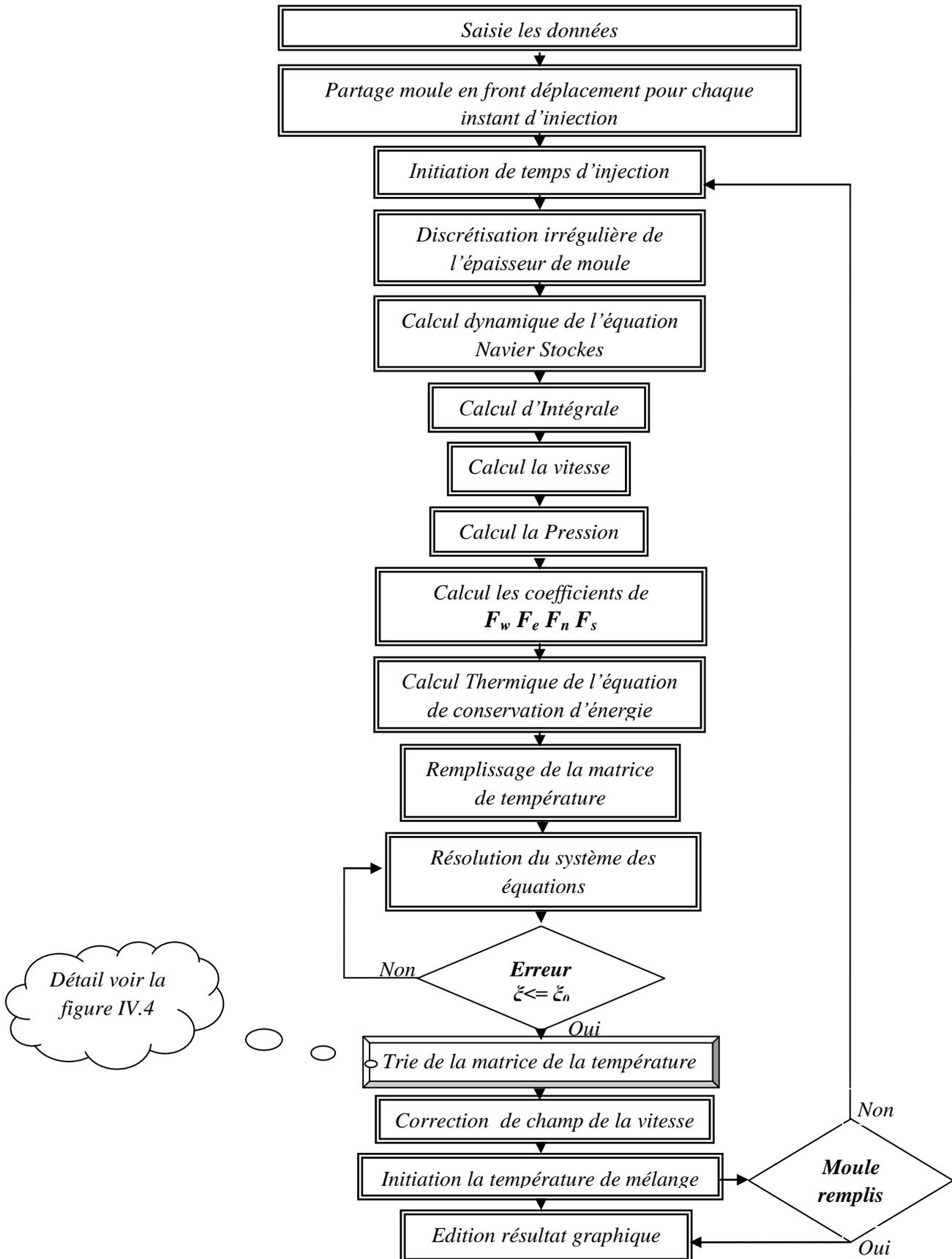


Fig. IV.3. Organigramme de programme

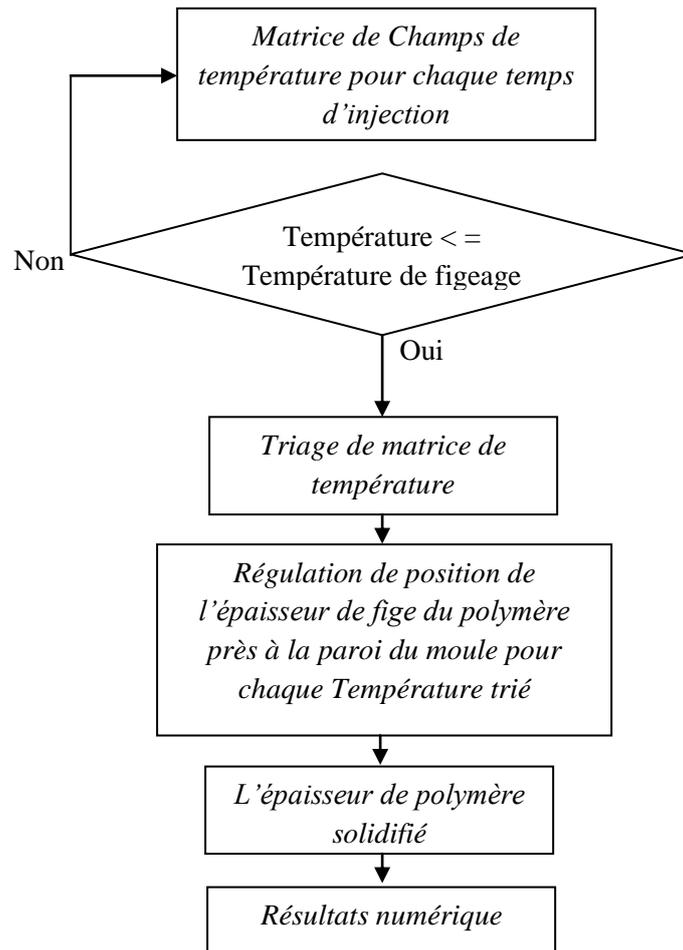


Fig.IV.4. Triage de matrice de température

- **Initialisation température :**

On initialise la température jusqu'au front de la matière de la zone 1 jusqu'à dernière zone du remplissage du moule comme montre à la (Fig. III.13).

La température de cette zone est égale à la température d'injection lors du démarrage du programme.

Calcul de la viscosité d'après de la loi de puissance :

Le calcul mécanique :

- Calcul de champ de vitesse par l'équation (III-29).
- Calcul pression d'injection par l'équation (III-30).
- Calcul la pression dans le moule par l'équation (III-31)
- Calcul du taux de cisaillement par l'équation $\dot{\gamma} = \sqrt{2 \times \sum_{i,j} \dot{\epsilon}_{i,j}^2}$

Calcul de l'échange thermique dans toutes les zones partagées par la méthode de volume finis:

Calcul de la température au niveau du front par le calcul d'échange thermique. Ce qui nous permet de recalculer la température de mélange.

- Calcul de la viscosité.
- Le calcul mécanique :
 - Calcul du champ de vitesse par l'équation (III-29)
 - Calcul du taux de cisaillement par l'équation précédente.
 - Calcul de la pression d'injection par l'équation (III-31)
 - Calcul de la pression dans le moule par l'équation (III.30)
- Quand la matière coule et le moule n'est pas encore rempli on initialise la température de la zone suivante par la température de mélange dernièrement calculée.
- Quand le moule sera rempli, on sort du boucle suivi de l'édition des résultats.
- Exécution du programme des sorties graphiques.

IV.4. Données et résultats du programme:

IV.4.1. Données :

- Pour l'organigramme fig.41, on doit saisir les données suivantes :

.Géométrie :

Plaque :

- L : longueur de la plaque [m]
- h : hauteur de la plaque

Secteur :

- r_o : le rayon intérieur [m] h : hauteur [m]
- R : le rayon extérieur [m] α : l'angle [°]

.Maillage : Figure (IV.5)

- l : nombre de domaines dans le sens d'écoulement
- n : nombre de nœuds suivant x par domaine
- M : nombre de nœud suivant y où $y=y_1+y_2$ respectivement $M=M_1+M_2$

Pour y_1 on a un maillage spécifique et très fin (M_1 nombre de nœuds) de valeur près à la paroi avec nombre de nœud différent par contre y_2 nombre des nœuds prend normalisé (M_2 nombre de nœuds).

.Caractéristiques de la matière plastique :

- La conductivité thermique : K_p [$W/m^{\circ}C$]
- Capacité calorifique : $C_c = \rho.c$ [$J/m^{\circ}C$].
- La viscosité :

Pour le cas de la loi de puissance on a :

- A, B, C : constantes du matériau.

Pour le cas de la loi d'Arrhenius

- η , λ , b, m, Tréf, E/R.
- T_{figeage} : température du figeage.

Le moule (acier) :

- e : Distance entre le canal de refroidissement et la paroi de contact[m].
- K_{ac} : conductivité thermique de l'acier [$W/m^{\circ}C$].

Conditions d'injection :

- T_{inj} : Température d'injection [$^{\circ}C$].
- T_{ref} : Température de refroidissement [$^{\circ}C$].
- t : Temps de remplissage [s].

IV.4.2.Résultats :

L'exécution de l'organigramme va nous donner les résultats suivants :

- Les valeurs de la température dans les différents nœuds du maillage.
- Les valeurs de la viscosité dans les différents nœuds du maillage
- Les valeurs de la pression d'injection
- Les valeurs du taux de cisaillement les différents nœuds du maillage
- Les valeurs de champ de vitesse les différents nœuds du maillage
- Les valeurs de la pression dans différents nœuds du maillage.
- Les valeurs de l'épaisseur figée du polymère au cours du remplissage.

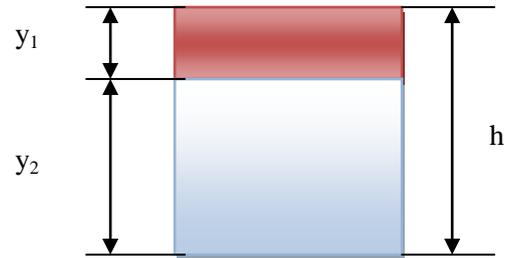


Fig. IV.5. Partage de l'épaisseur du moule

IV. 5. Etude de cas d'application :

Dans ce chapitre, on va étudier deux cas :

- Cas de la plaque.
- Cas de secteur.

IV.5.1. Données

a- géométrique :

- Secteur :

On a pris un secteur qui a les dimensions suivantes :

r_o : rayon intérieur. $r_o = 0.01$ [m]

R : rayon total. $R = 0.2$ [m]

α : angle. $\alpha = 30^\circ$

h : hauteur. $h = 0.005$ [m]

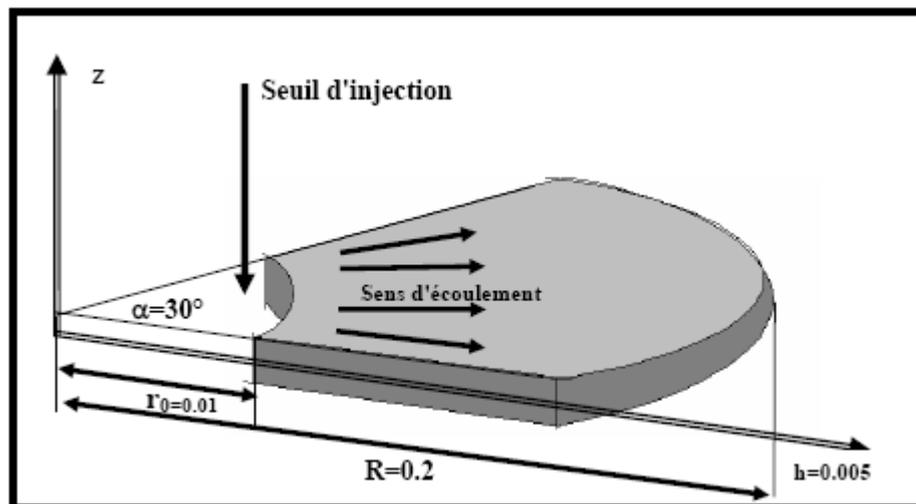


Fig. IV.6. Représentation d'un secteur

- Plaque :

On a pris une plaque qui à les dimensions suivantes :

L : longueur de plaque. $L = 0.2$ [m]

w : Largeur de plaque. $w = 0.05$ [m]

h : hauteur. $h = 0.04$ [m]

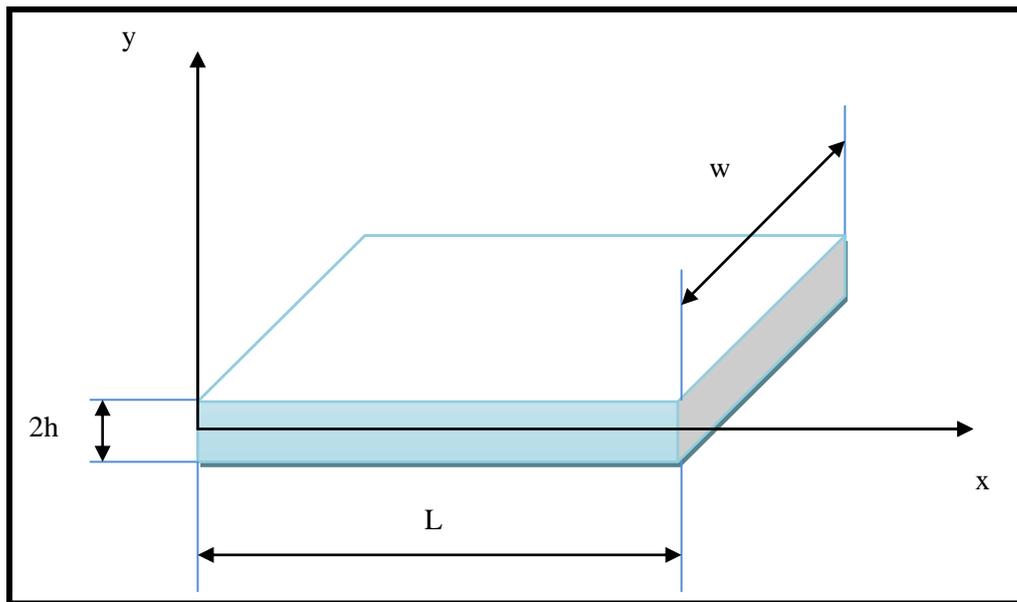


Fig. IV.7. Représentation de forme du moule Plaque

b- Maillage :

On a divisé le rayon en quatre domaines dans le sens de l'écoulement soit :

La longueur d'un domaine

$L1=(R-ro)/4$ pour le secteur

$L1=L/4$; pour la plaque.

Le maillage est composé de N_x nœuds suivant le sens d'écoulement et N_y nœuds dans le sens transversal

$\Delta x = L1 / (N_x - 1)$ et $\Delta y1 = y1 / (N_{y1} - 1)$ et $\Delta y2 = y2 / (N_{y2} - 1)$

Cette discrétisation est représentée par la figure IV.8

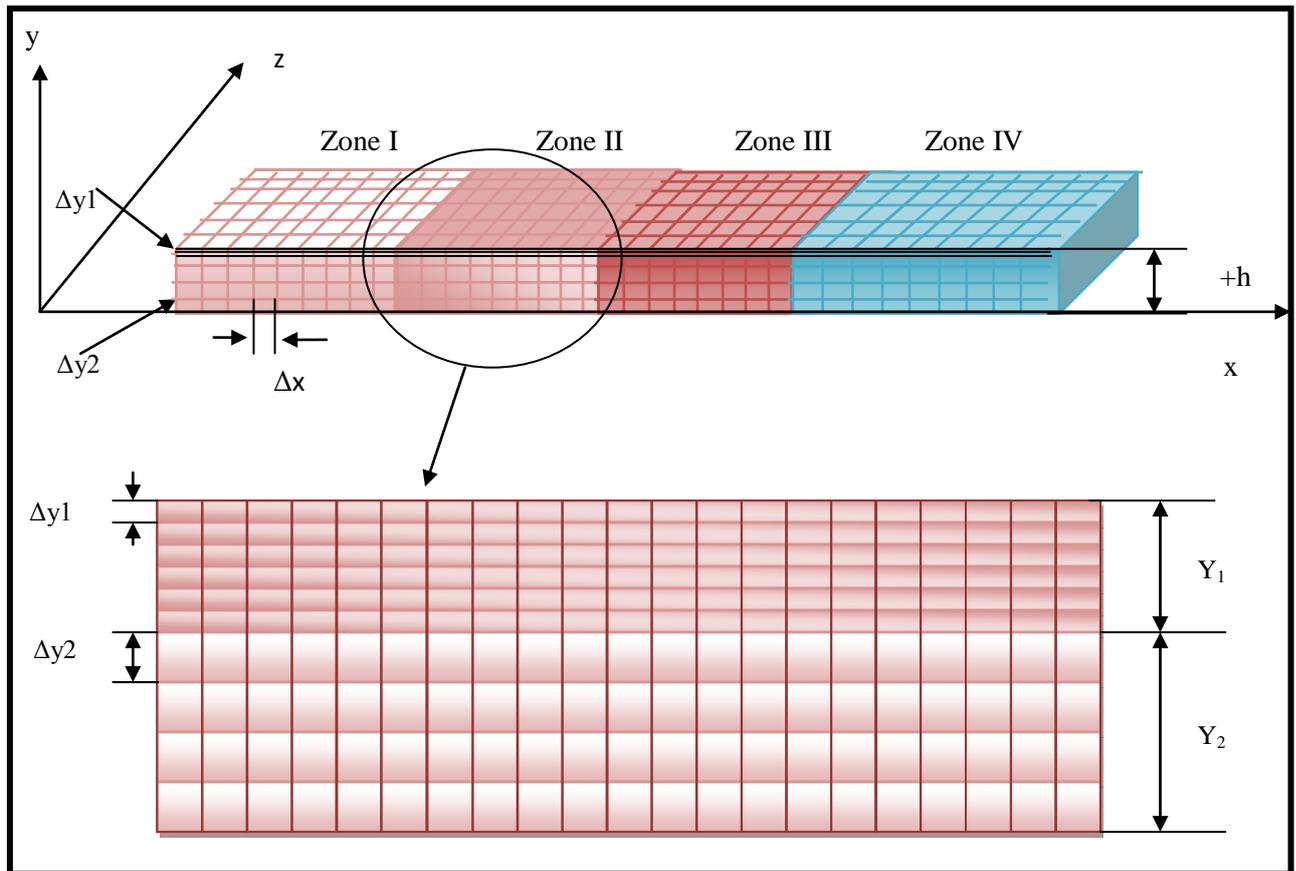


Fig. IV.8. Maillage de la moitié supérieure pour les deux cas

c- Matériau :

Le matériau choisi pour cette modélisation est le : **polypropylène**, les caractéristiques de ce matériau sont [26] :

La viscosité :

- Pour le modèle pseudo-plastique thermo-dépendant η est donnée par : loi de puissance

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = A \times \exp(C \times T) \times \dot{\gamma}^B$$

Avec

$$A=43350$$

$$B=-0.61971$$

$$C=-0.0088522$$

Pour la loi d'Arrhenius

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = \eta_{T_{réf}} \times \exp \left[\frac{E}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{réf}} \right) \right]$$

Avec

$T_{réf}$: est donne par la **loi de Carreau-Yasuda**

$$\eta_{T_{réf}}(\dot{\gamma}) = \eta_0 \times (1 + (\dot{\gamma})^b)^{m-1/b}$$

$$0\eta = 4\,000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\lambda = 0,008 \text{ s}$$

$$b = 0,25$$

$$m = 0,026$$

$$T_{réf} = 220 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$E/R = 4800 \text{ [}^\circ\text{K]}$$

Température du figeage : $T_{\text{figeage}} \leq 44^\circ\text{C}$ [28]

- Conductivité thermique du plastique : $K_p = 0.175 \text{ [W/m.}^\circ\text{C]}$

- Capacité calorifique : $C_c = 2.02 \cdot 10^6 \text{ [J/}^\circ\text{C.m}^3]$

d- **Moule (acier) :**

- Distance entre le canal de refroidissement et la paroi de contact : $e = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

- Conductivité de l'acier : $K_{ac} = 14.6 \text{ [W/m.}^\circ\text{c]}$.

e- **Condition d'injection :**

- Temps de remplissage : $t_r = 4 \text{ [s]}$.

- Température d'injection : $T_{inj} = 250 \text{ [}^\circ\text{c]}$.

- Température de refroidissement : $T_{ref} = 20 \text{ [}^\circ\text{c]}$.

IV.5.2. résultats numériques :
a- plaque :

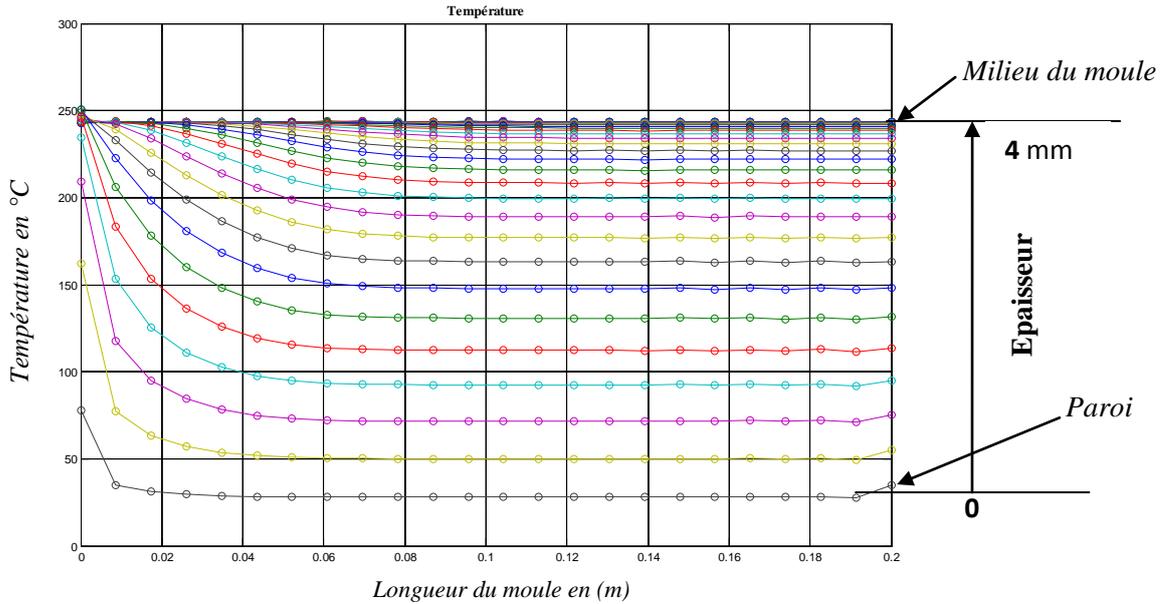


Fig. IV.9. Champs de température suivant la longueur du moule et dans l'épaisseur

Ce graphe indique l'évolution de la température suivant la longueur du moule, pour différents positions dans l'épaisseur. La température varie d'un maximum au milieu du moule jusqu'aux valeurs minimum à la paroi. Ceci est du à l'échange de chaleur à travers la paroi du moule.

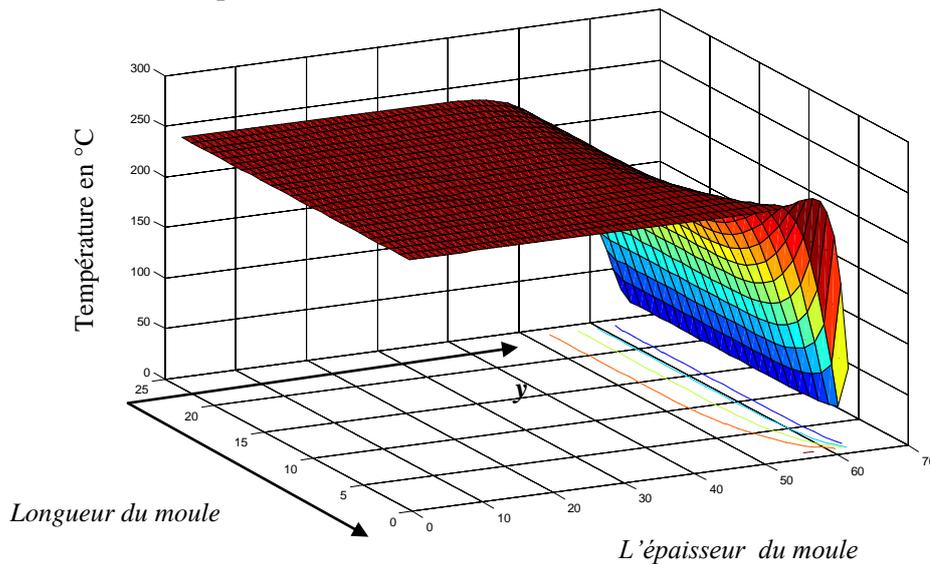


Fig. IV.10. Carte de température du polymère fondu en fin du remplissage du moule

Ce schéma représente la carte de température dans un moule plaque, on peut observe que la variation de ces valeurs très importante dans l'épaisseur du moule, à cause de refroidissement de la paroi du moule où la température atteint la valeur

20°C. La température prend la valeur maximum au milieu du moule entre 250°C et 244°C.

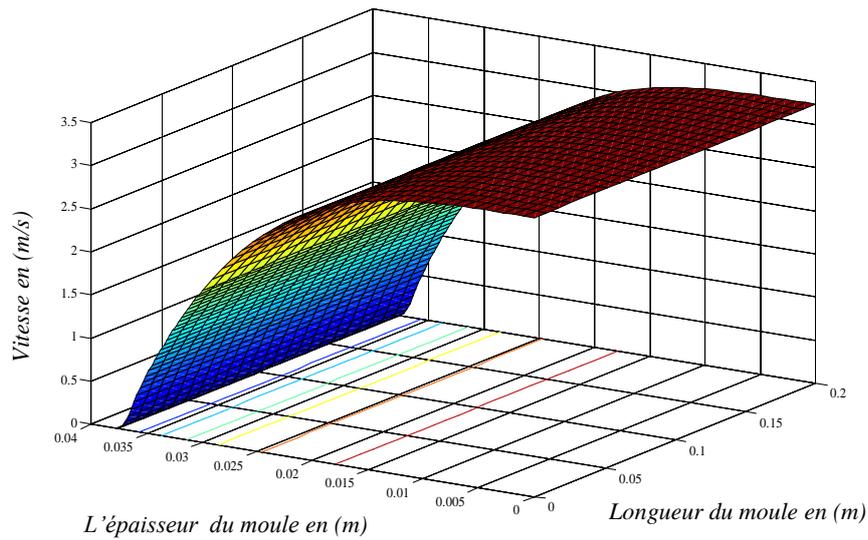


Fig. IV.11. Carte de vitesse du polymère fondu pris à la fin du remplissage du moule

Ce graphe indique la carte de vitesse dans l'épaisseur du moule plaque et dans le sens de l'écoulement du polymère fondu. Au milieu la vitesse prend la valeur maximum et au contact de la couche figée la vitesse est égale zéro.

La vitesse dépend de la loi de comportement du polymère fondu décrivant la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement et la température.

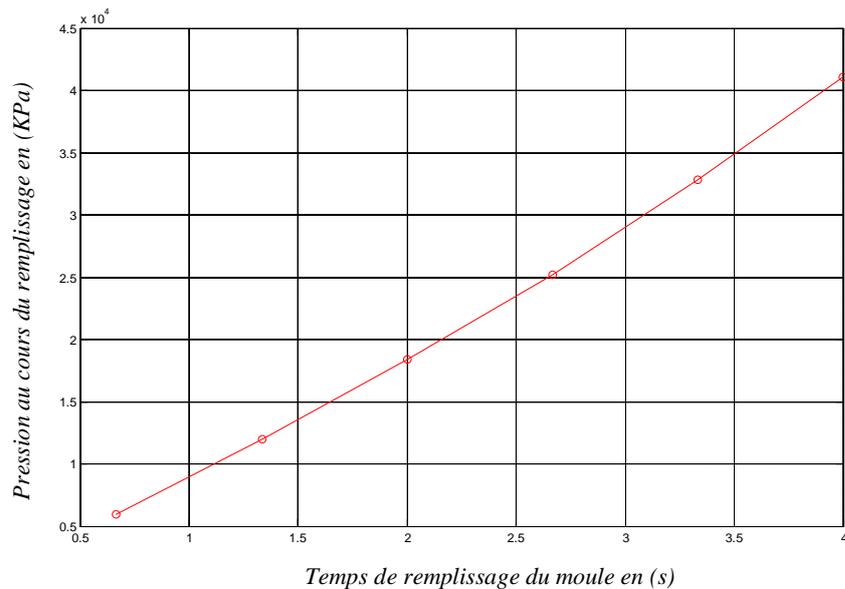


Fig. IV.12. Évolution de pression d'injection au cours du remplissage

La figure (IV.12) indique l'évolution de la pression d'injection dans le moule au cours de remplissage. On peut remarque que la pression d'injection augmente au fur et à mesure que le front de la matière avance. A cause de la solidification du polymère

sur la paroi du moule qui diminue la section de passage ce qui augmente aussi la pression.

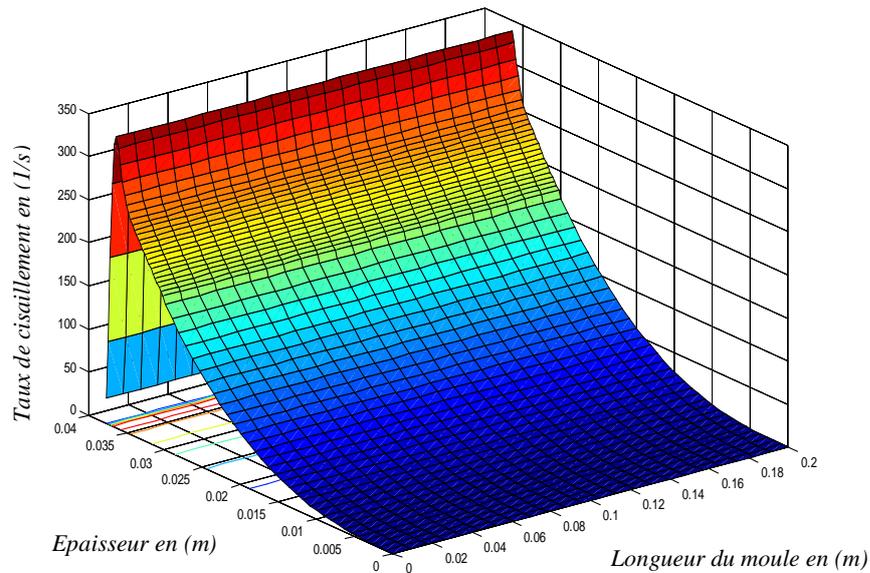


Fig. IV.13. Carte du taux de cisaillement du polymère en fonction du remplissage

Ce schéma représente la carte de taux du cisaillement dans l'épaisseur du moule. On peut remarque que le taux de cisaillement prend la valeur maximum près de la paroi $y=0.04m$, et à cause de la nature de la matière qui suit une loi de comportement pseudo-plastique il apparaît une évolution non linéaire de ce paramètre.

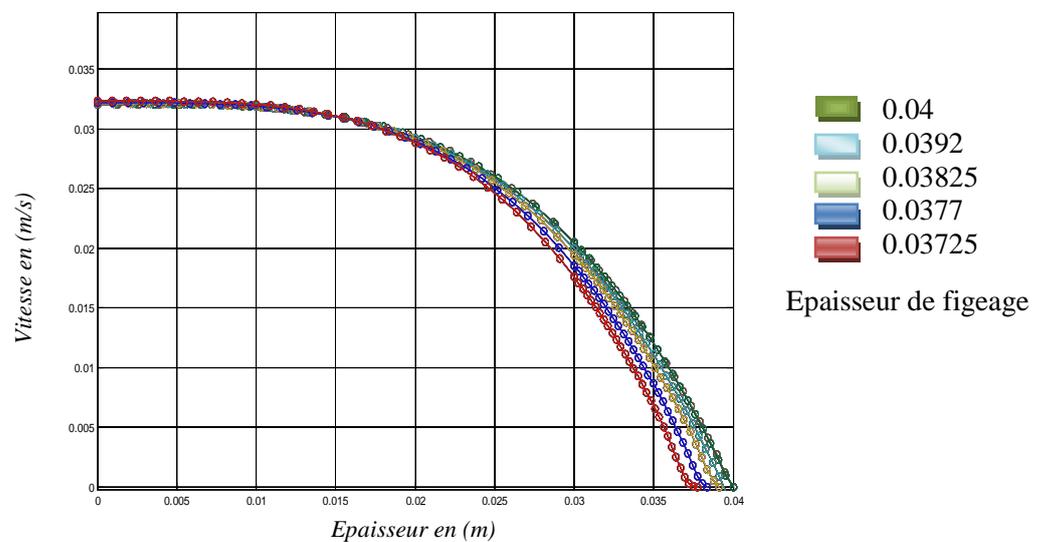


Fig. IV.14. Evolution de la vitesse au cours du remplissage

La figure (IV.14) représente l'évolution de la vitesse dans l'épaisseur du moule plaque. On peut observer l'influence de figeage du polymère sur les valeurs minimales de la vitesse. Chaque fois que l'épaisseur de la matière solidifiée a augmenté, la courbe de l'évolution de vitesse diminue car le refroidissement à la paroi du moule baisse la température qui atteint 20°C.

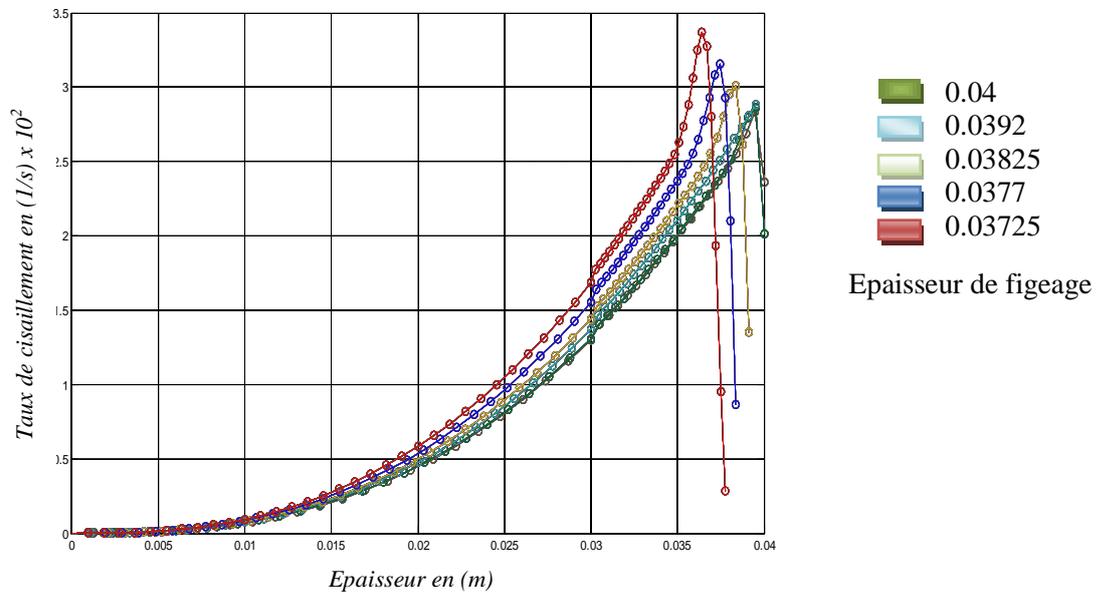


Fig. IV.15. Évolution du taux de cisaillement au cours du remplissage

Ce schéma indique l'évolution du taux de cisaillement dans le sens d'échange thermique qui montre l'effet de figeage qui crée sur la paroi du moule une couche solide à cause de refroidissement.

La valeur du taux de cisaillement prend de grandeur maximum près à la paroi du moule, par contre il s'annule au milieu.

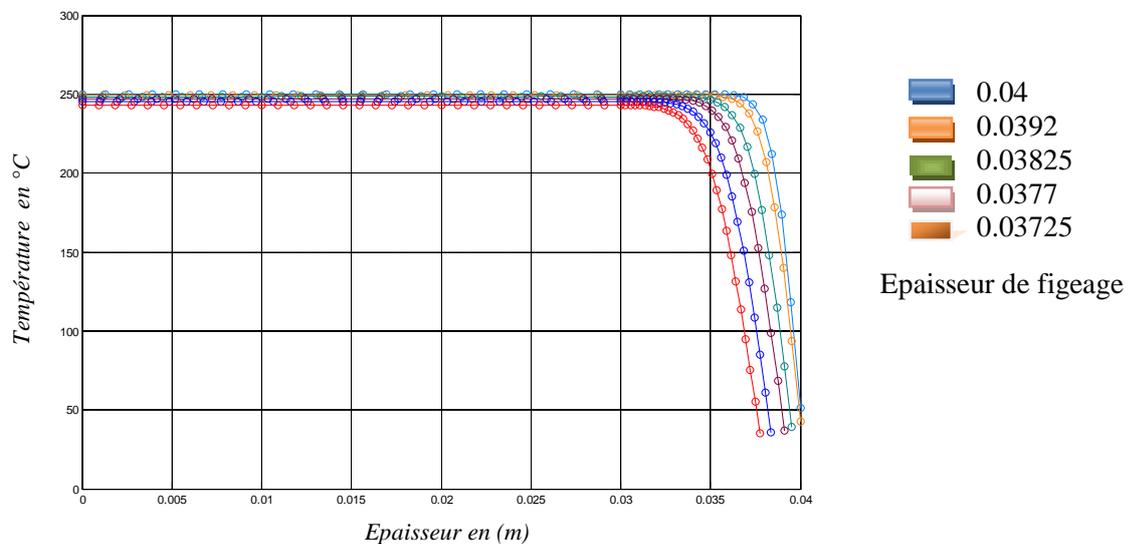


Fig. IV.16. Évolution de Température au cours du remplissage

La figure (IV.16) indiquent bien les évolutions de température dans l'épaisseur du moule. A cause de figeage du polymère fondus sur la paroi du moule, elle crée plusieurs des couches solidifiées sur la paroi refroidies à la température atteinte de 20°C.

Pour chaque temps de l'injection on peut observer que l'évolution de champs de température prend plusieurs positions dans le sens de l'échange thermique.

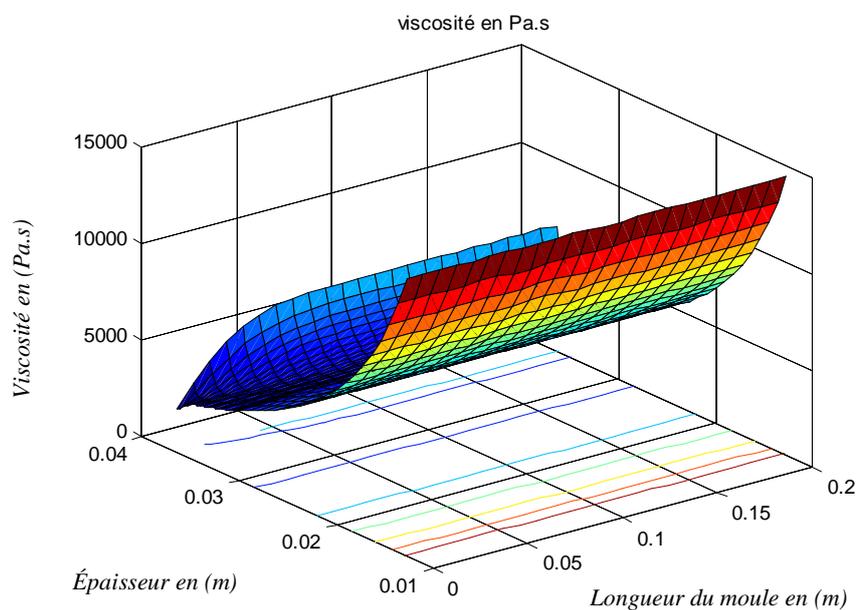


Fig. IV.17. Carte de la viscosité dans l'épaisseur du moule et suivant la longueur

Ce graphe représente la carte de la viscosité dans l'épaisseur et suivant la longueur du moule. Elle prend des valeurs maximum au milieu du moule. Cette évolution est liée à la loi de comportement de l'écoulement du polymère fondu. A cause du refroidissement on observe bien l'évolution brusque de champs de viscosité dans l'épaisseur du moule.

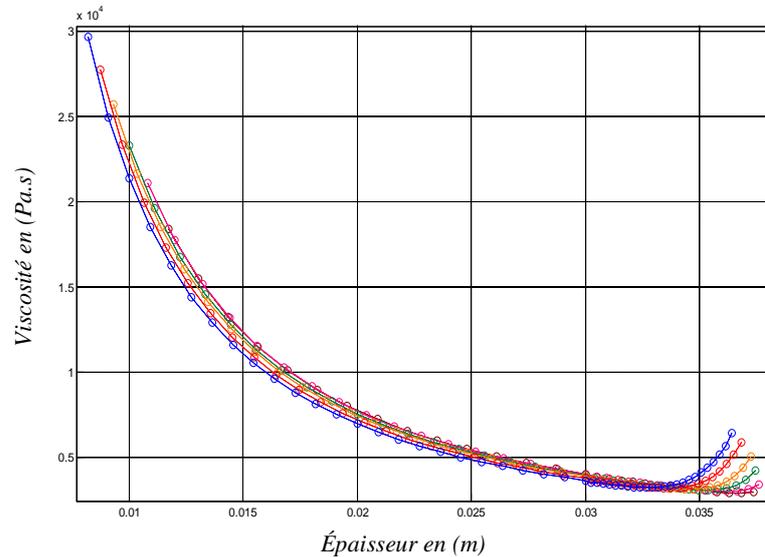


Fig. IV.18. Evolution de viscosité au cours du remplissage

Le schéma montre l'évolution de la viscosité dans l'épaisseur du moule qui montre l'effet de figeage dû du refroidissement du moule sur l'allure ces courbes.

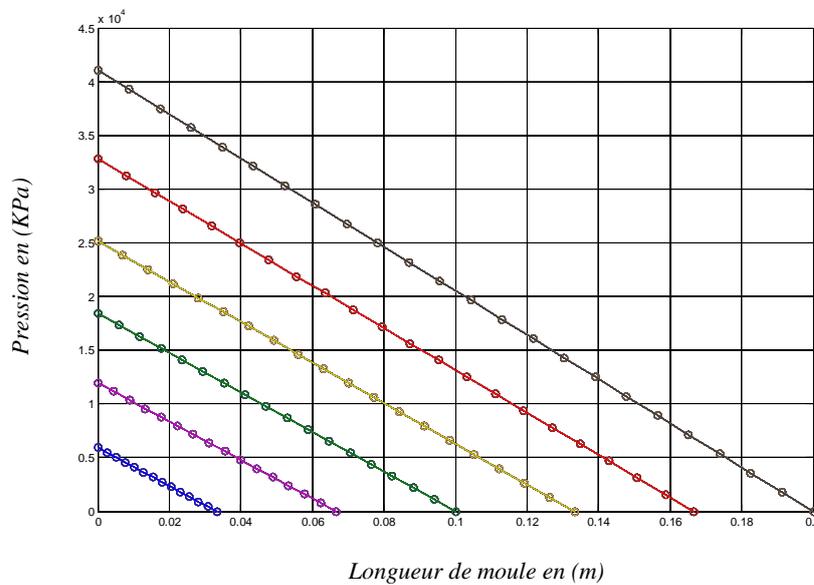


Fig. IV.19. Évolution de Pression au cours du remplissage

Les courbes de la figure IV.19 montrent l'évolution de la pression dans le sens de l'écoulement du polymère fondu au cours du remplissage. On observe bien qu'au début de l'injection la pression d'injection atteint la valeur de $0,5 \cdot 10^4$ KPa, et après elle commence à augmenter au fur-et- à mesure que le fondu de la matière avance dans le moule. A l'intérieur du moule la pression diminue de la valeur de la pression d'injection jusqu'elle s'annule au front de la matière.

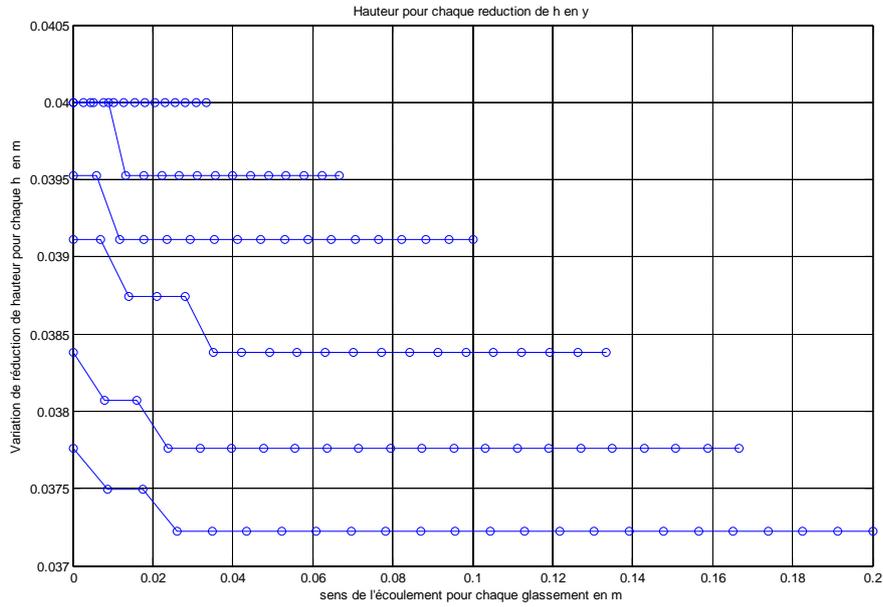


Fig. IV.20. Évolution de l'épaisseur près à la paroi au cours du remplissage

Les courbes de la figure IV.20 montrent l'évolution de l'épaisseur de la couche du polymère solide.

L'échange de chaleur à travers la paroi froid du moule provoque la chute brusque de la température à ce niveau. Lorsque la température à ce endroit atteint la valeur du figeage le polymère devient solide et diminue ainsi le section d'écoulement et affecte l'échange de chaleur.

On remarque que l'épaisseur solidifiée est maximale au seuil d'injection et diminue tout au long du parcours d'injection du polymère.

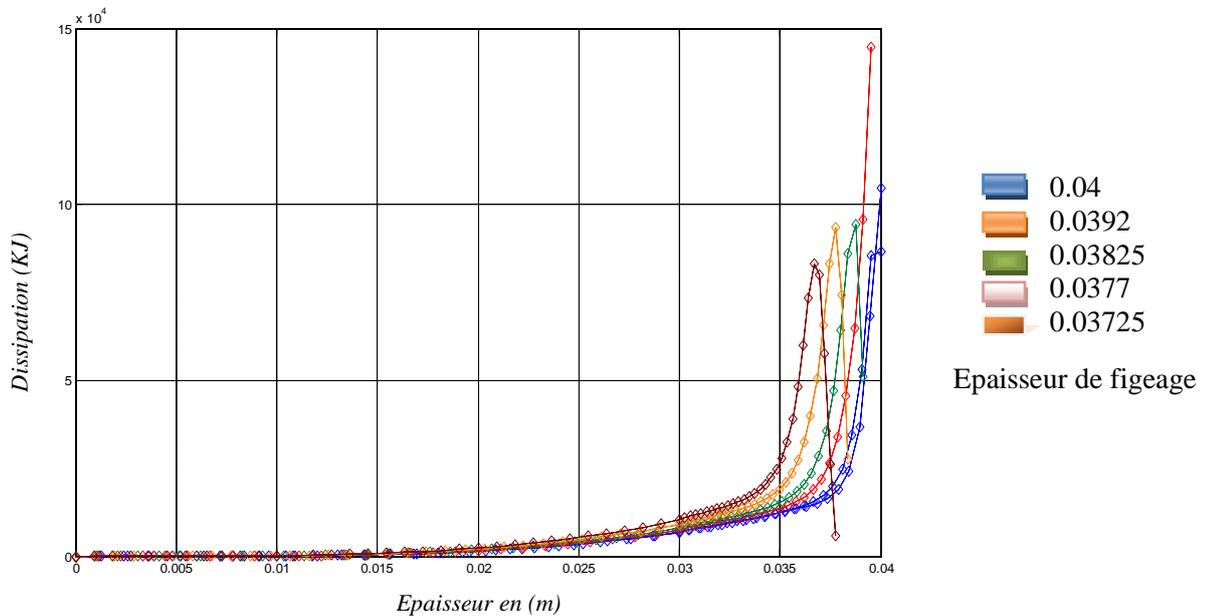


Fig. IV.21. Évolution de la dissipation de la chaleur au cours du remplissage

La figure (IV.21) représente la variation de la dissipation visqueuse. On peut remarque bien que la dissipation visqueuse prend de valeur maximum près de la paroi où la vitesse est nulle et les frottements maximum, sous l'effet de refroidissement et la création couches du polymère solide près de la paroi.

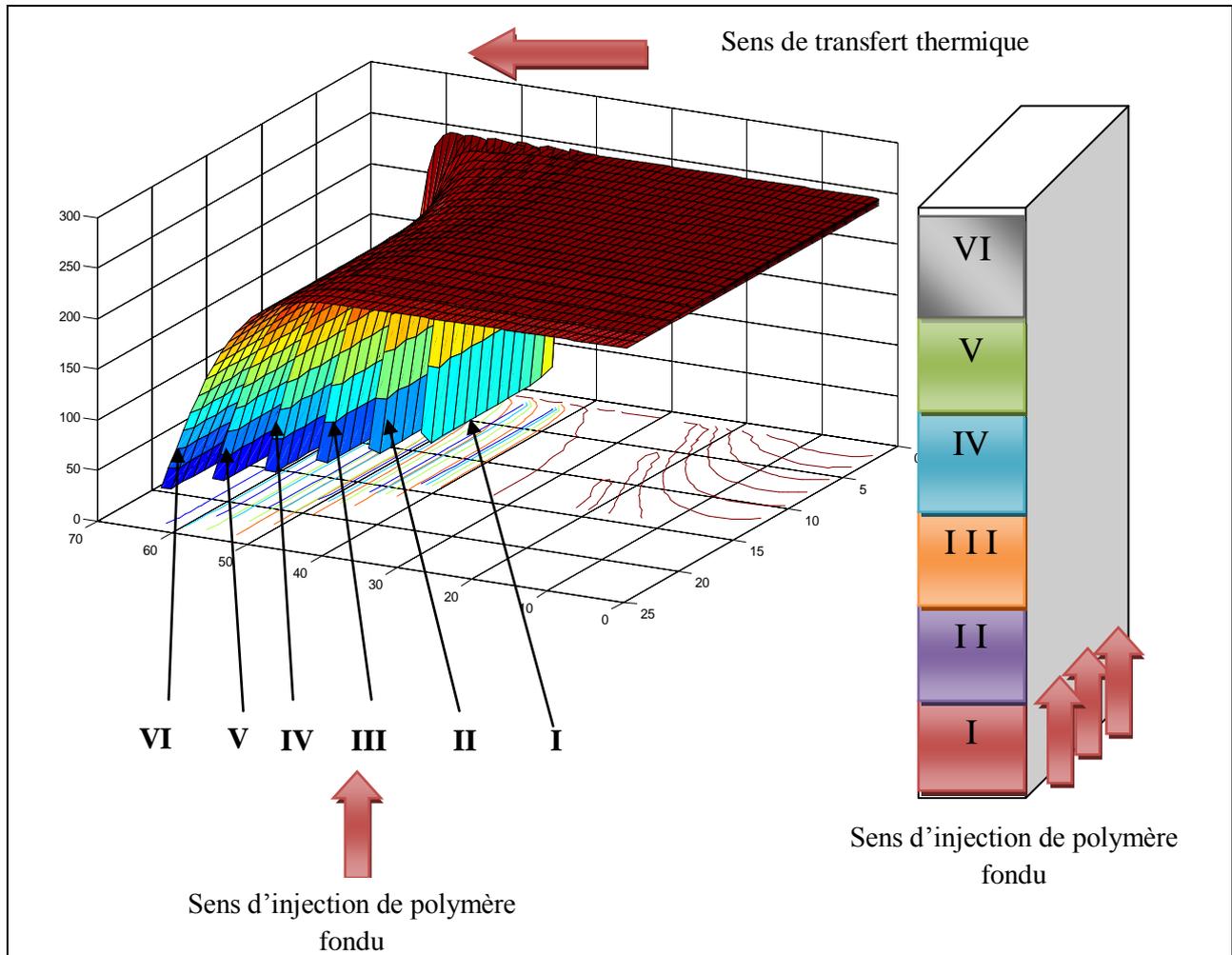


Fig. IV.22. Schématisation des champs de températures au cours du remplissage du moule

Ces cartes montrent l'évolution de la température au cours du remplissage. On remarque que pour chaque zone remplie les champs de température prennent des valeurs différentes à cause de fige et le refroidissement du polymère fondu.

b- secteur :

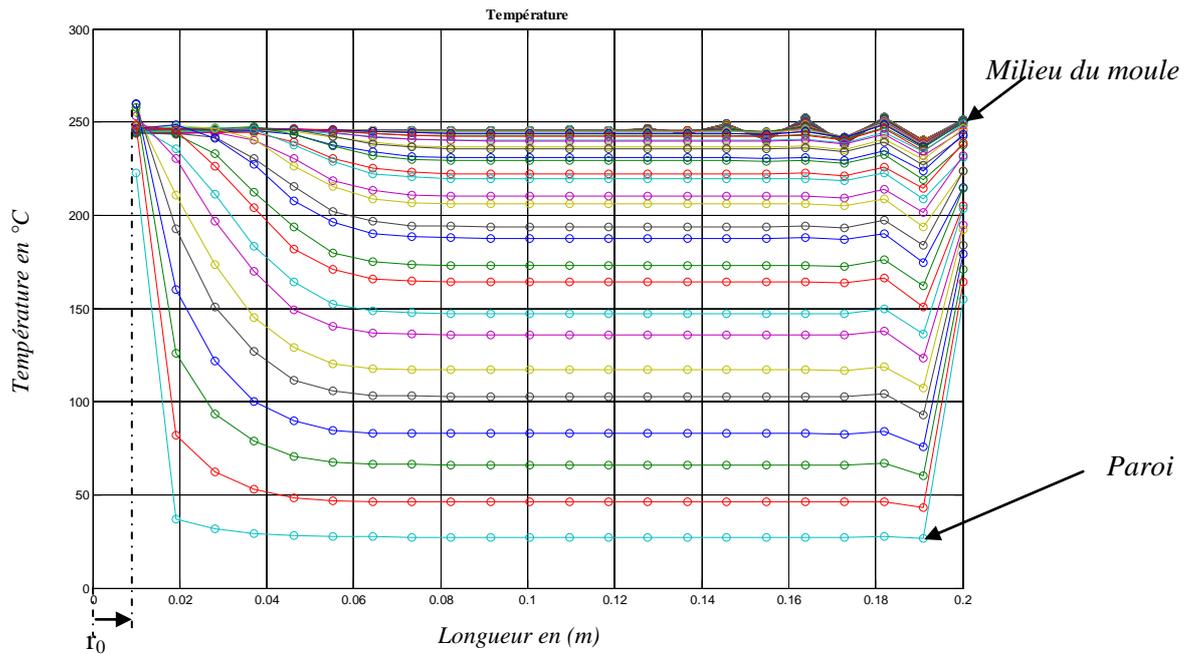


Fig. IV.23. Champs de température suivant la longueur du moule

Ce graphe indique l'évolution de la température selon la longueur et l'épaisseur du moule. Sous l'effet du refroidissement à travers la paroi du moule et variation de la section d'écoulement dû au figeage, on remarque que la température diminue de centre du moule vers la paroi et ceci tout au long de la longueur du moule.

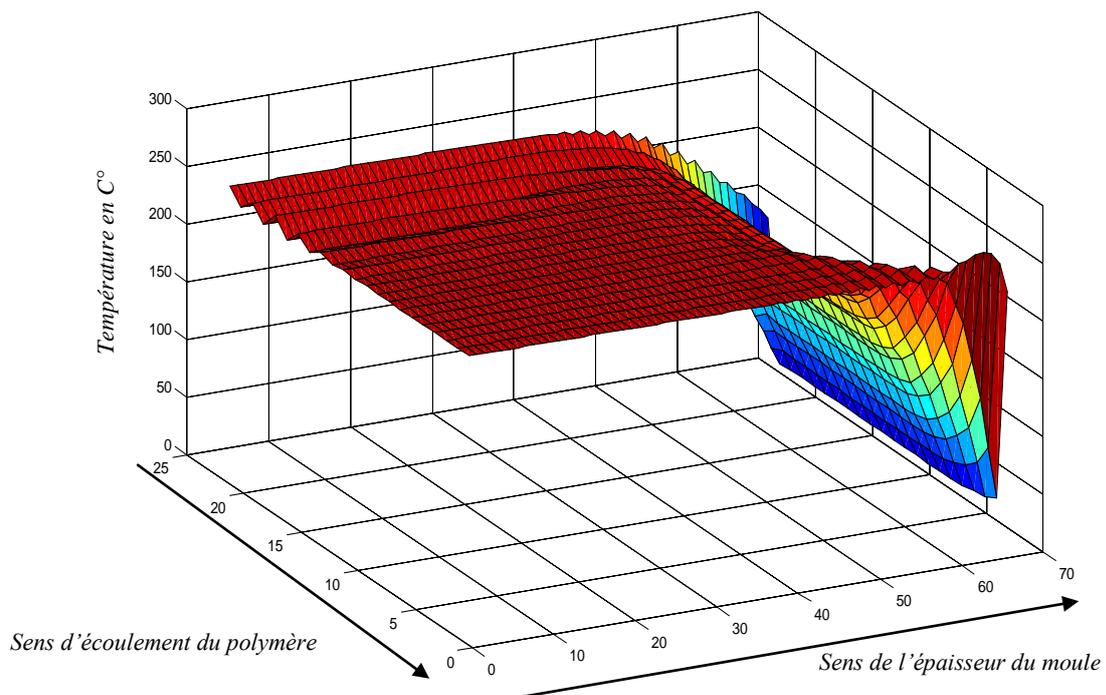


Fig. IV.24. Carte de température du polymère fondu prise à la fin du remplissage du moule

La figure (IV-24) représente la carte de la température dans le moule en forme de secteur. On peut remarquer que la variation de température est très important juste près de la paroi du moule où l'énergie dissipative prend des valeurs plus élevées par rapport au milieu du moule. La force visqueuse y diminue étant donné que la valeur maximale de la vitesse atteint dans ce milieu où le taux de cisaillement à une valeur nulle.

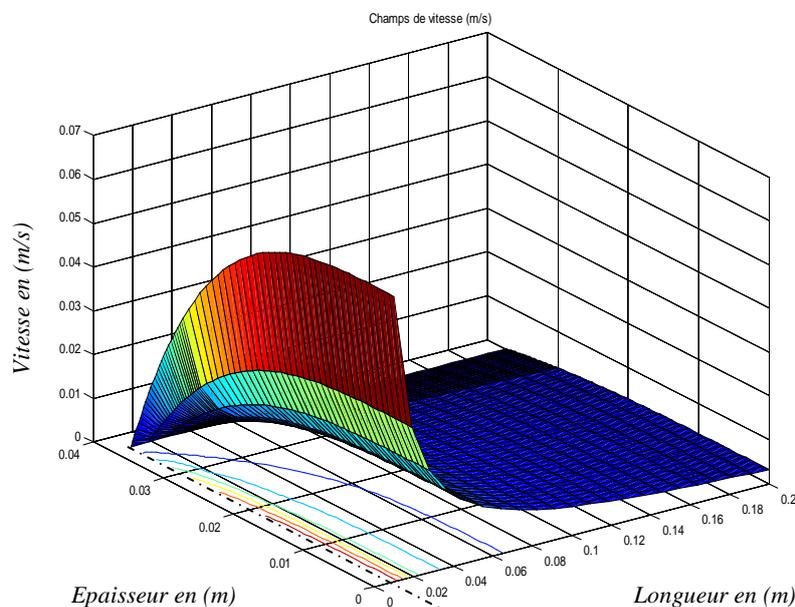


Fig. IV.25. Carte de vitesse du polymère fondu pris à la fin du remplissage du moule

Le graphe de la figure IV.25 représente la carte de vitesse de polymère fondu. On peut y observer que toute variation de vitesse est graduelle selon la section de passage du secteur au cours du remplissage du moule.

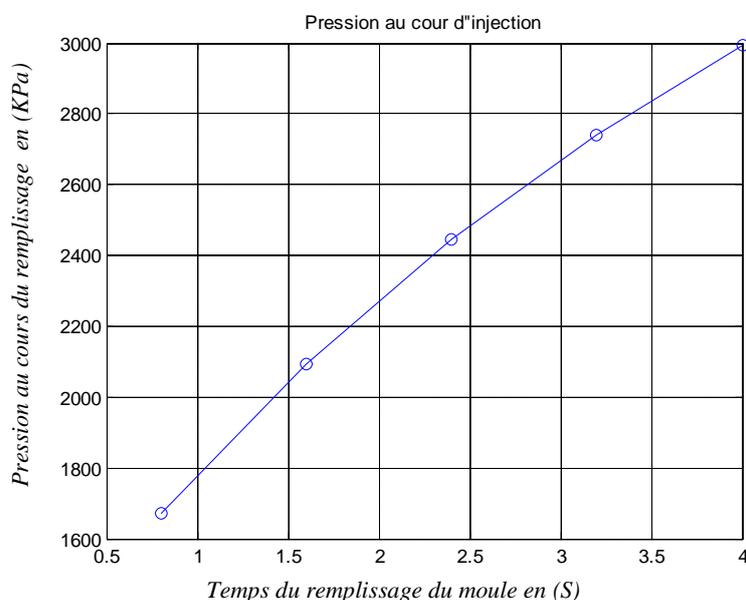


Fig. IV.26. Évolution de la pression d'injection au cours du remplissage

La figure (IV.26) indique l'évolution non linéaire de la pression d'injection dans le moule au cours du remplissage. On remarque que la pression d'injection augmente au fur et à mesure que le front de la matière avance. A cause de la solidification du polymère sur la paroi de moule qui diminue la section de passage ce qui augmente aussi la pression.

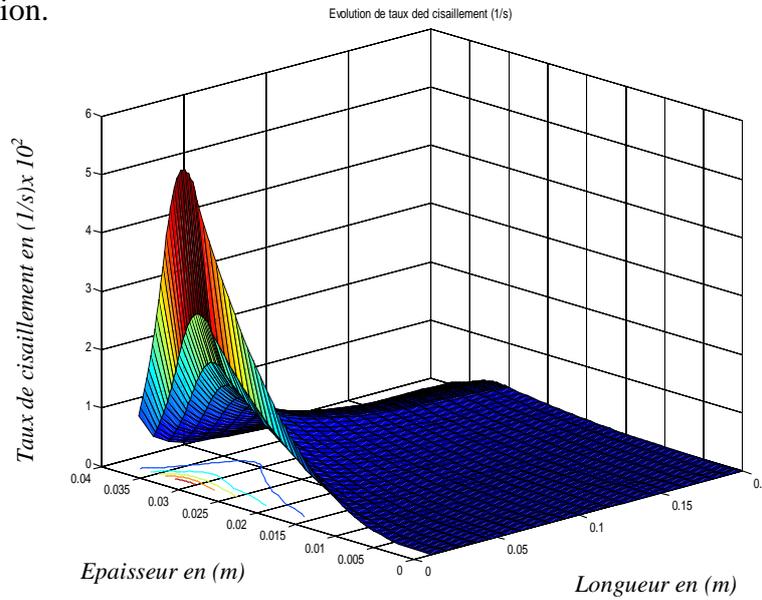


Fig. IV.27. Carte du taux de cisaillement du polymère au cours du remplissage

A la fin du remplissage du moule, la variation du taux de cisaillement du polymère fondu est importante suivant le sens d'orientation de la matière (polymère fondu).

Donc et comme indiqué sur le schéma au début du remplissage le cisaillement est très important par contre il diminue au fur et à mesure que le moule se remplit.

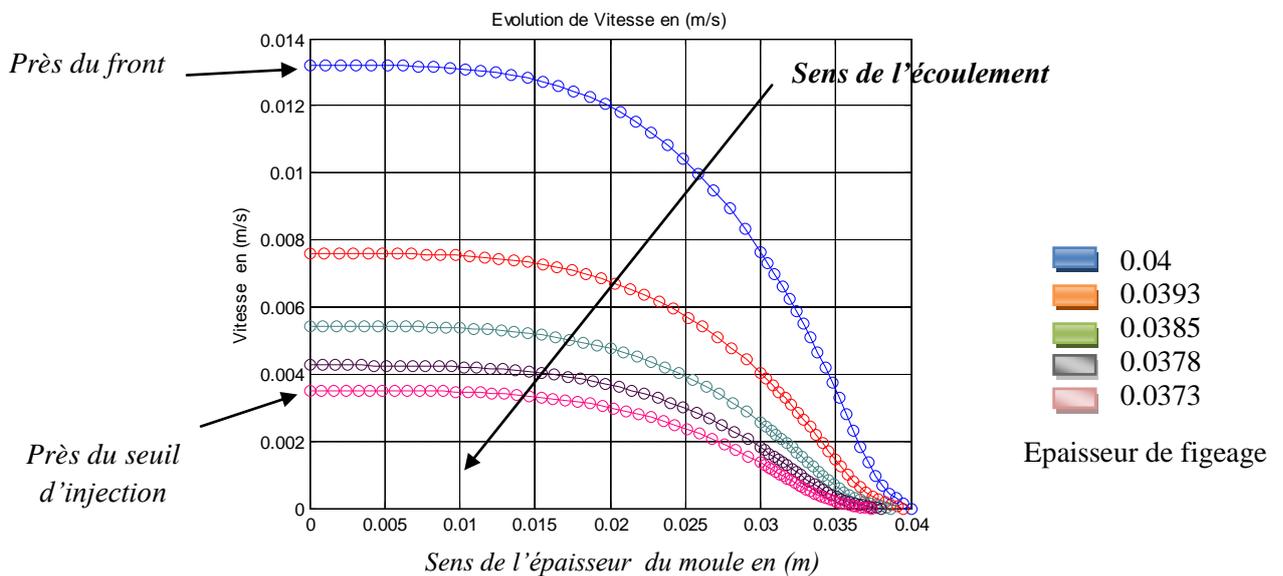


Fig. IV.28. Evolution de la vitesse au cours du remplissage du moule

La figure (IV.28) représente les variations de vitesse au cours du remplissage. On notera que chaque courbe de l'évolution de la vitesse décrit la variation de la vitesse dans une section bien définie dans le sens d'écoulement.

En remarque l'augmentation de la vitesse suivant le sens d'écoulement de la matière.

La vitesse est maximale au milieu du moule et diminue d'une manière non linéaire jusqu'au paroi du moule où elle décroît nulle.

On remarque bien l'influence du figeage du polymère près des parois car la vitesse s'annule quelque dixième de millimètre avant la paroi.

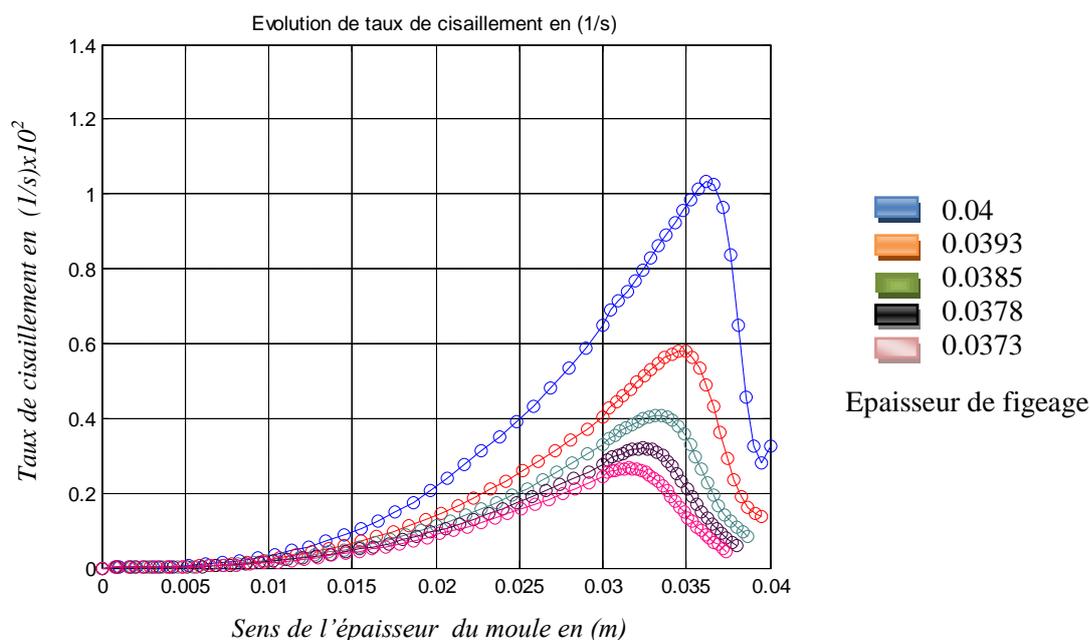


Fig. IV.29. Evolution du taux de cisaillement au cours du remplissage

La figure IV.29 montre l'évolution du taux de cisaillement au cours du remplissage du moule.

Les valeurs du taux de cisaillement au milieu du moule sont minimales et augmentent au fur et à mesure qu'on va vers la paroi. La chute du taux de cisaillement près à la paroi est due à l'annulation de la vitesse à cette endroit.

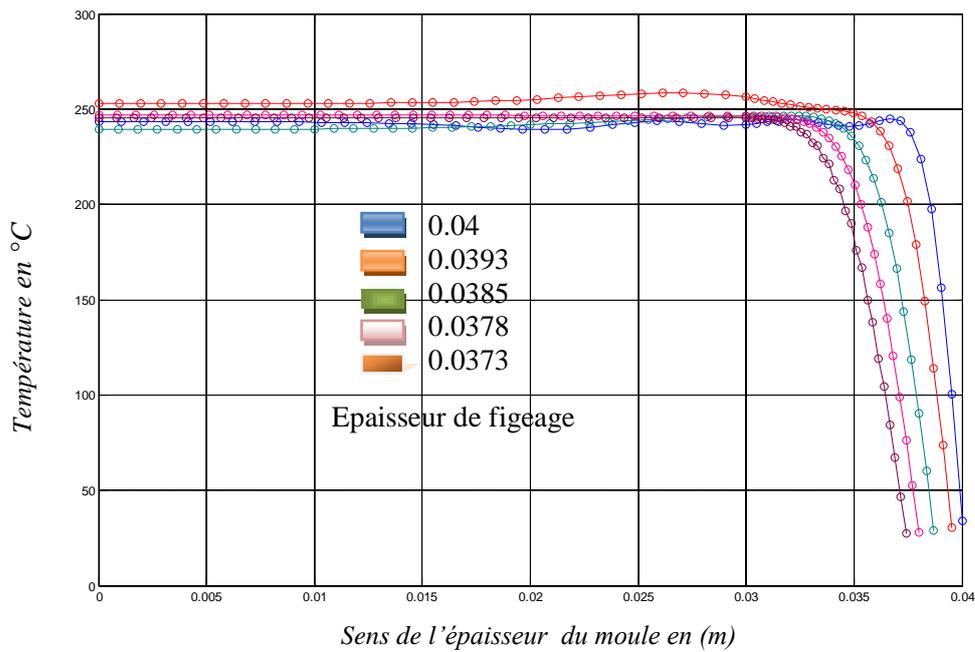


Fig. IV.30. Évolution de la Température au cours du remplissage

La figure IV.30 indique l'évolution de la température dans l'épaisseur du moule. A cause du figeage du polymère fondu sur la paroi du moule, il se crée plusieurs couches solidifiées sur la paroi refroidis lorsque la température atteint la valeur 44°C [28].

Au cours du remplissage du moule, on observe bien que l'évolution de champs de température prendre plusieurs positions dans le sens de l'échange thermique.

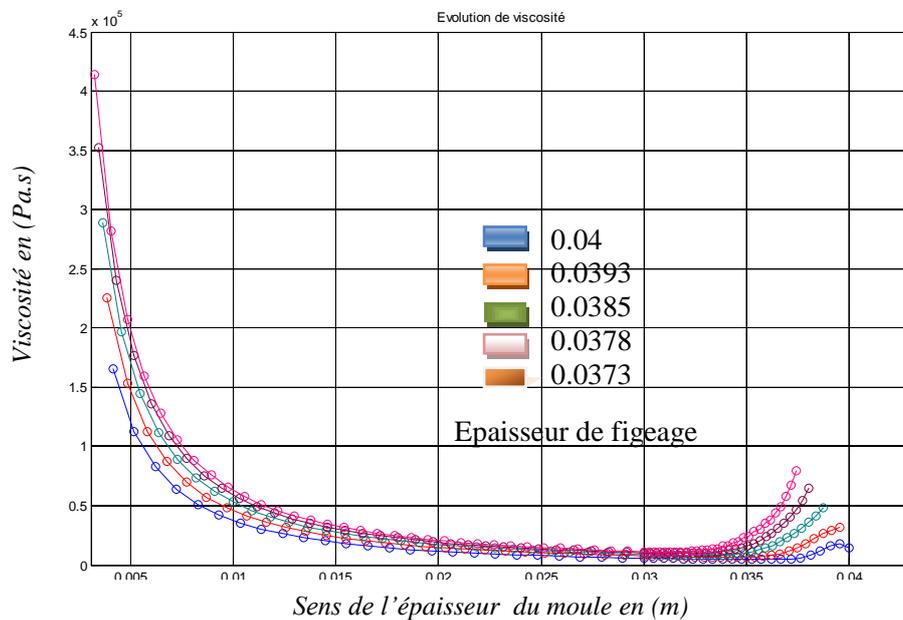


Fig. IV.31. Evolution de la viscosité au cours du remplissage

La figure (IV.31) montre l'évolution de la viscosité dans l'épaisseur du moule, et on remarque l'effet du figeage dû au refroidissement du moule sur l'allure des courbes. Car la viscosité suit une loi pseudo-plastique thermo-dépendante.

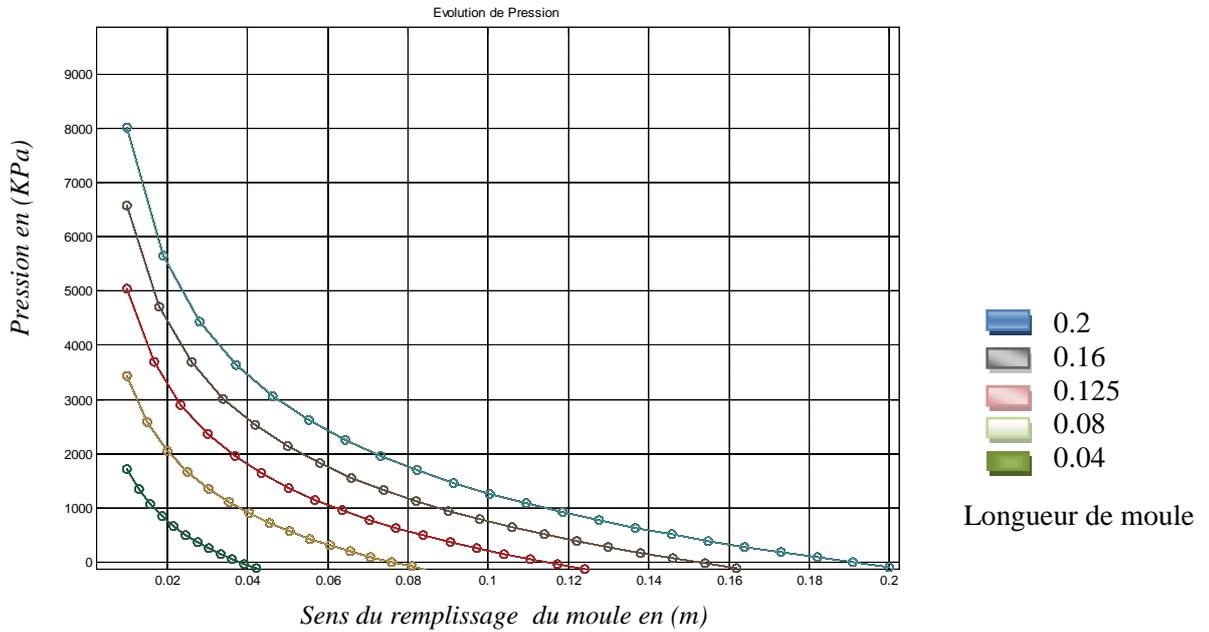


Fig. IV.32. Evolution de la pression au cours du remplissage

les courbes de la figure IV.32 montrent l'évolution de la pression dans le sens de l'écoulement du polymère fondu au cours du remplissage. On observe bien qu'au début de l'injection la pression d'injection atteint la valeur de **1800 KPa**, et après elle commence à augmenter au fur-et- à mesure que le frond de la matière avance dans le moule. Dans le sens de l'écoulement la pression dans le moule diminue jusqu'à atteindre la valeur zéro au frond de la matière.

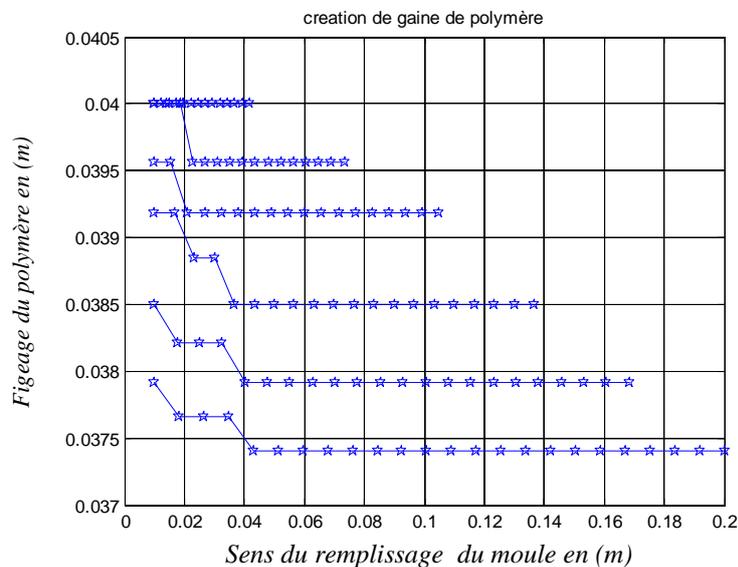


Fig. IV.33. Evolution de l'épaisseur figée près de la paroi au cours du remplissage

Les courbes de la figure (IV.33) représentent l'évolution de l'épaisseur de la matière solidifiée près de la paroi au cours du remplissage. Cette solidification de la matière est due à la brusque variation de la température au contact de la matière à la paroi froide du moule.

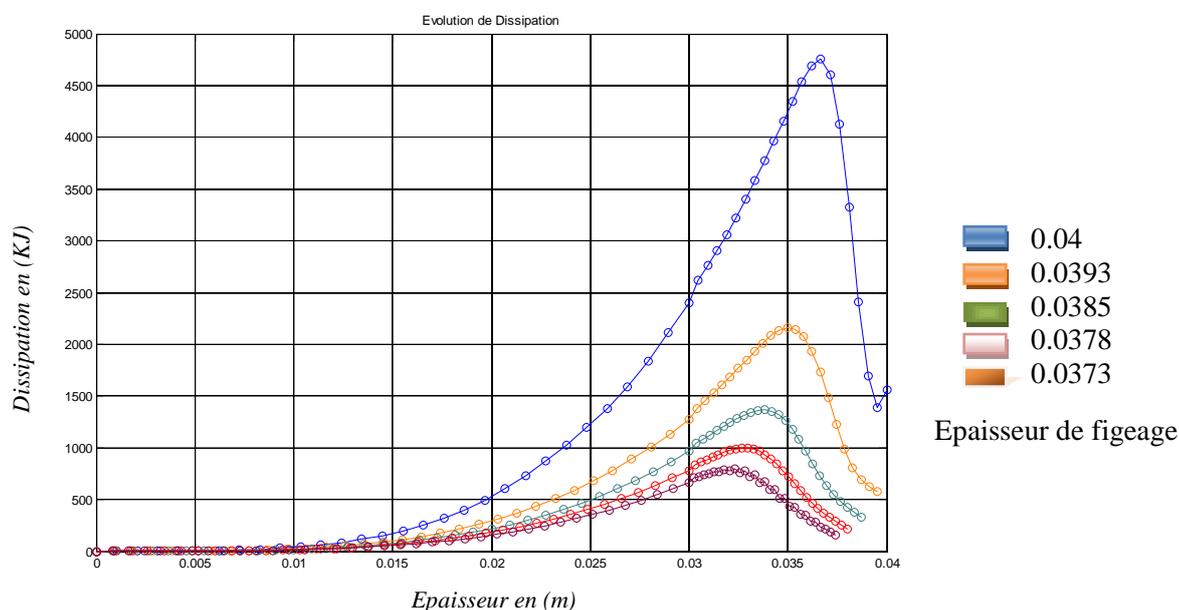


Fig. IV.34. Evolution de dissipation de la chaleur au cours du remplissage

La figure (IV.34) représente la variation de la dissipation visqueuse. On remarque bien que la dissipation visqueuse prend de valeur maximum près de la paroi où la vitesse est nulle et les frottements maximum, sous l'effet de refroidissement et la création couches du polymère solide près à la paroi. Au milieu cette dissipation est nulle car la température est y maximale.

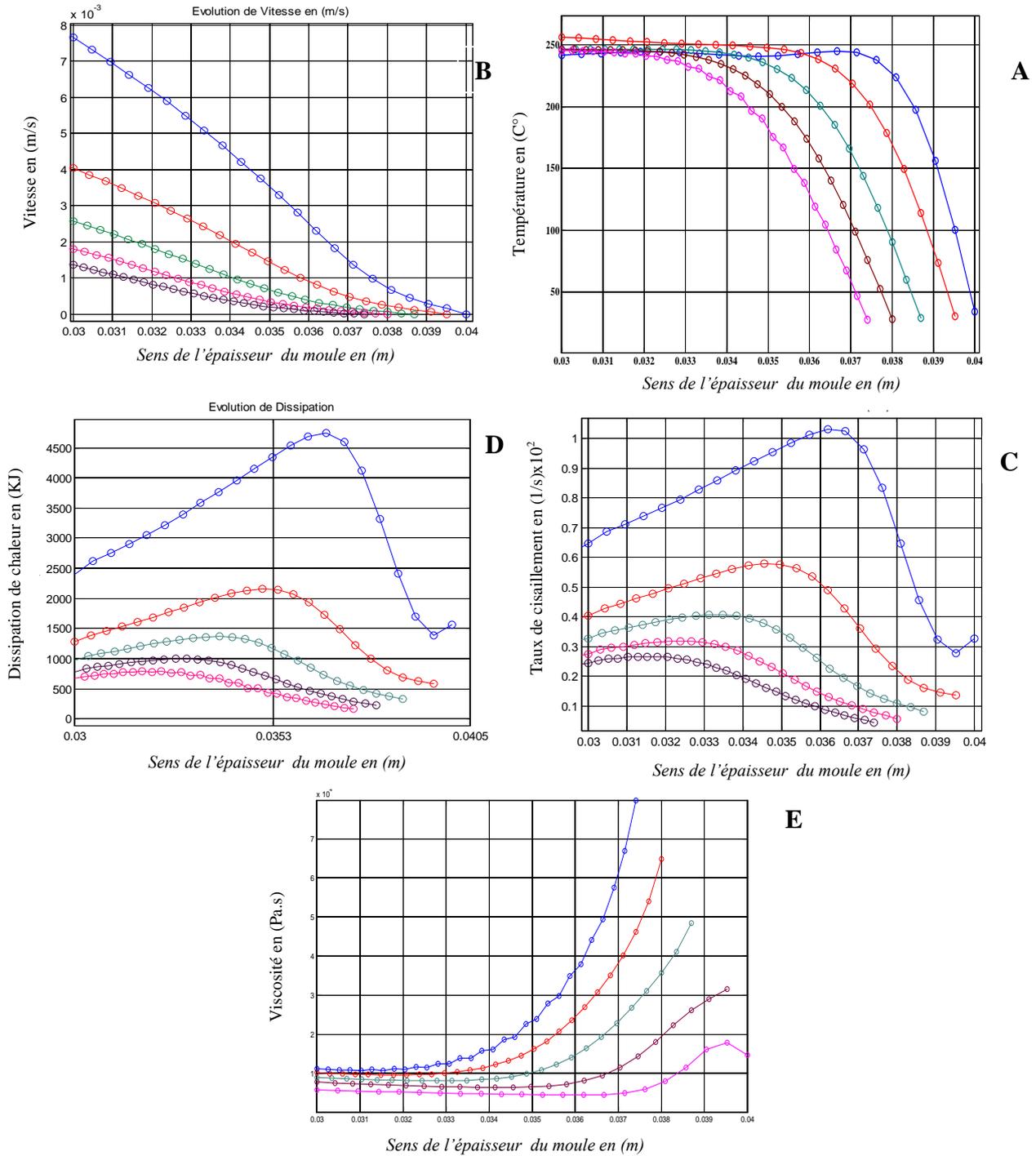


Fig. IV.35. L'effet du figeage du polymère sur les paramètres du remplissage **A : Température, B : Vitesse, C : Taux de cisaillement, D : Dissipation, E : Viscosité.**

Les courbes de la figure IV.35 indiquent les évolutions des paramètres du polymère fondu dans le moule. On peut noter l'influence du figeage sur toutes les valeurs physiques : Température, vitesse, dissipation, taux de cisaillement, viscosité avec influence de refroidissement dans le sens de l'épaisseur du à la présence des canaux de refroidissement

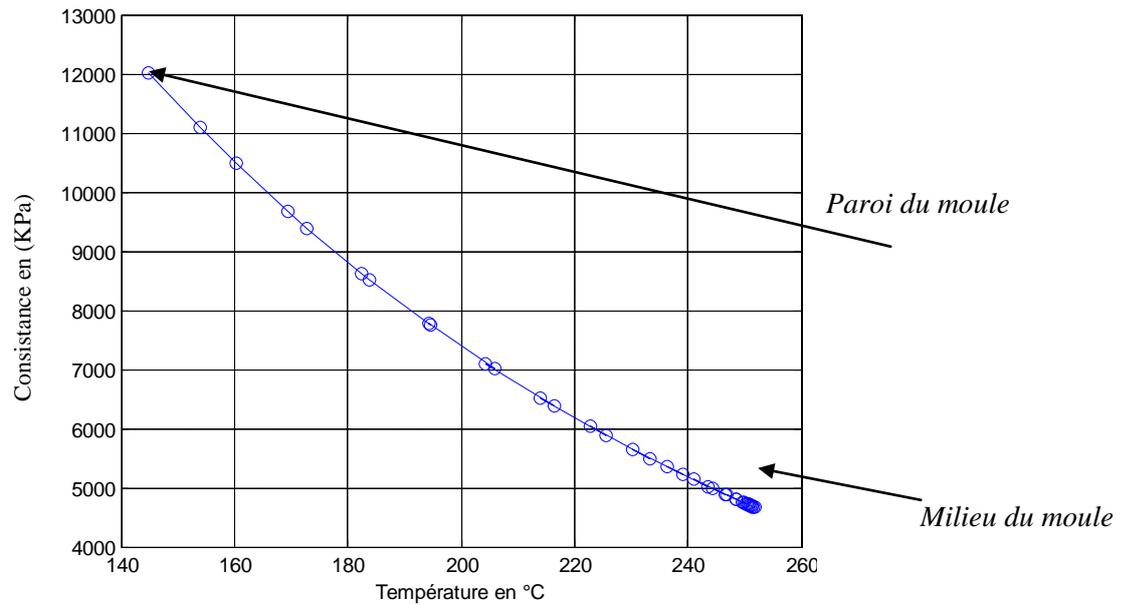


Fig. IV.36. Evolution de la consistance en fonction de température

La figure (IV.36) représente l'évolution de la consistance en fonction de la température. On peut observer que la valeur de la consistance près de la paroi du moule est maximale, où la température prend la valeur de 140 C°. Contrairement à celle du milieu du moule où elle est diminuée.

CONCLUSION

ET

PERSPECTIVES

L'état de la matière à l'intérieur du moule d'injection conditionne en grande partie la qualité de la pièce obtenue par le moulage à injection.

La modélisation des phénomènes thermomécaniques a été basée sur les équations de la mécanique des milieux continus. L'utilisation des modèles pseudo-plastiques thermo-dépendants de la viscosité nécessite d'établir un couplage des équations d'échange thermique et les équations de la mécanique. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la résolution numérique de l'équation de l'échange thermique.

La température de figeage du polymère posé comme condition aux limites de solidification, l'effet de la formation de couches solidifiées au contact des parois froides du moule d'où nécessité de tenir en compte l'écoulement et l'échange thermique à travers l'épaisseur.

La programmation de ces méthodes de résolution a été effectuée sous l'environnement MATLAB.

Deux formes géométriques de l'empreinte du moule ont été étudiées. L'une à section régulière (plaque) et la deuxième à section variable (secteur).

Cette étude a permis de mettre en évidence la sensibilité des paramètres décrivent l'état de la matière le moule vis-à-vis des conditions d'injection, la géométrie de l'empreinte, la loi de comportement du polymère ainsi que la formation de couches solidifiées en contact des parois du moule.

En perspective de ce travail on propose :

- D'introduire d'autre loi de comportement rhéologique thermo-dépendant tel que la loi de Williams, Landel et Ferry on celle d'Arrhenius.
- Modaliser l'injection dans d'autre forme géométrique plus complexe.
- D'acquérir l'équipement nécessaire pour mener des études de validation des la modélisation et de déterminer des lois de comportement rhéologique tenant compte de la température et de la pression.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1]. **Benoît WATREMETZ**, « modèle thermomécanique 3D d'un matériau a gradient de propriétés a l'aide de techniques multi grilles. Application aux moules d'injection de polymères ». Thèse doctorat institut national des sciences appliquées de Lyon, 2006.

[2]. **MIDOUX.N.** « Mécanique et rhéologie des fluides ». Technique et Documentation, Lavoisier (1993).

[3]. **TROTIGNON.P.J et DOBRACZYNSKI.A – PIPERAUD.M.** « Matières Plastiques : Structures-Propriétés, Mise en œuvre, Normalisation ».Editions Nathan, Paris (1996).

[4]. **Céline GENEAU**, Procède D'élaboration D'agro-Matériau Composite Naturel Par Extrusion Bivis Et Injection Moulage De Tourteau De Tournesol, thèse doctorat Polytechnique de Toulouse, 2006.

- [5]. **Université de Bretagne-Sud**, *web.univ-ubs.fr/*, 2005
- [6]. **Rosato, D. V., Rosato, D. V., and Rosato, M. G.**, *Injection Molding Handbook*, 3rd Edition, Kluwer Academic Publishers (2000).
- [7]. **MICHEL.F et YVES.G**, « *Chimie et Physico-Chimie des Polymères* ». 2^e et 3^e Cycles Ecole d'ingénieurs, Paris (2002).
- [8]. **X. Guo and A.I. Isayev**. *Residual stresses and birefringence in injection molding of semicrystalline polymer. part ii: Experiment and simulation. International Polymer Processing XIV*, 4:387–398, 1999.
- [9]. **Jacques Besson**, *Matériaux pour l'ingénieur*, Ecole nationale supérieure des mines de Paris Publié par Les Presses - Mines Paris, 2006 ISBN 2911762681, 9782911762680
- [10]. **HANS-HENNING.K; NICOLE.H et CHRISTOPHER.J.P**, « *Matériaux Polymères : Propriétés Mécaniques et Physiques* ». Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lyon (2001).
- [11]. **DJOUDI.T, DJEMIA.H** « *Etude de la phase de remplissage du moulage par injection dans le cas d'un moule secteur* ». *Projet de fin d'étude*, Université Mohamed Khider Biskra Juin (2001).
- [12]. **Maël Moguedet**. « *Développement d'un outil d'aide à la conception et au fonctionnement d'un ensemble vis/fourreau industriel - Application à l'injection des thermoplastiques chargés fibres de verre longues* » *Thèse de Doctorat*, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (2005).
- [13]. **Cyril PUJOS**, « *Estimation de la rhéologie d'un polymère dans une filière d'extrusion Simulation d'écoulement avec transferts thermiques et Inversion de mesures* », *L'université Bordeaux école doctorale de sciences physiques et de l'ingénieur*, *Thèse de Doctorat*, (2006).

[14]. **BENCHABANE.A**, *thèse doctorat* « Etude du comportement rhéologique de mélanges argiles - polymères. Effets de l'ajout de polymères ». **ULP – INSA – ENGEES**, l'Université Louis Pasteur – Strasbourg 2006.

[15]. **DETERRE.R et FROYER.G**, « Introduction aux Matériaux Polymères ». *Techniques et Documentations – Lavoisier, Paris (1997)*.

[16]. **S.PHILIPON, M.VINCENT et J.F.AGASSANT**. « Modélisation de l'Injection des Thermoplastiques ». *SFIP (Société Française des Ingénieurs Plasticiens), Ecole nationale Supérieure des Mines, Paris (octobre 1988)*.

[17]. **RONG-YEU CHANG and WEN-HSIEN YANG**. « A Novel Three-Dimensional Analysis of Polymer Injection Molding, ». *National Tsing-Hua University, Hsinchu, Taiwan. 30043, ROC*.

[18]. **DAVID GARCIA, G.COURBEBASSE and M.JOURLIN**. « Image Analysis Dedicated To Polymer Injection Molding ». *European Polymer Institute (PEP), France (2001)*.

[19]. **AGASSANT.J.F et VINCENT.M**. « Modélisation de l'Injection : Remplissage des moules ». *Techniques de l'Ingénieur, Traité Plastiques et Composites, Doc.AM3 695, (CD-ROM.ver.2001)*

[20]. **MAGNIN.B**. « Modélisation du remplissage des moules d'injection pour polymères thermoplastiques par une méthode Eulérienne-Lagrangienne arbitraire ». *Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris (1994)*.

[21]. **DJELEB.M, HELELY.Y**. « Modélisation de la Phase de Remplissage du Moulage par Injection des Matières Plastiques par la Méthode de Mise à Plat », *Projet de Fin d'étude, Université M.khider de Biskra (Juin 2002)*.

[22]. **CHABANANE Fouad** « Etude de transfert thermique lors du moulage par injection de la matière plastique » projet de fins d'étude Université Mohamed Khaider BISKRA 2004.

[23]. **C. BOISON, B.GAY, M.GOTTELAND.** « Différences finies, quelques applications en mécanique des fluides ». Ecole Centrale de Lyon.

[24]. **H.K. VERSTEEG & W. MALALASEKERA,** « An introduction to computational Fluid Dynamics, the finite volume Method»,

[25]. **J.F.AGASSANT, P.AVENAS et J.PH.SERGENT,** « La mise en Forme des Matières Plastique ». Edition Technique et Documentation, Lavoisier (1986).

[26]. **PHILIPON.S.** « Injection de polymère fondus dans les moules : étude numérique des phénomènes thermomécaniques durant la phase de remplissage ». Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris (1989).

[27.] **EHRENSTEIN, G.W., MONTAGNE F.,** *Matériaux polymères. Structure, propriétés et applications, Hermès, Paris (2000).*

[28]. **K. FRIEDRICH, W. H. RUAN, M. Q. ZHANG** «Structure-Property Relationships of In-situ Crosslinking Modified Nano-silica Filled Polypropylene Composites» *Proceeding of the 8th Polymers for Advanced Technologies International Symposium* (1-3 pages with the given font types), Budapest, Hungary, 13-16 September 2005

Résumé :

Le moulage par injection du polymère est l'outil le plus utilisé dans plusieurs domaines d'industrie, pour gagner le temps et le coût on assimile ce phénomène.

Notre étude est axée sur le traitement d'un problème physique suivant un raisonnement mathématique et ce, en rendant ce phénomène physique clair de façon approximative en ayant recours à la solution numérique au problème posé sous forme d'équations différentielles non linéaires de l'équation de conservation de l'énergie. Cependant il est nécessaire de prendre en compte de l'équation de la quantité de mouvement de la matière plastique sous forme liquide (la température ne dépassant pas 250°C).

La conséquence de l'existence d'une source froide sur les parois du moule à une température de 20°C, est l'influence de façon directe sur la matière plastique fondue. Ce qui est le thème essentiel de notre étude. Puisque, chaque fois que la matière fondue dans le cas d'un remplissage du moule, on aura en face une influence sur les valeurs physiques, par exemple la température, la vitesse du remplissage et enfin le taux de cisaillement.

Pour la résolution numérique, il faut avoir recours à la reformulation de d'équation au moyen de la méthode des volumes finis et son emploi dans le programme MATLAB.

هذه الدراسة تتمحور في معالجة مسألة فيزيائية على منوال رياضي، و ذلك بجعل الظاهرة الفيزيائية واضحة بشكل تقريبي، و هذا باللجوء إلى الحل الرقمي للمسألة المطروحة بشكل معادلة تفاضلية غير خطية لمعادلة الطاقة المحفوظة، مع أخذ بعين الاعتبار كمية الحركة للمادة البلاستيكية على شكل سائل على درجة حرارة لا تتجاوز 250 د°. و نتيجة لوجود منبع بارد على جدران القالب تحت درجة حرارة 20 د°، و هذا يؤثر بشكل مباشر على المادة الذائبة للبلاستيك، و هو المحور الأساسي للبحث أين تأخذ المادة شكل الصلب أو تحولها من حالة السائلة إلى الصلبة ، حيث كلما كانت المادة الذائبة في حالة الملام المباشر للقالب تقابلها تأثيرات على القيم الفيزيائية مثال على ذلك الحرارة، سرعة الملام و أخيرا معامل القص.

لمعالجة هذه المسألة رقميا لا بد من اللجوء إلى إعادة صيغة المعادلة بطريقة الأحجام المنتهية "volumes finis"

و توظيفها في برنامج الـ MATLAB

Injection molding of polymer is the most used tool in many fields of industry, to save time and cost it treats the phenomenon.

Our study focuses on the treatment of a physical problem following mathematical thinking and this, by making clear what physical phenomenon loosely by using the numerical solution to the problem in the form of nonlinear differential equations of the equation conservation of energy. However it is necessary to take into account the equation of the momentum of the plastic material in liquid form (temperature not exceeding 250 ° C).

The consequence of the existence of a cold source on the walls of the mold at a temperature of 20 ° C, the influence is directly on the plastic melted. What is the essential theme of our study. Because whenever the melt in the case of mold filling, it will face an influence on the physical values, eg temperature, speed of filling and finally the shear rate.

For the numerical solution, we must have recourse to the reformulation of the equation using the finite volume method and its use in the MATLAB program.