

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Batna
Faculté des Sciences
Département de Physique

Mémoire

Présenté par

Melle Hannachi Ibtissem

En vue de l'obtention du Diplôme de Magister
Spécialité : Physique Energétique

Thème

Etude d'ondes et dérives dans les fluides magnétisés ionisés

Soutenu le : 18 mai 2011

Devant la commission d'examen

Président : A. Bouldjedri, Professeur, Université de Batna

Rapporteur : A. Sid, Maître de Conférences, Université de Batna

Examineurs : Z. Aouachria, Maître de Conférences, Université de Batna

R. Atallah, Professeur, Université d'Annaba

*« Nous piétinerons éternellement aux frontières de l'inconnu cherchant à comprendre
ce qui restera toujours incompréhensible. Et c'est précisément
cela qui fait de nous des Hommes... »*

Isaac Asimov

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier très chaleureusement, du fond du cœur mon amie Salima Zerguine, pour tout ce qu'elle a fait pour moi, pour sa lecture attentive de la thèse et ses suggestions.

Mr A. Sid a accepté d'être mon directeur de thèse. Qu'il en soit ainsi remercié. Je le remercie également de m'avoir fait découvrir le domaine de la physique des plasmas. Je remercie Pr. A. Bouldjedri d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse. Je remercie également Dr. Z. Aouachria de l'Université de Batna et Pr. R. Atallah de l'Université de Annaba d'avoir être les examinateurs de cette thèse.

Je voudrais également remercier Pr. Bouzida de l'Université de Batna de m'avoir facilité toutes les procédures administratives.

Il ne me fut pas aisé d'expliquer à mes parents pourquoi je voulais faire de la physique. Néanmoins, ils m'ont toujours assuré de leur confiance et de leur soutien. Je leur en suis extrêmement reconnaissante. Cette thèse leur est dédiée.

Je voudrais également associer à ces remerciements mes sœurs Dounia, Nassima, Nadjoi, Ahlem et Imen, ma tante Hakima, mon frère Rafik, mais aussi mes oncles Abdeallah, Kamel, Abdelwahab et Noureddine, mes grand-mères, ma tante Lila, ainsi que tous les membres de ma famille qui m'ont toujours soutenue et encouragée.

Je remercie mes amis, Rafika, Delal et Farouk pour leur présence et encouragements.

Table des matières

Introduction.....	6
Bibliographie.....	9
Chapitre 1.....	10
Le mouvement de dérive dans les plasmas magnétisés	10
1.1 Introduction	10
1.2 Propriété générales du mouvement d'une particule chargée	11
1.2.1 Les équations du mouvement	11
1.2.2 Les relations générales de conservation	12
1.3 Le mouvement dans un champ constant	13
1.3.1 Le mouvement parallèle	14
1.3.2 Le mouvement perpendiculaire.....	14
1.3.3 Les conséquences du mouvement de giration	19
1.4 Mouvement dans les champs constants $\mathbf{B}$ et $\mathbf{E}$: la dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$	21
1.4.1 Effet du champ électrique parallèle	21
1.4.2 Effet d'un champ électrique perpendiculaire	22
1.5 Mouvement de dérive de gradient de B : la dérive ∇B	25
1.5.1 Gradient perpendiculaire à $\mathbf{B}$ avec $\mathbf{E} = \mathbf{0}$	26
1.5.2 Gradient perpendiculaire de $\mathbf{E}$ avec B uniforme	29
1.6 Mouvement dans un champ magnétique incurvé : la dérive de courbure.....	30
1.7 Dérives combinées ∇B et $\nabla \kappa$ dans un champ magnétique dans le vide	34
1.8 Mouvement dans les champs variables dans le temps $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$: la dérive de polarisation.....	35
1.8.1 La dérive de polarisation pour $\mathbf{E} \perp = \mathbf{E}_{\text{tex}} + \mathbf{E}_{\text{tey}}$ et $\mathbf{B} = \text{const.}$	36
1.8.2 La dérive de polarisation pour $\mathbf{E} \perp = \mathbf{E}_{\text{xr}} \perp, \mathbf{E}_{\text{yr}} \perp, \mathbf{E}_{\text{tey}}$ et $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{tez}}$	40
1.9 Mouvement dans les champs de gradients parallèles, les miroirs magnétiques	43
1.9.1 La formulation mathématique.....	45
1.9.2 Solution aux équations.....	46
1.9.3 L'effet de miroir et la machine à miroirs	49
Bibliographie.....	56
Chapitre 2.....	57
Ondes dans les plasmas magnétisés.....	57

2.1	Introduction	57
2.2	Plasma magnétisé	58
2.3	Applications des ondes de plasma	59
2.3.1	Ondes de plasma dans la physique ionosphérique	59
2.3.2	Ondes de plasma en astrophysique	59
2.3.3	Ondes de plasma dans les plasmas magnétisés de fusion.....	60
2.4	Quelques concepts de base d'onde	60
2.5	Les équations d'onde dans le plasma	61
2.6	Les ondes dans un plasma froid.....	64
2.6.1	Plasma dans un champ-libre ($\mathbf{B0} = \mathbf{0}$).....	73
2.6.2	Propagation parallèle $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B0}$	74
2.6.3	Propagation perpendiculaire ($\mathbf{k} \perp \mathbf{B0}$).....	78
2.6.4	Surfaces normale d'onde	83
2.6.5	Relations de dispersion pour la propagation oblique	89
2.7	Les ondes dans les plasmas chauds.....	95
2.7.1	D'ondes longitudinales	97
2.7.2	La relation de dispersion générale	98
Chapitre 3.....		109
Application des ondes et des dérives dans les plasmas de structure en TOKAMAK.....		109
3.1	Introduction	109
3.2	La fusion thermonucléaire	110
3.2.1	La physique de la fusion	110
3.2.2	Réaction de fusion et barrière coulombienne	111
3.2.3	Le temps de confinement et critère de Lawson.....	112
3.3	La filière tokamak	114
3.4	Orbites de particules dans les tokamaks	117
3.5	Instabilité du plasma.....	122
3.6	Le chauffage du plasma.....	123
3.6.1	Le chauffage par ondes électromagnétiques	124
3.7	La vitesse de dérive électrique dans un plasma de tokamak	125
3.7.1	La variation de la dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ du transport turbulent pour des plasmas magnétisés	127
3.7.2	Etude de la variation de la vitesse de dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$	128
3.7.3	Interprétation	130

3.8	Chauffage de plasma par ondes électromagnétique à la troisième harmonique de la fréquence cyclotron des électrons dans le tokamak TCV	131
3.8.1	Le Tokamak à Configuration Variable (TCV)	131
3.8.2	Chauffage des électrons par onde cyclotron électronique EC	132
3.8.3	Absorption des ondes dans un plasma chaud de TCV	133
Conclusion		140

Introduction

La matière telle qu'on la connaît sur terre peut exister essentiellement sous trois formes bien familières : l'état solide, l'état liquide et l'état gazeux. Il existe cependant un quatrième état de la matière, appelé plasma, obtenu lorsque la matière est portée par exemple à très haute température.

Un plasma est un milieu composé d'atomes ou de molécules partiellement ou complètement ionisés mais qui reste globalement électriquement neutre. Les exemples de plasmas dans la nature sont nombreux ; on peut citer [7, 10]:

- La magnétosphère et l'ionosphère terrestres.
- Le cœur des étoiles, exemple de plasma chaud et très dense.
- Les tubes à néon et le phénomène de la foudre (décharges électriques).

Dans un plasma, beaucoup d'ondes de nature différentes peuvent se propager. Du fait qu'un plasma combine les effets électromagnétiques au mouvement des particules qui sont généralement en interaction (effets fluides ou cinétiques), la nature des ondes est en général plus compliquée que dans le vide ou dans les gaz neutres.

Dans les années 20 et les années 30 quelques chercheurs, chacun motivé par un problème pratique spécifique, ont commencé l'étude de ce qui s'appelle maintenant la physique des plasmas. Leurs travaux ont été principalement orientés vers (i) l'effet du plasma ionosphérique sur la propagation radioélectrique des ondes courtes et (ii) les tubes électroniques gazeux employés dans le domaine des semi-conducteur. Dans les années 40 Hannes Alfvén a développé la théorie des ondes hydromagnétiques (maintenant appelées les ondes d'Alfvén) et il a étudié ces ondes dans les plasmas astrophysiques. Au début des années 50 la physique des plasmas à grande échelle a été à la base de la recherche dans l'énergie de fusion magnétique [1, 2, 3].

Les applications de la physique des plasmas sont très diverses et toujours en développement, dans des domaines aussi variés que :

- La fusion thermonucléaire : en réalisant un plasma de très forte densité et à très haute température, les physiciens espèrent amorcer des réactions de fusion nucléaire et créer ainsi un générateur d'énergie considérable [7].
- L'électronique : l'utilisation de plasmas froids permet de réaliser des circuits électroniques intégrés. La télévision possède certainement un écran à plasma.
- Traitement des matériaux : les plasmas permettent de détruire, transformer, analyser, souder, créer...la matière. Par exemple, des fibres plastiques peuvent être traitées par plasma pour devenir imperméables.

L'étude présentée dans ce mémoire s'étale sur trois parties :

La première partie concerne le mouvement de dérive du plasma sous l'effet de couplage entre le champ magnétique statique appliqué et le champ électrique.

Notre intérêt sera alors porté sur un certain nombre de dérives. Nous allons tout d'abord discuter la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ résultant des champs électrique et magnétique perpendiculaire. Nous avons présenté par la suite la dérive due aux gradients perpendiculaires du champ $\vec{\nabla} B$. En outre, la courbure des lignes du champ magnétique mène à une dérive connue sous le nom de dérive de courbure.

L'étape suivante sera de considérer la dépendance temporelle des champs magnétiques et électriques. L'effet dominant est le développement d'une dérive connue sous le nom de dérive de polarisation. Finalement, nous parlerons des gradients parallèles au champ magnétique, qui sont produits d'une force parallèle qui maintient les particules ayant une vitesse perpendiculaire élevée confinées entre les régions du champ magnétique élevé donnant lieu à l'effet du miroir magnétique.

Le deuxième chapitre traite des ondes électromagnétiques dans les plasmas magnétisés. Des définitions sur les ondes froides et les ondes chaudes seront données. Les relations de dispersion de chaque type de ces ondes seront explicitement calculées dans les cas d'une propagation parallèle et d'une propagation perpendiculaire.

Le troisième chapitre de ce travail est constitué de deux parties, la première consiste à étudier la variation de la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ du plasma pour un champ magnétique constant et pour une fluctuation du champ électrique dans un TOKAMAK de structure toroïdale. La deuxième étude concerne l'utilisation d'une onde électromagnétique de fréquence n harmonique pour le chauffage du plasma.

Bibliographie

- [1] Robert J. Goldston and Paul H Rutherford, *Introduction to Plasma Physics*, Instiude of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 1995.
- [2] Russell M. Kulsrud, *Plasma Physics for Astrophysique*, princeton university press princeton and oxford, 2005.
- [3] Jean Macel Rax, *Physique des plasmas*, Dunod, 2005.
- [4] A. Dinklage, T. Klinger, G.Marx and L. Schweikhard, *Plasma Physics*, Springer, 2005.
- [5] K. Itoh, S-I Itoh and A. Fukuyama, *Transport and Structral Formation in Plasma*, Iop, 1998.
- [6] T.J. M. Boyd and J. J. Sanderson, *The Physics of Plasmas*, Cambridge, 2003.
- [7] Jeffrey P. Freidberg, *Plasma Physics and Fusion Enargy*, Cambridge, 2007.
- [8] F. F. Chen and J. P. Chang, *Principles of Plasma Processing*, UCLA, 2002.
- [9] M. A. LiebermanI and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, .John Wiley & Sons, 1994.
- [10] J. L. Delcroix and A. Bers, *Physique de Plasma 1*, InterEditions / CNRS Editions, 1994.
- [11] Michel Moisan et Jacques Pelletier, *Physique des plasmas collisionnels*, EDP Sciences, 2006.
- [12] Pierre Charles, *Energie nucléaire Fission et Fusion*, ellipses, 2006.

Chapitre 1

Le mouvement de dérive dans les plasmas magnétisés

1.1 Introduction

La physique des plasmas est constituée d'un ensemble de résultats concernant la description des plasmas thermonucléaires, industriels et spatiaux ainsi qu'un ensemble de méthodes approximatives permettant de résoudre le problème central de l'interaction champs électromagnétiques-particules chargés.

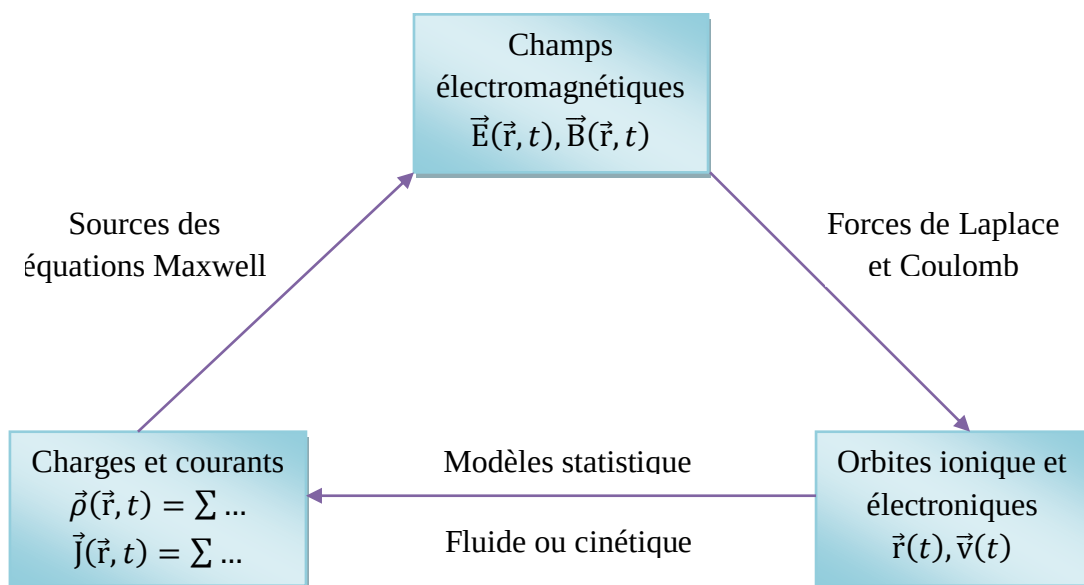


Figure 1.1 : Interaction champs-plasma.

Beaucoup de plasmas sont immergés dans des champs magnétiques et/ou électriques extérieurement imposés. Or, le plasma est formé de particules chargées et par conséquent la possibilité de générer son propre champ électromagnétique. Dans ce chapitre nous commençons par présenter le comportement des particules chargées dans des champs supposé préformés en insistant sur la dérive du centre de guidage qui a une importance majeure dans la

physique et technologie de confinement magnétique des plasmas. L'étude de la dérive du plasma sera menée dans le cadre de la théorie des fluides.

L'étude du comportement de l'interaction plasma-champ électromagnétique permet de fournir l'information sur le confinement des particules chargées et du plasma dans des structures magnétiques. Nous pourrons alors développer une intuition au sujet du comportement détaillé des trajectoires des particules dans des champs magnétiques cohérents.

1.2 Propriété générales du mouvement d'une particule chargée

Le développement de la théorie du centre de guidage commence par un examen de plusieurs propriétés générales du mouvement d'une particule dans des champs magnétiques et électriques. Inclus dans la discussion sont le rapport des équations exactes du mouvement à résoudre et la dérivation des lois de conservation générales menant à l'identification des constantes exactes du mouvement.

1.2.1 Les équations du mouvement

Le point de départ pour le développement de la théorie du centre de guidage est la détermination des équations du mouvement qui sont déduire à partir de la loi de Newton. Pour les applications en physique des plasmas, seulement les forces magnétiques et électriques, donnée par la force de Lorentz, sont exigées. La pesanteur a un effet très petit et peut être négligée. Les équations à résoudre sont ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{P}}{dt} &= \frac{d(m\vec{v})}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{v} \end{aligned} \tag{1-1}$$

Généralement $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ et $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ sont des fonctions de trois dimensions plus le temps. L'équation (1-1) est ainsi un ensemble d'équations couplées, non linéaires, ordinaires pour les inconnus $\vec{v}$ et $\vec{r}$ qui sont des fonctions de t . Elles seront résolues pour une large variété de cas en utilisant la théorie du centre de guidage. Les variations spatiales de $\vec{B}$ et $\vec{E}$ se produisent sur

une échelle de longueur très supérieure à un rayon de giration et que les variations en temps se produisent sur une échelle de temps très supérieure à l'inverse de la gyrofréquence.

1.2.2 Les relations générales de conservation

Les relations générales de la conservation de l'énergie et du moment peuvent être dérivées à partir de l'équation (1-1). Ces relations de conservation mènent « aux constantes exactes du mouvement », qui contraignent fortement la trajectoire des particules.

Considérons d'abord la situation dans laquelle $\vec{E} = \vec{0}$ et $\vec{B}$ est indépendant du temps: $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r})$. Le produit scalaire de l'équation (1-1) avec $\vec{v}$ mène à :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = 0 \quad (1 - 2)$$

ou

$$\frac{1}{2} m v^2 = \text{const} \quad (1 - 3)$$

La conclusion est que l'énergie cinétique d'une particule dans un champ magnétique statique est une constante. En d'autres termes, un champ magnétique statique ne peut effectuer aucun travail sur une particule chargée. Un autre résultat relatif de base est qu'un champ magnétique statique ne produit aucune force parallèle à $\vec{B}$, un résultat qui suit trivialement de la relation $\vec{B} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 0$.

Cette relation peut être généralisée en introduisant un champ électrique statique. Puisque les champs sont statiques, la loi de Faraday se présente sous la forme : $\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\phi(\vec{r})$. Le produit scalaire de l'équation (1-1) avec $\vec{v}$ conduit à l'équation suivante du potentiel scalaire :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla\phi = \vec{v} \cdot \nabla\phi \quad (1 - 4)$$

Il en résulte l'invariance de l'énergie totale de la particule :

$$W \equiv \frac{1}{2} m v^2 + q\phi \quad (1 - 5)$$

et elle est constante par rapport aux temps.

En général les champs sont des fonctions de x, y, z, t . Considérons le cas particulier où les champs électromagnétiques sont indépendants de l'une ou de plusieurs de ces variables. Si on suppose par exemple que les champs sont indépendant de y et ils ne dépendent que de x, z, t , les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ s'écrivent en termes des potentiels scalaire et vectoriel comme : $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \partial\vec{A}/\partial t$ et $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. En formant le produit scalaire de l'équation de la conservation du moment suivant $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}mv_y &= q(E_y - v_x B_z + v_z B_x) \\ &= -q \left(\frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial A_y}{\partial x} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \\ &= -q \frac{dA_y}{dt} \end{aligned} \quad (1-6)$$

Ce qui conduit à la conservation de p_y :

$$p_y \equiv mv_y + qA_y = \text{const.} \quad (1-7)$$

La quantité p_y est le composant y du moment canonique. D'une manière semblable on peut montrer que dans une géométrie cylindrique avec la symétrie azimutale (c.-à-d., $\partial/\partial\theta = 0$) la composante P_θ du moment angulaire canonique est également une constante du mouvement :

$$p_\theta \equiv mrv_\theta + qrA_\theta = \text{const.} \quad (1-8)$$

L'existence des constantes exactes du mouvement s'avère souvent utile en comprenant le comportement du mouvement de particules dans des structures complexes de champs électriques et magnétiques. Dans la discussion qui suit, on choisit des formes relativement simples pour $\vec{B}$ et $\vec{E}$ qui correspondent à des solutions analytiques complètes pour les trajectoires de particules, et qui montrent explicitement l'existence des constantes du mouvement.

1.3 Le mouvement dans un champ constant

La théorie du confinement magnétique est basée sur le comportement d'une particule chargée dans un champ magnétique. Pour un champ magnétique uniforme et indépendant du temps, La trajectoire d'une telle particule montre le bon confinement dans la direction

perpendiculaire au champ magnétique et d'aucun confinement dans la direction parallèle. Ce comportement peut être explicitement démontré en résolvant les lois de Newton du mouvement en supposant $\vec{E} = \vec{0}$ et $\vec{B} = B\vec{e}_z$, où $B = \text{const.}$

Les équations de mouvement s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 dv_x/dt &= \omega_c v_y & v_x(0) &= v_{x0} \equiv v_{\perp} \cos \varphi \\
 dv_y/dt &= -\omega_c v_x & v_y(0) &= v_{y0} \equiv v_{\perp} \sin \varphi \\
 dv_z/dt &= 0 & v_z(0) &= v_{z0} \equiv v_{\parallel} \\
 dx/dt &= v_x & x(0) &= x_0 \\
 dy/dt &= v_y & y(0) &= y_0 \\
 dz/dt &= v_z & z(0) &= z_0
 \end{aligned} \tag{1-9}$$

où $\omega_c = qB/m$ est la gyrofréquence (parfois appelée la fréquence cyclotronique ou la fréquence de Larmor) et $v_{\perp}, v_{\parallel}$ sont les composantes de la vitesse perpendiculaire et parallèle au champ magnétique et φ, x_0, y_0, z_0 désignent la position initiales de la particule.

1.3.1 Le mouvement parallèle

Le mouvement parallèle au champ est décrit par les équations :

$$\begin{aligned}
 dv_z/dt &= 0 & v_z(0) &= v_{z0} = v_{\parallel} \\
 dz/dt &= v_z & z(0) &= z_0
 \end{aligned} \tag{1-10}$$

dont la solution est facilement trouvée et est donnée par :

$$\begin{aligned}
 v_z(t) &= v_{\parallel} \\
 z(t) &= z_0 + v_{\parallel} t
 \end{aligned} \tag{1-11}$$

Il correspond à un mouvement uniforme. Il n'y a aucune force parallèle fournissant le confinement et les particules procèdent simplement sans difficulté. Le mouvement est donc illimité suivant une ligne de champ magnétique donnée.

1.3.2 Le mouvement perpendiculaire

Dans le plan x, y la force est toujours perpendiculaire à $\vec{v}$. Ceci mène à un mouvement circulaire. Les équations de la vitesse s'écrivent :

$$\begin{aligned} dv_x/dt &= \omega_c v_y & v_x(0) &= v_{x0} \equiv v_{\perp} \cos \varphi \\ dv_y/dt &= -\omega_c v_x & v_y(0) &= v_{y0} \equiv v_{\perp} \sin \varphi \end{aligned} \quad (1-12)$$

Ces équations peuvent alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_y}{dt^2} + \omega_c^2 v_y &= 0 \\ v_y(0) &= v_{\perp} \sin \varphi \\ \frac{dv_y(0)}{dt} &= -\omega_c v_x(0) = -\omega_c v_{\perp} \cos \varphi \end{aligned} \quad (1-13)$$

L'équation (1-13) est une équation différentielle ordinaire linéaire avec des coefficients constants. Sa solution générale est de la forme :

$$\begin{aligned} v_x &= v_{\perp} \cos(\omega_c t - \varphi) \\ v_y &= -v_{\perp} \sin(\omega_c t - \varphi) \end{aligned} \quad (1-14)$$

Cette solution montre que les particules tournent avec une fréquence égale à la gyrofréquence. En outre, pour un champ magnétique uniforme, il y a conservation non seulement de l'énergie totale, mais également des vitesses parallèles et perpendiculaires séparément : $v_z^2(t) = v_{\parallel}^2 = \text{const.}$ et $v_x^2(t) + v_y^2(t) = v_{\perp}^2 = \text{const.}$

La solution pour le mouvement perpendiculaire est calculée en intégrant la vitesse, et donne les expressions $x(t), y(t)$ pour la trajectoire des particules. On obtient :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_g + r_L \sin(\omega_c t - \varphi) \\ y(t) &= y_g + r_L \cos(\omega_c t - \varphi) \end{aligned} \quad (1.15)$$

où r_L est le rayon de giration (parfois appelé le rayon de Larmor) est indiqué par $r_L = v_{\perp}/\omega_c = mv_{\perp}/qB$.

et x_g, y_g déterminent la position du centre de guidage de la particule et sont donnés par :

$$\begin{aligned} x_g &\equiv x_0 + r_L \sin \varphi \\ y_g &\equiv y_0 - r_L \cos \varphi \end{aligned} \quad (1.16)$$

Cette nomenclature est motivée par l'équation de la trajectoire

$$(x - x_g)^2 + (y - y_g)^2 = r_L^2 \quad (1.17)$$

ce qui est illustré dans les figures 1.2 et 1.3. On note que la trajectoire de la particule est circulaire avec un rayon égal au rayon de giration. Le centre de la trajectoire est situé à

(x_g, y_g) . On constate que si le rayon de giration est petit par rapport au rayon de plasma, on peut conclure qu'il y a un bon confinement perpendiculaire du plasma dans le champ magnétique.

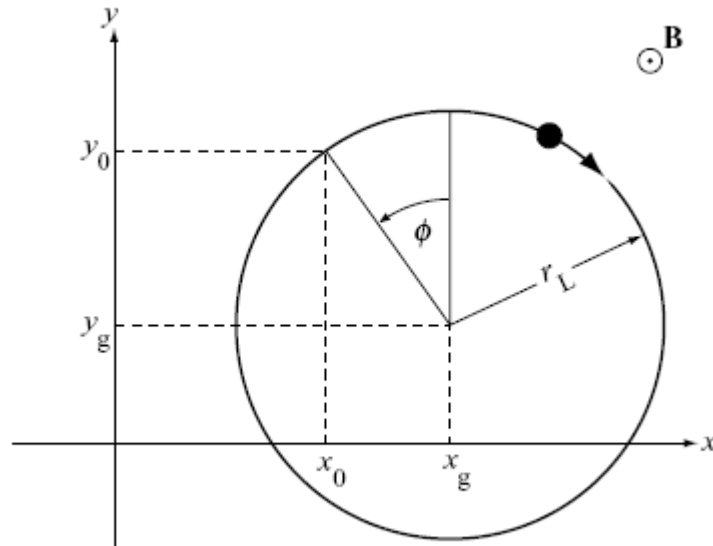


Figure 1.2 : Trajectoire de giration d'une particule chargée positivement dans un champ magnétique.

Le concept du centre de guidage est, comme son nom l'indique, la base pour « la théorie du centre de guidage ». En obtenant la vitesse et la position du centre de guidage pour des champs plus généraux on obtient une idée précise sur la position des particules, différant de la trajectoire exacte par seulement une petite déviation de l'ordre du rayon de giration.

Une autre propriété du mouvement de giration est la direction de la rotation. Puisque les électrons et les ions ont des charges de signe opposé, ils tournent dans des directions opposées. La direction réelle de la rotation est fixée à partir de la direction de la force $\pm |q| \vec{v} \times \vec{B}$ sur la figure 1.4. Une manière simple de se rappeler la direction de la rotation est de noter que le champ magnétique produit par le courant électrique d'une particule en mouvement de giration s'oppose toujours au champ magnétique appliqué. Le mouvement de giration est diamagnétique.

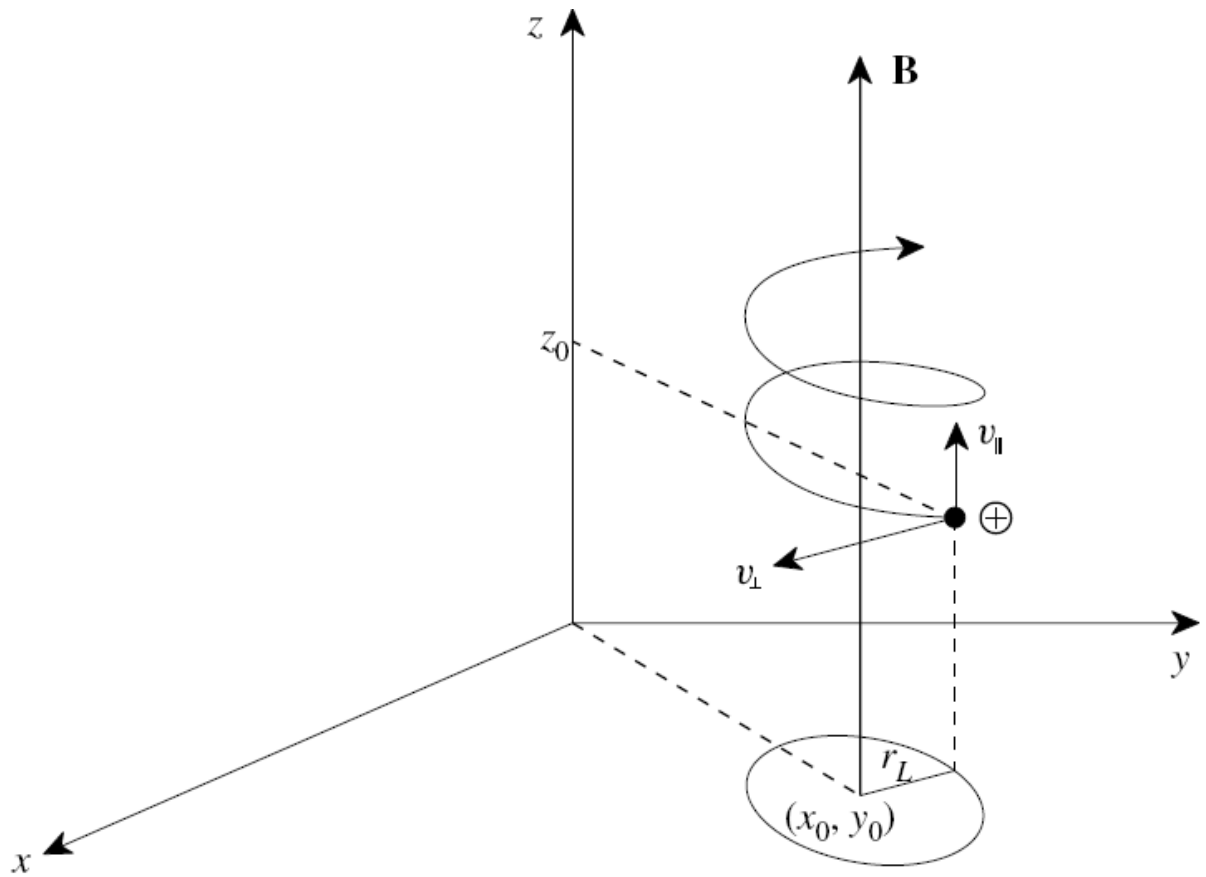


Figure 1.3 : Orbite d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

Le vecteur rotation gyromagnétique $\vec{\omega}_c$ est défini par :

$$\vec{\omega}_c = -\frac{q}{m}\vec{B}$$

Son axe définit l'axe de rotation, son signe le sens de la rotation (positif pour les électrons et négatif pour les ions) et son module est [1]:

$$\omega_c = \left| \frac{q}{m} B \right|$$

est la fréquence de rotation appelée la fréquence cyclotronique. Pour pouvoir écrire des équations valables aussi bien la valeur algébrique de la fréquence cyclotronique [6].

Le signe de la charge peut être facilement tenu compte dans la description du mouvement de giration en définissant la gyrofréquence et le rayon de giration pour être toujours positif, $\omega_c = |q|B/m$, $r_L = mv_\perp/|q|B$. Les équations (1-14) et (1-16) se réécrivent :

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_\perp \cos(\omega_c t \pm \varphi) \\ v_y(t) &= \pm v_\perp \sin(\omega_c t \pm \varphi) \\ x(t) &= x_g + r_L \sin(\omega_c t \pm \varphi) \\ y(t) &= y_g \mp r_L \cos(\omega_c t \pm \varphi) \end{aligned} \quad (1-18)$$

où le signe supérieur et inférieur correspond à une charge négative et positive. Les parties d'oscillation de ces solution seront de dorénavant notées par $\overrightarrow{v_{gyro}}(t)$ et $\overrightarrow{r_{gyro}}(t)$.

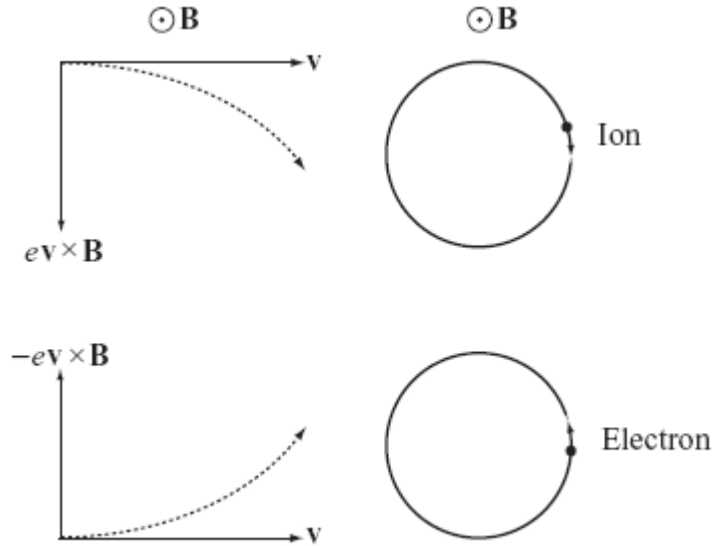


Figure 1.4 : Direction du mouvement de giration diamagnétique d'une particule chargée. Pour des ions $q = +e$, tandis que pour des électrons $q = -e$.

Notons que la gyrofréquence ω_c augmente avec le champ magnétique B : B élevé $\rightarrow \omega_c$ élevé. En outre, la gyrofréquence de l'électron est beaucoup plus grande que la gyrofréquence de l'ion par le rapport m_i/m_e . Le rayon de giration augmente avec la vitesse perpendiculaire $v_\perp$ et diminue à mesure que le champ magnétique B augmente : $v_\perp$ élevé, B bas $\rightarrow r_L$ grand. Pour une particule thermique typique avec $v_\perp = v_T \equiv (2k_B T/m)^{1/2}$ le rayon de giration d'ion est plus grand que le rayon de giration d'électron par le rapport $(m_i/m_e)^{1/2}$. Des valeurs numériques typiques sont données dans la référence [11, 14]:

$$\begin{aligned}
\omega_{ce} &= \frac{eB}{m_e} = 1.76 \times 10^{11} B = 8.8 \times 10^{11} \text{s}^{-1} \\
\omega_{ci} &= \frac{eB}{m_i} = 4.79 \times 10^7 B = 2.4 \times 10^8 \text{s}^{-1} \\
r_{Le} &= \frac{(2m_e T_e)^{1/2}}{eB} = 1.07 \times 10^{-4} \frac{T_k^{1/2}}{B} = 8.3 \times 10^{-5} \text{m} \\
r_{Li} &= \frac{(2m_i T_i)^{1/2}}{eB} = 6.46 \times 10^{-3} \frac{T_k^{1/2}}{B} = 5.0 \times 10^{-3} \text{m}
\end{aligned} \tag{1-19}$$

Ces valeurs correspondent à $T_k = 15 \text{ keV}$, $B = 5 \text{ T}$, et une masse de deutérium.

1.3.3 Les conséquences du mouvement de giration

Le mouvement perpendiculaire et parallèle combiné d'une particule chargée correspond à une trajectoire hélicoïdale comme il est montré sur les figures 1.3 et 1.5. Les particules décrivent des spirales le long des lignes de champ avec un petit déplacement perpendiculaire égal au rayon de giration. Ceci a des implications importantes pour la géométrie d'un réacteur à fusion magnétique. Spécifiquement, la structure magnétique doit être toroïdale pour que les lignes de champ magnétique se renferment sur elles mêmes. Une géométrie technologiquement plus simple et linéaire ne fonctionne pas, comme il est montré sur la figure 1.6 (a). On observe que dans une géométrie linéaire de longueur finie toutes les particules doivent entrer par en contact avec le premier mur dans une courte durée. En d'autres termes, les particules ne sont pas confinées et il n'y a plus de temps pour que les réactions de fusion se produisent. Ce problème critique est évité dans une géométrie toroïdale comme illustré dans figure 1.6 (b). Ici, les particules se développent en spirales encore sans interruption le long des lignes de champ. Cependant, ils n'établissent jamais le contact avec le premier mur puisque les lignes de champ ne laissent pas la chambre dans une géométrie toroïdale et les déplacements perpendiculaires des particules sont très petites : $r_{Li} \ll a$.

Il convient de noter que diverses configurations ont été inventées « pour brancher » les extrémités des systèmes ouverts. Ces configurations sont basées sur l'effet de « miroir ». Néanmoins, dans la pratique, les pertes de fin sont juste trop grandes pour surmonter et c'est pour cette raison que toutes les principales géométries magnétiques pour des applications de fusion sont toroïdales.

Pour réitérer, le mouvement de giration des particules chargées dans un champ magnétique statiques et homogènes servissent de bloc fonctionnel de base au confinement magnétique du plasma de fusion.

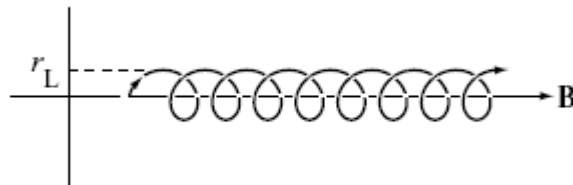


Figure 1.5 : Trajectoire hélicoïdale d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

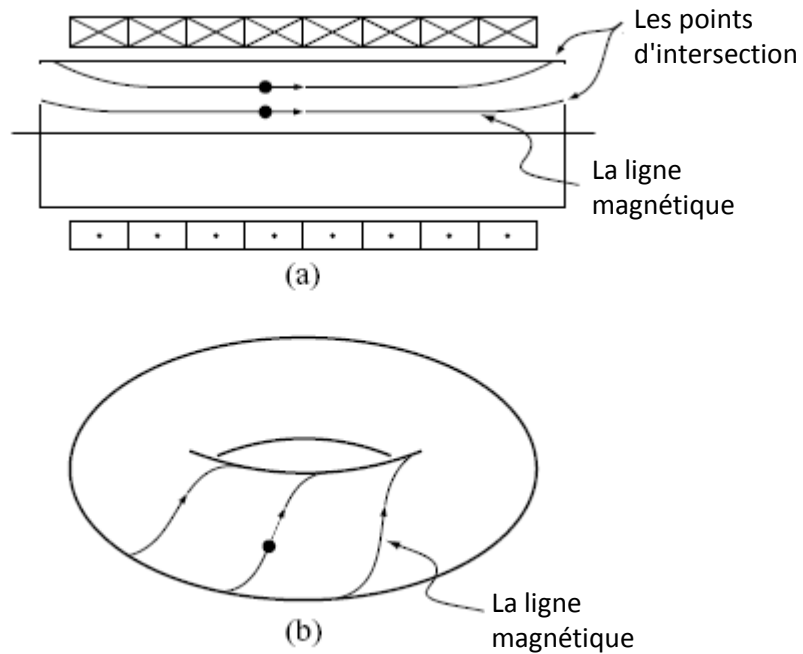


Figure 1.6 : (a) Particules coulant suivant une ligne magnétique et étant perdues comme ils se heurtent le mur. (b) Lignes magnétiques enroulant autour d'un tore empêchant couler librement la perte de fin.

1.4 Mouvement dans les champs constants $\vec{B}$ et $\vec{E}$: la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$

La première contribution additionnelle au champ magnétique statique à considérer correspond à un champ électrique constant (dans l'espace et le temps). Ce champ électrique peut être dû à la charge d'espace dans le plasma.

Pour le moment, on suppose simplement que les champs électriques et magnétiques sont constants et homogènes. Le but est alors de déterminer le mouvement d'une particule chargée dans l'ensemble de ces champs. Les modifications au mouvement de giration original apparaissent dans deux contributions, une due au champ électrique parallèle et l'autre due à la composante perpendiculaire. On montre que les composantes parallèles mènent à une accélération constante et la composante perpendiculaire mène à un mouvement de dérive perpendiculaire à $\vec{E}$ et à $\vec{B}$ connus sous le nom de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$.

1.4.1 Effet du champ électrique parallèle

En plus du champ magnétique constant $\vec{B} = B\vec{e}_z$, on suppose qu'un champ électrique constant $\vec{E} = \vec{E}_\perp + E_\parallel\vec{e}_z$ existe dans le plasma. Considérons d'abord l'effet du champ électrique parallèle. La composante parallèle d'équation du mouvement se réduit à :

$$m \frac{dv_z}{dt} = qE_\parallel, \quad v_z(0) = v_\parallel \quad (1 - 20)$$

La solution est facilement trouvée et elle est donnée par :

$$v_z(t) = v_\parallel + \frac{q}{m} E_\parallel t \quad (1 - 21)$$

En plus du mouvement d'écoulement libre lié à $v_\parallel$ il y a une accélération constante due au champ électrique parallèle. Hypothétiquement la vitesse de particules continuerait à augmenter monotoniquement et indéfiniment jusqu'à ce qu'elle soit devenue relativiste.

Dans la pratique, il y a une raison pour laquelle ceci ne se produit pas souvent en raison de la présence des collisions coulombiennes. Ces collisions produisent une petite résistance de frottement sur le mouvement parallèle menant à une résistivité dans le plasma. La

combinaison d'un champ électrique et de la force de résistance de frottement limite la vitesse maximum réalisable par une particule chargée aux valeurs non-relativiste.

Un point intéressant final concernant le mouvement parallèle est que, dans certaines conditions, la résistance de frottement due aux collisions est trop faible pour empêcher le ralentissement d'une certaine classe d'électrons dans le plasma. Dans cette situation les électrons accélèrent en effet aux vitesses relativistes. Ces électrons s'appellent les « électrons d'emballement ».

1.4.2 Effet d'un champ électrique perpendiculaire

Le prochain sujet concerne l'effet d'un champ électrique perpendiculaire sur le mouvement de giration. Considérons d'abord la solution mathématique du problème. Pour simplifier l'analyse, on suppose que $\vec{E}_\perp = E_x \vec{e}_x$, où $E_x = \text{const.}$ Les équations du mouvement perpendiculaire deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \omega_c v_y + \frac{q}{m} E_x \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\omega_c v_x \end{aligned} \quad (1 - 22)$$

L'élimination de v_x entre ces deux équations implique :

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} + \omega_c^2 \left(v_y + \frac{E_x}{B} \right) = 0 \quad (1 - 23)$$

En posant $v'_y = v_y + E_x/B$. L'équation (1.23) se simplifie à :

$$\frac{d^2 v'_y}{dt^2} + \omega_c^2 v'_y = 0 \quad (1 - 24)$$

et correspond au mouvement de giration discuté préalablement.

La solution pour la vitesse originale devient ainsi :

$$\vec{v}_\perp(t) = \vec{v}_{gyro}(t) - (E_x/B) \vec{e}_y \quad (1 - 25)$$

Noter l'addition d'une nouvelle vitesse perpendiculaire de dérive due à $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Ce résultat peut être généralisé à un champ électrique perpendiculaire arbitraire $\vec{E}_\perp = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y$, où E_x, E_y sont des constantes. Pour le cas général on définit une nouvelle variable de vitesse perpendiculaire

$$\vec{v}'_\perp = \vec{v}_\perp - \vec{E}_\perp \times \vec{B} / B^2 \quad (1 - 26)$$

L'équation de base du mouvement perpendiculaire, donnée par :

$$m \frac{d\vec{v}_\perp}{dt} = q(\vec{E}_\perp + \vec{v}_\perp \times \vec{B}) \quad (1 - 27)$$

se réduit à :

$$\frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = \omega_c \vec{v}'_\perp \times \vec{e}_z \quad (1 - 28)$$

L'équation (1-28) correspond au mouvement de giration dans un champ magnétique uniforme.

La forme générale pour la vitesse originale peut, donc, être réécrite comme :

$$\begin{aligned} \vec{v}_\perp(t) &= \vec{v}_{gyro}(t) + \vec{V}_E \\ \vec{V}_E &= \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \end{aligned} \quad (1 - 29)$$

La conclusion est que l'addition d'un champ électrique perpendiculaire uniforme superpose une vitesse de dérive constante ($\vec{V}_E$) au mouvement de giration. Cette dérive est connue comme la dérive électrique $\vec{E} \times \vec{B}$ et elle est perpendiculaire à $\vec{E}$ et à $\vec{B}$. Elle est également indépendante de la masse et de la charge. En d'autres termes, la dérive des électrons et des ions se fait avec la même vitesse.

Une image physique de la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ peut être obtenue en examinant la figure 1.7 et en rappelant que le rayon de giration augmente avec la vitesse perpendiculaire : $r_L \sim v_\perp / B$. Considérons le mouvement d'une charge positive située dans un champ électrique et magnétique suivant les indications de la figure 1.7 (a). En se déplaçant du point 1 au point 2, la particule est accélérée par le champ électrique. Pendant qu'elle se déplace du point 2 au point 3 elle est ralentie par rapport à sa vitesse originale. Notons qu'à chaque point le long de la partie supérieure de la trajectoire la vitesse est plus grande que la vitesse originale sans

champ électrique, cela implique l'augmentation du rayon de giration. L'opposé est vrai sur la partie inférieure de la courbe. Du point 3 au point 4 la charge est ralentie. De nouveau du point 4 au point 1 la charge s'accélère, à sa vitesse originale.

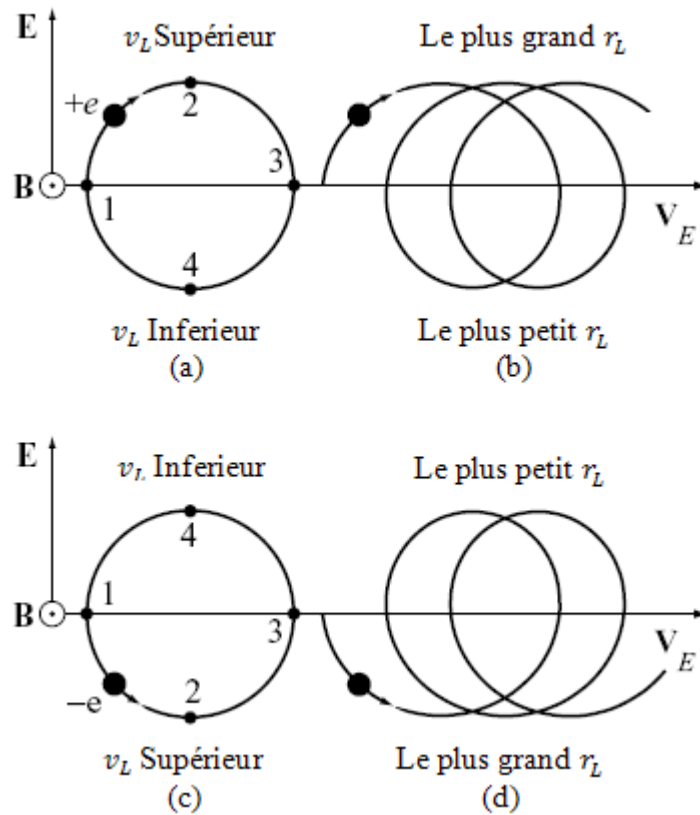


Figure 1.7 : (a) Effet de $\vec{E}_\perp$ sur une charge positive et (b) la dérive perpendiculaire résultant $\vec{E} \times \vec{B}$. (c) Effet de $\vec{E}_\perp$ sur une charge négative et (d) la dérive perpendiculaire résultant $\vec{E} \times \vec{B}$.

La combinaison de ces effets est montrée sur la figure 1.7 (b). Une $v_\perp$ plus élevée sur la partie supérieure de la trajectoire et une $v_\perp$ inférieure sur la partie inférieure mène à une dérive perpendiculaire à $\vec{E}$ et à $\vec{B}$ résultant de différentes tailles du rayon moyen de giration.

deux points sont à souligner. Le premier est lié au fait que les électrons et les ions ont la même vitesse de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ qui correspond à un flux macroscopique de fluide avec $\vec{u}_\perp = \vec{V}_E$ sans génération de quelconque courant électrique $\vec{J}_\perp = en(\vec{u}_{\perp i} - \vec{u}_{\perp e}) = 0$. La vitesse de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ peut être reformulé tel que : $\vec{E}_\perp + \vec{u}_\perp \times \vec{B} = \vec{0}$.

Le deuxième point est légèrement plus subtil. De faibles champs électriques perpendiculaires peuvent exister dans un plasma. Qualitativement, de tels champs électriques surgissent parce que à cause de la perpendicularité à $\vec{B}$ les électrons et les ions sont confinés par magnétisme et ne sont donc pas libre pour couler et pour générer un déséquilibre de charge locale qui pourrait autrement se développer.

1.5 Mouvement de dérive de gradient de B : la dérive $\vec{\nabla}B$

La deuxième modification au mouvement de giration à étudier concerne les inhomogénéités dans les champs. Spécifiquement, cette section inclut les effets des gradients dans $\vec{B}$ et $\vec{E}$ perpendiculaires au champ magnétique. Bien que le champ $\vec{B}$ soit non homogène, sa direction néanmoins reste constante; c'est-à-dire, on suppose que $\vec{B}$ est de la forme $\vec{B} = B(x, y)\vec{e}_z$. Pour le champ électrique, les gradients permis sont donnés par $\vec{E} = E_x(x)\vec{e}_x + E_y(y)\vec{e}_y$. Etant donné que la dépendance du temps de $\vec{B}$ est ignorée, on obtient $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$.

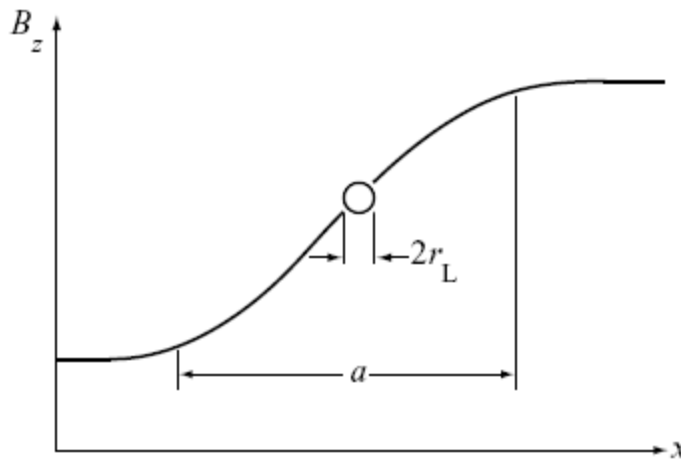


Figure 1.8 : Largeur de la dimension x d'une trajectoire de giration dans un champ avec un gradient faible : $r_L \ll a$

Dans la section suivante on va démontrer que le gradient du champ magnétique produit une dérive de particules perpendiculaire à $\vec{B}$ et à $\vec{\nabla}B$ connus sous le nom de dérive $\vec{\nabla}B$. Le gradient dans le champ électrique est montré pour produit une petite variation dans la

gyrofréquence. L'analyse est effectuée en utilisant un développement perturbatif. Le paramètre de perturbation est le rapport du rayon de giration à la longueur de l'échelle caractérisant les inhomogénéités de champ : $r_L \vec{\nabla} B/B \sim r_L \vec{\nabla} E/E \sim r_L/a \ll 1$. Les champs magnétiques et électriques varient lentement comparé au rayon de giration.

1.5.1 Gradient perpendiculaire à $\vec{B}$ avec $\vec{E} = \vec{0}$

Pour simplifier le calcul, on commence par supposer que $\vec{E} = \vec{0}$ et $B(x, y) \rightarrow B(x)$. Ces prétentions sont détendues sous peu. Les équations du mouvement perpendiculaires peuvent alors être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} m dv_x/dt &= qB(x)v_y \\ m dv_y/dt &= -qB(x)v_x \\ dx/dt &= v_x \\ dy/dt &= v_y \end{aligned} \tag{1-30}$$

Ces équations sont des équations différentielles non linéaires compliquées en raison de la dépendance en x du champ B . Les équations sont simplifiées en exploitant l'approximation de la petite variation du rayon de giration. L'étape principale est le développement de Taylor de B autour de sa valeur au centre de guidage ($x = 0$). Dans cette supposition, les équations perpendiculaires du mouvement peuvent être écrites comme :

$$\begin{aligned} dv_x/dt &\approx \omega_c(x_g) \left[1 + \frac{\partial B(x_g)}{\partial x_g} \frac{(x - x_g)}{B(x_g)} \right] v_y \\ dv_y/dt &\approx -\omega_c(x_g) \left[1 + \frac{\partial B(x_g)}{\partial x_g} \frac{(x - x_g)}{B(x_g)} \right] v_x \\ dx/dt &= v_x \\ dy/dt &= v_y \end{aligned} \tag{1-31}$$

Notons que la valeur du deuxième terme dans le crochet est faible devant l'unité, d'un rapport de r_L/a .

La solution de l'équation (1-31) peut être trouvée en utilisant le développement par rapport au paramètre d'échelle r_L/a , soit :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{v}_1 + \dots \\ \vec{r} &= \vec{r}_0 + \vec{r}_1 + \dots \end{aligned} \tag{1-32}$$

A l'ordre zéro, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} d\vec{v}_0/dt &= \omega_c \vec{v}_0 \times \vec{e}_z \\ d\vec{r}_0/dt &= \vec{v}_0 \end{aligned} \quad (1-33)$$

Et au premier ordre, s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dv_{x1}}{dt} - \omega_c v_{y1} &= -\frac{v_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial x_g} [1 - \cos 2(\omega_c t - \varphi)] \\ \frac{dv_{y1}}{dt} - \omega_c v_{x1} &= -\frac{v_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial x_g} \sin 2(\omega_c t - \varphi) \end{aligned} \quad (1-34)$$

Il s'agit d'équations différentielles linéaires non homogènes. On remarque qu'il y a deux types de termes - un terme constant et un terme oscillant deux fois à la gyrofréquence. Puisque les équations sont linéaires, on peut séparer les échelles de temps. La partie lentement variable dans le temps se présente donc comme :

$$\begin{aligned} \frac{dv_{x1}}{dt} - \omega_c v_{y1} &= -\frac{v_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial x_g} \\ \frac{dv_{y1}}{dt} + \omega_c v_{x1} &= 0 \end{aligned} \quad (1-35)$$

Ces équations sont identiques à l'équation (1-22), qui a produit la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$. Il s'en suit que n'importe quel terme représentant une accélération constante $\vec{F}/m \rightarrow q\vec{E}/m$ provoque une dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ équivalente de la forme :

$$\vec{V}_F = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} \quad (1-36)$$

L'application de ce résultat à l'équation (1-25) mène à la dérive $\vec{\nabla} B$

$$\vec{V}_{VB} = \frac{v_{\perp}^2}{2\omega_c} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x_g} \vec{e}_y \quad (1-37)$$

Dans le cas où $B = B(x, y)$, l'équation (1-37), se généralise à :

$$\vec{V}_{VB} = \mp \frac{v_{\perp}^2}{2\omega_c} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^2} \quad (1-38)$$

Le signe supérieur correspond à une charge négative et le signe inférieur à une charge positive.

On peut estimer l'ordre de grandeur de la dérive $\vec{\nabla}B$, en remarquant que pour une particule thermique typique ($v_{\perp} \sim v_T$) la dérive $\vec{\nabla}B$ est petite comparé à la vitesse thermique : $|\vec{\nabla}B/v_T| \sim r_L/a$. Puisque la dérive est proportionnelle à $mv_{\perp}^2$ elle a la même grandeur pour les électrons et les ions à l'équilibre thermodynamique, $T_e = T_i = T$. Puisque $\vec{\nabla}B$ est proportionnel à $1/q$, la direction de la dérive des électrons est opposée à celle des ions.

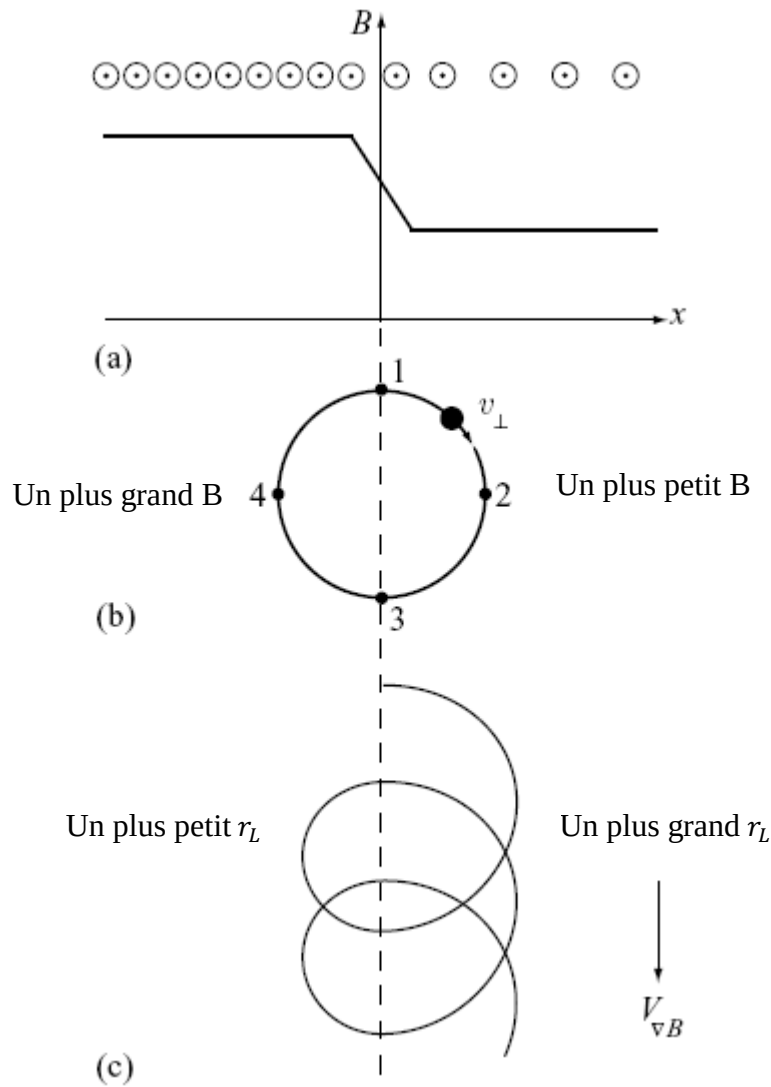


Figure 1.9 : (a) gradient de champ magnétique dû à $\vec{B} = B(x)\vec{e}_z$. (b) Mouvement de giration ignorant le gradient de champ B . (c) Mouvement de giration plus la dérive $\vec{\nabla}B$.

Une image physique de la dérive $\vec{\nabla}B$ peut être obtenue en examinant la figure 1.9. Un profil de champ magnétique représentant un gradient perpendiculaire, est présenté sur la

figure 1.9 (a). La figure 1.9 (b) illustre le mouvement de giration d'ordre zéro pour une particule positive dans lequel les effets du gradient sont ignorés. Etant donné que le rayon de giration varie comme $r_L \sim v_{\perp}/B$, il s'en suit que le long de la trajectoire du point 1 au point 2 au point 3 ce dernier sera légèrement plus grand parce que le champ magnétique est légèrement plus petit. De même, du point 3 au point 4 et de nouveau au point 1 le rayon de giration est légèrement plus petit en raison de l'augmentation du champ magnétique. Ces modifications au mouvement de giration sont combinées dans la figure 1.9 (c) démontrant l'existence de la dérive $\vec{\nabla}B$.

La dérive $\vec{\nabla}B$ à une contribution importante à l'écoulement du courant et le champ magnétique cohérent correspondant dans un plasma de fusion.

1.5.2 Gradient perpendiculaire de $\vec{E}$ avec B uniforme

L'analyse est effectuée en écrivant le champ électrique : $\vec{E} = E_x(x)\vec{e}_x$. Cette forme satisfait $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$ de sorte qu'aucune dépendance du temps ne doit être incluse dans le champ magnétique. Comme avec la dérive $\vec{\nabla}B$, la solution mathématique est obtenue par une technique de perturbation dans laquelle le champ électrique est augmenté par rapport à la position du centre de guidage de la particule. Les équations appropriées pour les composantes de vitesse deviennent

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} - \omega_c \left[v_t + \frac{E_x(x_g)}{B} \right] &\approx \frac{q}{m} \frac{\partial E_x}{\partial x_g} (x - x_g) \\ \frac{dv_y}{dt} + \omega_c v_x &= 0 \end{aligned} \quad (1 - 39)$$

S'il n'y avait aucun gradient dans le champ électrique la solution serait donnée par la somme du mouvement de giration plus la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ comme prévue. Quand le gradient est inclus on doit substituer simplement les solutions d'ordre zéro dans le terme de correction du membre de droite de l'équation (1-39). La raison en est que ce terme pourrait osciller à la gyrofréquence fondamentale.

Un examen plus soigneux de l'équation (1-39) montre que la croissance résonnante ne se produit pas et que les solutions restent liées. Pour voir ceci, on peut différencier la première équation et puis éliminer dv_y/dt au moyen de la deuxième équation. Il en résulte :

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega_c^2 \left(1 - \frac{1}{\omega_c B} \frac{\partial E_x}{\partial x_g} \right) v_x = 0 \quad (1-40)$$

L'équation (1-40) implique que l'effet principal d'un gradient perpendiculaire dans le champ électrique est de produire une petite correction à la gyrofréquence. Il n'y a aucune nouvelle dérive ou résonance de particules. En d'autres termes, l'effet est sans grande importance et il sera alors ignoré.

1.6 Mouvement dans un champ magnétique incurvé : la dérive de courbure

La dépendance spatiale des champs magnétiques jusqu'ici considérés a été uniforme ou possédant un gradient perpendiculaire. Dans tous les cas, cependant, la direction du champ a été droite, le long de la direction $\vec{e}_z$. Dans cette section on tient compte de la courbure des lignes de champ magnétique et on démontre que la courbure de la ligne du champ mène à une nouvelle dérive du centre de guidage dans la direction perpendiculaire au champ magnétique et au vecteur de courbure. Cette courbure peut être interprétée comme étant due à la force centrifuge sentie par la particule dans son mouvement parallèle suivant une ligne de champ incurvée.

L'analyse est d'abord effectuée pour une géométrie curviligne simple dans laquelle on assume que les champs sont de la forme $\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta$ et $\vec{E} = E_r(r)\vec{e}_r$. Un développement de perturbation sera de nouveau employé. Une fois que la dérive calculée, la dérivation est prolongée à une géométrie curviligne généralisée. La position, la vitesse et l'accélération sont :

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= r(t)\vec{e}_r + z(t)\vec{e}_z \\ \vec{v}(t) &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z = v_r\vec{e}_r + rv_\theta\vec{e}_\theta + v_z\vec{e}_z \\ \vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\theta^2}{r} \right)\vec{e}_r + \left(\frac{dv_\theta}{dt} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right)\vec{e}_\theta + \frac{dv_z}{dt}\vec{e}_z \end{aligned} \quad (1-41)$$

Où l'on a utilisé :

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{e}_r}{dt} &= \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_\theta}{r} \vec{e}_\theta \\ \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} &= \frac{\partial \vec{e}_\theta}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = -\frac{v_\theta}{r} \vec{e}_r\end{aligned}\quad (1-42)$$

Les équations du mouvement pour les composantes de la vitesse peuvent maintenant être écrites comme :

$$\begin{aligned}\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\theta^2}{r} &= \frac{q}{m} (E_r - v_z B) \\ \frac{dv_z}{dt} &= \frac{q}{m} v_r B \\ \frac{dv_\theta}{dt} + \frac{v_r v_\theta}{r} &= 0\end{aligned}\quad (1-43)$$

Le comportement dominant correspond encore au mouvement de giration plus une dérive $\vec{E} \times \vec{B}$. Ceci peut être vu en utilisant une technique de perturbation semblable à celle employée dans l'analyse de dérive $\vec{\nabla} B$. On peut alors écrire $\vec{v}(t) \approx \vec{v}_0(t) + \vec{v}_1(t)$ où, $\vec{v}_0(t)$ se décompose en $\vec{v}_{\perp 0}(t) = \vec{v}_{gyro} + \vec{V}_E$ et $v_{\theta 0}(t) = v_{\parallel} = \text{const.}$ Notons que $v_{\parallel}$ suit maintenant en la direction θ . En remplaçant dans l'équation (1-43) et en établissant à la position du centre de guidage r_g on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{v}_{\perp 1}}{dt} - \omega_c \vec{v}_{\perp 1} \times \vec{e}_\theta &= \frac{\omega_c (r - r_g)}{B} \left[\frac{\partial B}{\partial r_g} \vec{v}_{\perp 0} \times \vec{e}_\theta + \frac{\partial E_r}{\partial r_g} \vec{e}_r \right] + \frac{v_{\parallel}^2}{r_g} \vec{e}_r \\ \frac{dv_{\parallel 1}}{dt} &= -\frac{v_{r0} v_{z0}}{r_g}\end{aligned}\quad (1-44)$$

où $\omega_c = qB(r_g)/m$

La solution possède les propriétés suivantes. La vitesse parallèle $v_{\parallel 1}(t)$ se caractérise par une faible modulation harmonique, provenant du fait que les deux $v_{r0}(t)$ et $v_{z0}(t)$ oscillent à la fréquence fondamentale [7]. Les deux premiers termes du côté droit de l'équation $\vec{v}_{\perp 1}$ représentent la dérive $\vec{\nabla} B$ et la correction de gyrofréquence $\vec{E}_\perp(\vec{r}_\perp)$ [7], et le dernier terme représente une nouvelle contribution qui est la dérive de courbure. Physiquement, ce terme représente la force centrifuge agissant sur la particule en raison de son mouvement parallèle libre suivant une ligne de champ magnétique incurvée. Mathématiquement, le terme a la

forme d'une force externe constante. Par conséquent, selon l'équation (1-36) une dérive du centre de guidage se développe qui est perpendiculairement au champ magnétique et à la force centrifuge. Soit :

$$\vec{V}_k = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_c r} \vec{e}_z \quad (1 - 45)$$

Remarquons la dérive a une forme similaire à celle de $\vec{V}_{\nabla B}$ sauf que $v_{\perp}^2$ est remplacé par $2v_{\parallel}^2$. elle est faible comparée à la vitesse thermique ($|\vec{V}_k|/v_T \sim r_L/a$). Les électrons se déplacent dans la direction opposée à celle des produisant au ions et produisant un courant.

L'expression de $\vec{V}_k$ peut être généralisée à une géométrie magnétique curviligne arbitraire en tenant compte du rayon du vecteur de courbure $\vec{R}_c$. D'abord, le vecteur unité parallèle au champ magnétique s'écrit : $\vec{b}(\vec{r}) \equiv \vec{B}/B$. En second lieu, le vecteur de vitesse est décomposé en une composante perpendiculaire et une composante parallèles : $\vec{v}(t) = \vec{v}_{\perp} + v_{\parallel} \vec{b}$. L'équation du mouvement perpendiculaire peut être écrite sous forme vectorielle en utilisant la relation suivante ;

$$\vec{b} \times \left\{ \left[\frac{d}{dt} (\vec{v}_{\perp} + v_{\parallel} \vec{b}) - \omega_c (\vec{v}_{\perp} + v_{\parallel} \vec{b}) \times \vec{b} \right] \times \vec{b} \right\} = \vec{0} \quad (1 - 46)$$

où $\omega_c = qB(\vec{r})/m$. Les diverses termes sont simplifiées comme suit :

$$\begin{aligned} \vec{b} \times \{ [\omega_c (\vec{v}_{\perp} + v_{\parallel} \vec{b}) \times \vec{b}] \times \vec{b} \} &= -\omega_c \vec{v}_{\perp} \times \vec{b} \\ \vec{b} \times \left\{ \left[\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} \right] \times \vec{b} \right\} &= \left(\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} \right)_{\perp} \\ \vec{b} \times \left\{ \left[\frac{d}{dt} (v_{\parallel} \vec{b}) \right] \times \vec{b} \right\} &= v_{\parallel} \vec{b} \times \left[\left(\frac{d\vec{b}}{dt} \right) \times \vec{b} \right] = v_{\parallel} \left[(\vec{b} \cdot \vec{b}) \frac{d\vec{b}}{dt} - \left(\vec{b} \cdot \frac{d\vec{b}}{dt} \right) \vec{b} \right] \end{aligned} \quad (1 - 47)$$

Le dernier terme peut être encore simplifiée en notant que $\vec{b} \cdot \vec{b} = 1$ et donc $\vec{b} \cdot d\vec{b}/dt = (1/2) d(\vec{b} \cdot \vec{b})/dt = 0$. En outre, le terme $d\vec{b}/dt$ peut être réécrit comme

$$\frac{d\vec{b}(\vec{r})}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{b} = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{b} \quad (1 - 48)$$

Il en résulte :

$$\left(\frac{d\vec{v}_\perp}{dt}\right)_\perp - \omega_c \vec{v}_\perp \times \vec{b} = -v_\parallel \vec{v}_\perp \cdot \vec{\nabla} \vec{b} - v_\parallel^2 \vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b} \quad (1 - 49)$$

Le côté gauche de cette équation représente le mouvement de giration habituel. Le côté droit de l'équation représente deux termes non homogènes plus petits par r_L/a . Le terme avec $v_\parallel \vec{v}_\perp$ oscille à la gyrofréquence avec une valeur moyenne nulle. Il apporte ainsi de petites modifications au mouvement de giration, mais ne mène pas à une dérive du centre de guidage. Seulement le dernier terme a la forme d'une force externe constante. Il représente une généralisation de la force centrifuge et mène à la dérive de courbure.

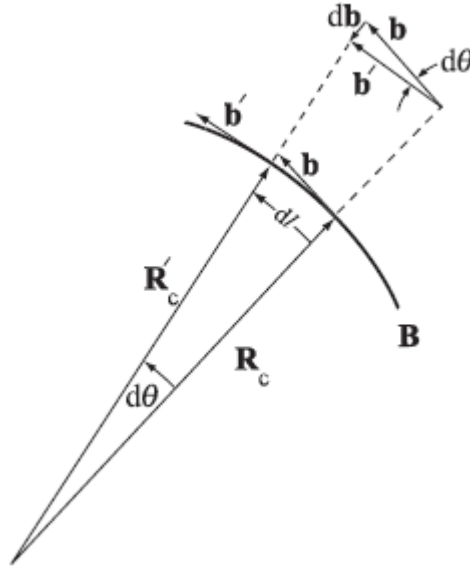


Figure 1.10 : La géométrie montrant la relation entre $\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b}$ et $\vec{R}_c$. Ici, $\vec{b} = \vec{b}(\vec{r}_\perp, l)$ et $\vec{b}' = \vec{b}(\vec{r}_\perp, l + dl)$. De même pour $\vec{R}_c$ et $\vec{R}'_c$.

La dernière étape dans l'analyse est de déterminer une relation entre le vecteur de courbure magnétique $\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b}$ et le rayon du vecteur de courbure $\vec{R}_c$. Ce rapport est établi en examinant la figure 1.10. Notons que le changement de $\vec{b}$ suivant une ligne magnétique incurvée est donné par :

$$\begin{aligned}
d\vec{b} &= \vec{b}(\vec{r}_\perp, l + dl) - \vec{b}(\vec{r}_\perp, l) = \frac{\partial \vec{b}}{\partial l} dl = (\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b}) dl \\
|d\vec{b}| &= d\theta = \frac{dl}{R_c}
\end{aligned} \tag{1-50}$$

Ici l'analyse a été faite en considérant que le changement le long du champ magnétique est équivalent à prendre le gradient parallèle : $\partial/\partial l = \vec{b} \cdot \vec{\nabla}$. De la géométrie (1.50) et de la définition du rayon du vecteur de courbure $\vec{R}_c$ on déduit que celui-ci est antiparallèle à $\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b}$. Par conséquent $\vec{R}_c = -K \vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b}$. Le facteur de proportionnalité K est obtenu en tenant compte que $|\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b}| = |d\vec{b}|/dl = 1/R_c$. Il en résulte :

$$\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \vec{b} = -\frac{\vec{R}_c}{R_c^2} \tag{1-51}$$

La forme généralisée de la dérive de courbure peut maintenant être calculée. L'équation (1-51) est substituée dans le terme de force centrifuge dans l'équation (1-49). Puis, en utilisant la relation entre une force externe constante et la dérive au centre de guidage donnée par l'équation (1-36), on obtient la généralisation désirée :

$$\vec{V}_k = \mp \frac{v_\parallel^2}{\omega_c} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B} \tag{1-52}$$

Encore le signe (−) se rapporte à des électrons.

Comme la dérive $\vec{\nabla} B$, la dérive de courbure apporte une contribution importante à l'écoulement du courant dans un plasma et à la détermination des champs magnétiques cohérents.

1.7 Dérives combinées $\vec{V}_{\nabla B}$ et $\vec{V}_\kappa$ dans un champ magnétique dans le vide

Dans un plasma de fusion équilibré avec $\vec{E} = \vec{0}$, le champ magnétique incurvé produit deux dérives de centre de guidage - la dérive $\vec{\nabla} B$ et la dérive de courbure. Pour la situation spéciale où les courants produits par le plasma sont faibles, le champ magnétique devient approximativement un champ magnétique dans le vide et une simplification existe entre

$\vec{V}_{\nabla B}$ et $\vec{V}_k$. On lui montre que pour les champs de vide $\vec{V}_{\nabla B}$ et $\vec{V}_k$ sont tous deux dans la même direction, impliquant qu'il n'y a aucune manière pour que leurs courants résultants s'annulent.

En utilisant la relation vectorielle :

$$\vec{\nabla}(\vec{B} \cdot \vec{B}) = 2\vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + 2\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\vec{B} \quad (1 - 53)$$

Pour un champ magnétique de vide $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{0}$. Le produit de l'équation (1-53) à $\vec{b}$, donne :

$$\vec{B} \times \vec{\nabla}B = B\vec{b} \times [\vec{b}(\vec{b} \cdot \vec{\nabla}B) + B\vec{b} \cdot \vec{\nabla}\vec{b}] = -B \frac{\vec{B} \times \vec{R}_c}{R_c^2} \quad (1 - 54)$$

En remplaçant cette relation dans l'expression de la dérive $\vec{\nabla}B$ (Equation (1-38)), on obtient une expression simple pour $\vec{V}_{\nabla B} + \vec{V}_k$:

$$\vec{V}_k + \vec{V}_{\nabla B} = \mp \frac{1}{\omega_c} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{v_{\perp}^2}{2} \right) \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B} \quad (1 - 55)$$

Les dérivées $\vec{V}_k$ et $\vec{V}_{\nabla B}$ sont dans la même direction et par conséquent les courants que en résulte ne peuvent pas s'annuler.

1.8 Mouvement dans les champs variables dans le temps $\vec{E}$ et $\vec{B}$: la dérive de polarisation

La prochaine contribution à la théorie du mouvement du centre de guidage d'une particule implique les effets de champ électrique et magnétique variable dans le temps. Spécifiquement, ces champs sont supposés de formes $\vec{E}(\vec{r}, t) = E_x(\vec{r}_{\perp}, t)\vec{e}_x + E_y(\vec{r}_{\perp}, t)\vec{e}_y$ et $\vec{B} = B(\vec{r}_{\perp}, t)\vec{e}_z$. Dans ce qui suit, on montre que les conséquences principales de la variation dans le temps sont le développement d'une nouvelle dérive du centre de guidage connue sous le nom de «dérive de polarisation» et l'apparition d'une nouvelle constante adiabatique du mouvement.

La dérive de polarisation résulte des effets de l'inertie des particules dans un champ électrique variable dans le temps. Pendant que $\vec{E}_{\perp}$ varie lentement dans le temps, le

mouvement de particules dépiste l'évolution du champ, bien qu'étant légèrement en retard en raison de l'inertie des particules. L'analyse démontre que la dérive résultant de la polarisation est dans la direction de $\vec{E}_\perp$ (et pas de $\vec{E}_\perp \times \vec{B}$) et est plus grand pour des ions que des électrons en raison de la masse plus lourde d'ion.

L'invariable adiabatique prédit comment l'énergie perpendiculaire d'une particule chargée évolue dans le temps en présence d'un champ magnétique lentement variable. La croissance du champ $\vec{B}$ cause une augmentation de $v_\perp^2$.

L'analyse est séparée en deux parties. Dans la première partie on suppose que le champ magnétique est uniforme dans l'espace et le temps ($B = \text{const.}$) et on assume que le champ électrique varie seulement avec le temps ($\vec{E} = E_x(t)\vec{e}_x + E_y(t)\vec{e}_y$). La solution mathématique dans ce cas est obtenue par un procédé direct d'itération.

La deuxième partie de l'analyse permet au champ magnétique d'être également une fonction du temps. Ceci complique légèrement le calcul parce qu'un champ $\vec{B}$ variable dans le temps produit un champ électrique variable dans l'espace selon la loi de Faraday.

1.8.1 La dérive de polarisation pour $\vec{E}_\perp = E_x(t)\vec{e}_x + E_y(t)\vec{e}_y$ et $B = \text{const.}$

❖ Analyse mathématique

La vitesse perpendiculaire de particules est donnée par :

$$\begin{aligned} dv_x/dt - \omega_c v_y &= \omega_c E_x(t)/B \\ dv_y/dt + \omega_c v_x &= \omega_c E_y(t)/B \end{aligned} \tag{1 - 56}$$

Une solution mathématique exacte formelle à ces équations peut être obtenue pour E_x, E_y arbitraires. Cependant, les solutions ne sont pas très perspicaces puisqu'elles impliquent une variété d'intégrales compliquées. La perspicacité peut finalement être obtenue en se servant de la supposition de variation lente dans le temps, qui permet alors une évaluation approximative des intégrales.

Pour les buts actuels, il est plus commode mathématiquement de supposer une variation lente dès le début. Avec cette supposition, on peut obtenir une estimation de la solution au moyen d'un procédé direct d'itération. Spécifiquement, on suppose que la fréquence caractéristique ω liée à la variation dans le temps des champs électriques est très petite comparée à la gyrofréquence : $|\vec{E}'_{\perp}|/|\vec{E}_{\perp}| \sim \omega \ll \omega_c$.

La première étape du procédé d'itération est de présenter une nouvelle variable de vitesse $\vec{v}'_{\perp}$ tel que :

$$\begin{aligned} v_x &= v'_y + E_y(t)/B \\ v_y &= v'_x - E_x(t)/B \end{aligned} \quad (1-57)$$

Les équations du mouvement pour $\vec{v}'_{\perp}$ deviennent

$$\begin{aligned} \frac{dv'_x}{dt} - \omega_c v'_y &= \frac{1}{B} \frac{dE_y}{dt} \\ \frac{dv'_y}{dt} + \omega_c v'_x &= \frac{1}{B} \frac{dE_x}{dt} \end{aligned} \quad (1-58)$$

Notons que le côté droit de l'équation (1-58) est plus petit par ω/ω_c que les termes correspondants dans l'équation (1-56).

La prochaine étape dans l'itération est de traiter les termes du côté droit d'équation (1-58) comme nouvelle force externe "constante" (qui varie lentement dans le temps). En analogie avec la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$, ces termes peuvent être explicitement séparés dans la solution en définissant une nouvelle vitesse variable $\vec{v}''_{\perp}$ telle que :

$$\begin{aligned} v'_x &= v''_x + \frac{1}{\omega_c B} \frac{dE_x}{dt} \\ v'_y &= v''_y + \frac{1}{\omega_c B} \frac{dE_y}{dt} \end{aligned} \quad (1-59)$$

Les équations du mouvement pour $\vec{v}''_{\perp}$ sont maintenant données par

$$\begin{aligned} \frac{dv''_x}{dt} - \omega_c v''_y &= -\frac{1}{\omega_c B} \frac{d^2 E_x}{dt^2} \approx 0 \\ \frac{dv''_y}{dt} + \omega_c v''_x &= -\frac{1}{\omega_c B} \frac{d^2 E_y}{dt^2} \approx 0 \end{aligned} \quad (1-60)$$

Les termes du côté droit de l'équation (1-60) peuvent être négligé puisqu'ils impliquent les mêmes composantes du champ électrique que dans les équations (1.56) et (1.58) et sont plus petites par $(\omega/\omega_c)^2$. En principe, on pourrait continuer le procédé d'itération aux ordres plus supérieurs.

La conclusion de l'analyse est que dans un champ constant B avec un champ électrique perpendiculaire lentement variable, la trajectoire combinée de la particule est donnée par :

$$\vec{v}_\perp(t) = \vec{v}_{gyro} + \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2} + \vec{V}_p \quad (1 - 61)$$

où

$$\vec{V}_p = \mp \frac{1}{\omega_c B} \frac{d\vec{E}_\perp}{dt} \quad (1 - 62)$$

avec le signe supérieur (inférieur) correspondant aux électrons (ions).

La vitesse de dérive additionnelle $\vec{V}_p$ dans la direction du champ électrique est la dérive de polarisation. La dérive de polarisation est petite comparé à la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ ($\vec{V}_p/\vec{V}_E \sim \omega/\omega_c \ll 1$). Cependant, on ne peut pas la négliger comme elle constitue la seule dérive non nulle dans la direction $\vec{E}_\perp$ comme il n'y a aucune contribution dans cette direction de la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$.

En termes de courant :

$$\begin{aligned} \vec{J}_p &\approx qn\vec{V}_p = \frac{nm_i}{B^2} \frac{d\vec{E}_\perp}{dt} \\ \vec{J}_d &= \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_\perp}{\partial t} \end{aligned} \quad (1 - 63)$$

Le rapport de la polarisation aux courants de déplacement est ainsi donné par

$$\frac{\vec{J}_p}{\vec{J}_d} = \frac{c^2}{v_A^2} \quad (1 - 64)$$

où $v_A = (B^2/\mu_0 n m_i)^{1/2}$ est dite la vitesse d'Alfvén. Pour des paramètres de réacteur typiques, ce rapport est environ de $3 \times 10^3 \gg 1$. Il en résulte que le courant de polarisation est dominant.

❖ Une image physique

L'origine physique de la dérive de polarisation est associée à l'inertie des particules. Pour comprendre comment la dérive apparaît, on considère le mouvement d'une particule chargée positivement dans un champ constant B et un champ E_y linéairement variable dans le temps comme il est schématisé sur la figure 1.11. Une image qualitative de la trajectoire sous l'action de ces champs est illustrée sur la figure 1.12. La courbe en tirets est une orbite de giration circulaire de référence dans l'absence du champ électrique. La courbe pleine est l'orbite modifiée par l'effet du champ électrique. Noter qu'en plus du décalage $\vec{E} \times \vec{B}$ du centre de guidage vers la droite, les points supérieurs et inférieurs de la trajectoire (c.-à-d., les points 1 et 2), sont décalés légèrement vers le haut en raison de la taille de rayon de giration moyenne différente dans les parties supérieures et inférieures de l'orbite. Cette différence dans le rayon de giration est associée à l'inertie qui fait traîner le mouvement de particules derrière le champ électrique variable.

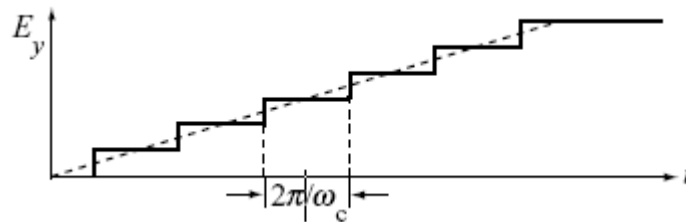


Figure 1.11 : Courbe à tiret : champ électrique linéairement en hausse qui se stabilise après une période du temps. Courbe pleine : modèle de fonction d'étape de l'évolution de champ électrique.

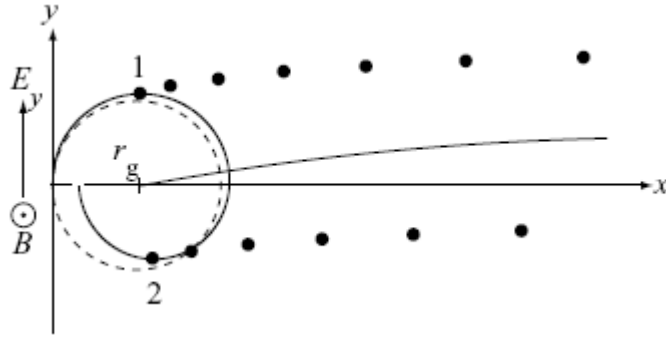


Figure 1.12 : Lieu du maximum, du minimum, et de l'endroit du centre de guidage de l'orbite des particules.

Pendant la deuxième étape le processus se répète avec modifications dues à la valeur plus grande du champ électrique. Le décalage $\vec{E} \times \vec{B}$ du centre de guidage vers la droite est légèrement plus grand. De même, les décalages ascendants du point 1 et le point 2 sont également tous deux plus grands. La figure 1.12 trace les positions du point 1, du point 2 et de r_g pour des étapes consécutives dans le champ électrique. Il y a clairement une dérive du centre de guidage dans la direction y tant que le champ électrique varie avec le temps. C'est la dérive de polarisation. Une fois que le champ électrique se stabilise la dérive de polarisation disparaît et tout ce qui reste est une dérive constante $\vec{E} \times \vec{B}$.

1.8.2 La dérive de polarisation pour $\vec{E}_\perp = E_x(r_\perp, t)\vec{e}_x + E_y(r_\perp, t)\vec{e}_y$ et $\vec{B} = B(t)\vec{e}_z$

Nous proposons dans cette section une généralisation de la dérive de polarisation par l'introduction de l'effet d'un champ magnétique variable dans le temps.

Pour simplifier notre étude, la dépendance spatiale perpendiculaire de B sera ignorée car ces effets ont été déjà étudiés.

❖ Analyse mathématique

Le calcul commence en supposant que le champ électrique perpendiculaire est de la forme $\vec{E}_\perp = E_y(x, t)\vec{e}_y$. Le calcul peut être généralisé par la suite au cas $\vec{E}_\perp = E_x(\vec{r}_\perp, t)\vec{e}_x + E_y(\vec{r}_\perp, t)\vec{e}_y$.

Dans ce cas, les équations de mouvement s'écrivent comme :

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} - \omega_c v_y &= 0 \\ \frac{dv_y}{dt} + \omega_c v_x &= \frac{\omega_c}{B} \left[E_y + \frac{\partial E_y}{\partial x_g} (x - x_g) \right] \end{aligned} \quad (1 - 65)$$

où, $\omega_c(t) = qB(t)/m$ et le champ électrique est une fonction de (x_g, t) . Notons qu'il est difficile d'étudier le mouvement de giration pur sous la forme (1-65) des équations en raison de la gyrofréquence dépendante du temps. Les équations sont considérablement simplifiées en introduisant une nouvelle variable du temps τ définie par :

$$\tau = \int_0^t \omega_c(t') dt' \quad (1 - 66)$$

Ce qui implique que $d\tau = \omega_c dt$. Sous cette transformation les équations (1-65) se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{d\tau} - v_y = 0 \\ \frac{dv_y}{d\tau} + v_x = \frac{1}{B} \left[E_y + \frac{\partial E_y}{\partial x_g} (x - x_g) \right] \\ \frac{dx}{d\tau} = \frac{v_x}{\omega_c} \\ \frac{dy}{d\tau} = \frac{v_y}{\omega_c} \end{cases} \quad (1 - 67)$$

Une solution approximative de ces équations peut être obtenue en suivant une méthode itérative comparable à celle utilisée dans section précédente et en réécrivant v_x, v_y en termes de coordonnées cylindriques, soit

$$\begin{aligned} v_x &= v_{\perp}(\tau) \cos[\tau + \varepsilon(\tau)] + \frac{E_y}{B} \\ v_y &= -v_{\perp}(\tau) \sin[\tau + \varepsilon(\tau)] + \frac{d}{d\tau} \left(\frac{E_y}{B} \right) \end{aligned} \quad (1-68)$$

Les variables v_x, v_y ont été remplacées par $v_{\perp}(\tau), \varepsilon(\tau)$. La forme donnée par l'équation (1-68) montre une modification légère de la dérive de polarisation dans laquelle le champ B doit être inclus dans la dérivée temporelle. Le reste de l'analyse se concentre sur la résolution pour $v_{\perp}(\tau)$ menant à l'identification de la nouvelle constante approximative du mouvement. La solution pour $\varepsilon(\tau)$ peut également être trouvée mais aucune nouvelle information importante est contenue là-dedans et par conséquent l'analyse correspondante est supprimée.

Pour trouver la solution pour $v_{\perp}(\tau)$ une étape additionnelle est exigée avant la substitution de l'équation (1-68) dans l'équation (1-67). Il faut d'abord exprimer $x - x_g$ à partir de l'équation (1-67), soit :

$$x - x_g \approx \frac{v_{\perp}(\tau)}{\omega_{\perp}(\tau)} \sin[\tau - \varepsilon(\tau)] \quad (1-69)$$

Les deux équations (1-68) peuvent être résolues simultanément pour $dv_{\perp}/d\tau$ et $d\varepsilon/d\tau$. Ce calcul conduit à:

$$\frac{dv_{\perp}}{d\tau} + \frac{v_{\perp}}{2\omega_c B} \left[\frac{\partial E_y}{\partial x_g} + \frac{\partial E_y}{\partial x_g} \cos 2(\tau + \varepsilon) \right] = \frac{d^2}{d\tau^2} \left(\frac{E_y}{B} \right) \sin(\tau + \varepsilon) \approx 0 \quad (1-70)$$

La prochaine étape est de simplifier l'équation (1-70) en employant la loi de Faraday : $\partial E_y / \partial x_g = -dB/dt = -\omega_c dB/d\tau$. L'équation (1-70) se réduit ainsi à :

$$\frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{d\tau} = \frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau} \cos 2(\tau + \varepsilon) \quad (1-71)$$

où

$$\mu \equiv mv_{\perp}^2/2B \quad (1-72)$$

est le moment magnétique de la particule. Cette expression peut être encore simplifiée. En intégrant l'équation (1-71) sur une période de giration ($\tau_0 \leq \tau + \varepsilon \leq \tau_0 + 2\pi$), on constate que le membre de droite a une valeur moyenne nulle au premier ordre par rapport à ω/ω_c . Il correspond à une correction très petite et négligeable de l'ordre $(\omega/\omega_c)^2$. Ainsi, à un degré

très haut d'exactitude, on a $\langle d \ln \mu / d\tau \rangle = 0$. L'implication est que μ est une constante du mouvement.

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2(t)}{2B(t)} = \text{const} \quad (1 - 73)$$

❖ Signification de μ

En rappelant que la définition habituelle du moment magnétique $\mu = IA$, où I est le courant électrique d'une boucle circulaire de surface A . Une particule chargée tournante en mouvement de giration autour d'une ligne de champ magnétique, engendre un courant électrique $I = q/\tau_c = q\omega_c/2\pi$, alors que la surface est donnée par $A = \pi r_L^2 = \pi(mv_{\perp}/qB)^2$. Le moment magnétique associé à ce mouvement de giration de la particule est alors : $\mu = IA = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}$.

L'invariance de μ sur une période de giration peut être interprété par l'invariance du flux magnétique qui traverse la surface A : $\psi = \pi r_L^2 B = (2\pi m/q^2)\mu \sim \mu$.

1.9 Mouvement dans les champs de gradients parallèles, les miroirs magnétiques

L'effet d'un gradient parallèle dans le champ magnétique implique un mouvement parallèle du centre de guidage comme il est schématisé sur la figure 1.13. Deux résultats importants sont obtenus en considérant que le rayon de giration est petit comparé à la longueur spatiale du gradient du champ. D'abord, la quantité $\mu = mv_{\perp}^2/2B$ s'avère de nouveau un invariant adiabatique. En second lieu, une force due au gradient parallèle du champ magnétique agit sur la particule conduisant à un mouvement parallèle du centre de guidage. Cette force provoque l'effet de « *miroir* » et constitue la base physique pour des premières expériences de fusion thermonucléaire par confinement magnétique.

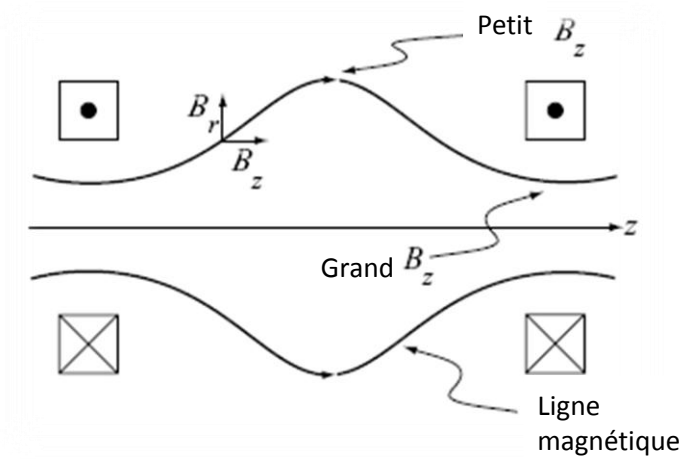


Figure 1.13 : Configuration d'enroulement provoquant un gradient parallèle dans B .

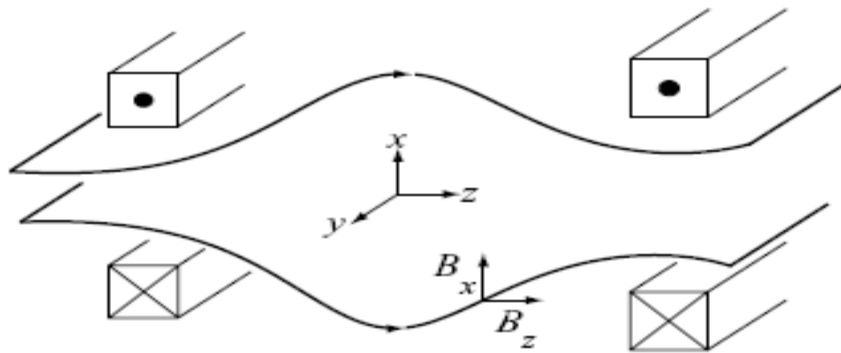


Figure 1.14 : Modèle de plaque (dalle) d'une géométrie magnétique avec un gradient parallèle.

Le gradient de champ magnétique parallèle compliquent l'analyse parce que la géométrie est en 2D et même dans le cas le plus simple où $B_z = B_z(z)$, il doit y avoir un composant transversal additionnel de $\vec{B}$ afin de satisfaire $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$. Ces composantes transversales sont choisies pour satisfaire l'approximation « long-mince » qui suppose que la longueur parallèle du gradient est grande comparée à la longueur transversale.

1.9.1 La formulation mathématique

On suppose que le champ électrique est nul : $\vec{E} = \vec{0}$. La géométrie du champ magnétique, peut être représentée par la configuration cylindrique des figures. 1.13 et 1.14. Le champ magnétique est statique et a deux composantes différentes de zéro: $\vec{B} = B_x(x, z)\vec{e}_x + B_z(x, z)\vec{e}_z$. Les équations de mouvement pour les vitesses de particules deviennent :

$$\begin{aligned}\frac{dv_x}{dt} &= \frac{q}{m} v_y B_z \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{q}{m} (v_x B_z - v_z B_x) \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{q}{m} v_y B_x\end{aligned}\tag{1-76}$$

Une difficulté qui surgit en calculant les solutions des équations (1-76) est que la coordonnée z ne correspond plus à la direction parallèle. Pour surmonter cette difficulté, on définit de nouveaux vecteurs unité $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{b}$, tel que :

$$\begin{aligned}\vec{b} &= b_x \vec{e}_x + b_z \vec{e}_z & \vec{e}_z &= b_z \vec{b} - b_x \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 &= \vec{e}_y & \vec{e}_y &= \vec{e}_2 \\ \vec{e}_1 &= \vec{e}_2 \times \vec{b} = b_z \vec{e}_x - b_x \vec{e}_z & \vec{e}_x &= b_z \vec{e}_1 + b_x \vec{b}\end{aligned}\tag{1-77}$$

où $b_x = B_x/B$ et $b_z = B_z/B$.

Dans ce cas, les composantes de vitesse $v_1, v_2, v_{\parallel}$ peuvent être écrites comme :

$$\begin{aligned}v_{\parallel} &= b_z v_z + b_x v_x & v_z &= b_z v_{\parallel} - b_x v_1 \\ v_2 &= v_y & v_y &= v_2 \\ v_1 &= b_z v_x - b_x v_z & v_x &= b_x v_{\parallel} + b_z v_1\end{aligned}\tag{1-78}$$

En utilisant ces transformations, on peut démontrer que les équations du mouvement sont simplifiées et peuvent être réécrites comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{dv_1}{dt} - \omega_c v_2 &= K v_{\parallel} \\ \frac{dv_2}{dt} + \omega_c v_1 &= 0 \\ \frac{dv_{\parallel}}{dt} &= -K v_1\end{aligned}\tag{1-79}$$

où $\omega_c = q B/m$, $B = (B_x^2 + B_z^2)^{1/2}$ et

$$K = K[x(t), z(t)] = b_x \frac{db_z}{dt} - b_z \frac{db_x}{dt} \quad (1 - 80)$$

1.9.2 Solution aux équations

La solution mathématique du problème exige deux étapes. D'abord une nouvelle variable de temps est présentée, conformément à la transformation utilisée dans l'analyse généralisée de dérive de polarisation. Ensuite, un modèle explicite est présenté pour le champ magnétique permettant l'introduction de l'approximation long-mince [7].

L'analyse commence par la transformation du temps donnée par :

$$\tau = \int_0^t \omega_c dt \quad (1 - 81)$$

avec $\omega_c(t) = \omega_c[x(t), z(t)]$. Notons bien que cette transformation est formellement identique à celle utilisée pour la dérive de polarisation (Equation (1-66)). La substitution de cette transformation dans les équations du mouvement donne :

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{d\tau} - v_2 &= \hat{K} v_{\parallel} \\ \frac{dv_2}{d\tau} + v_1 &= 0 \\ \frac{dv_{\parallel}}{d\tau} &= -\hat{K} v_1, \end{aligned} \quad (1 - 82)$$

avec

$$\hat{K} = \frac{K}{\omega_c} = b_x \frac{db_z}{d\tau} - b_z \frac{db_x}{d\tau} \quad (1 - 83)$$

La prochaine étape est de présenter un modèle explicite pour le champ magnétique. Le modèle le plus simple contient un gradient parallèle à une dimension de la forme $B_z = B_z(z)$. Des gradients perpendiculaires à B_z ont été déjà discutés, et ne sont pas nécessaires pour le calcul actuel. La condition $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ exige l'existence d'un champ magnétique transversal différent de zéro. La géométrie considérée implique un $B_x(x, z)$ différent de zéro. On trouve alors :

$$\begin{aligned} B_z &= B_z(z) \\ B_x &= -x dB_z/dz \end{aligned} \quad (1 - 84)$$

Il est maintenant possible d'introduire l'approximation long-mince dans le modèle. La motivation principale de cette approximation est d'obtenir une expression simplifiée pour $\hat{K}$. On suppose que l'échelle transversale de la configuration est caractérisée par $x \sim a$ et que la longueur parallèle du gradient est définie par $B'_z/B_z \sim 1/L$. L'approximation long-mince consiste à supposer que $1/L \ll 1$, ce qui correspond à $B_x/B_z \sim a/L \ll 1$.

Le paramètre $\hat{K}$, s'exprime dans cette approximation comme suit :

$$\begin{aligned}\hat{K} &= B_x \frac{db_z}{d\tau} - b_z \frac{db_x}{d\tau} = \frac{B_z^2}{B^2} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{x}{B_z} \frac{dB_z}{d\tau} \right) \approx \frac{dx}{d\tau} \left(\frac{1}{B_z} \frac{dB_z}{dz} \right) \\ &\approx \frac{v_1}{\omega_c B_z} \frac{dB_z}{dz} \approx \frac{v_1}{v_{\parallel} B_z} \frac{dB_z}{d\tau}\end{aligned}\tag{1-85}$$

Dans les deux dernières expressions z et τ sont employés en tant que variables indépendantes liées par $dz = (v_z/\omega_c)d\tau \approx (v_{\parallel}/\omega_c)d\tau$. Notons bien que les ordres supérieurs en a/L ou r_L/a dans l'équation précédente ont été négligés.

Il est utile de présenter des variables cylindriques de vitesse avec des coefficients lentement variables dans le temps :

$$\begin{aligned}v_1 &= v_{\perp} \cos[\tau + \varepsilon(\tau)] \\ v_2 &= -v_{\perp} \sin[\tau + \varepsilon(\tau)]\end{aligned}\tag{1-86}$$

En remplaçant dans les composantes perpendiculaires des équations du mouvement, on obtient à :

$$\frac{dv_{\perp}}{d\tau} = \frac{v_{\perp}}{2B_z} \frac{dB_z}{d\tau} [1 + \cos 2(\tau + \varepsilon)]\tag{1-87}$$

ce qui peut être réécrit comme :

$$\frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{d\tau} = \left(\frac{1}{B_z} \frac{dB_z}{d\tau} \right) \cos 2(\tau + \varepsilon)\tag{1-88}$$

La moyenne sur une période de giration de cette équation donne :

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2(z)}{2B(z)} = \text{const}\tag{1-89}$$

Ceci montre bien que le moment magnétique μ est un invariant adiabatique.

La composante parallèle de l'équation du mouvement dans l'approximation long-mince se réduit à :

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\frac{v_{\perp}^2}{\omega_c B_z} \frac{dB_z}{dz} = -\frac{v_{\perp}^2}{2\omega_c B_z} \frac{dB_z}{dz} [1 + \cos(\tau + \varepsilon)] \quad (1-90)$$

A la moyenne cette équation s'écrit comme :

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\mu \frac{dB_z}{dz} = -\mu \nabla_{\parallel} B \quad (1-91)$$

on remarque que la relation (1-91) définit une force moyenne agissante sur le mouvement parallèle du centre de guidage de la particule. Cette force est due au gradient parallèle du champ magnétique.

La figure 1.15, montre une particule tournant avec la vitesse $v_{\perp}$ perpendiculaire autour d'une ligne de champ magnétique qui présente un gradient parallèle. On note que le haut de l'orbite (le point 1) se trouve sur une ligne magnétique qui est légèrement plus raide que la ligne magnétique du centre de guidage. De même, au bas de l'orbite (le point 2) la particule se trouve sur une ligne magnétique moins raide

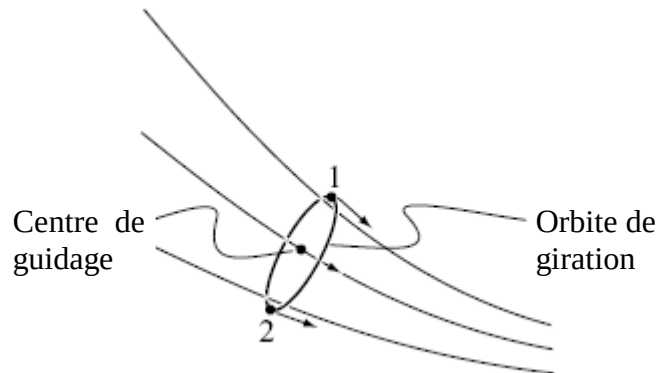


Figure 1.15 : Comparaison des directions de champ entre le centre de guidage et la trajectoire réelle des particules (point 1 plus raide et point 2 moins raide).

Dans un champ magnétique avec un gradient parallèle il y a en effet une force parallèle moyenne agissant sur le mouvement du centre de guidage et pas sur la position instantanée de la particule. En outre, la direction du champ au centre de guidage est légèrement différente de

la direction moyenne du champ réel vue par la particule car elle tourne le long de son orbite. En d'autres termes, le champ au centre de guidage n'est pas exactement parallèle au champ moyen réel. Par conséquent, on peut dire que le centre de guidage sent une force parallèle le long du gradient, cette force est réellement dans la direction perpendiculaire vue en termes de position instantanée de la particule [7].

En conclusion un gradient parallèle de champ magnétique produit une force qui agit sur le mouvement parallèle du centre de guidage de la particule. Cette force produit un effet reflétant important sur les particules.

1.9.3 L'effet de miroir et la machine à miroirs

La combinaison de $\mu = \text{const.}$ et $F_{\parallel} = -\mu \nabla_{\parallel} B$ peut avoir un impact dramatique sur le mouvement parallèle du centre de guidage. En particulier, la direction du mouvement parallèle peut être complètement renversée de sorte qu'une particule se déplaçant vers la droite suivant une ligne de champ donnée à un instant t de temps peut changer sa direction vers la gauche dans un court laps de temps. Il y a en fait un point critique le long de la trajectoire où la particule est reflétée. Ce point s'appelle le « point de miroir » et le processus d'inversion entier « l'effet de miroir » [7].

❖ Une image qualitative de l'effet de miroir

Le phénomène de réflexion peut être compris qualitativement en examinant la figure 1.16. La trajectoire d'une particule se déplaçant vers la droite dans une région d'un champ magnétique croissant est montrée sur la figure 1.16 (a). La particule commence dans une région de faible champ avec certaines valeurs présentée de $v_{\perp}$ et $v_{\parallel}$. Pendant le déplacement de la particule, la valeur de B augmente. Puisque $\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} = \text{const.}$, il en résulte que $v_{\perp}$ doit également augmenter. Etant donné que dans un champ magnétique statique l'énergie cinétique d'une particule est une constante exacte du mouvement : $E = m(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)/2 = \text{const.}$, ceci implique qu'une augmentation de $v_{\perp}$ doit être accompagnée d'une diminution de $v_{\parallel}$. Si l'augmentation de B est suffisamment grande, la particule atteint par la suite un point le long de sa trajectoire où la vitesse parallèle s'annule, $v_{\parallel} = 0$. C'est le point de réflexion suivant les

indications de la figure 1.16 (b). Le centre de guidage commence à se déplacer vers la gauche. La force causant ce comportement du mouvement parallèle est juste $F_{\parallel} = -\mu \nabla_{\parallel} B$. Comme peut être remarqué d'après la figure 1.16 (c), son action est de ralentir le mouvement parallèle du centre de guidage pendant qu'une particule traverse une structure magnétique de champ croissant.

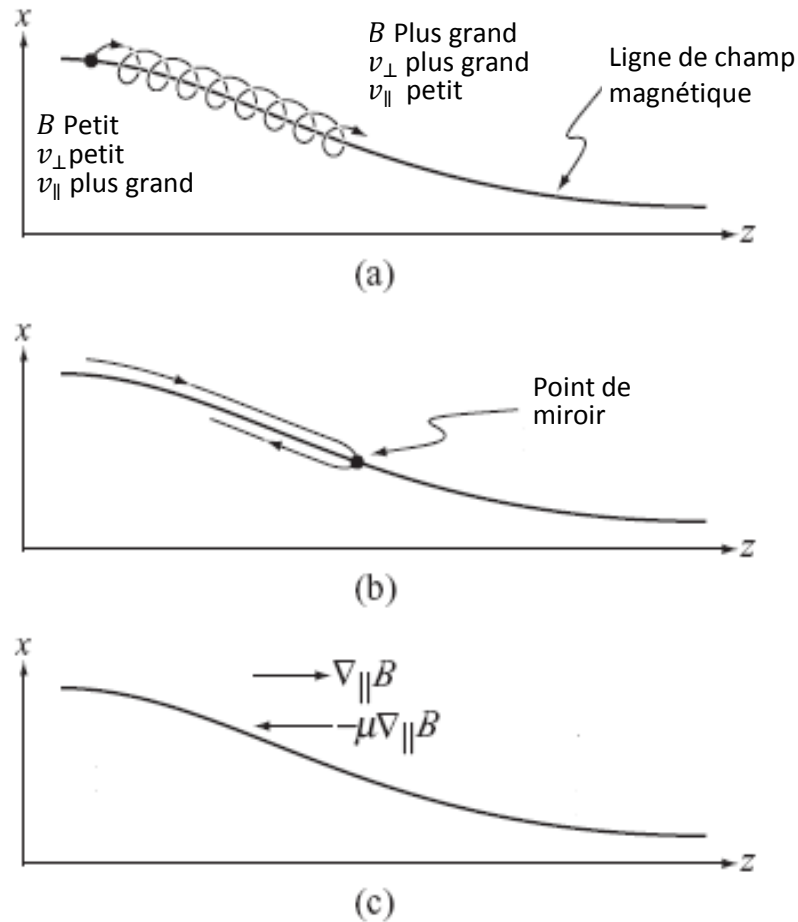


Figure 1.16 : L'effet de miroir (a) quand particule entre dans une région d'un plus grand B , $v_{\perp}$ augmente et $v_{\parallel}$ diminue; (b) la particule est reflétée au point de miroir où $v_{\parallel} = 0$; (c) la force parallèle de centre de guidage.

❖ Une image qualitative de l'effet de miroir

Le phénomène de réflexion peut être compris qualitativement en examinant la figure 1.16. La trajectoire d'une particule se déplaçant vers la droite dans une région d'un champ magnétique croissant est montrée sur la figure 1.16 (a). La particule commence dans une région de faible champ avec certaines valeurs présentées de $v_{\perp}$ et $v_{\parallel}$. Pendant le déplacement de la particule, la valeur de B augmente. Puisque $\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} = \text{const}$, il en résulte que $v_{\perp}$ doit également augmenter. Etant donné que dans un champ magnétique statique l'énergie cinétique d'une particule est une constante exacte du mouvement : $E = m(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)/2 = \text{const}$, ceci implique qu'une augmentation de $v_{\perp}$ doit être accompagnée d'une diminution de $v_{\parallel}$. Si l'augmentation de B est suffisamment grande, la particule atteint par la suite un point le long de sa trajectoire où la vitesse parallèle s'annule, $v_{\parallel} = 0$. C'est le point de réflexion suivant les indications de la figure 1.16 (b). Le centre de guidage commence à se déplacer vers la gauche. La force causant ce comportement du mouvement parallèle est juste $F_{\parallel} = -\mu \nabla_{\parallel} B$. Comme peut être remarqué d'après la figure 1.16 (c), son action est de ralentir le mouvement parallèle du centre de guidage pendant qu'une particule traverse une structure magnétique de champ croissant.

❖ Les conditions quantitatives pour réflexion de la particule

Les conditions de la réflexion de la particule peuvent être trouvées en utilisant les constantes de mouvement μ et E . Le but du calcul est de déterminer la relation entre $v_{\perp}$ et $v_{\parallel}$ nécessaires pour la réflexion de la particule à un point donné. Considérons une particule se déplaçant dans un champ de miroir comme il est illustré sur la figure 1.17. On considère qu'initialement la particule est au mi-plan, où le champ magnétique est le plus faible. A cette position, $B = B_{\min}$, $v_{\perp} = v_{\perp i}$ et $v_{\parallel} = v_{\parallel i}$. Le moment magnétique et l'énergie correspondants sont donnés par $\mu = mv_{\perp i}^2/2B_{\min}$ et $E = m(v_{\perp i}^2 + v_{\parallel i}^2)/2$.

Supposons maintenant que la particule se déplace vers la droite et est réfléchi sur le plan miroir caractérisé par $B = B_f > B_{\min}$. A ce plan $v_{\perp} = v_{\perp f}$ et par définition du plan de réflexion on a $v_{\parallel} = v_{\parallel f} = 0$. L'énergie et le moment magnétique correspondant ont alors les valeurs $E = mv_{\perp f}^2/2$ et $\mu = mv_{\perp f}^2/2B_f$.

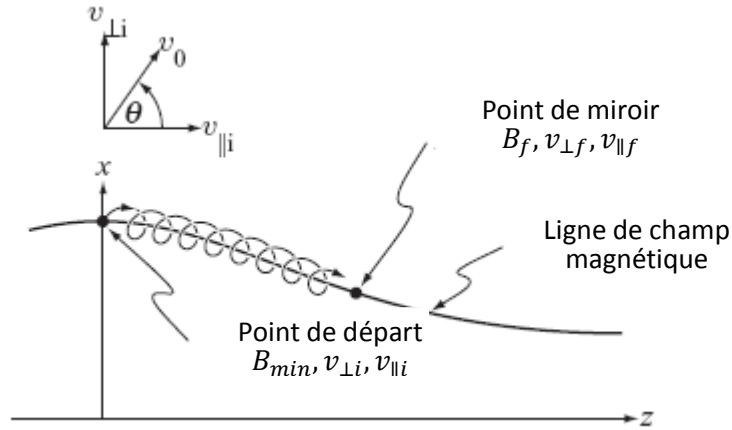


Figure 1.17 : Conditions pour refléter une particule au point de miroir $B = B_f$.

La condition de réflexion peut être maintenant calculée en égalisant les valeurs initiales et finales de E et μ où $E = mv_0^2/2$. La vitesse initiale peut être exprimée en termes de l'angle d'attaque, θ comme suit :

$$\begin{aligned} v_{\perp i} &= v_0 \sin \theta \\ v_{\parallel i} &= v_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (1 - 92)$$

Où v_0 est la vitesse de la particule :

$$v_{\perp f}^2 = v_{\perp i}^2 + v_{\parallel i}^2 = v_0^2 \quad (1 - 93)$$

La conservation de μ s'écrit :

$$\frac{v_{\perp i}^2}{B_{min}} = \frac{v_{\perp f}^2}{B_f} \quad (1.94)$$

La condition pour que la particule se réfléchisse au pont critique s'obtient en écrivant que θ y est égal à $\pi/2$, on définit ainsi une valeur critique θ_c telle que :

$$\sin^2 \theta_c = \frac{B_{min}}{B_f} \quad (1 - 95)$$

Ici, $\theta = \theta_c$ est l'angle d'attaque critique qui correspond au point de la réflexion sur le plan miroir où $B = B_f$. Une particule de vitesse perpendiculaire initiale plus élevée, ayant un angle d'attaque $\theta > \theta_c$, sera reflétée plus tôt. Réciproquement, une particule avec une vitesse

perpendiculaire initiale plus petite ayant un angle d'attaque, $\theta < \theta_c$, passera le point où $B = B_f$ et peut ou ne peut pas être réfléchi plus tard, selon la façon de la croissance du champ magnétique.

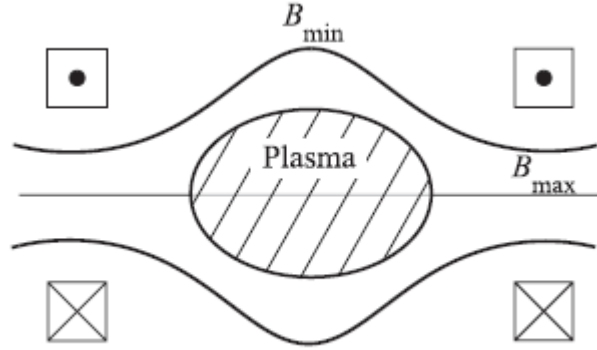


Figure 1.18 : La géométrie de la machine à miroir simple.

❖ *La machine de miroir simple*

L'effet de miroir a constitué la base pour les premières configurations de fusion magnétique connu par la « *machine à miroirs* ». Sa forme la plus simple est illustrée sur la figure 1.18. Deux bobines, dont les entrées de courant sont dans la même direction, créent un champ magnétique avec un maximum juste en-dessous de chaque bobine et un minimum local entre les deux bobines. Supposons que le plasma occupe initialement le volume entre les deux bobines, on peut démontrer, en utilisant la théorie du centre de guidage de l'effet de miroir, que les particules demeurent confinées dans la géométrie magnétique.

Les particules qui ont des angles d'attaque suffisamment grands (c.-à-d., $v_{\perp}/v_{\parallel}$ grand) au centre de la configuration où $B = B_{min}$ sont réfléchies au point de miroir où $B = B_f$. La particule avec le plus petit angle d'attaque est celle qui est reflétée au col du miroir où $B = B_{max}$. L'angle de critique correspondant est donné par :

$$\sin^2 \theta_c = \frac{B_{min}}{B_{max}} \equiv \frac{1}{R} \quad (1 - 96)$$

où $R = B_{max}/B_{min} > 1$ est appelé le rapport de miroir. Des particules avec un angle d'attaque $\theta > \theta_c$ (c.-à-d., $v_{\perp}$ élevé) seront réfléchées plus tôt, avant d'atteindre le col du miroir.

Ces particules changent de direction et seront ensuite réfléchies par le miroir opposé. De cette façon, les particules demeurent confinées indéfiniment et rebondissent continuellement entre les points de réflexion de miroir. En revanche, les particules avec $\theta < \theta_c$ (c.-à-d., $v_{\parallel}$ élevé) passent le col du miroir sans être reflétées. Et sont rapidement perdues par collision avec les parois.

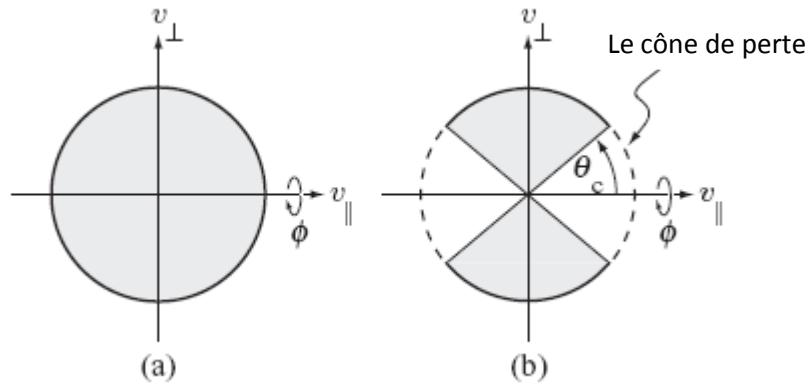


Figure 1.19 : Apparence de l'espace de phase de vitesse : (a) un plein, isotrope Maxwellien et (b) un Maxwellien avec un cône de perte.

Cette analyse prouve que le sous-ensemble de particules confinées dans une machine à miroir est défini par la gamme des angles d'attaque.

$$\theta_c \leq \theta \leq \pi - \theta_c \quad (1 - 97)$$

Les angles d'attaque en dehors de cette gamme forment un « cône de perte » dans l'espace de vitesse dans lequel toutes les particules ont été perdues. Le concept du cône de perte est illustré sur la figure 1.19 qui décrit la densité des particules dans le diagramme $(v_{\perp}, v_{\parallel})$. La figure 1.19 (a) correspond à une fonction de distribution isotrope telle qu'une Maxwellienne sans cône de perte. La région ombragée représente une sphère avec une distribution uniforme des particules. La figure 1.19 (b) montre l'effet de perte des particules avec un petit angle d'attaque. La région ombragée demeurant contient les particules confinées par l'effet de miroir.

La fraction des particules confinées f ayant initialement une distribution Maxwellienne $F_M(v)$ est égale au rapport du nombre de particules en dehors du cône de perte divisé par le

nombre total de particules. Cette fraction est calculée en termes de rapport de miroir comme suit :

$$f = \frac{\int_{\theta_c}^{\pi-\theta_c} \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} v^2 F_M(v) dv}{\int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} v^2 F_M(v) dv}$$

$$= \frac{\int_{\theta_c}^{\pi-\theta_c} \sin \theta \, d\theta}{\int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta} = \left(1 - \frac{1}{R}\right)^{1/2} \quad (1 - 98)$$

On remarque que pour un rapport de miroir $R = 2$, environ 70% des particules sont confinés..

Bibliographie

- [1] Robert J. Goldston and Paul H Rutherford, *Introduction to Plasma Physics*, Instiude of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 1995.
- [2] Russell M. Kulsrud, *Plasma Physics for Astrophysique*, princeton university press princeton and oxford, 2005.
- [3] Jean Macel Rax, *Physique des plasmas*, Dunod, 2005.
- [4] A. Dinklage, T. Klinger, G.Marx and L. Schweikhard, *Plasma Physics*, Springer, 2005.
- [5] K. Itoh, S-I Itoh and A. Fukuyama, *Transport and Structral Formation in Plasma*, Iop, 1998.
- [6] T.J. M. Boyd and J. J. Sanderson, *The Physics of Plasmas*, Cambridge, 2003.
- [7] Jeffrey P. Freidberg, *Plasma Physics and Fusion Enargy*, Cambridge, 2007.
- [8] F. F. Chen and J. P. Chang, *Principles of Plasma Processing*, UCLA, 2002.
- [9] K. Miyamoto, *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion*, Springer, 2005.
- [10] M. A. LiebermanI and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, John Wiley & Sons, 1994.
- [11] J. L. Delcroix and A. Bers, *Physique de Plasma 1*, InterEditions / CNRS Editions, 1994.
- [12] Pierre CHARLES, *Energie nucléaire Fission et fusion*, (ellipses, 2007)
- [13] Michel MOISAN et Jacques PELLETIER, *Physique des plasmas collisionnels*, EDP Sciences, 2006.
- [14] Paul M. Bellan, *Fundamentals of Plasma Physics*, Pasadena, 2004.

Chapitre 2

Ondes dans les plasmas magnétisés

2.1 Introduction

Historiquement les études de la propagation et la génération des ondes dans les plasmas ont fourni une des clefs de voûte dans le développement de la physique des plasmas et elles forment un axe de recherche d'intérêt scientifique et technologique. La nécessité de tenir compte de l'effet du champ géomagnétique en déterminant des caractéristiques de propagation des ondes radio a mené au développement, par Hartree dans 1931, de ce qui est devenu notoire comme théorie d'Appleton-Hartree. Peu après un autre mode de base de plasma, oscillations de plasma d'électron, avait été identifié. En 1926 Penning a suggéré que les oscillations des électrons dans une décharge gazeuse pourraient expliquer la dispersion irrégulièrement rapide des faisceaux d'électrons observée au-dessus des distances beaucoup plus courtes qu'un libre parcours moyen collisionnel. Ces oscillations ont été étudiées en détail par Langmuir et ont été identifiées théoriquement par Tonks et Langmuir en 1928.

Une propriété importante des plasmas est leur capacité de transmettre les perturbations collectives ou les ondes qui dans le cas le plus simple sont juste des fluctuations dans la densité d'électrons ou d'ions. L'arrangement des phénomènes d'onde est d'importance spécial dans le cadre de la fusion inertielle par laser pendant que la lumière laser peut agir l'un sur l'autre non seulement directement avec les particules de plasma mais également avec les ondes de plasma.

Bien entendu, les formes des ondes peuvent être très variées (planes, sphériques,...), mais on se limitera ici aux ondes planes, c'est-à-dire à celles qui se traduisent par des oscillations de toutes les grandeurs physiques de la forme :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left[\vec{A} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right] \quad (2 - 1)$$

où la fréquence angulaire ω et le vecteur d'onde $\vec{k}$ ne sont pas des variables indépendantes, elles sont liées par la relation :

$$D(\omega, \vec{k}) = 0 \quad (2 - 2)$$

appelée équation de dispersion. Si dans celle-ci on se fixe une valeur réelle de $\vec{k}$, on obtient plusieurs solutions (réelles ou complexes) pour ω . À chacune de ces solutions correspond un mode de propagation périodique dans tout l'espace. Dans un plasma isotrope, la direction de $\vec{k}$ ne joue aucun rôle et l'équation de dispersion ne fait apparaître que son module k .

Ici il convient de noter que les oscillations de plasma avec la fréquence ω_p ne sont pas strictement des ondes parce qu'elles sont stationnaires. Un aspect essentiel de ces ondes, cependant, est la propagation des fluctuations de densité d'électrons ou d'ions.

Dans ce qui suit, la description fluide des plasmas sera employée pour étudier les différents types d'ondes qui peuvent être présentes dans des plasmas thermonucléaires.

On s'intéresse dans ce chapitre à étudier la propagation d'ondes électromagnétiques dans le plasma magnétisé en donnant des applications pour les plasmas de fusion par confinement magnétique.

2.2 Plasma magnétisé

L'addition des effets de champ magnétique aux ondes de plasma fait apparaître plusieurs nouveaux phénomènes, parmi lesquels : l'anisotropie du plasma puisqu'il y a maintenant une direction privilégiée, de nouveaux types d'ondes transversales existant seulement dans les plasmas magnétisés, que nous appelons les ondes d'Alfvén ainsi que d'autres types d'ondes qui peuvent être nouvelles ou alors considérablement modifiées par l'effet du champ magnétique. En raison de l'anisotropie, la description analytique de ces ondes est compliquée à ce qui peut obscurcir l'aspect physique. Nous essayons cependant de présenter une description générale en montrant beaucoup de cas particuliers qui mettent en évidence la richesse des phénomènes d'onde qui peuvent être observés dans un plasma magnétisé. Même dans un plasma froid où les effets thermiques sont absents, le nombre de types d'ondes supplémentaires en la présence du champ magnétique est grand, et les caractéristiques de l'onde varient considérablement

avec la direction de sa propagation par rapport à la direction du champ magnétique. Dans certaines gammes de fréquence, des ondes peuvent être guidées par le champ magnétique.

2.3 Applications des ondes de plasma

Nous tournons ainsi notre attention à plusieurs applications que tous les deux ont contribuées au développement du champ, nous aidant à comprendre que les plasmas forment en effet état de choses de 'le quatrième' et qui sont les domaines de recherche actifs aujourd'hui.

D'une importance particulière pour nous sont les applications qui ont contribué à l'évolution de la physique de plasma et ont aidé au quatrième état de la matière.

2.3.1 Ondes de plasma dans la physique ionosphérique

Au début de l'étude des ondes radio, plusieurs phénomènes effectuant la propagation de ces ondes ont été observés dans la haute atmosphère mais qui n'est pas pu être expliqués. Vers 1932, quand Appleton proposé sa relation de dispersion appelée plus tard relation de dispersion d'Appleton-Hartree [7], il y avait une quantité significative de données indiquant l'endroit et la nature du plasma ionosphérique. Ces études ont continué à découvrir de nouveaux phénomènes et à raffiner l'image de l'ionosphère, ce qui a permis la compréhension de plusieurs effets liés à la propagation des ondes radio qui ont été jusque là inexplicables.

2.3.2 Ondes de plasma en astrophysique

En astrophysique, les ondes de plasma sont omniprésentes, constituant la base pour comprendre beaucoup de types de transfert d'énergie et d'instabilités de plasma, linéaire et non linéaire [2]. Le transfert d'onde de l'énergie et du moment mène au chauffage de plasma et à la modification de la distribution de vitesse. Réciproquement, les distributions non-équilibrées de vitesse donnent lieu à des instabilités de plasma qui convertissent l'énergie de particules en énergie d'onde puis de nouveau à une 'énergie de particules. Bien que les interactions onde-particule attirent le plus d'intérêt pour les ondes de plasma en astrophysique,

la propagation et la caractérisation des ondes linéaires se trouvent à l'origine de toutes les interactions non linéaires, et les divers mécanismes de la dissipation et la génération d'onde et doivent être d'abord comprise. Comme l'échelle des plasmas astrophysiques est grande, on pourrait imaginer que la théorie de plasma uniforme pourrait suffire. Cependant, ce sont les effets faiblement homogènes qui sont responsables du transfert des ondes à travers les régions de propagation à une région de résonance où les effets onde-particule mènent à l'échange d'énergie entre les particules et les ondes.

2.3.3 Ondes de plasma dans les plasmas magnétisés de fusion

L'un des objectifs majeurs de la recherche dans les ondes de plasma a été de réaliser la fusion thermonucléaire contrôlée. Ainsi, la compréhension des instabilités linéaires et non linéaires a toujours été un axe important pour le développement de la théorie d'onde. Le chauffage par onde du plasma a également suscité récemment beaucoup d'intérêt, menant l'amélioration par la théorie des ondes en essayant de modéliser l'usage des ondes de plasma pour augmenter la température du plasma aux niveaux d'allumage. Cet effort inclut des descriptions plus détaillées de la propagation dans les plasmas non homogènes comme l'énergie d'onde doit se déplacer du bord vers le centre ainsi que des modèles plus sophistiqués des processus d'absorption d'onde qui transfèrent l'énergie d'onde aux particules de plasma. L'émission des ondes des plasmas chauds est également employée pour mesurer la température des plasmas thermiques. L'utilisation des ondes pour production d'un courant de plasma, où le moment d'onde est converti en moment de particules par des interactions non linéaires onde-particule, a abouti à d'autres développements dans la théorie non linéaire.

2.4 Quelques concepts de base d'onde

Par définition, l'onde est une propagation d'énergie, caractérisée par un phénomène périodique dans le temps et dans l'espace [9].

Avant d'entamer la propagation des ondes, supposées de petite amplitude, dans les plasmas nous rappelons brièvement quelques concepts de base de la théorie de propagation d'onde électromagnétique. Nous limitons notre discussion aux solutions d'onde plane de l'équation d'ondes. Dans ce cas les champs associés à l'onde sont de la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 \exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

L'équation de divergence dans le vide, $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0 = \vec{k} \cdot \vec{B}_0$ implique que $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ forment une triade de vecteurs orthogonaux.

Le champ électrique dans une onde plane est exprimé en général par une superposition de deux solutions linéairement indépendantes de l'équation d'ondes. Le choix de l'axe-z le long du vecteur d'onde $\vec{k}$ donne

$$\vec{E}(z, t) = (E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y) \exp i(kz - \omega t) \quad (2 - 3)$$

2.5 Les équations d'onde dans le plasma

L'interaction du plasma avec les champs électromagnétiques produit un grand nombre de phénomènes qui ne peuvent être décrits par la théorie magnétohydrodynamique MHD qu'à la limite de basses fréquences. Une description fluide de la propagation d'onde dans le plasma est faisable mais ne peut pas être dérivée d'un modèle collisionnel puisque la plupart des fréquences d'onde sont plus grandes que des fréquences de collision. En outre, une telle description doit être faite par un modèle à deux fluides puisqu'une grande partie de la physique est liée aux différences dans le mouvement d'ions et d'électrons.

Les particules d'une espèce donnée tendront à se déplacer avec cohérence suivant les champs électromagnétiques mais à se disperser à cause de leurs vitesses aléatoires et thermiques.

La vitesse thermique des particules vérifie:

$$v_{th} \ll \frac{\omega}{k} = v_p \quad (2 - 4)$$

où $v_p = \omega/k$ est la vitesse de phase de l'onde. C'est l'approximation du plasma froid et dans la limite $v_{th}/v_p \rightarrow 0$ la description fluide est exacte pour un plasma non-collisionnel puisque, à n'importe quel point dans le plasma, la vitesse de toutes les particules d'une espèce donnée est uniquement déterminée par la vitesse d'écoulement u_α et les forces agissant sur les particules sont données par les champs à ce point. Ainsi, les équations d'onde de plasma froid sont simplement les équations de continuité d'ions et d'électrons et des équations du

mouvement. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont déterminés à partir des équations de Maxwell, c.-à-d. le courant de déplacement est maintenu. Les équations sont énumérées dans le tableau 2.1.

Les équations fluide :
$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{u}_\alpha) = 0$ $m_\alpha n_\alpha \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_\alpha \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u}_\alpha = e_\alpha n_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B})$
Les équations de Maxwell
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
Les approximations :
Plasma froid : $v_{th} \ll \frac{\omega}{k} = v_p$ Non-collisionnel : $\nu_c \ll \omega$

Tableau 2.1 : Les équations d'ondes de plasma froid [9].

Les équations d'onde de plasma froid fournissent une très bonne description des phénomènes d'onde dans les plasmas non-collisionnels, particulièrement à la limite de haute fréquence. Cependant, elles deviennent invalides aux résonances d'onde où $k \rightarrow \infty$. Les effets de la température finie peuvent être étudiés en introduisant des gradients de pression dans les équations du mouvement et en considérant les équations d'état adiabatiques pour déterminer les pressions isotropes (ou anisotropes). Les équations d'onde de plasma chaud correspondent au cas des pressions isotropes. Dans les équations adiabatiques $\rho_\alpha = m_\alpha n_\alpha$ nous avons tenu

compte des rapports distincts du chauffage spécifique. Les équations d'onde de plasma chaud n'ont aucune dérivation rigoureuse dans le cadre du modèle fluide qui omet des effets cinétiques importants. Néanmoins, ce modèle fournit une description simple des modifications finies de la température des ondes de plasma froid et des modes fluides supplémentaires qui propagent dans un plasma chaud mais disparaissent dans la limite de plasma froid.

Les équations d'onde :
$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{u}_\alpha) = 0$ $m_\alpha n_\alpha \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_\alpha \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u}_\alpha = e_\alpha n_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}) - \vec{\nabla} p_\alpha$ $\frac{D(p_\alpha \rho_\alpha^{-\gamma_\alpha})}{Dt} = 0$
Les équations de Maxwell :
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
L'approximation non-collisionnel :
$\nu_c \ll \omega$

Tableau 2.2 : Les équations d'ondes de plasma chaud [9].

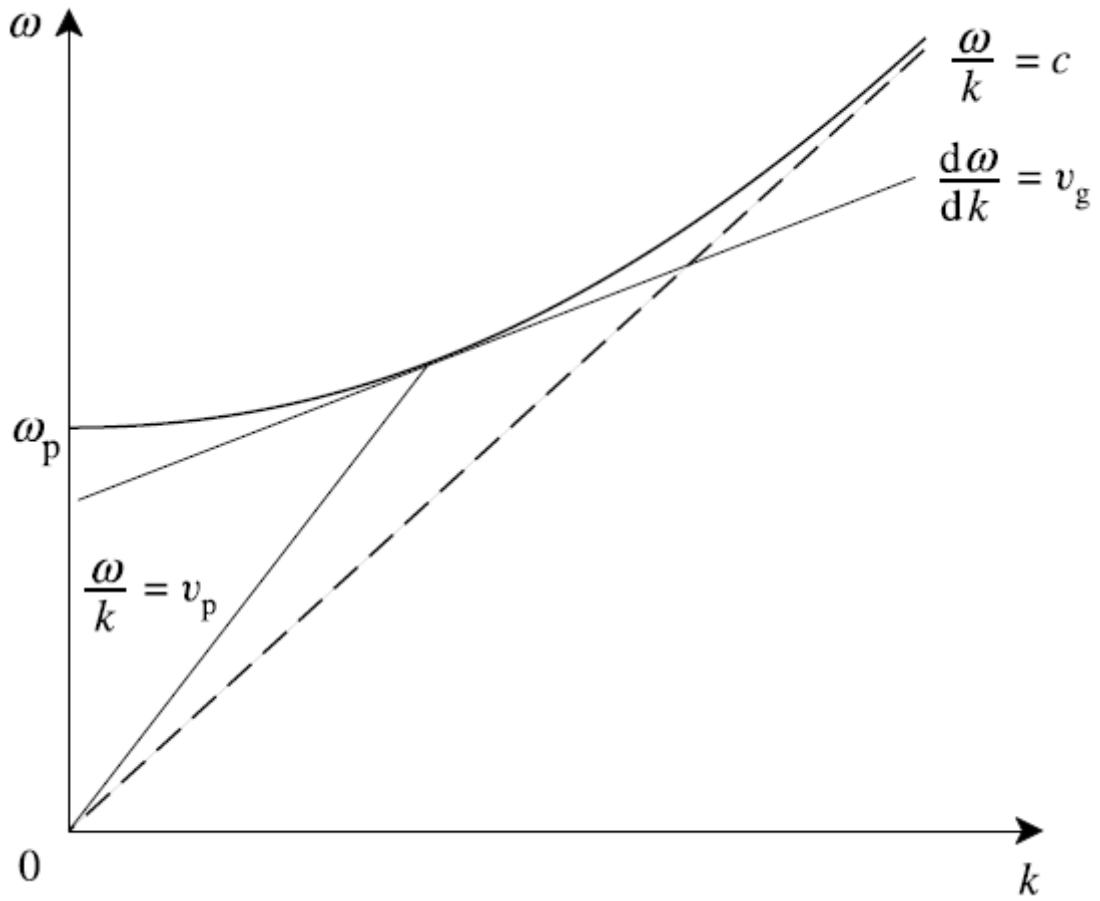


Figure 2.1 : La courbe de dispersion pour l'onde électromagnétique [6].

2.6 Les ondes dans un plasma froid

Le plasma froid est celui dans lequel les vitesses thermiques des particules sont beaucoup plus petites que les vitesses de phase des ondes. Les équations d'onde du plasma froid sont simplement les équations de la continuité et mouvement des ions et des électrons dans les champs électromagnétiques qui sont régis par les équations de Maxwell.

Puisque nous discuterons seulement le cas d'ondes de petites amplitudes ondes, nous écrivons les équations linéaires du plasma froid :

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_0 \vec{u}_1) = 0 \quad (2-5)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} = \frac{e}{m} (\vec{E}_1 + \vec{u}_1 \times \vec{B}_0) \quad (2-6)$$

$$\nabla \times \vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \quad (2-7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \sum en_0 \vec{u}_1 \quad (2-8)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_1 = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum en_1 \quad (2-9)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_1 = 0 \quad (2-10)$$

où l'indice indiquant l'espèce de particule a été supprimé comme les sommes dans les équations (2-8) et (2-9) sont sur toutes les espèces :

$$\begin{cases} n = n_0 + n_1 \\ \vec{u} = \vec{u}_1 \\ \vec{E} = \vec{E}_1 \\ \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \end{cases} \quad (2-11)$$

où les quantités n_0 et B_0 sont constantes dans le temps et dans l'espace. Effectivement, les équations (2-5) – (2-8) représentent l'ensemble d'équations d'ondes de deux-fluide (rappelons que les équations sont valables pour les ions et les électrons).

Nous éliminons $\vec{B}_1$ des équations (2-7) et (2-8) pour obtenir :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_1 = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_1}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \quad (2-12)$$

Ensuite, et en utilisant la deuxième égalité dans l'équation (2-8) et en résolvant l'équation (2-6) pour $\vec{u}_1$, nous obtenons $\vec{j}$ en fonction de $\vec{E}_1$ que nous pouvons exprimer par :

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}_1 \quad (2-13)$$

où σ est le tenseur de conductivité. Puis, en supposant que toutes les variables varient comme $\exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$, l'équation (2-12) devient :

$$\vec{N} \times (\vec{N} \times \vec{E}_1) = -\vec{E}_1 - \frac{i}{\varepsilon_0 \omega} \sigma \cdot \vec{E}_1 = -\varepsilon \cdot \vec{E}_1 \quad (2-14)$$

où $\vec{N} = c\vec{k}/\omega$ est un vecteur de propagation des ondes sans dimension (il représente l'indice de réfraction de l'onde dans le plasma) et ε est le tenseur de diélectrique de plasma froid. La condition pour laquelle cette équation peut avoir une solution réside dans le fait que la relation

de dispersion contenant toutes les informations sur la propagation des ondes linéaires dans un plasma froid doit être satisfaite.

Pour trouver les éléments de matrice de σ (et par conséquent ε), nous devons résoudre l'équation (2-6). En écrivant $\omega_c = eB_0/m$ on obtient :

$$-i\omega u_x - \omega_c u_y = e E_x/m \quad (2-15)$$

$$-i\omega u_y + \omega_c u_x = e E_y/m \quad (2-16)$$

$$-i\omega u_z = e E_z/m \quad (2-17)$$

Ces résultats peuvent alors être remplacés dans l'expression de $\vec{j}$ donnée par l'équation (2-8). Nous pouvons réduire au minimum le calcul impliqué en effectuant d'abord le calcul pour les variables, $\tilde{u}, \tilde{E}, \tilde{j}$ dont les composantes :

$$\begin{cases} u^\pm = u_x \pm i u_y, u_z \\ E^\pm = E_x \pm i E_y, E_z \\ J^\pm = J_x \pm i J_y, J_z \end{cases} \quad (2-18)$$

et le tenseur de conductivité $\tilde{\sigma}$, est alors défini par :

$$\tilde{j} = \tilde{\sigma} \cdot \tilde{E} \quad (2-19)$$

A partir des équations (2-15), (2-16) et (2-18) nous obtenons les solutions :

$$u^\pm = \frac{ieE^\pm}{m(\omega \mp \omega_c)}, \quad u_z = \frac{ieE_z}{m\omega} \quad (2-20)$$

en substituant dans

$$\tilde{j} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{0\alpha} \tilde{u} \quad (2-21)$$

nous obtenons, par comparaison avec l'équation (2-19), que :

$$\tilde{\sigma} = i\varepsilon_0 \begin{pmatrix} \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega - \omega_{c\alpha}} & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega + \omega_{c\alpha}} & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega} \end{pmatrix} \quad (2-22)$$

la matrice qui transforme $\vec{u}$, $\vec{E}$ et $\vec{J}$ à $\tilde{\vec{u}}$, $\tilde{\vec{E}}$, $\tilde{\vec{J}}$ est obtenue à partir de l'équation (2-18) et s'écrit :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ 1 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

son inverse est :

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ -i/2 & i/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi, à partir de l'équation (2-19) nous obtenons

$$\vec{J} = T^{-1} \cdot \tilde{\vec{J}} = T^{-1} \cdot \tilde{\sigma} \cdot T \cdot \vec{E}$$

et, comparant avec l'équation (2-13) nous trouvons que :

$$\sigma = T^{-1} \cdot \tilde{\sigma} \cdot T$$

ce qui donne :

$$\sigma = \begin{pmatrix} (\tilde{\sigma}_{11} + \tilde{\sigma}_{22})/2 & i(\tilde{\sigma}_{11} - \tilde{\sigma}_{22})/2 & 0 \\ -i(\tilde{\sigma}_{11} - \tilde{\sigma}_{22})/2 & (\tilde{\sigma}_{11} + \tilde{\sigma}_{22})/2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\sigma}_{33} \end{pmatrix} \quad (2-23)$$

où les composantes de $\tilde{\sigma}$ sont données par l'équation (2-22).

Maintenant, retournant à l'équation (2-14), nous pouvons écrire les composantes du tenseur diélectrique $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + (i/\varepsilon_0\omega)\sigma_{ij}$ par :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (2-24)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{1}{2}(R + L) = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega^2 + \omega_{ci}\omega_{ce})}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2)(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} \\ D = \frac{1}{2}(R - L) = \frac{\omega_p^2\omega(\omega_{ci} + \omega_{ce})}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2)(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} \\ R = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega + \omega_{ci})(\omega + \omega_{ce})} \\ L = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - \omega_{ci})(\omega - \omega_{ce})} \\ P = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \end{array} \right. \quad (2-25)$$

et $\omega_p^2 = \omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2$ est le carré de la fréquence de plasma. Notons que, dans la combinaison les éléments $\tilde{\sigma}_{11} \pm \tilde{\sigma}_{22}$, nous avons employé le fait que $\omega_{pe}^2\omega_{ci} + \omega_{pi}^2\omega_{ce} = Ze^3B_0(n_{e0} - Zn_{i0})/m_em_i\varepsilon_0 = 0$ en raison de la neutralité de la charge d'équilibre.

Finalement, nous pouvons choisir des axes tels que $\vec{N} = (N \sin \theta, 0, N \cos \theta)$, comme montré sur la figure 2.2, de sorte que l'équation (2-14) peut être écrite :

$$(\vec{N} \cdot \vec{E})\vec{N} - N^2\vec{E} + \varepsilon \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

et par conséquent

$$\begin{bmatrix} S - N^2 \cos^2 \theta & -iD & N^2 \cos \theta \sin \theta \\ iD & S - N^2 & 0 \\ N^2 \cos \theta \sin \theta & 0 & P - N^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

Ainsi, prenant le cause déterminant de la matrice 3×3 dans (2-26), la relation de dispersion générale pour les ondes de plasma froid est :

$$AN^4 - BN^2 + C = 0 \quad (2-27)$$

où

$$\begin{cases} A = S \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta \\ B = RL \sin^2 \theta + PS(1 + \cos^2 \theta) \\ C = PRL \end{cases} \quad (2-28)$$

Nous traitons ceci comme équation à résoudre pour N^2 en fonction de θ (l'angle de la propagation relativement au champ magnétique $\vec{B}_0$). Les quantités sans dimensions

$\omega_p/\omega, \omega_{ci}/\omega, \omega_{ce}/\omega$ contenus dans les coefficients, sont considérées comme des paramètres qui varient selon le choix de fréquence d'onde et du plasma d'équilibre.

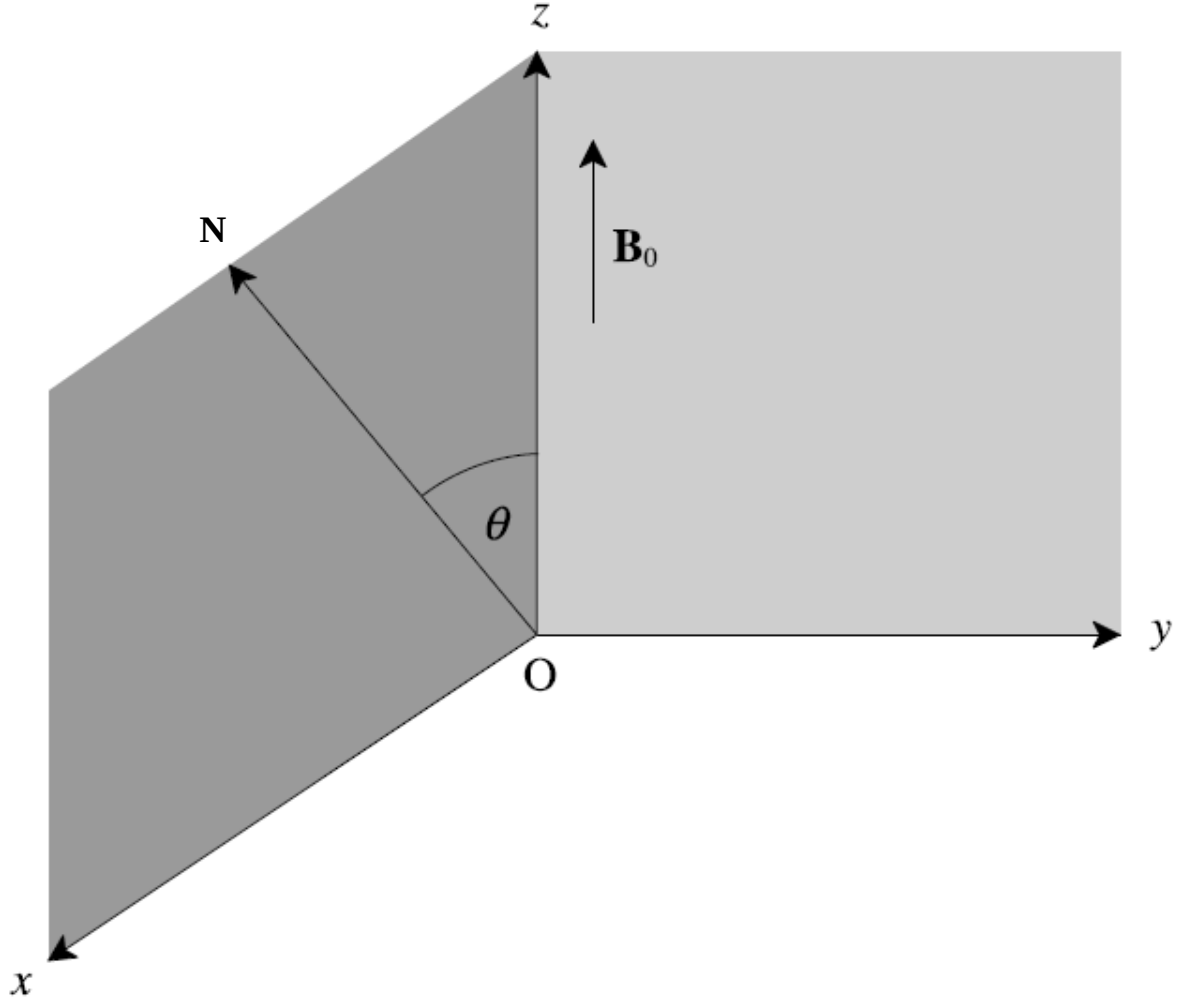


Figure 2.2 : Orientation du vecteur de propagation des ondes par rapport au champ magnétique.

Puisqu'il est difficile d'établir une discussion générale des solutions de l'équation (2-27), nous allons considérer la propagation d'ondes parallèle ($\theta = 0$) et perpendiculaire ($\theta = \pi/2$) au champ magnétique. À cet effet une expression alternative utile de l'équation (2-27) est obtenue en le résolvant pour $\tan^2 \theta$ en fonction de N^2 avec le résultat :

$$\tan^2 \theta = -\frac{P(N^2 - R)(N^2 - L)}{(SN^2 - RL)(N^2 - P)} \quad (2 - 29)$$

L'équation (2-27) n'admet que des solutions réelles pour N^2 puisque dans les équations de plasma froid non-coulant il y a aucune source d'énergie libre qui produise des instabilités et aucun terme de dissipation pour produire les ondes de décomposition. Ceci peut être vérifié en prouvant que le déterminant de l'équation biquadratique peut être écrit sous la forme

$$B^2 - 4AC = (RL - PS)^2 \sin^4 \theta + 4P^2 D^2 \cos^2 \theta \geq 0 \quad (2 - 30)$$

Ainsi, N est purement réel ou purement imaginaire correspondant à une propagation ou une évanescence de l'onde, respectivement. Le changement de la propagation à l'évanescence peut avoir lieu à chaque fois que N^2 passe par zéro ou l'infini. Des équations (2-27) et (2-28), il est clair que la première de ces possibilités se produit quand $C = 0$, c'est-à-dire :

$$P = 0 \text{ ou } R = 0 \text{ ou } L = 0 \quad (2 - 31)$$

Ceux-ci s'appellent les coupures (cut-offs) parce que, pour des conditions d'équilibre données, ils définissent les fréquences en-dessous ou en-dessus desquelles l'onde cesse de propager à n'importe quel angle ($k \rightarrow 0$ pour ω fini, c.-à-d. $v_p \rightarrow \infty$). D'équation (2-25) les fréquences de coupure sont :

$$\begin{cases} P = 0 : \omega = \omega_p \\ R = 0 : \omega = \left[\omega_p^2 + (\omega_{ci} - \omega_{ce})^2 / 4 \right]^{1/2} - (\omega_{ci} + \omega_{ce}) / 2 \equiv \omega_R \\ L = 0 : \omega = \left[\omega_p^2 + (\omega_{ci} - \omega_{ce})^2 / 4 \right]^{1/2} + (\omega_{ci} + \omega_{ce}) / 2 \equiv \omega_L \end{cases} \quad (2 - 32)$$

Notons que nous avons choisi la racine carrée positive afin d'obtenir $\omega > 0$. Nous considérons seulement ω positif puisque les solutions avec $\omega < 0$ correspondent simplement aux ondes se déplaçant dans la direction opposée. Notons aussi, que $\omega_R > \omega_L$ puisque $\omega_{ce} < 0$ et $|\omega_{ce}| \gg \omega_{ci}$.

À une résonance $v_p \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$ pour ω fini) mais ceci ne signifie pas forcément, comme à une coupure, que l'onde cesse de propager; en revanche, elle définit un cône de propagation. Pour $N^2 \rightarrow \infty$ dans l'équation (2-27) on a nécessairement $A = 0$, c.-à-d. $\tan^2 \theta = -P/S$. Cette équation définit pour des paramètres donnés l'angle résonnant, θ_{res} , en-dessus ou en-dessous duquel l'onde ne propage pas. En effet, on obtient immédiatement à partir de l'équation (2-29) :

$$\tan^2 \theta_{res} = -P/S \quad (2 - 33)$$

Notons que θ_{res} , s'il existe, se trouve entre 0 et $\pi/2$ parce que la relation de dispersion, étant une fonction seulement de $\sin^2 \theta$ et de $\cos^2 \theta$, est symétrique autour de $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$. Physiquement, ce sont des manifestations de la symétrie azimutale autour de la direction du champ magnétique $\vec{B}_0$ et de la symétrie par rapport à la direction de la propagation des ondes $\vec{k}$. Ainsi, une onde qui montre une résonance se propage soit (a) pour $0 \leq \theta \leq \theta_{res}$, mais pas $\theta_{res} < \theta \leq \pi/2$ ou (b) pour $\theta_{res} < \theta \leq \pi/2$ mais pas $0 \leq \theta \leq \theta_{res}$, comme indiqué sur la figure 2.3. Ainsi nous pouvons voir que quand $\theta_{res} \rightarrow 0$ au cas (a) ou $\theta_{res} \rightarrow \pi/2$ au cas (b) l'onde disparaîtrait complètement. Celle-ci s'appellent les résonances principales et comme les coupures elles définissent, encore pour des conditions d'équilibre données, des fréquences en-dessous ou en-dessus de quelles une onde particulière ne propage pas.

L'équation (2-33) les résonances principales se produisent à :

$$\theta_{res} = 0 : P = 0 \text{ ou } S = \frac{1}{2}(R + L) \rightarrow \infty \quad (2-34)$$

$$\theta_{res} = \pi/2 : S = 0 \quad (2-35)$$

La première possibilité dans l'équation (2-34) est un cas dégénéré parce que quand $P = 0$ et $\theta = 0$ tous les coefficients A, B, et C s'annulent. En effet, nous avons déjà vu que $P = 0$ est également une coupure où $N^2 = 0$. Ce qui se produit ici dépend exactement de l'ordre dans lequel on prend les termes $\theta \rightarrow 0$ et $N^2 \rightarrow 0$. La deuxième possibilité fournit les cas intéressants

$$R \rightarrow \infty \text{ comme } \omega \rightarrow -\omega_{ce} = |\omega_{ce}| \quad (2-36)$$

qui est la résonance de cyclotron des électrons, ou :

$$L \rightarrow \infty \text{ comme } \omega \rightarrow \omega_{ci} \quad (2-37)$$

qui est la résonance de cyclotron d'ion.

Des équations (2-35) et (2-25) nous remarquons que les principales résonances à $\theta = \pi/2$ se produisent quand

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_p^2 + \omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2) - \omega_{ci}\omega_{ce}(\omega_p^2 - \omega_{ci}\omega_{ce}) = 0$$

ce qui a les solutions

$$\omega^2 = \left(\frac{\omega_p^2 + \omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2}{2} \right) \left[1 \pm \left(1 + \frac{4\omega_{ci}\omega_{ce}(\omega_p^2 - \omega_{ci}\omega_{ce})}{(\omega_p^2 + \omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2-38)$$

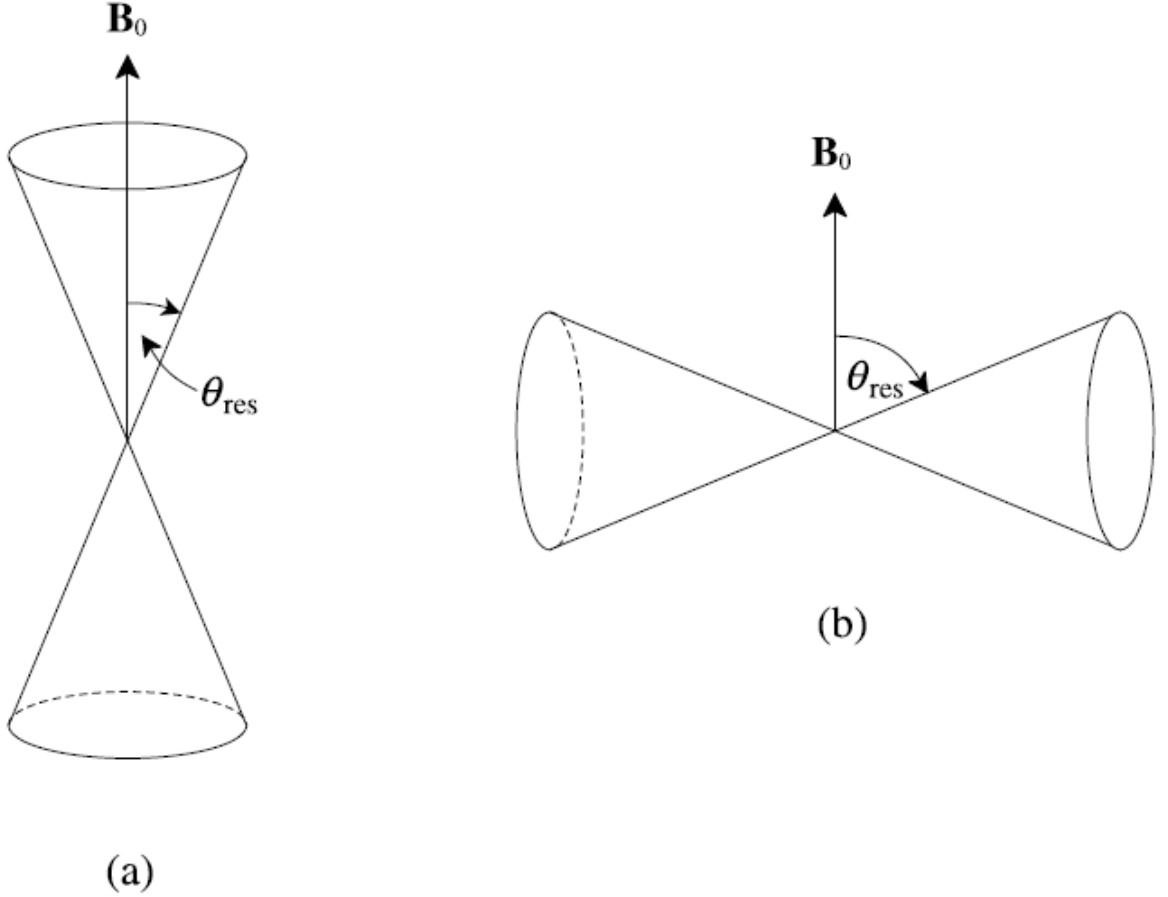


Figure 2.3 : Cônes de propagation des ondes.

À la différence des résonances de cyclotron à $\theta = 0$ qui impliquent les ions ou les électrons, ces résonances perpendiculaires impliquent des ions et des électrons ensemble et sont connues, comme des résonances hybrides. Puisque le deuxième terme dans la racine carrée dans l'équation (2-38) est toujours beaucoup moins petit que l'unité nous pouvons développer la racine carrée pour obtenir les solutions approximatives :

$$\omega_{UH}^2 \simeq (\omega_p^2 + \omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2) \simeq \omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2 \quad (2-39)$$

$$\omega_{LH}^2 \simeq -\frac{\omega_{ci}\omega_{ce}(\omega_p^2 - \omega_{ci}\omega_{ce})}{\omega_p^2 + \omega_{ci}^2 + \omega_{ce}^2} \simeq \begin{cases} |\omega_{ci}\omega_{ce}| & (\omega_p^2 \gg \omega_{ce}^2) \\ \omega_{pi}^2 + \omega_{ci}^2 & (\omega_p^2 \ll \omega_{ce}^2) \end{cases} \quad (2-40)$$

où les indices UH et LH dénotent les résonances d'hybride supérieur (Upper) et d'hybride inférieure (Lower), respectivement.

2.6.1 Plasma dans un champ-libre ($\vec{B}_0 = \vec{0}$)

Quand il n'y a aucun champ magnétique il n'y a aucune direction préférée et nous pouvons alors choisir pour $\vec{N}$ la direction (oz), c.-à-d. $\theta = 0$. Dans ce cas, on a à partir de l'équation (2-25), $S = P$ et $D = 0$ de sorte que l'équation (2-26) prenne la forme diagonale simple :

$$\begin{bmatrix} 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - N^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - N^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

Clairement, il y a deux types d'onde dans ce cas-ci. $\vec{E} = (0, 0, E_z)$ et

$$\omega^2 = \omega_p^2 \quad (2-42)$$

ou $E_z = 0$ et

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2 \quad (2-43)$$

La première de ces solutions correspond aux oscillations longitudinales du plasma. Notons que les termes longitudinal ($\vec{k} \parallel \vec{E}$) et transversal ($\vec{k} \perp \vec{E}$) indiquent la direction de la propagation des ondes relativement au champ électrique $\vec{E}$, alors que les termes parallèle et perpendiculaire indiquent la direction de $\vec{k}$ relativement à $\vec{B}_0$.

Dans cette limite de plasma froid la vitesse du groupe $v_g = d\omega/dk = 0$, ce qui implique que cette onde ne propage pas. Si la perturbation produisant l'onde est locale elle demeure ainsi. C'est une onde électrostatique comme nous pouvons le voir d'après l'équation (2-7) où $\vec{B}_1 = \vec{0}$.

La deuxième solution de l'équation (2-43) correspond à $\vec{k} \perp \vec{E}$ l'onde est ainsi transversale. Puisque $k^2 < 0$ pour $\omega^2 < \omega_p^2$ nous remarquons que $0 < \omega < \omega_p$ est une bande

d'arrêt pour les ondes transversales dans un plasma champ magnétique libre. La raison physique de ceci est simplement que ω_p est la fréquence normale avec laquelle le plasma répond à n'importe quel champ électrique imposé. Si la fréquence d'un tel champ est inférieure à ω_p les particules de plasma peuvent répondre assez rapidement pour le neutraliser et il est amorti à une distance d'environ $|k|^{-1}$. Ceci sera identifié en tant que la première coupure, $P = 0$ dans l'équation (2-32). La courbe de dispersion est présentée sur la figure 2.1, montrant le comportement caractéristique d'une coupure, $\omega \rightarrow \omega_p$ (dans ce cas-ci) quand $k \rightarrow 0$. À mesure que la fréquence augmente, l'influence du plasma diminue et la courbe de dispersion approche l'asymptote pour la propagation dans le vide, $\omega = kc$.

2.6.2 Propagation parallèle ($\vec{k} \parallel \vec{B}_0$)

Quand la propagation des ondes est le long du champ magnétique, $\theta = 0$ et l'équation (2-26) devient

$$\begin{bmatrix} S - N^2 & -iD & 0 \\ iD & S - N^2 & 0 \\ 0 & 0 & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2-44)$$

Ceci montre, comme dans le cas du champ-libre, que les ondes longitudinale [$\vec{E} = (0, 0, E_z)$] et transversale ($\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$) sont découplées et que la relation de dispersion, $P = 0$, c.-à-d. $\omega^2 = \omega_p^2$, pour les premières reste inchangée. Ce doit être vrai seulement pour un champ $\vec{B}_0$ appliqué dans la direction des oscillations de plasma de sorte qu'il n'y ait aucune force de Lorentz et donc aucun effet sur ce mode.

La relation de dispersion pour les ondes transversales peut être obtenue à partir de l'équation (2-44) mais peut être également obtenue ainsi que sa solution directement à partir de l'équation (2-29) en posant $\theta = 0$ et en éliminant l'onde longitudinale ($P = 0$), les solutions sont alors :

$$N^2 = R = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega + \omega_{ci})(\omega - \omega_{ce})} \quad (2-45)$$

$$N^2 = L = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - \omega_{ci})(\omega - \omega_{ce})} \quad (2-46)$$

Les modes R et L, comme nous pouvons les appeler, ont des coupures à ω_R et ω_L (voir l'équation (2-32)) et des résonances principales à $|\omega_{ce}|$ et ω_{ci} (voir les équations (2-36) et (2-37)). Se rappelant que $\omega_{ce} < 0$, il devient clair les équations (2-45) et (2-46) que $N^2 > 0$ aux plus basses fréquences ($\omega \rightarrow 0$) et quand $\omega \rightarrow \infty$ pour les deux modes. Ainsi, les bandes d'arrêt se trouvent entre $|\omega_{ce}|$ et ω_R , et ω_{ci} et ω_L , pour les modes R et L respectivement.

Afin d'esquisser les courbes de dispersion pour les fréquences de propagation nous prenons les limites de fréquence élevées et basses dans les équations (2-45) et (2-46). La limite à haute correspond à $\omega \rightarrow \infty$ et les deux équations mènent à la relation de dispersion $\omega = kc$ pour les ondes transversales dans le vide. Cependant, quand ω diminue, ce qui correspond à des fréquences normales, nous obtenons à partir de (2-45) et (2-46) les relations de dispersion approximatives :

$$R : \omega^2 = k^2 c^2 + \frac{\omega \omega_p^2}{\omega - |\omega_{ce}|} \quad (2-47)$$

$$L : \omega^2 = k^2 c^2 + \frac{\omega \omega_p^2}{\omega + |\omega_{ce}|} \quad (2-48)$$

De ces équations il est clair que la vitesse de phase du mode R est plus grande que celle du mode L et nous pouvons ainsi les noter comme mode « *rapide* » et mode « *lent* » respectivement. Également la coupure en mode R ($k \rightarrow 0$) se produit au-dessus de ω_p , tandis que pour le mode L elle se trouve au-dessous de ω_p .

Retournons maintenant à la limite de basse fréquence dans les équations (2-45) et (2-46) et notons que $\omega_p^2 / \omega_{ci} \omega_{ce} = (c/v_A)^2$ où v_A est la vitesse appelée d'Alfvén définie par $v_A = [B_0 / \rho_0 \mu_0]^{1/2}$ où ρ_0 est la densité du plasma supposée constante. nous obtenons pour les deux modes R et L :

$$\omega^2 = \frac{k^2 v_A^2}{1 + (v_A/c)^2} \quad (2.49)$$

Ainsi, les modes R et L peuvent être identifiés avec les deux ondes d'Alfvén [10]. La différence légère entre l'équation (2-49) et le résultat $\omega = kv_A$ obtenu à partir des équations idéales de MHD peut être directement liée au courant de déplacement dans les équations du plasma froid et qui disparaît dans la limite non-relativiste ($v_p \approx v_A \ll c$) [10].

Pour découvrir lequel des deux modes de plasma froid est l'onde rapide et de compression et lequel est l'onde intermédiaire et de cisaillement, nous devons résoudre la dégénérescence dans l'équation (2-49) en maintenant le terme le plus significatif dans ω . Ceci signifie de garder le ω dans $(\omega \pm \omega_{ci})$ et de contenir à l'ignorer toujours dans $(\omega \pm \omega_{ce})$. Alors dans la limite non-relativiste les équations (2-45) et (6-49) donnent :

$$\begin{cases} R : \omega^2 = k^2 v_A^2 (1 + \omega/\omega_{ci}) \\ L : \omega^2 = k^2 v_A^2 (1 - \omega/\omega_{ci}) \end{cases} \quad (2-50)$$

Ainsi, le mode R est l'onde d'Alfvén rapide et de compression avec la vitesse de phase $v_p > v_A$ et le mode L est l'onde intermédiaire d'Alfvén de cisaillement avec $v_p < v_A$.

Collectant toutes les informations à propos des modes R et L nous pouvons déduire leurs relations de dispersion suivant les figures. 2.4 et 2.5. Les deux modes ont des courbes de dispersion qui sont asymptotiques au $\omega = kv_A$ et $\omega = kc$ aux fréquences basses et hautes, respectivement. Les asymptotes horizontales dans les deux figures sont aux coupures ($k \rightarrow 0$) ou aux résonances principales ($k \rightarrow \infty$).

Notons que seules la coupure et la résonance principale affectent une onde donnée de sorte que le mode R continue à propager au-dessus de $\omega = \omega_{ci}$. Ainsi, sa vitesse de phase s'éloigne de la vitesse v_A d'Alfvén. En choisissant une valeur de ω telle que $\omega_{ci} \ll \omega \ll |\omega_{ce}|$ et en employant la condition non-relativiste $v_p \ll c$ de, nous pouvons écrire l'équation (2-45) comme :

$$\omega \simeq k^2 c^2 |\omega_{ce}| / \omega_p^2 \quad (2-51)$$

ce qui est la relation de dispersion pour des ondes de « sifflement ». Elle sont appelées ainsi car en se propageant dans l'ionosphère à des audiofréquences elle peuvent être entendues comme des sifflement. De l'équation (2-51) nous remarquons que $\omega \propto k^2$ ainsi que la vitesse de phase (ω/k) et la vitesse du groupe ($d\omega/dk$) augmentent avec k .

Aux alentours, des principales résonances, on peut montrer à partir des équations (2-45) et (2-46) que les relations de dispersion pour les ondes de cyclotron électronique et de cyclotrons ionique sont données par :

$$R: \quad \omega = |\omega_{ce}| \left(1 + \frac{\omega_p^2}{k^2 c^2} \right)^{-1} \simeq |\omega_{ce}| \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 c^2} \right)^{-1} \quad (2-52)$$

$$L: \quad \omega = |\omega_{ci}| \left(1 + \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 c^2} \right)^{-1} \quad (2-53)$$

respectivement. Pour comprendre l'origine physique de ces résonances nous notons que l'équation (2-44) donne :

$$P = \frac{iE_x}{E_y} = \frac{N^2 - S}{D} = \frac{2N^2 - (R + L)}{R - L} = \begin{cases} +1 & (N^2 = R) \\ -1 & (N^2 = L) \end{cases}$$

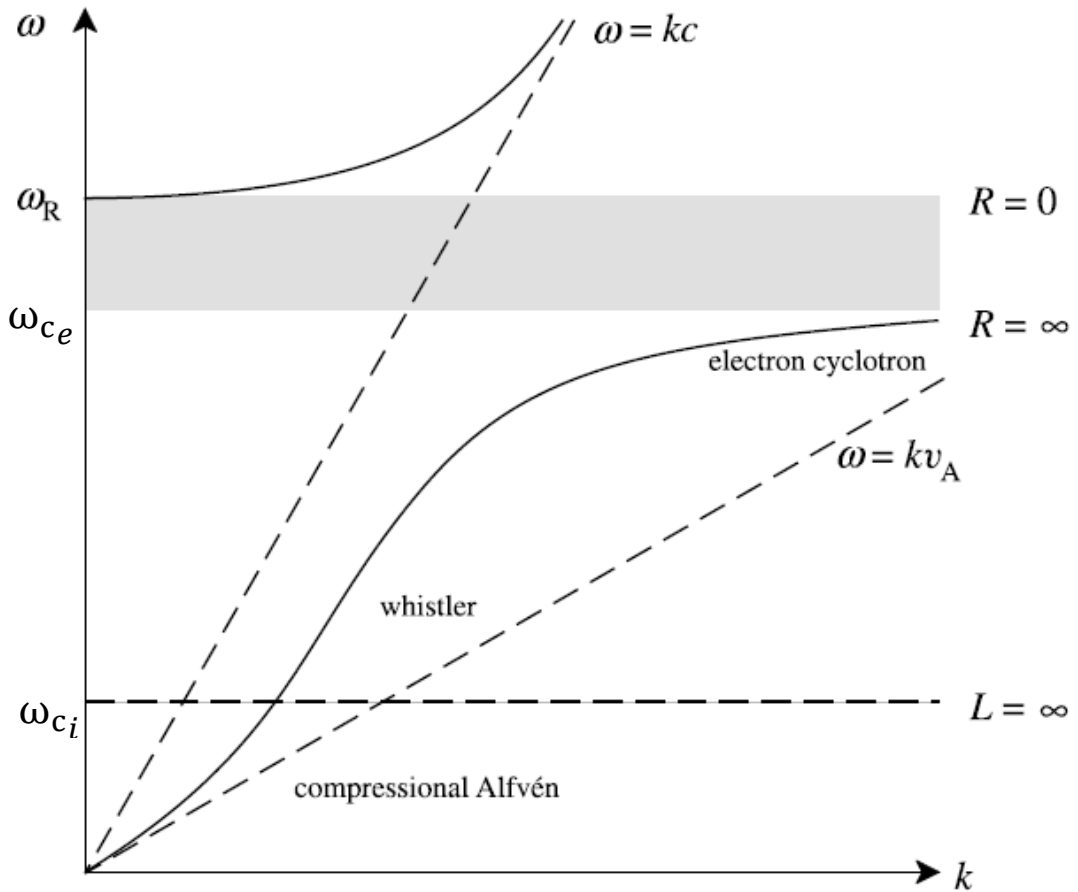


Figure 6.4 : les courbes de dispersion pour mode R.

montrant que l'onde R est RCP (droit-circulaire polarisée) et l'onde L est LCP (gauche-circulaire polarisée). Les électrons (les ions) tournent autour du champ magnétique dans un mouvement circulaire droit (gauche). Ainsi, le champ électrique de chaque onde tourne dans

le même sens que l'espèce de particules. Tant cependant que la fréquence d'onde ω soit inférieure à la fréquence du cyclotron, aucune résonance ne se produit quand la fréquence de l'onde R(L) s'approche de $|\omega_{ce}|$ (ω_{ci}), les électrons (les ions) exercent un champ électrique et continuent à être constant accélérés menant à l'absorption de l'énergie d'onde par les particules. La vitesse du groupe des deux ondes est $v_g \sim k^{-3} \rightarrow 0$ comme $k \rightarrow \infty$.

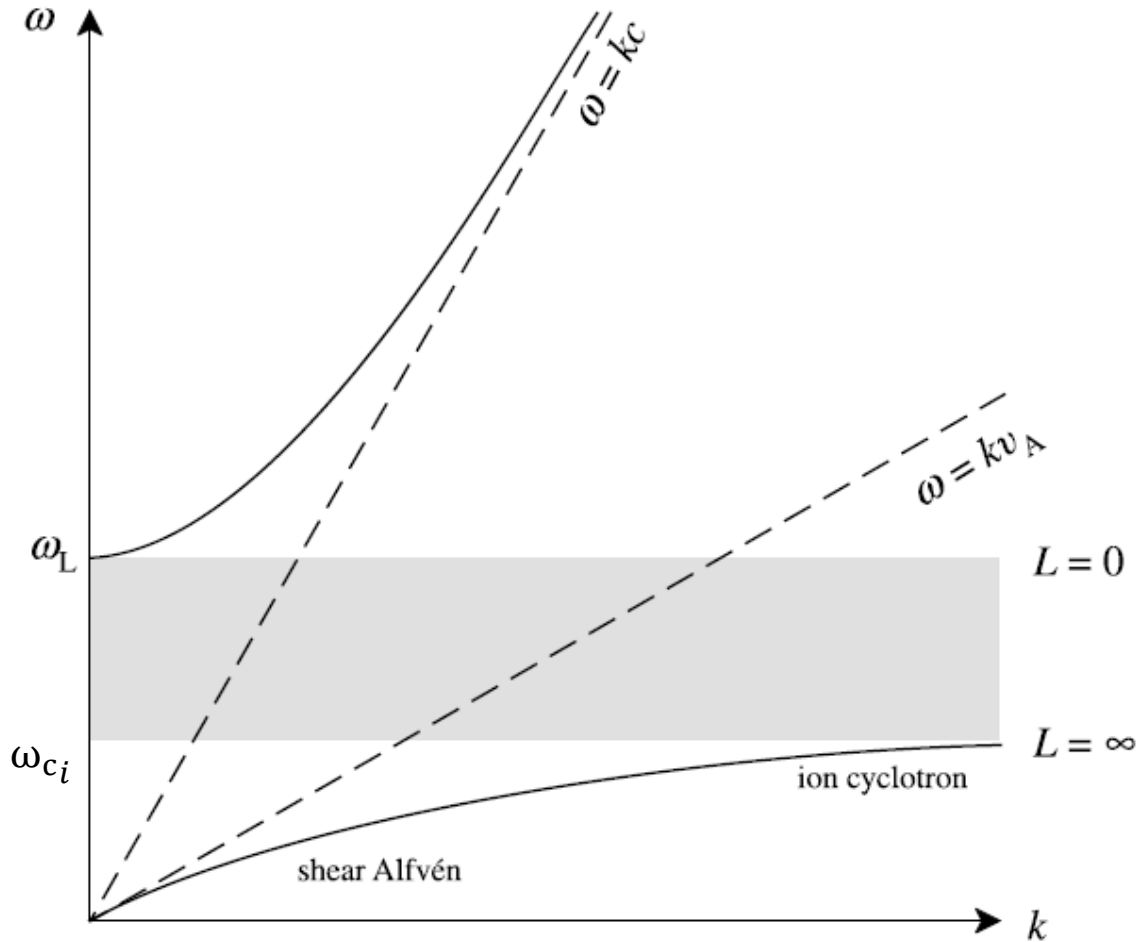


Figure 6.5 : les courbes de dispersion pour mode L.

2.6.3 Propagation perpendiculaire ($\vec{k} \perp \vec{B}_0$)

Pour $\theta = \pi/2$ dans l'équation (2-26) on a :

$$\begin{bmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S - N^2 & 0 \\ 0 & 0 & P - N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2-54)$$

et remarquons que l'une des solutions est l'onde transversale avec $\vec{E} \perp \vec{k}$, c.-à-d. $\vec{E} = (0, 0, E_z)$, et la relation de dispersion $N^2 = P$. C'est la même onde trouvée dans le cas d'un champ libre et qui n'a pas été effectuée par l'introduction du champ magnétique $\vec{B}_0$. le champ électrique E_z dirige les particules parallèlement à $\vec{B}_0$ et ne produit donc aucune force de Lorentz. Cette onde qui est indépendante du champ magnétique est connue comme le mode (O) ordinaire.

La relation de dispersion pour l'autre onde, appelée le mode (X) extraordinaire, est obtenue à partir l'équation (2-29) et est donnée par

$$N^2 = \frac{RL}{S} \quad (2-55)$$

Ainsi, le mode X a des coupures ($k \rightarrow 0$) à ω_R ($R = 0$) et ω_L ($L = 0$) et les résonances ($k \rightarrow \infty$) aux fréquences hybrides supérieures et inférieures ($S = 0$). Un examen soigneux des équations (2-32), (2-39) et (2-40) permet de prouver que $\omega_R \geq \omega_{UH} \geq \omega_L \geq \omega_{LH}$ (avec l'égalité seulement pour n_0 ou $B_0 = 0$) et de déduire que les bandes d'arrêt pour le mode X se situent dans les intervalles de fréquence ω_{LH} à ω_L et ω_{UH} à ω_R . En outre, nous pouvons écrire l'équation (2-55) comme

$$\frac{\omega^2}{k^2 c^2} = \frac{S}{RL} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{L} \right) \quad (2-56)$$

En revenant à l'équation (2-25), nous remarquons que $R, L \rightarrow 1$ lorsque $\omega \rightarrow \infty$ de telle sorte que la relation de dispersion du mode X soit asymptotique au $\omega = kc$ dans cette limite. Ainsi, ω en diminuant, la première coupure se produit à ω_R et le mode est évanescent jusqu'à ce que nous atteignons la première résonance (ω_{UH}) à $S = 0$. Le mode X propage alors encore jusqu'à ce que ω_L soit atteint où se produit la coupure $L = 0$. Il y a alors une autre bande d'arrêt jusqu'à ce qu'on atteigne la fréquence d'hybride inférieur ω_{LH} à laquelle la propagation recommence vers le bas au $\omega = 0$. Quand $\omega \rightarrow 0, R, L \rightarrow c^2/v_A^2$ ainsi la courbe de dispersion est asymptotique à $\omega = kv_A$. Ces remarques sont résumées dans la figure 2.6.

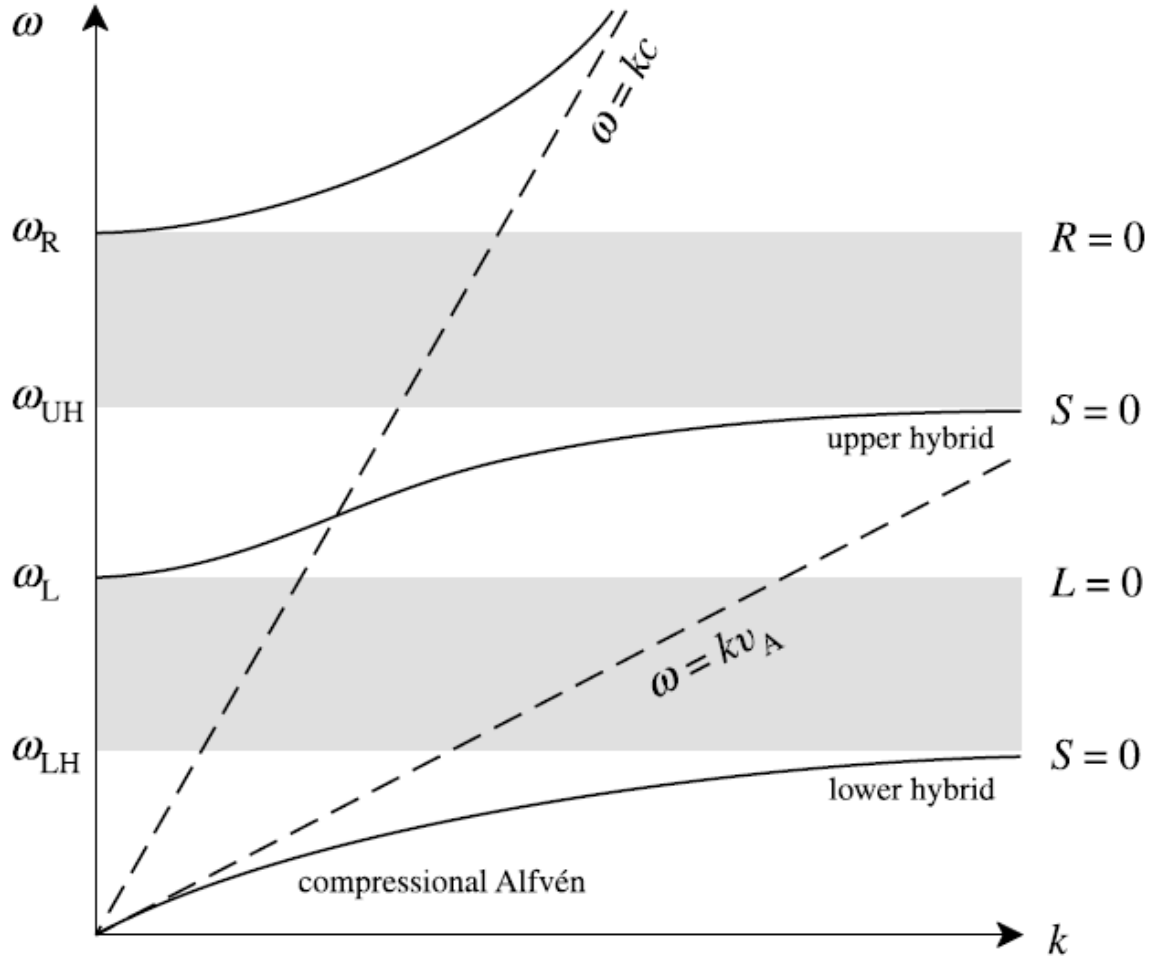


Figure 2.6 : Les courbes de dispersion pour le mode X.

La courbe de dispersion pour le mode O est montrée dans la figure 2.1. la bande d'arrêt s'étend de $\omega = 0$ à $\omega = \omega_p$. Au-dessous de ω_p il n'y a que le mode X qui se propage perpendiculairement au champ magnétique. À des fréquences plus basse ($\omega \rightarrow 0$) c'est l'onde d'Alfvén de compression qui est observée puisque l'onde d'Alfvén de cisaillement propage le long de $\vec{B}_0$ mais pas de perpendiculairement à lui. Pour une propagation parallèle, l'onde de compression d'Alfvén devient une onde de sifflement et puis l'onde de cyclotrons d'électron pendant qu'elle approche la résonance, à la propagation perpendiculaire elle devient l'onde hybride inférieure pendant que la résonance est approchée. Notons aussi que la résonance est

atteinte à une fréquence inférieure ($\omega_{LH} < |\omega_{ce}|$) pour la propagation perpendiculaire. Entre ω_{LH} et $|\omega_{ce}|$ l'angle résonnant, donné par l'équation (2-33), diminue de $\pi/2$ à 0 de sorte que le cône de la propagation se rétrécit à mesure que la fréquence augmente jusqu'à ce que l'onde soit supprimée complètement à $\omega = |\omega_{ce}|$.

Le mécanisme physique de la résonance hybride inférieure est plus compliqué que les résonances de cyclotron simples parce que les deux types de particule sont impliqués. De l'équation (2-40) nous voyons que la fréquence hybride inférieure est proportionnelle à la moyenne géométrique des fréquences de cyclotron et pour une densité suffisamment élevée ($\omega_p^2 \gg \omega_{ce}^2$) nous prenons $\omega_{ci} \ll \omega_{LH} = (\omega_{ci}|\omega_{ce}|)^{1/2} \ll |\omega_{ce}|$. Ainsi, sur une échelle de temps de la période d'une hybride inférieure les ions sont non magnétisés et ils oscillent en arrière et en avant dans les deux sens en réponse au champ électrique. De l'équation (2-54) nous remarquons que lorsque $\omega \rightarrow \omega_{LH}$, c.-à-d. $S \rightarrow 0, E_y \rightarrow 0$ et ainsi l'équation du mouvement des ions :

$$m_i \ddot{x} = ZeE$$

donne un déplacement d'ion dans la direction de x avec une magnitude :

$$(\Delta x)_i \sim ZeE/m_i \omega^2$$

Le déplacement d'ion dans la direction y est du premier ordre et est donné par l'équation :

$$m_i \ddot{y} = -Ze \dot{x} B_0$$

à partir de laquelle nous obtenons :

$$(\Delta y)_i \sim \frac{\omega_{ci}}{\omega} (\Delta x)_i \quad (2 - 57)$$

D'autre part, les électrons sont magnétisés et tournent plusieurs fois autour des lignes du champ lors d'une période hybride inférieure. Mais en plus des orbites de Larmor, il y a une dérive d'oscillation $\vec{E} \times \vec{B}$. Les équations du mouvement pour les électrons sont :

$$m_e \ddot{x} = -eE - e\dot{y}B_0 \quad (2 - 58)$$

$$m_e \ddot{y} = e\dot{x}B_0 \quad (2 - 59)$$

De l'équation (2-59) nous obtenons :

$$(\Delta y)_e \sim \frac{|\omega_{ce}|}{\omega} (\Delta x)_e \quad (2-60)$$

En substituant dans l'équation (2-58) on obtient :

$$(\Delta x)_e \sim \frac{eE}{m_e(\omega_{ce}^2 + \omega^2)} \approx \frac{eE}{m_e \omega_{ce}^2}$$

Des équations (2-57) et (2-60) nous notons que le déplacement x des ions est beaucoup plus grand que leur déplacement y tandis que le contraire est vrai pour les électrons et, pour $\omega < (\omega_{ci}|\omega_{ce}|)^{1/2}$, nous avons $|(\Delta x)_i| > |(\Delta x)_e|$ de sorte que le mouvement moyen des ions et des électrons soit comme indique sur la figure 2.7 (a). Cependant, quand $\omega \rightarrow \omega_{LH} = (\omega_{ci}|\omega_{ce}|)^{1/2}$, $(\Delta x)_i \rightarrow (\Delta x)_e$ (figure 2.7 (b)). Maintenant les ions et les électrons, non seulement ils oscillent en phase, mais maintiennent la neutralité de la charge et l'onde cesse de se propager.

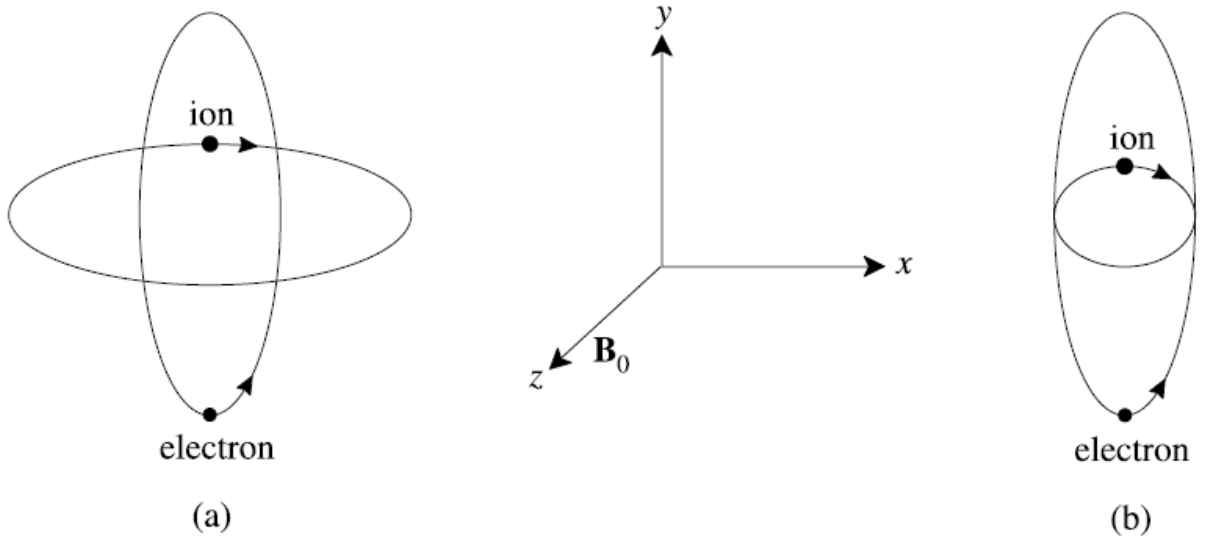


Figure 2.7 : Orbites moyennes de particules dans l'onde hybride inférieure pour (a) $\omega < \omega_{LH}$, (b) $\omega \rightarrow \omega_{LH}$.

Pour de plus faibles densités ($\omega_p^2 \lesssim \omega_{ce}^2$) la fréquence hybride inférieure diminue vers ω_{ci} avec comme conséquence que le mouvement d'ions devient plus circulaire tandis que le mouvement moyen d'électron devient plus ovale et $|(\Delta x)_e| \ll |(\Delta x)_i|$. Par conséquence, le rôle des électrons de maintenir la charge spatiale responsable du champ électrique est diminué

et la résonance devient principalement une affaire d'ion avec $\omega_{LH} \simeq (\omega_{pi}^2 + \omega_{ci}^2)^{1/2}$. La résonance se produit quand le mouvement des ions dans la direction x , qui est une résultante de la réponse au champ électrique et de l'oscillation de Larmor autour de $\vec{B}_0$, est en phase avec le champ électrique.

De même, à la résonance hybride supérieure, bien que les deux types de particule soient impliqués, le mouvement des ions est insignifiant à cette haute fréquence, $\omega_{UH} = (\omega_p^2 + \omega_{ce}^2 + \omega_{ci}^2)^{1/2} \approx (\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2)^{1/2}$, et la résonance est entre le mouvement d'électron et le champ électrique comme peut être vu de l'équation (2-58).

Une dernière remarque à souligner à partir que :

$$P = \frac{iE_x}{E_y} = \frac{-D}{S} = \frac{L - R}{L + R}$$

indiquant le mode X est elliptiquement polarisé bien qu'il deviet linéaire aux résonances ($S \rightarrow 0$), et circulaire aux coupures, l'onde est RCP à $\omega = \omega_R$ ($R = 0$) et LCP à $\omega = \omega_L$ ($L = 0$).

2.6.4 Surfaces normale d'onde

Beaucoup d'informations sur les ondes de plasma froid ont été obtenues en examinant les cas spéciaux des propagations parallèle et perpendiculaire. Nous allons montrer ici qu'en combinant les résultats des deux dernières sections avec certaines des propriétés de la relation de dispersion générale nous pouvons déduire les caractéristiques des ondes propageant à des angles obliques ($0 < \theta < \pi/2$) par rapport champ magnétique $\vec{B}_0$.

D'abord, nous récapitulons certaines des propriétés des solutions de la relation de dispersion générale donnée par l'équation (2-27) :

- i. Il y a deux solutions qui sont distinctes sauf lorsque déterminant de l'équation (2-30) s'annule. Excepté les points d'intersection des surfaces $RL = PS$ et $PD = 0$ le déterminant ne s'annule que pour $\theta = 0$ ou $\pi/2$. Pour la propagation oblique, nous

pouvons alors utiliser cette distinction pour noter une des solutions par (F) pour « onde rapide » et l'autre par (S) pour « onde lente ». Par extrapolation cette rotation peut être aussi utilisée pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$, même si le déterminant s'annule à ces angles. Puisque $N^2 = c^2/v_p^2$, nous avons $N_F^2 < N_S^2$.

- ii. La vitesse de phase d'une onde de propagation peut demeurer finie à tous les angles ou peut tendre vers zéro ($k \rightarrow \infty$) lorsque $\theta \rightarrow \theta_{res}$. Dans le dernier cas, l'onde se propage uniquement dans l'une des cônes comme montré sur la figure 2.3. Si les deux ondes se propagent et l'une d'entre elles montre une résonance elle doit être l'onde S. en effet, si les deux ondes se propagent, l'une d'entre elle montre nécessairement une résonance.
- iii. Si les ondes se propagent à $\theta = 0$, l'un d'entre elles est l'onde R et l'autre l'onde L. cette notification est également utile mais on doit se rappeler que les relations de dispersion $N^2 = R, L$ s'appliquent uniquement à $\theta = 0$.
- iv. De même, les étiquettes O et X peuvent être employées si les ondes se propagent à $\theta = \pi/2$ mais, ici encore, on ne peut pas extrapoler les relations de dispersion $N^2 = P, N^2 = RL/S$.

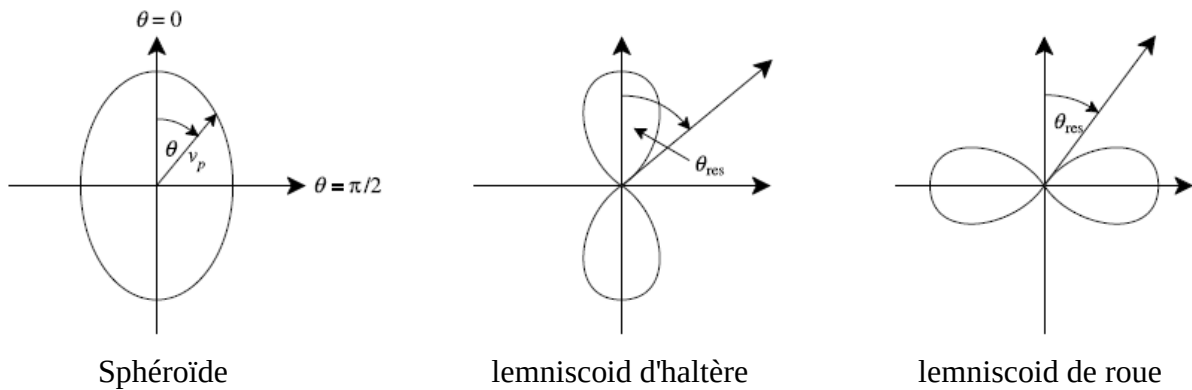


Figure 2.8 : Les surfaces de normale d'onde.

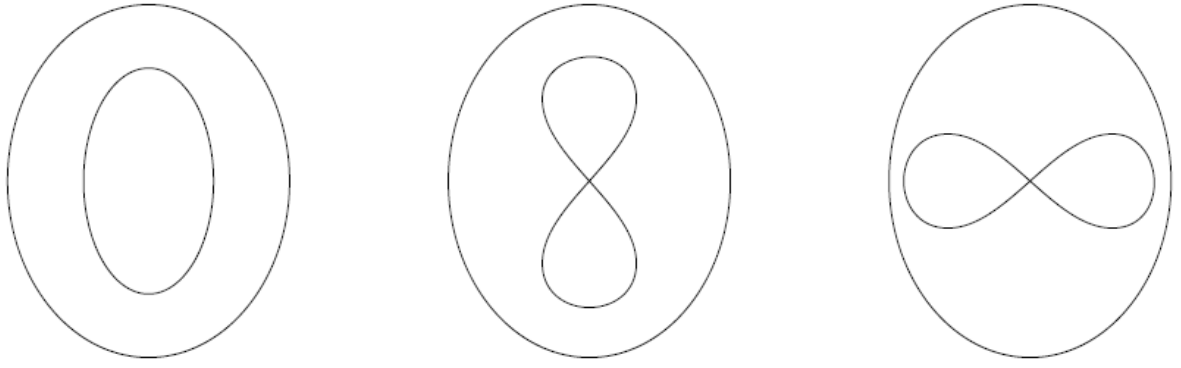


Figure 2.9 : Les surfaces normales d'onde possible quand les deux modes propagent.

Toutes ces informations peuvent être résumées en traçant les surfaces normales d'onde à n'importe quel point donné dans l'espace de paramètres. La surface normale d'onde présente la vitesse de phase dans les coordonnées polaires. Cependant il n'y a aucune dépendance en l'angle φ et on trace alors dans un plan de vitesse v_p en fonction θ , la surface est produite par la rotation de la figure autour de l'axe polaire (z). En raison des propriétés (i) et (ii) les seules surfaces possibles sont le sphéroïde et le *lemniscoïde* montrés dans la figure 2.8. Le *lemniscoïde* avec la propagation à $\theta = 0$ s'appelle un haltère et celui correspondant à la propagation à $\theta = \pi/2$ s'appelle une roue.

Si les deux ondes se propagent, les combinaisons permises des surfaces normales d'onde sont deux sphéroïdes ou un sphéroïde et un *lemniscoïde* comme illustré dans la figure 2.9. Excepté les points discrets dans l'espace de paramètres mentionnés dans (i) les surfaces normales des ondes peuvent être tangentiels seulement à $\theta = 0$ ou $\pi/2$. Clairement, la surface externe est l'onde F et nous pouvons ajouter les étiquettes R ou L à $\theta = 0$ et O ou X à $\theta = \pi/2$. Par exemple, les surfaces normales d'onde pour les ondes de compression et de cisaillement d'Alfvén dans le régime de basse fréquence ($\omega < \omega_{ci}, \omega_p$) correspondent à des sphéroïdes et de *lemniscoïde* d'haltère, respectivement. La magnétohydrodynamique idéale suggère que ces surfaces soient tangentiels à $\theta = 0$ mais l'équation (2-50) montre que c'est seulement vrai dans la limite $\omega \rightarrow 0$.

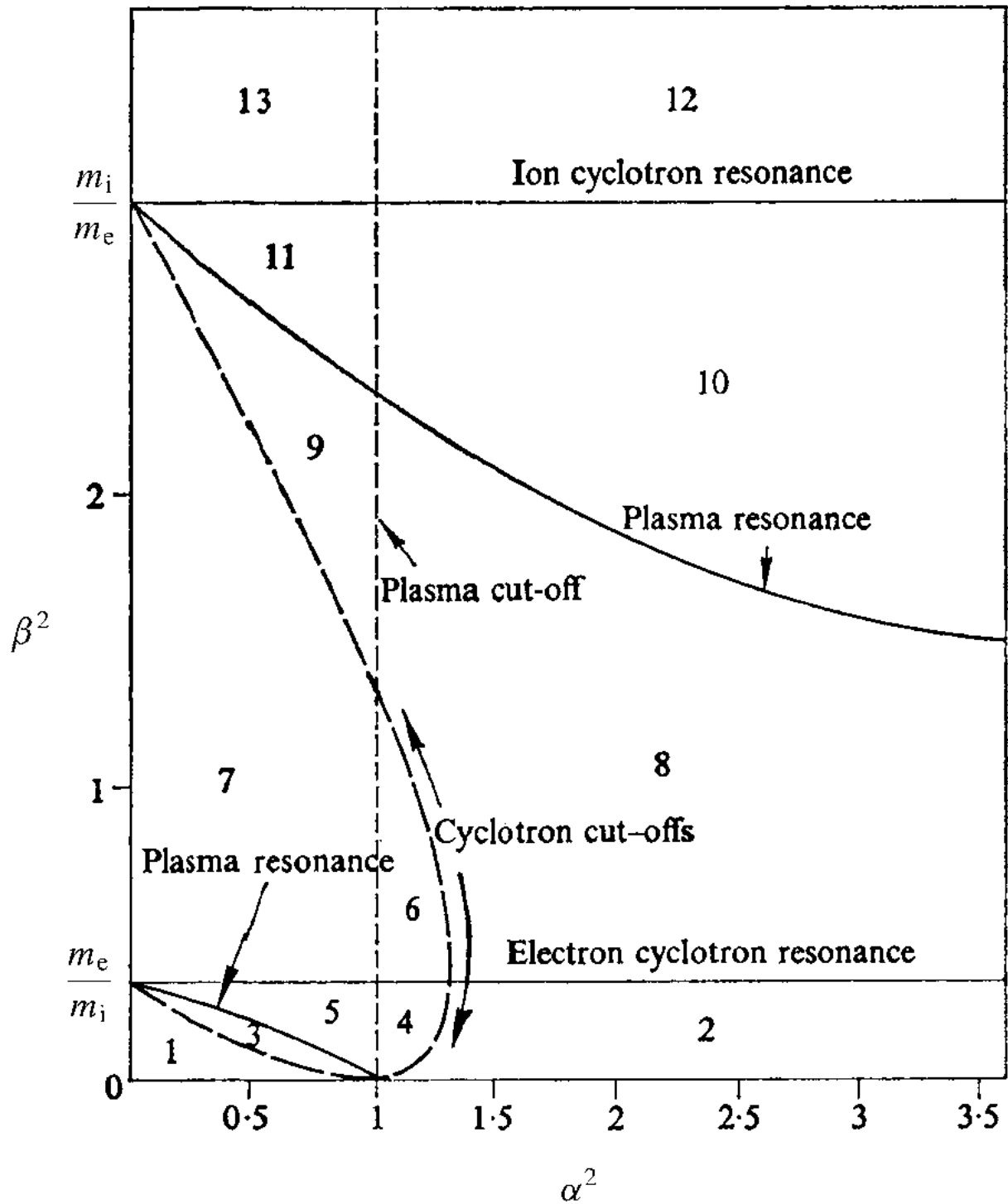


Figure 2.10 : La subdivision de l'espace de paramètre par résonance principales et courbe du coupure.

Nous arrivons maintenant au point le plus important concernant des surfaces normales d'onde pour établir un schéma de classification général. La topologie des surfaces peut changer seulement aux coupures et aux résonances principales. Par exemple, à une coupure

$v_p \rightarrow \infty$, la solution de l'onde F change de signe à l'infini, c.-à-d. qu'un sphéroïde disparaît. À une résonance principale $v_p \rightarrow 0$, un sphéroïde peut devenir un lemniscoïde. L'inverse se produit quand $\theta_{res} \rightarrow 0 (\pi/2)$ pour un lemniscoid de roue (haltère). Finalement, les lemniscoides disparaissent quand $\theta_{res} \rightarrow 0 (\pi/2)$ pour l'altère (roue). Ceci signifie que les coupures et les résonances principales sont les frontières normales de classification dans l'espace de paramètres.

Pour un plasma à deux composantes, l'espace de paramètres est bidimensionnel et peut être représenté par un diagramme avec $\alpha^2 = \omega_p^2/\omega^2$ comme abscisse et $\beta^2 = |\omega_{ci}\omega_{ce}|/\omega^2$ comme ordonnée. Ainsi, l'axe horizontal est la direction de la densité croissante ou la fréquence décroissante et l'axe vertical est la direction du champ magnétique croissant ou la fréquence décroissante. Les coupures et les résonances principales divisent cet espace en treize régions qui sont numérotées alternativement de gauche à droite de la coupure de plasma $P = 0$ (c.-à-d. $\alpha^2 = 1$) et avec l'augmentation de β^2 , comme indiqué sur la figure 2.10.

Puisque toutes les bornes de l'espace de paramètres représentent une fréquence spécifique, nous pouvons déduire toutes les surfaces normales d'onde pour les treize régions des diagrammes de dispersion pour les ondes R, L, O et X. Ceux-ci nous indiquent lesquelles de ces ondes se propagent à $\theta = 0$ et $\pi/2$ et, si les deux propagations coexistent, en comparant le comportement asymptotique, laquelle correspond à l'onde F et laquelle est l'onde S. Par exemple, la figure 2.1 montre que le mode O propage seulement pour $\omega > \omega_p$, c.-à-d. dans les régions impaires à gauche de $P = 0$. En outre, en comparant les figures 2.4 et 2.5 nous remarquons que le mode X est l'onde F pour $\omega > \omega_R$ (comme $k \rightarrow 0$, $\omega_X \rightarrow \omega_R$ et $\omega_0 \rightarrow \omega_p$ avec $\omega_R > \omega_p$). De même, à partir des figures 2.4 et 2.5, les modes R et L propagent pour $\omega > \omega_R$ et le mode R est l'onde F. Ainsi, dans la région 1 ($\omega > \omega_R$) les deux surfaces normales d'onde sont les sphéroïdes, l'onde F et S ayant les étiquettes RX et LO respectivement. En croisant la limite $R = 0$ ($\omega = \omega_R$) le mode RX est une coupure ($v_p \rightarrow \infty$) et seulement de mode LO propage dans la région 3. De cette manière on peut traverser la totalité de l'espace de paramètre identifiant les surfaces normales d'onde et on obtient la

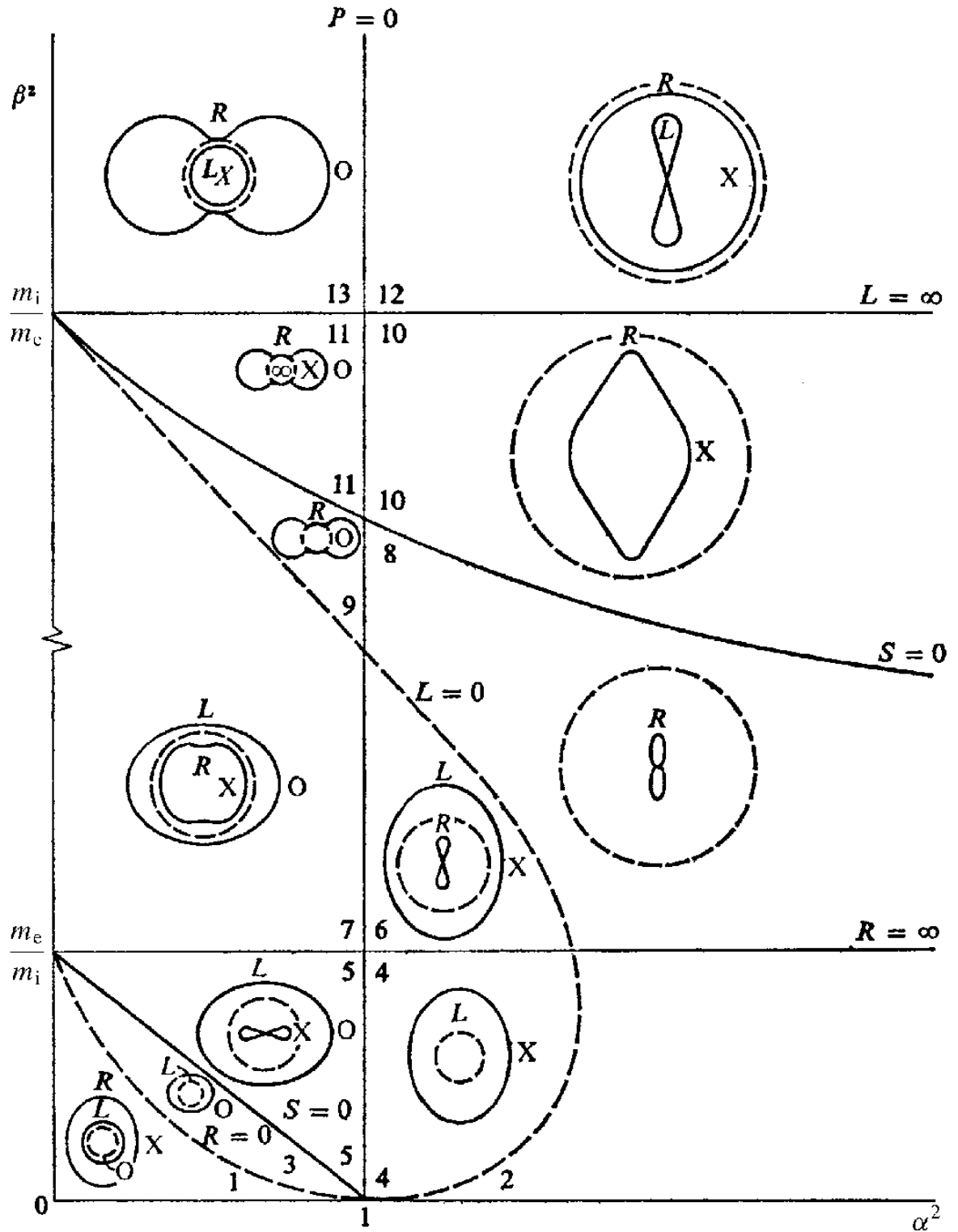


Figure 2.11 : Diagramme de CMA montrant les surfaces normales d'onde pour un plasma froid. Les surfaces ne sont pas tracées à l'échelle mais le cercle à tiret représente la vitesse de la lumière dans chaque région [7].

figure 2.11, qui s'appelle le diagramme de Clemmow-Mullaly-Allis (CMA). La figure (2.11) est une schématisation des surfaces normales d'onde indiquent simplement leur type.

2.6.5 Relations de dispersion pour la propagation oblique

Puisque toutes les frontières de l'espace de paramètre sont spécifiées par des fréquences particulières, nous pouvons employer cela pour trouver des relations de dispersion approximatives en comparant ω dans une région donnée à ses fréquences aux bornes et exprimer les coefficients dans l'équation (2-28) en terme d'un développement en fonction de ω/ω_B ou ω_B/ω (où ω_B est la fréquence à une frontière de la région). Nous avons déjà employé cette technique dans le régime de basse fréquence (région 12) en supposant que $\omega/\omega_{ci} \ll 1$ et $\omega/\omega_p \ll 1$ et puis laissant $\omega \rightarrow \omega_{ci}$. Elle est particulièrement utile en comparant ω au fréquence de plasma et de cyclotron pour que, comme on peut le voir de l'équation (2-25), les paramètres R , L , S et P peuvent tous être exprimés en fonctions de $\alpha^2 = \omega_p^2/\omega^2$, $\beta^2 = |\omega_{ci}\omega_{ce}|/\omega^2$, $\beta_i = \omega_{ci}/\omega$ et $\beta_e = |\omega_{ce}|/\omega$:

$$\begin{cases} S = 1 - \frac{\alpha^2(1 - \beta^2)}{(1 - \beta_i^2)(1 - \beta_e^2)} \\ R = 1 - \frac{\alpha^2}{(1 + \beta_i)(1 - \beta_e)} \\ L = 1 - \frac{\alpha^2}{(1 - \beta_i)(1 + \beta_e)} \\ P = 1 - \alpha^2 \end{cases} \quad (2 - 61)$$

❖ Régime de basse fréquence ($\omega < \omega_{ci}$)

Nous employons cette méthode pour écrire les relations de dispersion dans la région 12 pour des angles arbitraires de propagation. Nous pouvons choisir $\omega \ll \omega_{ci}$ et $\omega \ll \omega_p$, ce qui donne :

$$S, R, L \approx 1 + \alpha^2/\beta^2 = 1 + \gamma \quad (\gamma = c^2/v_a^2)$$

et

$$P \approx -\alpha^2$$

Substituant ces approximations dans l'équation (2-28) nous trouvons :

$$\begin{aligned}
A &\approx 1 + \gamma - (1 + \gamma + \alpha^2) \cos^2 \theta \\
B &\approx (1 + \gamma)[(1 + \gamma - \alpha^2) - [1 + \gamma + \alpha^2] \cos^2 \theta] \\
C &\approx -\alpha^2(1 + \gamma)^2
\end{aligned}$$

L'équation (2-27) se factorise pour donner les solutions :

$$N_1^2 = 1 + \gamma \quad (2 - 62)$$

$$N_2^2 = \frac{\alpha^2(1 + \gamma)}{(1 + \gamma + \alpha^2) \cos^2 \theta - (1 + \gamma)} \quad (2 - 63)$$

La première solution est indépendante de θ résultant sur une surface normale d'onde sphérique. La deuxième solution donne une valeur réel de N seulement pour $0 \leq \theta \leq \theta_{res}$, où $\cos^2 \theta_{res} = (1 + \gamma) / (1 + \gamma + \alpha^2)$ ainsi la surface normale d'onde correspondante est un lemniscoïde.

❖ *Près de la résonance de cyclotron d'ion ($\omega \rightarrow \omega_{ci}$)*

Ecrivons maintenant les relations de dispersion pour une propagation oblique autour d'une résonance de cyclotron d'ion à $\omega = \omega_{ci}$. Nous posant $\omega = \omega_{ci}(1 - \epsilon)$, où $0 < \epsilon \ll 1$, ce qui donne $S \approx \gamma/(2\epsilon)$, $R \approx 1 + \gamma/2$, $L \approx \gamma/\epsilon$ et $P \approx -\gamma/\mu$, où $\mu \equiv \omega_{ci}/|\omega_{ce}| = Z m_e/m_i \ll 1$. Substituant ces approximations dans l'équation (2-28) nous obtient :

$$\begin{aligned}
A &\approx \frac{\gamma}{2\epsilon\mu} (\mu \sin^2 \theta - 2\epsilon \cos^2 \theta) \\
B &\approx -\frac{\gamma^2}{2\epsilon\mu} (1 + \cos^2 \theta) \\
C &\approx -\frac{\gamma^2}{2\epsilon\mu} (2 + \gamma)
\end{aligned}$$

Puisque μ et ϵ sont petits, il vient que $B^2 \gg |4AC|$. Les solutions approximatives de l'équation (2-27) sont alors :

$$N^2 = \frac{C}{B} = \frac{2 + \gamma}{1 + \cos^2 \theta} \quad (2 - 64)$$

et

$$N^2 = \frac{B}{A} = \frac{\gamma(1 + \cos^2 \theta)}{(-\mu \sin^2 \theta + 2\epsilon \cos^2 \theta)} \quad (2 - 65)$$

La première de ces solutions, qui peut se réécrire :

$$\omega^2 = \frac{k^2 v_A^2 (1 + \cos^2 \theta)}{1 + 2 v_A^2 / c^2} \approx k^2 v_A^2 (1 + \cos^2 \theta) \quad (2-66)$$

est la généralisation de l'équation (2-49) pour des ondes de compression Alfvén propageant aux angles arbitraires quand $\omega \rightarrow \omega_{ci}$. Elle montre l'augmentation de la vitesse de phase ($v_p \approx v_A \sqrt{2}$) à $\theta = 0$ lorsque $\omega \rightarrow \omega_{ci}$. La surface normale d'onde est toujours sphéroïdale mais plus une sphère.

La solution plus intéressante est l'équation (2-65) qui représente la relation de dispersion pour des ondes de cyclotrons d'ions. Elle a une résonance à $\tan^2 \theta_{res} = 2\epsilon/\mu$, confirmant que $\theta_{res} \rightarrow 0$ quand $\epsilon \rightarrow 0$ (c.-à-d. $\omega \rightarrow \omega_{ci}$). Éliminant le terme en μ et réécrivant l'équation (2-65) pour $N^2 \approx S(1 + \cos^2 \theta)/\cos^2 \theta$, où $S \approx -\omega_p^2 \omega_{ci} / |\omega_{ce}| (\omega^2 - \omega_{ci}^2)$, nous obtenons,

$$\omega^2 \approx \frac{k^2 v_A^2 \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} \left(\frac{\omega_{ci}^2 - \omega^2}{\omega_{ci}^2} \right) \quad (2-67)$$

qui est une généralisation de l'équation (2-53) pour des ondes de cyclotrons d'ions.

❖ Régime à haute fréquence

Des relations de dispersion simples peuvent s'obtenir à chaque fois que le déterminant ($B^2 - 4AC$) est un carré parfait ou peut être écrit sous forme d'un développement. Bien que la première de ces possibilités (qui a donné les solutions des équations (2-62) et (2-63)) se produise rarement, il est clair d'après l'équation (2-30) qu'on peut toujours trouver un développement en posant $\theta \rightarrow 0$ ou $\pi/2$; qui dénotent les approximations quasi-parallèles ($Q_{\parallel}$) et quasi-perpendiculaires ($Q_{\perp}$) respectivement. Cette méthode d'approximation est particulièrement appropriée dans le régime à haute fréquence que nous considérons ici :

Si $\omega \ll |\omega_{ci} \omega_{ce}|^{1/2}$ il s'en suit d'après l'équation (2-61) que :

$$\begin{cases} S \approx 1 - \frac{\alpha^2}{(1 - \beta_e^2)} \\ R \approx 1 - \frac{\alpha^2}{(1 - \beta_e)} \\ L \approx 1 - \frac{\alpha^2}{(1 + \beta_e)} \\ P = 1 - \alpha^2 \end{cases} \quad (2-68)$$

et, puisque $\alpha^2 \approx \omega_{pe}^2/\omega^2$, il est clair que l'effet des ions sur la propagation des ondes soit négligeable. Ce régime, qui englobe les régions 1-8 dans le diagramme de CMA. A été étudié pour les ondes dans l'ionosphère dans le cadre de la théorie magnétique [].

L'ionosphère est la partie de la haute atmosphère (75 à 250 km d'altitude en plusieurs couches) où les gaz sont ionisés par le rayonnement cosmique et par le vent solaire c'est un exemple de plasma.

Pour établir le lien avec cette théorie il est commode de ré-exprimer la solution de l'équation (2-27) sous la forme

$$N^2 = 1 - \frac{2(A - B + C)}{2A - B \mp (B^2 - 4AC)^{1/2}} \quad (2 - 69)$$

qui, en utilisant les approximations (2-68), devient :

$$N^2 = 1 - \frac{2\alpha^2(1 - \alpha^2)}{2(1 - \alpha^2) - \beta_e^2 \sin^2 \theta \mp \Gamma} \quad (2 - 70)$$

où

$$\Gamma = [\beta_e^4 \sin^4 \theta + 4\beta_e^2(1 - \alpha^2)^2 \cos^2 \theta]^{1/2} \quad (2 - 71)$$

L'équation (2-70) est la relation de dispersion non-collisionnelle d'Appleton-Hartree. Nous la considérerons dans les limites :

$$Q_{\parallel} : \beta_e^2 \sin^4 \theta \ll 4(1 - \alpha^2)^2 \cos^2 \theta \quad (2 - 72)$$

$$Q_{\perp} : \beta_e^2 \sin^4 \theta \gg 4(1 - \alpha^2)^2 \cos^2 \theta \quad (2 - 73)$$

❖ ***L'approximation quasi-parallèle ($\theta \rightarrow 0$)***

Les solutions correspondant à $Q_{\parallel}$ sont données par :

$$N^2 \approx 1 - \frac{\alpha^2}{1 \mp \beta_e \cos \theta} \quad (2 - 74)$$

et la comparaison avec l'équation (2-68) montre que les signes plus et moins correspondent, dans la limite $\theta \rightarrow 0$, aux ondes L et R, respectivement. Ainsi, l'équation (2-74) est la généralisation, dans la limite $Q_{\parallel}$, des 'équations (2-47) et (2-48) donnant :

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \frac{\omega \omega_p^2}{\omega \mp |\omega_{ce}| \cos \theta}$$

et montrant que les relations de dispersion à haute fréquence pour la propagation oblique sont obtenues à partir des équations (2-47) et (2-48) par en remplaçant $|\omega_{ce}|$ par $|\omega_{ce}| \cos \theta$, c.-à-d. la composante du champ le long de la direction de la propagation des ondes.

Pour $\beta_e \geq 1$, l'onde R a une résonance à $\cos \theta = \beta_e^{-1}$. Selon l'équation (2-74) ceci se produit pour n'importe quelle valeur de α^2 mais près d'une résonance nous devons faire un examen plus soigneux de l'approximation. Ceci peut être fait directement à partir de l'équation (2-33) ce qui donne :

$$\tan^2 \theta_{res} = \frac{(\alpha^2 - 1)(\beta_e^2 - 1)}{(\alpha^2 + \beta_e^2 - 1)} = \frac{\beta_e^2 - 1}{1 + \beta_e^2/(\alpha^2 - 1)} \quad (2 - 75)$$

cette équation montre qu'il n'y a aucune solution réelle et, par conséquent, aucune résonance pour $\alpha^2 < 1$ et confirme que la résonance se produit derrière à $\cos \theta = \beta_e^{-1}$ avec $\beta_e^2 \ll \alpha^2 - 1$, qui est compatible avec l'approximation $Q_{\parallel}$ de l'équation (2-72).

❖ *L'approximation quasi-perpendiculaire ($\theta \rightarrow \pi/2$)*

Retournant vers l'approximation $Q_{\perp}$ nous trouvons à partir l'équation (2-70) les solutions :

$$N^2 = \frac{1 - \alpha^2}{1 - \alpha^2 \cos^2 \theta} \quad (2 - 76)$$

et

$$N^2 = \frac{(1 - \alpha^2)^2 - \beta_e^2 \sin^2 \theta}{(1 - \alpha^2) - \beta_e^2 \sin^2 \theta} \quad (2 - 77)$$

Pour $\alpha^2 < 1$ la première solution a $N^2 > 0$ pour tout θ et se réduit à l'équation (2-43) pour $\theta \rightarrow \pi/2$ ce qui représente le mode O. En réarrangeant l'équation (2-76) nous obtenons :

$$\omega^2 - \omega^2(\omega_p^2 + k^2 c^2) + k^2 c^2 \omega_p^2 \cos^2 \theta = 0$$

avec les solutions approximatives

$$\omega^2 \approx (\omega_p^2 + k^2 c^2) \left[1 - \frac{k^2 c^2 \omega_p^2 \cos^2 \theta}{(\omega_p^2 + k^2 c^2)^2} \right] \quad (2 - 78)$$

et

$$\omega^2 \approx \frac{\omega_p^2 \cos^2 \theta}{1 + \omega_p^2/k^2 c^2} \quad (2-79)$$

Seulement la première solution de l'équation (2-78) a $\alpha^2 < 1$. Ainsi elle constitue une généralisation de l'équation (2-43) montrant une légère diminution de la vitesse de phase pour la propagation du mode O à partir de la direction perpendiculaire. La deuxième solution l'équation (2-79) a $\alpha^2 > 1$ et de l'équation (2-76), nous remarquons qu'elle se propage seulement pour $0 \leq \theta < \cos^{-1}(\alpha^{-1})$. C'est, en fait, l'approximation $Q_{\perp}$ de la relation de dispersion du mode R pour $\alpha^2, \beta^2 > 1$. La symétrie de cette équation par rapport à α et β montre que pour $1 < \alpha^2 \ll \beta_e^2 - 1$ la résonance se produit au $\cos \theta = \alpha^{-1}$. Étant donné que la région 6 a $1 < \alpha^2 < 2$ et $1 < \beta_e^2 < |\omega_{ce}|/\omega_{ci} - 1$, l'équation (2-79) est approprié dans cette région excepté près de la résonance de cyclotron d'électron ou $\theta = 0$.

La deuxième solution de l'équation (2-77) dans l'approximation $Q_{\perp}$ est la relation de dispersion pour le mode X. Pour une propagation perpendiculaire ceci a été donné par l'équation (2-55) et si nous remplaçons R, L et S de l'équation (2-68) dans cette équation nous obtenons

$$N^2 = \frac{(1 - \alpha^2)^2 - \beta_e^2}{1 - \alpha^2 - \beta_e^2}$$

Comparant ceci à l'équation (2-77) nous voyons que la relation de dispersion à haute fréquence pour le mode X, dans l'approximation $Q_{\perp}$, est obtenue simplement en remplaçant $|\omega_{ce}|$ par $|\omega_{ce}| \sin \theta$, c.-à-d. la composante du champ perpendiculaire à la direction de la propagation des ondes. La résonance se produit à

$$\sin^2 \theta_{res} = \frac{1 - \alpha^2}{\beta_e^2}$$

qui n'a de solutions réelles que pour $0 < 1 - \alpha^2 < \beta_e^2$ et. En considérons aussi l'équation (2-75), nous remarquons que nous devons ajouter à ceci la condition $\beta_e^2 < 1$. Réécrivant ces limites comme $\alpha^2 < 1, \beta_e^2 < 1, \alpha^2 + \beta_e^2 > 1$, nous obtenons qu'il s'agit de la région 5 et en posant $\omega = (1 - \epsilon)(\omega_p^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 \theta)^{1/2}$, où $0 < \epsilon \ll 1$, nous trouvons

$$\omega \approx (\omega_p^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 \theta)^{1/2} [1 - \omega_p^2 \omega_{ce}^2 \sin^2 \theta / 2k^2 c^2 (\omega_p^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 \theta)]$$

pour la relation de dispersion près de la résonance.

2.7 Les ondes dans les plasmas chauds

La théorie de plasma froid a montré l'existence d'un grand nombre d'ondes dans un plasma anisotrope. La théorie est valide tant que le plasma est froide, c.-à-d. la vitesse thermique est beaucoup plus petite que v_p . Cette approximation n'est plus valable près d'une résonance où la vitesse de phase $v_p \rightarrow 0$. Nous considérerons ici quelques modifications de la théorie à des températures finies, toujours dans le cadre d'une description fluide. Ceci peut être réalisé en ajoutant des termes de pression aux équations des fluides en dépit de la différence entre la théorie du plasma froid et chaud. Bien que la théorie du plasma froid soit purement une théorie de fluide, une description complète du plasma chaud doit se servir de la théorie cinétique. En partie c'est parce que la pression est due aux collisions de particules qui peuvent engendrer une atténuation de l'onde.

Un exemple typique des points faibles de l'approche fluide apparaît dans la description des ondes de plasma des électrons. Dans la limite de plasma froid, ce sont simplement des oscillations à $\omega = \omega_p$, c.-à-d. qu'elles ne propagent pas. D'autre part, dans un plasma de température finie, la relation de dispersion est $\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 v_{th}^2$ où la vitesse thermique v_{th} est donnée par :

$$v_{th}^2 = \left(\gamma_i k_B \frac{T_{i0}}{m_i} + \gamma_e k_B \frac{T_{e0}}{m_e} \right) \quad (2 - 80)$$

Ce résultat est obtenu (pour k suffisamment petit) indépendamment de si nous employons les équations fluides ou la théorie cinétique. Cependant, la théorie cinétique peut fournir des informations supplémentaires ayant été perdues en utilisant la théorie des fluides. En particulier, nous constatons que des ondes de plasma d'électron dans un plasma en équilibre sont atténuées malgré que les collisions inter-particulaires soient négligeables. Ce phénomène, connu sous le nom de l'atténuation de Landau, survient parce que les électrons qui ont des vitesses thermiques approximativement égales à la vitesse de phase d'onde interagissent fortement avec l'onde. Les conséquences physiques d'une telle interaction (onde atténuant dans cet exemple) sont perdues par une analyse fluide car celle-ci considère la moyenne de vitesses individuelles des particules.

Malgré ces points faibles, une description de fluide fournit une image plus simple que la théorie cinétique pour les caractéristiques des ondes dans les plasmas chauds et elle nous aide

quand à la détermination des nouveaux modes qui peuvent surgir et les modification des modes de plasma froid peuvent se produire. Nous supposons la pression est isotrope et qu'aucun écoulement de la chaleur n'est produit. En ajoutant des gradients de pression aux équations du mouvement et en utilisant la loi adiabatique des gaz, nous écrivons :

$$p_\alpha n_\alpha^{-\gamma_\alpha} = \text{const} \quad (2 - 81)$$

En utilisant les équations dans le tableau 2.2, sont maintenant :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + n_{\alpha 0} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_\alpha = 0 \quad (2 - 82)$$

$$n_{\alpha 0} m_\alpha \frac{\partial \vec{u}_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} p_\alpha - n_{\alpha 0} e_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}_0) = \vec{0} \quad (2 - 83)$$

$$\frac{p_\alpha}{p_{\alpha 0}} - \frac{\gamma_\alpha n_\alpha}{n_{\alpha 0}} = 0 \quad (2 - 84)$$

les variables avec l'indice zéro correspondent aux valeurs d'équilibre et celles sans indice sont les perturbations. En supposant la variation d'une onde plane $\sim \exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ et en éliminant toutes les variables sauf $\vec{u}_i$ et $\vec{u}_e$ nous arrivons, aux équations :

$$\begin{aligned} -\omega^2 \vec{u}_i + v_{thi}^2 (\vec{k} \cdot \vec{u}_i) \vec{k} + \frac{\omega_{pi}^2}{(k^2 - \omega^2/c^2)} \left[\vec{k} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u}_e) \vec{k} - \frac{\omega^2}{c^2} (\vec{u}_i - \vec{u}_e) \right] + i\omega\omega_{ci} (\vec{u}_i \times \vec{b}_0) \\ = 0 \end{aligned} \quad (2 - 85)$$

$$\begin{aligned} -\omega^2 \vec{u}_e + v_{the}^2 (\vec{k} \cdot \vec{u}_e) \vec{k} + \frac{\omega_{pe}^2}{(k^2 - \omega^2/c^2)} \left[\vec{k} \cdot (\vec{u}_e - \vec{u}_i) \vec{k} - \frac{\omega^2}{c^2} (\vec{u}_e - \vec{u}_i) \right] + i\omega\omega_{ce} (\vec{u}_e \times \vec{b}_0) \\ = 0 \end{aligned} \quad (2 - 86)$$

où

$$\begin{cases} v_{thi}^2 = \frac{\gamma_i p_{i0}}{n_{i0} m_i} = \frac{\gamma_i k_B T_{i0}}{m_i} \\ v_{the}^2 = \frac{\gamma_e p_{e0}}{n_{e0} m_e} = \frac{\gamma_e k_B T_{e0}}{m_e} \end{cases} \quad (2 - 87)$$

et $\vec{b}_0$ est le vecteur unité dans la direction de $\vec{B}_0$.

2.7.1 D'ondes longitudinales

Un cas simple qui illustre les deux modifications à une température finie et l'apparition d'un nouveau mode de plasma chaud est obtenu quand la propagation et le mouvement sont parallèles à $\vec{B}_0$. L'équation (2-83) montre que dans ce cas $\vec{E}$ est parallèle à $\vec{k}$ ce que correspond à des ondes longitudinales. Ainsi, les équations (2-85) et (2-86) deviennent :

$$(\omega^2 - k^2 v_{thi}^2 - \omega_{pi}^2)u_i + \omega_{pi}^2 u_e = 0 \quad (2-88)$$

$$\omega_{pe}^2 u_i + (\omega^2 - k^2 v_{the}^2 - \omega_{pe}^2)u_e = 0 \quad (2-89)$$

et la relation de dispersion est

$$(\omega^2 - k^2 v_{thi}^2 - \omega_{pi}^2)(\omega^2 - k^2 v_{the}^2 - \omega_{pe}^2) - \omega_{pi}^2 \omega_{pe}^2 = 0 \quad (2-90)$$

ayant comme solution :

$$\omega^2 = \frac{1}{2}(\omega_p^2 + k^2 v_{th}^2) \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{4(k^4 v_{thi}^2 v_{the}^2 + k^2 v_{thi}^2 \omega_{pe}^2 + k^2 v_{the}^2 \omega_{pi}^2)}{(\omega_p^2 + k^2 v_{th}^2)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (2-91)$$

Généralement on a $v_{thi}^2 \ll v_{the}^2$, de sorte que le deuxième terme dans la racine carrée soit petit et les solutions sont alors :

$$\omega^2 \approx \omega_p^2 + k^2 v_{th}^2 \quad (2-92)$$

$$\omega^2 \approx \frac{k^4 v_{thi}^2 v_{the}^2 + k^2 v_{thi}^2 \omega_{pe}^2 + k^2 v_{the}^2 \omega_{pi}^2}{\omega_p^2 + k^2 v_{th}^2} \quad (2-93)$$

La première solution donnée par l'équation (2-92), peut être encore écrite :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 \gamma_e k_B T_e / m_e \quad (2-94)$$

ce qui est la relation de dispersion pour des ondes de plasma d'électrons ou les ondes de Langmuir. Au lieu des oscillations de plasma d'électron nous avons maintenant des ondes longitudinales qui se propagent avec la vitesse du groupe :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k v_{th}^2}{\omega}$$

Les termes d'ions dans l'équation (2-92) sont négligeables comparées aux termes d'électron et de même, de l'équation (2-89), la vitesse d'écoulement d'ion $|u_i| \ll |u_e|$. Essentiellement, les ions fournissent un fond neutralisant statique pour les ondes de plasma d'électron.

Retournons à la deuxième solution de l'équation (2-93) qui s'annule dans la limite de plasma froid et constitue alors une nouvelle relation de dispersion pour les ondes d'ions. Utilisant l'équation (2-87) on peut écrire :

$$\frac{\omega^2}{k^2} \approx \frac{\gamma_i k_B T_{i0}}{m_i} + \frac{Z \gamma_e k_B T_{e0}}{m_i (1 + k^2 \lambda_D^2)} \quad (2 - 95)$$

C'est la relation de dispersion pour l'onde acoustique d'ion. Cependant, il y a une différence fondamentale entre ce mode et une onde sonore dans un gaz neutre qui se propage par le biais de collisions. L'énergie potentielle qui véhicule l'onde acoustique de l'ion est d'origine électrostatique et est due à la différence ceux-ci des amplitudes des oscillations des électrons et des ions.

Considérons enfin les ondes d'ions dans la limite $\omega_p^2 \ll k^2 v_{the}^2$. Dans ce cas l'équation (2-93) devient :

$$\omega^2 \approx \omega_{pi}^2 + k^2 v_{thi}^2 \quad (2 - 96)$$

qui est la contrepartie ioniques des ondes de plasma des électrons. La comparaison avec l'équation (2-92) montre la symétrie entre les ondes d'ion et d'électron qui peut être prédite à partir des équations de base. Notons que la conservation du terme ω_{pi}^2 dans l'équation (2-96) implique que $T_{i0} \ll T_{e0}$. En outre, de l'équation (2-88), nous avons $|u_e| \ll |u_i|$ et les électrons fournissent un fond neutralisant pour les oscillations de plasma d'ion. Cependant, en raison de leurs vitesses thermiques élevées ils jouent un rôle plutôt dynamique que statique.

2.7.2 La relation de dispersion générale

La relation de dispersion générale (qui peut être obtenue à partir les équations (2-85) et (2-86)) donne six racines pour ω^2 correspondant à chaque nombre d'onde. Celles-ci correspondent naturellement à un groupe à haute fréquence et un groupe de basse fréquence. Pour la propagation le long de $\vec{B}_0$, le groupe à haute fréquence se constitue d'ondes électromagnétiques de RCP et de LCP et d'onde longitudinale de plasma d'électron.

Nous ne tracerons pas le diagramme CMA pour les ondes de plasma chaudes, car les surfaces normales d'onde sont maintenant considérablement plus compliquées que dans la limite de plasma froid. Au lieu de cela, une courbe de dispersion typique (ω, k) est montrée dans la figure 2.12 pour un plasma de petit β avec $|\omega_{ce}| < \omega_{pe}$. Les courbes de basse fréquence sont dues à Stringer (1963) [7] et se rapportent à un plasma ayant $\beta = 10^{-2}$, $v_A/c = 10^{-3}$, $c_s/v_A = 10^{-1}$, $v_{thi}/c_s = 0.33$ et $\theta = 45^\circ$. La valeur choisie pour β assure que les parties correspondant aux basses et hautes fréquences de diagramme (ω, k) soient bien séparées.

Stringer a obtenu la relation de dispersion pour les trois modes de basse fréquence des équations linéarisées de deux-fluide (2-82) - (2-84) et les équations de Maxwell en combinant les équations du moment des ions et des électrons dans une équation du mouvement d'un fluide

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\vec{\nabla} P + \vec{j} \times \vec{B}_0 \quad (2-97)$$

où $P = p_e + p_i$,

$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \frac{n_0 e^2}{m_e} (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}_0) - \frac{e}{m_e} \vec{j} \times \vec{B}_0 + \frac{e}{m_e} \vec{\nabla} p_e \quad (2-98)$$

où le déplacement du courant satisfait l'équation :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \quad (2-99)$$

Dans la dérivation de l'équation (2-98) les termes d'ordre Zm_e/m_i ont été ignorés. Notons que $\sigma = n_e e^2 / m_e v_c$.

Maintenant, en remplaçant $\vec{\nabla}$ par $i\vec{k}$ et $\partial/\partial t$ par $-i\omega$, l'équation (2-99) devient

$$i\omega\mu_0\vec{j} = k^2\vec{E} - (\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} \quad (2-100)$$

et la substitution de celle-ci dans le côté à gauche de l'équation (2-98) donne

$$Q\vec{E} - \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} (\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} + \vec{u} \times \vec{B}_0 + \frac{ip_e}{n_0 e} \vec{k} - \frac{1}{n_0 e} \vec{j} \times \vec{B}_0 = 0 \quad (2-101)$$

où $Q = (1 + k^2 c^2 / \omega_{pe}^2)$.

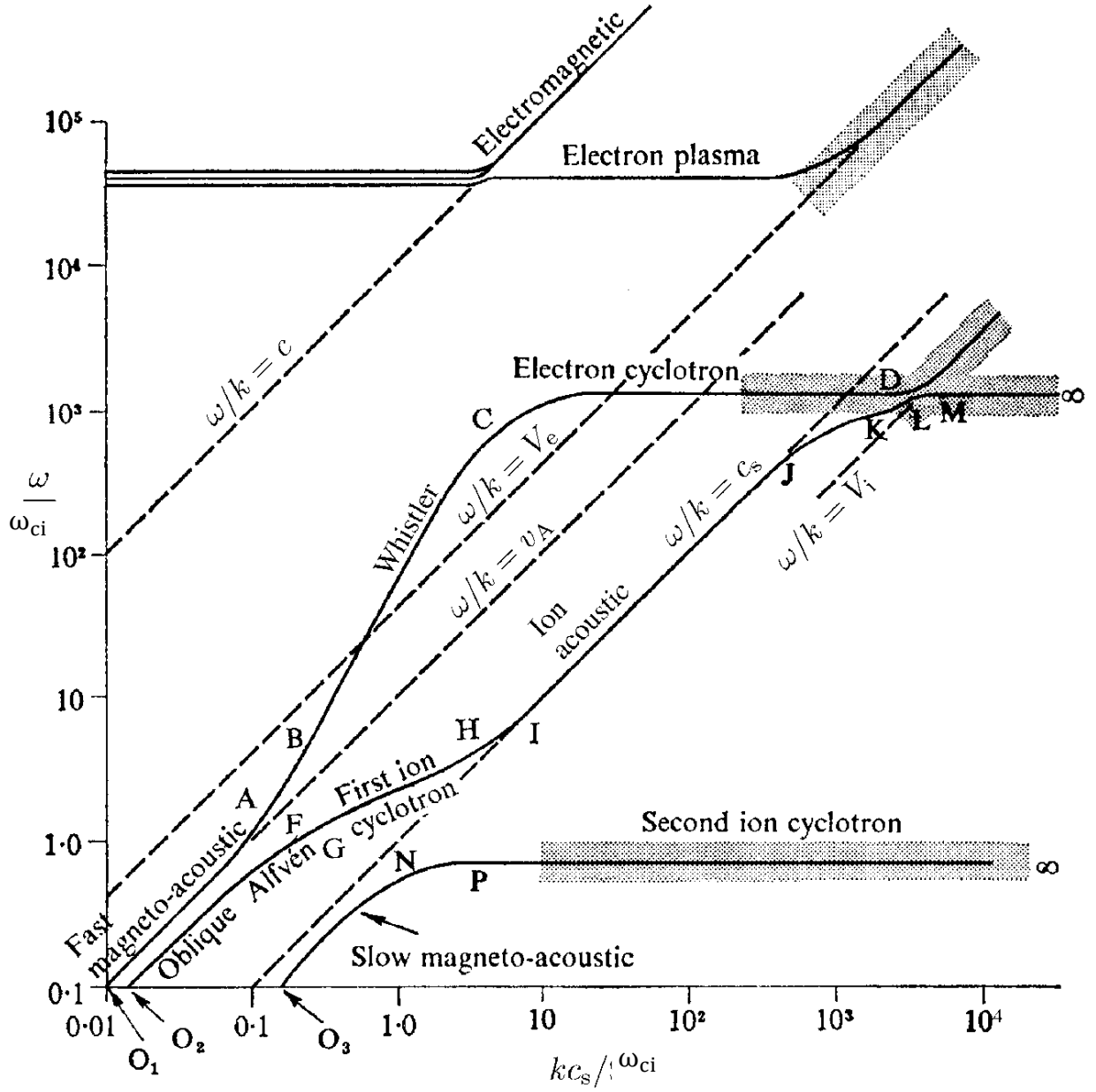


Figure 2.12 : Les courbes de dispersion pour les ondes obliques dans le plasma de bas β avec $|\omega_{ce}| < \omega_{pe}$.

Nous pouvons ensuite choisir $\vec{k} = (k, 0, 0)$ et $\vec{B}_0 = B_0(\cos\theta, 0, \sin\theta)$, de sorte que l'équation (2-90) donne

$$\begin{cases} j_x = 0 \\ E_y = i\omega\mu_0 j_x/k^2 \\ E_z = i\omega\mu_0 j_z/k^2 \end{cases} \quad (2-102)$$

et l'équation (2-97) donne

$$\begin{cases} u_x = \frac{iB_0 j_y \sin \theta}{\rho_0 \omega} (1 - k^2 c_s^2 / \omega^2) \\ u_y = \frac{iB_0 j_z \cos \theta}{\rho_0 \omega} \\ u_z = -\frac{iB_0 y_y \cos \theta}{\rho_0 \omega} \end{cases} \quad (2 - .103)$$

où $c_s^2 = (\gamma_e p_{e0} + \gamma_i p_{i0}) / \rho_0$ et où nous avons utilisé les équations (2-82) et (2-84) pour remplacer P par

$$\begin{aligned} P &= (\gamma_e p_{e0} \vec{k} \cdot \vec{u}_e + \gamma_i p_{i0} \vec{k} \cdot \vec{u}_i) / \omega \\ &= [\gamma_e p_{e0} (\vec{k} \cdot \vec{u} - \vec{k} \cdot \vec{j} / n_0 e) + \gamma_i p_{i0} \vec{k} \cdot \vec{u}] / \omega \\ &= (\gamma_e p_{e0} + \gamma_i p_{i0}) \vec{k} \cdot \vec{u} / \omega \end{aligned}$$

où $j_x = 0$. Finalement, la substitution des équations (2-102) et (2-103) dans (2-101) donne une équation de vecteur, qui implique $\vec{j}$ comme seul inconnu et qui a comme composantes y et z :

$$\begin{aligned} \left[\frac{Q\mu_0\omega}{k^2} - \frac{B_0^2}{\rho_0\omega} \left(\cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{(1 - k^2 c_s^2 / \omega^2)} \right) \right] j_y + \frac{im_i B_0 \cos \theta}{e\rho_0} j_z &= 0 \\ -\frac{im_i B_0 \cos \theta}{e\rho_0} j_y + \left(\frac{Q\mu_0\omega}{k^2} - \frac{B_0^2 \cos^2 \theta}{\rho_0\omega} \right) j_z &= 0 \end{aligned}$$

L'égalisation du déterminant des coefficients de cette équation à zéro donne la relation de dispersion de Stringer :

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\omega}{k} \right)^4 - \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 (c_s^2 + v_A^2 / Q) + c_s^2 (v_A^2 / Q) \cos^2 \theta \right] \times \left[\left(\frac{\omega}{k} \right)^2 - (v_A^2 / Q) \cos^2 \theta \right] \\ - \left(\frac{\omega v_A^2}{\omega_{ci} Q} \right)^2 \left(\frac{\omega^2}{k^2} - c_s^2 \right) \cos^2 \theta = 0 \end{aligned} \quad (2 - 104)$$

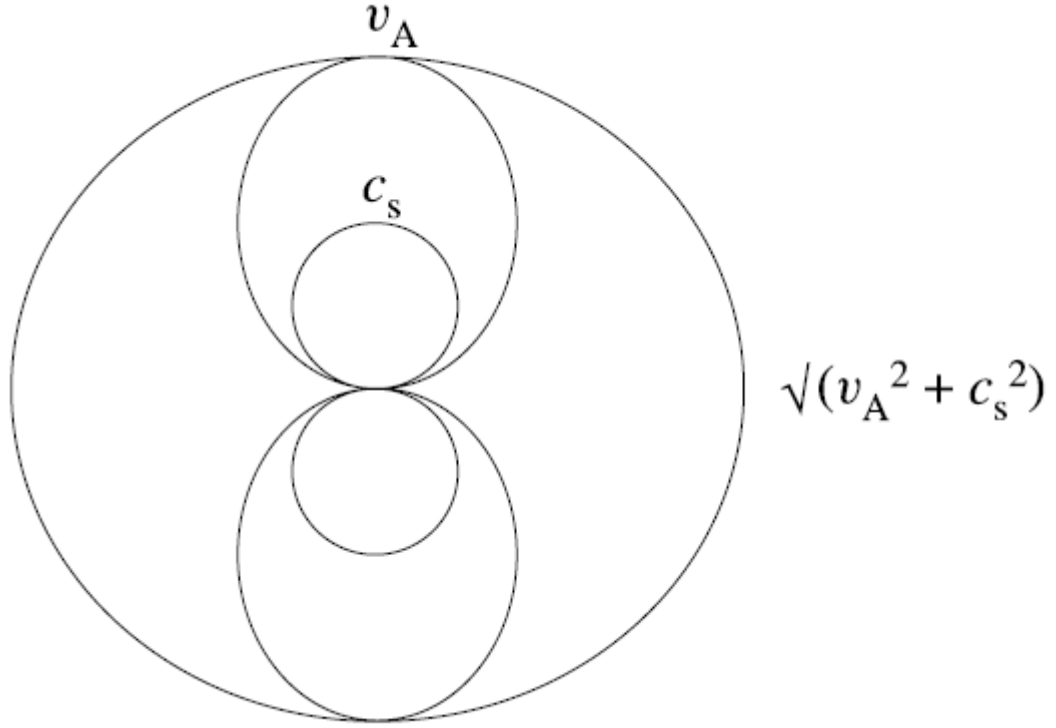


Figure 2.13 : la surface de vitesse de phase des ondes MHD pour $v_A > c_s$.

Maintenant examinons ce qui se produit près de la fréquence de cyclotron d'ion. Pour le plasma froid nous savons que l'onde intermédiaire disparaît quand la résonance, qui est au $\theta = \pi/2$ pour $\omega \ll \omega_{ci}$, s'approche de $\theta = 0$ lorsque $\omega \rightarrow \omega_{ci}$. Pour trouver les résonances des ondes de plasma chaud de basse fréquence nous supposons que $k \rightarrow \infty$ dans l'équation (2-104)

$$\omega^2 = \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta \left(1 - c^2 \omega^2 / v_A^2 \omega_{pe}^2 \cos^2 \theta \right)^2$$

ce qui, ignorant des termes de l'ordre m_e/m_i , a les solutions :

$$\omega = \omega_{ci} \cos \theta, \quad \omega = |\omega_{ci}| \cos \theta \quad (2-105)$$

Maintenant, écrivant l'équation (2-104) sous la forme :

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\omega}{k}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{k}\right)^4 [c_s^2 + (v_A^2/Q)(1 + \cos^2 \theta)] \\
& + \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 \left\{ (v_A^2/Q) \cos^2 \theta \left[2c_s^2 + (v_A^2/Q) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2}\right) \right] \right\} \\
& + \frac{v_A^4 c_s^2 \cos^2 \theta}{Q^2 \omega_{ci}^2} (\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta) = 0
\end{aligned}$$

nous pouvons négliger le dernier terme au voisinage de la résonance à $\omega = \omega_{ci} \cos \theta$ et résoudre l'équation qui on résulte pour les deux autres modes, on obtient :

$$\frac{\omega^2}{k^2} \approx c_s^2 + v_A^2(1 + \cos^2 \theta) \quad (2-106)$$

$$\frac{\omega^2}{k^2} \approx \frac{v_A^2 \cos^2 \theta [2c_s^2 + v_A^2(1 - \omega^2/\omega_{ci}^2)]}{c_s^2 + v_A^2(1 + \cos^2 \theta)} \quad (2-107)$$

Ici nous avons encore mis $Q = 1$ puisque $c^2 k^2 / \omega_{pe}^2 \sim Z^2 m_e / m_i \ll 1$. Nous pouvons identifier ces modes dans le cas où $c_s \rightarrow 0$ pour lequel l'équation (2-106) se réduit à (2-66) pour l'onde Alfvén de compression et l'équation (2-107) se réduit à (2-67) pour l'onde de cyclotron d'ions. Ainsi, l'équation (2-106) est la relation de dispersion pour l'onde magnéto-acoustique rapide et l'équation (2-107) est pour le mode de cyclotron ion-Alfvén de cisaillement à $\omega \approx \omega_{ci} \cos \theta$. Le point intéressant à partir l'équation (2-107) est que la résonance reste à $\theta = \pi/2$ en comme $\omega \rightarrow \omega_{ci}$ et ne change pas vers $\theta = 0$. Par conséquent, il n'y a aucune transition destructive à ω_{ci} et le mode est maintenu pour $\omega > \omega_{ci}$. La forte diminution du v_p dû à la disparition du deuxième terme dans le crochet dans l'équation (2-107) à $\omega = \omega_{ci}$ provoque une pseudo-résonance indiquée par la partie GH de la courbe de dispersion d'onde intermédiaire dans la figure 2.12. Le mode dans cette région ($\omega \approx \omega_{ci}$) s'appelle *première* onde de cyclotron d'ions pour le distinguer de l'onde lente qui a une vraie résonance ($\omega \approx \omega_{ci} \cos \theta$ pour tout k , ainsi $v_p \rightarrow 0$ comme $k \rightarrow \infty$ pour tout θ) à $\omega = \omega_{ci}$, et s'appelle *deuxième* onde de cyclotron d'ions. Ainsi, la considération de la température finie (i) a introduit l'onde magnéto-acoustique lente qui disparaît par la suite à la résonance de cyclotron d'ion et (ii) a démontré la continuation du premier mode de cyclotron d'ions de cisaillement d'Alfvén à des supérieures à fréquences ω_{ci} .

Pour trouver des relations de dispersion approximatives pour les modes rapides et intermédiaires entre les résonances d'ion et d'électron nous pouvons considérer que $\omega_{ci} \ll$

$\omega \ll |\omega_{ce}|$. Puisque $\omega/k \sim c_s$ ou v_A toutes les termes dans l'équation (2-104) sont de la même grandeur excepté le dernier est associé au facteur $(\omega/\omega_{ci})^2$. Ainsi, en éliminant tous les termes sauf ce dernier, une solution est :

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 \quad (2-108)$$

c.-à-d. l'onde acoustique d'ion. Alors réécrivant l'équation (2-104) sous la forme :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\omega}{k}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{k}\right)^4 [c_s^2 + (v_A^2/Q)(1 + \cos^2 \theta)] + \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 (2c_s^2 + v_A^2/Q)(v_A^2/Q) \cos^2 \theta \\ - c_s^2 (v_A^4/Q^2) \cos^4 \theta + \left(\frac{\omega}{\omega_{ci}}\right)^2 \left(c_s^2 - \left(\frac{\omega}{k}\right)^2\right) (v_A^4/Q^2) \cos^2 \theta = 0 \end{aligned}$$

nous pouvons négliger le troisième et le quatrième termes comparés au terme final et, sachant que la deuxième solution pour $c_s^2 \ll v_A^2$ à $\omega/k \gtrsim v_A$, nous pouvons également négliger le deuxième terme et c_s^2 dans le dernier terme menant au résultat :

$$\omega \approx \frac{k^2 v_A^2 \cos \theta}{\omega_{ci}} = \frac{k^2 c^2 |\omega_{ce}| \cos \theta}{\omega_{pe}^2} \quad (2-109)$$

où nous avons encore mis $Q = 1$ puisque $k^2 c^2 / \omega_{pe}^2 \sim \omega / |\omega_{ce}| \ll 1$. C'est la généralisation pour θ différent de zéro, de la relation de dispersion pour l'onde de sifflement.

Lorsque l'on s'approche de la résonance de cyclotron d'électron à $\omega = |\omega_{ce}| \cos \theta$, le comportement observé pour la résonance de cyclotron d'ion est répété. L'onde (intermédiaire) plus lente rencontre une transition destructive qui, dans le plasma froid, était observé pour l'onde rapide, alors que l'onde rapide subit une pseudo-résonance et continue sa propagation au-dessus de $\omega = |\omega_{ce}|$ mais à la vitesse de phase réduite $\omega/k = v_{thi}$. Le couplage des ondes transversales et longitudinales qui se produit pour $\theta \neq 0$ permet l'émergence de la première onde cyclotron d'ions à partir de la résonance de cyclotron d'ion comme onde acoustique d'ion d'écrite par l'équation (2-95). De même, l'onde de cyclotrons d'électron émerge de la résonance de cyclotron d'électron comme l'onde de plasma d'ions. Ce mode est décrit par l'équation (2-96).

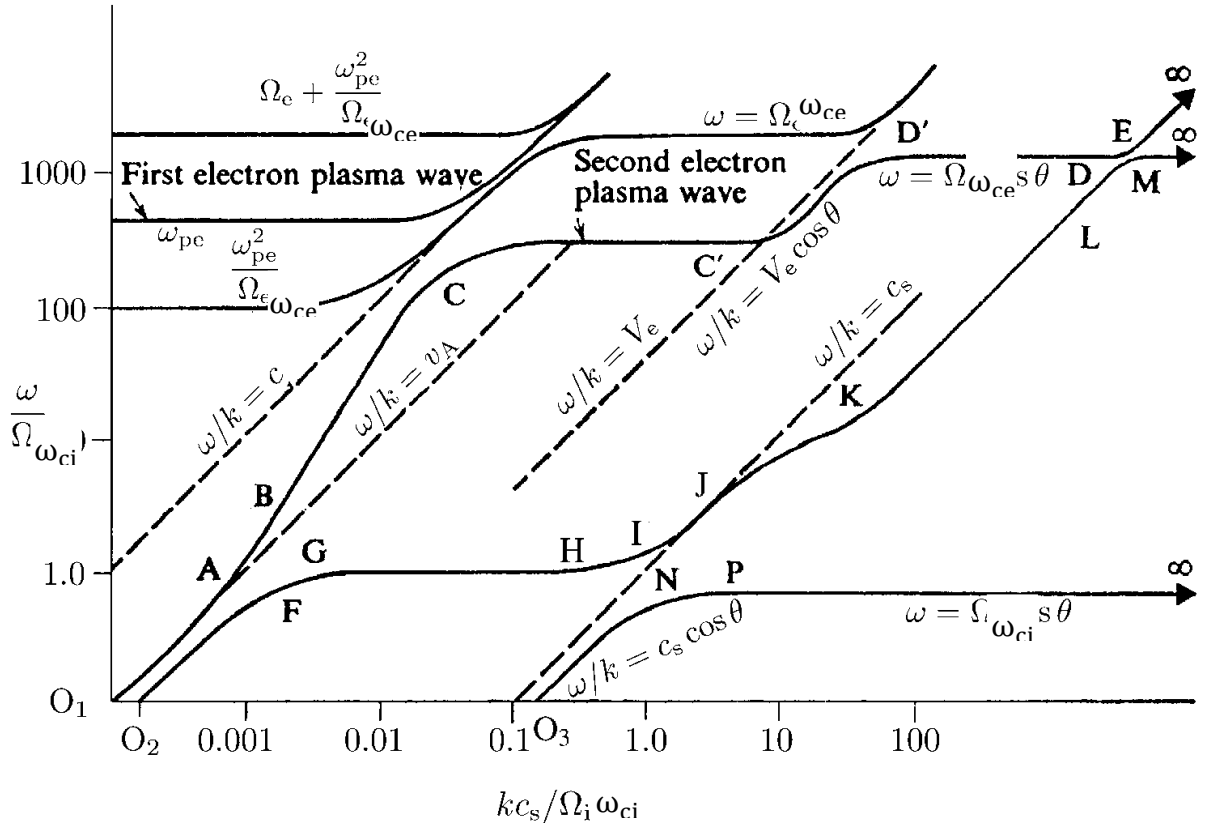


Figure 2.14 : La courbe de dispersion pour les ondes obliques dans le plasma pour β faible $\omega_{pe} < |\omega_{ce}|$.

Les modes longitudinaux ne sont pas bien décrits par (2.104) qui néglige le courant de déplacement menant à $\vec{k} \cdot \vec{j} = 0$, c.-à-d. une charges spatiale nulle.

Pour des plasmas ayant β suffisamment petit $\omega_{pe} < |\omega_{ce}|$ et les courbes associées aux fréquence hautes et basses chevauchent. Pour de tels cas l'équation (2-104) devient invalide au chevauchement, c.-à-d. pour $\omega > \omega_L \sim \omega_{pe}^2 / |\omega_{ce}|$.

Généralement les courbes de dispersion ne changent pas considérablement pendant que θ varie pourvu que les valeurs 0 et $\pi/2$ sont évités. Lorsque $\theta \rightarrow 0$, par exemple, l'espace entre la première transition d'onde cyclotron-acoustique d'ion (HI dans figure 2.12) et la deuxième magnéto transition lente d'onde acoustique de cyclotrons d'ion (NP dans figure 2.12) se rétrécit. Dans la limite, les points (H, P) et (N, I) se coïncident. La transition de θ fini à $\theta = 0$ est montrée dans la figure 2.15. La présence d'un champ magnétique transversal couple les composantes d'onde longitudinale et transversale de sorte que l'onde Alfvén transversale passe dans l'onde acoustique longitudinale tandis que sur la courbe de fréquence

inférieure un mode longitudinal passe dans un mode transversal. Cependant, à $\theta = 0$ aucun tel couplage ne se produit et l'onde transversale Alfvén de cisaillement devient maintenant une onde de cyclotrons transversale d'ion comme, dans la limite de plasma froid. Une transition semblable se produit entre l'onde de cyclotrons d'électron et l'onde acoustique d'ion.

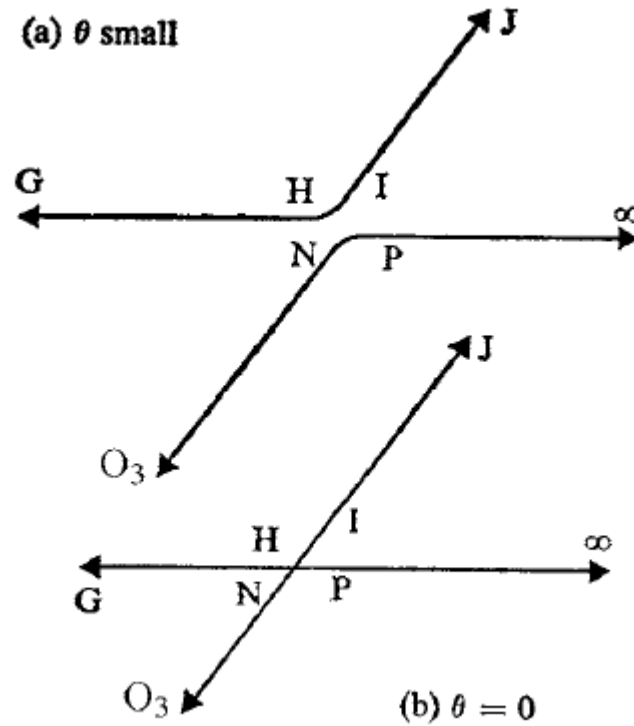


Figure 2.15 : Le couplage des composantes d'onde longitudinale et transversale dans (a) pour θ petit et qui disparaît dans (b) pour $\theta = 0$.

La situation où $\theta \rightarrow \pi/2$ est plus compliquée et ne va pas être discutée ici. On se contente ici de montrer dans la figure 2.16 une courbe typique de dispersion pour les trois branches de basse fréquence.

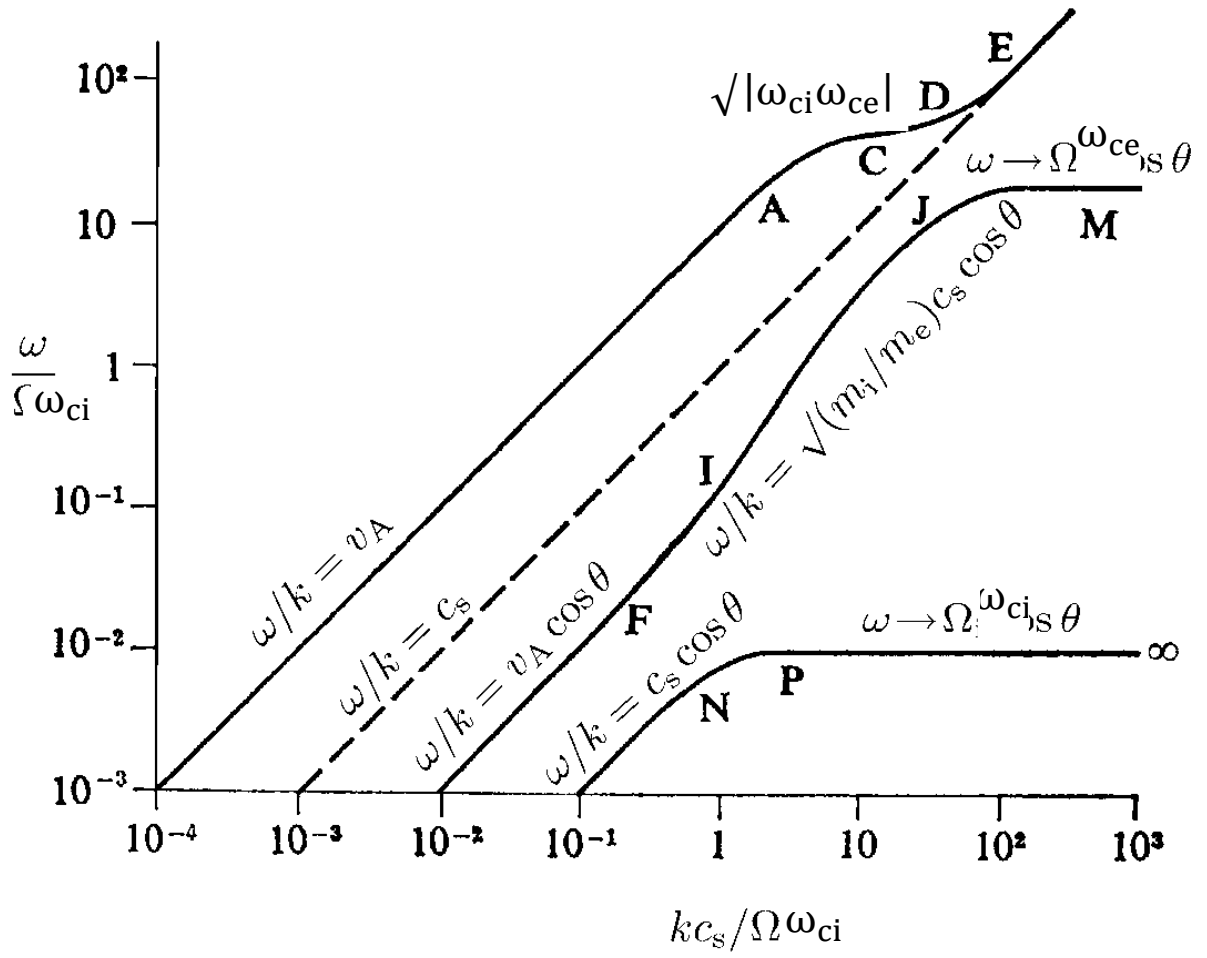


Figure 2.16 : La courbe de dispersion pour les ondes de basse fréquence dans le plasma de bas β comme $\theta \rightarrow \pi/2$ [3].

Bibliographie

- [1] D. Barohiesi et M. LAMY de la CHAPELLE, *Ondes et matière*, ellipse, 2007.
- [2] J.A.Bittencunt, *Fundamentals of Plasma Physics*, Spiringer, 2004.
- [3] J. Freidberg, *Plasma Physics and Fusion Energy*, CAMBRIDGE, 2007.
- [4] J.P.Bommer, A.Benz, H.Bruhns, P.E.M.Vandenplas, P.J.Paris, M.Q.Tran, J.Weisse, P.Magoud, G. Marbach et C.Hollenstein, *Plasmas : Des étoiles...Au quotidien Fusion : ...Energie du 21 ème siècle*, .CRPP, 2000.
- [5] J. Ccanada, K. Gleason, A.B.Heller, R.D. Kirvel, H. Kroopnick, T.Spafford, *Energy & Technology Review*, UCRL-52000, 1994.
- [6] T.J.M.Boyd, J.J.Sanderson, *The Physics of Plasmas*, CAMBRIDGE, 2003.
- [7] Y. Sarazin, *La physique de la turbulence, une des clés de la fusion contrôlée par confinement magnétique*, CLEFS CEA – N° 49, 2004.
- [8] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation*, Iop, 1991.
- [9] M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, Wiley, 2005.
- [10] D. G. Swanson, *Plasma Waves*, .IOP, 2003.
- [11] R. J. Goldston and P. H. Rutherford, *Introduction to Plasma Physics*, IOP. 1995.
- [12] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP, 2002.
- [13] D. A. Diver, *A Plasma Formulary for Physique, technology and Astrophysics*, WILEY-VCH, 2001.
- [14] P. Charles, *Energie nucléaire Fission et Fusion*, ellipses, 2007.

Chapitre 3

Application des ondes et des dérives dans les plasmas de structure en TOKAMAK

3.1 Introduction

La question du confinement est centrale dans les plasmas de fusion. Le confinement dans un plasma de tokamak est essentiellement contrôlé par les pertes diffusives de particules et de chaleur. En réalité ces pertes sont déterminées par un transport turbulent généré par des micro-instabilités qui se développent dans le plasma. La compréhension et le contrôle du transport turbulent dans un plasma magnétisé sont donc un sujet d'étude majeur pour la fusion thermonucléaire contrôlée.

Le principe de la fusion était quant à lui connu depuis quelques décennies dans les étoiles : faire collisionner des atomes légers entre eux pour en produire de plus lourds tout en libérant de l'énergie. Pour cela, il faut créer et maintenir un plasma à une température de l'ordre de 10 keV, soit environ 100 millions de degrés, pendant plusieurs secondes. Pour cela, la configuration la plus stable et la plus prometteuse pour la fusion par confinement magnétique est le tokamak. Le transport de l'énergie est alors caractérisé par le temps de confinement défini comme le rapport du contenu énergétique à la puissance perdue. Ce transport est principalement de nature diffusive/ convective une faible partie provenant des collisions (transport néoclassique) tandis que la majeure partie (transport anormal) est associée à la turbulence du plasma. En effet, le plasma est rendu instable par les gradients de densité et de température transverses au champ magnétique d'équilibre. L'état turbulent qui en résulte est associé à des fluctuations de densité, de température et de champ électromagnétique. Ces fluctuations entraînent des flux de particules, de moment angulaire et de chaleur.

3.2 La fusion thermonucléaire

3.2.1 La physique de la fusion

Par définition la fusion thermonucléaire est une réaction exothermique (i.e. qui libère de l'énergie sous forme de chaleur) dans laquelle des noyaux légers fusionnent pour former un noyau plus lourd. L'énergie libérée ΔE se déduit de la différence de masse par la relation $\Delta E = \Delta mc^2$, c étant la vitesse de la lumière et Δm la différence de masse entre réactifs et produits [37].

L'énergie de liaison des noyaux, représentée sur la figure 1-2 [35], atteint sa valeur la plus élevée, correspondant à la stabilité maximale du noyau, pour l'atome de Fer ($Z=56$).

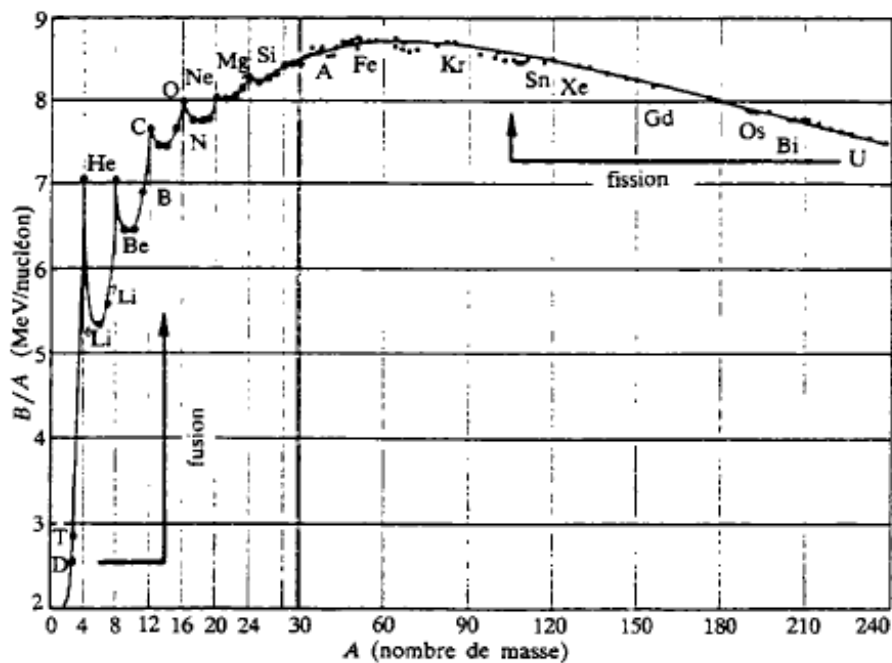


Figure 3. : Energie moyenne de liaison par nucléon, en fonction du nombre de masse [37].

Il est impossible de reproduire sur terre les mécanismes exacts mis en œuvre dans le Soleil, du fait, notamment, de la force gravitationnelle de cette étoile qui a une masse 330 000 fois supérieure à celle de la Terre. Mais nous pouvons reproduire le phénomène de fusion en utilisant pour combustible les isotopes lourds de l'hydrogène (le deutérium et le tritium).



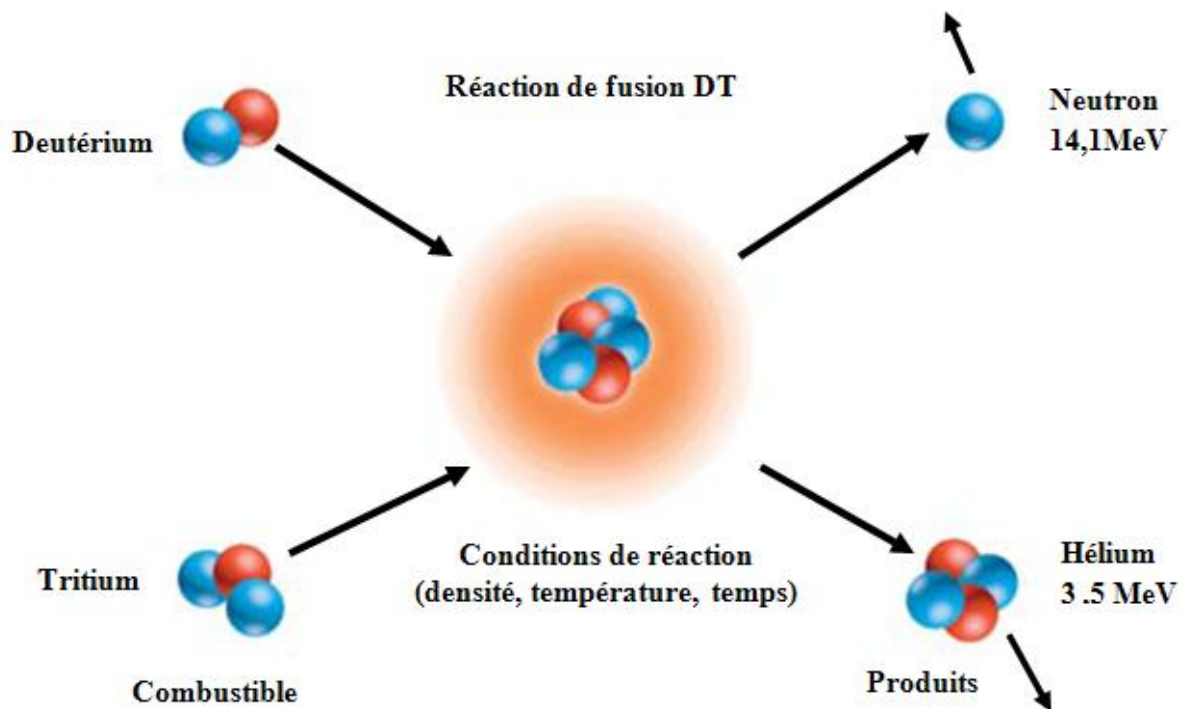


Figure 3. : La réaction de D + T

L'énergie libérée par les réactions de fusion D-T se retrouve sous forme d'énergie cinétique dont 80 % est emportée par le neutron. Les 20 % restant sont cédés au plasma par les particules alpha confinées et finalement thermalisées dans le plasma.

Actuellement, la recherche de la fusion thermonucléaire développe deux approches, la fusion par confinement magnétique et la fusion par confinement inertiel.

3.2.2 Réaction de fusion et barrière coulombienne

La difficulté à résoudre est que les noyaux appelés à fusionner sont électriquement chargés et soumis à une *répulsion coulombienne*. Pour qu'ils interagissent, il est nécessaire qu'ils se rapprochent à une distance de moins de 10 fm, afin que les forces nucléaires puissent entrer en action.

On se trouve dans une situation de franchissement de barrière de potentiel électrostatique.

Si R désigne la distance en-deçà de laquelle les forces nucléaires l'emportent, la barrière coulombienne a une hauteur maximum égale à $Z_1 Z_2 q^2 / 4\pi\epsilon_0 R$.

- plus l'énergie de ces noyaux est élevée, plus la probabilité de franchissement de cette barrière est grande. on a pour les particules de charges 1(ex, d+d).
- par ailleurs, plus le produit des charges $Z_1 Z_2$ est grand, plus la barrière est haute, donc la probabilité faible ; à énergie donnée, ce sont les noyaux les plus légers qui peuvent fusionner.

L'énergie des noyaux provient de l'agitation thermique, donc de la température, du milieu où ils se trouvent, d'où le nom de réaction thermonucléaire pour les réactions de fusion

Les réactions de fusion sont difficiles à réaliser, car, pour amener les noyaux chargés positivement aux distances où opèrent les forces nucléaires assurant la cohésion des nucléons, il faut vaincre la répulsion électrostatique, intense et à longue portée. L'agitation thermique d'un mélange combustible porté à de très hautes températures permet de disposer d'un milieu suffisamment riche en énergie cinétique pour vaincre cette répulsion électrique et réaliser ces réactions de fusion thermonucléaire. La réaction de fusion entre les deux noyaux chargés positivement a lieu lorsque l'interaction forte domine la répulsion coulombienne, soit à une distance d'approche R de quelques Fermi. La hauteur de la barrière coulombienne est donc de l'ordre de $e^2/4\pi\epsilon_0 R$, c'est-à-dire plusieurs centaines de keV. Aux températures thermonucléaires, dépassant donc cent millions de degrés Kelvin (1 eV égal 11 000 K), le mélange se trouve à l'état de plasma complètement ionisé [31].

En fait, dans le cas particulier des réactifs $D + T$ où la fusion se produit lorsque les noyaux respectifs sont à une distance inférieure à $3.15 \cdot 10^{-15}$ mètres, il faudrait une énergie d'environ 400 keV pour vaincre la barrière de potentiel répulsif [37].

3.2.3 Le temps de confinement et critère de Lawson

Le plasma n'est jamais totalement isolé et il subit de ce fait des pertes diverses, par rayonnement mais aussi par convection et par conduction. On définit généralement un temps synthétisant l'ensemble de ces pertes appelé *temps de confinement* de l'énergie τ : c'est le temps durant lequel le plasma, après sa création, garde sa température T et sa cohésion, c'est-

à-dire ses propriétés thermonucléaires (τ est le temps que met le plasma à se vider de son contenue énergétique si l'on coupe brutalement les sources d'énergie qui l'alimentent).

Actuellement, la recherche de la fusion thermonucléaire développe deux approches, la fusion par confinement magnétique et la fusion par confinement inertiel. La première consiste à maintenir en régime stationnaire un mélange gazeux de deutérium-tritium peu dense (10^{-5} fois la densité de l'air) dans lequel les ions sont confinés, pendant des durées pouvant aller d'une seconde à plusieurs minutes, par des champs magnétiques puissants (de 3 à 8 teslas). La seconde vise, au contraire, à provoquer une mini-explosion thermonucléaire, par des réactions successives, sur un mélange solide deutérium-tritium hyperdense (10^6 fois la densité de l'air) maintenu pendant des temps déterminés par l'inertie du système (quelques dizaines de picosecondes).

Type	$n \text{ (m}^{-3}\text{)}$	$\tau \text{ (s)}$	$T \text{ (keV)}$
Tokamak	10^{20}	1 à 10	10 à 20
Inertiel	10^{30}	10^{-11}	10
Soleil	7.10^{30}	10^{17}	1,3

Tableau 3. : comparaison des paramètres des trois principaux types de fusion [31].

Nous nous intéressons ici au confinement magnétique sur lequel la très grande majorité des recherches internationales en fusion contrôlée s'est concentrée.

Le problème fondamental de la fusion contrôlée est simple. Il faut parvenir à dépasser le *break-even*, c'est-à-dire le point où l'énergie produite par les réactions nucléaires est égale à l'énergie fournie aux installations au sein desquelles se produisent les réactions [31].

Plusieurs critères peuvent être définis. Un critère minimal, condition nécessaire pour réaliser une réaction de fusion auto-entretenu, est connu sous le nom *du critère de Lawson* [35]. Pour produire plus d'énergie par fusion que l'énergie nécessaire pour chauffer le plasma et l'énergie perdue en particulier par rayonnement, c'est-à-dire atteindre l'ignition, le plasma doit satisfaire une condition sur la densité n , le temps de confinement de l'énergie τ et la température T . C'est le critère de Lawson [31] :

$$n\tau T \geq 6.10^{21} m^{-3}s keV \text{ pour la réaction } D - T$$

$$n\tau \geq 10^{14} cm^{-3}s \text{ à } T \approx 10^8 K$$

Ce critère fixe une limite inférieure sur le produit de la densité de particules du combustible n et du temps de confinement τ . Quand ce critère est satisfait, à une température appropriée T , le même montant d'énergie est libéré des processus de fusion.

3.3 La filière tokamak

Un tokamak est une chambre de confinement magnétique destinée à contrôler un plasma nécessaire à la production d'énergie par fusion nucléaire. Ce terme vient du russe **toroidalnaya kamera magnitnaya katuschka** et signifie chambre toroïdale à confinement magnétique. Il s'agit d'une technologie expérimentale. L'objectif serait de produire de l'électricité en récupérant la chaleur produite par la réaction de fusion nucléaire. Le tokamak fut inventé par les Russes Igor Yevgenyevich Tamm et Andreï Sakharov [5].

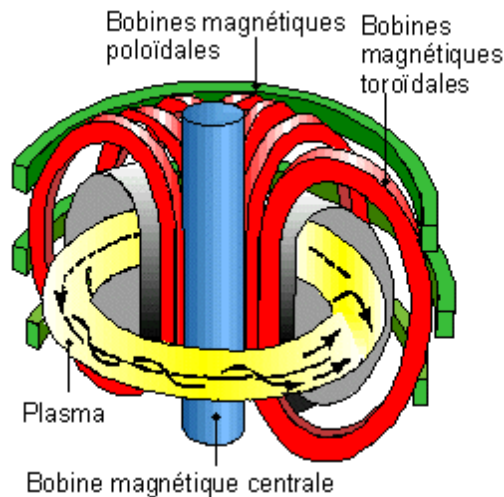


Figure 3.1 : Schéma d'un tokamak

Le tokamak est une configuration magnétique aux lignes de champ fermées, donc nécessairement de forme torique [22]. La forme la plus simple est un solénoïde torique dont les lignes de force sont des cercles de même axe. Cette structure est insuffisante pour confiner des particules du fait d'une dérive verticale de celles-ci [5]. En ajoutant une composante poloidale B_p au champ magnétique toroïdal B_t , on perfectionne la configuration et les lignes

de force sont enroulées en spirale sur des surfaces toroïdales appelées surfaces magnétiques. Une particule chargée qui se déplace dans ce champ est alors parfaitement confinée. Elle s'enroule autour des lignes de champ en décrivant une spirale de rayon de giration est appelé également rayon de Larmor. Le champ poloïdal B_p est principalement créé par le courant circulant toroïdalement dans le plasma : le plasma crée sa propre «cage». Le champ toroïdal B_t est quant à lui, créé par un courant circulant dans des bobines extérieures, qui peuvent être supraconductrices comme dans Tore Supra. Le courant plasma est généré par un champ électrique toroïdal induit par un changement de flux à travers le tore, lui-même généré par un courant circulant dans une bobine primaire. La figure 3-1 représente un schéma de la structure d'un tokamak.

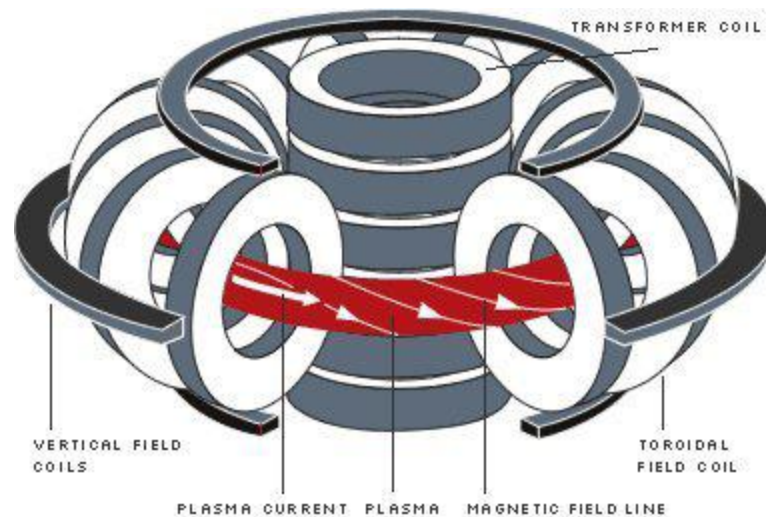


Figure 3.2 : Schéma de principe de la configuration tokamak : bobines toroïdales et poloïdales, solénoïde central.

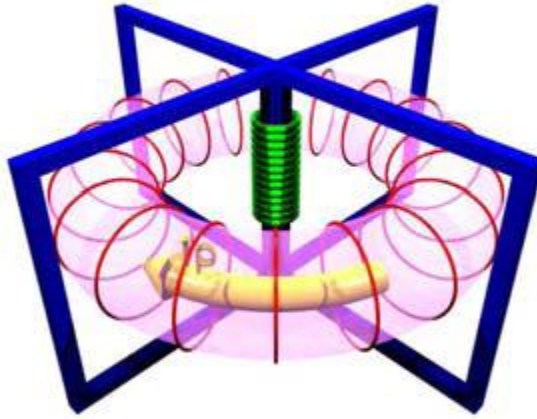


Figure 3.3 : Champ poloïdal (en rouge) induit par un courant circulant dans le plasma (en jaune). Le bobinage du circuit primaire est représenté en vert tandis que le circuit magnétique est en bleu.

L'étude des plasmas obtenus dans les tokamaks actuels a pour but de prédire le comportement d'un plasma placé dans les conditions d'ignition, afin d'obtenir un chauffage du cœur par les réactions de fusion thermonucléaires. L'objectif de la fusion par confinement magnétique est d'entretenir ces réactions de fusion et d'utiliser l'énergie ainsi libérée.

L'équilibre magnétique d'un plasma de tokamak est complexe. Les mouvements du plasma ont une action sur le champ magnétique créant le confinement, par l'intermédiaire des courants qu'ils sont susceptibles de générer, et ces variations jouent elles-mêmes sur la dynamique du plasma par la force de Lorentz. L'étude de ces phénomènes se fait dans le cadre de la magnétohydrodynamique (MHD), en assimilant le plasma à un fluide conducteur caractérisé par une densité de masse, une pression, une vitesse et une densité de courant. La résolution des équations de la MHD permet d'établir la configuration d'équilibre du plasma et du champ magnétique. On observe ainsi l'existence de surfaces magnétiques fermées et emboîtées. Celles-ci peuvent avoir des formes complexes : leur section poloïdale n'est pas nécessairement circulaire et, du fait de l'existence d'une dérive de plasma vers l'extérieur du tore (décentrage de Shafranov), elles ne sont jamais concentriques.

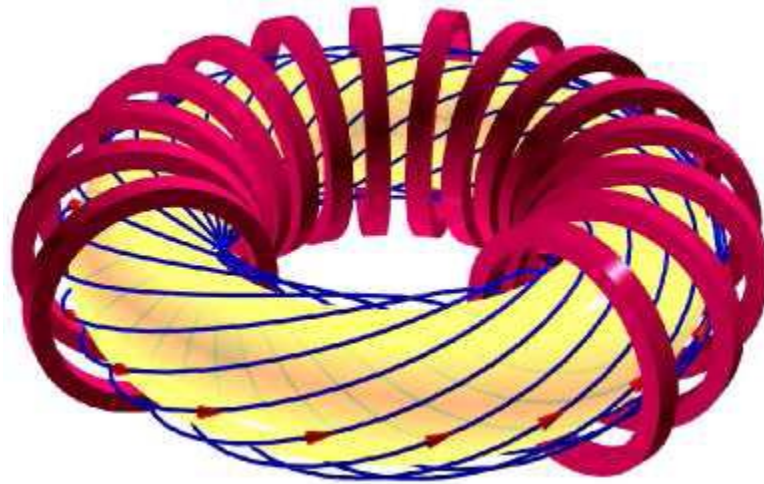


Figure 3.4 : Champ magnétique total. Les lignes de champ (bleues) sont hélicoïdales.

3.4 Orbites de particules dans les tokamaks

Il est important d'établir dans un premier temps le mouvement d'une particule dans le champ électromagnétique d'un tokamak, afin de mettre en évidence quelques concepts fondamentaux dans l'étude d'un plasma de fusion magnétique : centre de guidage, mouvements parallèles et perpendiculaires, vitesses de dérives . . .

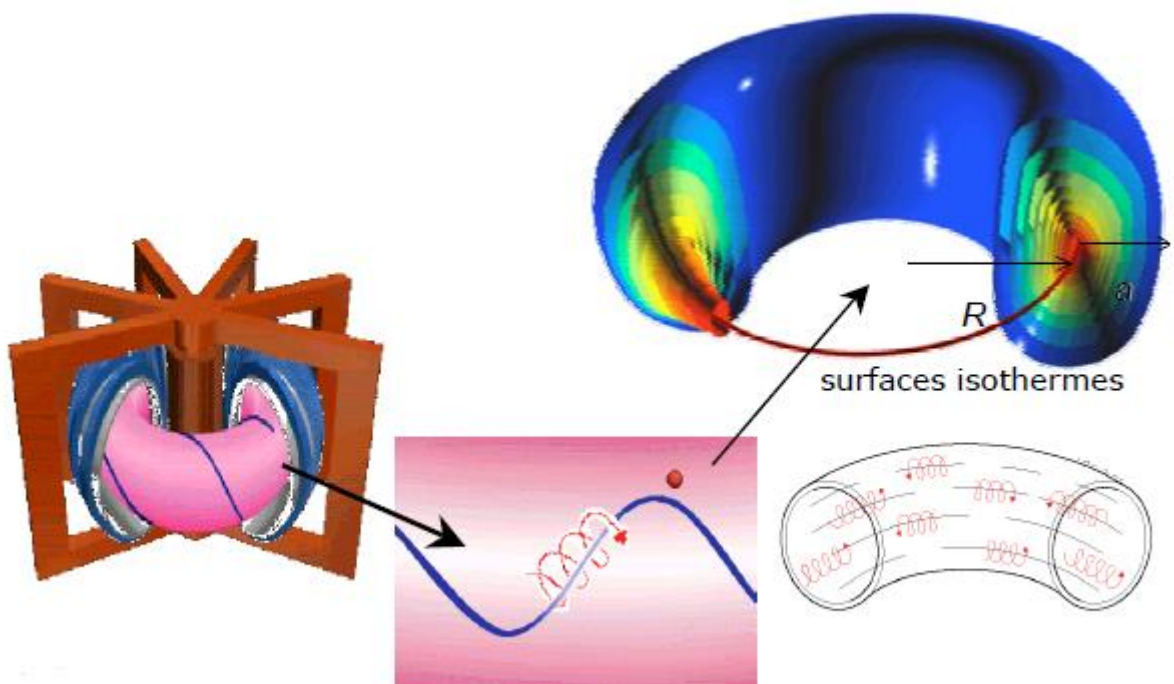


Figure 3.5 : les particules chargées se déplacent le long des lignes magnétiques [26].

Le piégeage d'électrons dans des champs magnétiques dans l'espace non homogène est important dans la physique des tokamaks. Nous avons vu qu'un tokamak est caractérisé par une combinaison de champ magnétique toroïdal et poloïdal, B_t et B_p respectivement, puisqu'un champ toroïdal seul n'est pas capable de contenir un plasma dans l'équilibre. Les tokamaks sont caractérisés par une condition sur ces champs tels que $B_t \gg B_p$. Les lignes de champ magnétique sont des spirales enroulées sur une surface toroïdale. Les particules dont les centres de guidage suivent de telles lignes hélicoïdales du champ et dont les composantes de vitesse le long du champ sont assez grandes qu'elles font un cycle autour du tore composent la population des particules passantes. En revanche les particules avec des vitesses inférieures parallèles au champ contribuent à la population des particules emprisonnées du côté externe du tore entre les miroirs magnétiques créés par la variation poloïdale du champ. Le champ magnétique du tokamak varie comme $1/R$ où $R = R_0 + r \cos \theta$; R_0 est le rayon principal du tokamak et de r le rayon mineur de la surface sur laquelle le centre de guidage de particules, avec θ l'angle poloïdal. Le rapport $r/R_0 = \epsilon$ est connu comme allongement

inverse et sert de paramètre de développement. Le champ magnétique $B(\theta)$ peut alors être exprimé comme

$$B(\theta) = B(0) (1 - \epsilon \cos \theta) / (1 - \epsilon)$$

L'équation générale du mouvement d'une particule chargée se découple en deux termes, l'un perpendiculaire ($\perp$) et l'autre parallèle ($\parallel$) au champ $\vec{B}$:

$$\vec{B} = B(\vec{r}, t) \vec{b} \quad (3 - 1)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_\perp(\vec{r}, t) + E_\parallel(\vec{r}, t) \vec{b} \quad (3 - 2)$$

Il est dès lors possible de décomposer le mouvement d'une particule chargée selon son mouvement de giration autour de son centre de guidage, et son mouvement perpendiculaire et parallèle au champ $\vec{B}$:

$$\vec{v}(t) = \underbrace{\vec{v}_{gyro}}_{\text{mouvement de giration}} + \underbrace{\vec{v}_{cg}}_{\text{mouvement du centre de guidage}} + \underbrace{v_\parallel \vec{b}}_{\text{mouvement parallèle}} \quad (3 - 3)$$

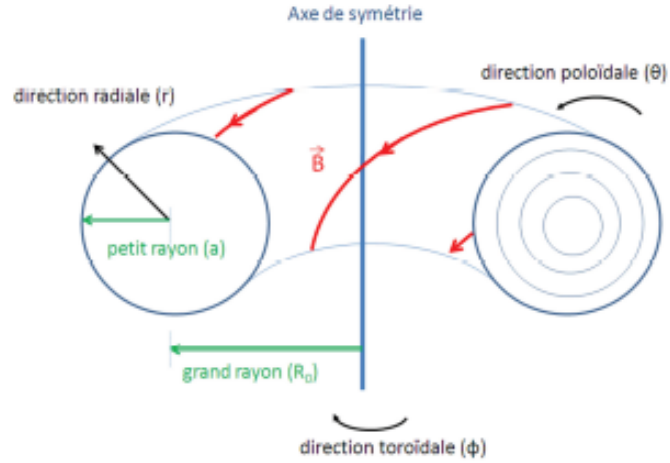


Figure 3.6 : Géométrie du tokamak et lignes de champ magnétiques.

Cette décomposition concerne aussi le vecteur de position $\vec{r}$:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_{gyro} + \vec{r}_{cg} + l\vec{b} \quad (3 - 4)$$

	ionique	électronique
Rayon de Larmor	$\sim 3 \times 10^{-3} \text{ m}$	$\sim 6 \times 10^{-5} \text{ m}$
Fréquence cyclotronique	$\sim 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 7 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$

Tableau 3.1 : les valeurs de rayon du Larmor et de la fréquence cyclotronique dans un tokamak [3].

Le mouvement perpendiculaire, couplé aux mouvements parallèle et de giration, est décrit par l'équation d'évolution scalaire :

$$m_s \frac{\partial v_{\parallel}}{\partial t} = q_s E_{\parallel} - \mu \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3 - 5)$$

Enfin, l'évolution du centre de guidage est plus complexe : la décomposition proposée est liée aux différents effets physiques agissant sur la particule. Elle fait intervenir différentes vitesses de dérive contribuant à écarter le mouvement des particules du mouvement qu'elle

aurait dans un champ $\vec{B}$ uniforme : la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$, dite aussi électrique, résultant de la présence d'un champ électrique perpendiculaire, la dérive $\vec{V}_{\nabla B}$, appelé aussi dérive de gradient, résultant des variations spatiales du champ magnétique, la dérive de courbure $\vec{V}_c$ causée par la courbure des lignes de champ magnétique et la dérive de polarisation $\vec{V}_p$ causée par les variations temporelles lentes des champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$, ces différentes vitesses ont été détaillées au cours du chapitre 1. Soit en résumé :

$$\vec{v}_{cg} = \underbrace{\vec{V}_{E \times B}}_{\text{Effets } \vec{E} \times \vec{B}} + \underbrace{\vec{V}_{\nabla B}}_{\text{Variations spatiales du champ } \vec{B}} + \underbrace{\vec{V}_c}_{\text{Courbure du champ } \vec{B}} + \underbrace{\vec{V}_p}_{\text{Variations temporelles de } \vec{E} \text{ et } \vec{B}} \quad (3-6)$$

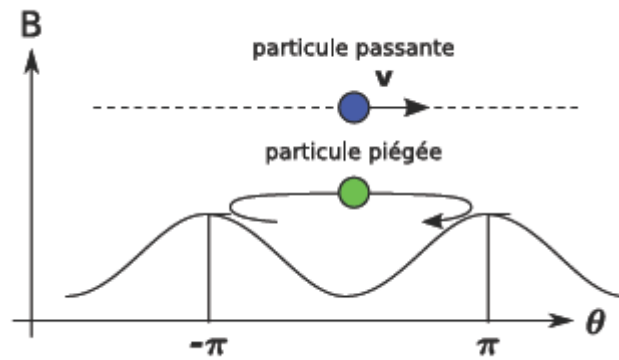


Figure 3.7 : Trajectoires d'une particule passante et d'une particule piégée dans les miroirs magnétiques [3].

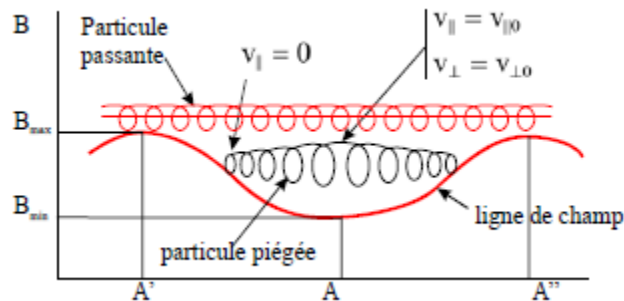


Figure 3.8 : Mouvement d'une particule dans un champ magnétique non [34].

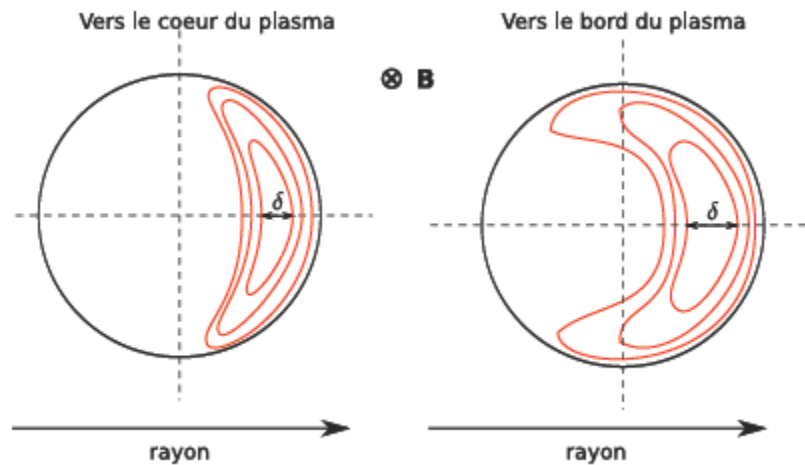


Figure 3.9 : Trajectoires bananes des particules piégées par les miroirs magnétiques. La différence entre les trajectoires pour les particules de cœur, par rapport aux particules localisées vers le bord du plasma, vient de la différence des rayons de Larmor. δ est l'extension radiale de la trajectoire [3].

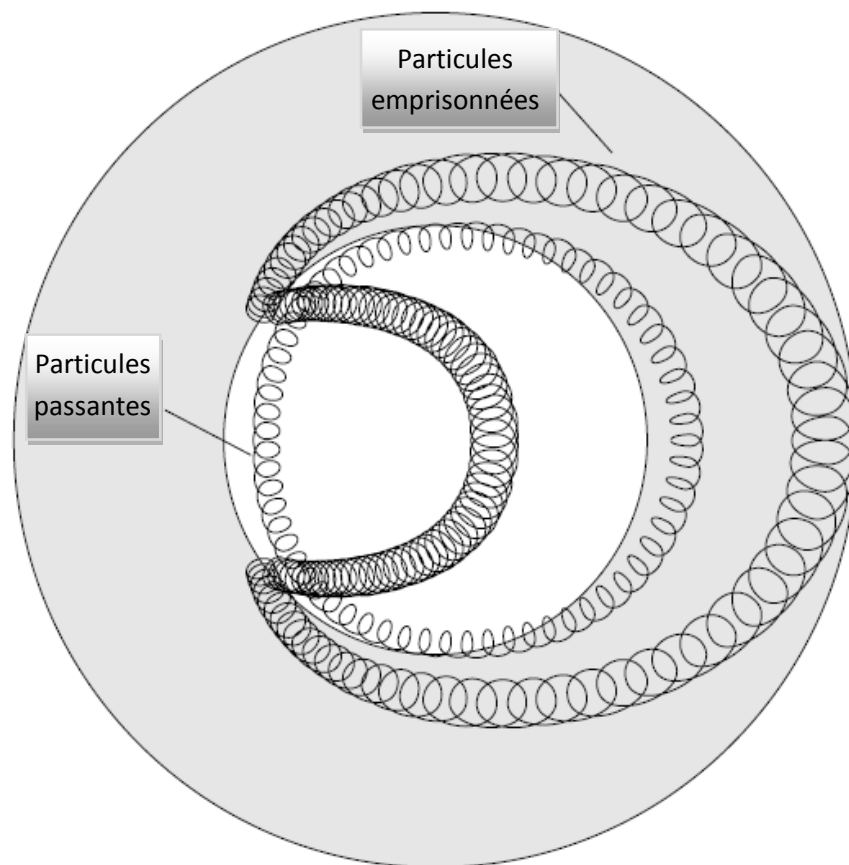


Figure 3.10 : Les trajectoires et des particules passantes des particules emprisonnées dans un tokamak projetées sur le plan poloïdal.

3.5 Instabilité du plasma

En fait des instabilités ou des perturbations extérieures conduisent les plasmas des tokamaks réels à s'écarter de la configuration idéale.

Le plasma du tokamak n'a pas exactement une forme torique. Afin de lui donner la forme que nous voulons et de maintenir ainsi sa stabilité, nous avons recours à des bobines poloïdales placées horizontalement autour du tore. La stabilité du plasma est très importante pour éviter les pertes de confinement.

Une petite perturbation non maîtrisée à temps peut s'accroître et mener à une disruption, c'est à dire une perte totale du confinement du plasma. Il suffit d'une variation partielle du courant induit dans le plasma pour déclencher une disruption. Une disruption a des conséquences sur les parties métalliques entourant le tokamak. Il faut alors s'efforcer d'utiliser des matériaux non-magnétiques et électriquement isolés. Une disruption implique également la décharge du plasma. Il faut toujours isoler les parties du tokamak avant son utilisation.

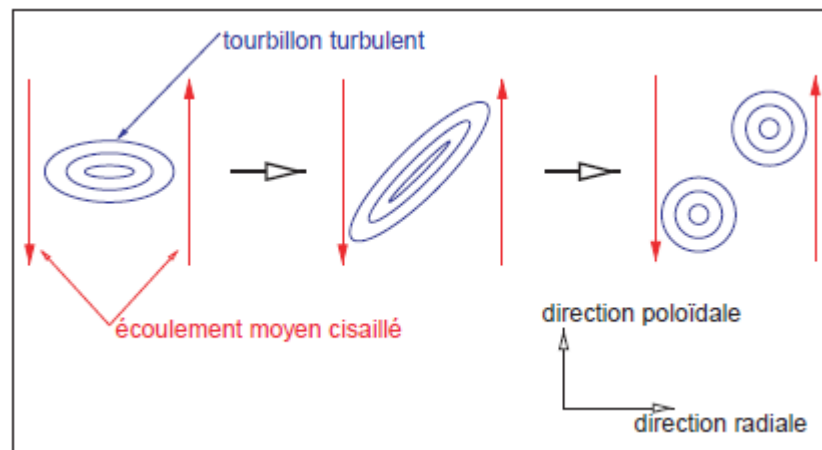


Figure 3.11 : Illustration du déchirement des tourbillons turbulents par un écoulement cisaillé.

L'instabilité engendre une croissance exponentielle des fluctuations initiales jusqu'à ce que le système atteigne un état statistiquement stationnaire par l'échange d'énergie entre les différents modes instables et stables. Cet échange est gouverné par des processus non

linéaires. L'état stationnaire est caractérisé par l'existence de structures organisées ou cohérentes (tourbillons) qui engendrent un transport turbulent supérieur au transport dû aux collisions entre particules chargées.

Comme le transport turbulent dégrade le confinement, la réduction et le contrôle de la turbulence sont des enjeux majeurs pour le fonctionnement d'un réacteur.

3.6 Le chauffage du plasma

Dans un plasma, les électrons et les ions sont libres de se mouvoir en tous sens. Un champ magnétique extérieur permet de confiner le plasma dans un cylindre. Les particules, électriquement chargées, suivent des trajectoires qui s'enroulent autour des lignes du champ magnétique. Le plasma peut cependant s'échapper aux extrémités.

Pour éviter que le plasma ne s'échappe aux extrémités du cylindre, on le renferme de manière à obtenir un anneau ou tore. Afin de confiner le plasma de façon stable dans cette configuration, il est nécessaire de rendre les lignes du champ magnétique hélicoïdales. Cela se fait dans le tokamak en induisant un courant électrique dans le plasma.

Trois méthodes sont principalement utilisées pour chauffer le plasma et atteindre des hautes températures. Le courant de plasma chauffe le plasma par effet Joule. Complémentairement, on peut chauffer le plasma par ondes électromagnétiques ou par l'injection de particules neutres très énergétiques.

- Le chauffage ohmique : L'effet joule désigne le dégagement de chaleur de tout courant passant dans un conducteur. Or un courant circule dans le plasma et pour les mêmes raisons que la température d'un filament d'une ampoule augmente, le plasma gagne en température sous l'effet joule des Méga Ampères qui le traverse. Par analogie avec un fil conducteur, plus la température augmente, plus la résistance augmente et dès lors, la température limite, que le plasma peut atteindre grâce à son chauffage ohmique, n'est que d'une dizaine de millions de degrés (dix fois moins que la température requise).
- Il faut donc d'autres méthodes de chauffage pour amener le plasma aux températures de fusion. La deuxième méthode est l'injection de particules neutres.

Le principe est de créer et d'accélérer un faisceau d'ions à travers un intense champ électrique en leur apportant électriquement une grande énergie cinétique. Ce faisceau d'ions à grande vitesse (IGV) est ensuite neutralisé avant d'être envoyé dans le plasma. La neutralisation est une étape obligatoire car le champ magnétique qui confine le plasma l'empêche de s'échapper mais il empêche également aux autres particules chargées de s'en approcher. Neutres mais très énergétiques, les particules pénètrent sans peine dans le plasma. Les particules neutres entrent dans le plasma et entrant en multiples collisions avec les autres particules leurs cédant leurs énergies cinétiques et augmentant ainsi leur température.

- La troisième méthode de chauffage est le chauffage par ondes électromagnétiques, qui consiste à coupler au plasma une onde à une fréquence de résonance, comme un four micro-onde.

3.6.1 Le chauffage par ondes électromagnétiques

Dans tout les états de la matière (solide, liquide, gaz, plasma), des ondes se propagent dans toutes les directions. Dans la présence d'un le champ magnétique, il importe de diriger correctement l'onde pour qu'elle perde en amplitude et cède son énergie au plasma.

Il existe deux principes d'absorption de l'énergie de l'onde. L'absorption cyclotronique et l'absorption de type Landau. Dans les deux cas l'intégration entre l'onde et la particule est résonnante: elles vibrent à même fréquence.

L'absorption cyclotronique consiste à créer une onde dont la fréquence est égale à la fréquence de rotation des particules autour des lignes de champ (tours/s). Comme les électrons et les ions n'ayant pas la même fréquence de rotation, nous ne pouvons accélérer que l'un des deux types de particules. L'absorption Landau s'agit de coupler au plasma ayant une onde en résonance avec une population de particules de telle façon que l'onde et la particule aient quasiment la même vitesse de propagation.

Trois grandes familles de chauffage à fréquence cyclotronique existent, classées suivant leur gamme de fréquences :

- le chauffage à la fréquence cyclotronique ionique (20-55 MHz)

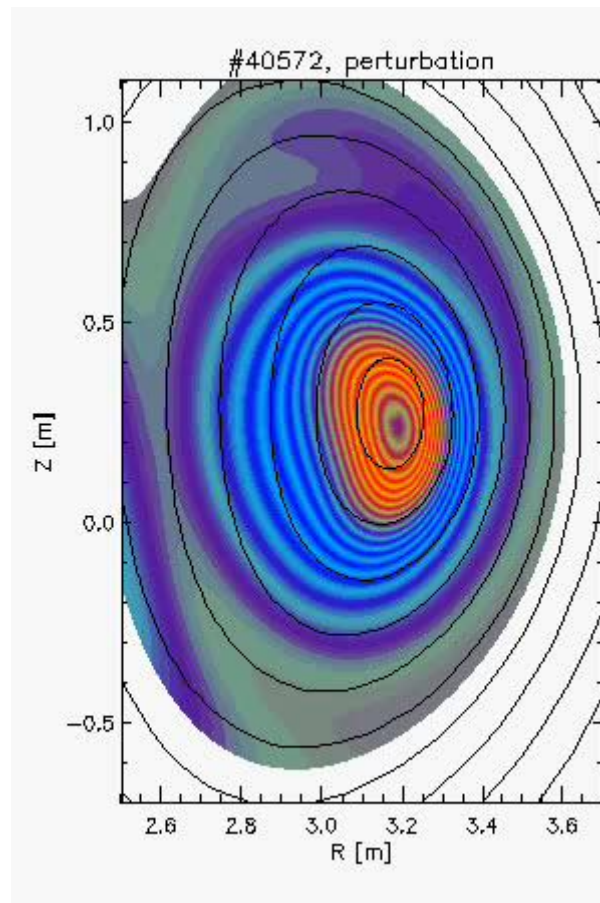


Figure 3.12 : distribution de température de plasma dans Tokamak. La partie centrale orange est le centre du plasma confiné et à haute température. L'enveloppe bleue est la périphérie du plasma [9].

- le chauffage à la fréquence hybride (1-8 GHz)
- le chauffage à la fréquence cyclotronique électronique (100-200 GHz)

3.7 La vitesse de dérive électrique dans un plasma de tokamak

Le control du déplacement des particules dans les plasmas par confinement magnétisé est d'importance majeure pour la réalisation de la fusion thermonucléaire contrôlée. On a proposé deux mécanismes importants pour un transport turbulent : le transport régi par les fluctuations du champ magnétique et le transport régi par des fluctuations du champ électrique [21]. La qualité du confinement magnétique est cependant réduite par la turbulence [26]. Dans les plasmas de fusion par confinement magnétique, comme des tokamaks, la turbulence

électrostatique et le mouvement de dérive associé $\vec{E} \times \vec{B}$, est l'une des sources principales pour la perte du confinement d'énergie [15, 21-23,]. Dans une configuration où le champ magnétique est constant et uniforme dans des systèmes linéaires ou en négligeant les effets toroïdaux en tokamaks, l'instabilité $\vec{E} \times \vec{B}$ est l'une des sources principales de confinement des plasmas magnétisés [15]. Son but est de réduire la turbulence quand elle est nocive et l'augmenter quand il est souhaité. Beaucoup d'efforts ont été consacrés à réduire le transport chaotique et turbulent en physique des plasmas dans le laboratoire [15]. Pour les systèmes de confinement magnétique pour la fusion thermonucléaire contrôlée, les deux possibilités d'augmenter la turbulence et de la supprimer sont importantes.

Puisque la dynamique de plasma est très sensible aux fluctuations électrostatiques, on a proposé une méthode de contrôle pour le mouvement de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ des particules par une petite et convenable modification du potentiel électrostatique qui consiste à réduire la diffusion turbulente des particules [18, 19, 16].

Le mouvement du centre de guidage des particules chargées sur un plan transversal dans la direction toroïdale peut être décrit par un formalisme à hamiltonien où les coordonnées spatiales (x,y) représente les variables conjuguées canoniques et où le potentiel électrostatique V avec $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ joue le rôle du hamiltonien.

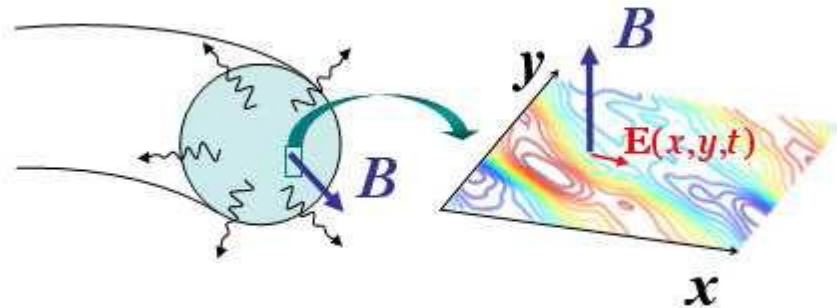


Figure 3.13 : L'interaction entre le champ électrique turbulent $\vec{E}$ et le champ magnétique toroïdal $\vec{B}$ produisant le mouvement $\vec{E} \times \vec{B}$ qui cause une dérive des particules du centre du plasma vers le bord.

Ici nous nous intéressons au transport turbulent des particules régi par l'interaction du potentiel électrique turbulent $\vec{E}$ produit par le plasma lui-même et le champ magnétique fort de confinement $\vec{B}$ produit par les enroulements externes. Le mouvement de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ qui en résulte est perpendiculaire au champ magnétique de confinement et cause des pertes de particules et d'énergie de la région intérieure à la frontière du système avec une diminution de la température de plasma. Les équations de ce mouvement de dérive pour la particule chargée, dans l'approximation du centre de guidage, ont une structure hamiltonienne et sont données par [24]:

$$\dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{B^2} \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{B} = \frac{1}{B} \begin{pmatrix} -\partial_y V(x, y, t) \\ \partial_x V(x, y, t) \end{pmatrix} \quad (3 - 7)$$

où $\vec{r} = (x, y)$ représente les coordonnées spatiales de la section transversale au champ magnétique toroïdal de confinement, B est la norme du champ magnétique $\vec{B}$, c la vitesse de la lumière et V est le potentiel électrique turbulent donné par $\vec{E} = -\nabla V$. Nous notons que la dynamique qui résulte est de nature hamiltonienne avec une paire de variables canoniquement conjuguées (x, y) qui désigne la position du centre de guidage. Puisque le potentiel qui joue le rôle du hamiltonien est dépendant du temps, on s'attend à ce que la dynamique soit turbulente.

3.7.1 La variation de la dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ du transport turbulent pour des plasmas magnétisés

❖ *Modèles du potentiel électrique*

Nous considérons le modèle suivant du potentiel électrostatique qui s'écrit en coordonnées cartésiennes [18] :

$$V(x, y, t) = \frac{a}{2\pi} \sum_{\substack{m, n=1 \\ n^2+m^2 \leq N^2}}^N \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \sin[2\pi(nx + my) + \varphi_{nm} - 2\pi t] \quad (3 - 8)$$

Où $N = 25$ et φ_{nm} est une phase aléatoire.

Dans une géométrie spatiale cylindrique le potentiel électrique est de la forme [23] :

$$V(r, \theta, t) = a \sum_{\substack{m, n=-N \\ n^2+m^2 \leq N^2 \\ n \neq 0, m \neq 0}}^N \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} \sin(nr \cos \theta + mr \sin \theta + \varphi_{nm} - 2\pi t) \quad (3-9)$$

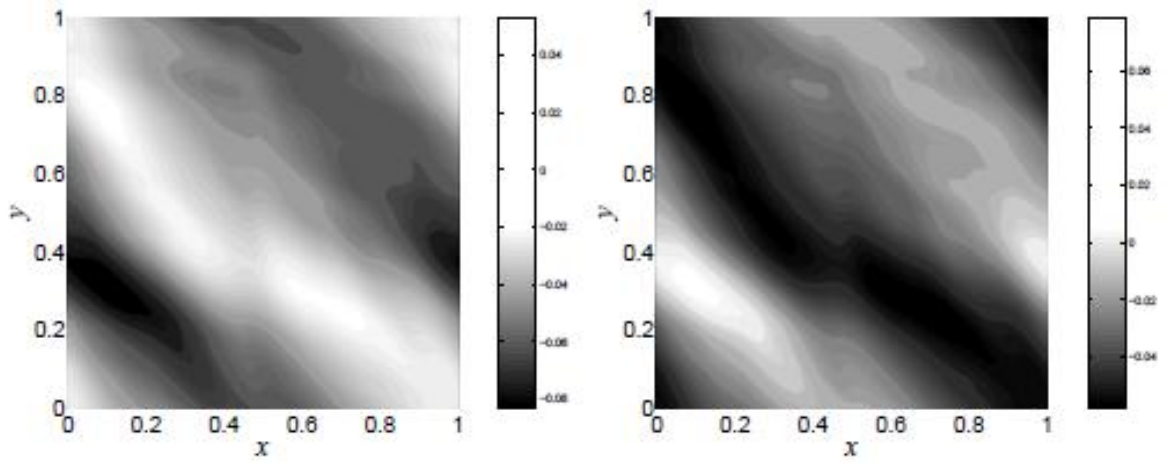


Figure 3.14 : La variation du potentiel $V(x, y, t)$ (à partir de l'équation (3-8)) donnée pour $a = 1, N = 25, t = 0$ (a) et $t = 0.5$ (b).

3.7.2 Etude de la variation de la vitesse de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$

Cette section porte sur l'étude du comportement de la vitesse de dérive $\vec{E} \times \vec{B}$ en fonction de la position du centre de guidage et en considérant un champ électrique fluctuant et un champ magnétique $\vec{B}$ constant.

Les composantes de la vitesse de dérive sont calculées à partir des équations (3-7) et (3-8) et sont données par :

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a}{2\pi B} \sum_{\substack{m, n=1 \\ n^2+m^2 \leq N^2}}^N \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} 2\pi m \cos[2\pi(nx + my)] - 2\pi t \\ \frac{a}{2\pi B} \sum_{\substack{m, n=1 \\ n^2+m^2 \leq N^2}}^N \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} 2\pi n \cos[2\pi(nx + my)] - 2\pi t \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

La variation dans le temps de la dérive ainsi obtenue est illustrée sur les figures (3.15) à (3.17) pour $t = 0$, $t = 0.5$ et $t = 1$ respectivement.

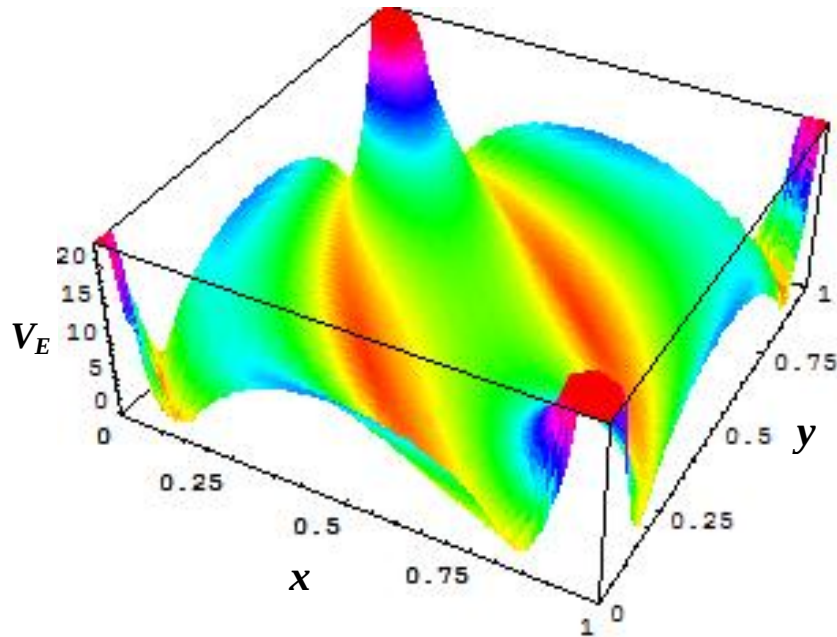


Figure 3.15 : Variation de la vitesse de dérive $v(x, y, t)$ pour $t = 0$. On a utilisé pour B, a et N les valeurs typiques $B = 5T, a = 1$ et $N = 25$.

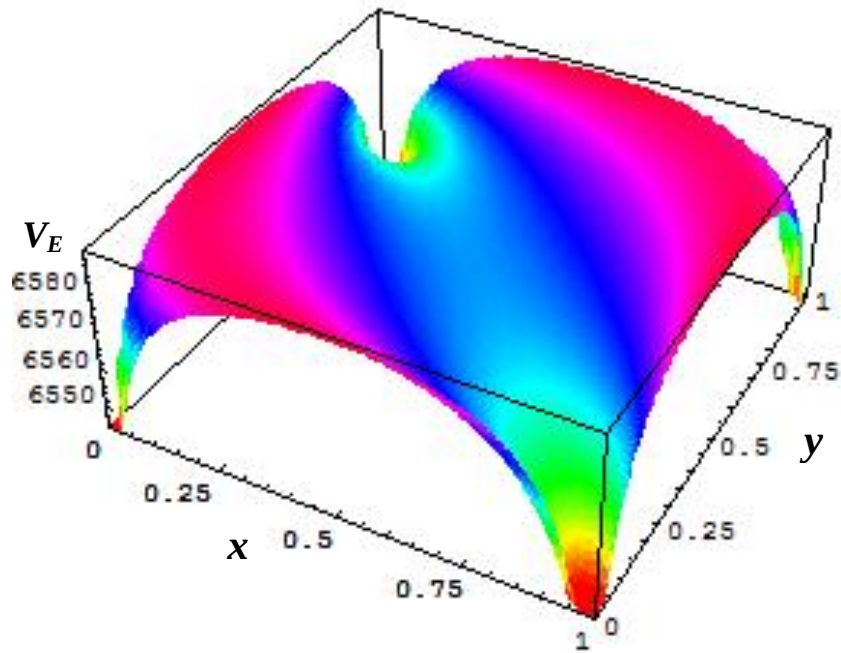


Figure 3.16 : Variation de la vitesse de dérive $v(x, y, t)$ pour $t = 0.5$ présenté pour $B = 5T, a = 1$ et $N = 25$

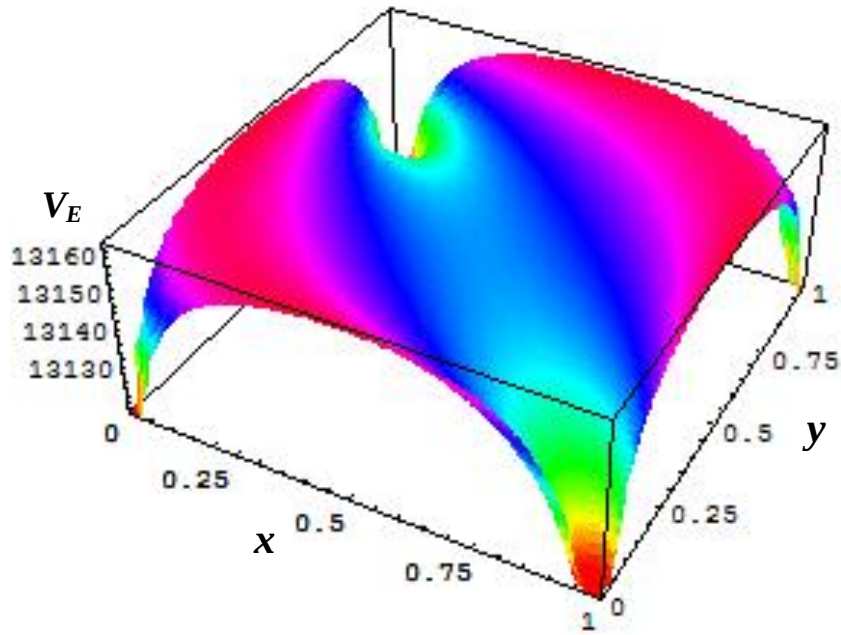


Figure 3.17 : Variation de la vitesse de dérive $v(x, y, t)$ pour $t = 1$ et pour $B = 5T$, $a = 1$ et $N = 25$

3.7.3 Interprétation

La position initiale des particules se trouve près du centre du tube du tokamak. Dans la présence de la vitesse de dérive électrique $\vec{E} \times \vec{B}$, les particules se dirigent du centre vers la périphérie ce qui explique la vitesse maximal au centre et aux parois comme le montre la figure (3.15) à $t = 0$.

Après une période du mouvement des particules, nous remarquons d'après les figures (3.16) et (3.17) que la vitesse des particules dans le centre ainsi que sur les parois du tube devient minimale. Ceci peut être expliqué par le fait que les particules, se dirigeant vers les parois, subissent plusieurs collisions et changent de direction pour continuer leur mouvement dans le plan perpendiculaire aux lignes du champ magnétique $\vec{B}$. Notons que ce même comportement est observé dans les figures (3.16) et (3.17). La différence entre ces deux figures réside uniquement dans l'amplitude de la vitesse qui est plus grande pour $t=1$. Ceci s'explique par la présence du champ électrique qui a pour effet d'accélérer les particules chargées du plasma.

La séparation des charges crée un champ électrique qui fait dériver les ions et les électrons hors du tore dans la direction $\vec{E} \times \vec{B}$.

3.8 Chauffage de plasma par ondes électromagnétique à la troisième harmonique de la fréquence cyclotron des électrons dans le tokamak TCV

3.8.1 Le Tokamak à Configuration Variable (TCV)

Le Tokamak à Configuration Variable est une machine dont l'une des particularités est la flexibilité de contrôle de la forme du plasma, qui permet d'agir sur la qualité du confinement de l'énergie [19,20]. Les principaux paramètres de TCV sont donnés dans le tableau 3-2.

La chambre à vide de TCV est de section quasi-rectangulaire (0.5×1.5 m) en acier inoxydable [24]. La forme du plasma est caractérisée la dernière surface de flux fermée. On définit le demi-axe horizontal a , le demi-axe vertical b et le décalage d , de l'axe vertical par rapport à l'axe magnétique (+). On en tire l'élongation, $k = b/a$ et la triangularité $\delta = d/a$.

Paramètre	Symbole	Valeur
Hauteur de la chambre à vide	h	1.54 m
Grand rayon du plasma	R_0	0.88 m
Petit rayon du plasma	a	0.24 m
Elongation du plasma	k	$1 \leq k \leq 2.8$
Triangularité du plasma	δ	$-0.77 \leq \delta \leq 0.86$
Champs magnétique toroïdal sur l'axe	B_0	1.45 T
Courant plasma	I_0	$50 \text{ KA} < I_p < 1\text{MA}$
Densité au centre [m^{-3}]	$n_{e,0}$	$0.5 \cdot 10^{19} \leq n_{e,0} \leq 15 \cdot 10^{19}$

Tableau 3.2 : Principaux paramètres de TCV et de ses plasmas [24].

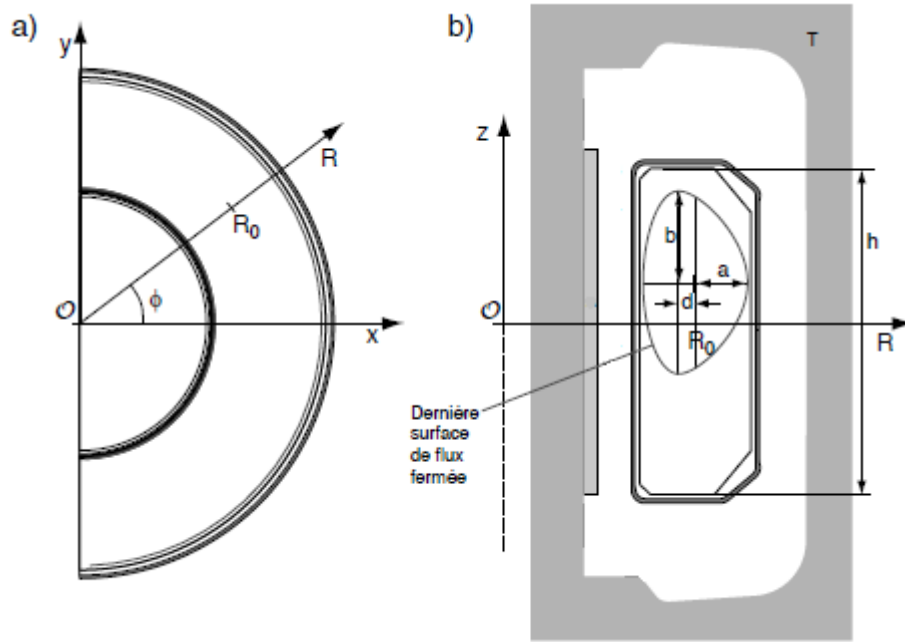


Figure 3.18 : (a) Coupe horizontale de TCV vue de dessus. (b) Coupe poloïdale de TCV [24].

3.8.2 Chauffage des électrons par onde cyclotron électronique EC

Une très grande variété d'ondes électromagnétiques dispersives peut se propager dans les plasmas magnétisés. L'indice du plasma pour une telle onde peut varier dans de grandes proportions au cours de sa propagation, ce qui rend possible des phénomènes de résonance avec les particules. L'énergie des ondes se couple avec les particules en excitant leur mouvement cyclotronique [27].

Pour chauffer les électrons du plasma, on peut utiliser une onde électromagnétique dont la fréquence est harmonique n , par rapport à la fréquence cyclotron des électrons $\omega_{c,e}$ (onde EC). Pour une onde de pulsation ω fixée qui se propage de manière perpendiculaire au champ magnétique $\vec{B}$, on peut écrire les conditions de résonance [29]:

$$\omega = n\omega_{c,e} \quad (3 - 11)$$

Deux modes de propagation sont possibles pour ce type d'onde, qui se propage perpendiculairement aux surfaces magnétiques : Le mode O, qui possède un champ électrique parallèle au champ magnétique du tokamak et le mode X qui possède un champ électrique perpendiculaire au champ magnétique du tokamak.

On définit une limite d'accessible associée à ω_p [29]:

$$\omega = n\omega_c \Rightarrow \begin{cases} \omega_p = \sqrt{n(n-1)}\omega_c & \text{mode X} \\ \omega_p = n\omega_c & \text{mode O} \end{cases}$$

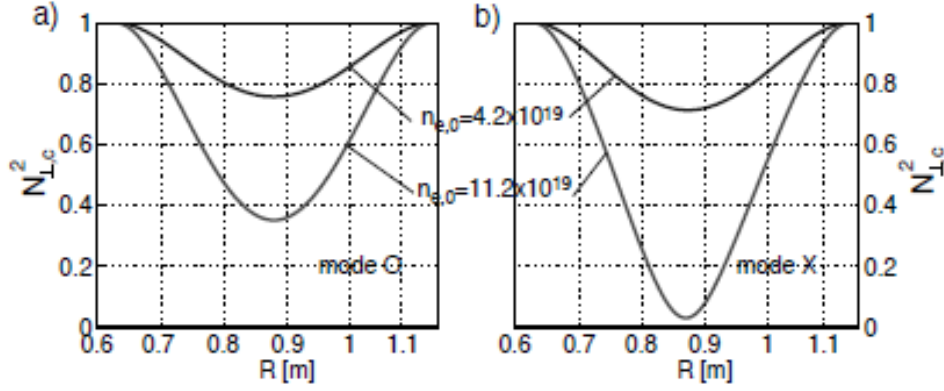


Figure 3.19 : $N_{\perp}^2$ en fonction de R est représenté pour le mode O (a) et pour le mode X (b).

3.8.3 Absorption des ondes dans un plasma chaud de TCV

La relation de dispersion du plasma magnétisé, pour une onde qui se propage de manière perpendiculaire à $\vec{B}_0$ ($\vec{k} = \vec{k}_{\perp} = k\vec{e}_x$ et $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$), en mode X peut s'écrire pour un indice de réfraction perpendiculaire $N_{\perp}$ [24] :

$$a_q N_{\perp}^{2q-3} + b_q N_{\perp}^{2q-5} + N_{\perp}^2 + \frac{D^2 - S^2}{S} = 0 \quad (3-12)$$

où $q = n + 3/2$, $N_{\perp} = ck_{\perp}/\omega$, et $N_{\perp,c}^2 = S - D^2/S = RL/S$ ($N_{\perp,c}$ indice de réfraction froid perpendiculaire)

$$a_q = \frac{A_q}{S} \text{ et}$$

$$b_q = -2 \frac{A_q}{S} (S - D) = -2a_q L$$

Avec

$$A_q = -\frac{2q-3}{2^{q-1} \left(q - \frac{5}{2}\right)!} \left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2q-7} \left(\frac{v_{th,e}}{c}\right)^{2q-7} F_q(z_n)$$

Les paramètres S, D, R, L et P ont été définis au chapitre 2 par l'équation (2-25). Ils s'écrivent dans ce cas :

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2}(R + L) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \\
D &= \frac{1}{2}(R - L) = \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)} \\
P &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \\
R &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c)} \\
L &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)}
\end{aligned} \tag{3-13}$$

$F_q(z_n) = F'_q(z_n) + iF''_q(z_n)$ est la fonction de Dnestrovskij définie par :

$$F_q(z_n) = - \int_0^\infty \frac{d\tau'}{(1 - i\tau')^q} e^{iz_n \tau'} \tag{3-14}$$

Et d'argument

$$z_n = \left(\frac{c}{v_{th,e}} \right)^2 \frac{\omega - n\omega_c}{\omega}$$

La partie réelle $N'_\perp$ de l'indice de réfraction permet de définir la trajectoire de l'onde, et sa partie imaginaire $N''_\perp$ permet de déterminer l'absorption de l'onde.

Ce coefficient a été calculé aux deuxième et troisième harmonique de la fréquence EC en mode X. ces expression respectives s'écrivent :

$$\alpha_2^X = \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 \left(\frac{\omega_c}{c} \right) \frac{|1 - a_2|^2}{\left| 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 (1 - a_2)^2 F'_{7/2}(z_2) \right|} \cdot N'_\perp(-F''_{7/2}(z_3)) \tag{3-15}$$

$$\alpha_3^X = \left(\frac{3}{2} \right)^4 \left(\frac{v_{th}}{c} \right)^2 \left(\frac{\omega_c}{c} \right) |1 - a_3|^2 \cdot N_{\perp,c}^3(-F''_{9/2}(z_3)) \tag{3-16}$$

avec

$$a_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 \frac{1 + 3N_\perp^2 F_{7/2}(z_2)}{3 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 \left[1 + \frac{3}{2} N_\perp^2 F_{7/2}(z_2) \right]}$$

$$N_{\perp}^2 = \frac{-(1 + b_{7/2}) \pm \left[(1 + b_{7/2})^2 + 4a_{7/2}N_{\perp}^2 \right]^{1/2}}{2a_{7/2}}$$

$$b_{7/2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2} F_{7/2}(z_2)$$

$$a_3 = \frac{\omega_p^2}{3(8\omega_c^2 - \omega_p^2)}$$

$$N_{\perp,c}^2 = S - \frac{D^2}{S} = \frac{RL}{S}$$

Pour $B = 1.45T$ $n_e = 2.10^{19}m^{-3}$, le coefficient d'absorption s'écrit pour la troisième harmonique :

$$\alpha_3^X = 15.3 \times 10^{-6} T_e N_{\perp}^3 \left(F_{9/2}''(z_3) \right)$$

où

$$N_{\perp}^3 = \left[1 - \left(\frac{5.9}{\left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2} \right) \left(\frac{6.5 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 - 38.2}{6.5 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 - 44.7} \right) \right]^{3/2}$$

$$z_3 = \frac{0.6 \times 10^{10} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) - 3}{T_e \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)}$$

$$F_{9/2}''(z_3) = Im \left(F_{9/2}(z_3) \right) = \int_0^{\infty} \frac{\sin \left(z\tau + \frac{9}{2} \arccos \left(\frac{1}{(1 + \tau^2)^{1/2}} \right) - \frac{\pi}{2} \right)}{(1 + \tau^2)^{9/2}} d\tau$$

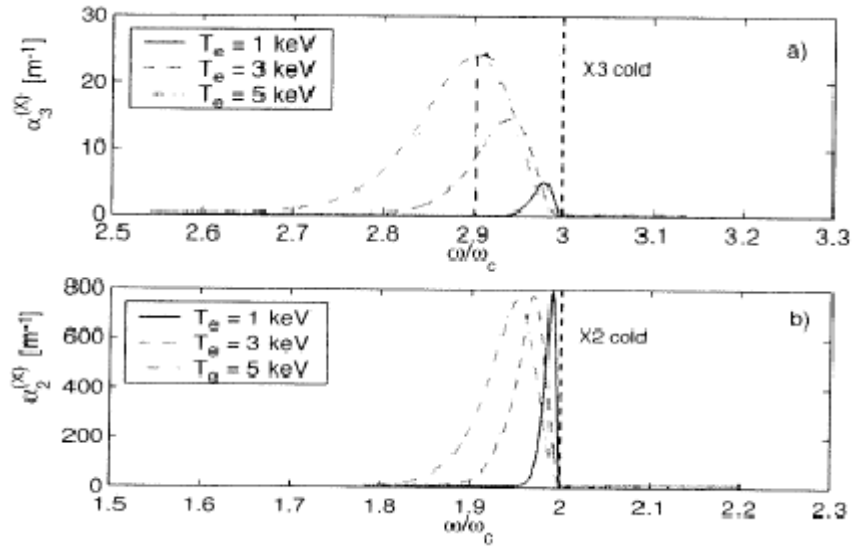


Figure 3.20 : Variation des coefficients d'absorptions α_3^X et α_2^X en fonction ω/ω_c pour les trois températures et pour une densité $n = 2 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ [24].

La Figure 3.18 montre que les coefficients d'absorptions α_3^X et α_2^X en fonction de ω/ω_c pour trois températures 1, 3 et 5 keV. Le rapport entre les deux coefficients d'absorptions et $\alpha_3^X/\alpha_2^X \propto (k_B T)/(m_e c^2)$ implique que l'amplitude de la courbe α_3^X est proportionnelle à la température sur la figure 3.18. Contrairement à l'amplitude de α_2^X .

Bibliographie

- [1] A. B. Mikhailovskii. *Instabilities in a Confined plasma*, Iop, 1998.
- [2] T.J. M. Boyd and J. J. Sanderson. *The Physics of Plasmas*, Cambridge, 2003.
- [3] L. Benoît. *Transport de chaleur électronique dans un tokamak par simulation numérique directe d'une turbulence de petite échelle*, Thèse de Doctorat, 2002.
- [4] G. Garia. *Etude de la dynamique des électrons en présence de fortes densités de courant*, Thèse de Doctorat, 2007.
- [5] P. Bertrand, *Description cinétique de la turbulence dans un plasma de Tokamak*.
- [6] F. Koechlin, V. Glaude et J. How. *Mesure d'instabilité dans un plasma chaud et dense par diffusion d'ondes millimétriques*, Rev. Phy. App, 1977.
- [7] Y. Sarazin. *La physique de la turbulence, une des clés de la fusion contrôlée par confinement magnétique*, CLEFS CEA – N° 49, 2004.
- [8] D. C. Pace, M. Shi, J. E. Maggs and alls. *Spontaneous Thermal Waves in a Magnetized Plasma*, Phy. Rev. Lett 101, 2008.
- [9] Equipe T. F. R.. *Diagnostic Employés sur le Tokamak T. F. R.*, journal de physique C3-21, 1977.
- [10] P. Hennequin et autres. *Dynamique et échelle de la turbulence dans les plasmas de fusion*, Journée Plasmas UPMC, 2010.
- [11] P. C. Stangeby. *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*, IOP, 2000.
- [12] A. B. Mikhailovskii. *Instability in a Confined Plasma*, IOP, 1998.
- [13] H. desmedt. *La Recherche sur la Fusion*, WHITE CHLORINE-FREE PAPER;2005.
- [14] F. Koechlin, V. Glaude et J. How. *Mesure d'instabilité dans un plasma chaud et dense par diffusion d'ondes millimétriques*, Physics Abstracts, 52.35R - 52.70D, 1977.
- [15] O. Izacard, N. Tronko, C. Chandre, G. Ciruolo, M. Vittot and Ph. Ghendrih. arXiv, 1012.1200v2. 2010.
- [16] C. Chandre, G. Ciruolo, M. Vittot. arXiv, 0910.2633v1, 2009.
- [17] Daniel Han-Kwan, arXiv, 0910.4226v2, 2010.
- [18] Ciruolo G., Briolle F., Chandre C., Floriani E., Lima R., Vittot M., Pettini M., Figarella C. & Ghendrih P. *Phys. Rev. E* **69**, 056213, 2004.

- [19] Tronko N., Vittot M., Chandre C., Ghendrih P. & Ciraolo G. *J. Phys. A: Math. Theor.* **42**, 085501, 2009.
- [20] Chandre C., Ciraolo G., Doveil F., Lima R., Macor A. & Vittot M. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 074101, 2005.
- [21] Wootton A., Carreras B., Matsumoto H., McGuire K., Peebles W., Ritz C., Terry P. & Zweben S. *Phys. Fluids B* **2**, 2879, 1990.
- [22] Scott B., *Phys. Plasmas* **10**, 963, 2003.
- [23] Pettini M., Vulpiani A., Misguich J., Deleener M., Orban J. & Balescu R. *Phys. Rev. A* **38**, 344, 1988.
- [24] G.Arnaud, S. Alberti, L. Porte, E. Nelson-Melby, J.-P. Hogge and TCV Team. *Plasma Phys. & Contr. Fusion*, vol, **47**, 295-314, 2004.
- [25] V. Stefan and A. Bers, *Parametric phenomena in electron cyclotron resonance heating of tokamak plasmas*, PFC/JA-83-13, 1983.
- [26] P. Hennequin, D. Grésillon, C. Honoré, A. Quéméneur, J-M Rax, A. Truc, *Diagnostic et contrôle des plasmas thermonucléaires dans les tokamaks*, Association Euratom-Cea, Pascale Hennequin, Prix la Recherche 2006.
- [27] Dominique Franck Escande, *Plasma thermonucléaire confiné magnétiquement*, comment je vois le monde.
- [28] Commission Européenne, *La recherche sur la fusion*, EURATOM, 2005.
- [29] Gilles Aroux, *Chauffage de plasma par ondes électromagnétiques à la troisième harmonique de la fréquence cyclotron des électrons dans le tokamak TCV*, Thèse de Doctorat, 2005.
- [30] Rémi Dumont, *Contrôle du profil de courant par ondes cyclotroniques électroniques dans les tokamaks*, Thèse de Doctorat, 2001.
- [31] Jean-Louis Basdevant, James Rich et Michel Spiro, *Energie nucléaire*, Ecole polytechnique, 2002.
- [32] S. O. Dean, J. D. Callen, H. P. Furth, J. F. Clarke, T. Ohkawa, and P. H. Rutherford, *Journal of Fusion Energy*, Vol. 17, No. 4, 1998.
- [33] P. Hubert, *L'avenir thermonucléaire des configurations magnétiques du type TOKAMAK*, Fusion Nucléaire 9,1969.
- [34] Elisée Trier, *Champ électrique radial dans plasma de tokamak non axi-symétrique, étude par réflectométrie Doppler*, Thèse de Doctorat, 2010.
- [35] Jérôme Bucalossi, *Etude de l'accélération électrostatique de faisceaux d'ions négatifs H/D de haute puissance. Application à l'accélérateur SINGAP de 1 MeV*, Thèse de Doctorat, 1998.

- [36] Labit Benoît, *Transport de chaleur électronique dans un tokamak par simulation numérique directe d'une turbulence de petite échelle*. Thèse de Doctorat, 2002.
- [37] June Canada, Kevin Gleason, Arnold B. Heller, Robert D. Kirvel, Harriet Kroopnick, Tom Spafford, *Energy & Technology*, Springfield, 1994.

Conclusion

La conclusion principale de ce mémoire est qu'un champ magnétique peut confiner les particules chargées dans la direction perpendiculaire. Dans un TOKAMAK, un bon confinement, qui implique un minimum de perte d'énergie du plasma, exige une forme toroïdale du TOKAMAK.

Différents types de vitesses de dérives peuvent être obtenus suivant la variation du champ magnétique. Nous nous sommes intéressés en particulier à la dérive électrique $\vec{E} \times \vec{B}$. Ayant, dans le tokamak, différents types de particules (électrons et ions) qui ont pour effet d'engendrer un champ électrique intérieur qui dirige les particules du plasma du centre du tokamak vers ses parois, sous l'effet de la drive $\vec{E} \times \vec{B}$ ce qui mène à une instabilité à l'intérieur du tokamak et ainsi à une perte de confinement. Afin d'éviter de telles turbulences, il s'est avéré nécessaire d'ajouter à la structure du tokamak des bobines toroïdales est considérer alors les effets toroïdaux dans le tokamak.

Il n'y a aucun confinement à long terme parallèle au champ et ceci mène à la condition pour une géométrie toroïdale. Tandis qu'un certain nombre de dérives à champ plus lentes de particules se développent en raison des modifications et des additions au champ magnétique constant et uniforme, la direction de ces dérives ne mène pas à un écoulement des particules directement au premier mur. En termes de fusion, la théorie de centre de guidage prévoit le bon confinement des particules chargées pour une gamme au loin des géométries magnétiques toroïdales.

Les propriétés d'absorption d'une onde électromagnétique se propageant en mode extraordinaire (mode X) dans un plasma magnétisé, et dont la fréquence correspond à la troisième harmonique (X3) de la fréquence cyclotron des électrons, ont été étudiées dans un Tokamak à Configuration Variable (TCV). La configuration d'injection des ondes a été employée pour maximiser l'absorption de l'onde, afin de pouvoir effectuer du chauffage EC.

Abstract

In a magnetized plasma, where the magnetic field is non stationer or it presents unhomogeinety, the charged particle motion becomes somewhat complex because of the guiding center drift. This drift motion is a major problem for plasma confinement in magnetic configurations : as Tokamak.

The different wave types propagating in the magnetized plasma are characterized by dipersions which depend to magnetic field. These waves can be unstable in some conditions. These instabilities affect negatively on the quality of confinement and performance of energy in the magnitical confinement fusion reactors.

We focus in this thesis to study the drift and the waves of various types in magnetized plasmas especially in the framework of plasma fluid theory. Applications are given for magnetic confinement plasmas.

ملخص

في البلازما الممغنطة، حيث المجال المغناطيسي غير مستقر أو غير متجانس تصبح حركة الجسيمات معقدة إلى حد ما بسبب انجراف لمركز الدليل. حركة الانحراف هذه تعتبر مشكلة كبرى بالنسبة لحبس البلازما في مفاعلات الاندماج النووي الحراري بالحبس المغناطيسي مثل : توكاماك... ويمكن لأنواع مختلفة من الموجات الانتشار في البلازما الممغنطة. تشتت هذه الأمواج يتعلق أساسا بالحقل المغناطيسي ويمكن أن تكون غير مستقرة في ظروف معينة. حالات عدم الاستقرار هذه تؤثر سلبا على نوعية الحبس وكذلك على المردود في الطاقة في مفاعلات الاندماج بالحبس المغناطيسي (توكاماك). نهتم في هذه الرسالة بدراسة حركة الانجراف والموجات من مختلف الأنواع في البلازما الممغنطة وخاصة في إطار نظرية الموانع. لقد قدمنا تطبيقات في بلازما الاندماج النووي الحراري المغناطيسي.

Résumé

Dans un plasma magnétisé, où le champ magnétique est non stationnaire ou il présente certaine inhomogénéité, le mouvement de la particule chargée devient assez complexe a cause de la dérive de son centre de guidage. Ce mouvement de dérive pose un grand problème pour le confinement du plasma dans les configurations magnétiques : Tokamak, Stellarattor...

Les ondes de différents types se propageant dans les plasmas magnétisés présentent des dispersions dépendantes du champ magnétique. Ces ondes peuvent être instables dans certaine conditions. Ceci influe négativement sur la qualité de confinement et par conséquent sur le rendement en énergie dans les réacteurs de fusion à confinement magnétique (TOKAMAK).

On s'intéresse dans ce mémoire à étudier le mouvement de dérive et les ondes de différents types dans les plasmas magnétisés surtout dans le cadre de la théorie fluide des plasmas. Nous avons présenté des applications pour les plasmas de fusion magnétique.