

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Batna
Faculté de Technologie
Département d'Electronique

Mémoire

Restauration D'Images Satellites Via la Transformée en Ondelette

En vue de l'obtention du diplôme de
Magister en Electronique
Option: Micro-onde

Par

OUARDA SOLTANI

Jury

Président	M. Boulemden	Professeur (Université de Batna)
Rapporteur	S. Benabdelkader	Maître de conférences (Université de Batna)
Examineur	M. Benslama	Professeur (Université de Constantine)
Examineur	D. Benatia	Professeur (Université de Batna)
Examineur	S. Meghriche	Maître de Conférences (Université de Batna)

Année 2011

Remerciements

*J*e tiens à remercier Monsieur Mohammed Boulemden, Professeur à l'université de Batna, pour l'honneur qu'il m'a faite en présidant mon jury.

*J*e remercie Monsieur Malek Benslama, Professeur à l'université de Constantine, qui m'a honorée par son acceptation de juger mon modeste travail.

*J*e remercie Monsieur Djamel Benatia, Professeur à l'université de Batna, qui m'a honorée par son acceptation de juger mon modeste travail.

*J*e remercie Madame Salama Maghriche, Maître de Conférences à l'université de Batna, qui m'a faite le grand plaisir de juger mon travail et d'être membre de mon jury.

*C*e mémoire a été réalisé sous la direction de Madame Souad Benabdelkader, Maître de conférences à l'université de Batna. Qu'elle trouve ici ma sincère reconnaissance pour sa patience, sa compétence, ses remarques et suggestions pertinentes,

*J*e remercie tous les membres de ma famille et tous ceux qui me sont proches pour leur encouragement et leur soutien.

*P*ensée particulière à mes parents.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A ma mère . . .

Et à ma mère...

Et aussi à ma mère. ..

A mon père que je respecte Beaucoup...

A ma grande famille...

A toutes mes amies

Et a toutes mes collègues sans exception...

A toute ma promotion.

Sommaire

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

Chapitre 1: *Restauration d'images Numériques*

1. Introduction.....	3
2. Modèle de Dégradation de l'Image.....	4
3. Mesure de la Qualité de Restauration	5
3.1. Mesures Standards	5
3.2. Exactitude de la Mesure	5
3.3. Précision de la Mesure.....	6
3.4. Sens de la Mesure	6
4. Aperçu sur la Littérature	6
4.1. Techniques Classiques	6
4.1.1. Approches Directes Régularisées	6
4.1.2. Approches Itératives	7
4.1.3. Approches Récursives.....	9
4.2. Nouvelles Techniques de Restauration	10
4.2.1. Approche Spatiales Adaptatives.....	10
4.2.2. Restauration D'image Couleur.....	10
4.2.3. Restauration D'image Astronomiques	11
4.2.4. Réseaux De Neurones.....	11
4.2.5. Identification de l'Effet de Flou.....	11
5. Restauration par Ondelettes	11
5.1. Débruitage par Seuillage des Coefficients d'Ondelettes	12
5.1.1. Modèle de Dégradation	12
5.1.2. Stratégie de Débruitage	12
5.1.3. Seuillage Dur ou "Hard Thresholding".....	12
5.1.4. Seuillage Doux ou "Soft Thresholding".....	13

5.1.5. Comparaison Doux et Dur	13
5.2. Calcul du Seuil	14
5.2.1. Seuillage Universel	14
5.2.2. Seuillage SURE.....	15
5.3. Restauration par Ondelettes dans la Littérature.....	16
6. Conclusion.....	17

Chapitre 2: Aperçu sur la Transformée en ondelette

1. Introduction.....	18
2. La Transformée de Fourier	19
2.1. Inconvénient de L'analyse de Fourier.....	19
2.2. Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante	19
3. L'Analyse en Ondelette Face à l'Analyse de Fourier.....	20
4. Les Aspects Théoriques de la Transformée en Ondelette	21
4.1. Ondelette Mère	21
4.2. Propriétés des Ondelettes	22
4.3. La Transformée en Ondelette Continue	22
4.3.1. Définition	22
4.3.2. Etapes de la Transformée en Ondelette Continue.....	23
4.4. La Transformée en Ondelette Discrète.....	23
5. L'Analyse Multi-Résolution	24
5.1. Définition	24
5.2. Existence d'une Base	25
5.3. Ondelette Associée à l'Analyse Multi-Résolution.....	25
5.4. Implémentation de la Transformée Multi-Résolution	25
5.5. Reconstruction.....	26
6. Transformée en Ondelette à deux Dimensions.....	27
7. Les Familles d'Ondelettes.....	29
8. Conclusion.....	30

Chapitre 3:

1.	Introduction.....	32
-----------	-------------------	-----------

Conclusion.....

Bibliographie

Liste des figures

Figure 1.1: Illustration graphique des seuillages dur et doux	14
Figure 2.1: La transformée de Fourier	19
Figure 2.2: La transformée de Fourier à fenêtre glissante.....	20
Figure 2.3: La différence entre une onde sinusoïdale et une ondelette	20
Figure 2.4: La différence entre une analyse de Fourier et une analyse en ondelette.....	21
Figure 2.5: Le pavage de l'espace temps-fréquence pour la STFT et la WT	21
Figure 2.6: Illustration de la variation du facteur d'échelle.....	22
Figure 2.7: Modèle de l'analyse multi-résolution 1D.....	27
Figure 2.8: Modèle de l'analyse multi-résolution 2D.....	28
Figure 2.9: Représentation de la TOD d'une image	28
Figure 2.10: Un niveau de représentation multi-résolution d'une image	30
Figure 2.11: Un niveau de reconstruction	30
Figure 2.12: Quelques familles d'ondelettes.....	31
Figure 3.1: Discrétisation du noyau gaussien 2D.....	34
Figure 3.2: Organigramme de l'algorithme d'estimation du bruit.	34
Figure 3.3: Effet de la distance d'observation sur la détection de la luminance	37
Figure 3.4: Fréquence spatiale des réseaux.	37
Figure 3.5: Exemples de Profils de la luminance.....	37
Figure 3.6: Allure de la CSF.....	37
Figure 3.7: Relation entre la CSF et l'analyse multi-résolution.	39
Figure 3.8: Illustration de la CSF le long d'une direction de l'équation (3.13).....	40
Figure 3.9: Signatures spectrales comparées par rapport aux bandes Alsat 1	44
Figure 3.10: Le territoire national est couvert par 11 images Alsat 1.....	44
Figure 3.11: Représentation de la base de Daubechies db4	45
Figure 3.12: Détermination de la nature du bruit pour la Bande R de Guelma.....	46
Figure 3.13: Détermination de la nature du bruit pour la Bande V de Guelma.....	46
Figure 3.14: Détermination de la nature du bruit pour la Bande PIR de Guelma.....	47
Figure 3.15 : Estimation du bruit pour la Bande R de Guelma.....	47
Figure 3.16 : Estimation du bruit pour la Bande V de Guelma	48
Figure 3.17 : Estimation du bruit pour la Bande PIR de Guelma.....	48

Figure 3.18: Estimation du bruit dans la Bande 1 de l'image Landsat	48
Figure 3.19: Estimation du bruit dans la Bande 2 de l'image Landsat.....	49
Figure 3.20: Estimation du bruit dans la Bande 3 de l'image Landsat	49
Figure 3.21: Estimation du bruit dans la Bande 4 de l'image Landsat	50
Figure 3.22: Estimation du bruit dans la Bande 5 de l'image Landsat	50
Figure 3.23: Estimation du bruit dans la Bande 5 de l'image Landsat.	51
Figure 3.24: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande R de Guelma.....	52
Figure 3.25: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande V de Guelma.....	52
Figure 3.26: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande PIR de Guelma.....	52
Figure 3.27: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 1 Landsat.....	53
Figure 3.28: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 2 Landsat.....	54
Figure 3.29: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 3 Landsat.....	54
Figure 3.30: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 4 Landsat.....	55
Figure 3.31: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 5 Landsat.....	55
Figure 3.32: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 6 Landsat.....	56
Figure 3.33: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande R de Guelma ...	57
Figure 3.34: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande V de Guelma ...	57
Figure 3.35: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande PIR de Guelma. .	57
Figure 3.36: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 1 Landsat.	58
Figure 3.37: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 2 Landsat	58
Figure 3.38: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 3 Landsat	59
Figure 3.39: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 4 Landsat.....	59
Figure 3.40: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 5 Landsat.....	60
Figure 3.41: Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 6 Landsat.....	60
Figure 3.42: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 1 Landsat avec rehaussement du contraste.....	61
Figure 3.43: Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande R de Guelma avec rehaussement du contraste.....	62

Liste des Tableaux

Tableau 1.1: Comparaison entre seuillages dur et doux.....	13
Tableau 3.1: Résultats de la restauration aveugle des images Alsat-1	52
Tableau 3.2: Résultats de la restauration aveugle des images Landsat.....	53
Tableau 3.3: Résultats de la restauration fondée sur le modèle du SVH des images Landsat.....	56

Résumé

Les images sont les principales sources d'information dans de nombreuses applications. Cependant, les dégradations qui affectent la qualité des images à l'acquisition provoquent des pertes d'information. Restaurer une image à partir d'une image dégradée constitue un problème crucial et a donc une importance considérable.

Les images de télédétection contiennent une quantité importante d'information. La question "Comment peut-on extraire cette information ?" constitue un problème critique. L'analyse et l'interprétation de ces images est souvent assistée par des prétraitements faisant appel à des techniques de traitement d'image, notamment celles de restauration et débruitage.

Lorsqu'on regarde les images issues du satellite algérien Alsat-1, on voit intuitivement qu'elles souffrent de deux principaux problèmes: le faible contraste et la présence d'un bruit dont on ne dispose d'aucune connaissance préalable. Le travail que nous présentons dans ce mémoire aborde la question de restauration ou débruitage de ces images avec la transformée en ondelette. L'application porte également sur des images Landsat.

Notre petite contribution concerne essentiellement le calcul du seuil utilisé dans le seuillage des coefficients en ondelette. Nous proposons pour cela deux approches différentes. La première de type aveugle, génère la variance du bruit présent dans l'image à l'aide de techniques de détection de contours dans le domaine spatial. La variance alors calculée est incorporée dans le processus de restauration dans le domaine fréquentiel des ondelettes. Cette méthode peut être qualifiée d'hybride, puisqu'elle opère simultanément dans le domaine spatial et fréquentiel. La seconde approche utilise un modèle du système visuel humain, représenté par la fonction de sensibilité au contraste, pour transformer les coefficients en ondelette avant seuillage.

Abstract

The images are the main sources of information in many applications. However, the degradation that affects the quality of images represents the cause of the loss of information. Restore an image from a degraded image is a critical issue and therefore of considerable importance.

Remote sensing images contain a large amount of information. The question "How can we extract this information?" is a critical issue. Analysis and interpretation of these images is often assisted by techniques pre-treatment using image processing, including restoration and denoising.

When we look at images from the Algerian satellite Alsat-1, we see intuitively that they suffer from two main problems: the low contrast and the presence of noise which has no prior knowledge. The work we present in this paper addresses the issue of restoration or denoising of the images with wavelet transform. The application is also to Landsat images.

Our small contribution mainly concerns the calculation of the threshold used in the thresholding of wavelet coefficients. For this we propose two different approaches. The first type of blind, generates the noise variance in the image detection techniques in space. Then calculated the variance is incorporated into the restoration process in the frequency domain. This method can be described as hybrid, because it operates simultaneously in space and frequency space. The second approach uses a model of the human visual system, represented by the contrast sensitivity function, to transform the wavelet coefficients before thresholding.

Introduction

L'image est la principale source d'information dans de nombreuses applications. Cependant, Les fluctuations autour des intensités moyennes de l'image, inhérentes soit au dispositif d'acquisition (caméras, scanners, échographes, amplificateurs, quantification, ...) soit à la scène elle-même (poussières, intempéries, conditions extrêmes d'éclairage, ...), constituent des dégradations qui affectent la qualité de l'image et provoquent des pertes d'information. Restaurer une image à partir d'une image dégradée constitue un problème crucial et a donc une importance considérable.

La transformée de Fourier (TF) avec son algorithme rapide (TFR) est un outil très important pour l'analyse et le traitement de plusieurs signaux naturels. La TF présente néanmoins certaines limitations quant à la caractérisation des signaux naturels qui sont non stationnaires, telle que la parole. En dépit de l'introduction de la TF à fenêtre glissante comme palliatif à ce problème, la résolution de l'analyse demeure fixée par le choix de la taille de la fenêtre. En effet, si la fenêtre est trop petite, les basses fréquences n'y seront pas contenues. Si la fenêtre est trop grande, l'information sur les hautes fréquences est noyée dans l'information concernant la totalité de l'intervalle contenu dans la fenêtre. Donc la taille fixe de la fenêtre est un gros inconvénient. L'outil idéal serait une fenêtre qui s'adapte aux variations de fréquence dans le signal à analyser. Cet outil existe, il s'agit de l'analyse en ondelette.

La transformée en ondelette (TO) est un outil mathématique qui décompose un signal en fréquences en conservant une localisation temporelle. Elle offre une grande flexibilité de conception et une représentation efficace du signal, finement accordées à ses propriétés intrinsèques. En combinant ces observations avec des techniques simples de traitement dans le domaine de transformation, l'analyse multi-échelle peut accomplir des performances et une efficacité remarquables à de nombreux problèmes de traitement d'image, en plus de sa mise en œuvre rapide grâce à l'utilisation de bancs de filtres qui permettent une réelle capacité de traitement en temps.

Nous nous intéressons dans le cadre de ce mémoire au débruitage des images de télédétection issues du satellite algérien Alsat-1 avec la TO, tout en faisant remarquer que les méthodes étudiées peuvent être généralisées dans des schémas de restauration de différents types d'images. A titre d'exemple, nous appliquerons les méthodes étudiées à quelques images Landsat.

Lorsqu'on regarde les images Alsat-1, on voit intuitivement qu'elles souffrent de deux principaux problèmes: le faible contraste et la présence d'un bruit dont on ne dispose d'aucune connaissance préalable. Le débruitage de ces images est examiné comme un cas réel de restauration aveugle où l'on tente d'estimer le bruit avant le processus de restauration. Cette estimation est fondée sur le principe de détection de contours dans le domaine spatial, et sert à calculer la valeur du seuil nécessaire à l'estimation des coefficients d'ondelette informatifs, par seuillage dur ou doux. En outre, nous tentons de prendre en considération le système visuel humain par l'utilisation d'un modèle de fonction de sensibilité au contraste dans le

processus de restauration. Le rehaussement du contraste est effectué avant ou après la restauration selon qu'on parle de pré ou pst-traitement.

L'organisation générale du mémoire est décrite ci-dessous.

- Le premier chapitre fournit un aperçu général et inévitablement superficiel sur les techniques de restauration classiques et modernes. Néanmoins, le concept de base de restauration par ondelettes est examiné avec plus de détails.
- Le second chapitre introduit un aperçu sur la transformée en ondelette, en particulier l'analyse multi-résolution.
- Dans le dernier chapitre, nous détaillons les algorithmes de restauration multi-échelles des images Alsat-1, avec ou sans rehaussement du contraste. Ces mêmes approches sont appliquées à des images Landsat afin de pouvoir évaluer leur efficacité par des mesures quantitatives telles que l'erreur quadratique moyenne ou le rapport signal à bruit.
- Enfin, nous concluons ce travail en dégagant ses points importants, en soulignant ses limites, et en évoquant quelques perspectives de recherche en guise d'amélioration.

Chapitre 1

Restauration d'images Numériques

1. Introduction

L'un des problèmes majeurs rencontrés en imagerie numérique concerne la dégradation des images. En effet, les fluctuations autour des intensités moyennes de l'image, inhérentes soit au dispositif d'acquisition (caméra, amplificateurs, quantification, ...) soit à la scène elle-même (poussières, ...) constituent des perturbations qui affectent la qualité de l'image et sont généralement désignées sous le terme de bruit d'image. L'élimination du bruit et la production d'images de qualité a donc une importance considérable.

L'objet de la restauration est la réduction, voire l'élimination des distorsions introduites par le système ayant servi à acquérir l'image. Le principe est de modéliser le bruit pour retrouver l'image idéale, non bruitée, à partir de l'image dégradée.

La restauration d'images connaît un vaste champ d'applications. A titre d'exemples, elle est utilisée en astronomie, en géophysique, en imagerie biomédicale, dans les applications militaires de défense, dans les médias, dans la restauration des films anciens détériorés, etc. la liste n'est pas exhaustive.

Les premières techniques de restauration d'images numériques ont été appliquées dans le domaine fréquentiel. Par la suite, de nombreuses approches algébriques plus modernes ont été développées selon différentes motivations [1, 2]. Toutefois, l'expérience a montré qu'une approche de restauration conventionnelle seule ne peut obtenir des résultats satisfaisants, d'où l'émergence de méthodes hybrides.

2. Modèle de Dégradation de l'Image

Soit $x = \{x_{ij}\}$ un champ aléatoire bidimensionnel défini sur la grille $L = \{(i, j): 0 \leq i < M, 0 \leq j < N\}$, représentant une image vraie mais non observable. x_{ij} mesure l'intensité de la couleur / niveau de gris du pixel à la position (i, j) . La donnée disponible est y , une version mesurable de x mais affectée par des dégradations dues à un bruit ou / et à un effet de flou. Les techniques de restauration d'images tentent de recouvrer une image à partir de sa version floue ou bruitée.

En restauration d'image, le modèle linéaire d'observation est exprimé par:

$$y = \mathbf{H}x + n \quad (1.1)$$

Dans cette formulation, n représente une perturbation additive souvent considérée comme un bruit blanc gaussien centré. $\mathbf{H}$ est la matrice de la réponse impulsionnelle du système (en anglais Point Spread Function, PSF). Parfois, cependant, la dégradation implique une transformation non linéaire et un bruit multiplicatif, par exemple en présence de speckle dans des images radar ou de grains sur des films radiographiques. Le problème du rétablissement de x est alors beaucoup plus difficile. Dans le modèle (1.1), la matrice $\mathbf{H}$ et les caractéristiques statistiques du bruit n sont supposés connus. Néanmoins, cette hypothèse n'est pas toujours remplie et ces quantités doivent également être estimées. Les techniques de restauration nécessitent donc la modélisation de la dégradation et de l'image elle-même, puis appliquent une procédure inverse pour obtenir une estimation de l'image vraie.

Les méthodes classiques de résolution de l'équation (1.1) ont tenté de trouver un estimé qui minimise la norme :

$$\|y - \mathbf{H}\hat{x}\|^2 \quad (1.2)$$

Conduisant à la méthode des moindres carrés :

$$(\mathbf{H}^t \mathbf{H}) \hat{x} = \mathbf{H}^t y \quad (1.3)$$

En passant au domaine fréquentiel, la transformée de Fourier discrète (TFD) de la solution s'écrit:

$$\hat{\mathbf{X}}(l) = \frac{\hat{\mathbf{H}}^*(l) \cdot \hat{\mathbf{Y}}(l)}{|\hat{\mathbf{H}}(l)|^2} \quad (1.4)$$

Où $\hat{\mathbf{X}}$, $\hat{\mathbf{H}}$ et $\hat{\mathbf{Y}}$ désignent les TFDs de l'image restaurée $\hat{x}$, la PSF h , et l'image observée y , respectivement. $l=(k_1, k_2)$ désigne l'indice 2-D de fréquences discrètes $k_1, k_2 = 0, \dots, K-1$, pour une TFD $K \times K$ points, et $*$ dénote le complexe conjugué. De toute évidence, aux fréquences pour lesquelles $\hat{\mathbf{H}}$ devient très petit, le rapport au second terme de (1.4) résulte en une amplification du bruit qui excède tout niveau acceptable.

En termes mathématiques, la restauration d'image est un problème inverse mal posé. Un problème est bien posé si sa solution existe, est unique et dépend continûment des données observées. Ce sont les conditions dites de Hadamard pour un problème d'être bien posé [3, 4].

En restauration d'image, la solution unique n'existe pas. De plus, il est impossible d'obtenir la vraie solution à partir de données erronées ou bruitées. La régularisation du problème par incorporation de l'information à priori en plus de l'information fournie par l'observation, permet de définir une classe de solutions admissibles $\{\hat{x}\}$

$$\{\hat{x}: \|y - \mathbf{H}\hat{x}\| \leq \|b\|\} \quad (1.5)$$

parmi lesquelles une solution acceptable doit être recherchée.

3. Mesure de la Qualité de Restauration

3.1. Mesures Standards

En restauration d'image, les mesures quantitatives les plus utilisées sont l'amélioration sur le rapport signal à bruit, ISNR (en anglais Improvement in Signal-to-Noise Ratio), l'erreur quadratique moyenne, MSE (en anglais Mean Squared Error) et le pic du rapport signal à bruit, PSNR (en anglais Peak Signal-to-Noise Ratio) définis respectivement par:

$$ISNR = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{\sum_{i,j} [x(i,j) - y(i,j)]^2}{\sum_{i,j} [x(i,j) - \hat{x}(i,j)]^2} \right] \quad (1.6)$$

$$MSE = \frac{1}{M \cdot N} \left[\sum_{i,j} [x(i,j) - \hat{x}(i,j)]^2 \right] \quad (1.7)$$

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{MAX_p^2}{MSE} \right] \quad (1.8)$$

Où x , y and $\hat{x}$ représentent l'image originale (vraie), l'image dégradée et l'image restaurée respectivement. MAX_p est l'intensité maximale des niveaux de gris.

De toute évidence, ces mesures sont utilisées exclusivement pour les cas de simulation où l'image originale est disponible. De ce fait, elles ne reflètent pas toujours les propriétés perceptuelles du système visuel humain. Cependant, elles fournissent un standard objectif par lequel différentes techniques de restauration sont comparées.

Lorsque la qualité de restauration d'image est mesurée avec deux mesures différentes, trois aspects importants sont pris en compte dans une évaluation comparative des deux mesures: l'exactitude, la précision et le sens de la mesure.

3.2. Exactitude de la Mesure

Une mesure précise de la qualité de restauration d'une image doit refléter étroitement l'appréciation subjective faite par l'observateur humain. Toutefois, il n'existe pas de définition claire de la qualité d'image et une mesure exacte de cette qualité n'est pas encore disponible dans le domaine. Par conséquent, il n'existe pas de critère fiable pour évaluer l'exactitude d'une mesure de la qualité de restauration

3.3. Précision de la Mesure

La précision est l'expression d'une petite variabilité relative dans le processus de mesure. Supposons un ensemble d'images semblables déformées par le même type de flou et avec la même quantité de bruit. Ces images ont été restaurées par le même opérateur de restauration. Une mesure de haute précision de la qualité de la restauration d'image, lorsqu'elle est appliquée à ces images restaurées, devrait produire un ensemble de mesures de propagation de petite taille. Plus petite est la propagation, plus précise sera la mesure.

3.4. Sens de la Mesure

Comme indiqué dans l'expression (1.6), l'amélioration sur le SNR est définie comme la différence entre les rapports signal à bruit des images avant et après restauration. Une amélioration positive du SNR indique que la qualité de l'image déformée est améliorée, tandis que celle négative indique une détérioration. La valeur zéro de l'amélioration du SNR indique qu'il n'y a aucune amélioration ni détérioration. Toutefois, lorsque deux méthodes de restauration sont différentes par rapport à l'autre, l'amélioration par le biais de du SNR révèle quelle méthode est préférable.

4. Aperçu sur la Littérature

4.1. Techniques Classiques

4.1.1. Approches Directes Régularisées

De nombreuses méthodes ont été proposées pour résoudre et régulariser l'équation (1.1). Lors de l'examen des approches de restauration directe, on peut utiliser soit un modèle stochastique ou un modèle déterministe pour l'image originale, x . Dans les deux cas, le modèle représente les informations à priori sur la solution qui peut être utilisée pour rendre le problème bien posé.

La régularisation stochastique est fondée sur des considérations statistiques des images et du bruit comme des processus stochastiques ou aléatoires. Si le seul processus aléatoire en cause est le bruit additif n , alors la solution de l'estimation du minimum de la moyenne quadratique de x

$$\min E \left\{ \|x - \hat{x}\|^2 \right\} \quad (1.9)$$

sera appelée problème de régression. Si l'image x est également considérée comme un processus aléatoire, avec la connaissance de $R_{xx} = E \{ x x^T \}$ qui est la matrice de covariance de x , et $R_{nn} = E \{ n n^T \}$ qui est la matrice de covariance du bruit, alors le problème sera soumis à une estimation de Wiener [5]. Dans ce cas, l'estimation linéaire qui minimise l'équation (1.9) est donnée par:

$$\hat{x} = R_{xx} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} R_{xx} \mathbf{H}^T + R_{nn})^{-1} y \quad (1.10)$$

Notons que l'équation (1.10) peut être réécrite et résolue dans le domaine des fréquences discrètes conduisant à la mise en œuvre de Fourier du filtre de Wiener. Il existe plusieurs méthodes qui peuvent être utilisés pour estimer les statistiques nécessaires à l'exécution du filtre de Wiener. Elles peuvent être séparées par des approches paramétriques et non paramétriques. Des exemples de techniques qui s'inscrivent dans ce cadre peuvent être trouvés dans [6, 7].

Les méthodes de régularisation déterministe demandent une estimation de x qui minimise un critère de performance prédéfini. En raison de leur simplicité, les fonctions critères basées sur les moindres carrés avec ou sans contraintes ont été souvent utilisées conduisant à plusieurs méthodes de restauration bien connues.

La solution des moindres carrés est un minimiser de l'énergie totale de l'erreur résiduelle entre les données réelles observées y et la réponse observée, en utilisant la solution approchée $\hat{x}$ en l'absence de toute connaissance sur le bruit. En d'autres termes, nous voulons trouver une image $\hat{x}$ telle que:

$$\|n\|^2 = \|y - \mathbf{H}\hat{x}\|^2 \quad (1.11)$$

Outre l'exigence qu'elle minimise l'équation (1.7), $\hat{x}$ n'est pas contrainte de toute autre manière. La solution des moindres carrés est donnée par:

$$\hat{x} = \mathbf{H}^{-1} y \quad (1.12)$$

En général, cette solution, bien que non biaisée, est rejetée car la véritable image devrait être nettement plus lisse. Ainsi, quelque infidélité aux données doit être mise en place afin d'obtenir une solution plus douce. La restauration par les moindres carrés avec contraintes (en anglais Constrained Least Squares, CLS) peut être formulée par le choix d'un $\hat{x}$ afin de minimiser le lagrangien

$$\min \left[\|y - \mathbf{H}\hat{x}\|^2 + \alpha \|C\hat{x}\|^2 \right] \quad (1.13)$$

où le terme $C\hat{x}$ représente généralement une version filtrée passe-haut de l'image $\hat{x}$. Il s'agit essentiellement d'une contrainte de douceur. Cette approche introduit une flexibilité considérable dans le processus de restauration, car elle donne des solutions différentes pour différents choix de C . Un choix typique de C est l'opérateur Laplacien 2-D décrit dans [8]. α représente le multiplicateur de Lagrange, communément appelé le paramètre de régularisation, qui contrôle le compromis entre la fidélité aux données (exprimée par le terme $\|y - \mathbf{H}\hat{x}\|^2$) et la douceur de la solution (exprimée par $\|C\hat{x}\|^2$). La minimisation de l'équation (1.13) aboutit à une solution de la forme:

$$\hat{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{H}^T y \quad (1.14)$$

La question cruciale dans l'application de l'équation (1.14) est le choix de α . Ce problème a été investigué dans plusieurs études [9]. Différentes variantes de la restauration CLS peuvent être trouvées par exemple dans [10, 11] et les références qui y sont.

4.1.2. Approches Itératives

Les algorithmes itératifs de reconstruction ont été largement utilisés dans des applications d'imagerie informatique. Ils sont avantageux en ce que:

- Il n'est pas nécessaire de mettre en œuvre explicitement l'inverse d'un opérateur;
- Le processus peut être surveillé à mesure qu'il progresse et les régularisations complémentaires peuvent être obtenues en mettant fin à l'itération avant la convergence ;
- Les effets du bruit peuvent être contrôlés avec certaines contraintes;

- L'adaptabilité spatiale peut être introduite;
- Les paramètres déterminant la solution peuvent être mis à jour durant l'exécution de l'itération.

Le principal inconvénient des algorithmes itératifs est leur lourde charge de calcul. Toutefois, avec le progrès des technologies de calcul haute performance, cela devient un obstacle moins grave.

Il existe de nombreux algorithmes de reconstruction itérative. Parmi les premiers utilisés le bloc itératif séquentiel (SeqBI) amélioré par le bloc itératif simultané (SimBI), [12, 13] et les références citées à l'intérieur. Tous les algorithmes SimBI peuvent être considérés comme des cas particuliers de la forme générale, exprimée en notations matrice-vecteur:

$$x_{k+1} = x_k + \beta_{k+1} \mathbf{P} \mathbf{H}^T \Phi (y - \mathbf{H} x_k) \quad (1.15)$$

Où $\mathbf{H}^T$ est la transposée conjuguée de $\mathbf{H}$, $\mathbf{P}$ et Φ sont des matrices définies positives et β_{n+1} est un scalaire positif appelé coefficient de relaxation ou de la taille de l'étape. Souvent $\beta_{n+1} = \beta$ est une constante.

Plus récemment, l'une des techniques itératives déterministes fondamentales, qui est largement utilisée dans diverses applications, estime la résolution de

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha C^T C) x = \mathbf{H}^T y \quad (1.16)$$

avec la méthode des approximations successives [14]. Cela conduit à l'itération suivante pour x :

$$\begin{aligned} x_0 &= \beta \mathbf{H}^T y \\ x_{k+1} &= x_k + \beta [\mathbf{H}^T y - (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha C^T C) x_k] \end{aligned} \quad (1.17)$$

Cette itération est souvent dénommée les CLS itératifs ou méthode de Tikhonov-Miller (voir par exemple [14, 15] et les références à l'intérieur), selon la façon dont le paramètre de régularisation α est calculé. Évidemment, si les matrices $\mathbf{H}$ et C sont bloc circulantes, l'itération de l'équation (1.17) peut être mise en œuvre dans le domaine des fréquences discrètes. Le critère de terminaison le plus fréquemment utilisé compare l'évolution normalisée de l'énergie à chaque itération, à un seuil tel que:

$$\frac{\|x_{k+1} - x_k\|^2}{\|x_k\|^2} \leq 10^{-6} \quad (1.18)$$

Le choix du paramètre de régularisation, α , est encore un problème avec cette approche, et il peut être calculé de manière directe ou itérative. Il existe d'autres techniques déterministes qui peuvent être utilisées pour effectuer la restauration itérative. Ainsi par exemple, l'approche déterministe décrite ci-dessus peut être généralisée pour former une méthode itérative appelée projections sur des ensembles convexes, ou POCS, dans laquelle n'importe quel nombre de contraintes a priori sur la solution peut être imposé tant que les ensembles de contraintes sont fermés convexes [16-18]. D'autres approches stochastiques conduisent également à des techniques itératives de restauration et en particulier des solutions du maximum de

vraisemblance [19, 20], diverses formulations de l'Expectation-Maximisation (EM) pour l'identification de l'image et du flou [21, 22] ainsi que le filtre de Wiener itératif [23, 24].

4.1.3. Approches Récursives

Les opérations récursives de filtrage sont bénéfiques car elles permettent aussi une adaptabilité spatiale pour être facilement intégrées dans les modèles des filtres. En outre, elles exigent généralement moins de mémoire pour le stockage que les méthodes directes ou itératives lorsque les modèles réduits sont utilisés. L'équivalent récursif du filtre de Wiener est le filtre discret de Kalman [25, 26].

Dans la représentation d'état, le filtre de Kalman traite le problème de l'estimation d'une image déformée par le bruit, et qui est régie par l'équation aux différences linéaire stochastique

$$\bar{x}(i, j) = A \bar{x}(i, j-1) + \bar{w}(i, j) \quad (1.19)$$

avec la mesure

$$\bar{y}(i, j) = \mathbf{H} \bar{x}(i, j) + \bar{v}(i, j) \quad (1.20)$$

Les variables aléatoires w et v représentent le processus et la mesure du bruit respectivement. Ils sont supposés être indépendants, gaussiens centrés avec $R_{ww} = E[\bar{w} \bar{w}^T]$ et $R_{vv} = E[\bar{v} \bar{v}^T]$. A est la matrice de prédiction.

Le filtre de Kalman estime un processus en utilisant une forme d'asservissement: le filtre estime l'état du processus à un moment donné et obtient alors les informations sous la forme bruitée des mesures. En tant que tel, les équations du filtre de Kalman sont subdivisées en deux groupes: les équations *mise à jour du temps* (ou *prédiction des équations*) et *mise à jour de la mesure des équations* (ou *correcteur des équations*). Les équations de mise à jour de temps sont responsables de la projection dans l'avenir (dans le temps) de l'état actuel et des estimations de la covariance d'erreur pour obtenir les estimations à priori pour le prochain pas de temps. Les équations de mise à jour de mesure sont responsables de la rétroaction c'est-à-dire la constitution d'une nouvelle mesure dans l'estimation à priori pour obtenir une amélioration de l'estimation à posteriori. La prévision et mise à jour pour ce qui concerne le filtre de Kalman sont tout simplement:

Les équations de prédiction:

$$\hat{\bar{x}}^+(i, j) = A \hat{\bar{x}}(i, j-1) \quad (1.21)$$

$$P^+(i, j) = A P(i, j-1) A^T + R_{ww} \quad (1.22)$$

Équations mise à jour de mesure:

$$\hat{\bar{x}}(i, j) = \hat{\bar{x}}^+(i, j) + K(i, j) [\bar{y}(i, j) - \mathbf{H} \hat{\bar{x}}^+(i, j)] \quad (1.23)$$

$$P(i, j) = [\mathbf{I} - K(i, j) \mathbf{H}] P^+(i, j) \quad (1.24)$$

$$K(i, j) = P^+(i, j) \mathbf{H}^T [\mathbf{H} P^+(i, j) \mathbf{H}^T + R_{vv}]^{-1} \quad (1.25)$$

Toutefois, différents modèles de filtre de Kalman ont été développés comme des outils heuristiques avec des motivations différentes [27, 28]. Il existe aussi plusieurs autres techniques qui peuvent être utilisées pour effectuer la restauration récursive [29].

4.2. Nouvelles Techniques de Restauration

Les algorithmes présentés dans la section précédente constituent le fondement des approches au problème de la restauration. Ces approches ont été appliquées avec succès à de nombreux problèmes de restauration d'image. Cependant, la plupart de ces algorithmes sont basées sur quelques hypothèses globales sur le comportement d'une image, qui sont à l'origine des deux artefacts de restauration les plus répandus: bruit sur les bords, et fausses textures dans les régions plates de l'image.

C'est pourquoi, beaucoup de progrès ont été accomplis au cours des deux dernières décennies. De nouvelles techniques qui s'attaquent au problème avec les mêmes hypothèses que dans les approches classiques incluent l'utilisation de fonctionnelles robustes et les moindres carrés totaux. Toutefois, les approches spatialement adaptatives ont également été développées pour atténuer certains des problèmes associés à ces restrictions rigides.

4.2.1. Approches Spatiales Adaptatives

Les techniques spatialement adaptatives incorporent souvent les propriétés du système visuel humain [30, 31]. Puisqu'il est sensible aux changements brusques dans une image, il est souhaitable de préserver les bords durant la restauration par l'application d'un filtre de restauration différent à chaque localisation spatiale.

Un algorithme itératif est employé généralement dans le cas de la restauration spatiale adaptative, où l'adaptabilité est assurée par l'emploi de matrices de pondération. Celles-ci peuvent alors être maintenues fixes ou adaptées à chaque itération sur la base de l'image partiellement restaurée.

Les méthodes récursives permettent l'adaptabilité spatiale lors de l'utilisation d'un modèle stochastique de l'image, en changeant les paramètres du modèle sur les bords.

Les méthodes de probabilité du *Maximum a posteriori* (MAP) ont également été étudiées en détail pour la restauration d'images non-stationnaires. Ces méthodes utilisent la fonction densité de probabilité de l'espace comme connaissance préalable afin de saisir la non-stationnarité de l'image originale. L'information spatiale est décrite par des modèles robustes de champs de Gibbs-Markov (en anglais Markov Random Fields, MRF).

4.2.2. Restauration D'images Couleurs

Le problème de la restauration des images couleurs présente l'unique difficulté de la corrélation des bandes de couleurs multiples. Ainsi, la corrélation inter-canal peut être exploitée afin d'obtenir un résultat de restauration optimal. Un certain nombre d'approches ont été utilisées pour traiter non seulement le problème multi-couleurs, mais aussi d'autres problèmes inhérents multicanaux tels que la restauration de séquences d'images multispectrales et la restauration des images de télédétection, voir par exemple dans les références [32, 33].

4.2.3. Restauration D'images Astronomiques

Certaines approches qui ont trouvé une large application au problème de l'image astronomique sont celles de l'entropie maximale, les méthodes Bayésiennes hiérarchiques [34], la modification des approches itératives de Richardson-Lucy [35, 36], et plus récemment les méthodes du gradient pré-conditionné [37]. Pour plus d'applications voir dans [38].

4.2.4. Réseaux De Neurones

Une autre approche intéressante dans le domaine de la restauration d'images concerne l'utilisation des réseaux de neurones qui peuvent s'adapter efficacement à la nature locale du problème, et réaliser des algorithmes bien connus sans la nécessité de vastes hypothèses sous-jacentes sur la distribution des paramètres à estimer. Ils peuvent également être utilisés pour estimer le paramètre de régularisation dans l'approche CLS, et peuvent être développés pour assurer la rechange entre l'apprentissage et les cycles de la restauration. Enfin, les techniques de traitement neuronal ont récemment conduit à d'efficaces architectures VLSI pour la restauration d'image en raison de leur caractère hautement parallèle [39, 40].

4.2.5. Identification de l'Effet de Flou

La plupart des techniques classiques supposent que l'opérateur de convolution, PSF, représentant le flou est connu a priori, ce qui n'est presque jamais le cas en situation réelle d'imagerie. Ainsi donc, le domaine de l'identification de l'effet de flou, ou déconvolution aveugle, est un sous-ensemble très important de la restauration d'images dans lequel beaucoup de travail a été effectué.

Les techniques de déconvolution aveugle peuvent être subdivisées en deux grandes classes. La première contient un grand nombre de méthodes qui requièrent l'estimation de la PSF avant le processus de restauration de l'image. Dans ce cas, l'estimation du flou et le calcul de l'image vraie constituent deux procédures disjointes. Parmi les méthodes les plus utilisées on cite l'approche GCV (en anglais Generalized Cross Validation) [41], et celle du maximum de vraisemblance associé à la maximisation de l'espérance (ML-EM) [42]. Dans la seconde classe, l'identification de l'effet de flou est incorporée dans l'algorithme de restauration par l'estimation de la PSF en même temps que l'image originale. On cite par exemple les approches Nonnegative and Support Constraints Recursive Inverse Filtering (NAS-RIF) [43], le Maximum Likelihood and Conjugate Gradient Minimization (ML-CGM) [44], ML-EM [45], et Simulated Annealing (SA) [46]. Il y a également plusieurs autres techniques nouvelles qui se sont attaquées à ce problème, voir par exemple [47, 48] et les références à l'intérieur.

5. Restauration par Ondelettes

Toutes les techniques d'adaptation précédentes ont examiné le problème dans le domaine spatial, en utilisant diverses mesures locales pour décrire le type d'activité à proximité d'un pixel. Cependant, plusieurs méthodes régularisées conduisent au lissage des contours de l'image restaurée. L'utilisation des ondelettes améliore considérablement cette condition.

La transformée en ondelette est une représentation temps-fréquence (ou espace-fréquence) qui a une bonne localisation dans les deux domaines. La bonne performance de débruitage par ondelettes est étroitement liée à leurs capacités d'approximations. La transformée en ondelette d'image a tendance à être rare (de nombreux coefficients sont proches de zéro), le bruit est uniformément réparti dans les coefficients et la plupart de l'information sur l'image est

concentrée dans les quelques coefficients à valeurs grandes. Cela implique que les approximations de l'image basées sur un petit sous-ensemble de coefficients d'ondelette sont généralement très précises [49]. A cet effet, un certain nombre de chercheurs ont étudié le problème de restauration par des décompositions en sous-bandes ou multirésolution [50, 51].

5.1. Débruitage par Seuillage des Coefficients d'Ondelette

Les coefficients d'ondelette marquent les discontinuités qui interviennent dans l'image. Ils correspondent donc aux détails. Si maintenant on seuille ces coefficients, cela revient à éliminer les détails les plus fins de l'image. Il en découle donc deux grandes applications : la compression et le débruitage des images.

Pour le débruitage, on ne garde que les coefficients les plus grands et on met les autres à zéros puis on reconstruit l'image. Le bruit correspond en général à des détails faibles, donc il est éliminé par ce seuillage. Nous obtenons alors une image plus lisse.

5.1.1. Modèle de Dégradation

Soient

- y et w_y : Signal mesuré et ses coefficients d'ondelette.
- x et w_x : Signal informatif et ses coefficients d'ondelette.
- n et w_n : Bruit (résidu) et ses coefficients d'ondelette.
- $\hat{x}$ et $\hat{w}_x$: Signal débruité (estimation) et ses coefficients d'ondelette.

Alors

- Signal + bruit:

$$y = x + n \Leftrightarrow y(k) = x(k) + n(k), \quad k = 1 \dots N \quad (1.26)$$

- Décomposition en ondelette:

$$W_y = w_y = W(x + n) = w_x + w_n \quad (1.27)$$

Rajouter du bruit au signal revient à rajouter du bruit à ses coefficients d'ondelette.

5.1.2. Stratégie de Débruitage

$\hat{x}$ est une réalisation de l'estimation, obtenue pour une réalisation du vecteur du bruit n . Le risque à minimiser est:

$$\mathbf{E}[EQM_x] = \mathbf{E}[\|w_x - \hat{w}_x\|^2] \quad (1.28)$$

Minimiser la (1.28) conduit à l'estimation des coefficients d'ondelette informatifs $\hat{w}_x$ par seuillage sous les hypothèses:

- des coefficients du signal mesuré w_y
- sur le bruit n (ses coefficients w_n): blanc, stationnaire, moyenne $\mu = 0$, écart-type σ .

5.1.3. Seuillage Dur ou "HardThresholding"

Le seuillage dur est celui qui est le plus *intuitif*. On se fixe un seuil $S > 0$. On ne conserve que les coefficients d'ondelette supérieurs à S et on met à zéro les autres [52-55].

$$\hat{w}_x(k) = \begin{cases} w_y(k) & \text{si } |w_y(k)| \geq S \\ 0, & \text{si } |w_y(k)| < S \end{cases} \quad (1.29)$$

5.1.4. Seuillage Doux ou "Soft Thresholding"

Dans le cas du seuillage dur, on met toujours à zéro les coefficients inférieurs à un seuil $S > 0$. Par contre, pour ceux supérieurs à S , on atténue l'amplitude des coefficients par la valeur du seuil afin de s'assurer d'avoir enlevé l'effet du bruit même pour les forts coefficients [52-55].

$$\hat{w}_x(k) = \begin{cases} w_y(k) - S & \text{si } |w_y(k)| \geq S \\ w_y(k) + S & \text{si } |w_y(k)| \leq -S \\ 0, & \text{si } |w_y(k)| < S \end{cases} \quad (1.30)$$

5.1.5. Comparaison Doux et Dur

La figure 1.1 illustre les graphes des seuillages durs et doux, et leur comparaison mutuelle est illustrée sur le tableau 1.1.

Seuillage Dur	Seuillage Doux
▪ avantage: choix naturel → préserve l'amplitude du signal mesuré (<i>EQM</i> petite) ▪ inconvénient: reconstruction <i>discontinue</i> → tous les coefficients utilisés sont grands ($> S$) ▪ recommandation: seuil S grand → peu de coefficients sont retenus, donc la probabilité jointe d'avoir un grand coefficient du signal et un grand coefficient du bruit aux mêmes coordonnées temps-fréquence est faible. ▪ résultat attendu: bonne estimation des transitoires, mais aussi des <i>artéfacts</i> assez importants dus aux grands coefficients du bruit	▪ avantage: propriétés mathématiques intéressantes pour certains algorithmes. reconstruction plus <i>continue</i> (régulière). ▪ inconvénient: diminution artificielle de l'amplitude de l'estimation ! <i>EQM</i> plus grande. ▪ recommandation: seuil S petit → l'amplitude des coefficients retenus n'est pas beaucoup modifiée. ▪ résultat attendu: moins bonne estimation des transitoires, mais l'amplitude des <i>artéfacts</i> dus au bruit est proche de 0.

TABLEAU 1.1 – Comparaison entre seuillages dur et doux.

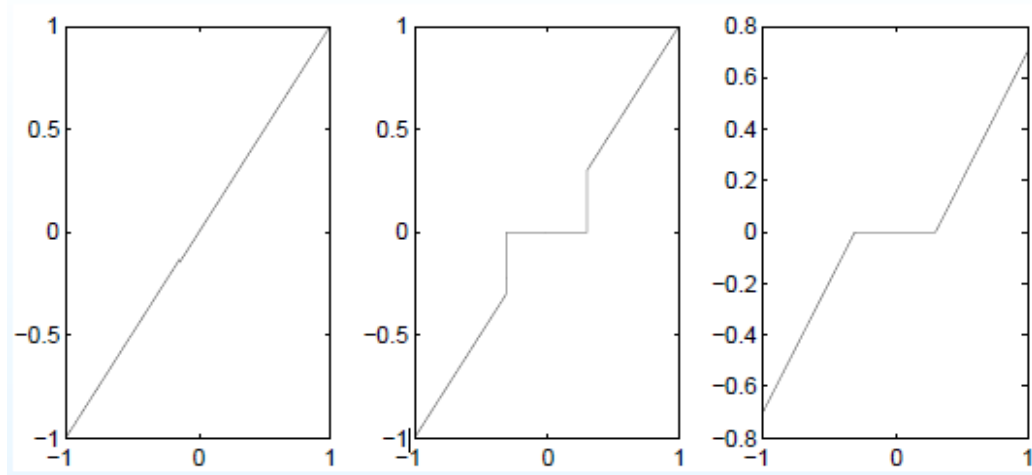


Fig.1.1 – Illustration graphique des seuillages dur et doux. A gauche : coefficients d'origine. Au centre : seuillage dur. A droite : seuillage doux.

5.2. Calcul du Seuil

Il y'a des dizaines de méthodes de calcul du seuil, les plus utilisées sont celles du :

- seuillage universel;
- seuillage SURE (Stein Unbiased Risk estimator);

5.2.1. Seuillage Universel

Le seuillage universel [52-55] est basé sur le principe que la probabilité d'avoir du bruit au delà du seuil $\rightarrow 0$.

- *Valeur du seuil*: On fait l'hypothèse que le bruit est blanc gaussien centré de variance σ^2 . la valeur du seuil est alors exprimée par

$$S = \sigma \sqrt{2 \log(N)} \quad (1.31)$$

N étant le nombre total d'échantillons du bruit.

- *Estimation du σ* :

1. estimation classique:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N w_y(k)^2 \quad (1.32)$$

2. estimation robuste:

- coefficients de l'échelle $j = 1$ (haute fréquence);
- estimation à partir de la médiane:

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{Median}(|w_y^{j=1}|)}{0.6745} \quad (1.33)$$

Un estimateur robuste de σ , à partir des données (wy) , est obtenu à partir de la valeur médiane des valeurs absolues des coefficients d'ondelette à l'échelle la plus fine (où Y possède $N/2$ coefficients d'ondelette).

■ *Algorithme:*

1. Décomposition en ondelette
2. Estimation robuste de σ sur l'échelle $j = 1$
3. Calcul du seuil universel $S_U = \sigma \sqrt{2 \log(N)}$
4. Seuillage des coefficients
 - seuillage dur
 - seuillage doux
5. Reconstruction du signal débruité.

Algorithme rapide, efficace, facile à retenir, c'est pourquoi il est le plus utilisé.

5.2.2. Seuillage SURE

Cet algorithme tente d'estimer la valeur correcte du seuil à partir des mesures sous l'hypothèse : signal + bruit = signal mal mesuré [52-55].

■ *Algorithme:*

1. Décomposition en ondelettes
2. Estimation robuste de σ sur l'échelle $j = 1$
3. Pour chaque coefficient d'ondelette $wy(k)$:
 - a. seuil $S_{temp} = wy(k)$
 - b. seuillage de l'ensemble des coefficients
 - c. estimation du risque

$$\hat{\rho}_{SURE} = N \sigma^2 + P S^2 + \sum_{|wy(k)| < S} [wy(k)] - 2(N - P) \sigma^2 \quad (1.34)$$

où: $P = P_1 + P_2$

et : P_1 est le nombre de coefficients $\leq -S$

P_2 est le nombre de coefficients $\geq S$

4. Choix du seuil S_S minimisant le risque
5. Seuillage global des coefficients avec S_S
6. Reconstruction du signal débruité

Deux améliorations importantes ont été introduites sur cet algorithme afin d'assurer d'une part l'adaptativité par échelle, d'autre part l'adaptativité au bruit.

- *Adaptativité par échelle - Algorithme RigrSURE:*
 1. Décomposition en ondelette
 2. Estimation robuste de σ sur l'échelle $j = 1$
 3. Pour chaque échelle j :
 - a. Pour chaque coefficient d'ondelette wy^j :
 - i. seuil $S_{temp} = wy^j$
 - ii. seuillage de l'ensemble des coefficients de l'échelle j
 - iii. estimation du risque $\hat{\rho}_{SURE, j}$
 - b. Choix du seuil S_{Sj} minimisant le risque $\hat{\rho}_{SURE, j}$
 - c. Seuillage des coefficients de l'échelle j avec S_{Sj}
 4. Reconstruction du signal débruité
- *Adaptativité au bruit par échelle – Algorithme heuristique HeurSURE:*
 1. Si le signal est dense $\rightarrow$ seuillage *RigrSURE* S_S
 2. Si le signal est rare $\rightarrow$ seuillage *universel* S_U

$$S = \begin{cases} S_U & \text{si } \|y\|^2 - \sigma^2 \leq \xi_N \\ S_S & \text{si } \|y\|^2 - \sigma^2 > \xi_N \end{cases} \quad (1.35)$$

$$\xi_N = \sigma^2 \sqrt{\frac{\log(N)^3}{N}} \quad (1.36)$$

3. Estimation du bruit échelle par échelle (σ_j)

5.3. Restauration par Ondelettes dans la Littérature

Les premières applications des ondelettes à la restauration des images remontent à deux décennies. Dans [57] Mallat et al ont prouvé que les modules de maxima de la transformation en ondelette détectent toutes les singularités d'une fonction et ont fourni des méthodes numériques pour mesurer leur régularité Lipschitzienne. L'étude a montré que les signaux mono et bidimensionnels peuvent être reconstruits, avec une bonne approximation, à partir des modules de ces maxima locaux. Comme application, un algorithme qui élimine le bruit blanc de signaux mono et bidimensionnels a été développé, en analysant l'évolution des maxima locaux de la transformée en ondelette à travers les échelles. Notons que pour un signal 2D, ces maxima indiquent la position des contours dans une image.

Cependant, les ondelettes ont trouvé leur large application dans le débruitage des signaux avec les travaux de Donoho et Johnstone, qui constituent le fondement des approches de la restauration par seuillage des coefficients en ondelette [52-56]. Depuis, des efforts de recherches considérables ont été effectués dans le but de déterminer les niveaux des seuils et leurs types. De nombreuses méthodes qui s'attaquent au problème avec ou sans les mêmes hypothèses du bruit blanc gaussien, mais incluant l'utilisation des moindres carrés, des

ondelettes complexes, des curvelets, des paquets d'ondelette, des propriétés du système visuel humain, de fonctionnelles robustes telles que les MRF ou encore des hypothèses sous-jacentes sur la préservation des contours et la corrélation intra et inter-échelles constituent de nouvelles classes de solutions de la restauration par ondelettes de plusieurs variétés d'images, voir [58-86] et les références à l'intérieur.

6. Conclusion

Dans cet aperçu rapide et inévitablement superficiel, nous avons évoqué de nombreuses approches pour résoudre le problème de la restauration d'images, qui ont été proposées pour différentes applications.

En dépit de leur variété apparente, les méthodes de restauration d'images possèdent une structure d'estimation commune. Cela peut se résumer en un seul mot: *régularisation*. En outre, la plupart de ces méthodes présentent quelques limitations pratiques communes. Les approches les plus sophistiquées nécessitent l'utilisation de plusieurs paramètres de réglage (dénommé hyperparamètres) qui devraient être estimés à partir des données. Il existe des méthodes pour effectuer cette tâche. Certaines d'entre elles sont réputées pour donner des résultats corrects, d'autres pas.

Bien plus complexes que les approches classiques, les nouvelles techniques, en particulier celles basées sur les MRF et les ondelettes, permettent une amélioration de la description d'une image par l'utilisation de modèles plus complets. La complexité méthodologique et de calcul, par conséquent, doit être mise en balance contre la qualité des résultats, en fonction de la fiabilité pour une application donnée.

Chapitre 2

Aperçu sur la *T*ransformée en *O*ndelette

1. Introduction

L'analyse par ondelette a été introduite au début des années 1980. Il s'agit de donner une représentation des signaux permettant la mise en valeur simultanée des informations temporelles et fréquentielles (localisation temps-fréquence). C'est ainsi que le besoin des ondelettes, famille de fonctions déduites d'une même fonction, appelée ondelette mère, par translation et dilatation, s'est fait ressentir en remarquant que la transformée de Fourier (TF) qui a dominé dès le début du 19^{ième} siècle perd, lors de la projection, le contrôle de la variable temporelle et reste toujours incapable de décrire localement (en temps ou espace) le comportement fréquentiel des signaux.

L'idée originale sur laquelle sont basées les ondelettes est apparue vers les années 1940 grâce au physicien Denis Gabor, qui a introduit la notion de la TF à fenêtre glissante dans le but de remédier au problème de localisation temps-fréquence en proposant de multiplier le signal par une fonction localisée dans le temps (fenêtre), et ensuite appliquer la TF. Il s'agit de segmenter en tranches de temps fixe le signal à analyser pour appliquer par la suite la TF à chaque tranche. L'inconvénient de cette méthode est que la taille de la fenêtre reste inchangée au cours de l'analyse. Or pour étudier un signal qui a en général une allure irrégulière, il est potentiellement intéressant de pouvoir changer la taille de la fenêtre analysante en temps. C'est à partir de là que sont nées les ondelettes qui s'adaptent d'elles mêmes à la taille et aux caractéristiques recherchées.

2. La Transformée de Fourier

La plus célèbre et la plus ancienne des transformations est la TF. Lors de cette transformation, le signal est décomposé sur un ensemble de fonctions de base qui sont le cosinus, le sinus ou l'exponentielle imaginaire.

La TF d'un signal $x(t)$ est exprimée par [87, 88]:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.1)$$



Fig.2.1 – La Transformée de Fourier.

2.1. Inconvénient de L'analyse de Fourier

Malgré son immense succès, cette technique présente deux inconvénients majeurs:

- Manque de localisation temporelle. En effet, l'analyse de Fourier permet de connaître les différentes fréquences existant dans un signal, c'est à dire son spectre, mais ne permet pas de savoir à quels instants ces fréquences ont été émises. Cette analyse donne une information globale et non locale, car les fonctions d'analyse utilisées sont des sinusoïdes qui oscillent indéfiniment sans s'amortir. Cette perte de localité n'est pas un inconvénient pour analyser des signaux stationnaires, mais le devient pour des signaux non stationnaires.
- La TF n'est pas l'outil adapté à l'étude de signaux dont la fréquence varie dans le temps. De tels signaux nécessitent la mise en place d'une analyse temps-fréquence qui permettra une localisation des périodicités dans le temps et indiquera donc si la période varie d'une façon continue.

2.2. Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante

Pour pallier au manque d'information sur le temps dans la TF, une nouvelle méthode d'analyse a été introduite qui utilise une *fenêtre glissante*: il s'agit de la TF à fenêtre glissante (en anglais Short Time Fourier Transform, STFT). Cette méthode, pouvant être adaptée aux signaux non-stationnaires, est très proche de l'analyse spectrale. On définit une fenêtre qui sera utilisée comme masque sur le signal et dans laquelle on considère le signal comme localement stationnaire, puis on décale cette fenêtre le long du signal afin de l'analyser entièrement [87, 88].

La STFT est exprimée par :

$$X_{s,f}(s, f) = \int x(t) g^*(t-s) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.2)$$

$x(t)$ est le signal lui-même, $g(t)$ est la fonction fenêtre et g^* son complexe conjugué, et f joue le rôle d'une fréquence localisée autour de l'abscisse s du signal temporel.

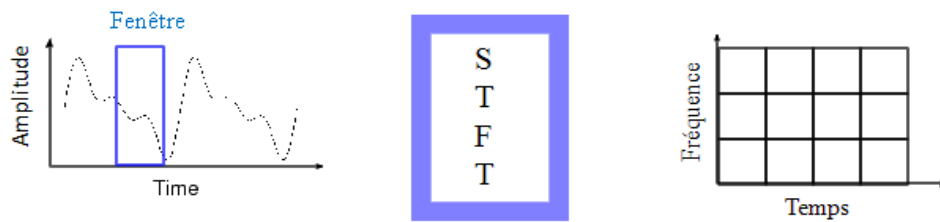


Fig.2.2 – La Transformée de Fourier à fenêtre glissante.

D'après (2.2), on calcule un nouveau coefficient de la STFT pour chaque valeur de f et de s . On constate que la fenêtre g est indépendante de l'abscisse s , ce qui signifie que l'enveloppe de la fenêtre glissante sera constante : on aura donc une résolution fixe sur toute la durée du signal.

Ainsi, l'étude d'un signal avec la STFT permet d'obtenir à la fois une information sur le temps et sur la fréquence, mais la résolution d'analyse est fixée par le choix de la taille de l'enveloppe :

- Si la fenêtre est trop petite, les basses fréquences n'y seront pas contenues.
- Si la fenêtre est trop grande, l'information sur les hautes fréquences est noyée dans l'information concernant la totalité de l'intervalle contenu dans la fenêtre.

Donc la taille fixe de la fenêtre est un gros inconvénient. L'outil idéal serait une fenêtre qui s'adapte aux variations de fréquence dans le signal à analyser. Cet outil existe, il s'agit de la récente analyse en ondelettes.

3. L'Analyse en Ondelette Face à l'Analyse de Fourier

Une ondelette est une forme d'onde qui a une valeur moyenne nulle et une durée limitée. En regardant des images des ondelettes et des ondes sinusoïdales (Fig.2.3), on voit intuitivement que des signaux avec les changements pointus pourraient être mieux analysés avec une ondelette irrégulière qu'avec une sinusoïde douce [89].

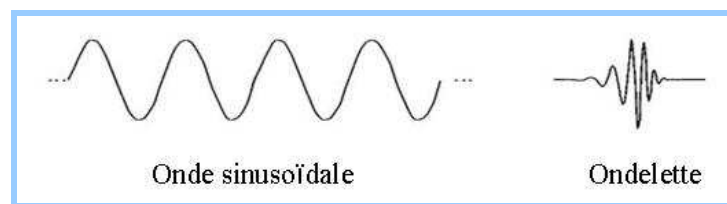


Fig.2.3 – La différence entre une onde sinusoïdale et une ondelette.

La transformée en ondelette (TO) (en anglais wavelet transform, WT) est un outil mathématique qui décompose un signal en fréquences en conservant une localisation temporelle. Le signal de départ est projeté sur un ensemble de fonctions de base qui varient en fréquence et en temps. Ces fonctions de base s'adaptent aux fréquences du signal à analyser.

Les figures 2.4 et 2.5 illustrent visuellement la différence entre une analyse de Fourier et celle par ondelette, d'un signal quelconque. Pour l'analyse de Fourier, la fenêtre est de taille constante, pour l'analyse en ondelette, la fenêtre est de surface constante mais sa taille varie en fonction de la fréquence à analyser. On remarque que la largeur de la fenêtre pour l'analyse

en ondelette est modifiée à mesure qu'on calcule la transformée pour chacune des composantes spectrales individuellement. Ce dernier point représente la caractéristique la plus significative de la TO.

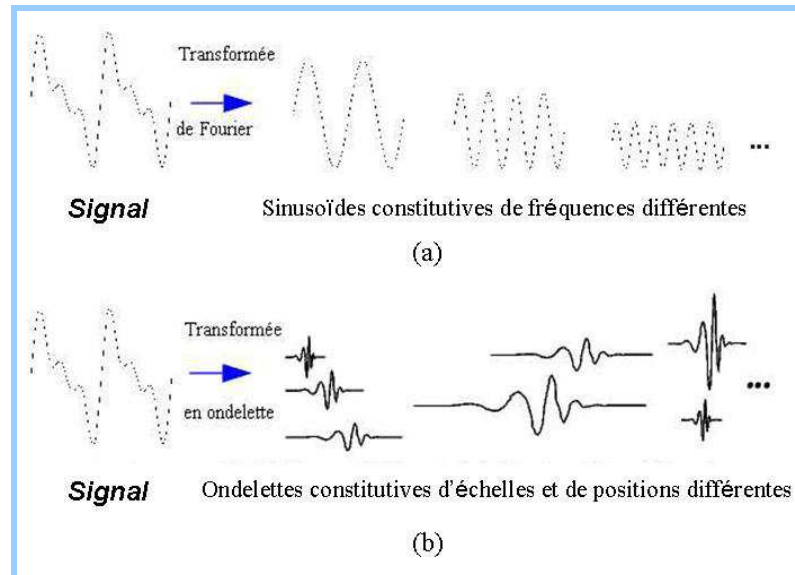


Fig.2.4 – La différence entre une analyse de Fourier et une analyse en ondelette.

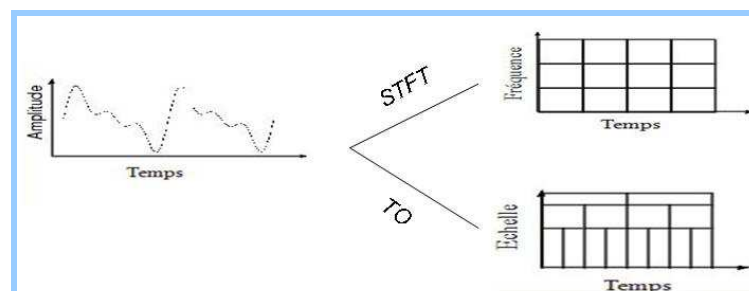


Fig.2.5 – Le pavage de l'espace temps-fréquence pour la STFT et la WT.

4. Les Aspects Théoriques de la Transformée en Ondelette

4.1. Ondelette Mère

L'analyse en ondelette adopte une fonction prototype d'ondelettes connue sous le nom d'*ondelette mère*. On aboutira à représenter n'importe quel signal de L^2 par une base d'ondelettes qui ne sont que des versions dilatées et translatées de l'ondelette mère. La représentation d'un signal continu $x(t)$ par une base d'ondelettes est donnée par :

$$x(t) = \sum C(s, \tau) \varphi_{s\tau}(t) \quad (2.3)$$

où $C(s, \tau)$ est le poids de la contribution de l'ondelette $\varphi_{s\tau}$ liée à l'ondelette mère par :

$$\varphi_{s\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \varphi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \quad (2.4)$$

où : τ : facteur de translation;

s : facteur d'échelle;

φ : ondelette mère;

$\frac{1}{\sqrt{s}}$: facteur de normalisation de l'énergie afin que le signal transformé ait la même énergie à toutes les échelles.

La TO a la capacité de changer la taille de la fenêtre à différentes résolutions de temps-fréquence. Grâce au changement d'échelle (Fig.2.6), les fonctions de base d'ondelette peuvent être étirées ou comprimées dans la fenêtre d'analyse. Ceci aide à isoler des discontinuités du signal parce que de courtes fonctions de base sont employées pour obtenir l'information détaillée de fréquence tandis que de longues fonctions de base sont employées pour rechercher l'information approximative de fréquence du signal.

La translation est l'opération de glissement de l'ondelette tout au long du signal. C'est la technique similaire à celle de la STFT de GABOR.

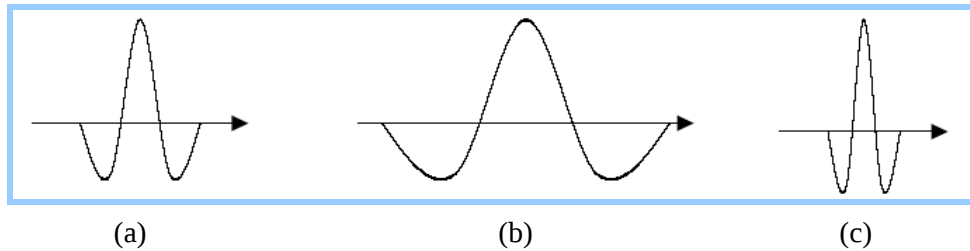


Fig.2.6 – Illustration de la variation du facteur d'échelle.

(a) L'ondelette mère. (b) L'ondelette pour $0 < s < 1$. (c) L'ondelette pour $s > 1$.

4.2. Propriétés des Ondelettes

Toute fonction oscillante d'énergie finie et de moyenne nulle

$$\Psi(\omega)\big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) dt = 0 \quad (2.5)$$

est une ondelette possible. Ψ est la TF de l'ondelette φ .

La condition nécessaire pour que φ puisse être utilisée comme une ondelette analysante est qu'elle vérifie la condition d'admissibilité :

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2.6)$$

On peut démontrer que cette seule propriété implique que l'ondelette est oscillante, de moyenne nulle et d'énergie finie.

4.3. La Transformée en Ondelette Continue

4.3.1. Définition

La transformée en ondelette continue (TOC) utilise des translations et des dilatations de la fonction ondelette mère durant tout l'intervalle temporel de manière continue [89]. Elle est définie par :

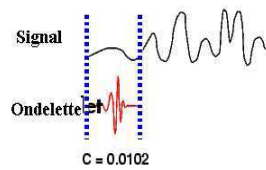
$$W [x(t)] = C(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) dt \quad (2.7)$$

Ainsi donc, la pondération $C(s, \tau)$, appelée aussi coefficients en ondelette et définie par (2.3), n'est autre que la transformée en ondelette de la fonction $x(t)$. Cette transformation est en théorie infiniment redondante puisque l'ondelette est translatée de manière continue.

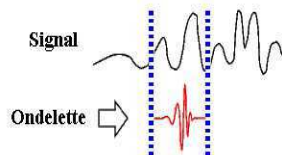
4.3.2. Etapes de la Transformée en Ondelette Continue

L'implémentation de la TOC peut se résumer comme suit :

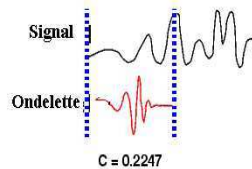
1. Prendre une ondelette et la comparer à une section au début du signal original.
2. Calculer le coefficient $C(s, \tau)$. Par exemple:



3. Translater l'ondelette à droite et répéter l'étape 1 et 2 sur tout le signal. Par exemple:



4. Dilater ou compresser l'ondelette et répéter les étapes 1 à 3. Par exemple:



5. Répéter les étapes 1 à 4 pour toutes les échelles choisies.

4.4. La Transformée en Ondelette Discrète

Il est à peu près évident que ni la TF, ni la STFT, ni la TOC ne peuvent être manuellement calculées en utilisant les équations analytiques, le calcul intégral, etc. C'est aux ordinateurs qu'on confie la plupart des calculs aujourd'hui, c'est donc aux ordinateurs de calculer ces transformées. Il devient donc nécessaire de discrétiser les transformées. Dans le cas de la TOC, on peut utiliser la variation de l'échelle pour réduire la fréquence d'échantillonnage.

La transformée en ondelettes discrète (TOD) est produite pour surmonter le problème de redondance de la TOC. Cette redondance mobilise une grande quantité de ressources de calculs. La TOD, au contraire, fournit suffisamment d'information, tant pour l'analyse que pour la reconstruction du signal original, en un temps de calcul notablement réduit. La TOD est considérablement plus simple à implémenter que la TOC.

La TOD translate et dilate l'ondelette selon des valeurs discrètes des facteurs d'échelle et de translation telles que:

$$\begin{aligned} s &= s_0^j \quad ; \quad \tau = k \tau_0 s_0^j \\ s_0 &\succ 1; \quad \tau_0 \succ 0; \quad k, j \in \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (2.8)$$

La TOD peut alors être exprimée par :

$$W_d[x(t)] = C(s_0, \tau_0) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi\left(\frac{t - k s_0^j \tau_0}{s_0^j}\right) dt \quad (2.9)$$

Si on choisit $s_0 = 2$ et $\tau_0 = 1$, on se place alors dans le cas dyadique.

Pour beaucoup de signaux, le contenu de basse fréquence est la pièce la plus importante. Il est ce qui donne au signal son identité. Le contenu à haute fréquence, d'autre part, nous donne la saveur ou la nuance. Par exemple, avec la voix humaine si l'on enlève les composantes à haute fréquence, c'est à dire les bruits de voix différentes, on peut comprendre ce qui est dit. Cependant, si l'on enlève aussi les composantes de basse fréquence, on entendra le baragouin.

Dans la transformation en ondelette, on parle souvent d'*approximation* et de *détail*. L'approximation est à haute échelle, les composantes de basse fréquence du signal. Les détails sont à basses échelles, les composantes de hautes fréquences. Notons qu'approximation et détail émergent comme deux signaux lorsque le signal original traverse deux filtres complémentaires. Dans le cas d'une analyse multi-résolution, le processus du filtrage sera illustré dans ce qui suit.

5. L'Analyse Multi-Résolution

Plusieurs approches d'une analyse en ondelettes discrète ont été élaborées. Par exemple celle associée à la décomposition de Littlewood-Paley, la décomposition pyramidale de Burt et Adelson, l'algorithme à trou, et plus récemment l'analyse multi-résolution [90-93].

La théorie de l'analyse multi-résolution développée par Y. Meyer et S. Mallat, permet d'exprimer une fonction x de L^2 comme une suite d'approximations successives. Ces approximations n'ont pas la même résolution. L'analyse s'effectue alors en calculant ce qui diffère d'une résolution à l'autre, c'est-à-dire les détails qui permettent d'accéder à une représentation d'une qualité meilleure. Cette décomposition conduit à un algorithme général permettant une reconstruction qui conserve le nombre des échantillons du signal [48-50].

5.1. Définition

Une analyse multi-résolution dyadique de $L^2(\mathbf{R})$ est une suite croissante de sous-espaces linéaires $(V_2^j)_{j \in \mathbf{Z}}$ de L^2 , tels que le passage d'un espace à un autre soit le résultat d'un changement d'échelle. Ces sous-espaces sont appelés espaces d'approximation à l'échelle j et vérifient les propriétés suivantes :

1. Emboîtement des sous-espaces

$$\text{Si } x(t) \in V_2^j \text{ alors } x(t) \in V_2^{j+1}, \quad V_2^j \subset V_2^{j+1}$$

2. Densité de l'espace engendré

$$\bigcup_{j \in \mathbf{Z}} V_2^j \text{ est dense dans } L^2(\mathbf{R})$$

3. Racine de l'analyse nulle

$$\bigcap_{j \in \mathbf{Z}} V_j = \{0\}$$

4. Invariance par translation

Si $x(t) \in V_2^j$ alors $\forall k \in \mathbf{Z}, x(t - k) \in V_2^j$

5. Invariance par dilatation

Si $x(t) \in V_2^j$ alors $x(2t) \in V_2^{j+1}$

Le choix d'un facteur 2 correspond à une analyse dyadique.

6. Discrétisation

Il existe entre V_0 et $l^2(\mathbf{Z})$ un isomorphisme tel que

$$l^2(\mathbf{Z}) = \left\{ (\alpha_i)_{i \in \mathbf{Z}}, \left| \sum_{i=-\infty}^{+\infty} |\alpha_i|^2 \right| < +\infty \right\}$$

5.2. Existence d'une Base

Soit $(V_2^j)_{j \in \mathbf{Z}}$ une approximation multi-résolution. Il existe une fonction unique $\Phi(t)$, appelée fonction d'échelle, telle que pour tout $j \in \mathbf{Z}$, si :

$$\phi_{2^j}(t) = 2^j \phi(2^j t) \quad (2.10)$$

Alors $\sqrt{2^j} \phi_{2^j}(t - 2^j k)$ constitue une base orthogonale de V_2^j . L'échelle associée à la résolution j est $s_j = 1/2^j$.

5.3. Ondelette Associée à l'Analyse Multi-Résolution

Les fonctions $A_2^j x(t)$ et $A_2^{j+1} x(t)$ sont les approximations de la fonction $x(t)$ aux résolutions j et $j+1$ respectivement. Ces approximations ne sont pas identiques. La perte d'information correspond aux détails de la fonction $x(t)$ qui ne peuvent être restitués par $A_2^j x(t)$ mais qui sont présents dans $A_2^{j+1} x(t)$. La différence entre les deux fonctions correspond à une projection de $A_2^{j+1} x(t)$ sur un sous-espace vectoriel $(O_2^j)_{j \in \mathbf{Z}}$ complémentaire de V_2^j dans V_2^{j+1} et orthogonal à V_2^j .

Pour décrire le signal détail, on introduit une fonction $\phi(t)$ (fonction ondelette) conduisant aux bases de O_2^j par translation et dilatation. On pose:

$$\phi_{2^j}(t) = 2^j \phi(2^j t) \quad (2.11)$$

L'ensemble des fonctions $\sqrt{2^j} \phi_{2^j}(t - 2^j k)$ forme une base orthogonale de O_2^j .

5.4. Implémentation de la Transformée Multi-Résolution

L'approximation discrète de $x(t)$ à la résolution 2^j peut être obtenue par décomposition du signal sur la base orthogonale à la résolution précédente. Il existe donc un opérateur de

projection A_2^j qui projette $x(t)$ sur V_2^{j+1} tel que V_2^{j+1} est appelé sous-espace d'approximation. Cette approximation est caractérisée par la relation importante suivante :

$$\begin{aligned} A_2^j x &= \left(\langle x(t), \phi_{2^j}(t - 2^j k) \rangle \right)_{k \in \mathbf{Z}} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \bar{h}(2k - l) \langle x(t), \phi_{2^{j+1}}(t - 2^{j+1} k) \rangle \\ &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \bar{h}(2k - l) A_2^{j+1} x \end{aligned} \quad (2.12)$$

L'équation (2.12) montre aisément que le passage d'une résolution à la suivante s'effectue par simple convolution avec le filtre discret $\bar{h}$ défini par $\bar{h}(n) = h(-n)$ tel que:

$$h(n) = \frac{1}{2} \langle \phi(\frac{t}{2}), \phi(t - n) \rangle \quad (2.13)$$

$$\mathbf{H}(0) = 1$$

$$|\mathbf{H}(f)|^2 + |\mathbf{H}(f + \frac{1}{2})|^2 = 1 \quad (2.14)$$

Similairement, il existe un opérateur de projection D_2^j qui projette $x(t)$ sur O_2^{j+1} tel que O_2^{j+1} est le sous-espace de détails. Le signal détail est alors exprimé par:

$$\begin{aligned} D_2^j x &= \left(\langle x(t), \phi_{2^j}(t - 2^j k) \rangle \right)_{k \in \mathbf{Z}} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \bar{g}(2k - l) \langle x(t), \phi_{2^{j+1}}(t - 2^{j+1} k) \rangle \\ &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \bar{g}(2k - l) A_2^{j+1} x \end{aligned} \quad (2.15)$$

Les coefficients détails $D_2^j x$ se calculent par simple convolution avec le filtre discret $\bar{g}$ défini par $\bar{g}(n) = g(-n)$ tel que:

$$g(n) = (-1)^{1-n} h(1 - n) \quad (2.16)$$

$$G(f) = e^{-i2\pi f} \mathbf{H}(f + \frac{1}{2}) \quad (2.17)$$

$$|G(f)|^2 + |G(f + \frac{1}{2})|^2 = 1$$

Les filtres h et g sont dits filtres miroirs conjugués. En convoluant la fonction $A_2^{j+1} x$ par h et g on obtient respectivement la fonction $A_2^j x$ et le signal détail $D_2^j x$ qui sont décimés d'un point sur deux. En itérant sur j , on peut ainsi calculer la transformée en ondelette de la fonction $x(t)$.

La figure 2.7 illustre graphiquement un modèle de l'analyse multi-résolution.

5.5. Reconstruction

On passe d'une résolution à la précédente en écrivant

$$A_2^{j+1} x = 2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(n - 2k) \cdot A_2^j x + g(n - 2k) \cdot D_2^j x \quad (2.18)$$

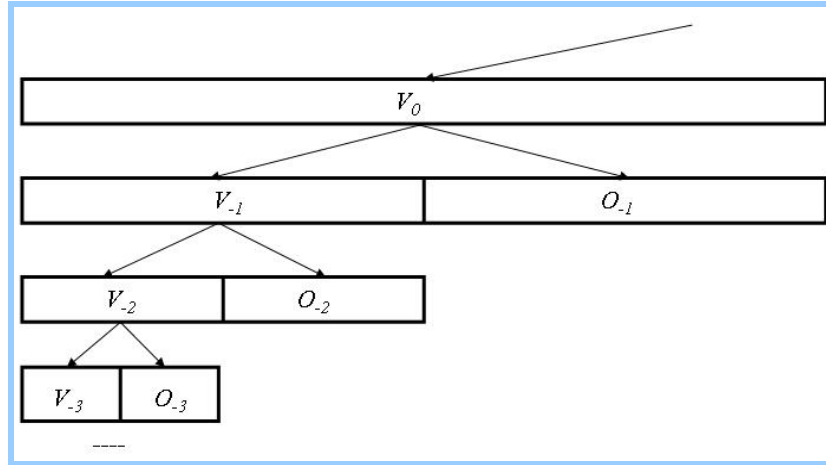


Fig.2.7 – Modèle de l'analyse multi-résolution 1D.

6. Transformée en Ondelette à deux Dimensions

L'extension à deux dimensions de la TOD (TOD-2D) est essentielle pour la transformation des signaux à deux dimensions (2D), comme une image numérique. L'approche simple pour la mise en œuvre de la TOD-2D est d'effectuer la TOD unidimensionnelle (TOD-1D) ligne par ligne pour produire un résultat intermédiaire et ensuite effectuer la même TOD-1D en colonne sur ce résultat intermédiaire pour obtenir le résultat final (Fig.2.8).

La TOD-2D s'effectue de manière naturelle par séparation des variables. Le sous espace $V_2^j(x, y)$ correspondant à la résolution j , est le produit tensoriel des sous espaces $V_2^j(x)$ et $V_2^j(y)$:

$$V_2^j(x, y) = V_2^j(x) \otimes V_2^j(y) \quad (2.19)$$

La base d'interpolation est sous la forme :

$$\phi(x, y) = \phi(x) \otimes \phi(y) \quad (2.20)$$

L'information de différence entre deux approximations de l'image originale se calcule à partir de trois ondelettes bidimensionnelles séparables, définies par:

$$\begin{aligned} \varphi^H(x, y) &= \phi(x) \varphi(y) \\ \varphi^V(x, y) &= \varphi(x) \phi(y) \\ \varphi^D(x, y) &= \varphi(x) \varphi(y) \end{aligned} \quad (2.21)$$

La TOD-2D fournit à chaque échelle les quatre sous-images suivantes (Fig.2.8):

- une image de basse résolution : LL
- une image de détails horizontaux : LH
- une image de détails verticaux : HL
- une image de détails diagonaux : HH

La TOD-2D peut être interprétée comme la décomposition sur un ensemble de voies fréquentielles orientées spatialement.

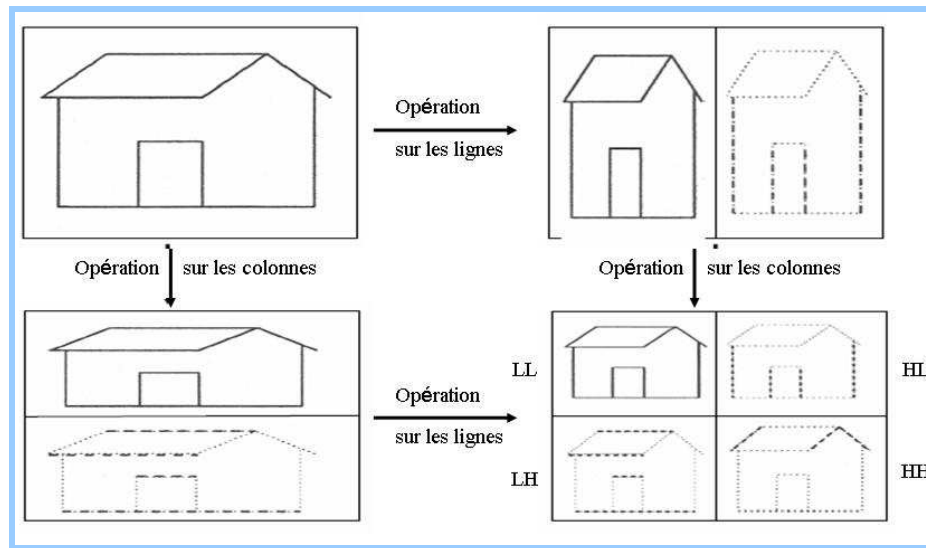
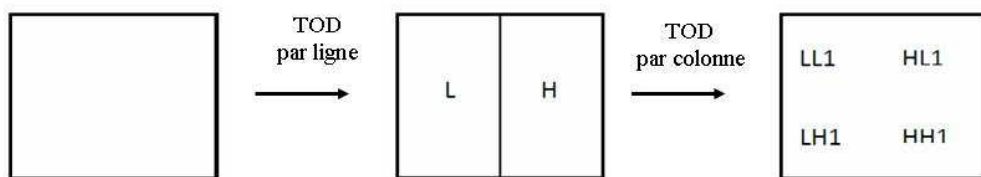
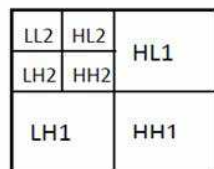


Fig.2.8 – Modèle de l'analyse multi-résolution 2D.

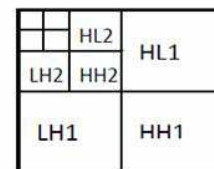
Lorsqu'on itère sur les signaux basse fréquence, on obtient plusieurs niveaux de décomposition en ondelette. Après le premier niveau de décomposition dans la figure 2.9, par exemple, on génère quatre sous-bandes LL1, LH1, HL1, et HH1 qui sont considérées comme sous-échantillonnées 2 :1 à la fois horizontalement et verticalement (Fig.2.9(a)). Les trois sous-bandes LH1, HL1 et HH1 contiennent davantage d'information détaillée de fréquences orientées dans l'espace horizontal, vertical ou diagonale. La majeure partie de l'énergie dans chacune de ces trois sous-bandes est concentrée dans le voisinage des zones correspondant à des activités de bord de l'image originale. LL1 est une version grossière (approximation) de l'entrée, et a les mêmes caractéristiques spatiales et statistiques que l'image originale. En conséquence, elle peut être décomposée en quatre sous-bandes LL2, LH2, HL2 et HH2 conformément au principe de l'analyse multi-résolution (Fig.2.9(b)). Finalement, l'image est décomposée en 10 sous-bandes LL3, LH3, HL3, HH3, LH2, HL2, HH2, LH1, HL1 et HH1 après trois niveaux de décomposition multi-résolution pyramidale, comme le montre la figure 2.9(c).



(a) Premier niveau de décomposition



(b) Deuxième niveau



(c) Troisième niveau

Fig.2.9 – Représentation de la TOD d'une image.

Similairement à la TOD-1D, les sous-bandes approximation et détails sont obtenues par convolution avec les filtres h et g telles que:

- Le passage de la résolution $j+1$ à la résolution j se fait par :

$$A_2^j(k_x, k_y) = \sum_{l_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{l_y=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k_x - l_x) \tilde{h}(2k_y - l_y) A_2^{j+1}(l_x, l_y) \quad (2.22)$$

Le signal détail appartient au sous-espace $O_2^j(x, y)$ complémentaire de $V_2^j(x, y)$ dans $V_2^{j+1}(x, y)$ et est contenu dans les trois sous images suivantes, correspondant respectivement aux ondelettes horizontale, verticale et diagonale.

$$D_j^H(k_x, k_y) = \sum_{l_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{l_y=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k_x - l_x) \tilde{g}(2k_y - l_y) A_2^{j+1}(l_x, l_y) \quad (2.23)$$

$$D_j^V(k_x, k_y) = \sum_{l_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{l_y=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k_x - l_x) \tilde{h}(2k_y - l_y) A_2^{j+1}(l_x, l_y) \quad (2.24)$$

$$D_j^D(k_x, k_y) = \sum_{l_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{l_y=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k_x - l_x) \tilde{g}(2k_y - l_y) A_2^{j+1}(l_x, l_y) \quad (2.25)$$

- La restauration s'effectue par :

$$\begin{aligned} A_2^{j+1}(k_x, k_y) = 4 \sum_{l_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{l_y=-\infty}^{+\infty} A_2^j(l_x, l_y) & h(l_x - 2k_x) h(l_y - 2k_y) \\ & + D_j^H(l_x, l_y) h(l_x - 2k_x) g(l_y - 2k_y) \\ & + D_j^V(l_x, l_y) g(l_x - 2k_x) h(l_y - 2k_y) \\ & + D_j^D(l_x, l_y) g(l_x - 2k_x) g(l_y - 2k_y) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Les procédures de filtrage pour la décomposition en ondelette 2D et reconstruction sont représentées sur les figures 2.10 et 2.11 respectivement.

7. Les Familles d'Ondelettes

Il existe une infinité de fonctions d'ondelettes parce que toute fonction oscillante localisée est une ondelette mère possible. Toutefois, elles ne possèdent pas toutes des propriétés intéressantes. Aussi, de nombreux spécialistes des ondelettes ont construit des familles d'ondelettes possédant certaines propriétés remarquables. Parmi ces familles, les ondelettes de Haar sont les plus simples, mais elles ne sont pas bien localisées. Ingrid Daubechies a construit des ondelettes à support compact qui permettent d'utiliser des filtres de taille finie. Une autre famille d'ondelettes est la famille des splines dont la réponse fréquentielle est bien localisée. Les différentes familles d'ondelettes sont utilisées selon leurs propriétés en fonction du problème à résoudre.

La figure 2.12 présente quelques familles d'ondelettes.

8. Conclusion

La transformée en ondelettes présente de nombreux avantages dans le domaine du traitement du signal et de l'image. L'analyse par ondelette ne se limite plus à l'image telle qu'elle nous apparaît, mais permet l'étude des objets présents dans l'image à différentes échelles. Elle permet de réduire la redondance pour améliorer la compression d'une image, elle peut également extraire les informations importantes (texture, contours, etc.) et aussi de réduire le bruit contenu dans l'image. C'est un outil puissant de transformation du signal qui permet de préparer le signal afin de faciliter le traitement envisagé.

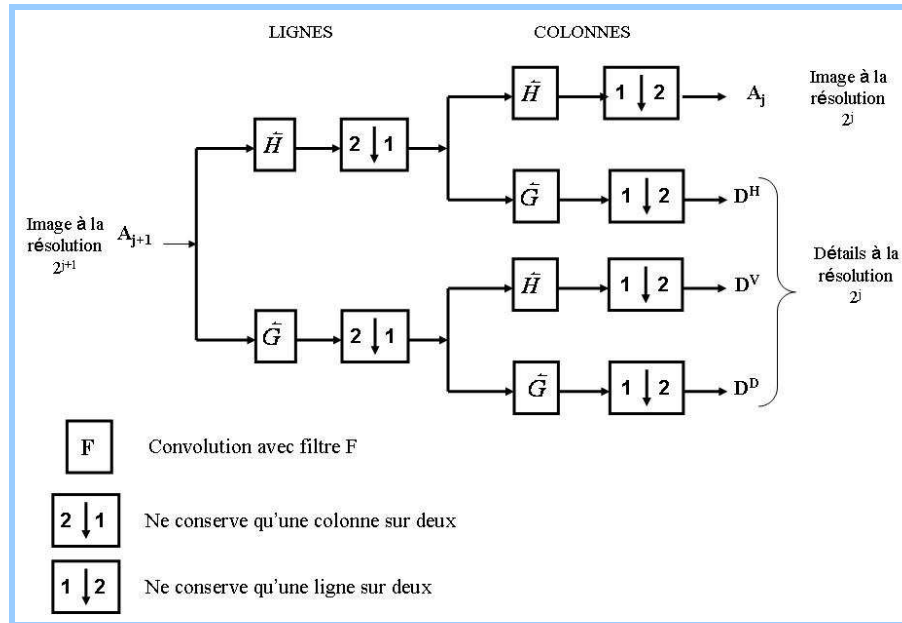


Fig. 2.10 – Un niveau de représentation multi-résolution d'une image.

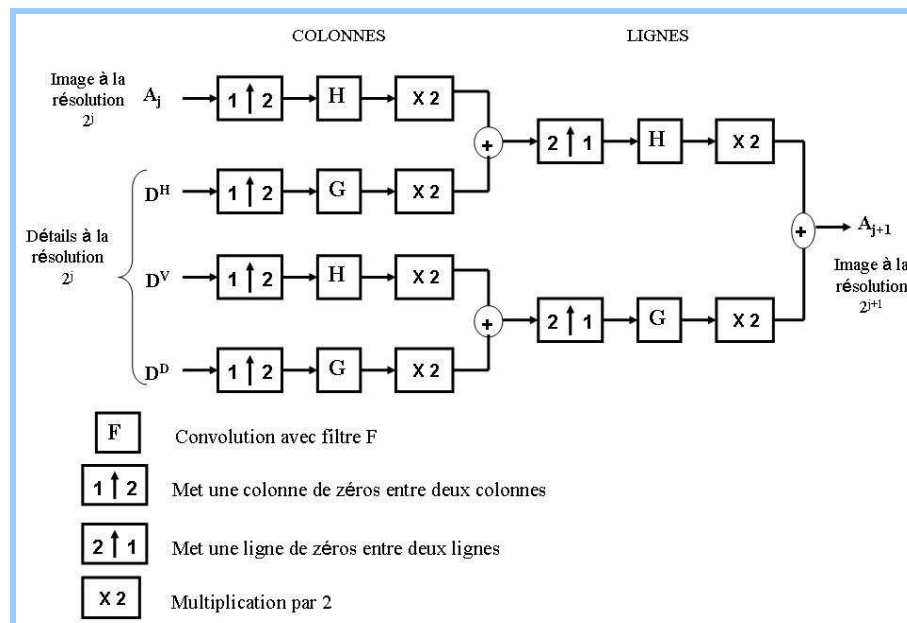


Fig. 2.11 – Un niveau de reconstruction.

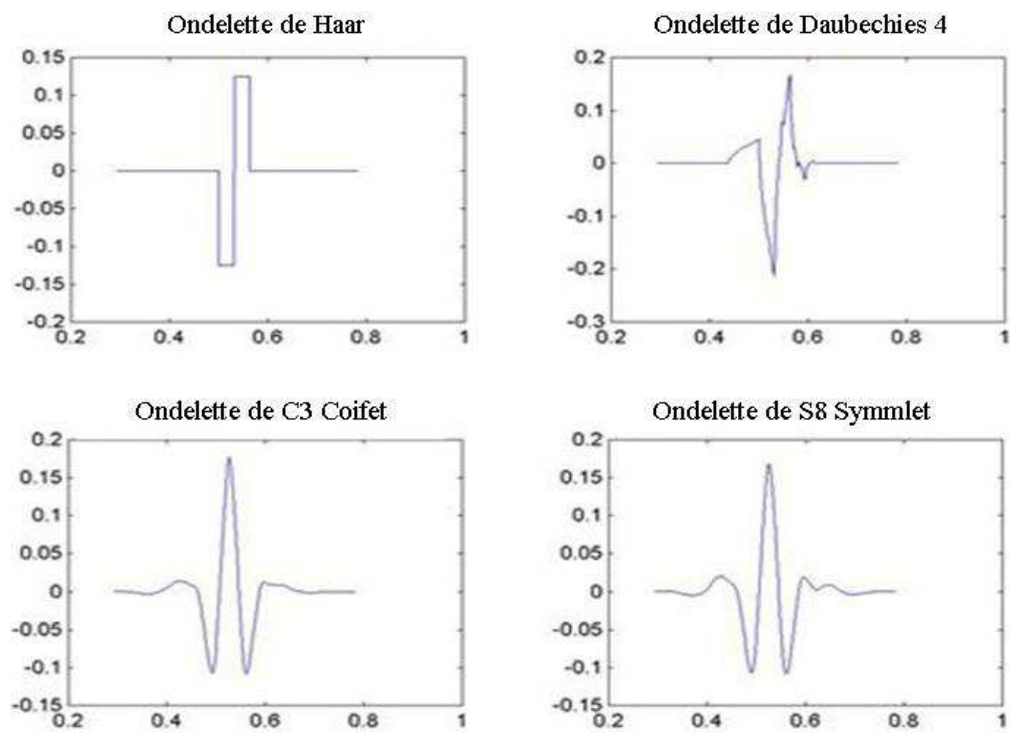


Fig.2.12 – Quelques familles d'ondelettes.

Chapitre 3

Restauration *Multi-Echelles* d'*Images* *Satellites*

1. Introduction

Les images de télédétection contiennent une quantité importante d'informations. La réponse à la question "comment extraire cette information?" constitue un problème majeur, d'autant plus que les images obtenues par les différentes techniques d'acquisition (radar, satellite) sont souvent bruitées.

Dans ce chapitre, nous examinons le problème de débruitage des images de télédétection Alsat-1 par ondelettes, de deux manières différentes. Dans la première approche, le problème est abordé dans un contexte de restauration aveugle où l'on requiert l'estimation du bruit avant d'achever le processus de débruitage. Dans la seconde, nous prenons en considération le modèle du système visuel humain pour améliorer la qualité de restauration dans le domaine des ondelettes. Les deux approches seront appliquées également à des images Landsat.

2. Approche Aveugle

2.1. Estimation du Bruit

Cette étape est consacrée à la détermination de la nature du bruit affectant les images à traiter, et de ses caractéristiques statistiques. Le but est de vérifier la nature gaussienne du bruit, et par conséquent utiliser la méthode adéquate pour son estimation.

Pour ce qui est de la nature gaussienne du bruit, nous proposons d'utiliser le lissage linéaire (gaussien et moyennneur) et non linéaire (par le médian), en raison de sa simplicité. L'histogramme de l'image erreur est alors déduit par simple différence entre l'image lissée et l'image bruitée. En fonction des histogrammes obtenus précédemment, nous utiliserons une méthode simple et rapide, basée sur le principe de détection adaptative de contours, pour calculer la variance du bruit dans le domaine spatial.

2.1.1. Lissage Linéaire

■ Moyennage

Le filtrage par la moyenne consiste à remplacer chaque pixel par la valeur moyenne de ses voisins (le pixel lui même y compris). Ceci a pour effet de modifier les niveaux de gris trop différents de leurs voisins, de sorte à supprimer le bruit.

$$\bar{I}(i, j) = \frac{1}{M} \sum_{(m, n) \in V} I(m, n) \quad (3.1)$$

où I est l'image originale, $\bar{I}$ est l'image filtrée, V est le voisinage utilisé et M est le nombre de pixels dans le voisinage utilisé. Cette opération linéaire peut être vue comme la convolution discrète de l'image par un masque h tel que:

$$\bar{I}(x, y) = I(x, y) \bullet h(x, y) = \sum_{(m, n) \in V} I(x - m, y - n) h(m, n) \quad (3.2)$$

Une amélioration du filtre moyennneur consiste à jouer sur les valeurs des coefficients du masque ce qui revient à calculer une moyenne pondérée des valeurs des pixels du voisinage. L'expression générale de l'application d'un tel filtre de dimension $m \times n$, avec $m = 2a + 1$ et $n = 2b + 1$ à une image $I(i, j)$ est donnée par :

$$I'(i, j) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b h(s, t) I(i + s, j + t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b h(s, t)} \quad (3.3)$$

Des exemples de masques moyenneurs 3x3 et 5x5 sont :

1/9 x	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1

1/25 x	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1

Il existe différents masques proposant le recours à une moyenne pondérée. Exemples:

1/10 x	1	1	1
	1	2	1
	1	1	1

1/16 x	1	2	1
	2	4	2
	1	2	1

■ Filtrage Gaussien

Le filtre gaussien est un opérateur de lissage utilisé pour estomper les détails et le bruit. Ce filtre a une logique analogue au filtre moyenne. En 2D et en supposant que la distribution est circulaire symétrique la distribution gaussienne a pour expression :

$$G_{\sigma}(i, j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}} \quad (3.4)$$

Le filtrage Gaussien va utiliser cette distribution pour définir un filtre de convolution. Comme on travaille sur des images discrètes on utilise une approximation discrète de la distribution gaussienne 2D (Fig.3.1).

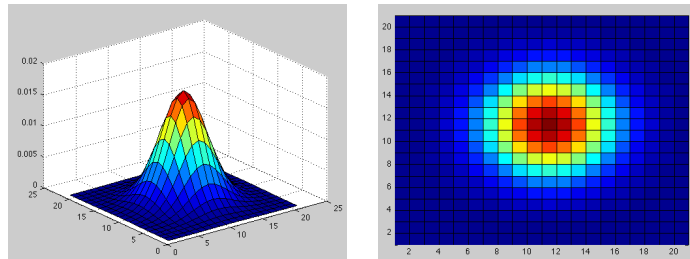


Fig.3.1 – Discretisation du noyau gaussien 2D.

Voici par exemple un filtre de taille 5 x 5 représentant une gaussienne de moyenne nulle et d'écart type égal à 1.4:

	2	4	5	4	2
	4	9	12	9	4
1/115 x	5	12	15	12	5
	4	9	12	9	4
	2	4	5	4	2

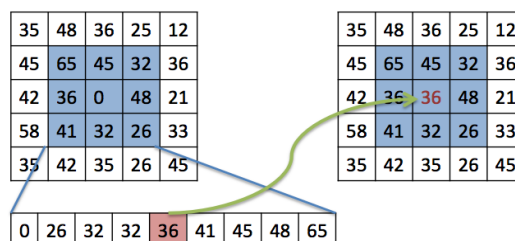
2.1.2. Lissage non Linéaire

■ Filtre Médian

Soit une séquence discrète $a_1, a_2, \dots, a_N$ (N impair). a_i est la valeur médiane de la séquence si :

- Il existe $\frac{N-1}{2}$ éléments de valeur inférieure
- Il existe $\frac{N-1}{2}$ éléments de valeur supérieure

Par exemple:



2.1.3. Estimation du Bruit

Beaucoup de recherches ont été faites en ce qui concerne l'estimation du bruit [94-97]. Une solution simple et rapide pour le calcul de la variance du bruit est celle proposée dans [98], conformément à l'organigramme de la figure 3.2:

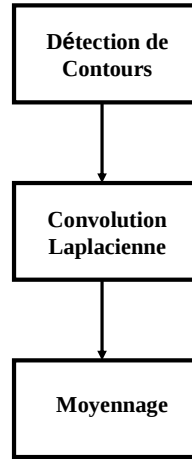


Fig.3.2 – Organigramme de l'algorithme d'estimation du bruit.

1. Par hypothèse, l'image d'entrée est considérée affectée d'un bruit blanc gaussien centré.
2. La première étape est d'exclure les détails de l'image I de l'estimation de la variance, par une détection adaptative de contours. L'opérateur de Sobel est utilisé à cet effet.

$$G_x = I(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_y = I(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = |G_x| + |G_y| \quad (3.5)$$

3. Ensuite, les structures de l'image, sans les pixels des contours, sont supprimées en utilisant l'opérateur du Laplacien suivant:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

4. finalement, la déviation standard du bruit peut être calculée par:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{6(L-2)(H-2)} \sum_{image I} |I(x, y) * N| \quad (3.7)$$

où L et H sont la largeur et la hauteur de l'image, respectivement.

2.2. Restauration

Dans cette étape, la variance calculée dans le domaine spatial est incorporée dans le processus de restauration pour le calcul du seuil échelle par échelle.

- *Algorithme:*
 1. Estimation de la variance σ_n du bruit, dans le domaine spatial, conformément à l'organigramme de la figure 3.2 et l'équation (3.7).
 2. Décomposition en ondelette
 3. Pour chaque échelle j :
 - a. Calcul du seuil $S_j = \sigma_n \sqrt{2 \log(N_j)}$
 N_j étant le nombre total d'échantillons d'une sous bande détail à l'échelle j
 - c. Seuillage des coefficients détails de l'échelle j avec S_j
 4. Reconstruction de l'image débruitée

3. Approche Fondée sur le Modèle du Système Visuel Humain

Les modèles du système visuel humain (SVH) sont particulièrement intéressants pour quantifier la qualité des systèmes de visualisation et prédire si une information visuelle sera perceptible ou non. L'un de ces modèles est la fonction de sensibilité au contraste (en anglais Contrast Sensitivity Function, CSF) qui caractérise la sensibilité du SVH aux fréquences spatiales et temporelles [99-101].

3.1. Fonction de Sensibilité au Contraste

Elle est basée sur la capacité du SVH de détecter des différences de luminances, donc de déterminer l'existence de *bords* entre surfaces homogènes [102]. On peut utiliser des stimuli variés mais là aussi on aura intérêt à éviter des mires trop complexes à multiples variables. Le stimulus le plus utilisé est constitué de structures répétitives appelées *réseaux*. Ces mires *périodiques* sont caractérisées par:

- leur surface et la distance d'observation, ce qui permet de calculer l'angle couvert par la mire dans le champ visuel du sujet, (Fig.3.3).
- leur fréquence spatiale qui s'exprime en cycles par degré (d'angle visuel), (Fig.3.4). Compte tenu de l'angle correspondant à la totalité de la surface stimulante, la fréquence spatiale permet de calculer le nombre de cycles nécessaires à la stimulation.
- leur orientation: verticale, horizontale ou d'une obliquité déterminée.
- leur position dans le champ visuel
- leur profil de luminance, représentant la variation de luminance du réseau selon un axe déterminé. Ce profil peut évidemment être quelconque, mais ne nous apprendrait à ce moment que peu de choses sur les performances visuelles du sujet. On utilise généralement un profil sinusoïdal, triangulaire ou carré (Fig.3.5).

L'expression donnant le contraste est alors

$$C = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}} \quad (3.8)$$

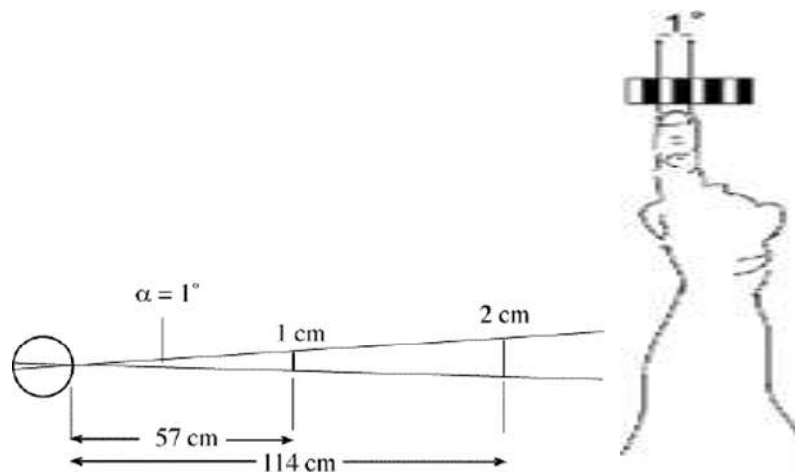
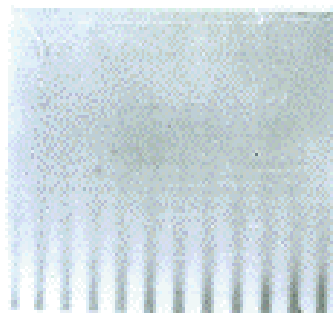
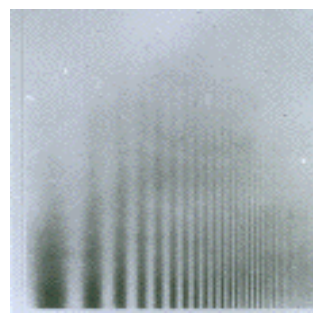


Fig.3.3 – Effet de la distance d'observation sur la détection de la luminance [102].

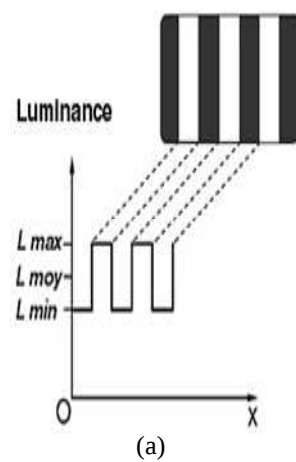


(a)

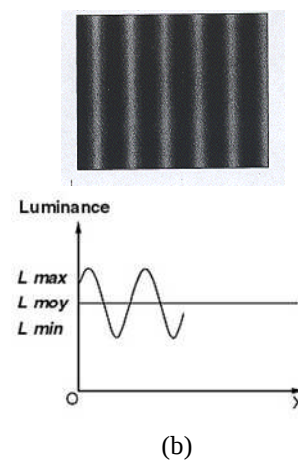


(b)

Fig.3.4 – Fréquence spatiale des réseaux [102]. (a) Fréquence constante. Fréquence croissante.



(a)



(b)

Fig.3.5 – Exemples de Profils de la luminance [102]. (a) Carré. (b) Sinusoïdal.

D'après l'équation (3.8), le contraste va évoluer entre la valeur **0** (0% de contraste: champs uniformes et identiques juxtaposés sans possibilité de les distinguer) et la valeur **1** (100% de contraste: mire dont les nuances vont d'une luminance quelconque à un noir absolu par exemple).

Le **contraste minimal** sera, pour une fréquence spatiale donnée, la plus petite valeur de contraste susceptible d'entraîner la détection du réseau.

Le **seuil de sensibilité au contraste** toujours pour une certaine fréquence spatiale, sera l'inverse de la valeur du contraste minimal défini ci-dessus. Cette sensibilité sera donc d'autant plus élevée que le contraste détecté sera plus faible et inversement.

La variation de la sensibilité au contraste peut être étudiée en fonction des différentes fréquences spatiales. La courbe obtenue constituera la fonction de sensibilité au contraste d'un sujet examiné compte tenu des conditions de l'expérimentation et en premier lieu de la nature de la mire. On ne peut donc parler de CSF, dans l'absolu, mais on doit préciser si on a effectué cet examen avec une mire sinusoïdale ou carrée, en vision binoculaire ou monoculaire, en présentation centrale ou périphérique, etc. Il y a donc autant de CSFs, que de modes d'examen et naturellement seuls deux résultats obtenus selon le même mode opératoire seront comparables entre eux. La courbe obtenue peut être présentée en coordonnées semi-logarithmiques ou plus généralement en coordonnées logarithmiques (Fig.3.6).

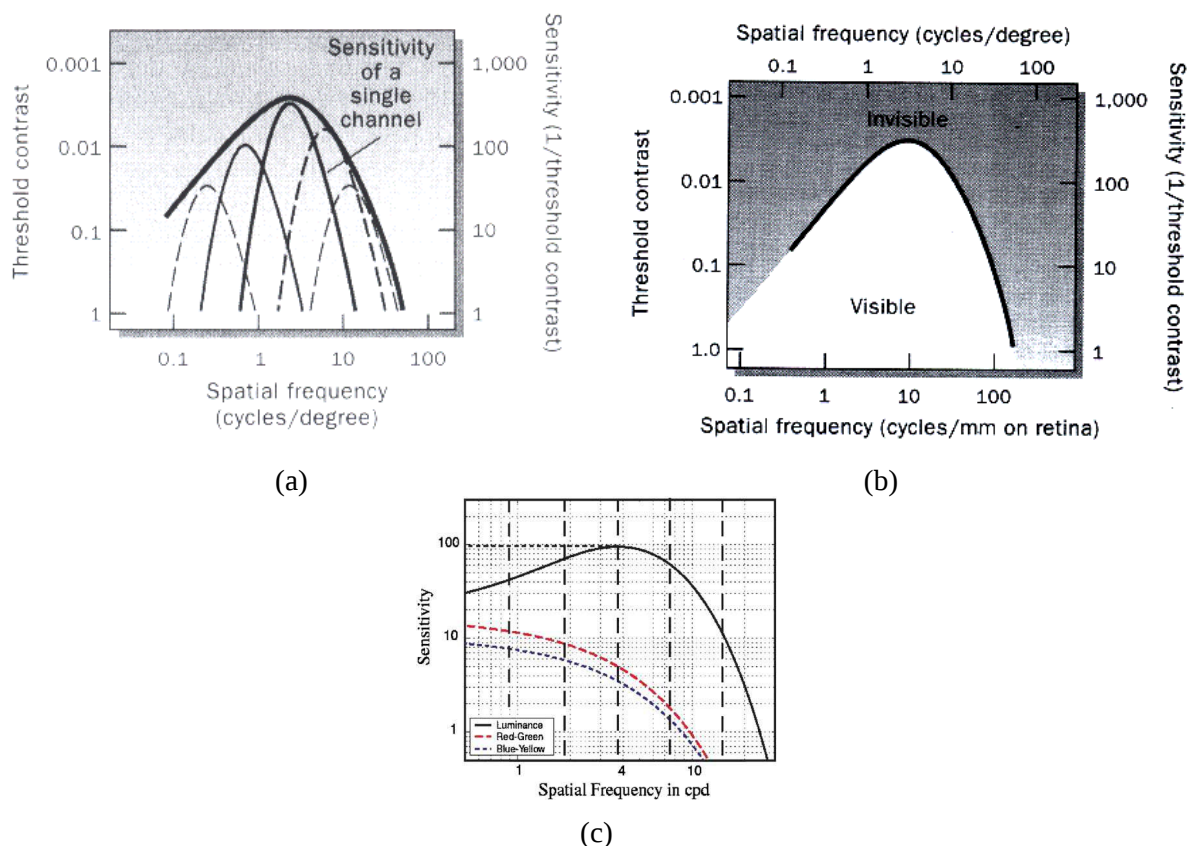


Fig.3.6 – Allure de la CSF. (a) CSFs individuelles relatives aux sensibilités individuelles des neurones [102]. (b) CSF globale pour un adulte humain [102]. (c) Allure typique de la CSF pour des réseaux de luminance et chromatiques [103].

3.2. Exploitation de la CSF dans le Débruitage par Ondelettes

La CSF décrit la sensibilité du modèle du SVH en fonction du contraste et de la fréquence spatiale. En règle générale, le SVH est plus sensible aux basses fréquences et moins sensible aux hautes fréquences.

3.2.1. Relation entre la CSF et l'analyse Multi-résolution

La décomposition en multi-résolution utilisée pour les besoins de restauration est décrite par un banc de filtre de filtres séparables 2D. L'application successive de ces filtres résulte en un ensemble de sous-bandes à intervalles spécifiques de fréquences spatiales horizontales et verticales. L'incorporation de la CSF dans cette décomposition est illustrée en détail sur la figure 3.7a [103].

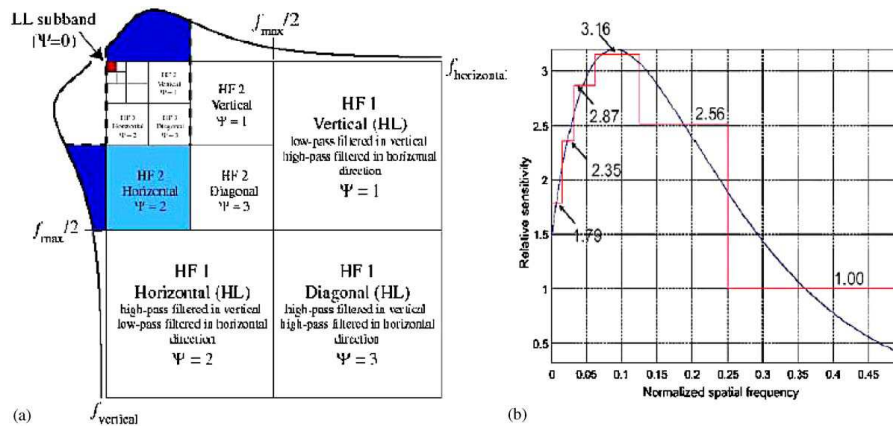


Fig.3.7 – Relation entre la CSF et l'analyse multi-résolution [103]. (a).Cinq niveaux de décomposition. (b) Echantillonnage de la courbe de CSF de luminance à six poids.

Soit f_{max} la fréquence maximale représentée dans l'image. Si l'on considère le cas de la sous-bande à l'échelle $j = 2$ et l'orientation $\psi = 2$ (détails ou contours horizontaux), dans la figure 3.7a, les fréquences spatiales horizontales varient de 0 à $0.25 f_{\text{max}}$, et les fréquences verticales varient de 0.25 à $0.5 f_{\text{max}}$. De ce fait, la sous-partie de la CSF correspondant à l'intervalle fréquentiel couvert par cette sous-bande est celle colorée sur la figure 3.7a.

Soient $\hat{f}_L$ et $\hat{f}_H$ les intervalles de fréquence associés à chaque niveau j tels que:

$$\begin{aligned}\hat{f}_L &= 0 \dots f_A(j) \\ \hat{f}_H &= f_A(j) \dots f_B(j)\end{aligned}\tag{3.9}$$

où $f_A(j)$ et $f_B(j)$ sont les limites de ces intervalles:

$$\begin{aligned}f_A(j) &= 2^{-j} f_{\text{max}} \\ f_B(j) &= 2 f_A(j)\end{aligned}\tag{3.10}$$

Alors, l'intervalle de fréquences spécifiques à chaque orientation ψ ($\psi \in [0, 1, 2, 3]$) est donné par

$$\hat{f}_\psi = (\hat{f}_h; \hat{f}_v) = \{(\hat{f}_L; \hat{f}_L), (\hat{f}_H; \hat{f}_L), (\hat{f}_L; \hat{f}_H), (\hat{f}_H; \hat{f}_H)\}\tag{3.11}$$

avec $\hat{f}_h$ et $\hat{f}_v$ étant les intervalles de fréquence horizontale et verticale.

La définition mathématique précise des intervalles de fréquences couvertes par chaque sous-bande est nécessaire pour savoir exactement quelle partie de la CSF est liée à chaque sous-bande.

3.2.2. Implémentation de la CSF dans le processus de Débruitage

▪ Principe

La CSF peut être exploitée principalement pour modifier les coefficients en ondelette avant le seuillage. L'implémentation conventionnelle de la CSF est basée sur le principe du facteur unique [103], en ce sens que l'on assigne à chaque sous-bande un facteur de pondération fréquentielle unique. Ce facteur exprime la sensibilité moyenne du SVH en fonction de la fréquence couverte pour chaque sous-bande.

Le facteur de pondération est utilisé pour multiplier les coefficients en ondelette avant le processus de seuillage tel que:

$$\hat{f}_\psi = (\hat{f}_h; \hat{f}_v) = \left\{ \begin{array}{l} ((\hat{f}_L; \hat{f}_L), \mathbf{T} w_{csf}^1 * (\hat{f}_H; \hat{f}_L)), \\ \mathbf{T} w_{csf}^2 * (\hat{f}_L; \hat{f}_H), \\ \mathbf{T} w_{csf}^3 * (\hat{f}_H; \hat{f}_H) \end{array} \right\} \quad (3.12)$$

où w_{csf}^ψ est le facteur de pondération le long de chaque orientation, et $\mathbf{T}$ est l'opérateur de seuillage par ondelettes.

Pour obtenir le facteur de pondération, w_{csf}^ψ , la courbe de CSF est échantillonnée à la fréquence du milieu de l'intervalle fréquentiel couvert par la sous-bande. L'échantillonnage de la CSF 2D peut être obtenu par l'échantillonnage séparé des CSFs horizontale et verticales aux fréquences du milieu correspondantes. Dans ce cas, le poids final est le produit des deux valeurs échantillonnées.

Par exemple, dans le cas de la figure (3.7b), une décomposition en ondelette à 5 niveaux fournit six (06) facteurs de pondération pour une CSF de luminance. Chaque facteur correspond à la moyenne des courbes de CSFs correspondant à son intervalle fréquentiel.

Un exemple de CSF pour la luminance, proposé originellement dans [99], est:

$$CSF_L = 2.6 (0.192 + 0.114 I_L) e^{[-0.114 I_L]^{1.1}} \quad (3.13)$$

$$I_L = I_{Lx}^2 + I_{Ly}^2$$

I_{Lx} et I_{Ly} représentent les directions horizontale et verticale respectivement.

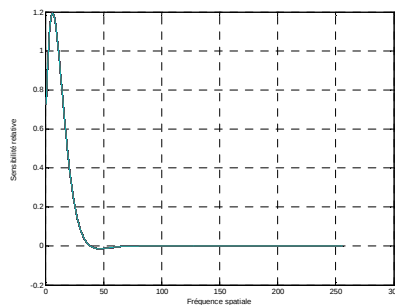


Fig.3.8 – Illustration de la CSF le long d'une direction de l'équation (3.13).

▪ *Algorithme*

L'algorithme de débruitage basé sur le modèle du SVH, et inspiré par l'approche décrite dans [103], est effectué conformément aux étapes suivantes:

1. Choix de la fonction de CSF
2. Choix du niveau maximum de la décomposition en ondelette
3. Calcul des facteurs de pondération w_{csf}^w
4. Décomposition en ondelette
5. Pour chaque échelle j :

- a. Calcul du seuil $S_j = \sqrt{2 \log(N_j)}$

N_j étant le nombre total d'échantillons d'une sous bande détail à l'échelle j

- b. c. Seuillage des coefficients détails de l'échelle j avec S_j , conformément à l'équation (3.12).

6. Reconstruction de l'image débruitée

4. Rehaussement du Contraste

Le rehaussement du contraste a pour rôle d'améliorer la qualité de l'image pour une meilleure interprétation, et de faciliter l'extraction de l'information y est contenue. La méthode la plus utilisée pour le rehaussement du contraste est l'égalisation d'histogramme (EH) qui permet souvent de renforcer le contraste sur des détails de l'image qui sont masqués par des variations d'intensité de plus grande amplitude. Cette transformation consiste à rendre le plus plat possible l'histogramme des niveaux de gris de l'image.

L'obtention d'une distribution uniforme à partir d'une transformation ponctuelle est résumée dans les étapes suivantes [1].

4.1. Histogramme de l'Image

L'image X est associée à une modélisation probabiliste dont l'histogramme représente la densité de probabilité de la variable niveau de gris:

$$p(X_k) = \frac{n_k}{n} \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (3.14)$$

où n_k représente le nombre d'occurrence du niveau de gris X_k et n est le nombre total des échantillons de l'image. $p(X_k)$ est une estimation de la probabilité d'occurrence du niveau de gris X_k .

4.2. Histogramme Cumulé

Considérons une image X dont les niveaux de gris sont répartis dans l'intervalle $[0, L - 1]$, la densité cumulative normalisée (l'histogramme cumulé normalisé) est définie par:

$$c(X_k) = \sum_{j=0}^k p(X_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} \quad (3.15)$$

où $X_k = x$, pour $k = 0, 1, \dots, L-1$. Notons que $c(X_{L-1}) = 1$, par définition. Ainsi, l'EH est le processus qui associe l'image originale à l'intervalle dynamique complet, (X_0, X_{L-1}) , en utilisant la densité cumulative normalisée comme transformation.

4.3. Image Egalisée

S l'on définit la fonction $f(x)$ telle que:

$$f(x) = X_0 + (X_{L-1} - X_0)c(x) \quad (3.16)$$

Alors l'image de sortie après EH, $\mathbf{Y} = \{Y(i, j)\}$ est définie telle que:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= f(\mathbf{X}) \\ &= \{f(X(i, j)), \forall X(i, j) \in \mathbf{X}\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Une illustration numérique des étapes d'EH de l'image 5.a est représentée dans la Table 1.

4.4. Egalisation Fondée sur la Préservation de la Luminosité Moyenne

S on note par X_m la moyenne d'une image $\mathbf{X}$ telle que $X_m \in \{X_0, X_1, \dots, X_{L-1}\}$. Dans l'égalisation d'histogramme avec préservation de la luminosité moyenne [104], l'image $\mathbf{X}$ est partitionnée en deux sous-images $\mathbf{X}_L$ and $\mathbf{X}_U$ telles que:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_L \cup \mathbf{X}_U \quad (3.18)$$

avec

$$\mathbf{X}_L = \{X(i, j) \mid X(i, j) \leq X_m, \forall X(i, j) \in \mathbf{X}\} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{X}_U = \{X(i, j) \mid X(i, j) > X_m, \forall X(i, j) \in \mathbf{X}\} \quad (3.20)$$

Les deux sous-images sont alors égalisées individuellement, leur composition constitue l'image égalisée résultante qui possède la même luminosité moyenne que l'image d'origine.

4.5. Egalisation Fondée sur la Préservation de la Luminosité Moyenne

Le rehaussement du contraste avec préservation de la luminosité moyenne vise à améliorer la qualité de l'image selon qu'on l'utilise avant ou après le processus de restauration. A cet effet, nous avons utilisé l'approche décrite dans [105,106], qui consiste à calculer le seuil de subdivision de l'image dans le domaine flou.

5. Outils de Simulation

5.1. MATLAB Comme Outil de Programmation

La programmation a été effectuée sous MATLAB (diminutif de *Matrix Laboratory*). Ce langage haut performance, englobe calcul, visualisation et programmation dans un environnement facile à utiliser. En particulier, nous avons utilisé les toolboxes *Image Processing* et *Wavelet Processing*.

5.2. Images de Test Utilisées

L'étude que nous présentons porte sur deux groupes d'images de télédétection: des images Alsat-1 et des images Landsat.

5.2.1. Images Alsat-1

Alsat-1 est le premier satellite algérien d'observation de la Terre, lancé le 28 Novembre 2002. Depuis, le satellite envoie régulièrement des images des zones survolées sur trois canaux (Vert (V), Rouge (R) et Proche Infrarouge (PIR)) avec une résolution de 32 mètres [107].

i) *Champ d'Application*

- Gestion et inventaire des ressources naturelles
- Cartographie de l'occupation du sol
- Foresterie
- Statistiques agricoles.
- Désertification
- Localisation d'infrastructures (aéroport, urbain...)
- Suivi des phénomènes évolutifs...

ii) *Niveau de Prétraitement et Format*

La station de réception située au Centre National des Techniques Spatiales d'Arzew télécharge les données Alsat-1 dans le format BIL (band Interleaved by line). L'entête du fichier image contient :

- Les paramètres de prise de vue
- Les informations relatives à la télémétrie et à l'orbitographie.

iii) *Format Alsat-1*

1. **Niveau L0R** : Les trois composantes (PIR, R et V) de l'image sont retournées verticalement pour être conformes au sens d'acquisition de l'image (sens de la trace du satellite : nœud ascendant). Elles sont traitées radiométriquement pour corriger d'une part, les effets de linéament vertical entre les colonnes paires et impaires et d'autre part les effets de vignetage dus à l'optique de la caméra.
2. **Niveau L1R** : Les trois canaux Alsat-1 de niveau L0R sont corrigés des déformations géométriques dues à l'optique de chaque caméra, et à l'inclinaison orbitale du microsatellite.

iv) *Spécifications du Capteur*

Mode de prise de vue	Push-broom
Capteur multispectral	02 caméras avec recouvrement de 16 Km
Bandes spectrales	Vert, Rouge et Proche Infrarouge
Largeur de la fauchée	2 x 300 Km
Nombre de Pixels	10200 par camera
Résolution spatiale	32 m
Taille image maximale	600 x 560 Km
Focale	150 mm

La caméra embarquée sur le microsatellite Alsat-1 couvre trois bandes du spectre électromagnétique :

- Bande 1 (Vert : 0.523 – 0.605 μm)
- Bande 2 (Rouge : 0.629 – 0.690 μm)
- Bande 3 (Proche Infrarouge : 0.774 - 0.900 μm)

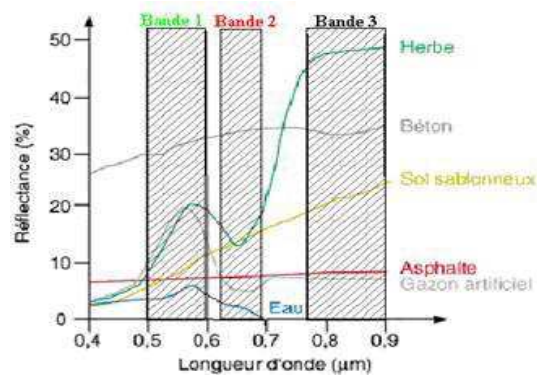


Fig.3.9 – Signatures spectrales comparées par rapport aux bandes Alsat 1

v) Fauchée et Fenêtrage

Alsat-1 est caractérisé par sa :

- Grande fauchée
- Fonction de fenêtrage



Fig.3.10 – Image 600 × 560 Km (33.600.000 Hectares) : Le territoire national est couvert par 11 images Alsat 1.

Notons, finalement, que nos tests seront effectués sur des images Alsat-1 représentant une zone de la région de Guelma dans la période de Juillet 2006 dans les bandes spectrales du Rouge (R), du Vert (V) et du Proche Infra Rouge (PIR).

5.2.2. Images Landsat

Les images Landsat utilisées représentent une séquence multi-temporelle multi-spectrale d'images acquises par le Landsat-7 ETM+ à travers la région du Trentino dans le nord de l'Italie, dans la période de Mai, Juillet et Septembre 2000.

Notons que le Landsat-7 ETM+ a une résolution spatiale de 30 m et couvre six bandes du spectre électromagnétique, trois dans le visible et trois dans l'Infra Rouge.

5.3. Base d'Ondelette Utilisée

La comparaison entre différentes bases d'ondelettes ne fait pas l'objet de ce mémoire. C'est pourquoi, nous avons utilisé un seul type de base qui est la Daubechies 4, "db4" (Fig.3.9), pour effectuer trois niveaux de décomposition en ondelette.

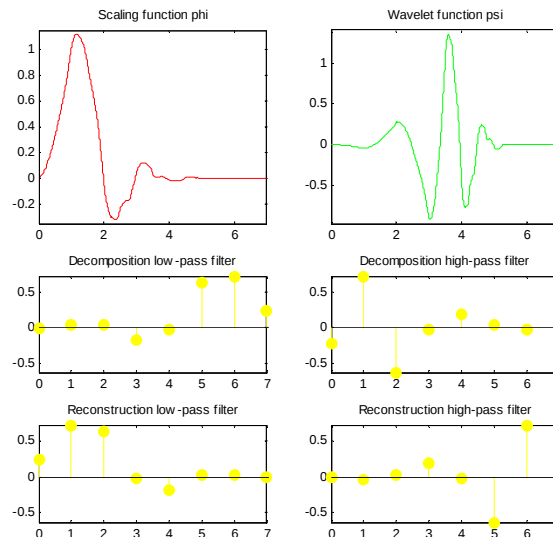


Fig.3.11 – Représentation de la base de Daubechies db4 [56].

6. Résultats de Simulation

6.1. Approche Aveugle

Nous présentons dans cette partie les différents résultats de simulation pour les images de Guelma et Landsat, conformément aux étapes de cette approche.

6.1.1. Détermination de la Nature du Bruit

La nature gaussienne du bruit affectant les images Alsat-1 est investiguée à l'aide du lissage linéaire et non linéaire de ces images. Les histogrammes des images erreurs obtenues après lissage sont représentés sur les figures 3.12-3.14. Visiblement, les histogrammes des filtrages moyenné et gaussien affichent des allures gaussiennes centrées. L'allure associée au filtrage médian, par contre, n'est pas tout à fait une gaussienne. Ceci s'explique par le fait que les filtres moyenné et gaussien sont plus efficaces dans l'élimination du bruit gaussien, alors que le filtrage médian est plus efficace dans l'élimination des bruits de grains.

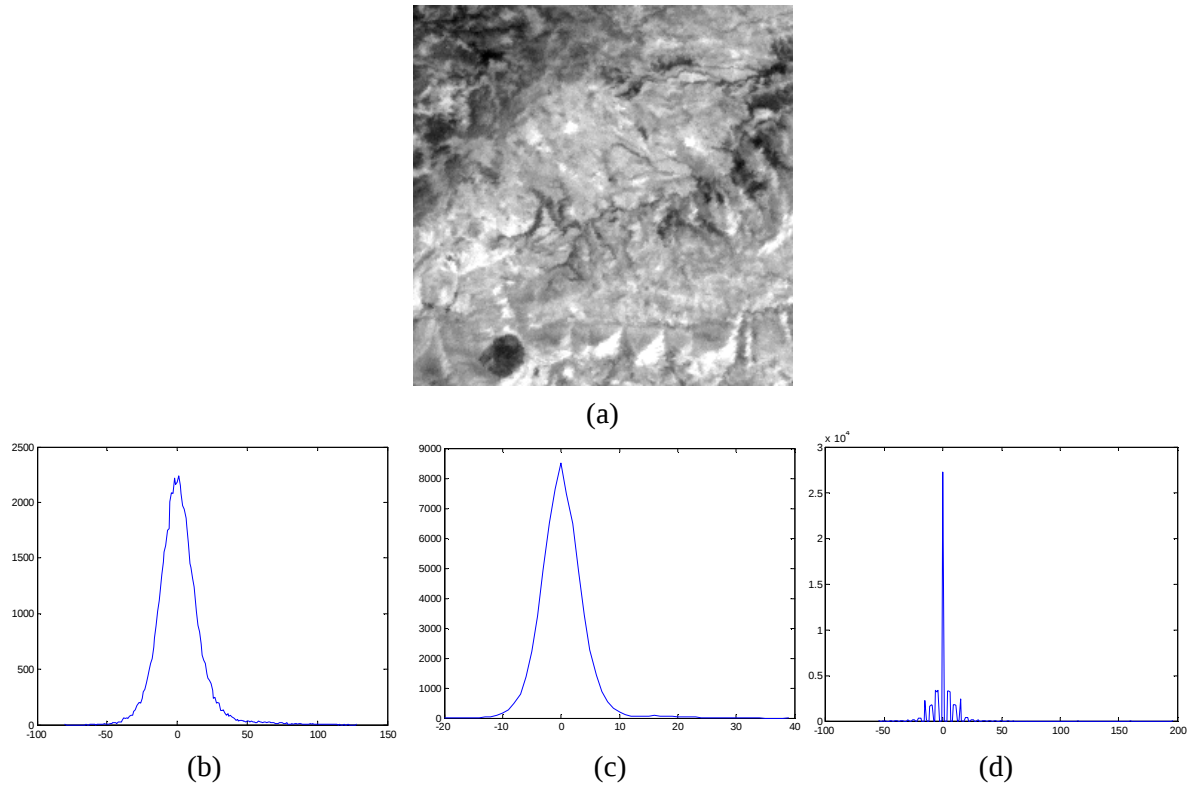


Fig.3.12 – Détermination de la nature du bruit pour la Bande R de Guelma. (a) Image originale. (b) Filtrage moyennneur ($\sigma = 15.45$). (c) Filtrage gaussien ($\sigma = 3.99$). (d) Filtrage médian ($\sigma = 8.38$).

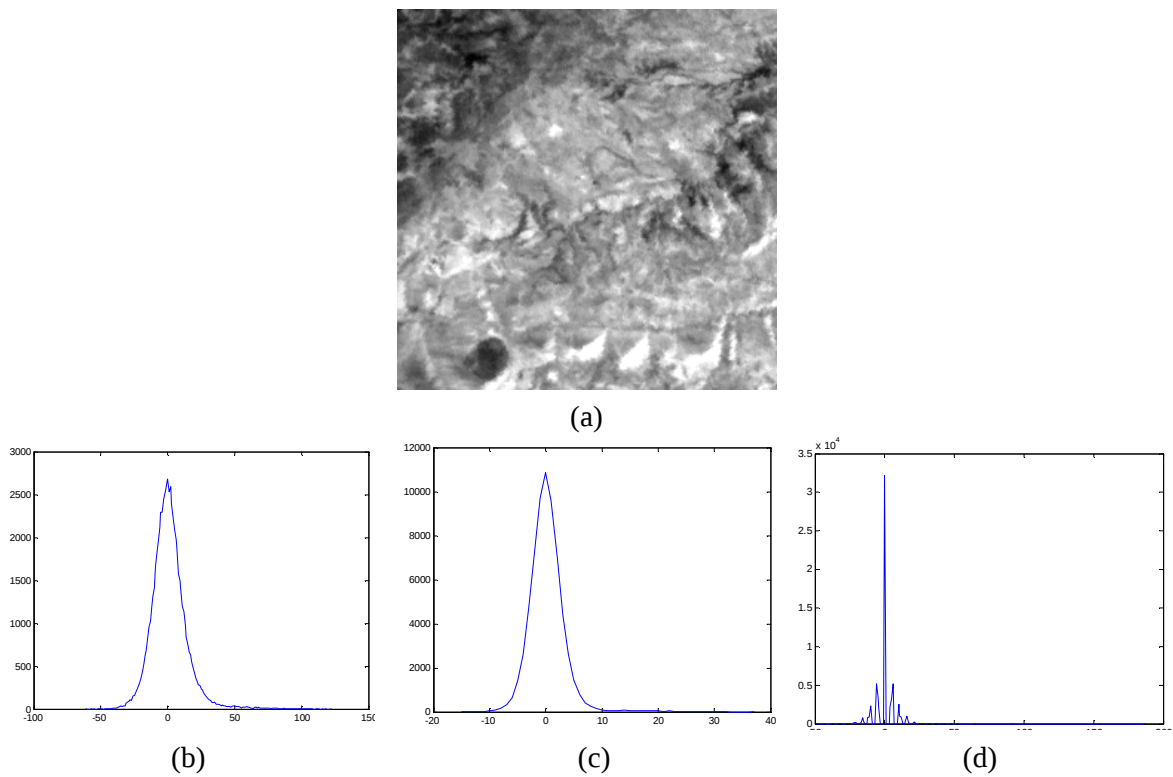


Fig.3.13 – Détermination de la nature du bruit pour la Bande V de Guelma. (a) Image originale. (b) Filtrage moyennneur ($\sigma = 13.78$). (c) Filtrage gaussien ($\sigma = 3.32$). (d) Filtrage médian ($\sigma = 6.73$).

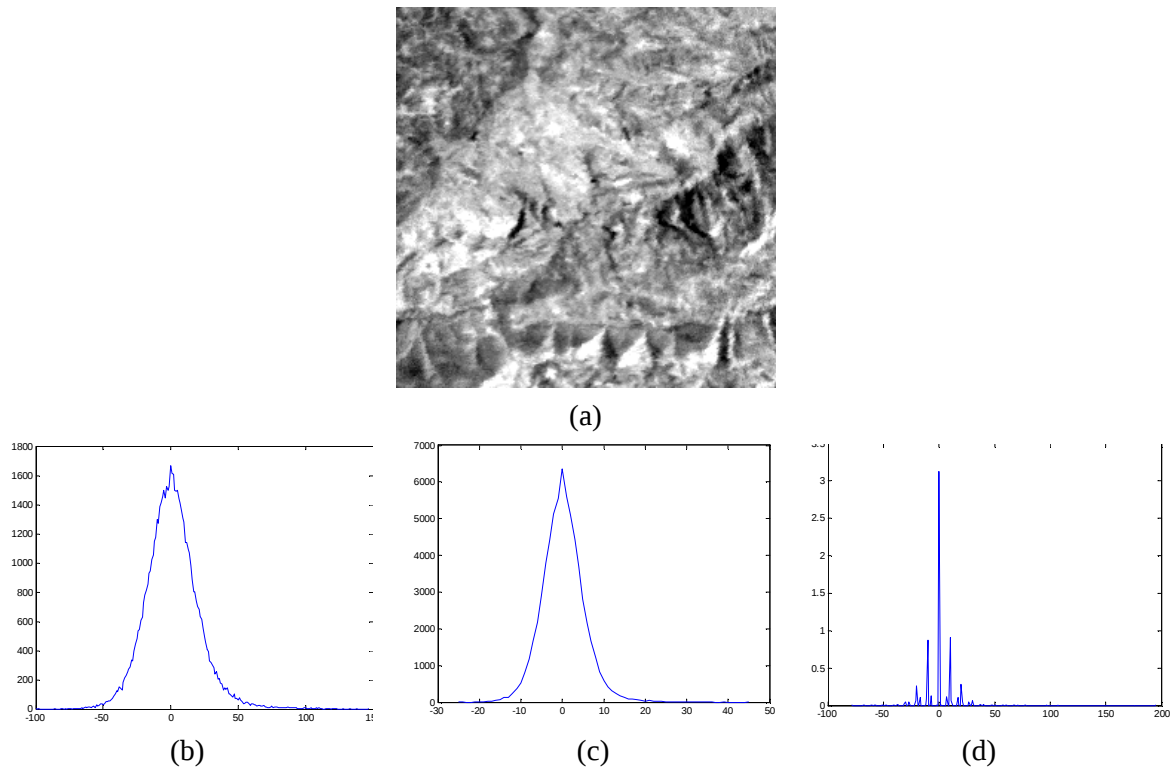


Fig.3.14 – Détermination de la nature du bruit pour la Bande PIR de Guelma. (a) Image originale. (b) Filtrage moyennneur ($\sigma = 19.57$). (c) Filtrage gaussien ($\sigma = 5.17$). (d) Filtrage médian ($\sigma = 11.90$).

6.1.2. Estimation du Bruit

A l'issue des résultats obtenus précédemment, nous présentons dans les figures 3.15-3.17 les maps de contours associées au processus d'estimation du bruit dans les images Alsat-1, à travers le calcul de sa variance.

Les figures 3.18-3.23 illustrent les maps de contours associées aux images Landsat qui ont été affectées d'un bruit blanc gaussien centré à l'aide de la commande "imnoise" de MATLAB

Les maps dans les figures 3.xb, retournent les points de contours qui seront exclus lors de l'estimation de la variance du bruit.

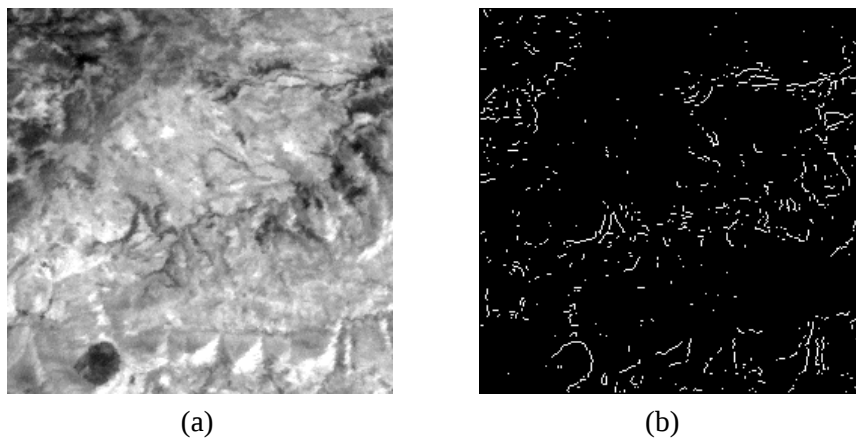


Fig.3.15 – Estimation du bruit pour la Bande R de Guelma. (a) Image originale. (b) Map de contours, $\sigma_n = 5.2698$.

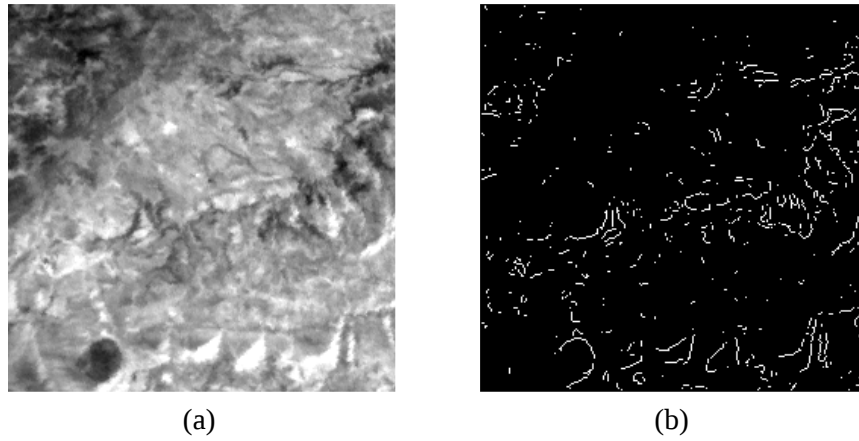


Fig.3.16 – Estimation du bruit pour la Bande V de Guelma. (a) Image originale. (b) Map de contours, $\sigma_n = 4.1899$.

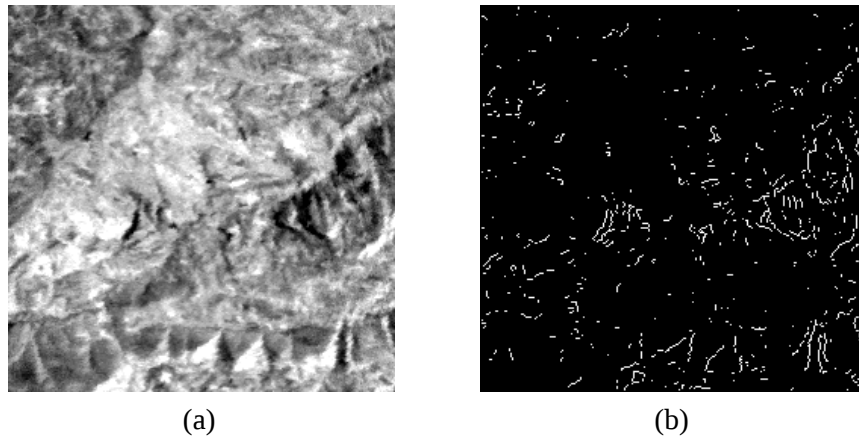


Fig.3.17 – Estimation du bruit pour la Bande PIR de Guelma. (a) Image originale. (b) Map de contours, $\sigma_n = 5.9856$.

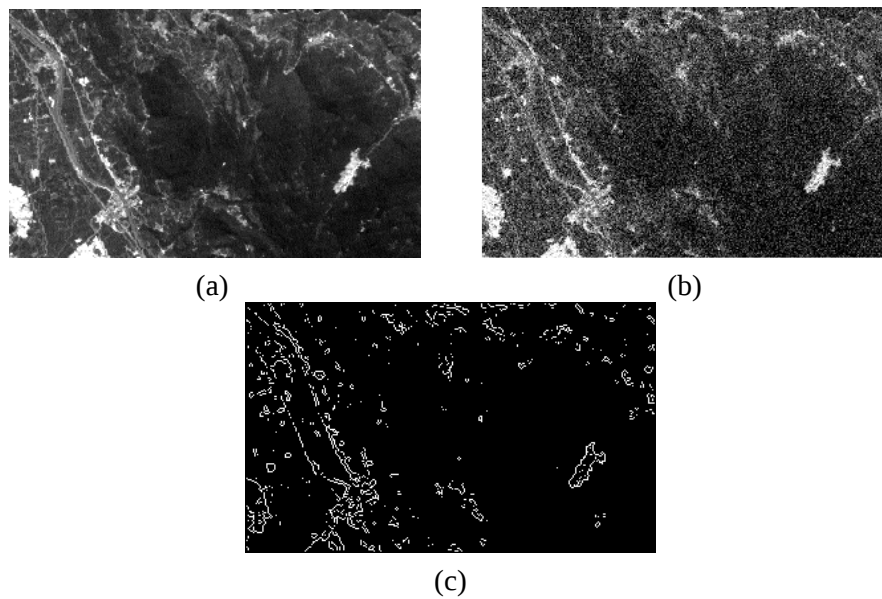


Fig.3.18 – Estimation du bruit dans la Bande 1 de l'image Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Map de contours, $\sigma_n = 7.3079$.

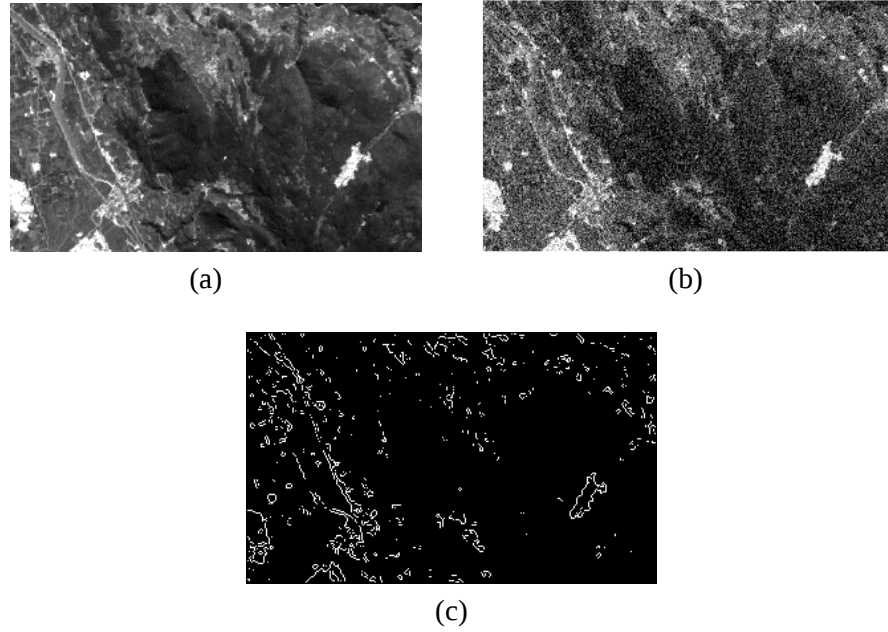


Fig.3.19 – Estimation du bruit dans la Bande 2 de l'image Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Map de contours, $\sigma_n = 6.2872$.

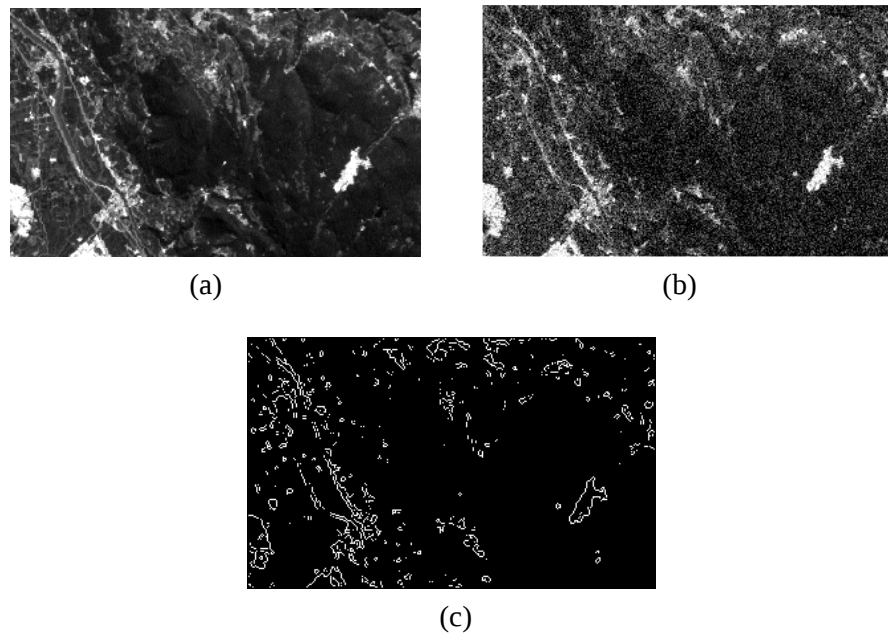


Fig.3.20 – Estimation du bruit dans la Bande 3 de l'image Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Map de contours, $\sigma_n = 6.1971$.

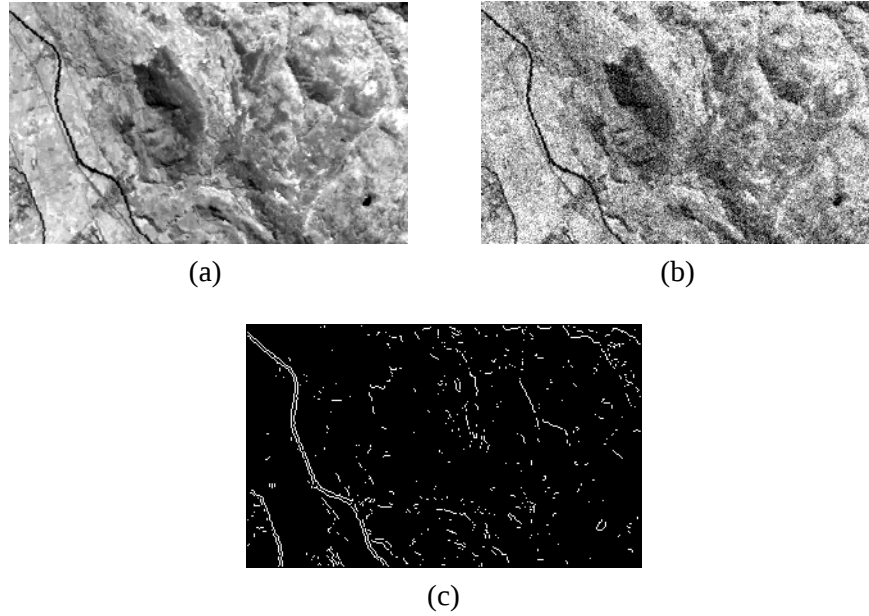


Fig.3.21 – Estimation du bruit dans la Bande 4 de l'image Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Map de contours, $\sigma_n = 6.5898$.

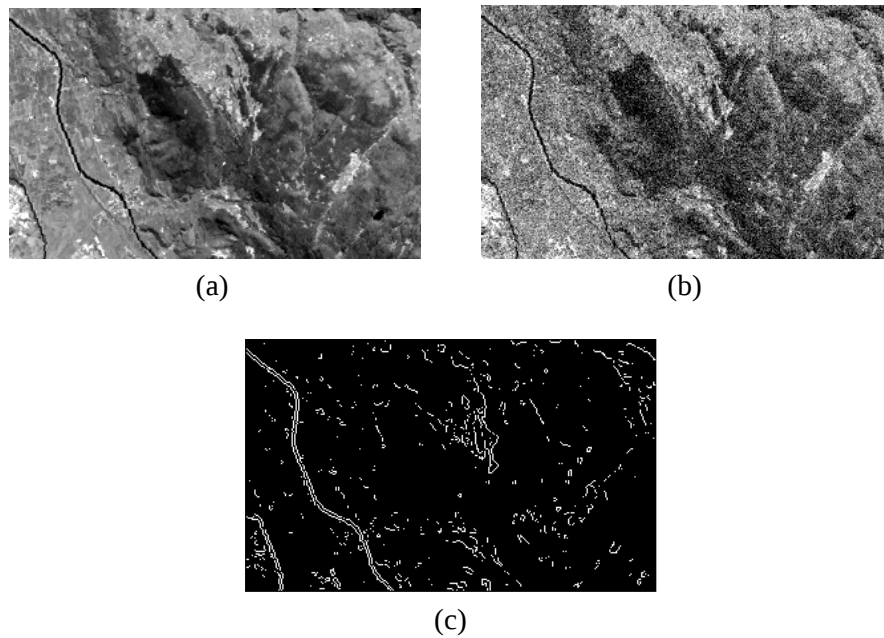


Fig.3.22 – Estimation du bruit dans la Bande 5 de l'image Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Map de contours, $\sigma_n = 6.2842$.

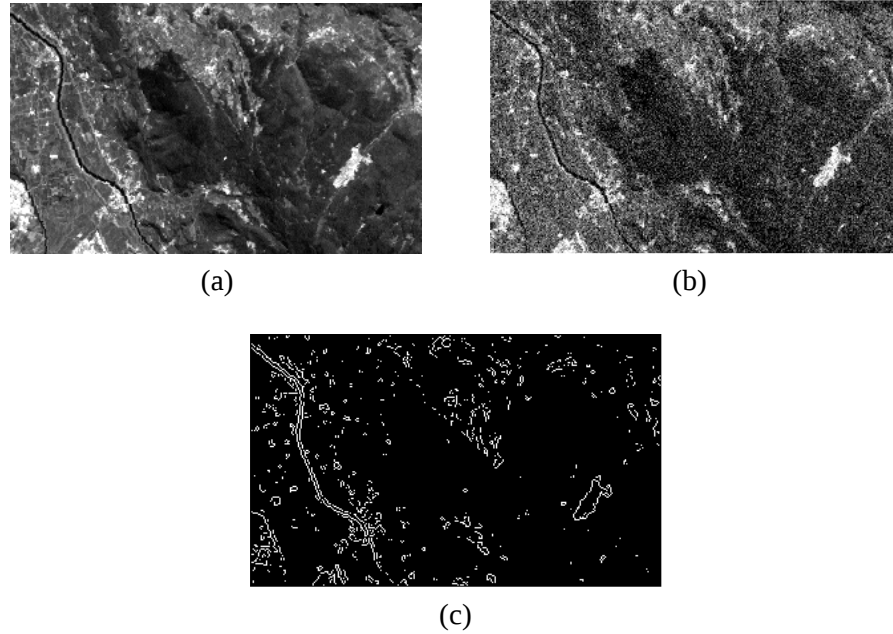


Fig.3.23 – Estimation du bruit dans la Bande 5 de l'image Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Map de contours, $\sigma_n = 7.2277$.

6.1.3. Restauration

Les résultats de simulation sur les trois bandes spectrales de Guelma, appelées G_R, G_V et G_PIR sont illustrés sur le tableau 3.1. Les résultats par l'image sont illustrés sur les figures 3.24-3.26.

L'erreur quadratique moyenne (MSE) est évaluée entre l'image originale bruitée et celle restaurée. Le résultat de restauration est d'autant meilleur que le MSE est grand, tout en faisant remarquer que dans ce cas précis, cette mesure est relativement subjective. Néanmoins, les résultats par l'image confirment les valeurs des MSE du tableau 1. En effet, les figures 3.24-3.26 montrent une bonne qualité visuelle des images restaurées tout en préservant les contours des images originales et les structures qui y sont présentes.

Les résultats de simulation sur les six bandes spectrales Landsat de la période de Septembre, sont illustrés sur le tableau 3.2. Les résultats par l'image sont illustrés sur les figures 3.27-3.32.

Les valeurs du MSE et du PSNR (MSE_a , $PSNR_a$ pour l'approche aveugle et MSE_{SU} , $PSNR_{SU}$ pour le seuillage universel) sont évaluées entre les images originales (non bruitées) et celles restaurées. Dans ce cas, le résultat de restauration est d'autant meilleur que les valeurs du MSE soient faibles et celles de PSNR grandes. Les résultats numériques du tableau 3.2 montrent clairement que les valeurs des MSE_a diminuent en moyenne de 50% par rapport à celles des MSE_{SU} . Par conséquent, les valeurs des $PSNR_a$ augmentent par rapport aux valeurs des $PSNR_{SU}$. Les résultats par l'image montrent une bonne qualité visuelle de restauration; le bruit est presque totalement éliminé et les contours ainsi que les structures essentielles des images sont préservés.

Bande	MSE
G_R	114.5321
G_V	75.4270
G_PIR	180.4798

Tableau 3.1– Résultats de la restauration aveugle des images Alsat-1.

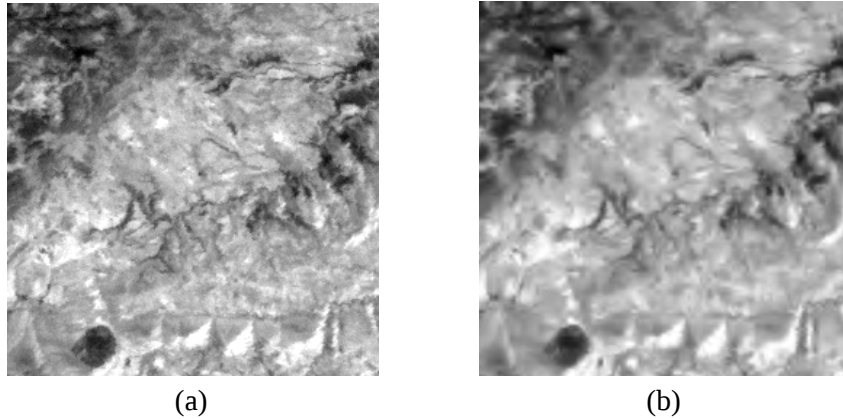


Fig.3.24 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande R de Guelma. (a) Image originale. (b) Image débruitée.

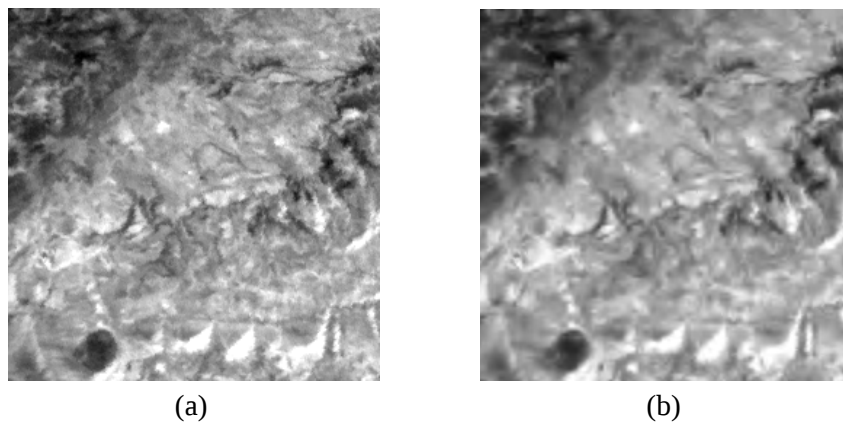


Fig.3.25 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande V de Guelma. (a) Image originale. (b) Image débruitée.

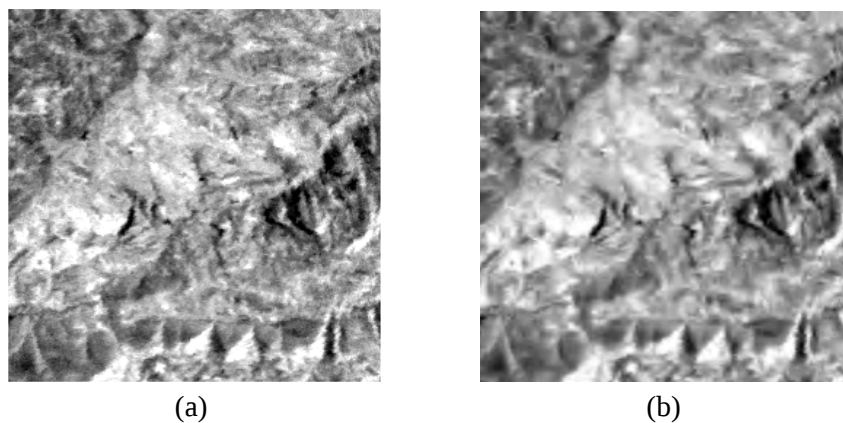


Fig.3.26 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande PIR de Guelma. (a) Image originale. (b) Image débruitée.

Bande	MSE_{SU}	$PSNR_{SU}$	MSE_a	$PSNR_a$
B1	478.4396	21.3665	252.7876	24.1372
B2	461.5608	21.5225	247.8749	24..2225
B3	453.5098	21.5989	250.2800	24.1805
B4	510.8653	21.0817	315.4067	23.1761
B5	518.0365	21.0212	296.0529	23.4511
B6	491.9428	21.2457	299.7304	23.3975

Tableau 3.2– Résultats de la restauration aveugle des images Landsat.

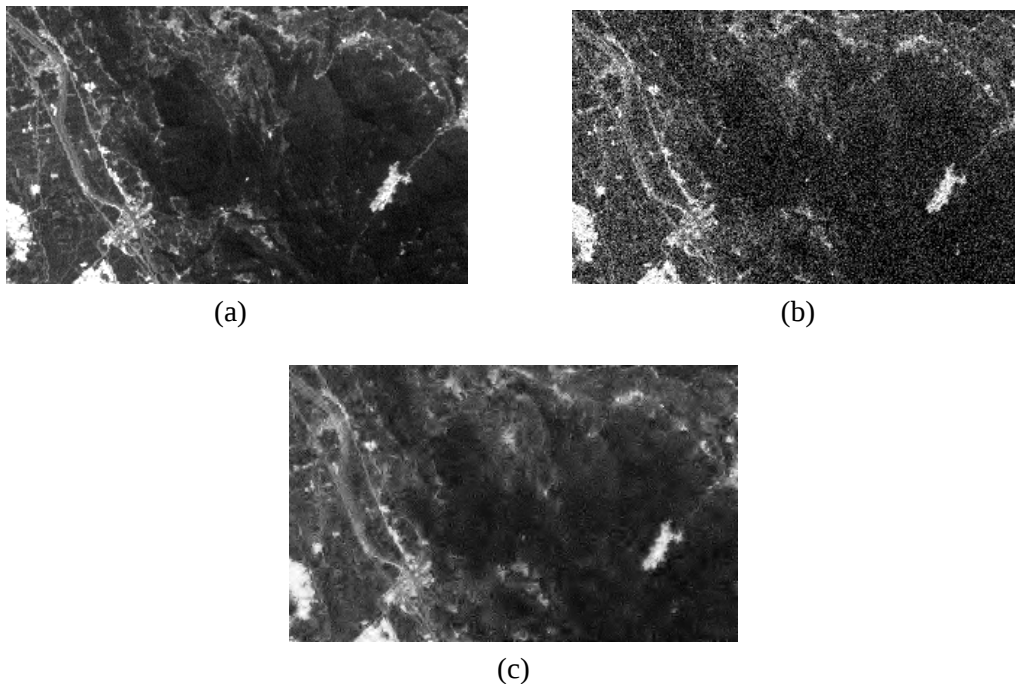


Fig.3.27 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 1 Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée ($MSE=252.7876$; $PSNR=24.1372$).

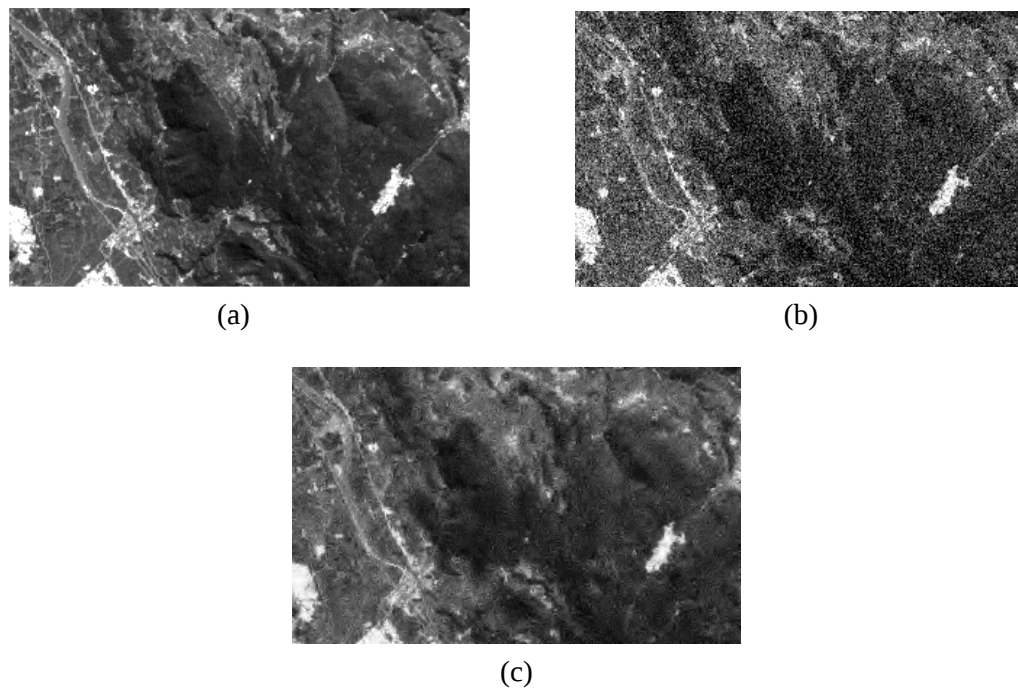


Fig.3.28 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 2 Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée (MSE=247..8749 ; PSNR=24.2225).

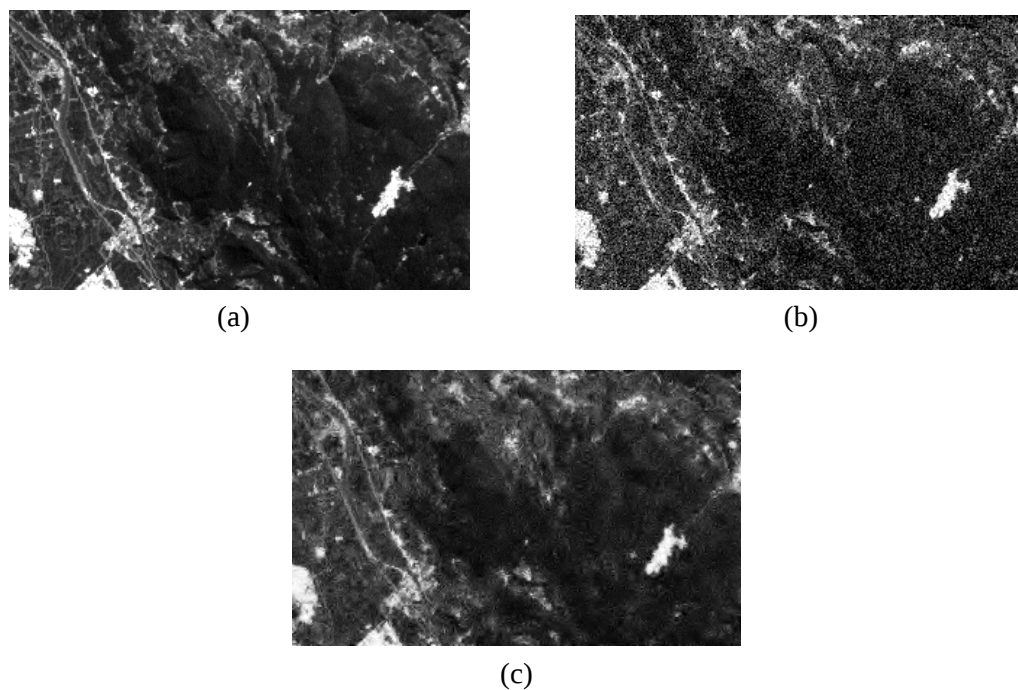


Fig.3.29 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 3 Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée (MSE=250..2800 ; PSNR=24.1805).

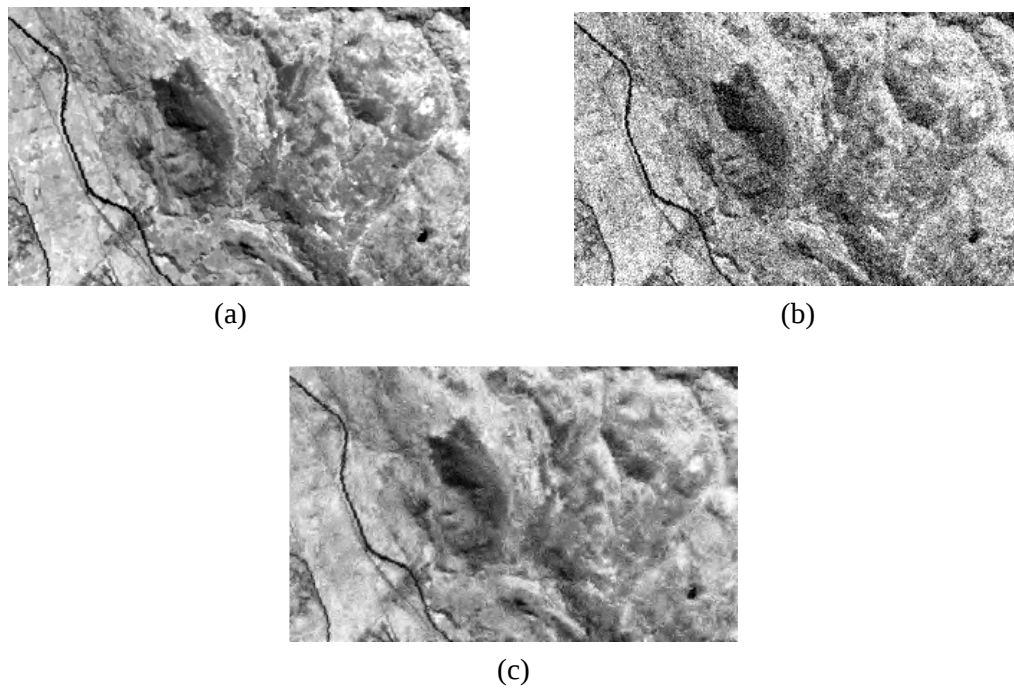


Fig.3.30 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 4 Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée (MSE=315.4067 ; PSNR=23.1761).

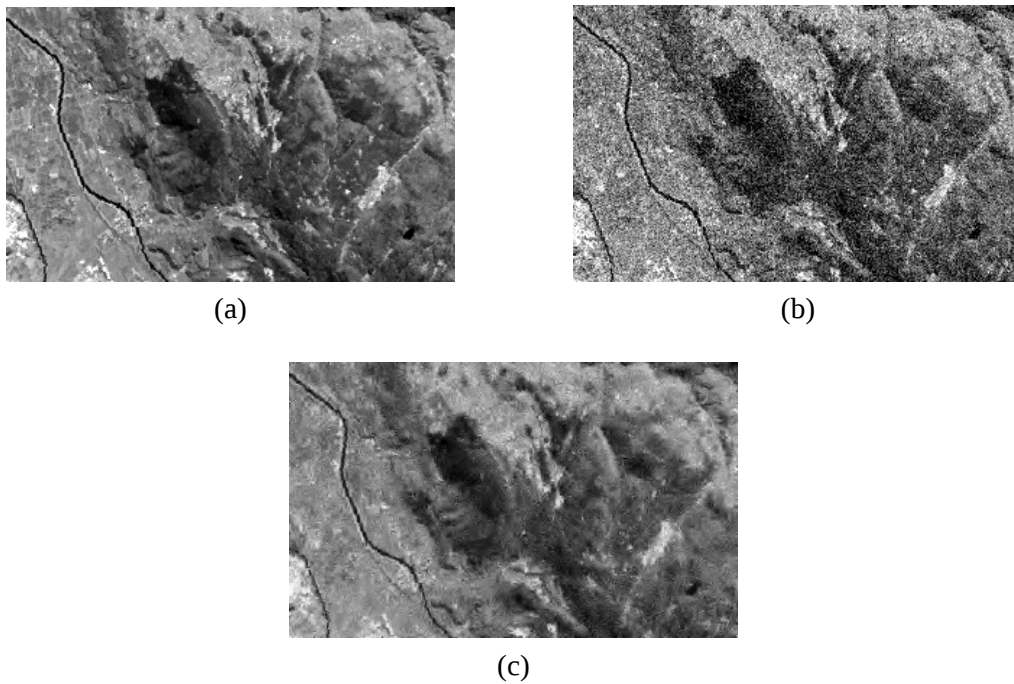


Fig.3.31 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 5 Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée (MSE=296.0529 ; PSNR=23.4511).

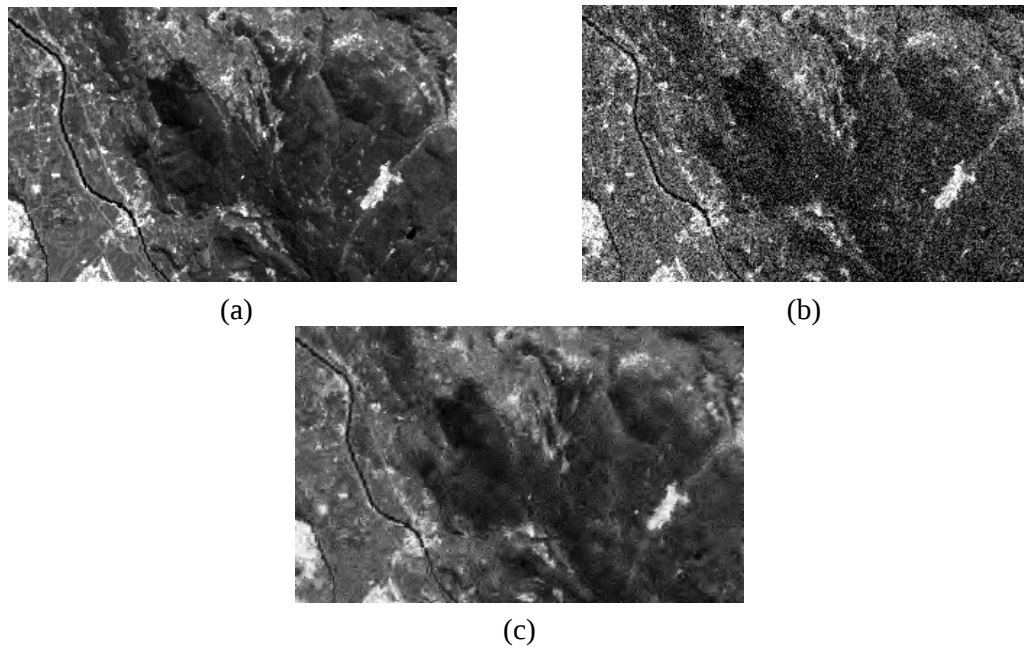


Fig.3.32 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 6 Landsat. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée (MSE=299.7304 ; PSNR=23.3975).

6.2. Approche Basée sur le Modèle du SVH

Les figures 3.33-3.35 montrent les exemples de restauration fondée sur le SVH, des images Alsat-1. Pour ces images, l'évaluation est purement visuelle, c.a.d que nous ne fournissons aucune mesure quantitative pour vérifier la qualité de restauration.

La restauration fondée sur le modèle du SVH est généralement utilisée pour d'autres types d'images que celles de télédétection [103], qui sont à la fois complexes et riches en information. Nous montrons expérimentalement, à l'aide du tableau 3.3, que l'incorporation du modèle du SVH influe sur la qualité de restauration des images Landsat. Les valeurs des MSE obtenues par le seuillage universel des coefficients en ondelette, notées MSE_{SU} , sont nettement supérieures à celles obtenues avec le modèle du SVH, notées MSE_{CSF} . En conséquence, les valeurs des PSNR, notées $PSNR_{SU}$, correspondant au seuillage universel sont plus faibles que celles associées au modèle du SVH et notées $PSNR_{CSF}$. Les images des figures 3.36-3.41 confirment visuellement les résultats quantitatifs du tableau 3.2.

Bande	MSE_{SU}	$PSNR_{SU}$	MSE_{CSF}	$PSNR_{CSF}$
B1	478.4396	21.3665	315.5784	23.1737
B2	461.5608	21.5225	292.2024	23.5080
B3	453.5098	21.5989	314.0145	23.1953
B4	510.8653	21.0817	346.0904	23.7729
B5	518.0365	21.0212	342.4185	22.8192
B6	491.9428	21.2457	369.1660	22.4926

Tableau 3.3– Résultats de la restauration fondée sur le modèle du SVH des images Landsat.

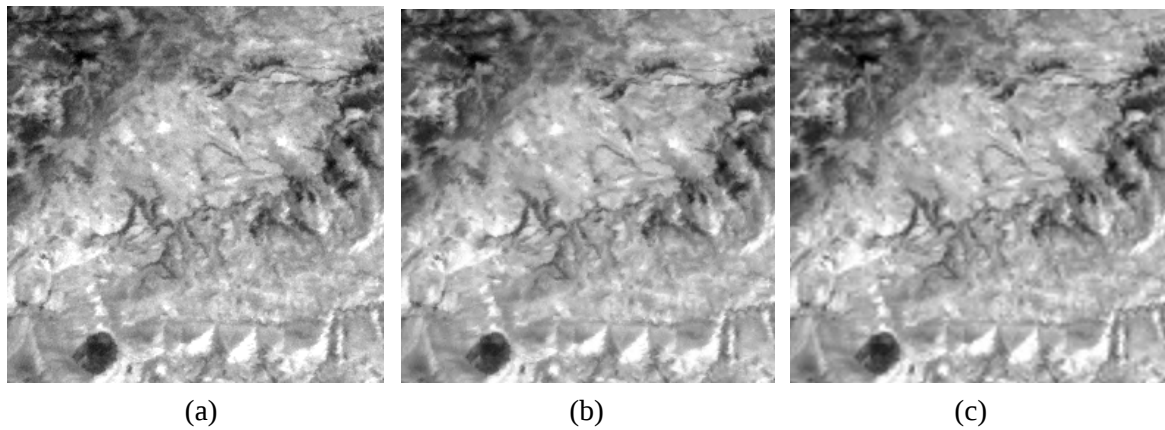


Fig.3.33 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande R de Guelma.
(a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel. (c) Débruitage avec CSF.

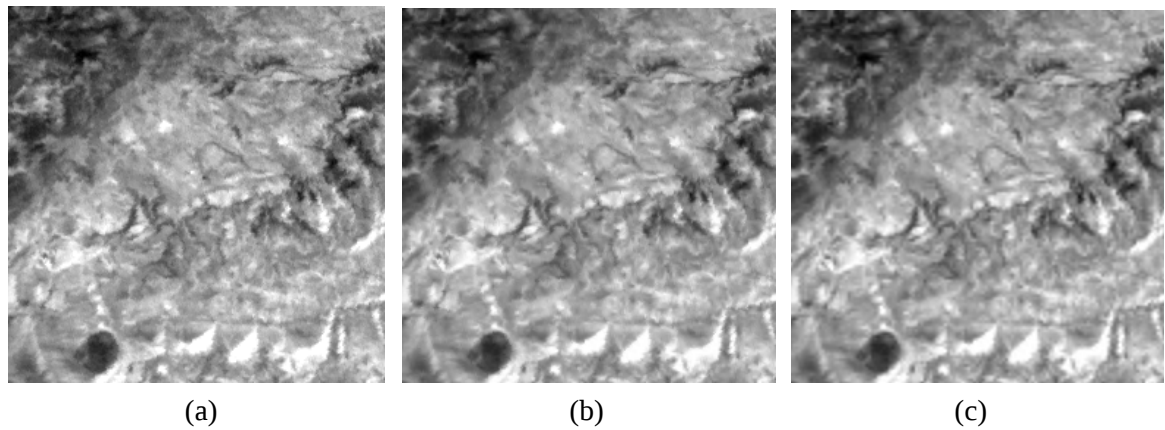


Fig.3.34 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande V de Guelma.
(a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel. (c) Débruitage avec CSF.

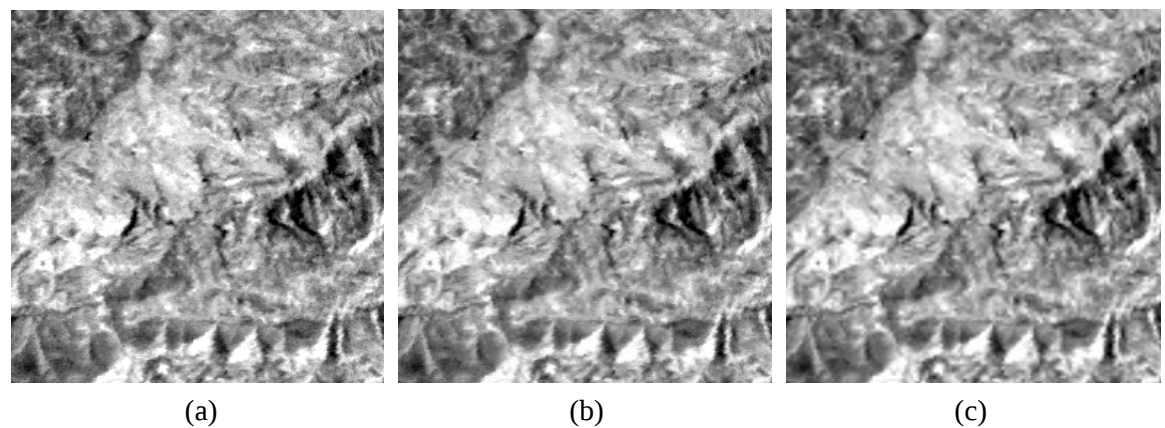


Fig.3.35 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande PIR de Guelma.
(a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel. (c) Débruitage avec CSF.

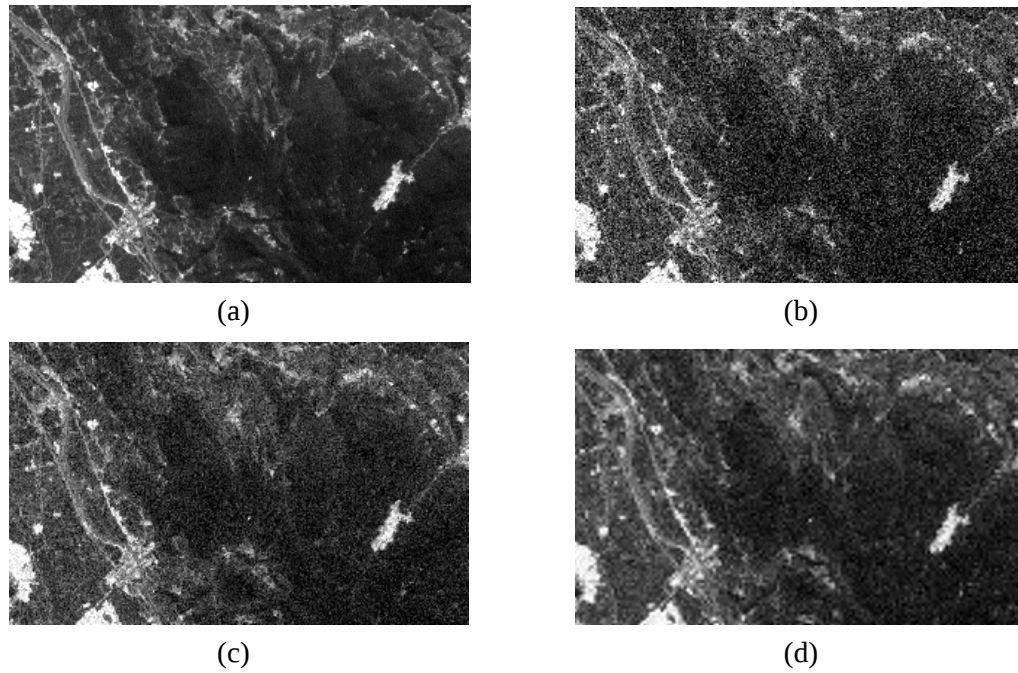


Fig.3.36 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 1 Landsat.
 (a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel ($MSE_{SU} = 478.43$; $PSNR_{SU} = 21.36$).
 (c) Débruitage avec CSF ($MSE_{CSF} = 315.57$; $PSNR_{CSF} = 23.17$).

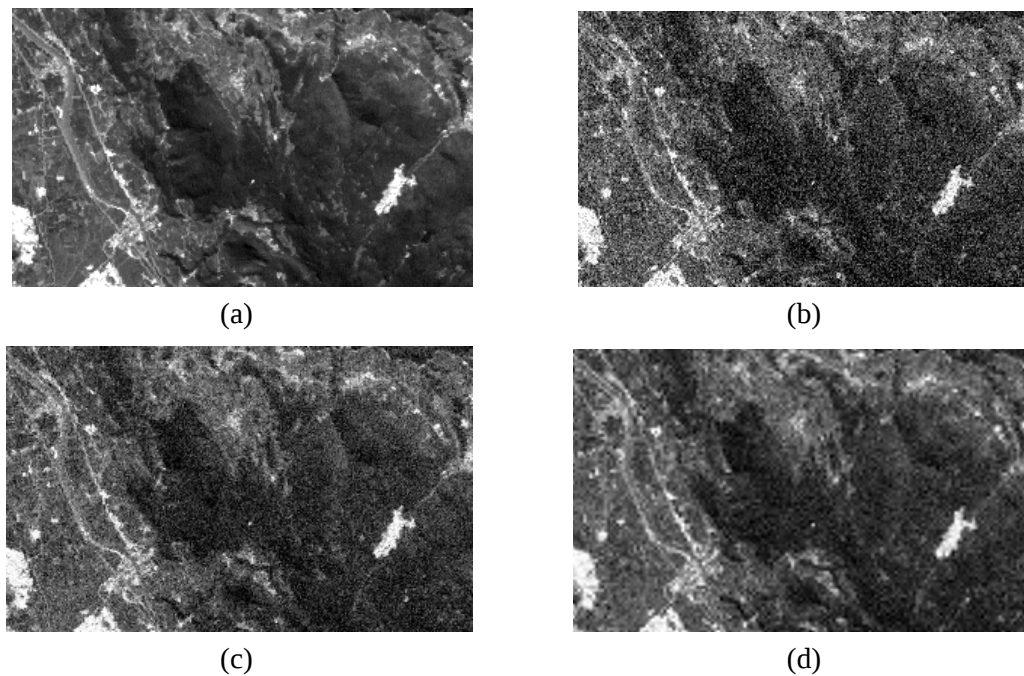


Fig.3.37 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 2 Landsat.
 (a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel ($MSE_{SU} = 461.56$; $PSNR_{SU} = 21.52$).
 (c) Débruitage avec CSF ($MSE_{CSF} = 292.20$; $PSNR_{CSF} = 23.50$).

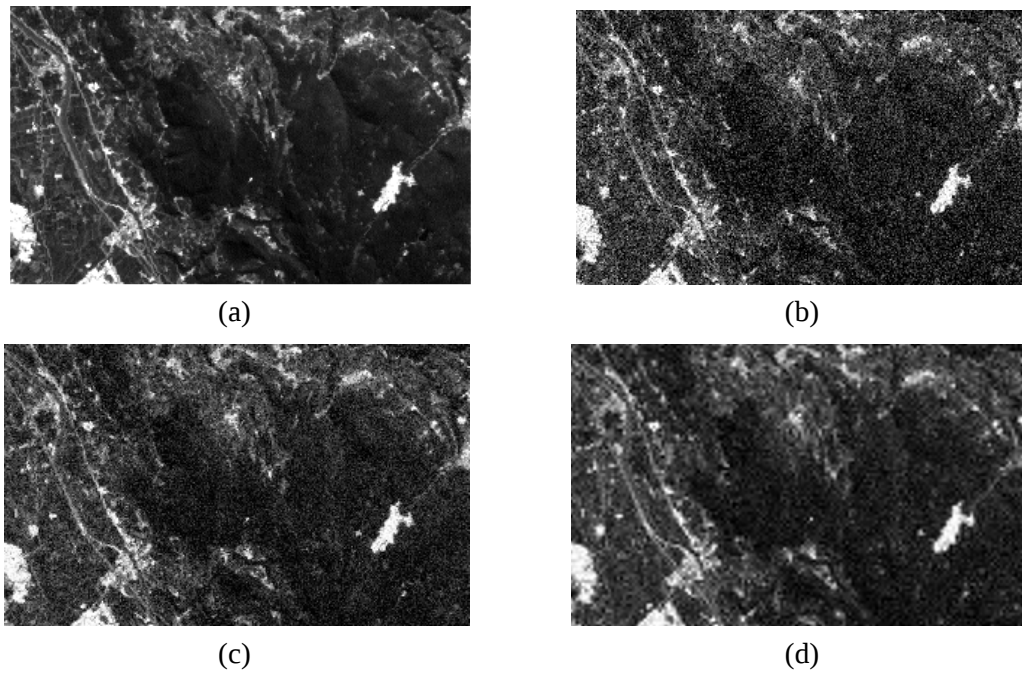


Fig.3.38 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 3 Landsat.
 (a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel ($MSE_{SU} = 453.50$; $PSNR_{SU} = 21.59$).
 (c) Débruitage avec CSF ($MSE_{CSF} = 314.01$; $PSNR_{CSF} = 23.19$).

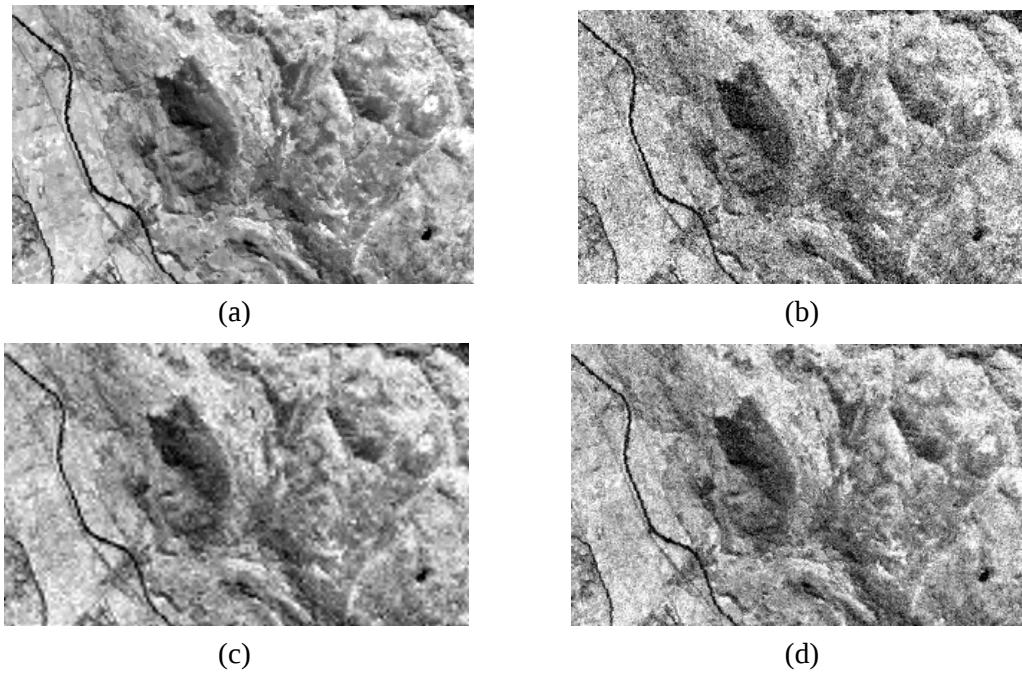


Fig.3.39 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 4 Landsat.
 (a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel ($MSE_{SU} = 510.86$; $PSNR_{SU} = 21.08$).
 (c) Débruitage avec CSF ($MSE_{CSF} = 346.09$; $PSNR_{CSF} = 23.77$).

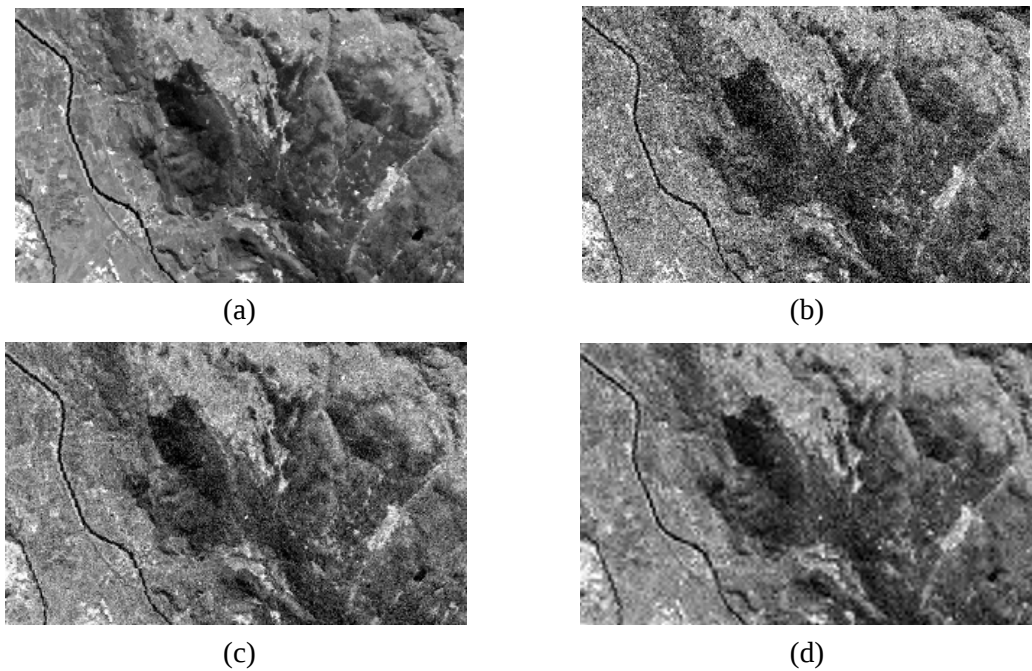


Fig.3.40 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 5 Landsat.
 (a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel ($MSE_{SU} = 518.03$; $PSNR_{SU} = 21.02$).
 (c) Débruitage avec CSF ($MSE_{CSF} = 342.41$; $PSNR_{CSF} = 22.81$).

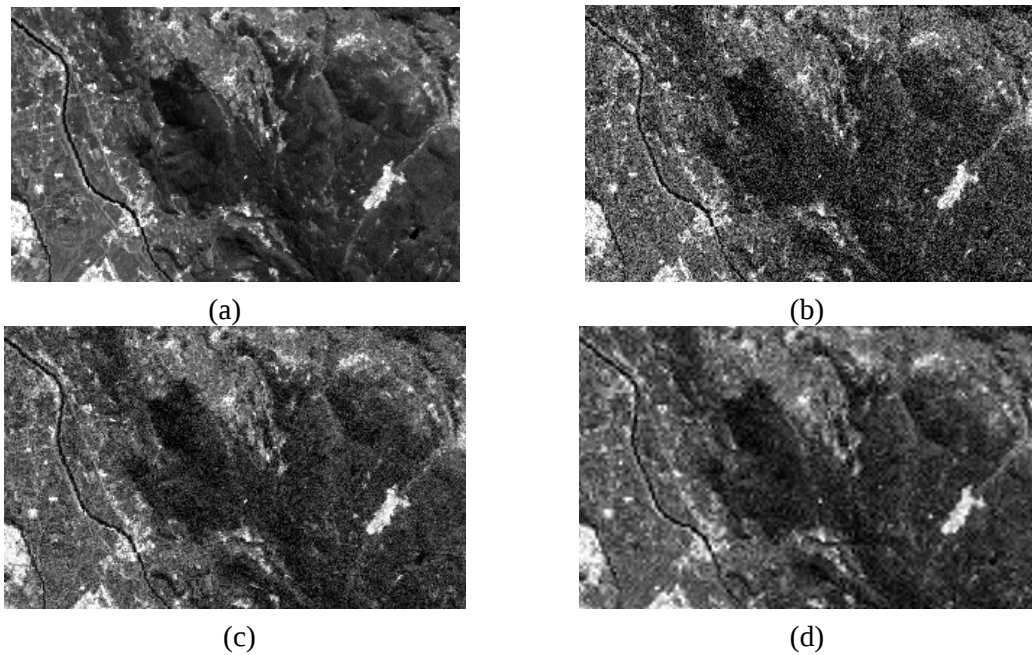


Fig.3.41 – Résultats de restauration par l'approche fondée sur le SVH de la Bande 6 Landsat.
 (a) Image originale. (b) Débruitage avec seuillage universel ($MSE_{SU} = 491.94$; $PSNR_{SU} = 21.24$).
 (c) Débruitage avec CSF ($MSE_{CSF} = 369.16$; $PSNR_{CSF} = 22.49$).

6.3. Rehaussement du Contraste

La figure 3.42 illustre un exemple de rehaussement du contraste de la bande 1 des images Landsat. Visiblement, l'image restaurée avec rehaussement du contraste au prétraitement est de meilleure qualité visuelle que celle obtenue sans rehaussement ou avec rehaussement au post-traitement.

Dans le cas de la bande R de l'image Alsat-1 dans la figure 3.43, les résultats de restauration sont comparables avec ou sans rehaussement. Cependant, l'image présente un aspect visuel meilleur avec le réhaussement.

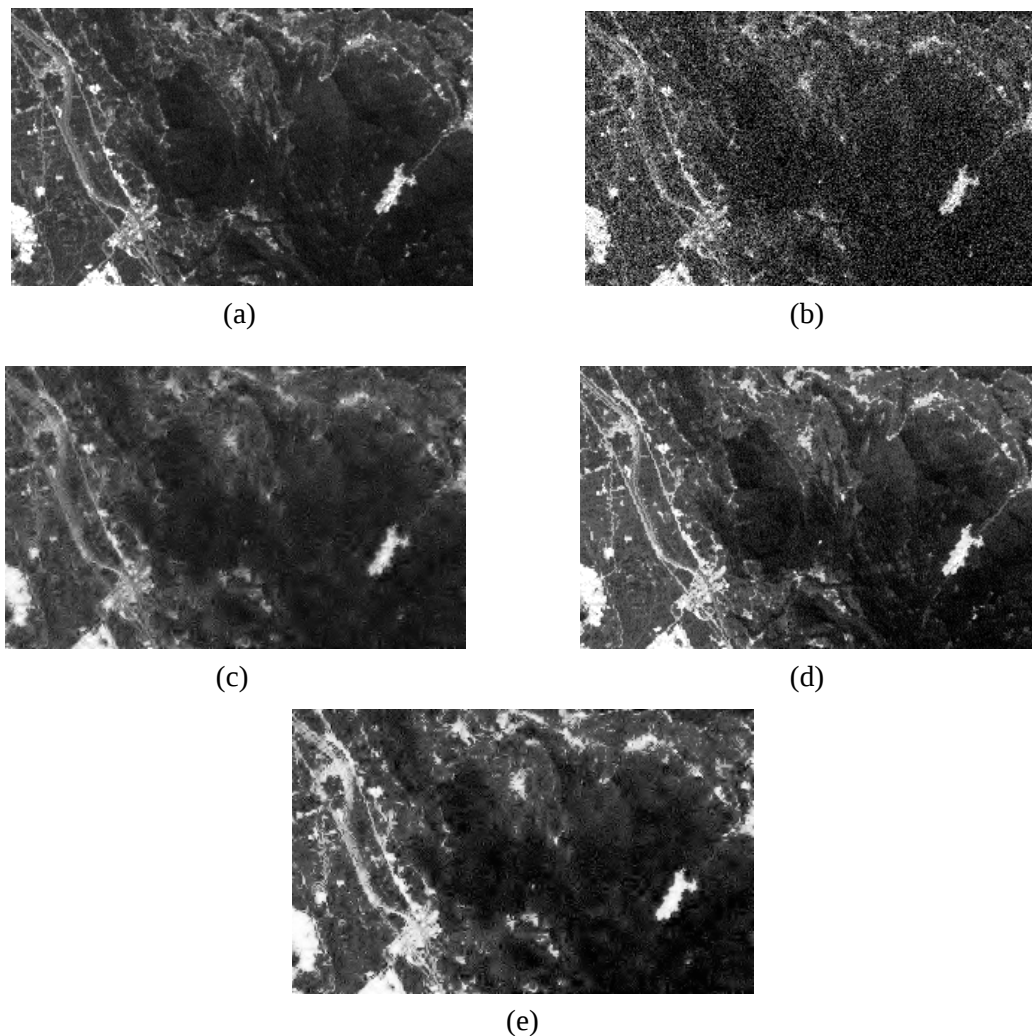


Fig.3.42 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande 1 Landsat avec rehaussement du contraste. (a) Image originale. (b) Image bruitée. (c) Image débruitée sans rehaussement. (d) Image débruitée avec rehaussement au prétraitement. (e) Image débruitée avec rehaussement au post-traitement.

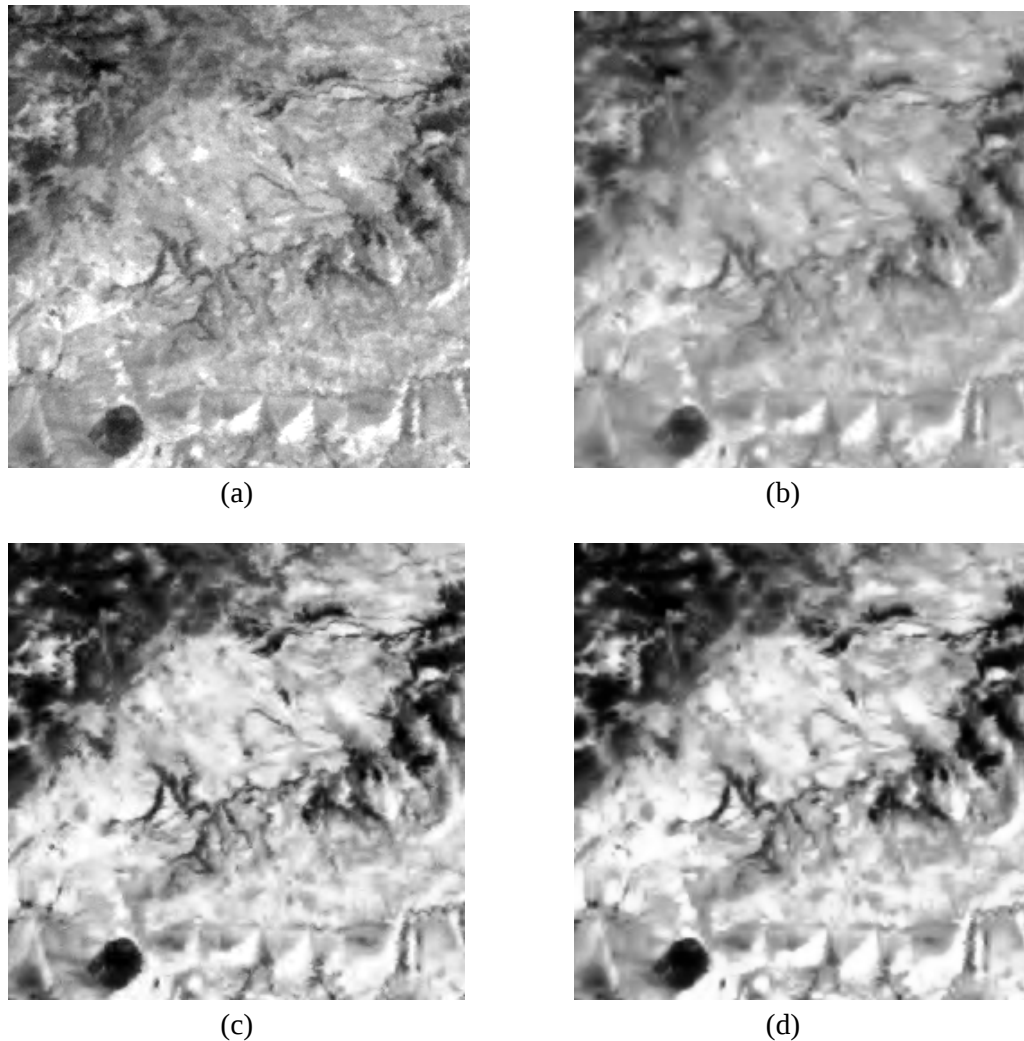


Fig.3.43 – Résultats de restauration par l'approche aveugle de la Bande R de Guelma avec rehaussement du contraste. (a) Image originale. (b) Image débruitée sans rehaussement. (c) Image débruitée avec rehaussement au prétraitement. (d) Image débruitée avec rehaussement au post-traitement.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les deux approches de restauration que nous avons appliquées à des images de télédétection Alsat-1 et Landsat.

La première approche est fondée sur le principe de restauration aveugle, dans laquelle nous avons fait appel aux techniques de détection de contours dans le domaine spatial afin d'estimer le bruit présent dans les images. Cette estimation a servi au débruitage des images dans le domaine fréquentiel des ondelettes.

Dans la seconde approche, nous avons utilisé un modèle de CSF pour le SVH conjointement avec la transformée en ondelette pour éliminer le bruit présent dans les images.

Les résultats de simulation, quantitatifs et visuels, obtenus pour les deux groupes d'images montrent clairement la supériorité de l'approche aveugle sur l'approche du modèle du SVH, qui elle-même surpasse l'approche de seuillage avec le seuil universel et ses heuristiques.

Conclusion et Perspectives

Nous avons présenté dans ce mémoire deux approches de restauration d'images satellites via la transformée en ondelette.

Le début du mémoire traite brièvement du principe de restauration et des différentes méthodes de débruitage, classiques et modernes. Néanmoins, nous avons détaillé l'approche de restauration par ondelettes qui est fondée sur le principe de seuillage des coefficients en ondelette.

Nous avons ensuite introduit les notions élémentaires liées à la transformation en ondelette, en particulier l'analyse multi-résolution.

Notre petite contribution s'est portée essentiellement sur le calcul du seuil utilisé dans le seuillage des coefficients en ondelette. Nous avons pour cela proposé deux approches différentes. La première de type aveugle, génère la variance du bruit présent dans l'image à l'aide de techniques de détection de contours dans le domaine spatial. La variance alors calculée est incorporée dans le processus de restauration dans le domaine fréquentiel des ondelettes. Cette méthode peut être qualifiée d'hybride, puisqu'elle opère simultanément dans le domaine spatial et fréquentiel. La seconde approche utilise un modèle du SVH, représenté par la CSF, pour transformer les coefficients en ondelette avant seuillage. L'avantage de ces deux méthodes de calcul du seuil par rapport au seuil universel et ses heuristiques a été démontré quantitativement par les mesures des MSEs et des PSNRs et visuellement par la qualité des images obtenues.

De nombreuses études sur le traitement des images de télédétection par ondelettes ont montré les limitations de l'analyse multi-résolution vis-à-vis de ce type d'images. Néanmoins, les seuils que nous avons utilisés conjointement avec cette décomposition ont montré leur efficacité.

Les perspectives et les directions de recherches à suivre pour améliorer nos résultats portent à la fois sur le calcul du seuil que sur la décomposition en ondelette. En particulier, nous pensons

- investiguer de nouvelles méthodes d'estimation du bruit de n'importe quelle nature.
- estimer le bruit dans le domaine fréquentiel à travers une représentation par les maxima locaux.
- investiguer de manière approfondie de modèle du SVH et des CSFs.
- investiguer d'autres représentations en ondelette, notamment complexes.

Bibliographie

- [1] R.C Gonzalez and R.E.Woods, "Digital image processing", 2nd Ed., *Prentice-Hall, Inc.*, 2002.
- [2] M. R. Banham and A. K. Katsaggelos, "Digital image restoration", *IEEE Signal Proces. Mag.*, vol. 4, no. 2, pp. 24-41, Mar. 1997.
- [3] Hadamard, "Lectures on the cauchy problem in linear partial differential equations", *New Haven CT: Yale Univ. Press*, 1923.
- [4] G. Wahba, "Ill-posed problems: numerical and statistical methods for mildly, moderately and severely ill-posed problems with noisy data", in *Proc. Int. Conf. Ill-Posed problems*, Newark, NJ, Oct. 1979.
- [5] H. C. Andrews and B. R. Hunt, "Digital image restoration", *Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall*, 1977.
- [6] H. Chen and G. E. Ford, "Perceptual Wiener filtering for image restoration", *IEEE*, pp. 218-222, 1995.
- [7] W. Li, J. Meunier, and J.-P. Soucy, "A 3D Adaptive Wiener filter for restoration of SPECT images using MRI as reference images", *Proceed. of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conf.*, Shanghai, China, pp. 3100-3103, Sep. 1-4, 2005.
- [8] B. R. Hunt, "The application of constrained least squares to image restoration by digital computer", *IEEE Trans. Comp.* C-22, pp. 805-812, 1973.
- [9] N. P. Galatsanos and A. K. Katsaggelos, "Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in image restoration and their relation", *IEEE Trans. Image Proc.*, vol. 1, pp. 322-336, 1992.
- [10] H. S. Hou and H. C. Andrews, "Least squares image restoration using spline basis functions", *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-26, no. 9, pp. 856-873, 1977.
- [11] 22-W.-S Yeoh and C. Zhang, "Constrained least squares filtering algorithm for ultrasound Image deconvolution", *IEEE Trans. Biomedical Engin.*, vol. 53, no. 10, pp. 2001-2007, 2006.
- [12] R. Gordon, R. Bender, and G. T. Herman, "Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography," *J. Theoret. Biol.*, vol. 29, pp. 471-582, 1970.
- [13] Y. Censor and S. A. Zenios, *Parallel Optimization: Theory, Algorithms and Applications*. New York: Oxford, 1997.
- [14] 32-A. K. Katsaggelos, J. Biemond, R. W. Schafer and R. M. Mersereau, "A regularized iterative image restoration algorithm", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. 39, pp. 914-929, 1991.

- [15] S.O. Memik, A. K. Katsaggelos and M. Sarrafzadeh, "Analysis and FPGA implementation of image restoration under resource constraints", *IEEE Trans. Comput.*, vol. 52, no. 3, pp. 390-399, 2003.
- [16] P. L. Combettes, "The foundations of set theoretic estimation", *Proceed. IEEE*, vol. 81, no. 2, pp. 182-208, 1993.
- [17] M. I. Sezan and A. M. Tekalp, "Iterative image restoration with ringing suppression using POCS", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Sig. Proc.*, pp. 1300-1303, 1988.
- [18] F. V. Salina and N. D. A. Mascarenhas, "A hybrid estimation theoretic-POCS method for tomographic image reconstruction", *Proc. of the XVIII Brazilian Symposium on Comp. Graph. Image Proc. (SIBGRAPI'05)*, pp. 220-224, Oct. 2005.
- [19] J. Bonnett and A. Khotanzad, "A maximum likelihood estimation method for multispectral autoregressive image models", *Proceed. Int. Conf. Image Proc.*, vol. 2, pp. 839 - 842, 1997.
- [20] T. C. Aysal and K. E. Barner, "Rayleigh-maximum-likelihood filtering for speckle reduction of ultrasound images" *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 26, no. 5, pp. 712-727, 2007.
- [21] T. K. Moon, "The expectation – maximization algorithm", *IEEE Sig. Proc. Mag.*, vol. 13, no. 6, pp. 47-60, Nov. 1996.
- [22] K. T. Lay and A. K. Katsaggelos, "Image identification and restoration based on the expectation-maximization algorithm", *Optical Engineering*, vol. 29, pp. 436-445, 1990.
- [23] P. L. C. Cheong and S. D. Morgera, "Iterative methods for restoring noisy images", *IEEE Trans. Acoustics, Speech. and Signal Proces.*, vol. 37. no. 4. pp. 580-585, April 1989.
- [24] S. J. Reeves, "Optimal space-varying regularization in iterative image restoration", *IEEE Trans. Image Proces.*, vol. 3, no. 3, pp. 319-324, May 1994.
- [25] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems", *Transaction of the ASME—Journal of Basic Engineering*, pp. 35-45, 1960.
- [26] M. S Grewal and A. P. Andrews, "Kalman filtering theory and practice", *Upper Saddle River, NJ USA, Prentice Hall*, (1993).
- [27] A.E.Cetin and A.M.Tekalp, "Robust reduced update Kalman filtering", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol.37, no. 1, pp. 155-156, 1990.
- [28] K.D. Rao and G. Rajashekhar, "Performance analysis of impulsive noisy image restoration filters", *Indian Institute of Technology, Kharagpur 721302*, pp. 151-156, Dec. 20-22, 2004.
- [29] E. Meinel, "Origins of linear and nonlinear recursive restoration algorithms", *Journal Optical Soc. Amer.*, vol. 3, pp. 787-799, 1986.
- [30] G. Anderson and A. Netravali, "Image restoration based on subjective criterion", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 6, pp. 845-853, 1976.
- [31] G. K. Chantas, N. P. Galatsanos, and A. C. Likas, "Bayesian restoration Using a New nonstationary edge-preserving image prior", *IEEE Trans. Image Proc.*, vol. 15, no. 10, pp. 2987 – 2997, 2006.

- [32] N. Kaulgud and U. B. Desai, "Restoration of color images subjected to interchannel blurring", *IEEE Int. Symp. Circuits and Syst.*, vol. 4, pp. 72-75, 1999.
- [33] N. Weir, "Applications of maximum entropy techniques to HST data", *Proc. 3rd ESO/ST-ECF Data Analys. Workshop*, pp. 115-129, 1991.
- [34] R. Molina, J. Nunez, F. J. Cortijo and J. Mateos, "Image restoration in astronomy: a Bayesian perspective", *IEEE Sig. Process. Magazine*, vol. 18, no. 2, pp. 11 – 29, 2002.
- [35] W. H. Richardson, "Bayesian-based iterative method of image restoration", *Journ. Optical Soc. Amer.*, vol. 62, pp. 55-59, 1972.
- [36] L. B. Lucy, "An iterative technique for the rectification of observed distributions", *The Astronomical Journal*, vol. 79, pp. 745-756, 1974. "",
- [37] H. S. Jeong, K. P. Joon and G. K. Moon, "Comparison between Wiener and CLS image restoration techniques for multichannel images", *IEEE Asia Pacific Conf. Circuits and Syst.*, pp. 532 – 535, 1996.
- [38] M. Kumar and P. Ramuhalli, "Dynamic programming based multichannel image restoration", *IEEE Int. Conf. on Acoust., Speech, Sig. Proc.*, vol. 2, pp. 609 - 612, 2005.
- [39] J. C. Lee, B. J. Sheu and R. Chellappa, "VLSI neuroprocessor for image restoration using analog computing-based systolic architecture", *Journ. VLSI Sig. Proc.*, vol. 5, pp. 185-199, 1993.
- [40] W. Yadong and Z. Hongying, "A novel image restoration algorithm using neural network based on variational PDE model", *Proceed. Int. Conf. Comm., Circuits and Syst.*, vol. 1, pp. 433-436, 2006.
- [41] S. J. Reeves and R. M. Mersereau, "Blur identification by the method of generalized cross-validation," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 1, no. 7, pp. 301–311, Jul. 1992.
- [42] R. L. Lagendijk, J. Biemond, and B. E. Boeke, "Identification and restoration of noisy blurred images using the expectation-maximization algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 38, no. 7, pp. 1180–1191, Jul. 1990.
- [43] D. Kundur and D. Hatzinakos, "A novel blind deconvolution scheme for image restoration using recursive filtering," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 46, no. 2, pp. 375–390, Feb. 1998.
- [44] D. Biggs and M. Andrews, "Acceleration of iterative image restoration algorithms," *Appl. Opt.*, vol. 36, no. 8, pp. 1766–1775, Mar. 1997.
- [45] A. K. Katsaggelos and K. T. Lay, "Maximum likelihood blur identification and image restoration using the EM algorithm," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 39, no. 3, pp. 729–733, Mar. 1991.
- [46] B. C. McCallum, "Blind deconvolution by simulated annealing," *Opt. Commun.*, vol. 75, pp. 101–105, 1990.
- [47] D. Kundur and D. Hatzinakos, "Blind image deconvolution", *IEEE Sig. Proc. Magazine*, vol. 13, no. 3, pp. 43-64, 1996.
- [48] L. Kovacs and T. Sziranyi, "Focus area extraction by blind deconvolution for defining regions of interest", *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, vol. 29, no. 6, pp. 1080-1085, 2007.

- [49] S. Mallat, "Une exploration des signaux en ondelettes", *Ed. de l'Ecole Polytechnique, France*, 2000.
- [50] M. M. Chang, A. M. Tekalp, and A. T. Erdem, "Blur identification using the bi-spectrum", *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 39, no. 10, pp. 2323–2325, Oct. 1991.
- [51] Y. Misiti, G. Oppenheim, J. M. Poggi, "Les ondelettes et leurs applications", *Ed. Hermès, Paris*, 2003.
- [52] D.L. Donoho and I.M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage", *Biometrika*, vol. 81, pp. 425–455, 1994.
- [53] D.L. Donoho, "De-noising by soft thresholding", *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613–627, 1995.
- [54] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage", *J. Amer. Statist. Assoc.*, vol. 90, no. 432, pp. 1200–1224, Dec. 1995.
- [55] D.L. Donoho, I.M. Johnstone, G. Kerkycharian and D. Picard, "Wavelet shrinkage: Asymptopia," *Journal of the Royal Stat. Soc.*, series B, vol. 57, no. 2, pp. 301–369, 1995.
- [56] Matlab Wavelet Toolbox User's Guide, MathWorks, 1996.
- [57] S. Mallat and W. L. Hwang "Singularity detection and processing with wavelets", *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 38, no. 2, pp. 617–643, 1992.
- [58] M. Malfait and D. Roose "Wavelet-based image denoising using a Markov Random Field a priori model", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 6, no. 4, pp. 549–565, 1997.
- [59] M. Belge, M. E. Kilmer, and E. L. Miller, "Wavelet domain image restoration with adaptive edge-preserving regularization", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 9, no. 4, pp. 597–608, 2000.
- [60] A. Pizurica, W. Philips, I. Lemahieu, and Marc Acheroy, "A joint inter- and intrascale statistical model for Bayesian wavelet based image denoising", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 11, no. 5, pp. 545–557, 2002.
- [61] R. Rangarajan, R. Venkataramanan and S. Shah, "Image denoising using wavelets", http://sitemaker.umich.edu/rangaraj/course_projects, Déc. 2002.
- [62] A. Jalobeanu, L. Blanc-Feraud, J. Zerubia, "Satellite image deblurring using complex wavelet packets" *Int. Journ. Comput. Vision*, vol. 51, no. 3, pp. 205–217, 2003.
- [63] J. Portilla, E. Simoncelli, "Image restoration using Gaussian scale mixtures in the wavelet domain", *Proc 10th IEEE Int'l Conf on Image Proc*, vol.II, pp. 965–968, Sep 2003.
- [64] C. Ducottet, T. Fournel, C. Barat "Scale-adaptive detection and local characterization of edges based on wavelet transform", *Signal Processing*, vol. 84, no. 11, pp. 2115–2137, 2004.
- [65] A. Jalobeanu, L. Blanc-Feraud, J. Zerubia, "An adaptive Gaussian model for satellite image deblurring", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 13, no. 4, pp. 613–621, 2004.
- [66] E. Angelini, Y. Jin, P. Esser, R. Van Heertum, A. Laine, "Fusion of brushlet and wavelet denoising methods for nuclear images", *IEEE Int. Symposium on Medic. Imaging: Nano to Macro*, vol. 2, pp. 1187–1191, 2004.

- [67] A. Pizurica, W. Philips and P. Scheunders, "Wavelet domain denoising of single-band and multiband images adapted to the probability of the presence of features of interest", *Wavelets XI Proceedings of the SPIE*, vol. 5914, pp. 508-521, 2005.
- [68] Y-Q Cui, K. Wang, "Markov random field modeling in the wavelet domain for image denoising", *Proc. Fourth Int. Conf. Machine Learning and Cybernetics*, vol. 9, pp. 5382-5387, 2005.
- [69] K-Q Huang, Z-Y Wu, G. S.K. Fung, F. H.Y. Chan, "Color image denoising with wavelet thresholding based on human visual system model", *Signal processing, Image Communication*, vol. 20, pp. 115-127, 2005.
- [70] A. Kricha, A. Ghardallou Lasmar, N. Essoukri Ben Amara, "Exploration des ondelettes en prétraitement des documents anciens", *Colloque International Francophone sur l'Ecrit et le Document (CIFED'06)*, 2006.
- [71] A. Pizurica, A. M. Wink, E. Vansteenkiste, W. Philips and J. Roerdink, "A review of wavelet denoising in MRI and ultrasound brain imaging", *Current Medical Imaging Reviews*, vol. 2, no.2, pp. 247-260, 2006.
- [72] M. Katona, A. Pizurica, N. Teslic, V. Kovacevic and W. Philips, "A Real-time wavelet-domain video denoising implementation in FPGA", *EURASIP Journal on Embedded Systems*, vol. 2006, no. 1, pp. 1-12, 2006.
- [73] S. De Backer, A. Pizzurica, B. Huysmans, W. Philips and P. Scheunders, "Denoising of multicomponent images using wavelet least-squares estimators", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 16, no. 7, pp. 1865-1872, 2007.
- [74] Bin-bin Hao, Min Li, Xiang-chu Feng, "Wavelet iterative regularization for image restoration with varying scale parameter", *Signal Processing: Image Communication*, vol. 23, no. 6, pp. 433-441, 2008.
- [75] A. Pižurica, L. Tessens, A. Alecu, A. Munteanu and W. Philips, "Context adaptive image denoising through modeling of curvelet domain statistics", *Journal of Electronic Imaging*, vol. 17, no. 3, p. 033021, 2008.
- [76] F. Luisier and T. Blu, "SURE-LET multichannel image denoising: interscale orthonormal wavelet thresholding", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 17, no. 4, pp. 482-492, 2008.
- [77] B. Goossens, A. Pizurica, and W. Philips, "Removal of correlated noise by Modeling the Signal of Interest in the Wavelet Domain", *IEEE Trans. Image process*, vol. 18, no. 6, pp. 1153-1165, 2009.
- [78] H. Yu, L. Zhao and H. Wang, "Image denoising using trivariate shrinkage filter in the wavelet domain and joint bilateral filter in the spatial domain", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 18, no. 10, pp. 2364-2369, 2009.
- [79] S. Yi, D. Labate, G. R. Easley and H. Krim, "A Shearlet approach to edge analysis and detection", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 18, no. 5, pp. 929-941, 2009.
- [80] F. Luisier, C. Vonesch, T. Blu and M. Unser, "Fast interscale wavelet denoising of Poisson-corrupted images", *Signal Processing*, vol. 90, no. 2, pp. 415-427, 2010.
- [81] J. Gao, H. Sultan, J. Hu and W-W Tung, "Denoising nonlinear time series by adaptive filtering and wavelet shrinkage: A comparison", *IEEE Sig. Process. Letters*, vol. 17, no. 3, pp. 237-240, 2010.

- [82] P. Kumar and D. Agnihotril, "Biosignal denoising via wavelet thresholds", *IETE Journal of Research*, vol. 56, no. 3, pp. 132-138, 2010.
- [83] L. Jovanov, A. Pižurica, and W. Philips, "Fuzzy logic-based approach to wavelet denoising of 3D images produced by time-of-flight cameras", *Optics Express*, vol. 18, no. 22, pp. 22651-22676, 2010.
- [84] S. Beheshti, A. Fakhrzadeh and S. Krishnan, "Noiseless codelength in wavelet denoising", *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2010, art. no. 2, Feb. 2010.
- [85] X. Yang and B. Feiz, "A Wavelet wultiscale denoising algorithm for mgnetic resonance (MR) images", *Measurement Science and Technology*, vol. 22, no. 2, p. 025503, 2011.
- [86] E. Güzel, M. Canyılmaz and M. Türk "Application of wavelet-based denoising techniques to remote sensing very low frequency signals", *Radio Science*, vol. 46, 2011.
- [87] M. Brucher, "La transformée de Fourier rapide et d'une de ses dérivées", <http://matthieu-brucher.developpez.com/>, Mai, 2007.
- [88] H. Florent, "La transformée de Fourier en traitement d'images", Avril 2007
- [89] A. Graps, "An introduction to Wavelets", *IEEE Computational Science and Engineering*, vol. 2, no. 2 ,1995.
- [90] O. D. Faugeras, "Digital color image processing within the framework of a human visual model", *IEEE Trans Signal Processing*, vol. ASSP-27, no. 4, pp. 380-393, 1979.
- [91] S. Mallat, "A Theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, no.7, pp. 674-693, 1989.
- [92] S. Mallat, "Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models" , *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-37, no. 12, pp. 2091–2110, 1989.
- [93] O. Rioul, and M. Vetterli, "Wavelets and signal processing", *IEEE Trans. Signal Process*, vol. 8, no. 4, pp. 14-38, 1991.
- [94] J. Immerker, "Fast noise variance estimation", *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 64, no. 2, pp. 300-302, 1996.
- [95] K. Rank, M. Iendl and R. Unbenhauen, "Estimation of image noise variance", *Proc. IEE Vis. Image Signal processing*, vol. 146, no. 2, pp. 80-84, 1999.
- [96] R. C. Bilcu and M. Vehvilainen, "A new method for noise estimation in images," *Proc. IEEE EURASIP Int. Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, Sapporo, Japan, 2005.
- [97] A. Amer and E. Dubois, "Fast and reliable structure-oriented video noise estimation," *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 15, no. 1, pp. 113-118, 2005.
- [98] S-C. Tai and S-M. Yang, "A fast method for image noise estimation using Laplacian operator and adaptive edge detection" *IEEE ISCCSP*, pp. 1077-1081, 2008.

- [99] C. Wang and Z. Ye, "Brightness preserving histogram equalization with maximum entropy: A variational perspective", *IEEE Trans. Consumer Elect*, vol. 51, no. 4, pp. 1326-1334, 2005.
- [100] S. Benabdelkader, M. Boulemden and S. Louifi, "Threshold selection by maximizing the between-class variance of a fuzzy 2-partition", *Proceed. 9th Intern. Workshop on Syst., Sig. Image Proces. IWSSIP'02*, pp. 282-288, 2002.