

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université de Batna
Faculté de Technologie
Département d'Electronique



THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

Doctorat en Sciences en Electronique

Option

Micro-ondes pour Télécommunications

Par

Siham BENKOUDA

Thème

Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation
des antennes microrubans à plaques rayonnantes
parfaitement conductrices et supraconductrices.

Devant le jury

<u>Président :</u>	Mr. Abdelmadjid BENGHALIA	Prof.	Univ. Constantine
<u>Rapporteur :</u>	Mr. Tarek FORTAKI	Prof.	Univ. Batna
<u>Examineurs :</u>	Mr. Malek BENSLAMA	Prof.	Univ. Constantine
	Mr. Abdelhafid CHAABI	Prof.	Univ. Constantine
	Mr. Djamel BENATIA	Prof.	Univ. Batna
	Mr. Ramdane MAHAMDI	Prof.	Univ. Batna

DEDICACE

A :

Mes chers parents

Mon frère et mes soeurs

Toute ma famille

Je dédie cette Thèse

Remerciements

- ❖ Je voudrais exprimer, par ce modeste travail, ma gratitude et ma considération à Monsieur **Tarek FORTAKI**, Professeur à l'université de Batna, pour avoir suivi mon travail avec une attention soutenue, pour leurs qualités scientifiques et humaines qui m'ont beaucoup aidé et guidé tout au long de mes années de recherches.
- ❖ Je remercie très sincèrement Monsieur le Professeur **Abdelmadjid BENGHALIA**, de l'université de Constantine, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse.
- ❖ Toute ma gratitude va à Monsieur le Professeur **Malek BENSLAMA**, de l'université de Constantine, pour avoir accepté d'évaluer ce travail.
- ❖ Que Monsieur, **Abdelhafid CHAABI**, Professeur à l'université de Constantine, soit remercié pour sa présence dans le jury.
- ❖ Monsieur **Djamel BENATIA**, Professeur à l'université de Batna, et Monsieur **Ramdane MAHAMDI**, Professeur à l'université de Batna, ont aimablement accepté de participer au jury, je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.
- ❖ Je tiens à remercier particulièrement tous les enseignants du département d'électronique de l'université de Batna, qui ont veillé à notre formation.
- ❖ Mes remerciements vont également à tout le personnel du département d'électronique de l'université de Batna pour leur gentillesse et leur disponibilité.
- ❖ Enfin, j'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Table des matières

Introduction générale.....	2
----------------------------	---

Chapitre 1

Principe de fonctionnement et techniques de métallisation des antennes microrubans

I. Introduction.....	12
II. Techniques de métallisation du substrat.....	12
III. Description simplifiée du fonctionnement.....	15
IV. Les trois discontinuités.....	18
V. Références bibliographiques.....	19

Chapitre 2

Etude d'un disque microbande circulaire supraconducteur à haute température critique

I. Introduction.....	24
II. Théorie.....	26
II.1. Impédance de surface complexe du disque circulaire supraconducteur à haute T_c	26
II.2. Solution par l'analyse full-wave.....	29
III. Comparaison des résultats numériques.....	33
IV. Discussion des résultats numériques.....	37
IV.1. Influence de l'épaisseur du film supraconducteur.....	37
IV.2. Influence de la température sur la fréquence de résonance et la bande passante...37	
IV.3. Antenne circulaire supraconducteur ajustable.....	42
V. Conclusion du chapitre 2.....	46
VI. Références bibliographiques.....	48

Chapitre 3

Etude d'un empilement de deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs imprimés sur des matériaux à anisotropie de type électrique et magnétique et opérants en mode TM_{01}

I. Introduction.....	55
II. Théorie.....	57

II.1. Matrice de transfert pour une couche diélectrique à anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique.....	59
II.2. Formulation de la matrice impédance.....	62
III. Résultats numériques et discussion	63
III.1. Etude de l'origine du comportement bifréquence des patchs empilés parfaitement conducteurs opérants en mode TM_{01}	63
III.2. Influence de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique sur le comportement bifréquence.....	70
IV. Conclusion du chapitre 3.....	73
V. Références bibliographiques.....	74

Chapitre 4

Etude du comportement bifréquence des antennes microbandes empilées constituées de patchs supraconducteurs à hautes températures critiques

I. Introduction.....	82
II. Formulation.....	83
III. Résultats et discussion.....	90
III.1. Validation de l'approche proposée.....	90
III.2. Influence de la température sur les fréquences de résonance inférieure et supérieure.....	93
III.3. Effets des épaisseurs des patchs sur le comportement bifréquence.....	95
III.3.1. Lorsque $b_2 < b_1$	95
III.3.2. Lorsque $b_2 > b_1$	95
III.4. Influence de la température sur la bande passante et le facteur de qualité.....	100
III.5. Caractéristiques des résonances inférieure et supérieure.....	102
IV. Conclusion du chapitre 4.....	105
V. Références bibliographiques.....	106

Conclusion générale.....	112
---------------------------------	------------

Annexes

<i>Annexe A</i>	
Modèle des deux fluides de Gorter et Casimir.....	120
<i>Annexe B</i>	
Equations des frères London.....	123

Introduction Générale

Introduction générale

Le besoin accru de transmission de données à haut débit couplé à la demande toujours croissante des dispositifs mobiles a généré un grand intérêt pour les antennes exhibant à la fois un gain élevé et une bande passante large [1]. De nos jours, les antennes microbandes sont probablement les antennes les plus utilisées dans les conceptions commerciales compactes [2]. Les avantages principaux de ces antennes sont le faible poids, volume et épaisseur, le faible coût, la simplicité de fabrication, la possibilité de la mise en réseau et l'intégration d'éléments discrets et finalement la conformabilité facilitant l'implantation sur tout type de support [3]-[6]. Cependant, ce type d'éléments présente des limites, notamment la bande passante étroite, le faible gain et la possibilité de résonner à une fréquence unique [7].

Les composants micro-ondes passifs supraconducteurs tels que antennes, filtres, lignes de transmission et déphaseurs ont montré une supériorité significative relativement aux composants correspondants fabriqués avec des conducteurs normaux tels que l'or, l'argent et le cuivre en raison des avantages des supraconducteurs [8]-[17]. Les avantages d'utiliser des matériaux supraconducteurs à haute température critique en hyperfréquences incluent : 1) très faible pertes ; ce qui veut dire réduction de l'atténuation et du niveau de bruit, 2) dispersion très petite jusqu'à des fréquences de quelques dizaines de GHz, 3) miniaturisation des dispositifs micro-ondes ; ce qui permet une large échelle d'intégration et 4) réduction dans le temps de propagation des signaux dans les circuits. Les antennes microbandes supraconductrices à hautes températures critiques ont un gain élevé relativement à celui des antennes conventionnelles [18]-[22], mais elles souffrent de la bande passante extrêmement étroite, ce qui limite sévèrement leurs applications [19]-[20].

Les patchs empilés sont l'une des solutions les plus adoptées pour l'élargissement de la bande passante des antennes microbandes [23]-[25], puisque la structure est aussi

compacte que l'originale (étant donné que l'épaisseur du substrat est toujours mince, et ceci est la seule dimension qui a été augmentée) [2]. Par ailleurs, on peut varier la configuration de base de ce type d'antenne en ajoutant des gaps d'air, des superstrats ou plusieurs couches fournissant ainsi plus de polyvalence à ce type d'antenne [2]. En outre, les patchs empilés sont utiles dans des situations où l'antenne doit opérer en deux fréquences bien distinctes (opération en mode bifréquence) [26]-[29].

Durant ces dernières années un intérêt croissant a été observé dans l'étude des circuits micro-ondes réalisés sur des substances anisotropes, spécialement l'anisotropie uniaxiale [20], [22], [28]. Cette anisotropie peut être intrinsèque, en raison de la nature cristalline de ces substances, ou peut être causée par leurs procédés de production. L'intérêt réservé à l'étude des substrats micro-ondes anisotropes provient de deux arguments principaux. Premièrement, il a été rapporté dans la littérature que plusieurs substrats pratiques exhibent un taux significatif d'anisotropie qui peut affecter les performances des circuits micro-ondes, et donc une caractérisation et conception précises doivent tenir compte de cet effet. Secondement, il est possible que l'utilisation de tels matériaux peut avoir un effet bénéfique sur les circuits micro-ondes. Comme exemple, nous citons l'utilisation des substrats diélectriques anisotropes pour réaliser une polarisation circulaire [30]. Bien que l'effet de l'anisotropie sur le comportement bifréquence des patchs empilés a été récemment étudié dans [28], une étude complémentaire semble nécessaire ; puisque dans ce dernier travail les substrats anisotropes considérés sont supposés non magnétiques [28].

Quatre thèmes essentiels forment le corps de la présente thèse. Chaque thème sera traité d'une façon assez indépendante et presque autonome dans un chapitre propre à lui. Dans le chapitre 1, nous présentons brièvement une description simplifiée du fonctionnement des antennes microbandes. Nous exposons également les différentes

techniques de métallisation du substrat. Cette dernière étant la phase technologique la plus importante dans la réalisation de ces antennes.

Dans le chapitre 2, nous modifions la méthode de Galerkin implémentée dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel pour l'analyse d'un disque microbande circulaire [31], de telle manière que la méthode peut traiter le cas d'un disque circulaire supraconducteur à haute température critique. Théoriquement, bien qu'il y ait eu deux travaux récents sur l'antenne microbande supraconductrice de forme circulaire [22], [32], aucun ne s'est engagé à comparer les prévisions aux données mesurées de Richard *et al.* [18]. Dans le but d'introduire l'effet de la supraconductivité du disque circulaire dans l'analyse full-wave, on fera appel au modèle des deux fluides de Gorter et Casimir conjointement avec les équations des frères London [15]-[17]. Afin de valider l'approche théorique présentée, nous comparons nos résultats numériques avec les données théoriques et expérimentales disponibles au niveau de la littérature. Divers résultats numériques et leurs discussions adéquates sont présentés pour une variété de configuration.

Dans le chapitre 3, nous étendons l'analyse théorique présentée dans [28], [33] afin qu'il soit valable pour l'étude d'un empilement de deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs gravés sur des matériaux à anisotropie de type électrique et magnétique. Au meilleure de notre connaissance, ce sujet n'a pas été traité auparavant dans la littérature ouverte ; uniquement des empilements réalisés sur des substrats uniaxiaux non magnétiques ont été considérés [28], [33]. Dans les références [28], [33], une méthode adéquate pour investiguer l'origine du comportement bifréquence des patches rectangulaires empilés opérants en mode TM_{10} a été décrite. Puisque le mode TM_{01} est largement utilisé aussi bien en théorie qu'en pratique, nous présentons dans ce chapitre des résultats numériques relatifs au comportement bifréquence des patches empilés opérants à ce mode. Aussi dans ce présent chapitre, l'influence de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et

magnétique [34] sur le comportement bifréquence des patches rectangulaires empilés est examinée.

Dans le chapitre 4, nous étudions le comportement bifréquence des antennes microbandes formées d'un empilement de patches supraconducteurs à hautes températures critiques en utilisant la technique Full-wave conjointement avec la condition au limite de la résistivité complexe [1]. Comme dans [28], nous considérons à la fois le cas où le patch rectangulaire supérieur est plus long que le patch inférieur et le cas opposé. Notons que pour le cas des patches supraconducteurs à hautes températures critiques, d'autres degrés de liberté contribuent dans le control du comportement bifréquence, il s'agit des épaisseurs des patches inférieurs et supérieurs. Aussi dans ce chapitre, l'influence de la température sur les fréquences inférieure et supérieure, la bande passante et le facteur de qualité de l'antenne supraconductrice empilée est examinée. Finalement, pour une meilleure compréhension de l'opération en mode bifréquence, les courants et les champs rayonnés des deux résonances seront comparés.

Malgré la dominance théorique de notre étude, nous avons essayé de ne pas négliger l'aspect physique en essayant de donner des explications physiques des phénomènes électromagnétiques rencontrés pendant la modélisation numérique. Dans un soucis de clarté de l'exposé et vu l'autonomie propre de chaque chapitre et son nombre important de formules mathématiques, nous avons opté pour une numérotation séparée des équations, paragraphes, tableaux et figures, qui reste propre à chaque chapitre.

Références bibliographiques

- [1] S. Benkouda, M. Amir, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Dual-frequency behaviour of stacked high T_c superconducting microstrip patches," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, pp. 1350-1366, 2011.

- [2] O. Q. Teruel, Z. Sipus, and E. R. Iglesias, “Characterization and reduction of mutual coupling between stacked patches,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 59, pp. 1031-1036, Mar. 2011.
- [3] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, “Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer,” *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.
- [4] D. Khedrouche, F. Bouttout, T. Fortaki, and A. Benghalia, “Spectral-domain analysis of multilayer cylindrical-rectangular microstrip antennas,” *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 33, pp. 930-939, 2009.
- [5] S. Benkouda and T. Fortaki, “Resonance of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of high-permittivity dielectric layer below the aperture,” *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 239-241, 2011.
- [6] F. Zhao, T. T. Liu, and Z. P. Qian, “A circularly polarized aperture stacked patch microstrip antenna for L band,” *Progress in Electromagnetics Research C.*, vol. 20, pp. 95-109, 2011.
- [7] S. Shekhawat, P. Sekra, D. Bhatnagar, V. K. Saxena, and J. S. Saini, “Stacked arrangement of rectangular microstrip patches for circularly polarized broadband performance,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 9, pp. 910-913, 2010.
- [8] U. Mizutani, *Introduction to the Electron Theory of Metals*. England: Cambridge University Press, 2003.
- [9] K. Fossheim and A. Sudbo, *Superconductivity Physics and Application*. New York: Wiley & Sons, 2004.

- [10] A. Mourachkine, *Room_Temperature Superconductivity*. England: Cambridge International Science Publishing, 2004.
- [11] S. Savard, “Fabrication et étude de composants micro-ondes planaires supraconducteurs,” Mémoire Maîtrise, Université de Sherbrooke, Jan. 2004.
- [12] J. F. Seaux, “Conception, optimisation et test de dispositifs intégrant des matériaux en couche mince supraconducteurs ou ferroélectriques pour des applications de filtrage dans le domaine spatial,” Thèse de Doctorat, Université de Limoges, Avril 2005.
- [13] N. Sekiya, A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, “Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators,” *Physica C*, vol. 445-448, pp. 994-997, 2006.
- [14] C. P. Poole, H. A. Farach, R. J. Creswick, and R. Prozorov, *Superconductivity*. London: Academic Press, Second edition, 2007.
- [15] S. Benkouda, “Caractérisation d’un patch microbande supraconducteur dans une configuration substrat-superstrat. Effets du gap d’air sur la résonance de l’antenne supraconductrice ajustable,” Mémoire de Magister, Université de Batna, Décembre 2008.
- [16] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, “Study of high T_c superconducting microstrip antenna,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1405-1408, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [17] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, “Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1566-1570, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.

- [18] M. A. Richard, K. B. Bhasin, and P. C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 967-974, July 1993.
- [19] S. Liu and B. Guan, "Wideband high-temperature superconducting microstrip antenna," *Electron. Lett.*, vol. 41, no. 17, Aug. 2005.
- [20] O. Barkat and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of superconducting annular ring microstrip antenna on uniaxial anisotropic media," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 30, pp. 1053-1066, 2009.
- [21] F. Chebbara, S. Benkouda, and T. Fortaki, "Fourier transform domain analysis of high T_c superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 31, pp. 821-832, 2010.
- [22] F. Benmeddour, C. Dumond, F. Benabdelaziz and F. Bouttout, "Improving the performances of a high T_c superconducting circular microstrip antenna with multilayered configuration and anisotropic dielectrics," *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 18, pp. 169-183, 2011.
- [23] S. E. Valavan, A. B. Yang, A. Yarovoy, and L. P. Ligthart, "An M-band differentially fed, aperture coupled stacked patch antenna in LTCC," *5th European Radar Conference*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 200-203, 2008.
- [24] A. S. Elkorany, A. A. Sharshar, and S. M. Elhalafawy, "Ultra wideband stacked microstrip patch antenna," *3rd European Conference on Antennas and Propagation*, pp. 1464-1466, 2009.

- [25] J. Gao, K. Li, and H. Harada, “Wideband stacked microstrip patch antenna on thin PTFE substrate for millimetre-wave personal area network (mmWPAN),” *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 1-4, 2010.
- [26] J. Anguera, C. Puente, C. Borja, N. Delbene, and J. Soler, “Dual-frequency broadband stacked microstrip patch antenna,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 2, pp. 36-39, 2003.
- [27] M. T. Islam, N. Misran, M. N. Shakib, and B. Yatim, “Wideband stacked microstrip patch antenna for wireless communication,” *International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications*, pp. 547-550, 2008.
- [28] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, “On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [29] L. Han, W. Zhang, X. Chen, G. Han, and R. Ma, “Design of compact differential dual-frequency antenna with stacked patches,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 58, pp. 1387-1392, Apr. 2010.
- [30] D. M. Pozar, “Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, pp. 613-621, June 1987.
- [31] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, “Vector Hankel transform analysis of a tunable circular microstrip patch,” *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 21, no. 5, pp. 219-231, May 2005.
- [32] O. Barkat and A. Benghalia, “Synthesis of superconducting circular antennas placed on circular array using a particle swarm optimisation and the full-wave method,” *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 22, pp. 103-119, 2010.

- [33] L. Djouane, “Analyse des performances des antennes à structure planaire fonctionnant en mode unifr quence et bifréquence,” Thèse de Doctorat, Université de Batna, Juin 2009.
- [34] S. Benkouda and T. Fortaki, “Study of microstrip patch resonator printed on anisotropic substrate characterized by permittivity and permeability tensors,” *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 578-580, 2011.

Chapitre 1

Principe de fonctionnement et techniques de métallisation des antennes microrubans.

I. Introduction

En électronique basse fréquence, le circuit est formé d'éléments discrets (résistances, condensateurs, inductances, transistors, etc.), le métal ne servant qu'à établir un contact galvanique entre ces composants. Le substrat assure leur positionnement et, dans une certaine mesure, l'évacuation de la chaleur produite par effet Joule. La dimension et les propriétés électriques des matériaux utilisés ne sont guère critiques : il faut seulement que la résistance du conducteur utilisé pour l'interconnexion soit suffisamment basse et que l'isolant soit de bonne qualité, c'est-à-dire qu'il ne doit pas être traversé par des courants de fuite trop importants.

Il n'en va plus de même lorsque la fréquence augmente. Dans le domaine des hyperfréquences, c'est l'ensemble du substrat et des couches conductrices qui forme l'essentiel du circuit ou de l'antenne ; ce n'est plus dans ce cas un simple élément d'interconnexion. Les paramètres de la structure dépendent directement des dimensions, ainsi que de la permittivité du substrat. Ce sont elles qui définissent l'impédance caractéristique et le déphasage linéique des lignes microrubans et, dans le cas des antennes, la fréquence de résonance, le diagramme de rayonnement et l'impédance d'entrée. Le substrat utilisé doit donc être homogène, de permittivité soigneusement contrôlée : ceci devient particulièrement important pour les antennes en réseau, qui peuvent prendre des dimensions respectables.

II. Techniques de métallisation du substrat

La technique des circuits imprimés, qui a révolutionné le domaine de l'électronique, s'est peu à peu étendue à celui des hyperfréquences (bandes des gigahertz). Elle y est employée pour réaliser des lignes de transmission, des circuits et plus récemment des antennes.

Un circuit imprimé est formé d'un substrat mince en matériau isolant (diélectrique), sur lequel sont déposées de fines couches métalliques. En hyperfréquences, il est usuel de métalliser tout un côté du substrat (plan de masse), tandis que l'autre côté n'est recouvert que partiellement de métal (conducteur supérieur). On parle alors de structure microruban ou microbande [1]-[6]. Dans certaines applications particulières, on fait également usage de plusieurs couches diélectriques, entre lesquelles sont disposés des conducteurs métallisés [7]-[15]. La métallisation peut être réalisée de deux manières fondamentalement différentes [16] :

- ✓ Dans la technique des couches épaisses, on dépose une pâte métallique sur la région que l'on souhaite recouvrir, à travers un masque qui définit le circuit à réaliser (technique de la sérigraphie) [16]. La structure est alors chauffée au four, pour faire évaporer les solvants. Cette première méthode ne fournit en général pas une résolution suffisante aux hyperfréquences [16]. Elle n'y est de ce fait que rarement utilisée.
- ✓ Dans la technique des couches minces, on recouvre entièrement la face du substrat (soit par évaporation sous vide, soit par adhésion d'une fine pellicule métallique), et on enlève ensuite une partie de la couche métallisée. On fait usage dans ce but de procédés photolithographiques : le métal est recouvert d'une couche photosensible, que l'on expose à la lumière à travers le masque du circuit à réaliser après quoi une attaque chimique enlève le métal dans les régions exposées. En procédant avec soin, il est possible d'obtenir la résolution requise pour des circuits en hyperfréquences [16].

Lorsque le niveau de puissance du signal le permet, les circuits ainsi réalisés remplacent avantageusement les montages plus traditionnels en guides d'ondes, qui sont lourds et encombrants. Ils ont trouvé de nombreuses applications dans le traitement du

signal hyperfréquences, soit du côté réception, soit du côté mise en forme du signal avant l'amplification de puissance. Des systèmes à faible niveau de signal sont même réalisés entièrement en circuit microruban, y compris les antennes.

Il est par ailleurs beaucoup plus facile d'implanter un composant dans un circuit imprimé que dans un guide d'ondes. Dans ce dernier cas, il faut pratiquement toujours fabriquer une monture adéquate, en usinant des pièces métalliques et diélectriques qu'il faut ensuite assembler. En revanche, des éléments discrets peuvent très facilement être soudés ou collés sur une structure en microruban.

La faible épaisseur du substrat, généralement inférieure au millimètre, est un atout majeur pour les antennes destinées aux applications aérospatiales. Comme certains substrats sont flexibles, ces antennes peuvent être intimement plaquées sur la surface externe d'un satellite ou d'un avion (antennes conformées).

L'emploi de masques et de techniques photographiques permet de reproduire en grand nombre des pièces pratiquement identiques. Pour les antennes, on peut ainsi assembler des éléments rayonnants pour former des réseaux [16]. Cette propriété de duplication est aussi fort attrayante pour la production en grande série. Il ne suffit cependant pas que le procédé de fabrication soit peu coûteux : il faut encore que les matériaux utilisés le soient aussi.

Ces divers avantages sont assortis d'inconvénients, qu'il ne faut pas négliger. Les antennes microrubans n'ont en général qu'un rendement médiocre, qui résulte de la concentration des champs dans le substrat diélectrique entre les deux lames métalliques. La présence d'ondes de surface peut produire des couplages parasites entre éléments, qui rendent difficile le contrôle des lobes secondaires d'une antenne en réseau. Comme on fait le plus souvent usage de structures résonantes, la bande passante obtenue n'est que de quelques pourcent. Pour élargir, il faut combiner plusieurs résonances.

Ces structures sont complexes du point de vue électromagnétique, par suite de leur caractère inhomogène. Des modèles simplifiés sont souvent utilisés pour leur étude. Pour la plupart, ils n'ont cependant qu'une validité restreinte, dont la limite est difficile à définir [5]. Quant aux modèles plus élaborés, ils mènent à des relations d'une telle complexité mathématique que leur résolution, même à l'ordinateur, reste problématique [17]-[23].

III. Description simplifiée du fonctionnement

Pour comprendre comment fonctionne une antenne microruban, considérons la coupe donnée dans la figure 1. Au point **a** du conducteur supérieur, on a déposé une source ponctuelle (densité de courant de surface), qui rayonne dans toutes les directions. Une partie du signal émis est réfléchi par le plan de masse, puis par le conducteur supérieur et ainsi de suite. Certains des rayons aboutissent sur l'arête du conducteur (point **b**), qui les diffracte. Cette figure peut être divisée en trois régions distinctes [16] :

Région A : Dans le substrat, entre les deux plans conducteurs, les rayons sont le plus concentrés. Le champ électromagnétique s'accumule dans cette région de l'espace. Cette propriété est très utile pour la propagation du signal le long d'une ligne microruban.

Région B : Dans l'air, au-dessus du substrat, le signal se disperse librement dans l'espace et contribue au rayonnement de l'antenne. Comme les courants de surface circulent surtout sur la face inférieure du conducteur supérieur (côté diélectrique), le rayonnement paraît surtout être émis par le voisinage immédiat des arêtes. Certains modèles simplifiés mettent à profit cette constatation : ils considèrent le rayonnement d'un ensemble de fentes fictives, situées sur le pourtour de l'antenne.

Région C : Certains rayons atteignent les surfaces de séparation avec une incidence rasante, et restent piégés à l'intérieur du diélectrique. Il s'agit du mécanisme de la réflexion totale, dont font usage les fibres optiques. Une onde de surface est alors guidée par le bord

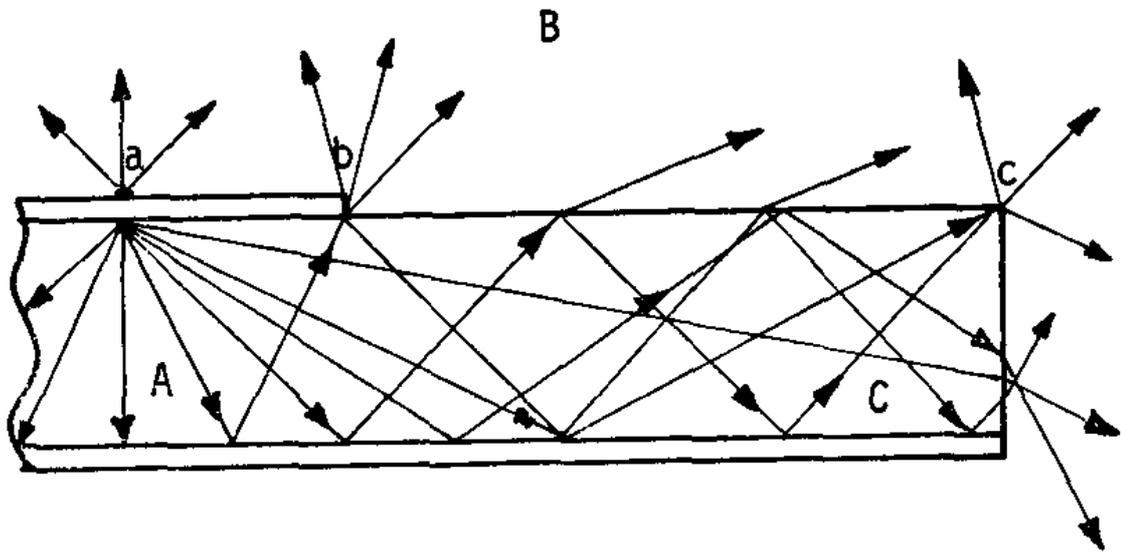


Figure 1. Trajectoires des rayons dans une antenne microruban (coupe). La figure montre l'existence de trois régions distinctes.

du diélectrique, ne contribuant pas directement au rayonnement de l'antenne. Toutefois, quand cette onde atteint le bord du substrat (point **c**), elle est diffractée et génère un rayonnement parasite. Dans le cas d'une antenne en réseau, l'onde de surface crée un couplage entre les éléments du réseau. Le diagramme de rayonnement de l'antenne peut être perturbé par la présence d'ondes de surface, notamment au niveau des lobes secondaires. On pourrait en principe faire usage des ondes de surface pour alimenter les éléments d'un réseau [16]. On peut associer des plages de fréquence aux trois régions précédentes :

Plage de fréquence A : En basse fréquence, les champs restent surtout concentrés dans la région A. Il y a alors propagation sans rayonnement. La structure qui en résulte est une ligne de transmission ou un des éléments dérivés.

Plage de fréquence B : A plus haute fréquence, le rayonnement dans l'air devient significatif et la structure se comporte comme une antenne. Il reste néanmoins une importante concentration des champs entre les deux conducteurs (énergie réactive emmagasinée dans la zone du champ proche). Comme les diélectriques présentent toujours certaines pertes, il en résulte une absorption du signal. Le rendement d'une antenne microruban reste de ce fait assez modeste.

Plage de fréquence C : Bien qu'une onde de surface puisse en principe se propager quelle que soit la fréquence du signal, c'est surtout au-dessus d'une certaine fréquence limite que ces ondes jouent un rôle significatif. La structure devient alors un lanceur d'ondes de surface. Elle ne peut plus guère être utilisée comme antenne, à moins que l'on ne dispose d'une transition adéquate, qui effectue le passage d'une onde de surface à une onde rayonnée.

Lors de la conception d'une antenne microruban, les dimensions et les propriétés du substrat doivent être choisies avec soins, afin d'assurer que le fonctionnement à la

fréquence du signal se situera bien dans la deuxième plage de fréquence (**B**, rayonnement). Il faut encore noter que ces trois plages ne sont pas séparées par des cloisons nettes, mais plutôt qu'il y a des transitions graduelles entre elles. Le choix des dimensions résulte par conséquent d'un compromis, qui tient compte de la quantité d'effets parasites pouvant être tolérée. Un paramètre jouant un rôle crucial est l'épaisseur du substrat. Un substrat très mince a tendance à concentrer les champs dans le diélectrique, ce qui réduit le rendement. On peut l'améliorer en prenant un substrat plus épais. Malheureusement, cela augmente aussi la probabilité d'exciter des ondes de surface.

IV. Les trois discontinuités

La résolution rigoureuse de tout problème d'électromagnétisme comporte toujours deux étapes [16]-[23] :

- a) La résolution des équations de Maxwell dans chacun des milieux de propagation.
Dans le cas présent, on a deux milieux homogènes, le diélectrique et l'air
- b) L'application des relations de continuité des composantes tangentielles des champs sur les surfaces de séparation entre milieux.

Un certain nombre de méthodes de résolution sont disponibles, dans lesquelles les deux étapes sont plus ou moins imbriquées. Il s'agit de choisir avec perspicacité parmi les différentes variantes celle qui donnera la solution sans présenter de difficultés excessives. L'étude de l'antenne microruban est rendue particulièrement difficile par la présence de trois discontinuités :

- a) La discontinuité plane entre l'air et le diélectrique (et éventuellement entre plusieurs couches de diélectriques différents).
- b) La présence d'une couche métallique couvrant partiellement le plan de séparation de a). Ce conducteur introduit une condition supplémentaire qui est inhomogène.

c) Le substrat isolant et le plan de masse se terminent à une certaine distance de l'élément rayonnant (point c de la figure 1). Si cette limite physique est assez éloignée, l'effet du bord du substrat peut être négligé en première approximation. Cela revient en fait à considérer un substrat infini. En pratique, cependant, il n'est guère souhaitable d'augmenter inutilement la surface de l'antenne. L'effet de bord peut devenir important en présence des ondes de surface.

V. Références bibliographiques

- [1] N. Burum, Z. Sipus, and J. Bartolic, "Mutual coupling between spherical-rectangular microstrip antennas," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 40, no. 5, pp. 387-391, Mar. 2004.
- [2] A. Kedar, K. K. Gupta, and N. D. Kartaria, "Spectral-domain modelling of superconducting microstrip structures: Transmission lines and resonators," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 1, pp. 55-59, Apr. 2004.
- [3] A. K. Singh and M. K. Meshram, "Shorting pin loaded dual-band compact rectangular microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 94, no. 3, pp. 237-250, Mar. 2007.
- [4] K. Güney and N. Sarikaya, "Adaptive neuro-fuzzy inference system for computing the resonant frequency of electrically thin and thick rectangular microstrip antennas," *Int. J. Electron.*, vol. 94, no. 9, pp. 833-844, Sep. 2007.
- [5] M. Titaouine, "Analyse des antennes microrubans de forme arbitraire par la méthode des moments et le modèle généralisé de la cavité," Thèse de Doctorat, Université de Setif, Sept. 2007.

-
- [6] D. Khedrouche, “Modélisation des antennes microbandes par une analyse tridimensionnelle rigoureuse en utilisant une méthode intégrale,” Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2009.
- [7] M. T. Islam, N. Misran, M. N. Shakib, and B. Yatim, “Wideband stacked microstrip patch antenna for wireless communication,” *International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications*, pp. 547-550, 2008.
- [8] S. E. Valavan, A. B. Yang, A. Yarovoy, and L. P. Ligthart, “An M-band differentially fed, aperture coupled stacked patch antenna in LTCC,” *5th European Radar Conference*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 200-203, 2008.
- [9] A. S. Elkorany, A. A. Sharshar, and S. M. Elhalafawy, “Ultra wideband stacked microstrip patch antenna,” *3rd European Conference on Antennas and Propagation*, pp. 1464-1466, 2009.
- [10] L. Han, W. Zhang, X. Chen, G. Han, and R. Ma, “Design of compact differential dual-frequency antenna with stacked patches,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 58, pp. 1387-1392, Apr. 2010.
- [11] J. Gao, K. Li, and H. Harada, “Wideband stacked microstrip patch antenna on thin PTFE substrate for millimetre-wave personal area network (mmWPAN),” *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 1-4, 2010.
- [12] S. Shekhawat, P. Sekra, D. Bhatnagar, V. K. Saxena, and J. S. Saini, “Stacked arrangement of rectangular microstrip patches for circularly polarized broadband performance,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 9, pp. 910-913, 2010.
- [13] F. Zhao, T. T. Liu, and Z. P. Qian, “A circularly polarized aperture stacked patch microstrip antenna for L band,” *Progress in Electromagnetics Research C.*, vol. 20, pp. 95-109, 2011.

-
- [14] Z. Yong, L. Ce, G. Chen, and L. Ting, "Design and analysis of a circular double-layer broadband microstrip antenna," *Cross Strait Quad-Regional Radio Science and Wireless Technology Conference*, pp. 334-336, 2011.
- [15] O. Q. Teruel, Z. Sipus, and E. R. Iglesias, "Characterization and reduction of mutual coupling between stacked patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 59, pp. 1031-1036, Mar. 2011.
- [16] J. R. Mosig and F. Gardiol, "Techniques analytiques et numériques dans l'analyse des antennes microruban," *Annales de Télécommun.*, vol. 40, pp. 411-437, 1985.
- [17] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, "Study of high T_c superconducting microstrip antenna," *PIERS Online*, vol. 5, no. 4, pp. 346-349, 2009.
- [18] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, "Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch," *PIERS Online*, vol. 5, no. 4, pp. 350-354, 2009.
- [19] F. Chebbara, S. Benkouda, and T. Fortaki, "Fourier transform domain analysis of high T_c superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 31, pp. 821-832, 2010.
- [20] S. Benkouda, M. Amir, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Dual-frequency behaviour of stacked high T_c superconducting microstrip patches," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, pp. 1350-1366, 2011.
- [21] S. Benkouda and T. Fortaki, "Resonance of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of high-permittivity

- dielectric layer below the aperture,” *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 239-241, 2011.
- [22] S. Benkouda and T. Fortaki, “Study of microstrip patch resonator printed on anisotropic substrate characterized by permittivity and permeability tensors,” *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 578-580, 2011.
- [23] S. Benkouda, T. Fortaki. and A. Benghalia, “Analysis of dual-frequency stacked circular-disk microstrip antenna,” *Fifth Saudi Science Conference*, Makkah, Saudi, Apr. 16-18, 2012.

Chapitre 2

Etude d'un disque microbande circulaire supraconducteur à haute température critique.

I. Introduction

Les antennes microbandes peuvent prendre des formes géométriques arbitraires, cependant, les formes régulières sont les plus utilisées afin de faciliter leur étude. On distingue parmi d'autres géométries, la forme rectangulaire [1]-[9] et la forme circulaire [10]-[12]. Dans la gamme des basses fréquences de l'UHF, la forme rectangulaire est préférable à cause des dimensions encombrantes de la circulaire. Cependant, dans certaines applications, l'antenne microbande circulaire offre des performances meilleures que celles de l'antenne rectangulaire. En outre, l'antenne circulaire présente l'avantage de pouvoir obtenir la polarisation circulaire. L'antenne microbande circulaire a fait l'objet d'un grand nombre de travaux de recherche durant les deux dernières décennies. Dans ces travaux, les chercheurs ont appliqué une large variété de méthodes allant des modèles intuitifs simples jusqu'aux techniques plus sophistiquées utilisant la méthode de Galerkin, soit dans le domaine des transformées usuelles de Hankel ou celui des transformées vectorielles de Hankel.

La supraconductivité est un phénomène survenant dans certains matériaux, de fait, supraconducteurs. Elle est caractérisée par l'absence de résistance électrique et l'annulation du champ magnétique à l'intérieur du matériau (phénomène connu sous le nom d'effet Meissner). La supraconductivité découverte historiquement en premier, et que l'on nomme communément supraconductivité conventionnelle, se manifeste à des températures très basses, proches du zéro absolu (-273.15 °C). Il existe également d'autres classes de matériaux, appelés supraconducteurs non conventionnels dont les propriétés ne sont pas expliquées par la théorie conventionnelle. En particulier, la classe des cuprates (ou supraconducteurs à haute température critique (T_c)), découverte en 1986, présente des propriétés supraconductrices à des températures plus élevées que les supraconducteurs conventionnels (la température critique des supraconducteurs à haute température critique

peut être supérieure d'un facteur de 10 par rapport à celle des supraconducteurs conventionnels). Toutefois, ce que les physiciens nomment haute température reste extrêmement bas (le maximum est 153 °K, soit -120 °C). Depuis près de deux décennies, ce sujet est considéré comme le sujet le plus important de la physique du solide, aucune approche théorique n'est actuellement satisfaisante pour décrire convenablement le phénomène de la supraconductivité à haute température critique. La température de l'azote liquide -196 °C soit 77 °K, qui peut être fabriqué industriellement, est généralement prise en référence comme température en dessous de laquelle on entre dans les très basses températures.

Les composants micro-ondes passifs supraconducteurs tels que antennes, filtres, lignes de transmission et déphaseurs ont montré une supériorité signifiante relativement aux composants correspondants fabriqués avec des conducteurs normaux tels que l'or, l'argent et le cuivre en raison des avantages des supraconducteurs [13]-[26]. Les avantages d'utiliser des matériaux supraconducteurs à haute température critique en hyperfréquences incluent : 1) très faible pertes ; ce qui veut dire réduction de l'atténuation et du niveau de bruit, 2) dispersion très petite jusqu'à des fréquences de quelques dizaines de GHz, 3) miniaturisation des dispositifs micro-ondes ; ce qui permet une large échelle d'intégration et 4) réduction dans le temps de propagation des signaux dans les circuits.

Dans ce chapitre, nous modifions la méthode de Galerkin implémentée dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel pour l'analyse d'un disque microbande circulaire [27], de telle manière que la méthode peut traiter le cas d'un disque circulaire supraconducteur à haute température critique. Théoriquement, bien qu'il y ait eu deux travaux récents sur l'antenne microbande supraconductrice de forme circulaire [28]-[29], aucun ne s'est engagé à comparer les prévisions aux données mesurées de Richard *et al.* [30]. Le présent chapitre est organisé comme suit : Dans la section II, nous fournissons des

détails concernant la formulation théorique du problème, en insistant particulièrement sur la manière d'introduire l'effet de la supraconductivité du disque circulaire dans l'analyse full-wave. Pour ce fin, on fera appelle au modèle des deux fluides de Gorter et Casimir conjointement avec les équations des frères London [31]-[32]. Afin de valider l'approche théorique présentée, nous comparons dans la section III nos résultats numériques avec les données théoriques et expérimentales disponibles au niveau de la littérature. Divers résultats numériques et leurs discussions adéquates sont présentés dans la section IV. Enfin, les conclusions tirées de ce présent chapitre sont rapportées dans la section V.

II. Théorie

II.1. Impédance de surface complexe du disque circulaire supraconducteur à haute T_c

Le problème à résoudre est illustré dans la figure 1. Nous avons un disque circulaire supraconducteur de rayon a et d'épaisseur e noyé dans un milieu multicouche constitué de N couches diélectriques, présentant une anisotropie de type uniaxial avec l'axe optique normal au disque. Chaque couche d'épaisseur $d_j = z_j - z_{j-1}$ ($j=1,2,\dots,N$) est caractérisée par la perméabilité du vide μ_0 et une permittivité tensorielle de la forme

$$\bar{\epsilon}_j = \epsilon_0 \text{diag}[\epsilon_{xj}, \epsilon_{xj}, \epsilon_{zj}] \quad (1)$$

ϵ_0 est la permittivité du vide et diag désigne une matrice diagonale avec les éléments diagonaux apparaissant entre crochets. L'équation (1) peut être spécialisée au cas isotrope en admettant $\epsilon_{xj} = \epsilon_{zj} = \epsilon_{rj}$. Le disque circulaire est imprimé dans la stratification à l'interface $z = z_M$. Il est caractérisé par une température critique T_c , une profondeur de pénétration λ_0 à une température nulle et une conductivité normale σ_n . Le milieu ambiant est l'air avec les paramètres constitutifs μ_0 et ϵ_0 . Tous les champs et les courants sont en

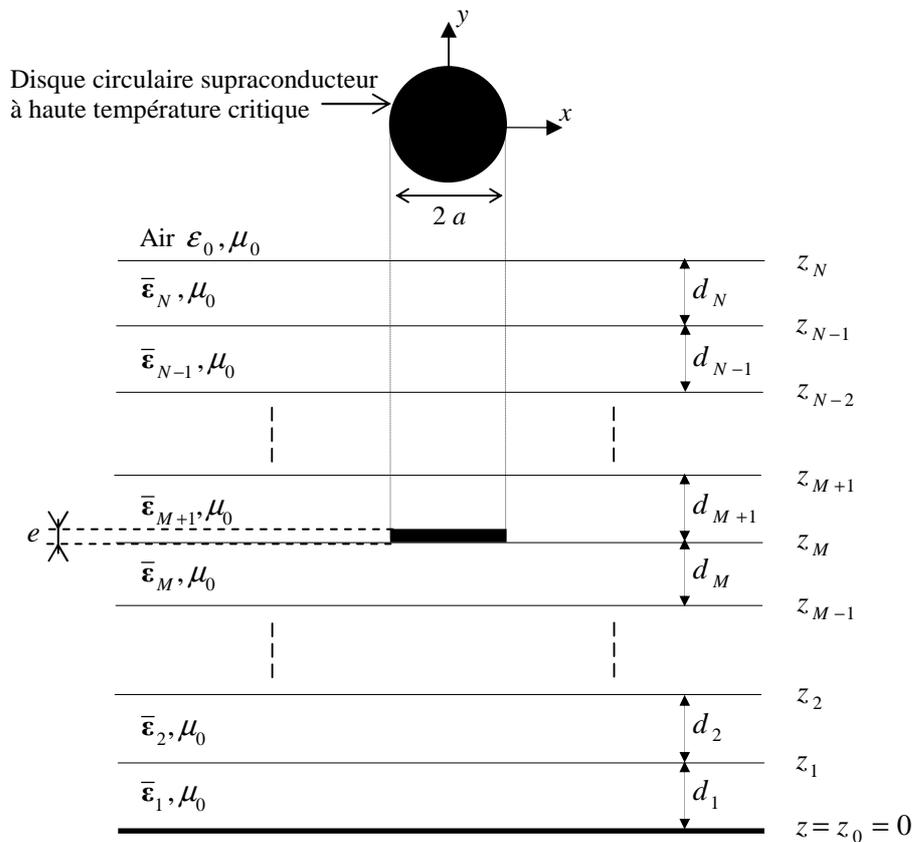


Figure 1. Géométrie d'un disque circulaire supraconducteur à haute température critique noyé dans un milieu multicouche contenant des matériaux isotropes et/ou anisotropes.

régime harmonique avec la dépendance temporelle $e^{i\omega t}$ supprimée. Pour tirer profit de la symétrie de révolution de la structure de la figure 1 autour de l'axe z , les coordonnées cylindriques ρ et ϕ sont utilisées au lieu des coordonnées cartésiennes x et y . Dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel, le champ électrique transverse sur le plan du disque supraconducteur à haute T_c peut être écrit comme une superposition d'un champ électrique dans le disque et un autre en dehors de celui-ci, ceci donne

$$\mathbf{e}_n(k_\rho, z_M) = \begin{bmatrix} e_n^e(k_\rho, z_M) \\ e_n^h(k_\rho, z_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_n^{e^i}(k_\rho, z_M) \\ e_n^{h^i}(k_\rho, z_M) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_n^{e^o}(k_\rho, z_M) \\ e_n^{h^o}(k_\rho, z_M) \end{bmatrix} = \mathbf{e}_n^i(k_\rho, z_M) + \mathbf{e}_n^o(k_\rho, z_M) \quad (2)$$

Dans l'équation (2), les exposants e et h dénotent les ondes TM et TE, respectivement. Le champ électrique sur le disque supraconducteur à haute T_c est donné par

$$\mathbf{e}_n^i(k_\rho, z_M) = \begin{bmatrix} e_n^{e^i}(k_\rho, z_M) \\ e_n^{h^i}(k_\rho, z_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & 0 \\ 0 & Z_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_n^e(k_\rho) \\ k_n^h(k_\rho) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}_s \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) \quad (3)$$

où Z_s est l'impédance de surface complexe du disque supraconducteur à haute T_c et $\mathbf{k}_n(k_\rho)$ est la transformée vectorielle de Hankel du courant $\mathbf{K}_n(\rho)$ sur le disque circulaire supraconducteur. Lorsque l'épaisseur du disque supraconducteur est inférieure à 3 fois la profondeur de pénétration λ_0 (la profondeur de pénétration λ à la température $T = 0$ K), l'impédance de surface complexe peut être approximée comme suit [32] :

$$Z_s = \frac{1}{e\sigma} \quad (4)$$

où σ est la conductivité complexe du disque circulaire supraconducteur. Elle est déterminée par le modèle des deux fluides de Gorter et Casimir (voir Annexe A) conjointement avec les équations des frères London (voir Annexe B) [31]

$$\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2 \quad (5)$$

La partie réelle de la conductivité complexe (σ_1) provient des électrons de conduction normaux. Sa dépendance en température est de la forme [32]

$$\sigma_1 = \sigma_n \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \quad (6)$$

où σ_n est la conductivité normal. La partie réactive de la conductivité ($-i\sigma_2$) provient des porteurs supraconducteurs, elle peut être déterminée à partir de l'équation de la force de Lorentz [31]

$$\sigma_2 = \frac{1}{\omega \mu_0 [\lambda(T)]^2} \quad (7)$$

Dans l'équation (7) ω est la fréquence angulaire et $\lambda(T)$ est la profondeur de pénétration de London à la température T , elle est donnée par l'expression suivante :

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4}} \quad (8)$$

II.2. Solution par l'analyse full-wave

Nous commençons tout d'abord par la détermination des fonctions dyadiques de Green. Les champs transverses dans la j ème couche ($z_{j-1} < z < z_j$) peuvent être obtenus via les transformées vectorielles inverses de Hankel [33]-[36]

$$\mathbf{E}(\rho, \phi, z) = \begin{bmatrix} E_\rho(\rho, \phi, z) \\ E_\phi(\rho, \phi, z) \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\phi} \int_0^{+\infty} dk_\rho k_\rho \bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho \rho) \cdot \mathbf{e}_n(k_\rho, z) \quad (9)$$

$$\mathbf{H}(\rho, \phi, z) = \begin{bmatrix} H_\phi(\rho, \phi, z) \\ -H_\rho(\rho, \phi, z) \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\phi} \int_0^{+\infty} dk_\rho k_\rho \bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho \rho) \cdot \mathbf{h}_n(k_\rho, z) \quad (10)$$

où

$$\bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho, \rho) = \begin{bmatrix} J_n'(k_\rho \rho) & -\frac{in}{k_\rho \rho} J_n(k_\rho \rho) \\ \frac{in}{k_\rho \rho} J_n(k_\rho \rho) & J_n'(k_\rho \rho) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{H}}_n^+(k_\rho, \rho) \quad (11)$$

$$\mathbf{e}_n(k_\rho, z) = e^{-i\bar{\mathbf{k}}_{zj} z} \cdot \mathbf{A}_{nj}(k_\rho) + e^{i\bar{\mathbf{k}}_{zj} z} \cdot \mathbf{B}_{nj}(k_\rho) \quad (12)$$

$$\mathbf{h}_n(k_\rho, z) = \bar{\mathbf{g}}_j(k_\rho) \cdot \left[e^{-i\bar{\mathbf{k}}_{zj} z} \cdot \mathbf{A}_{nj}(k_\rho) - e^{i\bar{\mathbf{k}}_{zj} z} \cdot \mathbf{B}_{nj}(k_\rho) \right] \quad (13)$$

Dans (11), $\bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho, \rho)$ est le noyau des transformées vectorielles de Hankel [33], $J_n(\cdot)$ est la fonction de Bessel du premier espèce et d'ordre n , et la prime désigne différentiation en fonction de l'argument. L'exposant + implique le conjugué transposé du noyau $\bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho, \rho)$.

Dans (12) et (13) \mathbf{A}_{nj} et \mathbf{B}_{nj} sont deux vecteurs inconnus et les matrices diagonales $\bar{\mathbf{k}}_{zj}$ et $\bar{\mathbf{g}}_j(k_\rho)$ sont définies par l'équation suivante :

$$\bar{\mathbf{k}}_{zj} = \text{diag}[k_{zj}^e, k_{zj}^h], \quad \bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) = \text{diag}\left[\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{xj}}{k_{zj}^e}, \frac{k_{zj}^h}{\omega \mu_0}\right] \quad (14)$$

Dans l'équation (14), k_{zj}^e et k_{zj}^h sont, respectivement, les constantes de propagation des ondes TM et TE dans la j ème couche :

$$k_{zj}^e = \left(\varepsilon_{xj} k_0^2 - \frac{\varepsilon_{xj}}{\varepsilon_{zj}} k_\rho^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad k_{zj}^h = \left(\varepsilon_{xj} k_0^2 - k_\rho^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \quad (15)$$

En écrivant les équations (12) et (13) dans les plans $z = z_{j-1}$ et $z = z_j$, et par élimination des inconnus \mathbf{A}_{nj} et \mathbf{B}_{nj} , nous obtenons la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_n(k_\rho, z_j^-) \\ \mathbf{h}_n(k_\rho, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_j \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}_n(k_\rho, z_{j-1}^+) \\ \mathbf{h}_n(k_\rho, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (16)$$

avec la matrice $\bar{\mathbf{T}}_j$ est donnée par

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_j^{11} & \bar{\mathbf{T}}_j^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}_j^{21} & \bar{\mathbf{T}}_j^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \bar{\boldsymbol{\theta}}_j & -i \bar{\mathbf{g}}_j^{-1} \cdot \sin \bar{\boldsymbol{\theta}}_j \\ -i \bar{\mathbf{g}}_j \cdot \sin \bar{\boldsymbol{\theta}}_j & \cos \bar{\boldsymbol{\theta}}_j \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{\theta}}_j = \bar{\mathbf{k}}_{z_j} d_j \quad (17)$$

Les équations de continuité pour les composantes tangentielles du champ sont

$$\mathbf{e}_n(k_\rho, z_j^-) = \mathbf{e}_n(k_\rho, z_j^+) = \mathbf{e}_n(k_\rho, z_j), \quad j=1, 2, \dots, N \quad (18)$$

$$\mathbf{h}_n(k_\rho, z_j^-) - \mathbf{h}_n(k_\rho, z_j^+) = \delta_{jM} \mathbf{k}_n(k_\rho), \quad j=1, 2, \dots, N \quad (19)$$

δ_{jM} est le symbole de Kronecker. En utilisant les équations (16), (18) et (19), le cascade des matrices par multiplication simple donne

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_n(k_\rho, z_M^+) \\ \mathbf{h}_n(k_\rho, z_M^+) \end{bmatrix} = \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_< \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}_n(k_\rho, 0^+) \\ \mathbf{h}_n(k_\rho, 0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_n(k_\rho) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_n(k_\rho, z_N^+) \\ \mathbf{h}_n(k_\rho, z_N^+) \end{bmatrix} = \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_> \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}_n(k_\rho, z_M^+) \\ \mathbf{h}_n(k_\rho, z_M^+) \end{bmatrix} \quad (21)$$

où

$$\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_< = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_<^{11} & \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_<^{12} \\ \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_<^{21} & \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_<^{22} \end{bmatrix} = \prod_{j=M}^1 \bar{\mathbf{T}}_j, \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_> = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_>^{11} & \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_>^{12} \\ \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_>^{21} & \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_>^{22} \end{bmatrix} = \prod_{j=N}^{M+1} \bar{\mathbf{T}}_j \quad (22)$$

Le champ électrique transverse doit nécessairement être nul sur un conducteur parfait, donc pour le plan de masse parfaitement conducteur nous avons

$$\mathbf{e}_n(k_\rho, 0^-) = \mathbf{e}_n(k_\rho, 0^+) = \mathbf{e}_n(k_\rho, 0) = \mathbf{0} \quad (23)$$

Dans la région illimitée de l'air au-dessus de la couche du sommet de la structure ($z_N < z < \infty$ and $\varepsilon_r=1$), le champ électromagnétique donné par (12) et (13) devrait s'atténuer quand $z \rightarrow +\infty$ en accord avec la condition de rayonnement de Sommerfeld, ceci donne

$$\mathbf{h}_n(k_\rho, z_N^+) = \bar{\mathbf{g}}_0(k_\rho) \cdot \mathbf{e}_n(k_\rho, z_N^+) \quad (24)$$

où la matrice $\bar{\mathbf{g}}_0(k_\rho)$ peut être aisément obtenue à partir de l'expression de $\bar{\mathbf{g}}_j(k_\rho)$ en admettant $\varepsilon_{xj} = \varepsilon_{zj} = 1$. A partir des équations (20), (21), (23) et (24), nous obtenons la relation suivante qui relie le courant sur la plaque conductrice avec le champ électrique dans l'interface correspondant :

$$\mathbf{e}_n(k_\rho, z_M) = \bar{\mathbf{G}}(k_\rho) \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) \quad (25)$$

où $\bar{\mathbf{G}}(k_\rho)$ est la fonction dyadique de Green dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel, elle est donnée par

$$\bar{\mathbf{G}}(k_\rho) = \text{diag}[G^e, G^h] = \left[\bar{\Gamma}_<^{22} \cdot (\bar{\Gamma}_<^{12})^{-1} + (\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Gamma}_>^{12} - \bar{\Gamma}_>^{22})^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Gamma}_>^{11} - \bar{\Gamma}_>^{21}) \right]^{-1} \quad (26)$$

En substituant l'équation (2) dans l'équation (25), nous obtenons

$$\mathbf{e}_n^o(k_\rho, z_M) = \bar{\mathbf{G}}(k_\rho) \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) - \mathbf{e}_n^i(k_\rho, z_M) \quad (27)$$

Lorsque l'équation (3) est substituée dans l'équation (27), le résultat suivant est obtenu :

$$\mathbf{e}_n^o(k_\rho, z_M) = (\bar{\mathbf{G}}(k_\rho) - \bar{\mathbf{Z}}_s) \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) \quad (28)$$

Le champ électrique transversal hors du disque peut être exprimé via la transformée inverse de Hankel comme suit :

$$\mathbf{E}_n^o(\rho, z_M) = \int_0^{+\infty} dk_\rho k_\rho \bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho \rho) \cdot (\bar{\mathbf{G}}(k_\rho) - \bar{\mathbf{Z}}_s) \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) \quad (29)$$

Les conditions aux frontières impliquent que le champ électrique transversal donné par (29) s'annule sur la région du disque supraconducteur et le courant s'annule au delà du disque, ce qui donne l'ensemble suivant des équations intégrales vectorielles duales :

$$\mathbf{E}_n^o(\rho, z_M) = \int_0^{+\infty} dk_\rho k_\rho \bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho \rho) \cdot (\bar{\mathbf{G}}(k_\rho) - \bar{\mathbf{Z}}_s) \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) = \mathbf{0}, \quad \rho < a \quad (30)$$

$$\mathbf{K}_n(\rho) = \int_0^{+\infty} dk_\rho k_\rho \bar{\mathbf{H}}_n(k_\rho \rho) \cdot \mathbf{k}_n(k_\rho) = \mathbf{0}, \quad \rho > a \quad (31)$$

Maintenant, la méthode de Galerkin peut être aisément employée aux équations intégrales couplées (30) et (31) pour obtenir les fréquences de résonance et les bandes passantes des modes résonnants du disque circulaire supraconducteur à haute température critique illustré dans la figure 1.

III. Comparaison des résultats numériques

Le choix des fonctions de base est d'une importance primordiale puisqu'il conditionne la stabilité et la convergence de la méthode des moments [25]. Les fonctions de base utilisées pour l'approximation de la densité de courant sur le disque circulaire supraconducteur à haute température critique de la figure 1 sont très semblables à celles utilisées dans [10] pour l'approximation de la densité de courant sur le disque parfaitement conducteur. Elles sont formées par l'ensemble orthogonal complet des modes TM et TE d'une cavité cylindrique de rayon a avec murs latéraux magnétiques et de murs électriques au sommet et à la base. Comme dans le cas des disques circulaires parfaitement conducteurs, nous avons trouvé que ces fonctions de base sont très appropriées pour l'analyse dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel des disques microbandes circulaires supraconducteurs. Puisque le mode $n=1$ (mode TM_{11}) du disque microbande circulaire est largement utilisé dans les applications des antennes microbandes, dans ce qui suit uniquement des résultats pour ce mode fondamental sont donnés.

Afin de confirmer l'exactitude des calculs, nous comparons dans le tableau 1 nos résultats numériques avec ceux obtenus via le modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [30]. Le disque circulaire est fabriqué avec un film mince supraconducteur en $YBa_2Cu_3O_7$ (YBCO) avec comme paramètres $e = 350\text{nm}$, $\sigma_n = 10^6\text{S/M}$, $\lambda_0 = 140\text{nm}$ et $T_c = 89\text{K}$. Le disque est imprimé sur un substrat d'aluminate de lanthane ($LaAlO_3$) avec

Tableau 1. Comparaison de nos fréquences de résonance calculées avec celles obtenues via le modèle de cavité de Richard *et al.* [30] ; $\epsilon_{r1} = 23.81$, $d_1 = 254 \mu\text{m}$, $e = 350 \text{ nm}$,

$$\sigma_n = 10^6 \text{ S/M}, \lambda_0 = 140 \text{ nm}, T_c = 89 \text{ K} \text{ et } T = 77 \text{ K}.$$

a (mm)	Fréquences de résonance (GHz)		Erreur (%)
	Nos résultats	Modèle de cavité [30]	
3.0	5.982	5.761	3.69
3.3	5.445	5.256	3.471
3.6	4.996	4.832	3.283
3.9	4.615	4.472	3.099
4.2	4.287	4.161	2.94
4.6	3.916	3.809	2.73
5.0	3.604	3.512	2.55

$\varepsilon_{r1} = 23.81$ et $d_1 = 254 \mu\text{m}$. La permittivité élevée du substrat LaAlO_3 permet la croissance de films YBCO à haute qualité (surface de résistance faible). La température ambiante est $T = 77 \text{K}$. Le tableau 1 récapitule les fréquences de résonance calculées et celles obtenues via le modèle de cavité modifié [30] pour différents rayons du disque circulaire et des différences entre ces deux résultats inférieures à 4 % sont obtenues. Notons que les petites différences entre nos résultats numériques et ceux obtenus via le modèle de cavité peuvent être attribuées au fait que le modèle de cavité de Richard *et al* [30] ne tient pas compte rigoureusement des effets de champs de bord [25], spécialement pour des substrats diélectriques épais.

Des résultats numériques sont obtenus pour les paramètres utilisés dans l'expérience de Richard *et al.* [30]. Notons que la variation de la permittivité du substrat LaAlO_3 avec la variation de la température, comme indiquée par l'expérience de Richard *et al.* [30], n'est pas tenue en compte dans nos calculs (l'expérience de Richard *et al.* [30] a indiqué que la permittivité du diélectrique LaAlO_3 augmente de façon significative avec l'augmentation de la température dans la gamme des températures [50K, 300K]). La figure 2 montre la comparaison entre nos calculs et les données expérimentales de Richard *et al.* [30]. Il est clair à partir de la figure 2 que nos résultats sont en bon accord avec les valeurs expérimentales dans [30]. Le changement escarpé dans la fréquence de résonance de l'antenne microbande supraconductrice à des températures voisines de la température critique peut être attribué à un changement dans la profondeur de pénétration magnétique de YBCO. Les comparaisons effectuées dans la présente section montrent un bon accord entre nos résultats numériques et les données théoriques et expérimentales de la littérature ouverte. Ceci valide la théorie présentée dans ce chapitre.

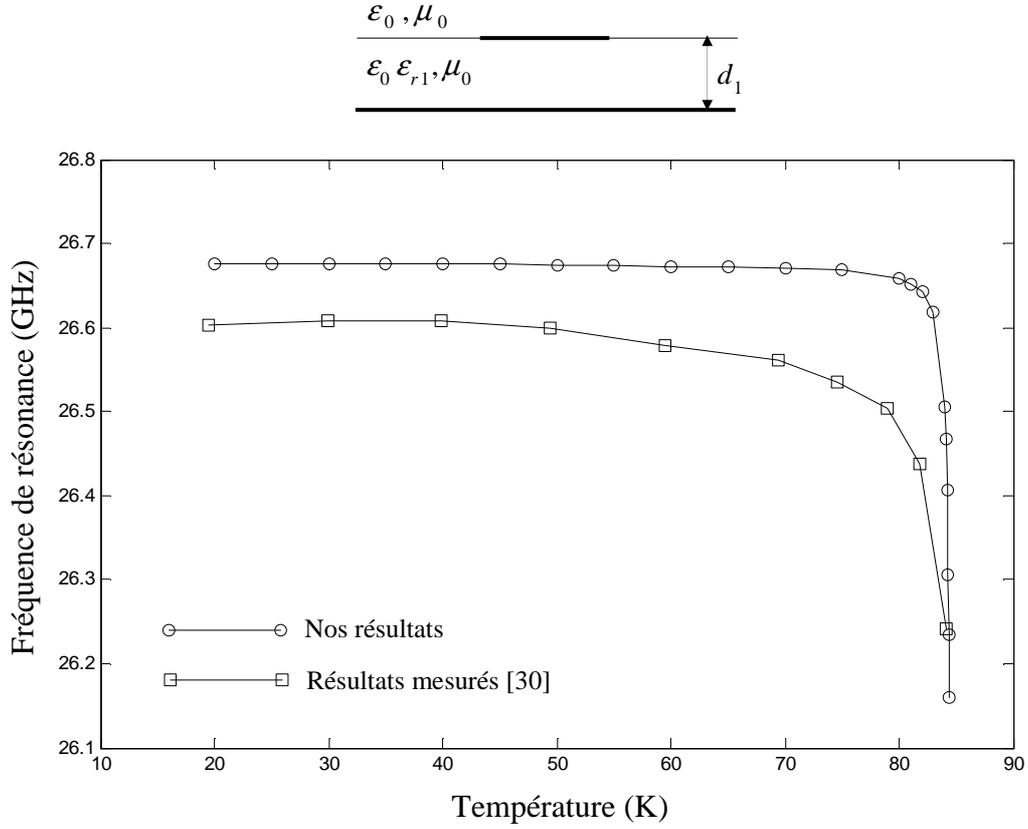


Figure 2. Comparaison de nos fréquences de résonance calculées avec les valeurs expérimentales de Richard *et al.* [30] ; $a = 610 \mu\text{m}$, $\varepsilon_{r1} = 23.81$, $d_1 = 254 \mu\text{m}$,

$$e = 330 \text{ nm}, \sigma_n = 10^6 \text{ S/M}, \lambda_0 = 140 \text{ nm} \text{ et } T_c = 84.5 \text{ K}.$$

IV. Discussion des résultats numériques

IV.1. Influence de l'épaisseur du film supraconducteur

L'influence de l'épaisseur du film supraconducteur à haute température critique sur la fréquence d'opération de l'antenne microbande circulaire est étudiée dans la figure 3. L'épaisseur du disque circulaire est normalisée relativement à la profondeur de pénétration à la température zéro (λ_0). Les caractéristiques du film supraconducteur sont : $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/M}$, $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ et $T_c = 89 \text{ K}$. Pour l'antenne microbande, les paramètres suivants sont utilisés : $a = 610 \mu\text{m}$, $\varepsilon_{r1} = 23.81$ et $d_1 = 254 \mu\text{m}$. La température de fonctionnement est $T = 50 \text{ K}$. Il est observé que lorsque l'épaisseur du film supraconducteur croît, la fréquence de résonance augmente. Notons que l'effet de l'épaisseur du film supraconducteur est plus prononcé pour les petites valeurs de e ($e < 0.1 \lambda_0$). Lorsque e excède $0.1 \lambda_0$, l'augmentation de l'épaisseur du film supraconducteur augmentera lentement la fréquence de résonance. Un soin extrême devrait être pris lors de la conception d'une antenne microbande circulaire avec un film supraconducteur mince ; puisque une petite incertitude lorsque le disque est fabriqué peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence d'opération de l'antenne.

IV.2. Influence de la température sur la fréquence de résonance et la bande passante

Des résultats numériques sont obtenus pour les paramètres utilisés dans l'expérience de Richard *et al.* [30]. Un disque circulaire d'épaisseur 330 nm et de rayon $610 \mu\text{m}$ est imprimé sur un substrat de LaAlO_3 d'épaisseur $254 \mu\text{m}$. Le disque circulaire est fabriqué avec un film supraconducteur mince en YBCO avec une température de transition $T_c = 84.5 \text{ K}$, une profondeur de pénétration à une température zéro $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ et une

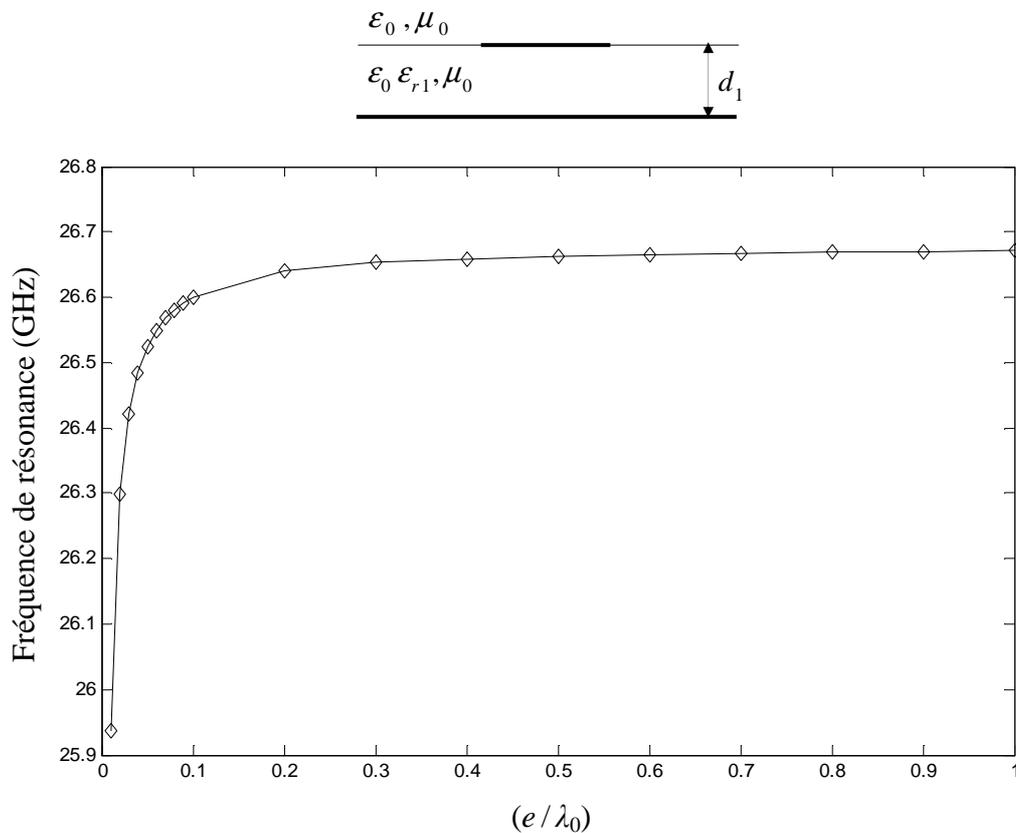


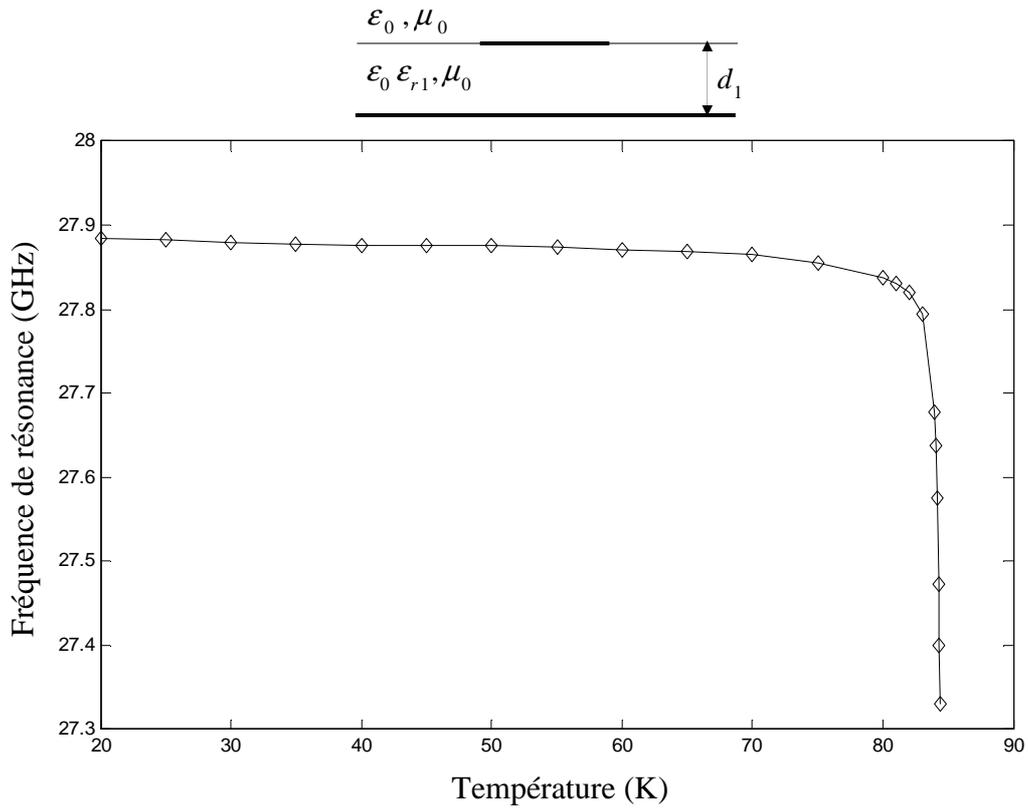
Figure 3. Fréquence de résonance du disque circulaire supraconducteur à haute température critique en fonction de l'épaisseur normalisée du film supraconducteur ; $a = 610 \mu\text{m}$,

$$\epsilon_{r1} = 23.81, d_1 = 254 \mu\text{m}, \sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/M}, \lambda_0 = 100 \text{ nm}, T_c = 89 \text{ K} \text{ et } T = 50 \text{ K}.$$

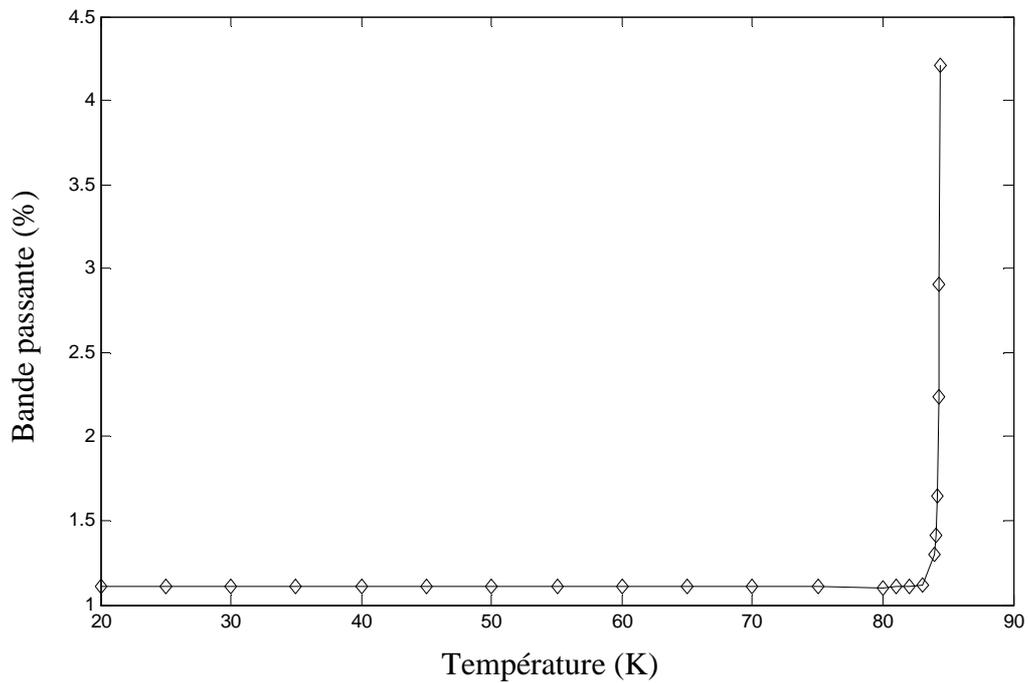
conductivité normal $\sigma_n = 10^6$ S/M. Le LaAlO_3 a été choisi comme substrat dans l'expérience de Richard *et al.* [30] en raison de sa permittivité élevée puisque ceci permet la croissance de films supraconducteurs YBCO à haute qualité (résistance de surface faible). Contrairement à l'analyse théorique de Silva *et al.* [37], la variation de la permittivité du substrat LaAlO_3 avec la variation de la température (voir tableau 2), comme indiquée par l'expérience de Richard *et al.* [30], est tenue en compte dans cette étude. Les valeurs du tableau 2 ont été déduites expérimentalement par Richard *et al.* [30] de la manière suivante : Les auteurs dans [30] ont tracé expérimentalement la variation de la fréquence d'opération en fonction de la température pour le cas d'une antenne microbande circulaire fabriquée avec un disque parfaitement conducteur (disque en or). Cette variation de la permittivité avec la température est causée selon Richard *et al.* [30] par la variation de la permittivité du substrat LaAlO_3 . Et en utilisant le modèle de cavité, on peut extraire la valeur de la permittivité pour chaque fréquence et donc pour chaque température. La figure 4(a) montre la fréquence de résonance de l'antenne supraconductrice en fonction de la température d'opération. A partir des résultats de la figure 4(a), il est observé que l'augmentation de la température causera une diminution dans la fréquence de résonance. Cette diminution est significative pour des valeurs de température voisines de la température critique. Dans la figure 4(b), nous étudions l'influence de la température sur la bande passante de l'antenne circulaire supraconductrice. Il est clair que l'effet de la variation de la température sur la bande passante est significatif uniquement pour des températures proches de la température critique. Notons que le comportement de la bande passante montré dans la figure 4(b) est différent que celui rapporté dans [37, figure 3], mais il est en accordance avec celui mesuré et illustré dans [30, figure 12].

Tableau 2. Variation de la permittivité relative du substrat LaAlO_3 en fonction de la variation de la température de travail.

Température de travail (K)	Permittivité relative (ϵ_{r1})
20	21.7335869
25	21.73676748
30	21.73981845
35	21.74344845
40	21.7453271
45	21.7453271
50	21.74534653
55	21.74754581
60	21.75101251
65	21.75344828
70	21.75691898
75	21.76869159
80	21.77995802
81	21.780988
82	21.78179463
83	21.78245605
84	21.783013
84.1	21.783013
84.2	21.783013
84.3	21.7833
84.35	21.7833
84.4	21.7833



(a)



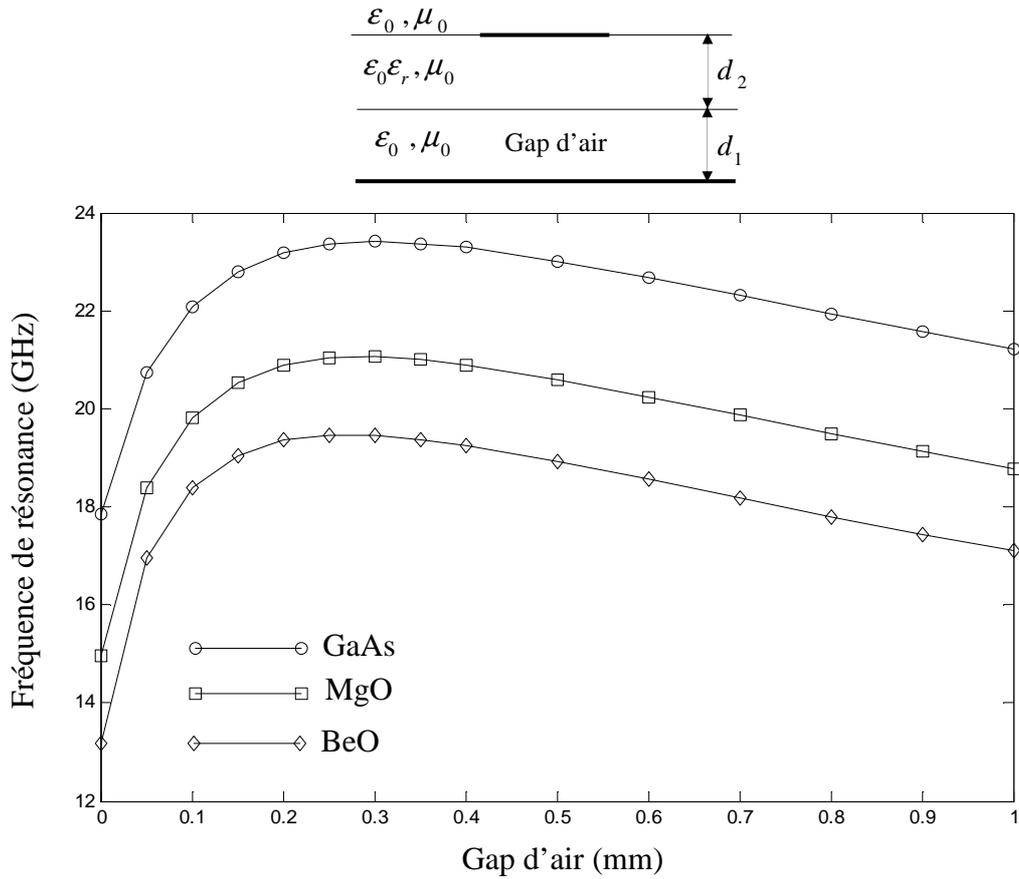
(b)

Figure 4. Fréquence de résonance et bande passante du disque circulaire supraconducteur à haute température critique en fonction de la température ; $a = 610 \mu\text{m}$, $d_1 = 254 \mu\text{m}$,

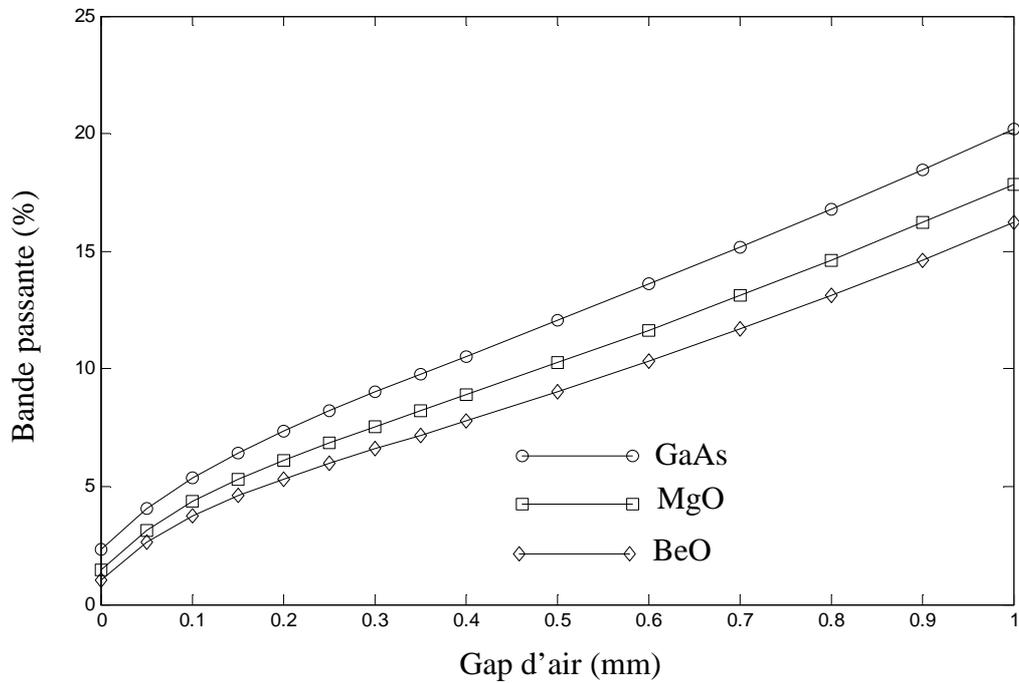
$e = 330 \text{nm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{S/M}$, $\lambda_0 = 140 \text{nm}$ et $T_c = 84.5 \text{K}$.

IV.3. Antenne circulaire supraconducteur ajustable

La valeur de la fréquence de résonance d'un disque microbande circulaire dépend des paramètres structuraux, et il est évident que si la fréquence de résonance doit être changée, une nouvelle antenne microbande est nécessaire. Afin de réaliser des caractéristiques ajustables, un gap d'air ajustable peut être inséré entre le plan de masse et le substrat, résultant en une structure bicouche [38], [39]. Dans la présente section, nous étudions l'influence de la séparation d'air sur la fréquence de résonance et la bande passante de l'antenne circulaire supraconductrice ayant un gap d'air. Au meilleur de notre connaissance, ce sujet n'a pas été rapporté dans la littérature ouverte, les seuls résultats publiés sur l'analyse full-wave des antennes supraconductrices ajustables correspondent aux patches de géométrie rectangulaire [21], [23]. Le disque circulaire supraconducteur de rayon 1.8mm et d'épaisseur 350nm est fabriqué avec un film mince supraconducteur en YBCO. L'épaisseur du substrat diélectrique est $d_2 = 0.4\text{mm}$ et la température ambiante est $T = 77\text{K}$. Dans la figure 5(a), la fréquence de résonance en fonction de la séparation d'air d_1 pour différents matériaux du substrat est montrée. Ces matériaux isotropes sont : l'Arséniure de Gallium (GaAs), l'oxyde de Magnésium (MgO) et l'oxyde de Beryllium (BeO) avec les permittivités relatives $\epsilon_r = 6.6, 9.6$ et 12.5 , respectivement. On observe que lorsque la séparation d'air croît, la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que celle-ci atteigne une fréquence d'opération maximale pour une séparation d'air $d_{1f\text{max}}$ bien définie. Pour les cas considérés, $d_{1f\text{max}}$ sont 0.3, 0.3 et 0.25 mm correspondant aux antennes avec $\epsilon_r = 6.6, 9.6$ et 12.5 , respectivement. Notons que l'effet du gap d'air est plus prononcé pour les petites valeurs de d_1 . Lorsque la séparation d'air excède $d_{1f\text{max}}$, l'augmentation de la largeur du gap d'air diminuera lentement la fréquence



(a)



(b)

Figure 5. Fréquence de résonance et bande passante du disque circulaire supraconducteur à haute température critique en fonction de la séparation d'air ; $a = 1.8$ mm , $d_2 = 0.4$ mm , $e = 350$ nm , $\sigma_n = 10^6$ S/M , $\lambda_0 = 140$ nm , $T_c = 89$ K et $T = 77$ K .

de résonance. Un soin extrême devrait être pris lors de la conception d'une antenne circulaire supraconductrice avec un gap d'air mince ; puisque une petite incertitude dans l'ajustement de d_1 peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence. Comme exemple, pour une antenne sans gap d'air ayant l'Arséniure de Gallium comme substrat, la fréquence d'opération est 17.86 GHz. La séparation d'air correspondant à une fréquence de 22.09 GHz est 0.1 mm. Lors de l'ajustement de d_1 , une incertitude de ∓ 0.02 mm ($d_1 = 0.1 \mp 0.02$) provoque un décalage significatif dans la fréquence de résonance d'environ ∓ 0.4 GHz. Une solution très pratique à ce problème est d'utiliser une largeur de gap d'air de valeur 0.76 mm, qui donne une fréquence de résonance similaire avec une bande passante plus large. Maintenant la même incertitude produit uniquement un décalage d'environ ± 0.07 GHz. La variation de la bande passante de l'antenne circulaire supraconductrice en fonction de la largeur du gap d'air est illustrée dans la figure 5(b). Notons qu'elle augmente de façon monotone avec l'augmentation de la séparation d'air.

Dans l'intérêt d'expliquer les résultats précités, nous montrons dans la figure 6 la permittivité relative équivalente de la structure composite bicouche, déterminée à partir des références [10] et [40], en fonction de la séparation en air pour les structures considérées dans la figure 5. On observe que lorsque d_1 augmente, ε_{req} diminue rapidement. Cette observation peut bien justifier l'augmentation très rapide dans la fréquence de résonance montrée dans la figure 5(a). Sa diminution est le résultat de l'effet bien connu de l'épaisseur du substrat sur la fréquence de résonance ; puisque la variation de la permittivité relative équivalente en devenant faible n'affecte pas de manière significative la fréquence de résonance. La bande passante croît de façon monotone avec l'augmentation de la séparation d'air, partiellement en raison de l'augmentation dans la hauteur totale du milieu diélectrique ($d_1 + d_2$) et partiellement à cause de la diminution dans la permittivité relative équivalente.

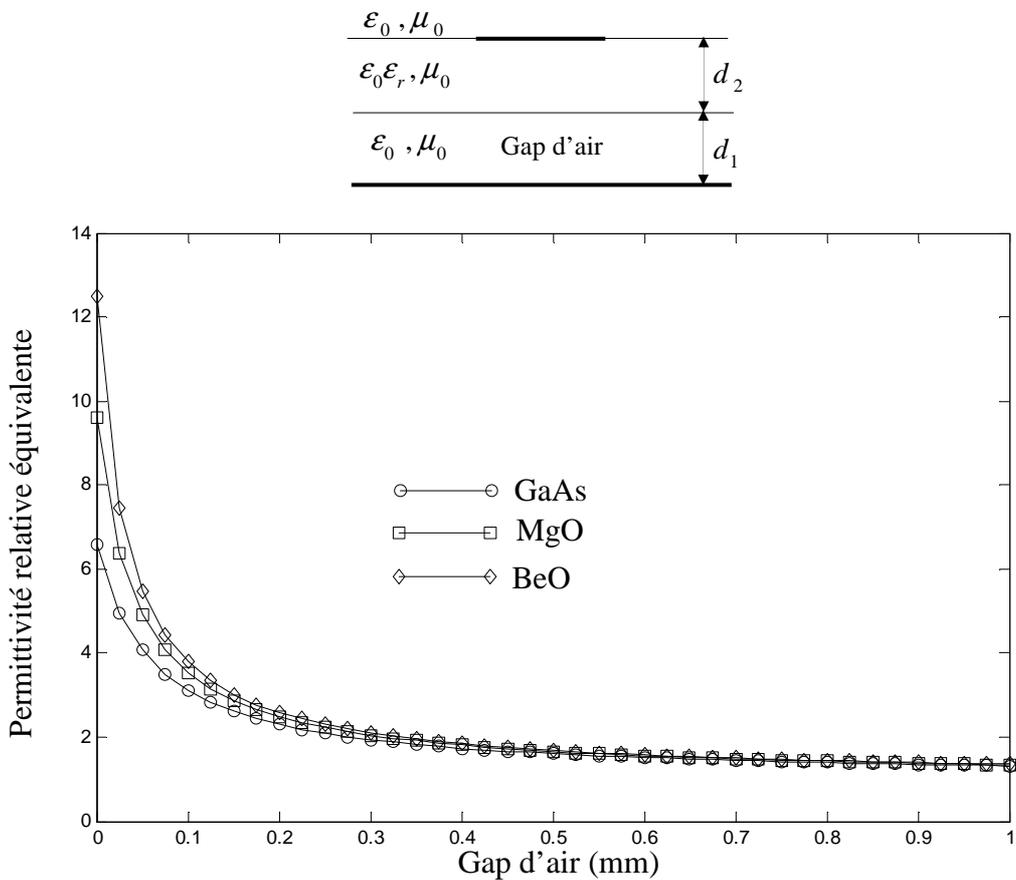


Figure 6. Permittivité relative équivalente en fonction de la séparation d'air pour les structures étudiées dans la figure 5.

V. Conclusion du chapitre 2

La méthode de Galerkin dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel conjointement avec le théorème des deux fluides de Gorter-Casimir et les équations des frères London [31]-[32] ont été utilisés pour le calcul numérique de la fréquence de résonance et la bande passante d'un disque circulaire supraconducteur à haute température critique noyé dans un substrat multicouche contenant des diélectriques isotropes et/ou anisotropes. La détermination de la fonction de Green du disque supraconducteur dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel, nous donne la possibilité d'exploiter cette dernière dans l'analyse des patches supraconducteurs de forme rectangulaire sans avoir recours à aucune transformation. Le problème de valeurs aux frontières a été réduit en un système d'équations intégrales vectorielles couplées en utilisant le formalisme des transformées vectorielles de Hankel. Les fonctions de base utilisées pour l'approximation de la densité de courant sur le disque circulaire supraconducteur à haute température critique de la figure 1 ont été formées par l'ensemble orthogonal complet des modes TM et TE d'une cavité cylindrique de rayon a avec murs latéraux magnétiques et de murs électriques au sommet et à la base. Comme dans le cas des disques circulaires parfaitement conducteurs, nous avons trouvé que ces fonctions de base sont très appropriées pour l'analyse dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel des disques microbandes circulaires supraconducteurs. L'impédance de surface complexe a été calculée en supposant que l'épaisseur du film supraconducteur est inférieure à trois fois la profondeur de pénétration à une température nulle. Afin de valider l'approche proposée, nous avons comparé nos résultats numériques avec des données théoriques et expérimentales disponibles dans la littérature. Les résultats numériques ont montré que l'effet de l'épaisseur du film supraconducteur est plus prononcé pour des épaisseurs inférieures à $0.1 \lambda_0$ (λ_0 étant la profondeur de pénétration à une température nulle). Un

soin extrême devrait être pris lors de la réalisation d'une antenne circulaire avec un film supraconducteur mince ; puisque une petite incertitude lorsque le disque est fabriqué peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence de l'antenne. L'étude de l'influence de la température sur la fréquence d'opération et la bande passante de l'antenne circulaire a indiqué que l'augmentation de la température cause une diminution (augmentation) dans la fréquence de résonance (bande passante). Cette diminution (augmentation) est significative pour des valeurs de température voisines de la température critique. Concernant l'antenne circulaire supraconductrice ayant un gap d'air, nous avons montré que la séparation d'air peut être ajustée de manière à obtenir une fréquence d'opération maximale. La bande passante, d'autre part, croît de façon monotone avec l'augmentation de la largeur du gap d'air. Une attention particulière devrait être prise lors de la conception d'une antenne circulaire supraconductrice ayant un gap d'air mince ; puisque une petite incertitude dans l'ajustement de la séparation en air peut causer un décalage important de la fréquence. Une solution très pratique à ce problème a été donnée. Ces comportements sont en harmonies avec ceux découverts théoriquement pour le cas d'un patch rectangulaire supraconducteur [21], [23]. Dans le but d'expliquer les résultats obtenus, nous avons déterminé une permittivité équivalente de la structure bicouche pour les trois matériaux considérés à savoir l'Arséniure de Gallium (GaAs), l'oxyde de Magnésium (MgO) et l'oxyde de Berilium (BeO). Finalement, on attire l'attention qu'en outre des résultats numériques présentés dans le présent chapitre, nous avons également obtenu des résultats concernant un disque circulaire supraconducteur dans une configuration substrat-superstrat. Les conclusions tirées sont semblables à celles rapportées dans [41]. Par intérêt de brièveté, nous n'avons pas exposé ces résultats numériques dans cette thèse.

VI. Références bibliographiques

- [1] T. Fortaki and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [2] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch," *Int. J. Electron.*, vol. 91, no. 1, pp. 57-70, Jan. 2004.
- [3] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.
- [4] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Effects of the resistive patch and the uniaxial anisotropic substrate on the resonant frequency and the scattering radar cross section of a rectangular microstrip antenna," *Aerospace Sci. Technol.*, vol. 10, no. 3, pp. 217-221, Apr. 2006.
- [5] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of a resistive patch and uniaxial anisotropic substrate with entire domain and roof top functions," *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 32, no. 7, pp. 591-596, July 2008.
- [6] T. Fortaki. et A. Benghalia, "Influence de l'anisotropie uniaxiale dans le substrat sur le rayonnement d'une antenne microruban rectangulaire," *15^{èmes} Journées Nationales Microondes*, pp. 78, Toulouse, France, 23-25 Mai, 2007.

-
- [7] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [8] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer," *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.
- [9] D. Khedrouche, "Modélisation des antennes microbandes par une analyse tridimensionnelle rigoureuse en utilisant une méthode intégrale," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2009.
- [10] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Vector Hankel transform analysis of a tunable circular microstrip patch," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 21, no. 5, pp. 219-231, May 2005.
- [11] T. Fortaki. and A. Benghalia, "An efficient electromagnetic study of circular disc microstrip antenna with two parasitic elements," *4th International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications*, P-230, pp. 1-4, Hammamet, Tunisia, March. 25-29, 2007.
- [12] S. Benkouda, T. Fortaki. and A. Benghalia, "Analysis of dual-frequency stacked circular-disk microstrip antenna," *Fifth Saudi Science Conference*, Makkah, Saudi, Apr. 16-18, 2012.
- [13] U. Mizutani, *Introduction to the Electron Theory of Metals*. England: Cambridge University Press, 2003.
- [14] K. Fossheim and A. Sudbo, *Superconductivity Physics and Application*. New York: Wiley & Sons, 2004.

-
- [15] A. Mourachkine, *Room_Temperature Superconductivity*. England: Cambridge International Science Publishing, 2004.
- [16] S. Savard, “Fabrication et étude de composants micro-ondes planaires supraconducteurs,” Mémoire Maîtrise, Université de Sherbrooke, Jan. 2004.
- [17] J. F. Seaux, “Conception, optimisation et test de dispositifs intégrant des matériaux en couche mince supraconducteurs ou ferroélectriques pour des applications de filtrage dans le domaine spatial,” Thèse de Doctorat, Université de Limoges, Avril 2005.
- [18] N. Sekiya, A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, “Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators,” *Physica C*, vol. 445-448, pp. 994-997, 2006.
- [19] C. P. Poole, H. A. Farach, R. J. Creswick, and R. Prozorov, *Superconductivity*. London: Academic Press, Second edition, 2007.
- [20] M. Amir, “Analyse d’une antenne microruban à patch supraconducteur,” Mémoire de Magister, Université de Batna, Février 2008.
- [21] S. Benkouda, “Caractérisation d’un patch microbande supraconducteur dans une configuration substrat-superstrat. Effets du gap d’air sur la résonance de l’antenne supraconductrice ajustable,” Mémoire de Magister, Université de Batna, Décembre 2008.
- [22] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, “Study of high T_c superconducting microstrip antenna,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1405-1408, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.

- [23] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, "Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch," in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1566-1570, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [24] F. Chebbara, M. Amir, and T. Fortaki, "The effect of a high temperature superconducting patch on a rectangular microstrip antenna," *KIEE Journal of Electrical Engineering & Technology*, vol. 4, no. 2, pp. 277-281, 2009.
- [25] F. Chebbara, S. Benkouda, and T. Fortaki, "Fourier transform domain analysis of high T_c superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 31, pp. 821-832, 2010.
- [26] S. Benkouda, M. Amir, T. Fortaki and A. Benghalia, "Dual-frequency behaviour of stacked high T_c superconducting microstrip patches," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, pp. 1350-1366, 2011.
- [27] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004.
- [28] O. Barkat and A. Benghalia, "Synthesis of superconducting circular antennas placed on circular array using a particle swarm optimisation and the full-wave method," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 22, pp. 103-119, 2010.
- [29] F. Benmeddour, C. Dumond, F. Benabdelaziz and F. Bouttout, "Improving the performances of a high T_c superconducting circular microstrip antenna with multilayered configuration and anisotropic dielectrics," *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 18, pp. 169-183, 2011.

-
- [30] M. A. Richard, K. B. Bhasin, and P. C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 967-974, July 1993.
- [31] H. How, R. G. Seed, C. Vittoria, D. B. Chrisey, J. S. Horwitz, C. Carosella, and V. Folen, "Microwave characteristics of high T_c superconducting coplanar waveguide resonator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 1668-1673, Aug. 1992.
- [32] Z. Cai and J. Bornemann, "Generalized spectral-domain analysis for multilayered complex media and high T_c superconducting applications," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 2251-2257, Dec. 1992.
- [33] W. C. Chew and T. M. Habashy, "The use of vector transforms in solving some electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 871-879, July 1986.
- [34] T. Fortaki. and A. Benghalia, "Resonance of an air gap tuned circular disc microstrip antenna," in *Proc. 3rd Maghrebian Conference on Electrical Engineering*, pp. 1D-3, University of Constantine, Algeria, Apr. 12-13, 2004.
- [35] O. Barkat and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of superconducting annular ring microstrip antenna on uniaxial anisotropic media," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 30, pp. 1053-1066, 2009.
- [36] S. Bedra, "Utilisation de la méthode de l'équation intégrale du champ électrique et des réseaux de neurones artificiels pour l'étude d'une antenne imprimée bicouche fonctionnant en mode TM_{11} ," Mémoire de Magister, Université de Batna, Avril 2011.

-
- [37] S. C. da Silva, A. G. d'Assuncao, and J. R. S. Oliveira, "Analysis of high T_c superconducting microstrip antennas and arrays," in *Proc. SBMO/IEEE MTT Symp. IMOC*, pp. 243-246, 1999.
- [38] C. S. Gurel and E. Yazgan, "New computation of the resonant frequency of a tunable equilateral triangular microstrip patch," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 334-338, Mar. 2000.
- [39] C. S. Gurel and E. Yazgan, "Resonant frequency of an air gap tuned circular disc microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 87, no. 8, pp. 973-979, Aug. 2000.
- [40] Y. Tighilt, F. Bouttout, and A. Khellaf, "Modeling and design of printed antennas using neural networks," *Int J RF and Microwave CAE*, vol. 21, no. 2, pp. 228-233, Mar. 2011.
- [41] S. Benkouda, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Resonance of high T_c superconducting microstrip patch in a substrate-superstrate configuration," *Fifth Saudi Science Conference*, Makkah, Saudi, Apr. 16-18, 2012.

Chapitre 3

Etude d'un empilement de deux patchs rectangulaires parfaitement conducteurs imprimés sur des matériaux à anisotropie de type électrique et magnétique et opérants en mode TM_{01} .

I. Introduction

La géométrie conventionnelle d'un résonateur microbande plaqué est constitué d'un seul patch métallique imprimé sur un substrat diélectrique monocouche. C'est une configuration simple facile à fabriquer, mais elle est limitée dans ses possibilités fonctionnelles [1]-[10]. De nombreuses recherches ont été effectuées visant l'amélioration de la bande passante et le gain des résonateurs microbandes. Parmi les diverses configurations proposées dans la littérature ouverte, la géométrie empilée semble être très prometteuse [11]-[21]. Par conception appropriée, elle est capable de fournir l'opération en mode bifréquence [11]-[13], bande passante assez large [14]-[19] et gain élevé [20]-[21].

Il a été montré que le paramètre le plus sensible lors de l'estimation des performances d'un résonateur microbande est la constante diélectrique du substrat. Cependant, beaucoup de substrats pratiques utilisés dans les structures microbandes exhibent un taux significatif d'anisotropie, spécialement l'anisotropie uniaxiale [22]-[33]. Parmi ces substrats pratiques nous citons le Saphir, l'Epsilam-10, Fluorure de Magnésium et la Nitrure de Bore. Cette anisotropie affecte les performances des résonateurs microbandes, et donc une caractérisation et conception précise de ces derniers doivent tenir compte de cet effet.

Dans ce présent chapitre, nous étendons l'analyse théorique présentée dans [23], [34], [35] afin qu'il soit valable pour l'étude d'un empilement de deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs gravés sur des matériaux à anisotropie de type électrique et magnétique (voir figure 1). Au meilleure de notre connaissance, ce sujet n'a pas été traité auparavant dans la littérature ouverte ; uniquement des empilements réalisés sur des substrats uniaxiaux non magnétiques ont été considérés [23], [34], [35]. Dans les références [34], [35], une méthode adéquate pour investiguer l'origine du comportement

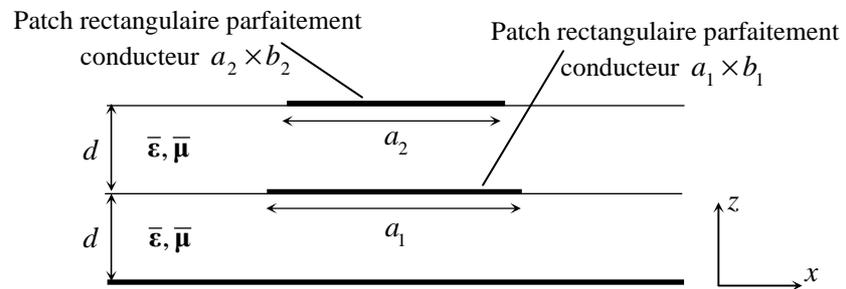


Figure 1. Structure d'un empilement de deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs imprimés sur un substrat bicouche à anisotropie de type électrique et magnétique.

bifréquence des patches rectangulaires empilés opérants en mode TM_{10} a été décrite. Puisque le mode TM_{01} est largement utilisé aussi bien en théorie qu'en pratique, nous présentons dans ce chapitre des résultats numériques relatifs au comportement bifréquence des patches empilés opérants à ce mode. Aussi dans ce présent chapitre, l'influence de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique [36], [37] sur le comportement bifréquence des patches rectangulaires empilés est examinée. Ce chapitre est organisé comme suit. Dans la section II, nous présentons la formulation théorique du problème. Afin de rendre la formulation générale et par conséquent valable pour une variété de configurations microbandes, les deux patches parfaitement conducteurs sont supposés noyés dans un milieu multicouche. La section III est scindée en deux sous-sections. Dans la première sous-section, nous étudions l'origine du comportement bifréquence des patches empilés opérants en mode TM_{01} , alors que dans la deuxième sous-section, nous examinons l'influence de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique [36], [37] sur le comportement bifréquences des patches rectangulaires empilés. Les conclusions tirées de cette étude sont résumées dans la section IV.

II. Théorie

Le problème à résoudre est illustré dans la Figure 2. Ici nous avons deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs dans une configuration empilée. Les dimensions du patch inférieur sont $a_1 \times b_1$, alors que celles du patch supérieure sont $a_2 \times b_2$. Le centre du patch inférieur coïncide avec celui du patch supérieur. Aussi, les deux patches rectangulaires et le plan de masse sont supposés d'épaisseurs négligeables. Les deux patches rectangulaires sont noyés dans un milieu multicouche constitué de N couches diélectriques, présentant une anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique avec

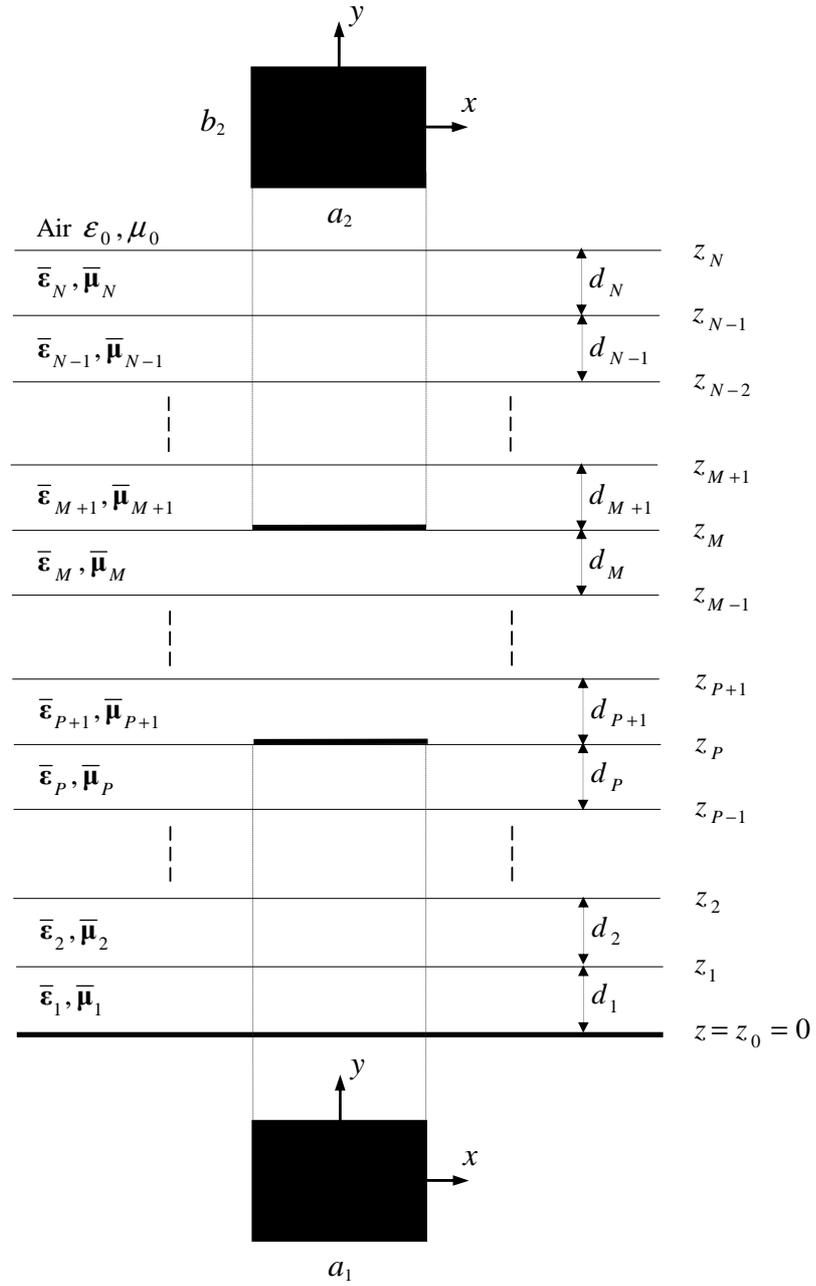


Figure 2. Géométrie d'un empilement de deux patchs rectangulaires parfaitement conducteurs noyés dans un milieu multicouche contenant des matériaux à anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique.

l'axe optique normal aux deux patchs. Chaque couche d'épaisseur $d_j = z_j - z_{j-1}$ ($j=1,2,\dots,N$) est caractérisée par une permittivité et une perméabilité tensorielles de la forme

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_j = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xj} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xj} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zj} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_j = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{xj} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{xj} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zj} \end{bmatrix} \quad (1b)$$

ϵ_0 et μ_0 sont, respectivement, la permittivité et le perméabilité du vide. Les équations (1a) et (1b) peuvent être spécialisées au cas isotrope en admettant $\epsilon_{xj} = \epsilon_{zj} = \epsilon_{rj}$ et $\mu_{xj} = \mu_{zj} = \mu_{rj}$. Les patchs rectangulaires inférieur et supérieur sont imprimés dans la stratification aux interfaces $z=z_p$ et $z=z_M$, respectivement. Le milieu ambiant est l'air avec les paramètres constitutifs μ_0 et ϵ_0 . Tous les champs et les courants sont en régime harmonique avec la dépendance temporelle $e^{i\omega t}$ supprimée. L'analyse nécessite principalement la détermination d'une représentation matricielle pour chaque couche dite matrice de transfert.

II.1. Matrice de transfert pour une couche diélectrique à anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique

Nous développons dans cette sous-section des nouvelles formules explicites pour l'estimation des fonctions spectrales dyadiques de Green pour le cas d'un empilement de deux patchs parfaitement conducteurs noyés dans des matériaux à anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique. Les champs transverses à l'intérieur de la j ème couche

diélectrique ($z_{j-1} < z < z_j$) peuvent être obtenus via les transformées vectorielles inverses de Fourier [38]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_s, z) \\ E_y(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (2)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} H_y(\mathbf{r}_s, z) \\ -H_x(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (3)$$

où

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_s}, \quad \mathbf{r}_s = \hat{\mathbf{x}}x + \hat{\mathbf{y}}y, \quad \mathbf{k}_s = \hat{\mathbf{x}}k_x + \hat{\mathbf{y}}k_y, \quad k_s = |\mathbf{k}_s| \quad (4)$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) = e^{-i\bar{k}_{zj}z} \cdot \mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) + e^{i\bar{k}_{zj}z} \cdot \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) \quad (5)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) = \bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) \cdot \left[e^{-i\bar{k}_{zj}z} \cdot \mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) - e^{i\bar{k}_{zj}z} \cdot \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) \right] \quad (6)$$

Dans (5) et (6), \mathbf{A}_j et \mathbf{B}_j sont deux vecteurs inconnus et les matrices diagonales \bar{k}_{zj} et $\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s)$ sont définies par les équations suivantes :

$$\bar{k}_{zj} = \text{diag} [k_{zj}^e, k_{zj}^h], \quad \bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) = \text{diag} \left[\frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_{xj}}{k_{zj}^e}, \frac{k_{zj}^h}{\omega \mu_0 \mu_{xj}} \right] \quad (7)$$

k_{zj}^e et k_{zj}^h sont, respectivement, les constantes de propagation des ondes TM et TE dans la j ème couche, elles sont définies par

$$k_{zj}^e = \sqrt{\frac{\epsilon_{xj}}{\epsilon_{zj}}} \sqrt{\mu_{xj} \epsilon_{zj} k_0^2 - k_s^2}, \quad k_{zj}^h = \sqrt{\frac{\mu_{xj}}{\mu_{zj}}} \sqrt{\mu_{zj} \epsilon_{xj} k_0^2 - k_s^2}, \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (8)$$

En écrivant les équations (5) et (6) dans les plans $z = z_{j-1}$ et $z = z_j$, et par élimination des inconnus \mathbf{A}_j et \mathbf{B}_j , nous obtenons la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_j \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (9)$$

avec

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_j^{11} & \bar{\mathbf{T}}_j^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}_j^{21} & \bar{\mathbf{T}}_j^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \bar{\boldsymbol{\theta}}_j & -i \bar{\mathbf{g}}_j^{-1} \cdot \sin \bar{\boldsymbol{\theta}}_j \\ -i \bar{\mathbf{g}}_j \cdot \sin \bar{\boldsymbol{\theta}}_j & \cos \bar{\boldsymbol{\theta}}_j \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{\theta}}_j = \bar{\mathbf{k}}_{z_j} d_j \quad (10)$$

qui combine \mathbf{e} et \mathbf{h} sur les deux côtés de la couche comme quantités d'entrée/sortie. En suivant un raisonnement mathématique similaire que celui montré dans [39], nous obtenons une relation entre $\mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_p)$ et $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_M)$ donnée par

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_p) = \bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s) \quad (11)$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_M) = \bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s) \quad (12)$$

Dans les équations (11) et (12), $\mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s)$ ($\mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s)$) est la transformée vectorielle de Fourier du courant $\mathbf{J}^1(\mathbf{r}_s)$ ($\mathbf{J}^2(\mathbf{r}_s)$) sur le patch inférieur (supérieur) [40], et l'élément ij de la fonction spectrale dyadique de Green est donné par

$$\bar{\mathbf{G}}^{nm}(\mathbf{k}_s) = \bar{\Lambda}_{<n}^{12} \cdot [\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Lambda}_{>m}^{12} - \bar{\Lambda}_{>m}^{22}] \cdot [\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Lambda}_{=}^{12} - \bar{\Lambda}_{=}^{22}]^{-1} = \bar{\mathbf{G}}^{nm}(\mathbf{k}_s) \quad n=1, \dots, N_p; m=n, \dots, N_p \quad (13)$$

avec

$$\bar{\Lambda}_{<n} = \prod_{j=P_n}^1 \bar{\mathbf{T}}_j, \bar{\Lambda}_{>m} = \prod_{j=N}^{P_m+1} \bar{\mathbf{T}}_j, \bar{\Lambda}_{=} = \prod_{j=N}^1 \bar{\mathbf{T}}_j \quad (14)$$

Notons que dans les équations (13) et (14), N_p étant le nombre des patches parfaitement conducteurs et $P_{1(2)} = P(M)$. Il est important de signaler aussi que les dyades $\bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s)$ et $\bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s)$ caractérisent les interactions entre les patches inférieur et supérieur. Quelque soit le nombre de couches, présentant une anisotropie uniaxiale de type électrique et

magnétique, dans la configuration empilée, La nouvelle expression explicite montrée dans l'équation (13) permet le calcul des fonctions dyadiques de Green aisément via des multiplications matricielles simples. Aussi il est important de signaler que l'expression (13) est valable pour des structures empilées possédant plus de deux patches parfaitement conducteurs.

II.2. Formulation de la matrice impédance

En raison de la présence du patch supérieur parfaitement conducteur comme deuxième source dans la configuration microbande de la figure 2, la matrice impédance devient plus complexe et sa taille croît considérablement [25]. En outre de la sous-matrice habituelle $\bar{\mathbf{I}}$ due à la présence du patch inférieur, on distingue trois autres sous-matrices. Deux sous-matrices caractérisent le couplage mutuel entre les patches inférieur et supérieur ($\bar{\mathbf{C}}_1$ et $\bar{\mathbf{C}}_2$) et la dernière sous-matrice $\bar{\mathbf{S}}$ est liée au patch supérieur. Dans ces conditions la matrice impédance s'écrit [23] :

$$\bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}} & \bar{\mathbf{C}}_1 \\ \bar{\mathbf{C}}_2 & \bar{\mathbf{S}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Les tailles des sous-matrices $\bar{\mathbf{I}}$, $\bar{\mathbf{S}}$, $\bar{\mathbf{C}}_1$ et $\bar{\mathbf{C}}_2$ dépendent du nombre de modes utilisé dans l'approximation de la densité surfacique du courant pour chaque patch et dans chaque direction. Il faut prendre une précaution particulière lors de l'évaluation numérique des éléments de la matrice impédance. En effet, les intégrantes de la matrice impédance présentent des singularités lorsque les dénominateurs des fonctions de Green s'annulent [41]. Durant l'évaluation numérique des intégrales infinies, ces singularités ou pôles doivent être évités. La méthode classique pour détourner ces singularités est de déformer le chemin d'intégration vers un nouveau chemin qui contourne les pôles par des demi-cercles. Cette méthode donne des résultats satisfaisants pour des substrats à épaisseurs très minces, où un seul pôle est à localiser. Cependant, quand la fréquence de résonance augmente le

substrat devient épais et plusieurs pôles peuvent exister. Dans ce cas, en plus du problème de la localisation de tous les pôles, l'élaboration analytique des intégrales autour des demi-cercles peut se compliquer si deux ou plusieurs pôles sont très proches [41]. Ces problèmes peuvent être entièrement évités en déformant le contour d'intégration vers le plan complexe. Il est nécessaire d'évaluer l'intégrale dans le plan complexe pour inclure l'effet des ondes de surface qui sont juste au-dessus de l'axe réel (pour une formulation en $e^{+i\omega t}$), l'intégrale est, ainsi, calculée le long d'un chemin au-dessus de l'axe réel. Cette méthode a pour avantage d'inclure l'effet des ondes de surface dans les calculs sans qu'une détermination des pôles ou une localisation de ces derniers ne soit nécessaire.

III. Résultats numériques et discussion

Dans la formulation théorique du problème, nous avons considéré le cas d'un milieu multicouche. A présent, nous présentons des résultats numériques pour le cas de la structure empilée bicouche montrée dans la figure 1. Les deux couches sont à base du même matériau et d'épaisseurs identiques. L'antenne opère au premier mode fondamental TM_{01} . Le matériau du substrat bicouche est choisi parmi deux différentes possibilités : un diélectrique isotrope et un matériau à anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique.

III.1. Etude de l'origine du comportement bifréquence des patches empilés parfaitement conducteurs opérants en mode TM_{01}

Dans les tableaux 1 et 2, le comportement fonctionnel des fréquences de résonance est recherché par la variation de la taille du patch supérieur. Le substrat est composé de deux couches isotropes avec comme paramètres $\epsilon_r = 2.33(1 - i 0.0012)$ et $d = 0.51\text{mm}$. La partie imaginaire de la permittivité relative désigne les pertes par diélectrique. Le patch

Tableau 1. Variations des fréquences de résonance du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $b_2 > b_1$.

L'antenne opère au premier mode fondamental TM_{01} .

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Résonance inférieure	Résonance supérieure
19 x 31	3.329	3.127	3.121	3.429
19 x 32.5	3.329	2.988	2.983	3.517
19 x 34	3.329	2.861	2.857	3.600
19 x 35.5	3.329	2.745	2.741	3.672
19 x 37	3.329	2.637	2.635	3.732

Tableau 2. Variations des fréquences de résonance du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $b_2 < b_1$.

L'antenne opère au premier mode fondamental TM_{01} .

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Résonance inférieure	Résonance supérieure
19 x 27	3.329	3.569	3.321	3.685
19 x 25.5	3.329	3.769	3.322	4.008
19 x 24	3.329	3.993	3.323	4.369
19 x 22.5	3.329	4.245	3.324	4.762
19 x 21	3.329	4.531	3.325	5.185

inférieur est fixé à 19 mm x 29 mm. Le patch supérieur a la même largeur et sa longueur de valeur initiale 31 mm (27 mm) est incrémentée (réduite) avec un pas de 1.5 mm comme indiqué dans le tableau 1 (tableau 2). En outre des fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches parfaitement conducteurs empilés, les fréquences de résonance des patches lorsqu'ils ne sont pas présents l'un avec l'autre sont aussi présentées. Lorsque $b_2 > b_1$, on peut observer à partir du tableau 1 que le couplage mutuel entre patches affecte principalement la résonance du patch inférieur. La résonance inférieure est fortement dépendante de la taille du patch supérieur. Malgré que la résonance supérieure est déterminée principalement par la taille du patch inférieur, elle est perturbée significativement par les champs de bord (fringing fields) du patch supérieur. Les résultats ci-dessus peuvent être expliqués par le fait que lorsque $b_2 > b_1$, la fréquence de résonance supérieure est reliée au patch inférieur, alors que, la fréquence de résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse. Lorsque $b_2 < b_1$, on peut observer à partir du tableau 2 que le couplage mutuel entre patches affecte principalement la résonance du patch supérieur. Maintenant, la résonance inférieure est relativement constant, demeurant proche de la valeur d'un patch unique avec $a_1 \times b_1 = 19 \text{ mm} \times 29 \text{ mm}$ dans une configuration substrat-superstrat. Les résultats numériques illustrés dans le tableau 2 montrent aussi que la résonance supérieure est fortement dépendante de la taille du patch supérieur. Notons que les résultats obtenus pour le cas de $b_2 < b_1$ peuvent être expliqués par le fait que la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et la résonance supérieure est associée avec le résonateur formé par les deux patches. Si nous gardons cette dernière explication pour le cas de $b_2 > b_1$, le résonateur formé par le patch inférieure et le plan de masse est maintenant similaire à celui formé par les deux patches. Chacun de ces deux résonateurs a une hauteur d , une permittivité $\varepsilon_0 \varepsilon_r$ et une longueur de résonance b_1 .

Il est donc impossible que ces deux résonateurs donne deux fréquences distinctes. Par conséquent, ils ne peuvent pas être responsables du comportement bifréquence de l'antenne lorsque $b_2 > b_1$.

Dans les tableaux 3 et 4, nous reprenons l'étude menée dans les tableaux 1 et 2, mais en considérant cette fois ci la bande passante comme une autre caractéristique de l'antenne au lieu de la fréquence d'opération. Lorsque $b_2 > b_1$, on peut observer à partir du tableau 3 que la bande passante relative à la résonance supérieure est très étroite. Ceci est dû au faite que le patch inférieur responsable de la résonance supérieur est confiné entre le plan de masse et le patch supérieur ; ce qui minimise les pertes par rayonnement de la résonance supérieur et par la suite la partie imaginaire et la bande passante de l'antenne. Comme exemple, pour une taille du patch supérieur égale à 19 mm x 31 mm, la bande passante de la résonance supérieure est de 0.159 %, étant inférieure presque d'environ 8 fois relativement à celles de la résonance inférieure et du patch supérieur isolé. On peut constater aussi à partir du tableau 3 que la bande passante de la résonance inférieure et celle du patch supérieur isolé sont assez élevées en raison que chacun des deux résonateurs a une hauteur $2d$. En ce qui concerne la bande passante du patch inférieur isolé, elle est assez faible puisque ce dernier est chargé par un superstrat mince [42]. Lorsque $b_2 < b_1$, on remarque à partir du tableau 4 que la bande passante de la résonance supérieure et en particulier celle du patch supérieur isolé sont très larges. Elles deviennent de plus en plus larges avec la réduction dans la taille du patch supérieur puisque ceci engendre l'augmentation de la fréquence d'opération de la résonance supérieure et celle associée au patch supérieur isolé et par la suite l'épaisseur du résonateur supérieur (d) et celui du résonateur formé par le patch supérieur isolé et le plan de masse ($2d$) deviennent épaisses. En ce qui concerne la bande passante de la résonance inférieure et celle du patch inférieur

Tableau 3. Variations des bandes passantes du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $b_2 > b_1$. L'antenne opère au premier mode fondamental TM_{01} .

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Bandes passantes (%)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Bande passante de la résonance inférieure	Bande passante de la résonance supérieure
19 x 31	0.649	1.103	1.086	0.159
19 x 32.5	0.649	1.017	1.010	0.115
19 x 34	0.649	0.946	0.944	0.123
19 x 35.5	0.649	0.878	0.878	0.126
19 x 37	0.649	0.825	0.826	0.113

Tableau 4. Variations des bandes passantes du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $b_2 < b_1$. L'antenne opère au premier mode fondamental TM_{01} .

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Bandes passantes (%)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Bande passante de la résonance inférieure	Bande passante de la résonance supérieure
19 x 27	0.649	1.389	0.499	1.015
19 x 25.5	0.649	1.529	0.548	1.066
19 x 24	0.649	1.693	0.581	1.170
19 x 22.5	0.649	1.886	0.601	1.280
19 x 21	0.649	2.115	0.615	1.417

isolé, elles sont assez faibles puisque le patch inférieur est chargé par un superstrat mince [42].

III.2. Influence de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique sur le comportement bifréquence

Dans le tableau 5, des résultats sont présentés pour les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patchs rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat diélectrique anisotrope (Epsilam-10), qui exhibe une anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique. Dans ce tableau, les résultats obtenus pour les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patchs sur l'Epsilam-10 anisotrope $((\epsilon_x = 13, \epsilon_z = 10.3), (\mu_x = 1, \mu_z = 1.32))$ sont comparés avec ceux qui seraient obtenus si l'anisotropie de l'Epsilam-10 est négligée $((\epsilon_x = 10.3, \epsilon_z = 10.3), (\mu_x = 1, \mu_z = 1.))$. Les tailles des patchs inférieur et supérieur sont identiques $(a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1\text{cm} \times 1.2\text{cm})$. Les différences entre les résultats obtenus en considérant l'anisotropie et ceux obtenus en négligeant l'anisotropie atteignent 7.08 % dans le cas des résonances inférieures, et 1.84 % dans le cas des résonances supérieures. Le substrat Epsilam-10 considéré dans le tableau 5 présente une anisotropie uniaxiale négative. A présent, nous reprenons dans le tableau 6 l'étude menée dans le tableau 5, mais en considérant cette fois ci un substrat exhibant une anisotropie uniaxiale positive. Ce substrat diélectrique est le Saphir $((\epsilon_x = 9.4, \epsilon_z = 11.6), (\mu_x = 1, \mu_z = 1.32))$. Les différences entre les résultats obtenus en considérant l'anisotropie et ceux obtenus en négligeant l'anisotropie atteignent 5.52 % dans le cas des résonances inférieures, et 1.67 % dans le cas des résonances supérieures. Par conséquent, l'anisotropie de type électrique et magnétique (négative ou positive) a un effet plus significatif sur les résonances inférieures que sur les résonances supérieures. Finalement, il est important de noter que l'effet de l'anisotropie de type électrique et

Tableau 5. Fréquences de résonance inférieures et supérieures pour un empilement de deux patchs rectangulaires dans un milieu anisotrope à base d'Epsilam-10 ;

$$a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm} .$$

Epaisseur d (mm)	Type de résonance	Fréquences de résonance (GHz)		Changement fractionnel (%)
		Anisotropie considérée $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (13, 10.3)$ $(\mu_x, \mu_z) = (1, 1.32)$	Anisotropie négligée $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (10.3, 10.3)$ $(\mu_x, \mu_z) = (1, 1)$	
1.25	Inférieure	3.453	3.540	2.52
	Supérieure	3.804	3.833	0.76
2.5	Inférieure	2.925	3.072	5.03
	Supérieure	3.635	3.690	1.51
3.75	Inférieure	2.459	2.633	7.08
	Supérieure	3.483	3.547	1.84

Tableau 6. Fréquences de résonance inférieures et supérieures pour un empilement de deux patchs rectangulaires dans un milieu anisotrope à base de Saphir ;

$$a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm} .$$

Epaisseur d (mm)	Type de résonance	Fréquences de résonance (GHz)		Changement fractionnel (%)
		Anisotropie considérée $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (9.4, 11.6)$ $(\mu_x, \mu_z) = (1, 1.32)$	Anisotropie négligée $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (11.6, 11.6)$ $(\mu_x, \mu_z) = (1, 1)$	
1.25	Inférieure	3.404	3.340	1.88
	Supérieure	3.641	3.617	0.66
2.5	Inférieure	3.019	2.901	3.91
	Supérieure	3.524	3.482	1.19
3.75	Inférieure	2.627	2.482	5.52
	Supérieure	3.403	3.346	1.67

magnétique augmente avec l'augmentation de l'épaisseur d puisque cette augmentation entraîne l'excitation des ondes TE dans la structure empilée.

IV. Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre, la méthode Full-wave a été utilisée pour le calcul numérique des fréquences de résonance complexes et des bandes passantes d'une antenne microbande possédant une configuration à empilement ; constituée de deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs noyés dans un milieu multicouche contenant des matériaux à anisotropie de type électrique et magnétique. Le premier mode fondamental TM_{01} a été considéré dans ce chapitre. Des nouvelles formules explicites ont été développées pour le calcul des dyades de Green tenant compte de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique. Nous avons montré que ces nouvelles formules explicites sont valables pour des structures impliquant plusieurs patches empilés. Les résultats numériques qui ont été présentés dans ce chapitre se sont confinés à une structure d'antenne bicouche. Il a été montré que les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée, qui déterminent le comportement bifréquence de l'antenne, dépendent des tailles relatives des longueurs de résonance des patches. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus grande que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse et la résonance supérieure est reliée au patch inférieur. La résonance inférieure est très voisine de la fréquence de résonance du patch supérieur isolé. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus petite que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et la résonance supérieure est associée avec le résonateur formé par les deux patches parfaitement conducteurs. Maintenant, la résonance inférieure est très proche de la fréquence de résonance du patch inférieur isolé

(c.-à-d., le patch inférieur dans une configuration substrat-superstrat). En ce qui concerne la bande passante, nous avons montré que pour faire bénéficier l'antenne d'une bande passante large, il est nécessaire de la faire fonctionner à sa résonance inférieure (supérieure) lorsque $b_2 > b_1$ ($b_2 < b_1$). Autres résultats numériques ont aussi indiqué que l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique (négative ou positive) a un effet plus significatif sur le résonateur responsable de la résonance inférieure que sur le résonateur responsable de la résonance supérieure. Finalement, nous notons que les résultats obtenus dans ce chapitre sont valables non seulement pour des patchs empilés de forme rectangulaire, mais aussi pour des patchs empilés de forme circulaire. Des résultats numériques ont été obtenus dans ce sens, mais non reportés ici par intérêt de brièveté [43].

V. Références bibliographiques

- [1] H. Wang, X. B. Huang, and D. G. Fang, "A microstrip antenna array formed by microstrip line tooth-like-slot-patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 55, pp. 1210-1214, Apr. 2007.
- [2] Q. Q. He, B. Z. Wang, and J. He, "Wideband and dual-band design of a printed dipole antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 1-4, 2008.
- [3] H. Wang, X. B. Huang, and D. G. Fang, "A single layer wideband u-slot microstrip patch antenna array," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 9-12, 2008.
- [4] L. I. Basilio, J. T. Williams, D. R. Jackson, and R. L. Chen, "Characteristics of an inverted shorted annular-ring-reduced surface-wave antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 123-126, 2008.

-
- [5] S. L. S. Yang, A. A. Kishk, and K. F. Lee, "Frequency reconfigurable u-slot microstrip patch antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 127-129, 2008.
- [6] S. Koulouridis and J. L. Volakis, "L-band circularly polarized small aperture thin textured patch antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 225-228, 2008.
- [7] B. Yildirim and B. A. Cetiner, "Enhanced gain patch antenna with a rectangular loop shaped parasitic radiator," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 229-232, 2008.
- [8] S. K. Pavuluri, C. H. Wang, and A. J. Sangster, "A high-performance aperture-coupled patch antenna supported by a micromachined polymer ring," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 283-286, 2008.
- [9] K. F. Lee, S. L. S. Yang, and A. A. Kishk, "Dual- and multiband u-slot patch antennas," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 645-647, 2008.
- [10] L. Bernard, "Small-size circularly polarized patch antenna with an opening for a video grenade," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 681-684, 2008.
- [11] J. Anguera, C. Puente, C. Borja, N. Delbene, and J. Soler, "Dual-frequency broadband stacked microstrip patch antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 2, pp. 36-39, 2003.
- [12] M. T. Islam, N. Misran, M. N. Shakib, and B. Yatim, "Wideband stacked microstrip patch antenna for wireless communication," *International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications*, pp. 547-550, 2008.

-
- [13] L. Han, W. Zhang, X. Chen, G. Han, and R. Ma, "Design of compact differential dual-frequency antenna with stacked patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 58, pp. 1387-1392, Apr. 2010.
- [14] S. E. Valavan, A. B. Yang, A. Yarovoy, and L. P. Ligthart, "An M-band differentially fed, aperture coupled stacked patch antenna in LTCC," *5th European Radar Conference*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 200-203, 2008.
- [15] A. S. Elkorany, A. A. Sharshar, and S. M. Elhalafawy, "Ultra wideband stacked microstrip patch antenna," *3rd European Conference on Antennas and Propagation*, pp. 1464-1466, 2009.
- [16] J. Gao, K. Li, and H. Harada, "Wideband stacked microstrip patch antenna on thin PTFE substrate for millimetre-wave personal area network (mmWPAN)," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 1-4, 2010.
- [17] F. Zhao, T. T. Liu, and Z. P. Qian, "A circularly polarized aperture stacked patch microstrip antenna for L band," *Progress in Electromagnetics Research C.*, vol. 20, pp. 95-109, 2011.
- [18] Z. Yong, L. Ce, G. Chen, and L. Ting, "Design and analysis of a circular double-layer broadband microstrip antenna," *Cross Strait Quad-Regional Radio Science and Wireless Technology Conference*, pp. 334-336, 2011.
- [19] S. Benkouda and T. Fortaki, "Resonance of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of high-permittivity dielectric layer below the aperture," *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 239-241, 2011.

-
- [20] O. Q. Teruel, Z. Sipus, and E. R. Iglesias, "Characterization and reduction of mutual coupling between stacked patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 59, pp. 1031-1036, Mar. 2011.
- [21] S. Shekhawat, P. Sekra, D. Bhatnagar, V. K. Saxena, and J. S. Saini, "Stacked arrangement of rectangular microstrip patches for circularly polarized broadband performance," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 9, pp. 910-913, 2010.
- [22] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Radar cross section of stacked circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1136-1139, May 2003.
- [23] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004.
- [24] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch," *Int. J. Electron.*, vol. 91, no. 1, pp. 57-70, Jan. 2004.
- [25] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.
- [26] T. Fortaki and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.

-
- [27] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Vector Hankel transform analysis of a tunable circular microstrip patch," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 21, no. 5, pp. 219-231, May 2005.
- [28] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Effects of the resistive patch and the uniaxial anisotropic substrate on the resonant frequency and the scattering radar cross section of a rectangular microstrip antenna," *Aerospace Sci. Technol.*, vol. 10, no. 3, pp. 217-221, Apr. 2006.
- [29] T. Fortaki et A. Benghalia, "Influence de l'anisotropie uniaxiale dans le substrat sur le rayonnement d'une antenne microruban rectangulaire," dans *Proc. 15^{èmes} Journées Nationales Microondes*, pp. 78, Toulouse, France, 23-25 Mai, 2007.
- [30] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of a resistive patch and uniaxial anisotropic substrate with entire domain and roof top functions," *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 32, no. 7, pp. 591-596, July 2008.
- [31] O. Barkat and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of superconducting annular ring microstrip antenna on uniaxial anisotropic media," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 30, pp. 1053-1066, 2009.
- [32] O. Barkat and A. Benghalia, "Synthesis of superconducting circular antennas placed on circular array using a particle swarm optimisation and the full-wave method," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 22, pp. 103-119, 2010.
- [33] F. Benmeddour, C. Dumond, F. Benabdelaziz and F. Bouttout, "Improving the performances of a high T_c superconducting circular microstrip antenna with multilayered configuration and anisotropic dielectrics," *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 18, pp. 169-183, 2011.

-
- [34] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [35] L. Djouane, "Analyse des performances des antennes à structure planaire fonctionnant en mode unifr quence et bifréquence," Thèse de Doctorat, Université de Batna, Juin 2009.
- [36] F. Chebbara, " tude des caractéristiques de résonance et de rayonnement des antennes microbandes réalisées avec des matériaux ayant une anisotropie de type électrique et magnétique," Thèse de Doctorat, Université de Batna, Juin 2011.
- [37] S. Benkouda and T. Fortaki, "Study of microstrip patch resonator printed on anisotropic substrate characterized by permittivity and permeability tensors," *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 578-580, 2011.
- [38] W. C. Chew and T. M. Habashy, "The use of vector transforms in solving some electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 871-879, July 1986.
- [39] T. Fortaki and A. Benghalia, "An efficient electromagnetic study of circular disc microstrip antenna with two parasitic elements," *4th International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications (SETIT 2007)*, March 25-29, pp. 252, 2007.
- [40] W. C. Chew and Q. Liu, "Resonance frequency of a rectangular microstrip patch," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 1045-1056, Aug. 1988.

- [41] D. Khedrouche, “Modélisation des antennes microbandes par une analyse tridimensionnelle rigoureuse en utilisant une méthode intégrale,” Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2009.
- [42] F. Bouttout, F. Benabdelaziz, T. Fortaki, and D. Khedrouche, “Resonant frequency and bandwidth of a superstrate-loaded rectangular patch on a uniaxial anisotropic substrate,” *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 16, no. 7, pp. 459-473, July 2000.
- [43] S. Benkouda, T. Fortaki. and A. Benghalia, “Analysis of dual-frequency stacked circular-disk microstrip antenna,” *Fifth Saudi Science Conference*, Makkah, Saudi, Apr. 16-18, 2012.

Chapitre 4

Etude du comportement bifréquence
des antennes microbandes empilées
constituées de patchs
supraconducteurs à hautes
températures critiques.

I. Introduction

Le besoin accru de transmission de données à haut débit couplé à la demande toujours croissante des dispositifs mobiles a généré un grand intérêt pour les antennes exhibant à la fois un gain élevé et une bande passante large [1]. De nos jours, les antennes microbandes sont probablement les antennes les plus utilisées dans les conceptions commerciales compactes [2]. Les avantages principaux de ces antennes sont le faible poids, volume et épaisseur, le faible coût, la simplicité de fabrication, la possibilité de la mise en réseau et l'intégration d'éléments discrets et finalement la conformabilité facilitant l'implantation sur tout type de support [3]-[6]. Cependant, ce type d'éléments présente des limites, notamment la bande passante étroite, le faible gain et la possibilité de résonner à une fréquence unique [7].

La résistance de surface extrêmement faible des films minces supraconducteurs à hautes températures critiques facilite le développement des dispositifs micro-ondes avec des performances meilleures que celles des dispositifs conventionnels. Les antennes microbandes supraconductrices à hautes températures critiques ont un gain élevé relativement à celui des antennes conventionnelles [8]-[12], mais elles souffrent de la bande passante extrêmement étroite, ce qui limite sévèrement leurs applications [9]-[10].

Les patchs empilés sont l'une des solutions les plus adoptées pour l'élargissement de la bande passante des antennes microbandes [13]-[15], puisque la structure est aussi compacte que l'originale (étant donné que l'épaisseur du substrat est toujours mince, et ceci est la seule dimension qui a été augmentée) [2]. Par ailleurs, on peut varier la configuration de base de ce type d'antenne en ajoutant des gaps d'air, des superstrats ou plusieurs couches fournissant ainsi plus de polyvalence à ce type d'antenne [2]. En outre, les patchs empilés sont utiles dans des situations où l'antenne doit opérer en deux fréquences bien distinctes (opération en mode bifréquence) [16]-[19].

Dans le présent chapitre, nous étudions le comportement bifréquence des antennes microbandes formées d'un empilement de patchs supraconducteurs à hautes températures critiques en utilisant la technique Full-wave conjointement avec la condition au limite de la résistivité complexe [10]-[12]. Comme dans [18], nous considérons à la fois le cas où le patch rectangulaire supérieur est plus long que le patch inférieur et le cas opposé. Notons que pour le cas des patchs supraconducteurs à hautes températures critiques, d'autres degrés de liberté contribuent dans le control du comportement bifréquence, il s'agit des épaisseurs des patchs inférieurs et supérieurs. Aussi dans ce chapitre, l'influence de la température sur les fréquences inférieure et supérieure, la bande passante et le facteur de qualité de l'antenne supraconductrice empilée est examinée. Finalement, pour une meilleure compréhension de l'opération en mode bifréquence, les courants et les champs rayonnés des deux résonances seront comparés.

II. Formulation

Figure 1 montre la géométrie de deux patchs empilés supraconducteurs à hautes températures critiques fabriqués avec le même matériau supraconducteur. Les tailles du patch inférieur d'épaisseur e_1 et du patch supérieur d'épaisseur e_2 sont, respectivement, $a_1 \times b_1$ et $a_2 \times b_2$. Il n'y a aucun excentrage entre les deux patchs. Le substrat est supposé composé de deux couches. La première (seconde) couche d'épaisseur d_1 (d_2) est caractérisée par la perméabilité de l'espace libre μ_0 et la permittivité $\epsilon_0 \epsilon_{r1}$ ($\epsilon_0 \epsilon_{r2}$). Dans la formulation théorique, nous avons considéré que les deux couches ne sont pas identiques, mais dans la section III, on considère que le substrat est supposé composé de deux couches du même matériau ($\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_r$) et d'épaisseur identique ($d_1 = d_2 = d$). Tous les champs et les courant sont en régime harmonique avec la dépendance temporelle $e^{+i\omega t}$ supprimée.

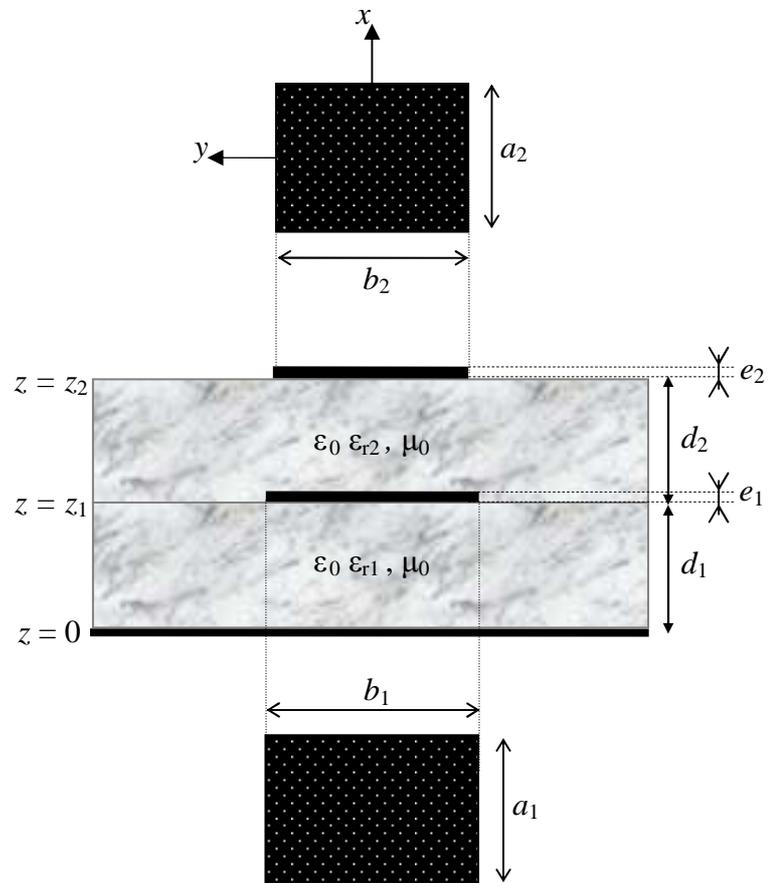


Figure 1. Géométrie de deux patches empilés supraconducteurs à hautes températures critiques dans un milieu bicouche.

Les champs transverses à l'intérieur de la j ème couche ($j = 1, 2$) peuvent être obtenus via les transformées vectorielles inverses de Fourier [20]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_s, z) \\ E_y(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} H_y(\mathbf{r}_s, z) \\ -H_x(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (2)$$

où $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s)$ est le noyau des transformées vectorielles de Fourier [20], et

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z)}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu_0}{k_s} \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) e^{-i k_{zj} z} + \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) e^{i k_{zj} z} \quad (3)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rj}}{k_s} \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z) \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z)}{\partial z} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) \cdot \left[\mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) e^{-i k_{zj} z} - \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) e^{i k_{zj} z} \right] \quad (4)$$

Dans les équations (3) et (4), $\tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z)$ et $\tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z)$ sont les transformées scalaires de Fourier de $E_z(\mathbf{r}_s, z)$ et $H_z(\mathbf{r}_s, z)$, respectivement. \mathbf{A}_j et \mathbf{B}_j sont deux vecteurs inconnus et

$$\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) = \text{diag} \left[\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rj}}{k_{zj}}, \frac{k_{zj}}{\omega \mu_0} \right], \quad k_{zj} = \left(\varepsilon_{rj} k_0^2 - k_s^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

avec $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$ et k_{zj} est la constante de propagation dans la j ème couche. En écrivant les équations (3) et (4) dans les plans $z = z_{j-1}$ et $z = z_j$, et par élimination des inconnus \mathbf{A}_j et \mathbf{B}_j , nous obtenons la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_j \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (6)$$

avec

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_j^{11} & \bar{\mathbf{T}}_j^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}_j^{21} & \bar{\mathbf{T}}_j^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_j & -i \bar{\mathbf{g}}_j^{-1} \sin \theta_j \\ -i \bar{\mathbf{g}}_j \sin \theta_j & \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (7)$$

qui combine \mathbf{e} et \mathbf{h} sur les deux cotés de la j ème couche comme quantités d'entrée/sortie.

Dans l'équation (7), $\theta_j = k_{z_j} d_j$ et $\bar{\mathbf{I}}$ désigne la matrice unitaire d'ordre 2×2 . La matrice

$\bar{\mathbf{T}}_j$ est la représentation matricielle de la j ème couche dans la représentation (TM, TE). Les

équations de continuité pour les composantes tangentielles du champ sont

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j), \quad j=1, 2 \quad (8)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) - \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^+) = \delta_{j1} \mathbf{j}'(\mathbf{k}_s) + \delta_{j2} \mathbf{j}''(\mathbf{k}_s), \quad j=1, 2 \quad (9)$$

Dans l'équation (9), $\mathbf{j}'(\mathbf{k}_s)$ ($\mathbf{j}''(\mathbf{k}_s)$) est la transformée vectorielle de Fourier du courant

$\mathbf{J}'(\mathbf{r}_s)$ ($\mathbf{J}''(\mathbf{r}_s)$) sur le patch inférieur (supérieur) [21], et δ_{ji} ($i=1,2$) est le symbole de

Kronecker. En utilisant les équations (6), (8) et (9), nous obtenons

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_1 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{j}'(\mathbf{k}_s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{j}''(\mathbf{k}_s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Dans la région de l'air illimitée au-dessus du patch supérieur de la structure empilée

$(d_1 + d_2 < z < \infty, \epsilon_r = 1)$, le champ électromagnétique donné par les équations (3) et (4)

devrait s'atténuer lorsque $z \rightarrow +\infty$ en accord avec la condition de rayonnement de

Sommerfeld, ceci donne

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) = \bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \quad (12)$$

où la matrice diagonale $\bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s)$ peut être aisément obtenue à partir de l'expression de $\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s)$ donnée dans l'équation (5) en admettant $\varepsilon_{rj}=1$. Le champ électrique transverse doit nécessairement être nul au plan $z = 0$, donc nous avons

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0) = \mathbf{0} \quad (13)$$

A partir des équations (10)-(13), nous obtenons une relation entre $\mathbf{j}^l(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{j}^u(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1)$ et $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2)$ donnée par

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1) = \bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^l(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^u(\mathbf{k}_s) \quad (14)$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2) = \bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^l(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^u(\mathbf{k}_s) \quad (15)$$

Les quatre 2 x 2 matrices diagonales $\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s)$, $\bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s)$, $\bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s)$ et $\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s)$ sont les fonctions dyadiques de Green de la configuration empilée dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier. Ces fonctions dyadiques de Green peuvent être calculées via les équations explicites suivantes :

$$\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{T}}_1^{12} \cdot \left[\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{T}}_2^{12} - \bar{\mathbf{T}}_2^{22} \right] \cdot \left[\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{\Lambda}}^{12} - \bar{\mathbf{\Lambda}}^{22} \right]^{-1}, \quad \bar{\mathbf{\Lambda}} = \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{T}}_1 \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) = -\bar{\mathbf{T}}_1^{12} \cdot \left[\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{\Lambda}}^{12} - \bar{\mathbf{\Lambda}}^{22} \right]^{-1} \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) = -\bar{\mathbf{\Lambda}}^{12} \cdot \left[\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{\Lambda}}^{12} - \bar{\mathbf{\Lambda}}^{22} \right]^{-1} \quad (18)$$

Il est important de noter que les nouvelles expressions explicites montrées dans les équations (16)-(18) permettent la computation des fonctions dyadiques de Green aisément en manipulant des multiplications matricielles simples. Un autre avantage est qu'aucune transformation n'est nécessaire lorsque les fonctions de Green calculées à partir des équations (16)-(18) sont exploitées dans l'analyse dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel des disques circulaires empilés. Considérons les effets supraconducteurs, Nous avons besoin simplement de modifier les équations (14) et (15) en remplaçant $\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s)$ par $\bar{\mathbf{G}}_s^{11}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) - Z_{s1} \cdot \bar{\mathbf{I}}$ et $\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s)$ par

$\bar{\mathbf{G}}_s^{22}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) - Z_{s2} \cdot \bar{\mathbf{I}}$, où Z_{s1} et Z_{s2} sont, respectivement, les impédances de surface des patches supraconducteurs inférieur et supérieur. Lorsque les épaisseurs des patches supraconducteurs sont inférieures à trois fois la profondeur de pénétration à la température nulle (λ_0), Z_{s1} et Z_{s2} peuvent être exprimées comme suit [10]-[12] :

$$Z_{s1} = \frac{1}{\sigma e_1}, \quad Z_{s2} = \frac{1}{\sigma e_2} \quad (19)$$

où σ est la conductivité complexe des films supraconducteurs. Elle est déterminée en utilisant les équations de London et le modèle des deux fluides de Gorter-Casimir [10]-[12] :

$$\sigma = \sigma_n (T/T_c)^4 - i(1 - (T/T_c)^4) / (\omega \mu_0 \lambda_0^2) \quad (20)$$

où T est la température, T_c est la température de transition, σ_n est la conductivité normale à $T = T_c$ et ω est la fréquence angulaire. En utilisant la technique connue sous le nom de méthode des moments, avec des modes de poids choisis identiques aux modes de développement, les équations (14) et (15) sont réduites à un système d'équations linéaires qui peut être écrit d'une manière compacte sous la forme matricielle suivante [22]

$$\bar{\mathbf{Z}} \cdot \Xi = \mathbf{0} \quad (21)$$

où $\bar{\mathbf{Z}}$ est la matrice impédance et les éléments du vecteur Ξ sont les coefficients du développement modal à déterminés [22]. Notons que chaque élément de la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$ est exprimé en terme d'une intégrale double infinie [22]. Le système d'équations linéaires donné dans l'équation (21) a des solutions non triviales lorsque

$$\det[\bar{\mathbf{Z}}(\omega)] = 0 \quad (22)$$

L'équation (22) est une équation propre pour ω , à partir de laquelle les caractéristiques de la structure empilée de la figure 1 peuvent être obtenues. En fait, soit $\omega = 2\pi(f_r + i f_i)$ la racine complexe de l'équation (22). Dans ce cas, la quantité f_r désigne la fréquence de

résonance, la quantité $BW = 2 f_i / f_r$ désigne la bande passante et la quantité $Q = f_r / (2 f_i)$ désigne le facteur de qualité. Une fois la fréquence de résonance complexe est déterminée, le vecteur propre correspondant à la valeur propre minimale de la matrice impédance donne les coefficients des courants sur les patches. Les courants sont donc obtenus sous une forme numérique. Ces courants peuvent être utilisés pour la détermination du champ électromagnétique dans chaque couche de la figure 1 via les équations (1)-(4) et (13)-(15). Notons que pour le cas des substrats électriquement minces, uniquement la composante z du champ électrique et la composante transversale du champ magnétique (ondes propagatrices TM) existent dans chaque couche diélectrique du substrat bicouche.

La polarisation d'une antenne se réfère à la polarisation du champ électrique de l'onde rayonnée [23]. Par conséquent, avant d'étudier la polarisation, il est nécessaire tout d'abord de calculer le champ rayonné. En utilisant la méthode de la phase stationnaire [24]-[25], on peut obtenir le champ électrique rayonné de la structure montrée dans la figure 1 en terme du champ électrique transversale au plan $z = d_1 + d_2$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} E_{\theta'}(r', \theta', \phi') \\ E_{\phi'}(r', \theta', \phi') \end{bmatrix} = ik_0 \frac{e^{-ik_0 r'}}{2\pi r'} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos \theta' \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2) \quad (23)$$

où $\{r', \theta', \phi'\}$ est un système local de coordonnées sphériques défini relativement au système Cartésien $\{x' \equiv x, y' \equiv y, z' \equiv z\}$ et ayant un origine placé à l'interface $z = d_1 + d_2$ de la figure 1. La substitution de l'équation (15) dans l'équation (23) donne

$$\begin{bmatrix} E_{\theta'}(r', \theta', \phi') \\ E_{\phi'}(r', \theta', \phi') \end{bmatrix} = ik_0 \frac{e^{-ik_0 r'}}{2\pi r'} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos \theta' \end{bmatrix} \cdot \left\{ \overline{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^l(\mathbf{k}_s) + \left[\overline{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) - Z_{s2} \cdot \overline{\mathbf{I}} \right] \cdot \mathbf{j}^u(\mathbf{k}_s) \right\} \quad (24)$$

Dans les équations (23) et (24), les valeurs stationnaires de k_x et k_y sont données par

$$k_x = -k_0 \sin \theta' \cos \phi' \quad (25)$$

$$k_y = -k_0 \sin \theta' \sin \phi' \quad (26)$$

Il est clair de l'équation (24) que le champ électrique rayonné en zone lointaine dépend du courant du patch inférieur aussi bien que celui du patch supérieur. Pour conclure cette section, nous signalons que les patches empilés avec une excitation unique produit un rayonnement polarisé linéairement. Si la polarisation circulaire est désirée, l'approche la plus commune est d'utiliser deux alimentations distantes géométriquement de 90° et avec un déphasage relatif de 90° [26]. Cet arrangement excite deux modes orthogonaux, chacun produit une onde polarisée linéairement et perpendiculaire l'une avec l'autre et en quadrature de phase [26]. La polarisation circulaire peut être également produite en changeant la forme des patches (déformation géométrique) [26, 27].

III. Résultats et discussion

III.1. Validation de l'approche proposée

Bien que l'analyse Full-wave présentée dans ce chapitre peut donner des résultats pour plusieurs modes résonants [28], Uniquement des résultats pour le mode TM_{01} sont présentés dans cette étude. Le choix des fonctions de base est d'une importance primordiale puisqu'il conditionne la stabilité et la convergence de la méthode des moments. Ce choix est dicté par des considérations physiques telles que les conditions de bord des courants des patches [4]. Les fonctions de base du domaine spatial pour l'approximation du courant du patch inférieur et celui du patch supérieur sont formées par l'ensemble des modes TM de courant de deux cavités rectangulaires à murs latéraux magnétiques et de dimensions $a_1 \times b_1$ et $a_2 \times b_2$, respectivement. A travers un examen consciencieux de la question de convergence, il est trouvé qu'un seul mode par patch suffit pour obtenir des résultats convergents. Contrairement aux antennes microbandes monocouches, quelques résonances parasites sont trouvées dans la configuration empilée.

Ce résultat est en accord avec celui découvert par Fan et Lee [29]. En effet, Fan et Lee ont montré que les antennes microbandes empilées de formes circulaire et annulaire ont quelques résonances parasites [29]. Ce pendant, il n'y a aucune résonance parasite pour le cas des antennes microbandes monocouches de formes circulaire et annulaire [29]. Lors de l'évaluation des éléments de la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$, les intégrantes des intégrales sont singulières [30]. Les intégrales sont évaluées numériquement le long d'un chemin d'intégration déformé au-dessus de l'axe réel (dans le plan complexe de k_s pour contourner les singularités (voir figure 2) [30]. Les fréquences de résonance sont complexes et ont une partie imaginaire positive petite [30]. Les résonances parasites sont caractérisées par une partie imaginaire négative et par conséquent on ne peut pas les confondre avec les fréquences de résonance de la structure empilée. Alternativement, on peut également utiliser le modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [8], qui est un modèle analytique simple, conjointement avec le travail dans [18], pour la distinction entre les résonances parasites et les fréquences de résonance des patches empilés [31].

Afin de confirmer l'exactitude de la méthode proposée, nos résultats numériques sont comparés avec ceux obtenus via le modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [8] pour les patches montrés dans la figure 1 lorsqu'ils ne sont pas présents dans la structure en même temps. Les deux patches sont fabriqués avec film mince supraconducteur d'YBCO avec les paramètres $\sigma_n = 10^6$ S/m, $\lambda_0 = 140$ nm, $T_c = 89$ K et $e_1 = e_2 = 350$ nm. La température d'opération est $T = 50$ K. Le tableau 1 résume nos fréquences de résonance calculées avec celles obtenues via le modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [8] pour trois cas différents et des différences entre ces deux résultats inférieures à 3% sont obtenues. Comme conséquence, un très bon accord entre nos résultats et ceux de la littérature est obtenu. Ceci valide la théorie présentée dans ce chapitre.

Figure 2. Chemin d'intégration dans le plan complexe de k_s .

Tableau 1. Comparaison de nos fréquences de résonance calculées avec celles obtenues via le modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [8] pour les patches supraconducteurs montrés dans la figure 1 lorsqu'ils ne sont pas présents dans la structure en même temps;

$$a_1 = a_2 = 2900 \mu\text{m}, \varepsilon_r = 1, d = 20.5 \mu\text{m}, e_1 = e_2 = 350 \text{ nm}, \sigma_n = 10^6 \text{ S/m}, \lambda_0 = 140 \text{ nm},$$

$$T_c = 89 \text{ K et } T = 50 \text{ K}.$$

$b_1 (\mu\text{m}) \times b_2 (\mu\text{m})$	fréquences de résonance (GHz)			
	Modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [8]		Résultats du présent travail	
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent
2500 x 3250	59.537	45.781	58.651	44.769
3420 x 2675	43.569	55.547	43.042	54.121
3930 x 3000	37.930	49.570	37.509	48.405

III.2. Influence de la température sur les fréquences de résonance inférieure et supérieure

Des résultats numériques sont obtenus pour la structure empilée montrée dans la figure 1. Les patches sont fabriqués à base d'un film mince supraconducteur d'YBCO avec les paramètres $\sigma_n = 10^6$ S/m, $\lambda_0 = 140$ nm, $T_c = 89$ K et $e_1 = e_2 = 35$ nm. Les patches rectangulaires de taille identique ($a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$) sont imprimés sur un substrat d'aluminate de lanthane d'épaisseur $2d = 174 \mu\text{m}$. La variation de la permittivité du substrat d'aluminate de lanthane avec la variation de la température, comme indiqué par l'expérience de Richard *et al.* [8], est prise en compte dans la présente sous-section. En raison de la présence du patch supérieur dans la configuration empilée, deux résonances associées avec les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée sont obtenues. La résonance inférieure est notée f_l alors que la résonance supérieure est notée f_u . La figure 3 montre les fréquences de résonance inférieure et supérieure en fonction de la température d'opération. A partir des résultats de la figure 3, il est observé que l'augmentation de la température diminuera les fréquences de résonance inférieure et supérieure. Cette diminution est significative pour des températures voisines de la température de transition. Aussi, un autre point d'intérêt particulier est la possibilité d'élargir la séparation entre f_l et f_u par la diminution de la température d'opération. Comme un exemple, dans le cas de $T = 87$ K, la séparation entre les résonances inférieure et supérieure est 7.17% de la fréquence de résonance inférieure. Pour $T = 70$ K, Il y a maintenant une séparation de 11.36% entre les fréquences de résonance supérieure et inférieure.

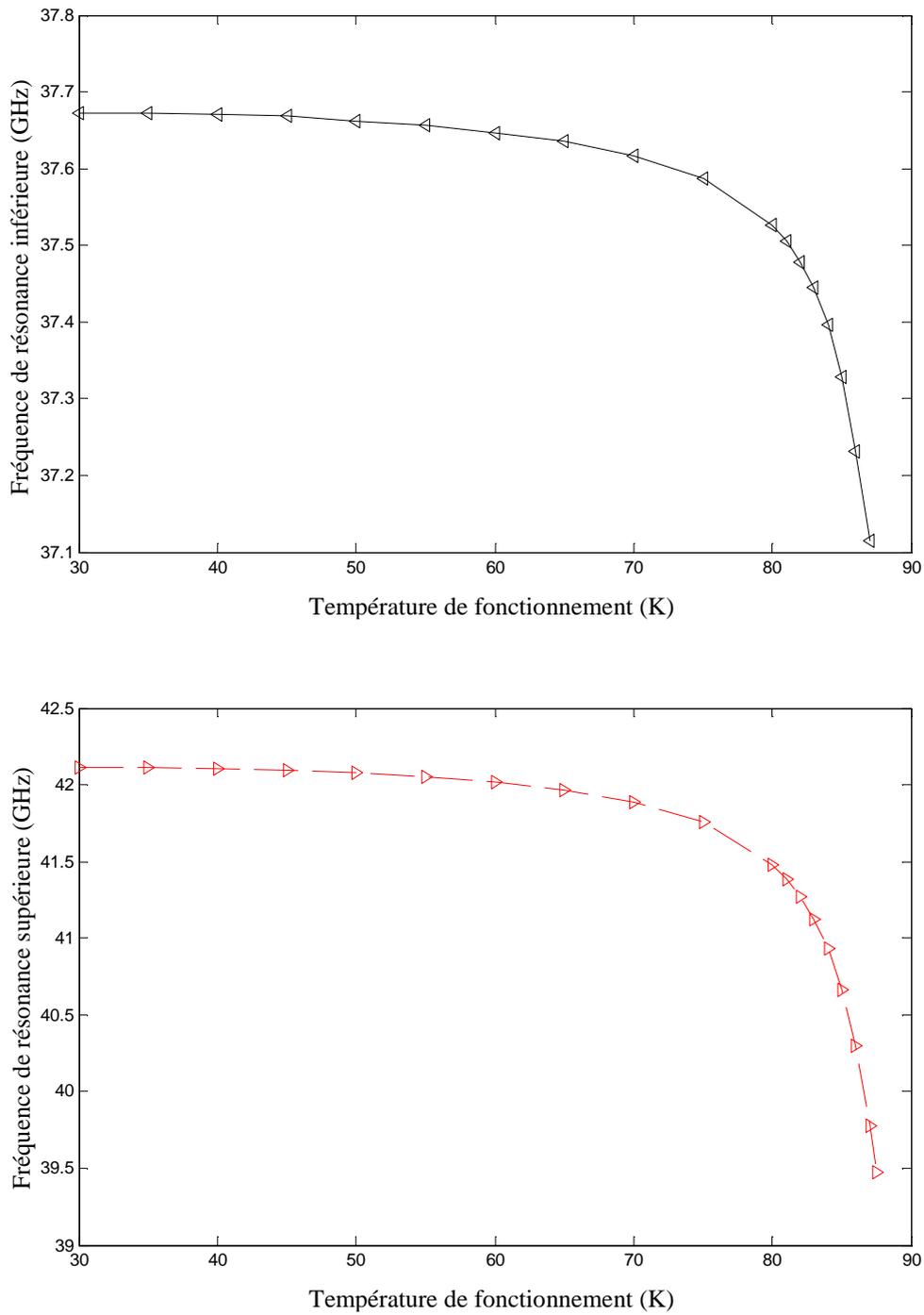


Figure 3. Fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches empilés supraconducteurs à hautes températures critiques en fonction de la température de fonctionnement; $a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$, $d = 87 \mu\text{m}$, $e_1 = e_2 = 35 \text{ nm}$,

$$\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}, \lambda_0 = 140 \text{ nm} \text{ et } T_c = 89 \text{ K}.$$

III.3. Effets des épaisseurs des patches sur le comportement bifréquence

III.3.1. Effets des épaisseurs des patches sur le comportement bifréquence lorsque $b_2 < b_1$

Dans les figures 4a (4b), des résultats sont présentés pour les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches empilés supraconducteurs à hautes températures critiques en fonction de l'épaisseur normalisée du patch inférieur (supérieur). La taille du patch inférieur est $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$, le patch supérieur a la même longueur et sa largeur est légèrement plus petite ($700 \mu\text{m}$). Les caractéristiques du matériau supraconducteur sont : $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$, $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ et $T_c = 89 \text{ K}$. La température de fonctionnement est $T = 50 \text{ K}$. Le substrat diélectrique est composé de deux couches avec les paramètres $\epsilon_r = 23.81$ et $d = 87 \mu\text{m}$. Dans les figures 4a (4b), l'épaisseur du patch supérieur (inférieur) est maintenue constante, alors que, l'épaisseur du patch inférieur (supérieur) est variée. Il est observé à partir de la figure 4a que lorsque l'épaisseur du patch inférieur augmente, la fréquence de résonance inférieure croît, alors que, cette dernière n'est pas affectée par la variation de l'épaisseur du patch supérieur comme indiqué dans la figure 4b. Ceci peut être expliqué par le fait que lorsque $b_2 < b_1$, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse [18]. Il est aussi observé à partir des figures 4a et 4b que la fréquence de résonance supérieure est affectée par la variation de l'épaisseur du patch inférieur aussi bien que par la variation de l'épaisseur du patch supérieur. Ceci est prévu puisque lorsque $b_2 < b_1$, la résonance supérieure est associée avec le résonateur formé par les deux patches supraconducteurs [18].

III.3.2. Effets des épaisseurs des patches sur le comportement bifréquence lorsque $b_2 > b_1$

Dans les figures 5a et 5b, les effets des épaisseurs des patches sur les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches supraconducteurs empilés sont aussi

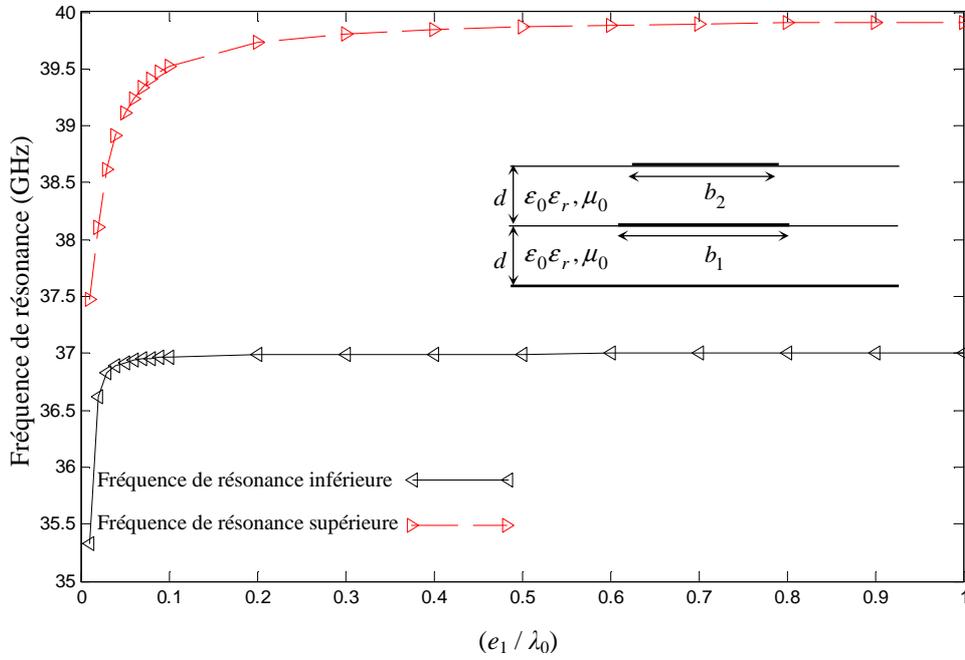


Figure 4a. Variations des fréquences de résonance des patches supraconducteurs empilés

avec l'épaisseur du patch inférieur lorsque $b_2 < b_1$; $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$,

$a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 700 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 23.81$, $d = 87 \mu\text{m}$, $e_2 = 1 \text{ nm}$, $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$,

$\lambda_0 = 100 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$ et $T = 50 \text{ K}$.

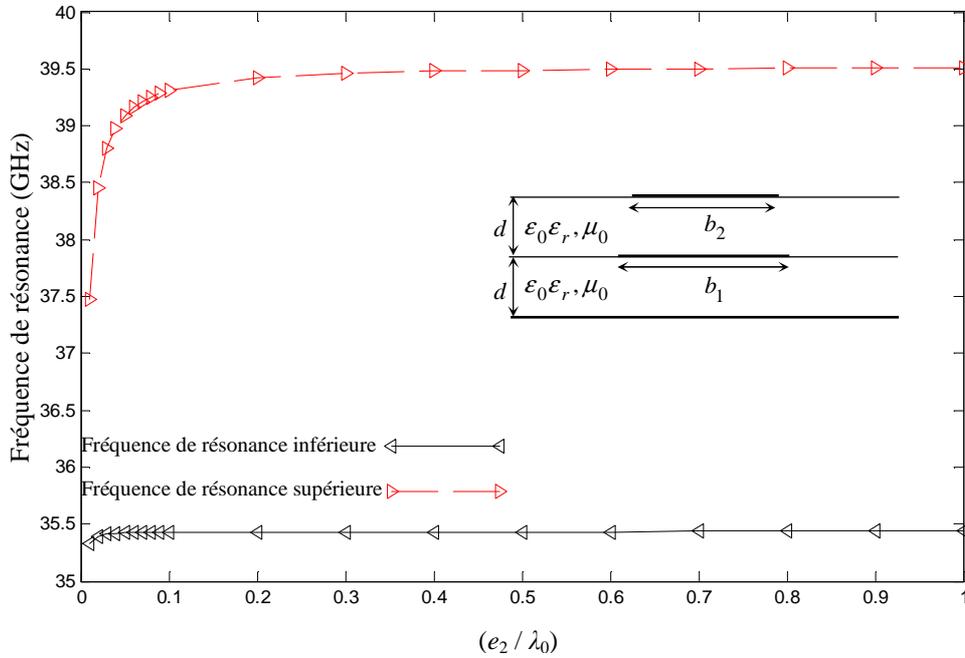


Figure 4b. Variations des fréquences de résonance des patches supraconducteurs empilés

avec l'épaisseur du patch supérieur lorsque $b_2 < b_1$; $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$,
 $a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 700 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 23.81$, $d = 87 \mu\text{m}$, $e_1 = 1 \text{ nm}$, $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$,

$\lambda_0 = 100 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$ et $T = 50 \text{ K}$.

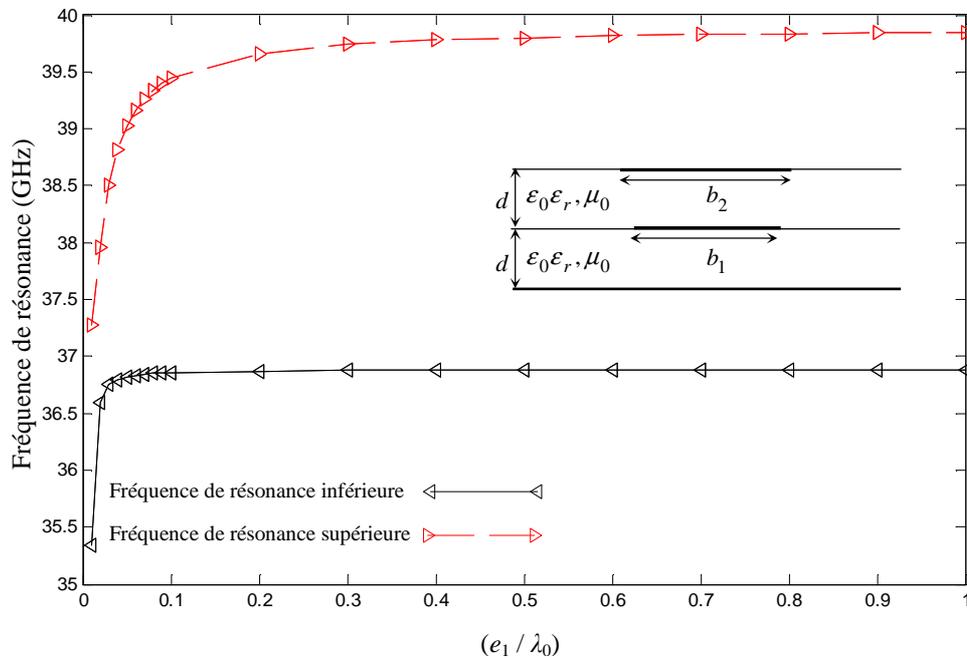


Figure 5a. Variations des fréquences de résonance des patches supraconducteurs empilés

avec l'épaisseur du patch inférieur lorsque $b_2 > b_1$; $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$,

$a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 704 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 23.81$, $d = 87 \mu\text{m}$, $e_2 = 1 \text{ nm}$, $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$,

$\lambda_0 = 100 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$ et $T = 50 \text{ K}$.

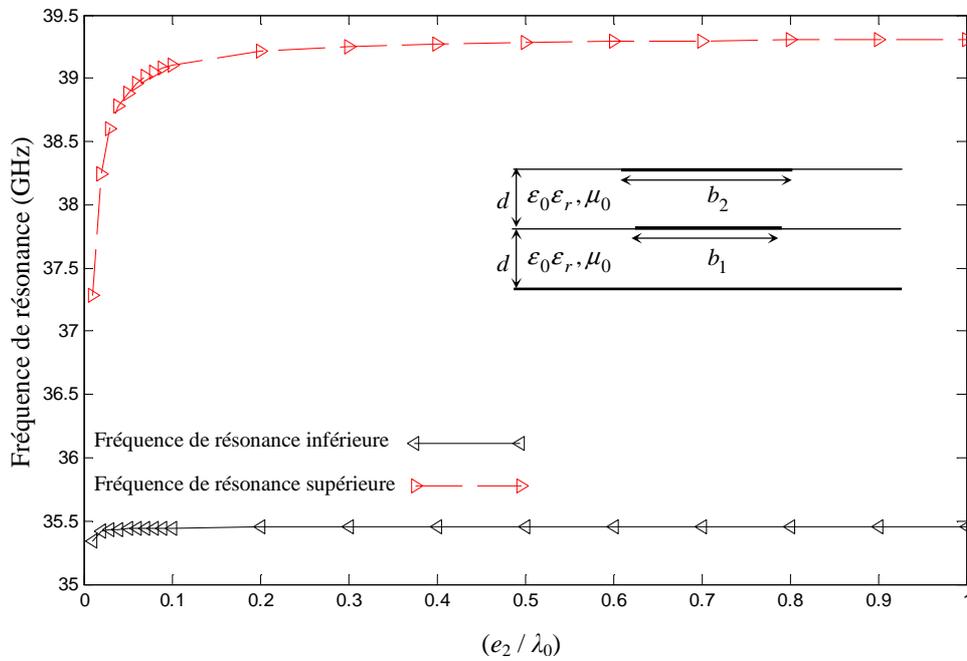


Figure 5b. Variations des fréquences de résonance des patches supraconducteurs empilés

avec l'épaisseur du patch supérieur lorsque $b_2 > b_1$; $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$,

$a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 704 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 23.81$, $d = 87 \mu\text{m}$, $e_1 = 1 \text{ nm}$, $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$,

$\lambda_0 = 100 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$ et $T = 50 \text{ K}$.

recherchés. Dans ces figures, la taille du patch inférieur est $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$, le patch supérieur a la même longueur et sa largeur est légèrement plus grande ($704 \mu\text{m}$). Dans les figures 5a (5b), l'épaisseur du patch supérieur (inférieur) est maintenue constante, alors que, l'épaisseur du patch inférieur (supérieur) est variée. Il est observé à partir de la figure 5a que lorsque l'épaisseur du patch inférieur augmente, la fréquence de résonance inférieure augmente, alors qu'elle demeure pratiquement constante lorsque l'épaisseur du patch supérieur augmente comme indiqué dans la figure 5b. Bien que lorsque $b_2 > b_1$, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse [18], il est important de noter que la configuration du champ électromagnétique dans ce résonateur est fortement influencée par le patch inférieur, qui est localisé à l'intérieur de ce résonateur [31]. Il est aussi observé à partir des figures 5a et 5b que la fréquence de résonance supérieure est affectée par la variation de l'épaisseur du patch inférieur aussi bien que par la variation de l'épaisseur du patch supérieur. Ce dernier résultat peut être expliqué par le fait que lorsque $b_2 > b_1$, la résonance supérieure est reliée au patch inférieur et elle est significativement perturbée par les champs de bord (fringing fields) du patch supérieur [18], [31].

III.4. Influence de la température sur la bande passante et le facteur de qualité

L'influence de la température de fonctionnement sur la bande passante et le facteur de qualité des patches supraconducteurs empilés montrés dans la figure 1 est étudiée dans la figure 6. Les paramètres de l'antenne sont identiques à ceux utilisés dans la figure 3. Notons que la variation de la permittivité du substrat d'aluminate de lanthane avec la variation de la température, comme indiqué par l'expérience de Richard *et al.* [8], est prise en compte dans nos calculs. L'antenne supraconductrice opère à la fréquence de résonance inférieure. Il est observé à partir de la figure 6a que l'effet de la variation de la température

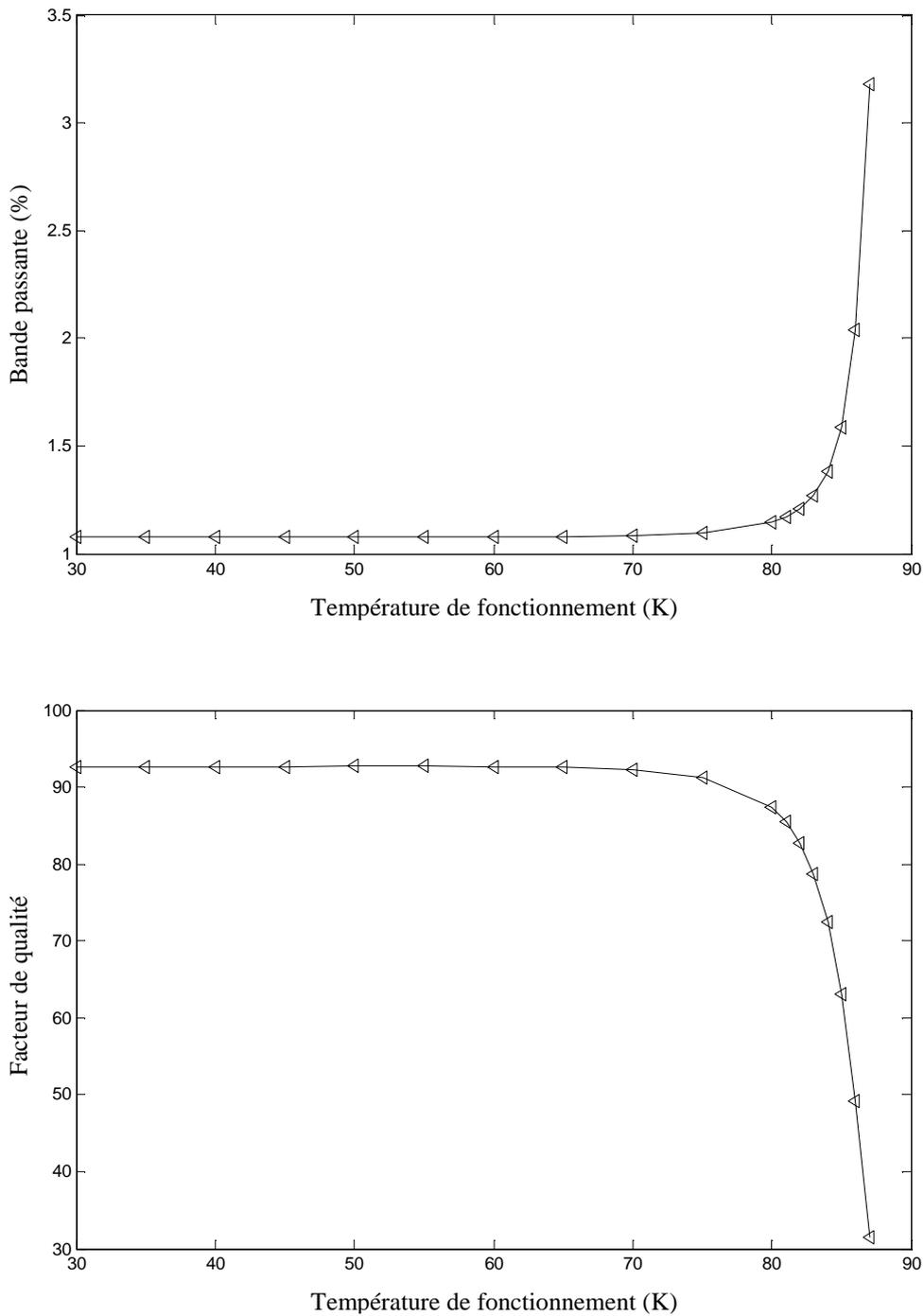


Figure 6. Bande passante et facteur de qualité des patches supraconducteurs empilés en fonction de la température de fonctionnement. L'antenne opère à la fréquence de résonance inférieure; $a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$, $d = 87 \mu\text{m}$, $e_1 = e_2 = 35 \text{ nm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$,

$$\lambda_0 = 140 \text{ nm} \text{ et } T_c = 89 \text{ K}.$$

sur la bande passante est significatif uniquement pour des températures voisines de la température de transition. Ce comportement est en accord avec celui découvert expérimentalement par Richard *et al.* [8] pour des antennes supraconductrices monocouches. Comme exemple, lorsque la température de fonctionnement est variée de $T = 84 \text{ K}$ à $T = 87 \text{ K}$, la bande passante augmente de 1.379% à 3.182% pour un changement fractionnel large de 130.75%. Dans la figure 6b, nous étudions l'effet de la température sur le facteur de qualité de l'antenne supraconductrice empilée. Il est observé que l'augmentation de la température diminuera le facteur de qualité. Cette diminution est significative pour des températures proches de la température de transition.

III.5. Caractéristiques des résonances inférieure et supérieure

Dans cette sous-section, pour une meilleure compréhension de l'opération en mode bifréquence, nous comparons entre les caractéristiques des résonances inférieure et supérieure. Nous considérons la troisième structure étudiée dans le tableau 1, c.-à-d., $a_1 \times b_1 = 2900 \text{ } \mu\text{m} \times 3930 \text{ } \mu\text{m}$, $a_2 \times b_2 = 2900 \text{ } \mu\text{m} \times 3000 \text{ } \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 1$, $d = 20.5 \text{ } \mu\text{m}$, $e_1 = e_2 = 350 \text{ nm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$ et $T = 50 \text{ K}$. Pour le cas de la résonance inférieure, la fréquence de résonance complexe et les densités surfaciques de courant sur les patches inférieur et supérieur sont [31]

$$f_l^c = 37.503 + i 5.825 \times 10^{-2} \text{ [GHz]} \quad (27)$$

$$J_y^1(x, y) = 0.994 \cos(254.453 \pi y) \text{ [A/m]} \quad (28a)$$

$$J_x^1(x, y) = 0 \text{ [A/m]} \quad (28b)$$

$$J_y^2(x, y) = 0.016 \cos(333.333 \pi y) \text{ [A/m]} \quad (29a)$$

$$J_x^2(x, y) = 0 \text{ [A/m]} \quad (29b)$$

Pour le cas de la résonance supérieure, la fréquence de résonance complexe et les densités surfaciques de courant sur les patches inférieur et supérieur sont [31]

$$f_u^c = 55.617 + i 18.246 \times 10^{-2} \text{ [GHz]} \quad (30)$$

$$J_y^1(x, y) = 0.527 \cos(254.453 \pi y) \text{ A/m} \quad (31a)$$

$$J_x^1(x, y) = 0 \text{ [A/m]} \quad (31b)$$

$$J_y^2(x, y) = 0.849 \cos(333.333 \pi y) \text{ [A/m]} \quad (32a)$$

$$J_x^2(x, y) = 0 \text{ [A/m]} \quad (32b)$$

A partir des résultats du tableau 1 et l'équation (27), il est clair que la fréquence de résonance inférieure ($f_l = 37.503$ GHz) est très proche de la fréquence de résonance du patch inférieur isolé (37.509 GHz). Ceci signifie que la fréquence de résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse. La fréquence de résonance inférieure est pratiquement indépendante du patch supérieur puisque le courant sur ce dernier étant très faible (voir équations (29a) et (29b)) n'affecte pas significativement les champs à l'intérieur du résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse [31]. Concernant la fréquence de résonance supérieure, elle est associée avec le résonateur formé par les deux patches. Bien que la longueur de résonance de ce dernier résonateur est b_2 , la valeur de la fréquence de résonance supérieure ($f_u = 55.617$ GHz) est différente de celle du patch supérieur isolé (48.405 GHz). Ceci peut être expliqué par le fait que lorsque l'antenne opère à la fréquence de résonance supérieure, la configuration des champs à l'intérieur le résonateur formé par les deux patches est significativement perturbée par les champs de bord (fringing fields) au périmètre du patch inférieur [31].

Nous terminons cette section par une comparaison entre le champ électrique rayonné à la fréquence de résonance inférieure ($f_l = 37.503$ GHz) et celui obtenu lorsque l'antenne fonctionne à la fréquence de résonance supérieure ($f_u = 55.617$ GHz). Le plan considéré

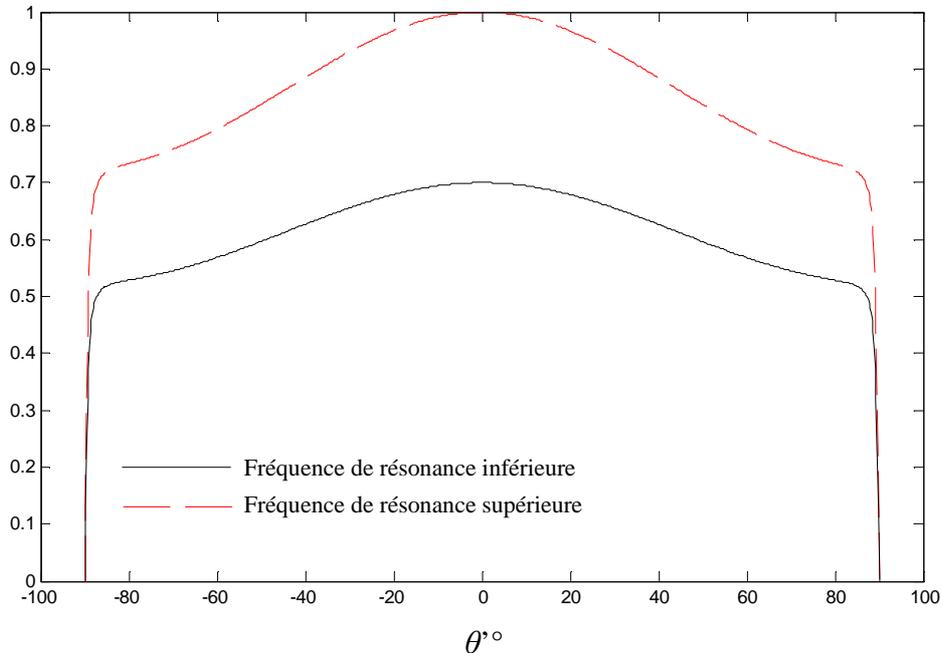


Figure 7. Comparaison entre le champ électrique rayonné à la fréquence de résonance inférieure ($f_l = 37.503$ GHz) et celui rayonné lorsque l'antenne opère à la fréquence de

résonance supérieure ($f_u = 55.617$ GHz); $a_1 \times b_1 = 2900 \mu\text{m} \times 3930 \mu\text{m}$,

$a_2 \times b_2 = 2900 \mu\text{m} \times 3000 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 1$, $d = 20.5 \mu\text{m}$, $e_1 = e_2 = 350 \text{ nm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$,

$$\lambda_0 = 140 \text{ nm}, T_c = 89 \text{ K}, T = 50 \text{ K} \text{ et } \phi' = \frac{\pi}{2}.$$

est le plan principal $\phi' = \frac{\pi}{2}$. A partir des résultats de la figure 7, il est observé que le champ électrique rayonné demeure important pour des angles proches de l'horizontale ($\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$) pour la fréquence de résonance inférieure aussi bien que pour la fréquence de résonance supérieure [31], [32]. Il est aussi observé à partir de la figure 7 que l'antenne supraconductrice rayonne d'une manière plus efficace lorsqu'elle opère à la fréquence de résonance supérieure [31], [32]. Ce résultat est en accord avec celui découvert théoriquement pour les patches parfaitement conducteurs empilés [33].

IV. Conclusion du chapitre 4

Le comportement bifréquence d'un empilement de deux patches supraconducteurs à hautes températures critiques a été recherché. L'analyse a été basée sur un modèle électromagnétique Full-wave conjointement avec les équations de London et le modèle des deux fluides de Gorter-Casimir. Des nouvelles expressions explicites ont été développées permettant le calcul des fonctions dyadiques de Green de la configuration empilée aisément via des multiplications matricielles simples. Ces nouvelles expressions peuvent être aisément généralisées au cas des structures multicouches empilées impliquant plus de deux patches rayonnant. La technique de la phase stationnaire a été utilisée pour l'évaluation du champ électrique rayonné. Nos résultats numériques obtenus via la méthode de Galerkin dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier ont été comparés avec ceux obtenus à partir du modèle de la cavité à murs latéraux magnétiques et un très bon accord a été trouvé. Les résultats numériques ont montré que l'influence de température de fonctionnement sur la fréquence de résonance inférieure et supérieure, la bande passante et le facteur de qualité des patches supraconducteurs empilés est spécialement significative pour des températures voisines de la température de transition.

Autres résultats ont aussi indiqué que la diminution de la température constitue un outil très efficace pour élargir la séparation entre les résonances inférieure et supérieure. Il a été aussi trouvé que quelles que soient les tailles relatives des patches supraconducteurs dans la configuration empilée, la fréquence de résonance supérieure est affectée par la variation de l'épaisseur du patch inférieur aussi bien que par la variation de l'épaisseur du patch supérieur. D'autre part, la fréquence de résonance inférieure est sensible uniquement à la variation de l'épaisseur du patch inférieur lorsque les épaisseurs des deux patches supraconducteurs à hautes températures critiques varient. Finalement, Nous avons montré que l'antenne supraconductrice empilée rayonne de façon plus efficace lorsqu'elle opère à la fréquence de résonance supérieure. Ce dernier résultat est en accord avec celui découvert théoriquement pour des patches rectangulaires empilés parfaitement conducteurs [33].

V. Références bibliographiques

- [1] S. K. Pavuluri, C. Wang, and A. J. Sangster, "High efficiency wideband aperture-coupled stacked patch antennas assembled using millimeter thick micromachined polymer structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 58, pp. 3616-3621, Nov. 2010.
- [2] O. Q. Teruel, Z. Sipus, and E. R. Iglesias, "Characterization and reduction of mutual coupling between stacked patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 59, pp. 1031-1036, Mar. 2011.
- [3] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer," *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.

-
- [4] D. Khedrouche, F. Bouttout, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Spectral-domain analysis of multilayer cylindrical-rectangular microstrip antennas," *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 33, pp. 930-939, 2009.
- [5] S. Benkouda and T. Fortaki, "Resonance of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of high-permittivity dielectric layer below the aperture," *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 239-241, 2011.
- [6] F. Zhao, T. T. Liu, and Z. P. Qian, "A circularly polarized aperture stacked patch microstrip antenna for L band," *Progress in Electromagnetics Research C.*, vol. 20, pp. 95-109, 2011.
- [7] S. Shekhawat, P. Sekra, D. Bhatnagar, V. K. Saxena, and J. S. Saini, "Stacked arrangement of rectangular microstrip patches for circularly polarized broadband performance," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 9, pp. 910-913, 2010.
- [8] M. A. Richard, K. B. Bhasin, and P. C. Claspny, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 967-974, July 1993.
- [9] S. Liu and B. Guan, "Wideband high-temperature superconducting microstrip antenna," *Electron. Lett.*, vol. 41, no. 17, Aug. 2005.
- [10] O. Barkat and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of superconducting annular ring microstrip antenna on uniaxial anisotropic media," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 30, pp. 1053-1066, 2009.
- [11] F. Chebbara, S. Benkouda, and T. Fortaki, "Fourier transform domain analysis of high T_c superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with

- rectangular aperture,” *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 31, pp. 821-832, 2010.
- [12] F. Benmeddour, C. Dumond, F. Benabdelaziz and F. Bouttout, “Improving the performances of a high T_c superconducting circular microstrip antenna with multilayered configuration and anisotropic dielectrics,” *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 18, pp. 169-183, 2011.
- [13] S. E. Valavan, A. B. Yang, A. Yarovoy, and L. P. Ligthart, “An M-band differentially fed, aperture coupled stacked patch antenna in LTCC,” *5th European Radar Conference*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 200-203, 2008.
- [14] A. S. Elkorany, A. A. Sharshar, and S. M. Elhalafawy, “Ultra wideband stacked microstrip patch antenna,” *3rd European Conference on Antennas and Propagation*, pp. 1464-1466, 2009.
- [15] J. Gao, K. Li, and H. Harada, “Wideband stacked microstrip patch antenna on thin PTFE substrate for millimetre-wave personal area network (mmWPAN),” *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 1-4, 2010.
- [16] J. Anguera, C. Puente, C. Borja, N. Delbene, and J. Soler, “Dual-frequency broadband stacked microstrip patch antenna,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 2, pp. 36-39, 2003.
- [17] M. T. Islam, N. Misran, M. N. Shakib, and B. Yatim, “Wideband stacked microstrip patch antenna for wireless communication,” *International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications*, pp. 547-550, 2008.
- [18] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, “On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.

-
- [19] L. Han, W. Zhang, X. Chen, G. Han, and R. Ma, "Design of compact differential dual-frequency antenna with stacked patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 58, pp. 1387-1392, Apr. 2010.
- [20] W. C. Chew and T. M. Habashy, "The use of vector transforms in solving some electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 871-879, July 1986.
- [21] S. Benkouda and T. Fortaki, "Study of microstrip patch resonator printed on anisotropic substrate characterized by permittivity and permeability tensors," *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 578-580, 2011.
- [22] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.
- [23] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. Reading, MA: Addison-Wesley, pp. 663-670, 1990.
- [24] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [25] V. Losada, R. R. Boix, and M. Horno, "Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 488-498, Apr. 1999.
- [26] K. F. Lee and J. S. Dahele, in *Handbook of Microstrip Antennas*, ed. by J.R. James and P. S. Hall. London: Peter Peregrinus, pp. 111-214, 1989.

- [27] K. L. Chung and A. S. Mohan, "A circularly polarized stacked electromagnetically coupled patch antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 52, pp. 1365-1370, May 2004.
- [28] T. Fortaki and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [29] Z. Fan and K. F. Lee, "Hankel transform domain Analysis of dual-frequency stacked circular-disk and annular-ring microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 867-870, June 1991.
- [30] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Vector Hankel transform analysis of a tunable circular microstrip patch," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 21, no. 5, pp. 219-231, May 2005.
- [31] S. Benkouda, M. Amir, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Dual-frequency behaviour of stacked high T_c superconducting microstrip patches," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, pp. 1350-1366, 2011.
- [32] S. Benkouda, T. Fortaki, et A. Benghalia, "Etude du comportement bifréquence des antennes microbandes empilées à plaques parfaitement conductrices et supraconductrices," *1^{ière} journée des doctorants du LHS*, Laboratoire Hyperfréquences et Semi-conducteurs, Université de Constantine, Algérie, 8 Déc., 2011.
- [33] T. Fortaki, S. Benkouda, F. Chebbara et D. Arar, "Rayonnement des antennes microbandes fonctionnant en mode bifréquence," *2nd International Conference on Electronics Systems (CISE 2009)*, pp. 183-186, Université de Batna, Algérie, 25-26 Oct., 2009.

Conclusion Générale

Conclusion générale

A la différence des circuits intégrés micro-ondes aux basses fréquences, il est extrêmement difficile, voir même impossible, d'ajuster les caractéristiques des antennes microbandes une fois elles sont réalisées. Par conséquent, la CAO est un outil indispensable dans la réalisation de ces antennes. Le véritable challenge dans la CAO se situe au niveau des méthodes numériques fiables qui allient à la fois précision et vitesse de calcul. La présente thèse a apporté un apport concret dans le patrimoine de la CAO des antennes microbandes. En outre des résultats originaux présentés pour le cas d'un patch circulaire supraconducteur à haute température critique, les résultats inhérents aux antennes microbandes empilées à plaques parfaitement conductrices et supraconductrices ont retenu l'attention d'experts au plus haut niveau.

Tout d'abord nous avons commencé par la présentation d'une brève description simplifiée du fonctionnement des antennes microbandes. Nous avons également exposé les différentes techniques de métallisation du substrat ainsi que les trois discontinuités existantes au niveau d'une structure microbande ouverte.

Les composants micro-ondes passifs supraconducteurs tels que antennes, filtres, lignes de transmission et déphaseurs ont montré une supériorité significative relativement aux composants correspondants fabriqués avec des conducteurs normaux tels que l'or, l'argent et le cuivre en raison des avantages des supraconducteurs [1]-[3]. L'étude des caractéristiques électromagnétiques d'un patch circulaire supraconducteur à haute température critique a formé le deuxième volet de cette thèse. La méthode de Galerkin dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel conjointement avec le théorème des deux fluides de Gorter-Casimir et les équations des frères London [4] ont été utilisés pour le calcul numérique de la fréquence de résonance et la bande passante d'un disque circulaire supraconducteur noyé dans un substrat multicouche contenant des diélectriques

isotropes et/ou anisotropes. La détermination de la fonction de Green du disque supraconducteur dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel, nous donne la possibilité d'exploiter cette dernière dans l'analyse des patches supraconducteurs de forme rectangulaire sans avoir recours à aucune transformation. Le problème de valeurs aux frontières a été réduit en un système d'équations intégrales vectorielles couplées en utilisant le formalisme des transformées vectorielles de Hankel. Les fonctions de base utilisées pour l'approximation de la densité de courant sur le disque circulaire supraconducteur à haute température critique ont été formées par l'ensemble orthogonal complet des modes TM et TE d'une cavité cylindrique avec murs latéraux magnétiques et de murs électriques au sommet et à la base. Comme dans le cas des disques circulaires parfaitement conducteurs, nous avons trouvé que ces fonctions de base sont très appropriées pour l'analyse dans le domaine des transformées vectorielles de Hankel des disques microbandes circulaires supraconducteurs. L'impédance de surface complexe a été calculée en supposant que l'épaisseur du film supraconducteur est inférieure à trois fois la profondeur de pénétration à une température nulle. Afin de valider l'approche proposée, nous avons comparé nos résultats numériques avec des données théoriques et expérimentales disponibles dans la littérature. Les résultats numériques ont montré que l'effet de l'épaisseur du film supraconducteur est plus prononcé pour des épaisseurs inférieures à $0.1 \lambda_0$ (λ_0 étant la profondeur de pénétration à une température nulle). Un soin extrême devrait être pris lors de la réalisation d'une antenne circulaire avec un film supraconducteur mince ; puisque une petite incertitude lorsque le disque est fabriqué peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence de l'antenne. L'étude de l'influence de la température sur la fréquence d'opération et la bande passante de l'antenne circulaire a indiqué que l'augmentation de la température cause une diminution (augmentation) dans la fréquence de résonance (bande passante). Cette diminution

(augmentation) est significative pour des valeurs de température voisines de la température critique. Concernant l'antenne circulaire supraconductrice ayant un gap d'air, nous avons montré que la séparation d'air peut être ajustée de manière à obtenir une fréquence d'opération maximale. La bande passante, d'autre part, croît de façon monotone avec l'augmentation de la largeur du gap d'air. Une attention particulière devrait être prise lors de la conception d'une antenne circulaire supraconductrice ayant un gap d'air mince ; puisque une petite incertitude dans l'ajustement de la séparation en air peut causer un décalage important de la fréquence. Une solution très pratique à ce problème a été donnée. Ces comportements sont en harmonies avec ceux découverts théoriquement pour le cas d'un patch rectangulaire supraconducteur [1], [3]. Dans le but d'expliquer les résultats obtenus, nous avons déterminé une permittivité équivalente de la structure bicouche pour les trois matériaux considérés à savoir l'Arséniure de Gallium (GaAs), l'oxyde de Magnésium (MgO) et l'oxyde de Beryllium (BeO).

La géométrie conventionnelle d'un résonateur microbande est constitué d'un seul patch métallique imprimé sur un substrat diélectrique monocouche. C'est une configuration simple facile à fabriquer, mais elle est limitée dans ses possibilités fonctionnelles. De nombreuses recherches ont été effectuées visant l'amélioration des performances des résonateurs microbandes. Parmi les diverses configurations proposées dans la littérature ouverte, la géométrie empilée semble être très prometteuse [5], [6]. La présentation d'un modèle numérique fiable permettant la caractérisation électromagnétique d'une antenne microbande possédant une configuration à empilement, constituée de deux patches rectangulaires parfaitement conducteurs noyés dans un milieu multicouche contenant des matériaux à anisotropie de type électrique et magnétique, a formé le troisième volet de cette thèse. Le premier mode fondamental TM_{01} a été considéré. Des nouvelles formules explicites ont été développées pour le calcul des dyades de Green

tenant compte de l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique [7]. Nous avons montré que ces nouvelles formules explicites sont valables pour des structures impliquant plusieurs patches empilés. Les résultats numériques qui ont été présentés dans ce chapitre se sont confinés à une structure d'antenne bicouche. Il a été montré que les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée, qui déterminent le comportement bifréquence de l'antenne, dépendent des tailles relatives des longueurs de résonance des patches. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus grande que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse et la résonance supérieure est reliée au patch inférieur. La résonance inférieure est très voisine de la fréquence de résonance du patch supérieur isolé. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus petite que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et la résonance supérieure est associée avec le résonateur formé par les deux patches parfaitement conducteurs. Maintenant, la résonance inférieure est très proche de la fréquence de résonance du patch inférieur isolé (c.-à-d., le patch inférieur dans une configuration substrat-superstrat). En ce qui concerne la bande passante, nous avons montré que pour faire bénéficier l'antenne d'une bande passante large, il est nécessaire de la faire fonctionner à sa résonance inférieure (supérieure) lorsque $b_2 > b_1$ ($b_2 < b_1$). Autres résultats numériques ont aussi indiqué que l'anisotropie uniaxiale de type électrique et magnétique (négative ou positive) a un effet plus significatif sur le résonateur responsable de la résonance inférieure que sur le résonateur responsable de la résonance supérieure.

Le besoin accru de transmission de données à haut débit couplé à la demande toujours croissante des dispositifs mobiles a généré un grand intérêt pour les antennes exhibant à la fois un gain élevé et une bande passante large [8]. Les patches empilés

supraconducteurs sont l'une des solutions les plus adoptées pour l'élargissement de la bande passante et l'amélioration du gain des antennes microbandes [8]. L'étude du comportement bifréquence d'un empilement de deux patches supraconducteurs à hautes températures critiques a formé le quatrième volet de cette thèse. L'analyse a été basée sur un modèle électromagnétique Full-wave conjointement avec les équations de London et le modèle des deux fluides de Gorter-Casimir. Des nouvelles expressions explicites ont été développées permettant le calcul des fonctions dyadiques de Green de la configuration empilée aisément via des multiplications matricielles simples. Ces nouvelles expressions peuvent être aisément généralisées au cas des structures multicouches empilées impliquant plus de deux patches rayonnant. La technique de la phase stationnaire a été utilisée pour l'évaluation du champ électrique rayonné. Nos résultats numériques obtenus via la méthode de Galerkin dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier ont été comparés avec ceux obtenus à partir du modèle de la cavité à murs latéraux magnétiques et un très bon accord a été trouvé. Les résultats numériques ont montré que l'influence de température de fonctionnement sur la fréquence de résonance inférieure et supérieure, la bande passante et le facteur de qualité des patches supraconducteurs empilés est spécialement significative pour des températures voisines de la température de transition. Autres résultats ont aussi indiqué que la diminution de la température constitue un outil très efficace pour élargir la séparation entre les résonances inférieure et supérieure. Il a été aussi trouvé que quelles que soient les tailles relatives des patches supraconducteurs dans la configuration empilée, la fréquence de résonance supérieure est affectée par la variation de l'épaisseur du patch inférieur aussi bien que par la variation de l'épaisseur du patch supérieur [8]. D'autre part, la fréquence de résonance inférieure est sensible uniquement à la variation de l'épaisseur du patch inférieur lorsque les épaisseurs des deux patches supraconducteurs varient [8]. Finalement, Nous avons montré que l'antenne

supraconductrice empilée rayonne de façon plus efficace lorsqu'elle opère à la fréquence de résonance supérieure. Ce dernier résultat est en accord avec celui découvert théoriquement pour des patches rectangulaires empilés parfaitement conducteurs [9].

Malgré que les logiciels commerciaux de simulation électromagnétique ont prouvé leurs performances dans la prévision des caractéristiques des antennes microbandes, les programmes élaborés dans la présente thèse peuvent constituer un concurrent pour ces logiciels, puisque ils allient à la fois précision et vitesse de calcul. En outre de la possibilité de l'exploitation de ces programmes dans le processus de réalisation des antennes microbandes (parfaitement conductrices ou supraconductrices) ou dans l'investigation de leurs caractéristiques, ces programmes peuvent aussi être à la base de la validation de nouvelles techniques en cours de développement au sein de notre laboratoire.

Références bibliographiques

- [1] S. Benkouda, "Caractérisation d'un patch microbande supraconducteur dans une configuration substrat-superstrat. Effets du gap d'air sur la résonance de l'antenne supraconductrice ajustable," Mémoire de Magister, Université de Batna, Décembre 2008.
- [2] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, "Study of high T_c superconducting microstrip antenna," in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1405-1408, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [3] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, "Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch," in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1566-1570, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.

- [4] F. Chebbara, S. Benkouda, and T. Fortaki, “Fourier transform domain analysis of high T_c superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture,” *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 31, pp. 821-832, 2010.
- [5] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, “On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [6] S. Benkouda, T. Fortaki. and A. Benghalia, “Analysis of dual-frequency stacked circular-disk microstrip antenna,” *Fifth Saudi Science Conference*, Makkah, Saudi, Apr. 16-18, 2012.
- [7] S. Benkouda and T. Fortaki, “Study of microstrip patch resonator printed on anisotropic substrate characterized by permittivity and permeability tensors,” *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 578-580, 2011.
- [8] S. Benkouda, M. Amir, T. Fortaki, and A. Benghalia, “Dual-frequency behaviour of stacked high T_c superconducting microstrip patches,” *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, pp. 1350-1366, 2011.
- [9] T. Fortaki, S. Benkouda, F. Chebbara et D. Arar, “Rayonnement des antennes microbandes fonctionnant en mode bifréquence,” *2nd International Conference on Electronics Systems (CISE 2009)*, pp. 183-186, Université de Batna, Algérie, 25-26 Oct., 2009.

Annexes

Annexe A

Modèle des deux fluides de Gorter et Casimir

Annexe B

Equations des frères London

Annexe A

Modèle des deux fluides de Gorter et Casimir

Si l'état supraconducteur existe dans certains matériaux c'est qu'ils sont stables et énergétiquement favorables par rapport à l'état normal. C'est dans cet esprit que Gorter et Casimir ont appliqué le modèle des deux fluides aux supraconducteurs. Ils supposent que le matériau supraconducteur en dessous de T_c est un milieu à deux états : l'un étant composé d'électrons normaux qui ont une densité n_n et ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac (deux électrons ne peuvent pas se trouver dans le même état énergétique, les états sont donc remplis depuis le moins énergétique jusqu'au plus énergétique et le dernier état occupé est appelé le niveau de Fermi E_F) et l'autre étant constitué d'électrons supraconducteurs qui ont une densité n_s et forment un condensât de Bose-Einstein (les électrons auront tendance à se condenser à une seule énergie la plus basse possible). Etant donné la densité d'électrons dans un volume :

$$n = N/V \tag{A.1}$$

où N est le nombre d'électrons et V le volume). Le nombre d'électrons ne change pas avec la température et

$$n = n_n + n_s \tag{A.2}$$

On peut définir une densité relative d'électrons normaux

$$x = n_n/n \tag{A.3}$$

et comme $n = n_n + n_s$, la densité relative d'électrons supraconducteurs est :

$$1 - x = n_s/n \tag{A.4}$$

Afin de comprendre comment varie x avec la température, il nous faut une expression de l'énergie en fonction de la densité relative d'électrons normaux x et la température T . A la base de la description de ce nouvel état, Gorter et Casimir ont émis deux hypothèses :

Hypothèse 1 : $T = 0 \Rightarrow x = 0 \Leftrightarrow n = n_s$: Tous les électrons sont supraconducteurs à $T = 0$ K .

Hypothèse 2 : $T \geq T_c \Rightarrow x = 1 \Leftrightarrow n = n_n$: Tous les électrons sont normaux.

Gorter et Casimir ont proposé l'équation suivante qui satisfait les hypothèses 1 et 2 pour $0 \leq T \leq T_c$,

$$F(x, T) = \sqrt{x} f_n(T) + (1 - x) f_s(T) \quad (\text{A.5})$$

où

$$f_n(T) = -\frac{1}{2} \gamma T^2 \quad (\text{A.6})$$

est l'énergie libre des électrons dans un métal normal et

$$f_s(T) = -\beta \quad (\text{A.7})$$

est l'énergie à laquelle se trouvent les électrons après condensation sur le niveau fondamental supraconducteur ; on les appelle alors "superélectrons". Dans l'équation (A.6) γ est la chaleur spécifique électronique ne dépend pas de la température. β dans l'équation (A.7) est l'énergie de l'état fondamental ou de condensation. Selon les hypothèses 1 et 2 ainsi que l'équation 'A.5), nous obtenons

$$F(0, 0) = \sqrt{0} f_n(0) + (1 - 0) f_s(0) = f_s(0) = -\beta \quad (\text{A.8})$$

$$F(1, T_c) = \sqrt{1} f_n(T_c) + (1 - 1) f_s(T_c) = f_n(T_c) = -\frac{1}{2} \gamma T_c^2 \quad (\text{A.9})$$

En annulant la dérivée partielle de l'équation (A.5), on obtient la condition de minimum pour une température T fixe

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_T = 0 = f_n(T) \frac{\partial \sqrt{x}}{\partial x} + f_s(T) \frac{\partial (1-x)}{\partial x} = f_n(T) \frac{1}{2\sqrt{x}} - f_s(T) \quad (\text{A.10})$$

L'équation (A.7) réexprimée avec les définitions de $f_n(T)$ et $f_s(T)$ donne

$$\beta = \frac{1}{4} \gamma T^2 \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (\text{A.11})$$

Comme nous n'avons pas fait d'hypothèse sur T , l'équation (A.11) est valable tant que $T \leq T_c$. En particulier (hypothèse 2 : $x=1$) :

$$\beta = \frac{1}{4} \gamma T_c^2 \frac{1}{\sqrt{1}} \quad (\text{A.12})$$

En égalisant les équations (A.11) et (A.12) et en simplifiant γ , on trouve :

$$\frac{1}{4} \gamma T^2 \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{4} \gamma T_c^2 \frac{1}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow x = \left(\frac{T}{T_c}\right)^4 = t^4 \quad (\text{A.13})$$

D'où, on obtient la densité des superélectrons en fonction de la température,

$$n_s(T) = n(1-x) = n(1-t^4) \quad (\text{A.14})$$

De fait, la densité d'électrons supraconducteurs n_s augmente très vite en dessous de T_c :

$$T \ll T_c \Rightarrow n_s \approx n \quad (\text{A.15})$$

Annexe B

Equations des frères London

Les frères Fritz et Heinz London proposèrent deux équations qui portent leur nom. Ils ont décrit les deux propriétés fondamentales de la supraconductivité : la résistance nulle et l'effet Meissner et ont exprimé ces deux phénomènes en termes des équations de Maxwell. Le champ électrique \mathbf{E} sur une charge q_s exerce une force décrite par l'équation :

$$\mathbf{F} = q_s \mathbf{E} \quad (\text{B.1})$$

L'accélération est liée à la force par la relation

$$\mathbf{F} = m_s \frac{d \mathbf{v}_s}{dt} \quad (\text{B.2})$$

où \mathbf{v}_s est la vitesse des superélectrons et m_s étant la masse des superélectrons. En combinant les équations (B.1) et (B.2), on obtient une équation du mouvement d'une particule chargée dans le champ \mathbf{E} (équation de Drude-Lorentz) :

$$m_s \frac{d \mathbf{v}_s}{dt} = q_s \mathbf{E} \quad (\text{B.3})$$

B.1. Première équation de London

On définit une densité de supercourant par unité de surface \mathbf{J}_s qui sera proportionnelle à la vitesse des porteurs de charge (superélectrons) \mathbf{v}_s , à leur charge q_s ainsi qu'à leur nombre par unité de volume n_s :

$$\mathbf{J}_s = n_s q_s \mathbf{v}_s \quad (\text{B.4})$$

En substituant (B.4) dans (B.3), on trouve

$$\frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} = \left(\frac{n_s q_s^2}{m_s} \right) \mathbf{E} \quad (\text{B.5})$$

Qui donne l'équation de London pour le champ électrique appelée aussi première équation de London :

$$\mathbf{E} = \left(\frac{m_s}{n_s q_s^2} \right) \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} \quad (\text{B.6})$$

B.2. Seconde équation de London

Le champ magnétique est lié au champ électrique et au courant par les équations de Maxwell :

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.7})$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J} \quad (\text{B.8})$$

et

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.9})$$

On admet que tous les superélectrons sont dus au champ magnétique et qu'il n'y a pas de variation du champ électrique. L'équation (B.8) devient

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (\text{B.10})$$

En substituant l'équation (B.6) dans (B.7), on trouve :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \left(- \frac{m_s}{n_s q_s^2} \right) \text{rot} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} \quad (\text{B.11})$$

Si on remplace $\frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t}$ par $\frac{1}{\mu_0} \text{rot} \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$ à partir de (B.10), on obtient

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \left(- \frac{m_s}{n_s q_s^2 \mu_0} \right) \text{rot rot} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.12})$$

En utilisant l'identité vectorielle :

$$\text{rot rot } \mathbf{B} = \text{grad div } \mathbf{B} - \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{B.13})$$

avec l'équation (B.9), on peut écrire l'équation (B.12) comme suit :

$$\nabla^2 \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) = \left(\frac{n_s q_s^2 \mu_0}{m_s} \right) \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.14})$$

Les frères London s'inspirent de l'expérience de Meissner et Ochsenfeld que le champ \mathbf{B} lui-même obéisse à l'équation (B.14) et pas seulement sa dérivée. L'équation (B.14) est phénoménologiquement remplacée par :

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \left(\frac{n_s q_s^2 \mu_0}{m_s} \right) \mathbf{B} \quad (\text{B.15})$$

Toute expression $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ apparaisse dans les équations (B.7)-(B.14) sera remplacée par \mathbf{B} .

L'équation (B.12) devient :

$$\mathbf{B} = \left(-\frac{m_s}{n_s q_s^2 \mu_0} \right) \text{rot} \mathbf{J}_s \quad (\text{B.16})$$

C'est l'équation de London pour le champ magnétique ou seconde équation de London. La solution de l'équation (B.15) indique que la valeur de \mathbf{B} décroît par $1/e$ à partir de la surface sur une longueur caractéristique λ_L appelée la profondeur de pénétration donnée par

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}} \quad (\text{B.17})$$

λ dépend de n_s (densité des superélectrons) et d'après le modèle de Gorter et Casimir elle dépend de la température aussi. En faisant le rapport de sa valeur à T à sa valeur au zéro absolu et grâce à la définition (B.17) et à l'équation (A.14) on obtient :

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} = \frac{\sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 q_s^2}} \sqrt{\frac{1}{n(1-t^4)}}}{\sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 q_s^2}} \sqrt{\frac{1}{n(1-0)}}} \quad (\text{B.18})$$

D'où on obtient la dépendance en température de la profondeur de pénétration de London

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}} \quad (\text{B.19})$$

où $\lambda_L(0)$ est la profondeur de pénétration à $T = 0 \text{ K}$.