

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université de Batna
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Electronique



THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

Doctorat en Sciences en Electronique

Option

Micro-ondes pour Télécommunications

Par

Lotfi DJOUANE

Thème

**Analyse des performances des antennes à structures
planaires fonctionnant en mode unifrèquence et
bifrèquence**

Devant le jury

<u>Président :</u>	Mr. Abdelmadjid BENGHALIA	Prof.	Univ. Constantine
<u>Rapporteur :</u>	Mr. Tarek FORTAKI	M. C.	Univ. Batna
<u>Examineurs :</u>	Mr. Malek BENSLAMA	Prof.	Univ. Constantine
	Mr. Abdelhafid CHAABI	Prof.	Univ. Constantine
	Mr. Djamel BENATIA	Prof.	Univ. Batna
	Mr. Ramdane MAHAMDI	M. C.	Univ. Batna

Dédicaces

A :

Mes chers parents

Mes frères et mes soeurs

Toute ma famille

Tous mes amis

Je dédie cette thèse

Remerciements

- ✓ Je voudrais exprimer, par ce modeste travail, ma gratitude et ma considération à Monsieur **Tarek FORTAKI**, Maître de conférences à l'université de Batna, pour avoir suivi mon travail avec une attention soutenue, pour leurs qualités scientifiques et humaines qui m'ont beaucoup aidé et guidé tout au long de mes années de recherches.
- ✓ Je remercie très sincèrement Monsieur le Professeur **Abdelmadjid BENGHALIA**, de l'université de Constantine, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse.
- ✓ Toute ma gratitude va à Monsieur le Professeur **Malek BENSLAMA**, de l'université de Constantine, pour avoir accepté d'évaluer ce travail.
- ✓ Que Monsieur, **Abdelhafid CHAABI**, Professeur à l'université de Constantine, soit remercié pour sa présence dans le jury.
- ✓ Monsieur **Djamel BENATIA**, Professeur à l'université de Batna, et Monsieur **Ramdane MAHAMDI**, Maître de conférences à l'université de Batna, ont aimablement accepté de participer au jury, je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.
- ✓ Je tiens à remercier particulièrement tous les enseignants du département d'électronique de l'université de Batna, qui ont veillé à notre formation.

- ✓ Mess remerciements vont également à tout le personnel du département d'électronique de l'université de Batna pour leur gentillesse et leur disponibilité.
- ✓ Enfin, j'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Table des matières

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre 1

Etude de l'origine du comportement bifréquence des antennes microrubans

I. Introduction.....	10
II. Géométrie du problème.....	11
III. Mise en équation du problème.....	12
IV. Résultats numériques et discussion.....	14
IV.1. Etude de l'origine du comportement bifréquence.....	15
IV.2. Influence de l'anisotropie uniaxiale négative et positive sur les résonances des patches rectangulaires inférieur et supérieur.....	20
IV.3. Interprétation physique des résultats obtenus dans la sous-section IV.2.....	29
V. Conclusion du chapitre.....	30
VI. Références bibliographiques.....	31

Chapitre 2

Rayonnement des antennes microbandes fonctionnant en mode unifréquence et bifréquence

I. Introduction.....	37
II. Champ rayonné pour une antenne fonctionnant en mode unifréquence.....	38
III. Champ rayonné pour une antenne fonctionnant en mode bifréquence.....	43
IV. Résultats pour des antennes fonctionnant en mode unifréquence.....	46
V. Résultats pour des antennes fonctionnant en mode bifréquence.....	50
V.1. Cas où la taille du patch supérieur est plus grande que celle de l'inférieur.....	50
V.2. Cas où la taille du patch supérieur est plus petite que celle de l'inférieur.....	53
VI. Conclusion du chapitre.....	56
VII. Références bibliographiques.....	58

Chapitre 3

Étude d'une antenne microbande
supraconductrice à haute température critique
présentant une ouverture dans le plan de masse

I. Introduction.....	65
II. Mise en équation du problème.....	68
II.1. Impédance complexe de surface du patch supraconducteur à haute T_c	68
II.2. Solution par l'analyse full-wave.....	70
III. Validation de l'approche proposée.....	74
IV. Discussion des résultats numériques.....	77
IV.1. Influence de l'ouverture sur la résonance et la bande passante du patch supraconducteur à haute température critique.....	77
IV.2. Influence de la température	80
IV.3. Influence de l'épaisseur du film supraconducteur.....	84
V. Conclusion du chapitre.....	86
VI. Références bibliographiques.....	87

Conclusion générale	92
---------------------------	----

Annexes	101
---------------	-----

Annexe A	
Modèle des deux fluides de Gorter et Casimir	102

Annexe B	
Equations des frères London.....	105

Annexe B	
Publications internationales dans le cadre de cette thèse London	109

Introduction générale

Introduction générale

Le développement des systèmes de télécommunication utilisant des antennes imprimées exige, de l'élément rayonnant de base, de plus en plus de possibilités tant au point de vue des caractéristiques de rayonnement et des impédances que des fonctions à réaliser. Exemples : fonctionnement bifréquence, intégration d'éléments actifs, réutilisation de fréquence (deux polarisations), traitement du signal, etc. Ceci suppose en particulier la modification de l'élément de base des antennes imprimées.

Les structures bifréquences sont utiles dans des situations où l'antenne doit opérer de façon efficace en deux fréquences bien distinctes. Les structures microrubans empilées garantissent ce type de fonctionnement. Ces dernières structures ont été largement analysées dans la littérature ouverte [1]-[5]. Cependant, ce qui est remarquable est que toutes ces études ont été incapables d'expliquer l'origine du comportement bifréquence de façon claire et correcte [6].

Contrairement aux caractéristiques de résonance des antennes microrubans empilées, les caractéristiques de rayonnement pour ces structures n'ont pas retenu l'attention nécessaire par les microondistes. Les antennes unifréquences ont une seule fréquence d'opération et par conséquent un diagramme de rayonnement unique et faible [7]-[9]. Pour le cas des antennes bifréquences, l'opération en mode bifréquence offre la possibilité d'avoir deux façons différentes de rayonnement. Donc, une manière d'augmenter le rayonnement est de choisir la résonance pour laquelle la distribution surfacique de courant est la plus grande.

La découverte de matériaux qui maintiennent leurs propriétés même à des températures élevées, au-dessus de la température de liquéfaction de l'Hélium, a donné l'intérêt de développer des composants pratiques qui exploitent les performances prometteuses du phénomène de la supraconductivité. Les avantages de l'utilisation des

matériaux supraconducteurs en hyperfréquences incluent : 1) très faible pertes ; ce qui veut dire réduction de l'atténuation et du niveau de bruit, 2) dispersion très petite, 3) miniaturisation des dispositifs microondes ; ce qui permet une large échelle d'intégration et 4) réduction dans le temps de propagation des signaux dans les circuits.

Plusieurs techniques ont été adoptées pour l'excitation des antennes microrubans. Les techniques les plus répandues sont : excitation par ligne microbande, par câble coaxial et par couplage à travers une ouverture coupée dans le plan de masse de l'antenne. De nombreux avantages ont été obtenus grâce à cette dernière technique d'alimentation. De tels avantages incluent un rayonnement parasite faible dans la direction utile comparativement aux antennes conventionnellement alimentées et une performance optimale pour le réseau d'alimentation ainsi que pour l'élément rayonnant [7]. En outre, la présence d'ouvertures dans le plan de masse des patchs microrubans ajoute de nouveaux paramètres de conception qui peuvent être utilisés comme un outil de réglage des fréquences de résonance, sans modifier la plaque elle-même [7]. Puisque les ouvertures dans le plan de masse peuvent jouer un rôle dans la conception des antennes patchs microrubans, les algorithmes développés pour l'analyse des résonateurs patchs microrubans doivent être capable de tenir compte de l'effet de l'existence possible d'ouvertures dans le plan de masse des résonateurs.

Dans cette thèse nous utilisons l'analyse full-wave pour l'étude des caractéristiques de résonance et de rayonnement des antennes microrubans fabriquées à base de patchs parfaitement conducteurs et supraconducteurs. Trois thèmes essentiels forment le corps de la présente thèse. Chaque thème sera exposé d'une façon assez indépendante et presque autonome dans un chapitre propre à lui.

Dans le chapitre 1, nous donnons pour la première fois une explication physique correcte de l'origine du comportement bifréquence des antennes empilées [6]. La structure

considérée est constituée de deux patchs rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat bicouche. Les deux couches sont à base du même matériau et d'épaisseurs identiques. Nous montrons que les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée, qui déterminent le comportement bifréquence de l'antenne, dépendent des tailles relatives des patchs. Vu que l'effet de l'anisotropie sur les caractéristiques de résonance des antennes empilées n'a pas été étudié d'une manière assez rigoureuse dans la littérature [6], nous examinons également dans ce chapitre l'effet de l'anisotropie sur les performances des structures microbandes empilées.

Dans le chapitre 2, la méthode de la phase stationnaire parallèlement avec le théorème de l'ouverture rayonnante [9] sont exploités pour le calcul du champ rayonné en zone lointaine des antennes microrubans opérantes en mode unifrèquence et bifréquence. Nous étudions de manière approfondie les caractéristiques de rayonnement des antennes microrubans empilées. Vu que le diagramme de rayonnement des antennes empilées est déterminé principalement par la distribution surfacique de courant sur le patch inférieur et supérieur, nous donnons un intérêt particulier à la détermination du courant surfacique sur chacun des deux patchs. Nous montrons que le rayonnement de l'antenne pour la résonance inférieure peut être différent de celui de la résonance supérieure.

Dans le chapitre 3, la méthode de Galerkin conjointement avec le modèle des deux fluides de Gorter et Casimir et les équations des frères London [13]-[16] sont utilisées pour l'étude des caractéristiques électromagnétiques d'une antenne microruban supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture rectangulaire dans le plan de masse. L'impédance complexe de surface du patch supraconducteur sera évaluée sous la condition d'un épaisseur mince du film supraconducteur (plus exactement une épaisseur inférieure à trois fois la profondeur de pénétration à la température zero). L'influence de l'ouverture sur la fréquence de résonance et la bande passante de l'antenne

supraconductrice sera considérée. Des résultats numériques concernant l'effet de la température ainsi que l'épaisseur du film supraconducteur sur les performances de l'antenne seront également présentés et argumentés.

Dans un souci de clarté de l'exposé et vue l'autonomie propre de chaque chapitre et son nombre important de formules mathématiques, nous avons opté pour une numérotation séparée des équations, paragraphes, tableaux, figures et références bibliographiques qui reste propre à chaque chapitre.

Références bibliographiques

- [1] M. M. Khodier and C. G. Christodoulou, "A proposed stacked microstrip antenna structure for bandwidth enhancement," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 36, no. 1, pp. 26-28, Jan. 2003.
- [2] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Radar cross section of stacked circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1136–1139, May 2003.
- [3] K. L. Chung and A. S. Mohan, "The effect of offset patch on the broadband characteristics of an electromagnetically coupled patch antenna," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, no. 5, pp. 345-348, Sept. 2003.
- [4] K. S. Kona and Y. R. Samii, "Novel probe-feeding architectures for stacked microstrip patch antennas," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, no. 6, pp. 467–475, Sept. 2003.
- [5] E. R. Iglesias, J. L. V. Roy, L. I. Sanchez, D. S. Vargas, V. G. Posadas, and C. M. Pascual, "Offset stacked patches behavior in an array," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 40, no. 3, pp. 262-265, Feb. 2004.

- [6] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [7] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004.
- [8] T. Fortaki. and A. Benghalia, "Efficient analysis of the far field pattern of rectangular microstrip patch using the stationary phase method," in *Proc. 16th International Conference on Microelectronics*, pp. 278-281, Tunis, Tunisia, Dec. 6-8, 2004.
- [9] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer," *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.
- [10] J. F. Seaux, "Conception, optimisation et test de dispositifs intégrant des matériaux en couche mince supraconducteurs ou ferroélectriques pour des applications de filtrage dans le domaine spatial," Thèse de Doctorat, Université de Limoges, Avril 2005.
- [11] N. Sekiya, A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, "Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators," *Physica C*, vol. 445-448, pp. 994-997, 2006.
- [12] C. P. Poole, H. A. Farach, R. J. Creswick, and R. Prozorov, *Superconductivity*. London: Academic Press, Second edition, 2007.
- [13] M. Amir, "Analyse d'une antenne microruban à patch supraconducteur," Mémoire de Magister, Université de Batna, Février 2008.

- [14] S. Benkouda, “Caractérisation d’un patch microbande supraconducteur dans une configuration substrat-superstrat. Effets du gap d’air sur la résonance de l’antenne supraconductrice ajustable,” Mémoire de Magister, Université de Batna, Décembre 2008.
- [15] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, “Study of high T_c superconducting microstrip antenna,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1405-1408, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [16] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, “Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1566-1570, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [17] T. Fortaki and A. Benghalia, “Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [18] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, “Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture,” *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.
- [19] C. Locker and T. F. Eibert, “Unidirectional radiation efficient stacked aperture antenna for X-band application,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 264-266, 2008.

- [20] S. K. Pavuluri, C. H. Wang, and J. Sangster, “A high-performance aperture-coupled patch antenna supported by a micromachined polymer ring,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 283-286, 2008.

Chapitre 1

Etude de l'origine du comportement bifréquence des antennes microrubans

Mots clefs : Comportement bifréquence, Résonateur inférieur, Résonateur supérieur.

Sommaire

- I. Introduction
- II. Géométrie du problème
- III. Mise en équation du problème
- IV. Résultats numériques et discussion
 - IV.1. Etude de l'origine du comportement bifréquence*
 - IV.2. Influence de l'anisotropie uniaxiale négative et positive sur les résonances des patches rectangulaires inférieur et supérieur*
 - IV.3. Interprétation physique des résultats obtenus dans la sous-section IV.2*
- V. Conclusion du chapitre
- VI. Références bibliographiques

I. Introduction

Une configuration standard pour une antenne microruban est un patch métallique unique supporté au-dessus d'un plan de masse parfaitement conducteur par un substrat diélectrique monocouche. C'est une configuration simple qui est relativement facile à fabriquer, mais elle est limitée dans ses possibilités fonctionnelles [1]-[10]. Les structures bifréquences sont utiles dans des situations où l'antenne doit opérer efficacement à deux fréquences bien distinctes. Les antennes microbandes conventionnelles ne garantissent pas ce type d'opération. Une configuration plus complexe, constituée de deux patches microrubans dans une configuration empilée, offre des performances nouvelles qui ne sont pas habituellement obtenues par la configuration patch-unique diélectrique unique. Ces performances incluent gain élevé [11]-[14], bande passante large [11]-[21] et caractéristiques bifréquences [11]-[15], [21]-[25]. Les caractéristiques du comportement bifréquence des configurations empilées ont été initialement étudiées expérimentalement par Long et Walton [15] utilisant des patches circulaires, avec la taille du patch supérieur était plus grande ou plus petite que celle de l'inférieur. Dans leur étude, les auteurs ont déclaré qu'il est possible de fixer la valeur approximative de la résonance inférieure par le choix de la taille du patch inférieure, et puis, relativement indépendamment fixer la résonance supérieure par un choix propre de la taille du patch supérieur. Cependant, Barlatey *et al.* [11] et Losada *et al.* [21], utilisant des configurations empilées dans lesquelles la taille du patch supérieur est plus grande que celle de l'inférieur, ont montré que la résonance inférieure est reliée au patch supérieur, alors que la résonance supérieure est reliée au patch inférieur. Ces deux derniers résultats indiquent que le comportement bifréquence des configurations empilées nécessite encore une étude plus rigoureuse. Dans ce présent chapitre, Une méthode adéquate pour investiguer le comportement bifréquence des antennes patches empilées est décrite, ce qui nécessite de considérer à la fois le cas où la

taille du patch rectangulaire supérieur est plus grande que celle de l'inférieur et le cas opposé. Aussi dans ce présent chapitre, l'influence de l'anisotropie uniaxiale dans le substrat [21], [26]-[28] sur les fréquences de résonance des patches rectangulaires empilés est examinée. Losada *et al.* [21], utilisant des patches circulaires, ont récemment démontré que l'anisotropie diélectrique dans le substrat a un effet plus significatif sur les résonances reliées au patch supérieur que sur les résonances reliées au patch inférieur. Nous montrons ici que ce résultat n'est pas valable dans le cas où la taille du patch inférieure est plus grande que celle du patch supérieur. Le chapitre est structuré comme suit. Dans la section II, nous présentons la géométrie de la structure considérée ainsi que le système d'axe adopté. La mise en équation du problème est reportée dans la section III. Dans la section IV, nous discutons en détail l'origine du comportement bifréquence des configurations microrubans empilées. Finalement, les conclusions tirées de cette étude sont résumées dans la section V.

II. Géométrie du problème

La figure 1.1 montre la géométrie de deux patches microrubans rectangulaires empilés placés au-dessus d'un plan de masse. Le patch inférieur a une longueur a_1 le long de la direction x et une largeur b_1 le long de la direction y . La taille du patch supérieur est $a_2 \times b_2$. Le patch inférieur et le patch supérieur sont symétriques. Le substrat est supposé être composé de deux couches de même matériau et épaisseur identique. Le matériau du substrat bicouche est choisi parmi deux différentes possibilités : un diélectrique isotrope et un matériau uniaxial anisotrope. Dans le cas où le substrat est un diélectrique isotrope, il est supposé que sa perméabilité est μ_0 et sa permittivité est $\epsilon_0 \epsilon_r$. Dans le cas où le substrat est un matériau uniaxial anisotrope, il est supposé que sa perméabilité est μ_0 et son tenseur de permittivité est de la forme suivante [29]

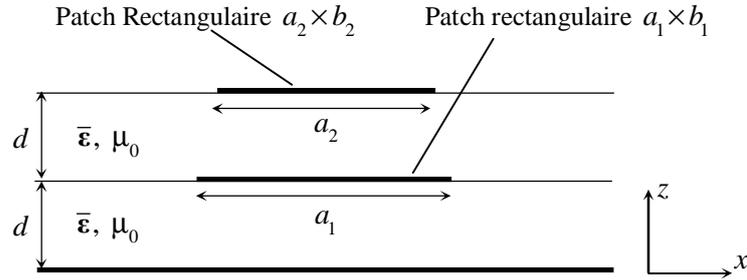


Figure 1.1. Structure d'antenne microruban empilée

$$\bar{\epsilon}_j = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_0 \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Dans ce chapitre, nous nous intéressons uniquement aux fréquences de résonance de la configuration empilée, et l'excitation n'est pas incluse dans la formulation ; avec les fréquences de résonance sont définies comme étant les parties réelles des racines complexes de l'équation caractéristique [29].

III. Mise en équation du problème

Les fréquences de résonance de la structure empilée montrée dans la figure 1.1 sont obtenues au moyen d'une extension de la méthode reportée dans [28]. Cette extension consiste à considérer une autre densité surfacique de courant dans la formulation théorique en outre de la densité surfacique du courant sur le patch inférieur, qui est la densité surfacique du courant sur le patch supérieur, lors de l'utilisation de la forme matricielle montrée dans [28, eq. (8)] afin d'exprimer le champ électromagnétique transverse dans le plan du patch supérieur en terme de celui dans le plan du patch inférieur [30]. Maintenant,

la fonction dyadique de Green relie les densités surfaciques de courant sur les patches inférieur et supérieur aux champs électriques transverses dans les plans des patches :

$$\mathbf{e}_l(\mathbf{k}_s) = \mathbf{G}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) + \mathbf{\Psi}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) \quad (1.2)$$

$$\mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) + \mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) \quad (1.3)$$

Les expressions des fonctions $\mathbf{G}(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{\Psi}(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{\Phi}(\mathbf{k}_s)$ et $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_s)$ sont indiqués clairement dans [29, eq. (7)]. Aussi, à la différence de la formulation théorique dans [28], le champ électrique transverse doit s'atténuer sur le plan de mass parfaitement conducteur ; puisque il n'y a pas d'ouverture dans le plan de masse de la configuration empilée montrée dans la figure 1.1 [30] :

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0) = \mathbf{0} \quad (1.4)$$

Afin de simplifier l'analyse, nous passons de la représentation (TM,TE) vers les coordonnées ordinaires (x,y) , en adoptant les transformations suivantes :

$$\mathbf{E}_l(\mathbf{k}_s) = \begin{bmatrix} k_x/k_s & k_y/k_s \\ k_y/k_s & -k_x/k_s \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}_l(\mathbf{k}_s) \quad (1.5)$$

$$\mathbf{E}_u(\mathbf{k}_s) = \begin{bmatrix} k_x/k_s & k_y/k_s \\ k_y/k_s & -k_x/k_s \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{J}_l(\mathbf{k}_s) = \begin{bmatrix} k_x/k_s & k_y/k_s \\ k_y/k_s & -k_x/k_s \end{bmatrix} \cdot \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{J}_u(\mathbf{k}_s) = \begin{bmatrix} k_x/k_s & k_y/k_s \\ k_y/k_s & -k_x/k_s \end{bmatrix} \cdot \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) \quad (1.8)$$

Maintenant que nous avons les éléments de la fonction spectrale dyadique de Green dans les coordonnées (x,y) , il est facile d'appliquer la méthode des moments (procédure de

Galerkin) afin d'obtenir les résonances supérieure et inférieure de la configuration microruban empilée.

IV. Résultats numériques et discussion

Afin de déterminer les résonances inférieure et supérieure, il faut tout d'abord calculer la matrice impédance. Etant donné que chaque élément de la matrice impédance nécessite le calcul d'une intégrale double infinie, nous avons adopté la transformation de l'intégrale des coordonnées cartésiennes vers les coordonnées polaires :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y = \int_0^{+\infty} k_s dk_s \int_0^{2\pi} d\alpha \quad (1.9)$$

où

$$k_s = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2} \quad (1.10)$$

$$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{k_x}{k_y}\right) \quad (1.11)$$

Concernant l'évaluation numérique des intégrales, nous avons utilisé la méthode de Trapez. Cette méthode d'intégration numérique est très efficace spécialement pour des fonctions qui ne sont pas fortement oscillantes. Ce qui est le cas des intégrantes de la matrice impédance. La méthode de Brent est utilisée pour la recherche des racines complexes (résonance inférieure et supérieure) de l'équation caractéristique. En effet cette méthode de résolution présente les trois avantages suivants : la méthode converge y compris pour le cas d'une racine complexe, la convergence vers la solution se fait d'une manière quadratique et l'évaluation de l'intégrale ne nécessite pas la connaissance des dérivés des intégrantes. Dans le but de minimiser le temps de calcul, le courant est calculé une seule fois pour toutes les itérations. Ceci est parce que le courant est indépendant de la fréquence de travail.

IV.1. Etude de l'origine du comportement bifréquence

Uniquement des résultats numériques pour le mode résonant fondamental sont présentés dans cette étude. Dans les tableaux 1.1 et 1.2, le comportement fonctionnel des fréquences de résonance est recherché par la variation de la taille du patch supérieur. Le substrat est composé de deux couches isotropes avec comme paramètres $\epsilon_r = 2.33(1 - i 0.0012)$ et $d = 0.51 \text{ mm}$. La partie imaginaire de la permittivité relative désigne les pertes par diélectrique. Le patch inférieur est fixé à $28 \times 18 \text{ mm}$. Le patch supérieur a la même largeur et sa longueur de valeur initiale 30 mm (26 mm) est incrémentée (réduite) avec un pas de 1.2 mm comme indiqué dans le tableau 1.1 (tableau 1.2). En outre des fréquences de résonance inférieure et supérieure des patchs empilés, les fréquences de résonance des patchs lorsqu'ils ne sont pas présents l'un avec l'autre sont aussi présentées. Lorsque $a_2 > a_1$, On peut observer à partir que le couplage mutuel entre patchs affecte principalement la résonance du patch inférieur. La résonance inférieure est fortement dépendante de la taille du patch supérieur. Malgré que la résonance supérieure est déterminée principalement par la taille du patch inférieur, elle est perturbée significativement par les champs de bord (fringing fields) du patch supérieur [30]. Ces résultats ne sont pas en accord avec ceux découverts expérimentalement pour des antennes circulaires empilées [15]. L'erreur dans [15] provient de la mauvaise interprétation des résultats expérimentaux. Comme exemple, dans le cas où le diamètre du disque supérieur est plus grand que celui de l'inférieur, les valeurs expérimentales montrées dans [15, fig. 4 et tableau 1] indiquent clairement que la résonance inférieure est fortement dépendante de la taille du disque supérieur, ce qui est en contradiction avec le résultat de Long et Walton [15] (c.-à-d., la possibilité de déterminer la valeur approximative de la résonance inférieure par le choix de la taille du disque inférieur). Les

Tableau 1.1. Variations des fréquences de résonance du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $a_2 > a_1$

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Résonance inférieure	Résonance supérieure
30 x 18	3.447	3.232	3.225	3.552
31.2 x 18	3.447	3.112	3.106	3.627
32.4 x 18	3.447	3.001	2.996	3.699
33.6 x 18	3.447	2.898	2.894	3.764

Tableau 1.2. Variations des fréquences de résonance du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $a_2 < a_1$

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Résonance inférieure	Résonance supérieure
26 x 18	3.447	3.706	3.438	3.829
24.8 x 18	3.447	3.876	3.439	4.103
23.6 x 18	3.447	4.063	3.440	4.405
22.4 x 18	3.447	4.269	3.441	4.731

résultats ci-dessus peuvent être expliqués par le fait que lorsque $a_2 > a_1$, la fréquence de résonance supérieure est reliée au patch inférieur, alors que, la fréquence de résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse [30]. Cette explication est différente de celle donnée par Tulintseff *et al.* [12], lorsque les auteurs de cette dernière référence ont essayé d'expliquer le comportement bifréquence des antennes circulaires empilées. Selon Tulintseff *et al.* [12], les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée, qui déterminent le comportement bifréquence de l'antenne, sont le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et le résonateur formé par les deux patches. Il est clair que le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse, qui donne la résonance inférieure (voir tableau 1.1), n'a pas été mentionné dans l'explication de Tulintseff *et al.* [12]. Lorsque $a_2 < a_1$, on peut observer à partir du tableau 1.2 que le couplage mutuel entre patches affecte principalement la résonance du patch supérieur, ce qui n'est pas en accord avec le résultat de Barlatey *et al.* [11]. Maintenant, la résonance inférieure est relativement constante, demeurant proche de la valeur d'un patch unique avec $a_1 \times b_1 = 28 \times 18 \text{ mm}$ dans une configuration substrat-superstrat [30]. Les résultats numériques illustrés dans le tableau 1.2 montrent aussi que la résonance supérieure est fortement dépendante de la taille du patch supérieur. Notons que les résultats obtenus pour le cas de $a_2 < a_1$ peuvent être expliqués par le fait que la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et la résonance supérieure est associée avec le résonateur formé par les deux patches [30]. Si nous gardons cette dernière explication pour le cas de $a_2 > a_1$, le résonateur formé par le patch inférieure et le plan de masse est maintenant similaire à celui formé par les deux patches. Chacun de ces deux résonateurs a une hauteur d , permittivité $\epsilon_0 \epsilon_r$ et une longueur de résonance a_1 . Il est donc impossible que ces deux résonateurs donne deux fréquences

distinctes. Par conséquent, ils ne peuvent pas être responsables du comportement bifréquence de l'antenne lorsque $a_2 > a_1$ [30].

Dans les tableaux 1.3 et 1.4, nous reprenons l'étude du comportement bifréquence effectuée dans les tableaux 1.1 et 1.2, mais cette fois ci on considère des patches de forme carrée au lieu des patches de forme rectangulaire. Nous notons que pour le cas d'un patch carré, le premier mode fondamental TM_{10} et le deuxième mode fondamental TM_{01} résonne à la même fréquence. Le substrat diélectrique est composé de deux couches isotropes avec comme paramètres $\epsilon_r = 2.33(1 - i 0.0012)$ et $d = 0.51 \text{ mm}$. Le patch carré inférieur est fixé à $28 \times 28 \text{ mm}$. La taille du patch carré supérieur qui est initialement de $30 \times 30 \text{ mm}$ ($26 \times 26 \text{ mm}$) est incrémentée (réduite) avec un pas de 1.2 mm comme indiqué dans le tableau 1.3 (tableau 1.4). En plus des fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches carrés empilés, les fréquences de résonance des patches lorsqu'ils ne sont pas présents l'un avec l'autre sont aussi présentées. On constate que les conclusions tirées précédemment des tableaux 1.1 et 1.2 (cas où les patches métalliques ont une forme rectangulaire) persistent pour le cas des deux derniers tableaux (cas où les patches métalliques ont une forme carrée).

Tableau 1.3. Variations des fréquences de résonance du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $a_2 > a_1$

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Résonance inférieure	Résonance supérieure
30 x 30	3.430	3.194	3.188	3.555
31.2 x 31.2	3.430	3.074	3.069	3.625
32.4 x 32.4	3.430	2.962	2.958	3.684
33.6 x 33.6	3.430	2.858	2.856	3.731

Tableau 1.4. Variations des fréquences de résonance du patch inférieur isolé, du patch supérieur isolé et des patches empilés avec la longueur du patch supérieur lorsque $a_2 < a_1$

Taille du patch supérieur a_2 (mm) \times b_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
	Patch supérieur absent	Patch inférieur absent	Patches empilés	
			Résonance inférieure	Résonance supérieure
26 x 26	3.430	3.672	3.427	3.812
24.8 x 24.8	3.430	3.845	3.426	4.082
23.6 x 23.6	3.430	4.035	3.427	4.367
22.4 x 22.4	3.430	4.245	3.428	4.661

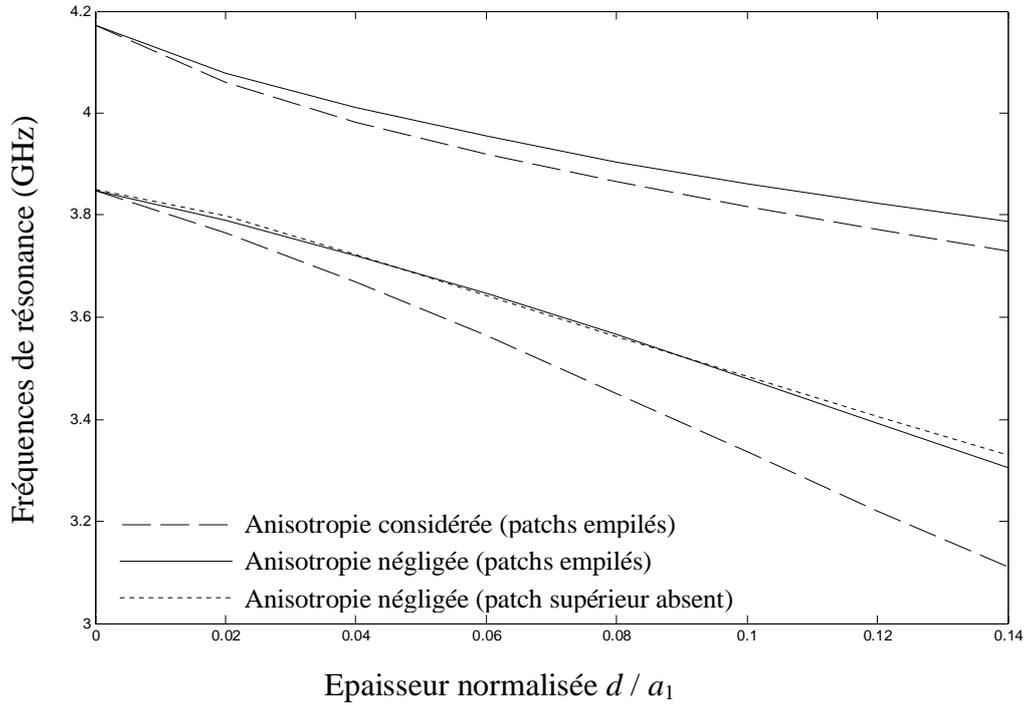


Fig. 1.2. Fréquences de résonance en fonction de l'épaisseur du substrat pour des patches rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat anisotrope à base de la Nitrure de bore (Pyrolitic boron nitride). $a_1 \times b_1 = 2.1 \times 1.9 \text{ cm}$, $a_2 \times b_2 = 2 \times 1.9 \text{ cm}$.

IV.2. Influence de l'anisotropie uniaxiale négative et positive sur les résonances des patches rectangulaires inférieur et supérieur

Dans la figure 1.2, des résultats sont présentés pour les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat diélectrique anisotrope (Pyrolitic boron nitride « PBN »), qui exhibe une anisotropie uniaxiale négative. Dans cette figure, les résultats obtenus pour les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches sur PBN anisotrope ($\epsilon_x = 5.12, \epsilon_z = 3.4$) sont comparés avec ceux qui seraient obtenus si l'anisotropie du PBN est négligée. ($\epsilon_x = \epsilon_z = 3.4$). En outre, les fréquences de résonance obtenues lorsque le patch supérieur

est absent sont aussi montrées (résultats tracés en pointillés sur la figure 1.2). Le patch supérieur est 2×1.9 cm, le patch inférieur a la même largeur, mais il est légèrement plus long (2.1 cm). Les différences entre les résultats obtenus en considérant l'anisotropie et ceux obtenus en négligeant l'anisotropie atteignent 6.24 % (voir tableau 1.5) dans le cas des résonances reliées au patch inférieur, et 1.55 % (voir tableau 1.6) dans le cas des résonances reliées au patch supérieur. Par conséquent, l'anisotropie diélectrique dans le substrat a un effet plus significatif sur les résonances reliées au patch inférieur que sur celles reliées au patch supérieur, ce qui n'est pas en accord avec le résultat obtenu in [21] pour des patches circulaires empilés. Dans la figure 1.3, l'effet de l'anisotropie uniaxiale dans le substrat sur les fréquences de résonance inférieure et supérieure des patches rectangulaires empilés est aussi recherché. Dans cette figure, le patch inférieur est 2×1.9 cm, le patch supérieur a la même largeur, mais il est légèrement plus long (2.1 cm). En plus des fréquences de résonance de la configuration empilée, des fréquences de résonance obtenues pour le patch supérieur isolé sont aussi tracées (résultats tracés en pointillés sur la figure 1.3). Contrairement à ce qui a été observé dans la figure 1.2, on voit que les différences entre les résultats obtenus en considérant l'anisotropie et ceux obtenus en négligeant l'anisotropie atteignent 5.93 % (voir tableau 1.7) dans le cas des résonances reliées au patch supérieur, et 1.90 % (voir tableau 1.8) dans le cas des résonances reliées au patch inférieur, ce qui indique que l'effet de l'anisotropie est plus prononcé sur les résonances reliées au patch supérieur que sur les résonances reliées au patch inférieur. Comme une conclusion générale, qui sera valide pour la figure 1.2 et la figure 1.3 à la fois (c.-à-d., quelque soit les tailles relatives des patches), nous disons que l'anisotropie diélectrique dans le substrat a un effet plus significatif sur la fréquence de résonance inférieure que sur la fréquence de résonance supérieure.

Tableau 1.5. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance inférieures des patches empilés considérés dans la figure 1.2.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance inférieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (5.12, 3.4)$	
21d-9	3.847	3.847	0
0.42	3.790	3.766	0.64
0.84	3.721	3.670	1.39
1.26	3.646	3.564	2.30
1.68	3.566	3.451	3.33
2.1	3.480	3.336	4.32
2.52	3.393	3.221	5.34
2.94	3.305	3.111	6.24

Tableau 1.6. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance supérieures des patches empilés considérés dans la figure 1.2.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance supérieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (5.12, 3.4)$	
21d-9	4.172	4.172	0
0.42	4.079	4.061	0.44
0.84	4.012	3.983	0.73
1.26	3.955	3.919	0.92
1.68	3.905	3.865	1.03
2.1	3.862	3.816	1.20
2.52	3.823	3.771	1.38
2.94	3.787	3.729	1.55

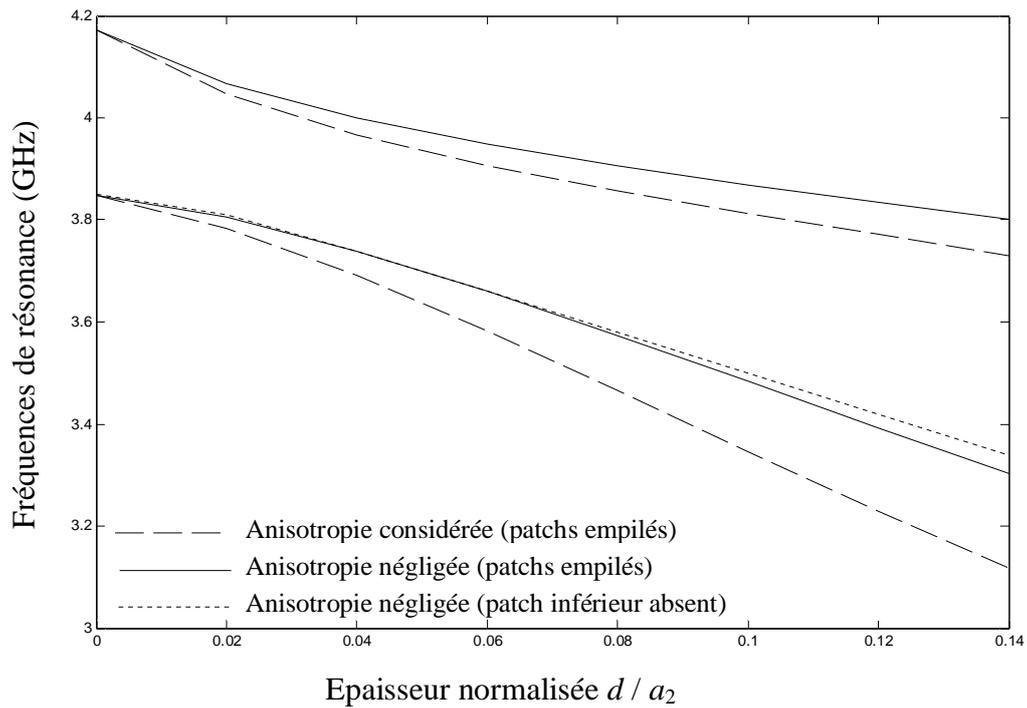


Fig. 1.3. Fréquences de résonance en fonction de l'épaisseur du substrat pour des patches rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat anisotrope à base de la Nitrure de bore (Pyrolitic boron nitride). $a_1 \times b_1 = 2 \times 1.9 \text{ cm}$, $a_2 \times b_2 = 2.1 \times 1.9 \text{ cm}$.

Tableau 1.7. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance inférieures des patches empilés considérés dans la figure 1.3.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance inférieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (5.12, 3.4)$	
21d-9	3.847	3.847	0
0.42	3.805	3.784	0.55
0.84	3.738	3.691	1.27
1.26	3.660	3.582	2.18
1.68	3.574	3.465	3.15
2.1	3.483	3.346	4.09
2.52	3.392	3.229	5.05
2.94	3.302	3.117	5.93

Tableau 1.8. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance supérieures des patches empilés considérés dans la figure 1.3.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance supérieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (5.12, 3.4)$	
21d-9	4.172	4.172	0
0.42	4.068	4.047	0.52
0.84	4.001	3.967	0.86
1.26	3.949	3.907	1.07
1.68	3.907	3.858	1.27
2.1	3.869	3.813	1.47
2.52	3.834	3.771	1.67
2.94	3.801	3.730	1.90

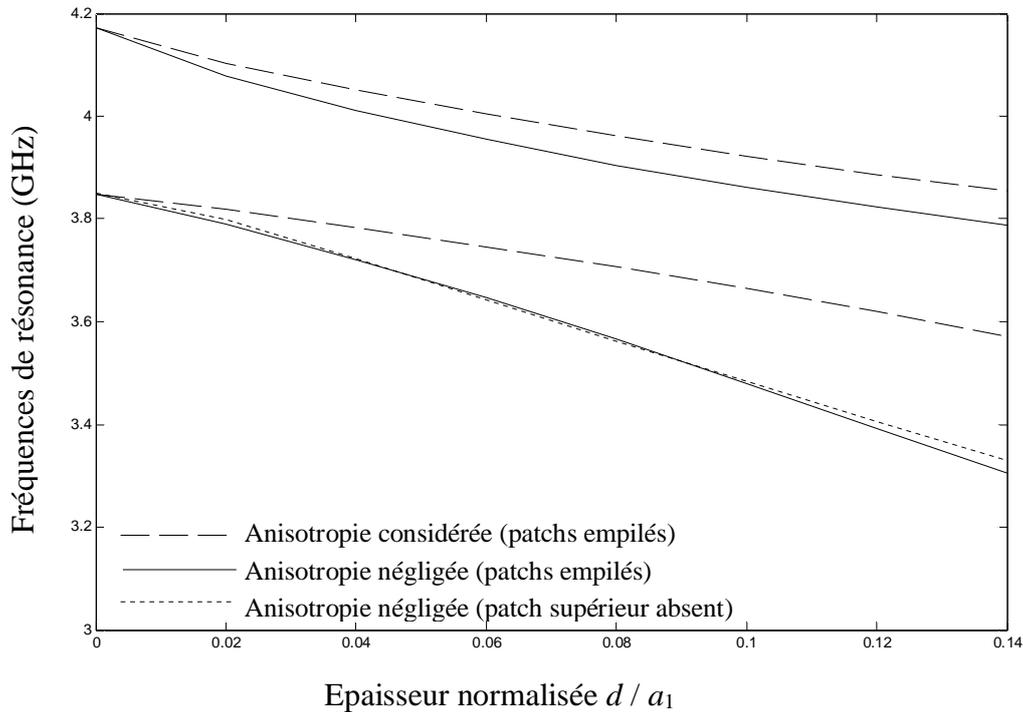


Fig. 1.4. Fréquences de résonance en fonction de l'épaisseur du substrat pour des patchs rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat diélectrique exhibant une anisotropie positive ($\epsilon_x = 1.68, \epsilon_z = 3.4$). $a_1 \times b_1 = 2.1 \times 1.9 \text{ cm}$, $a_2 \times b_2 = 2 \times 1.9 \text{ cm}$.

Le substrat PBN considéré dans les figures 1.2 et 1.3 présente une anisotropie uniaxiale négative. A présent, nous reprenons dans les figures 1.4 et 1.5 l'étude menée dans les figures 1.2 et 1.3, mais en considérant cette fois ci un substrat exhibant une anisotropie du type positive. Ce substrat diélectrique est caractérisé par la permittivité relative ($\epsilon_x = 1.68, \epsilon_z = 3.4$). Lorsque $a_1 > a_2$, les différences entre les résultats obtenus en considérant l'anisotropie et ceux obtenus en négligeant l'anisotropie atteignent 7.45 % (voir tableau 1.9) dans le cas des résonances reliées au patch inférieur, et 1.74 % (voir tableau 1.10) dans le cas des résonances reliées au patch supérieur. Par contre lorsque

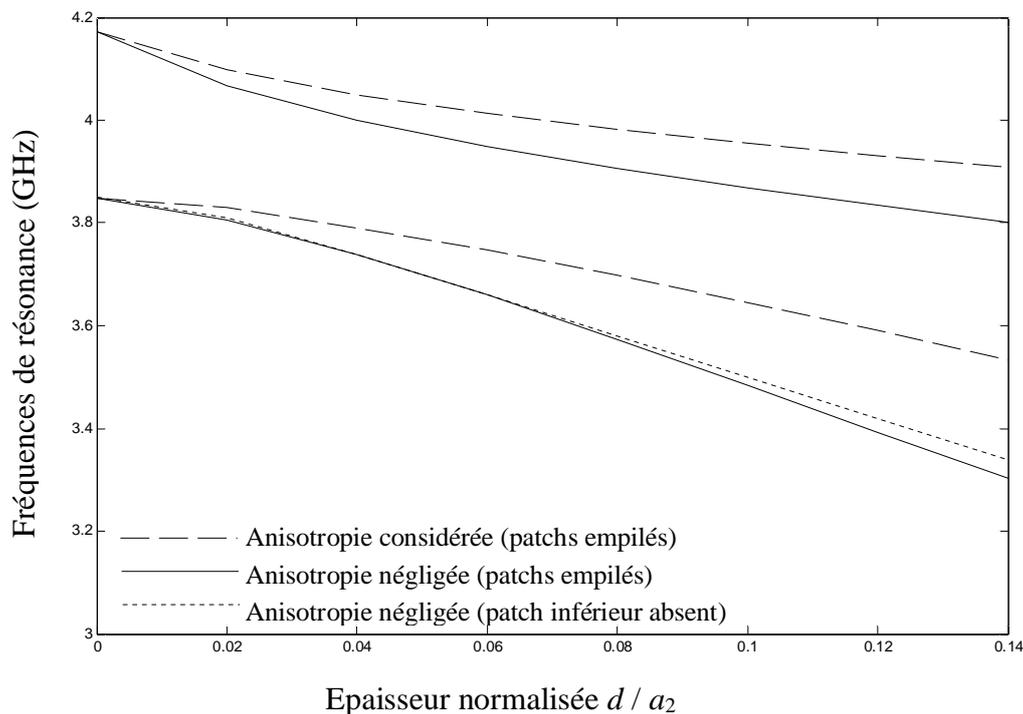


Fig. 1.5. Fréquences de résonance en fonction de l'épaisseur du substrat pour des patchs rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat diélectrique exhibant une anisotropie positive ($\epsilon_x = 1.68, \epsilon_z = 3.4$). $a_1 \times b_1 = 2 \times 1.9 \text{ cm}$, $a_2 \times b_2 = 2.1 \times 1.9 \text{ cm}$.

$a_2 > a_1$, on peut observer à partir de la figure 1.5 que les différences entre les résultats obtenus en considérant l'anisotropie et ceux obtenus en négligeant l'anisotropie atteignent 6.54 % (voir tableau 1.11) dans le cas des résonances reliées au patch supérieur, et 2.74 % (voir tableau 1.12) dans le cas des résonances reliées au patch inférieur. Nous avons aussi obtenu d'autres résultats numériques (non tracé dans ce présent chapitre) en considérant deux autres matériaux. Le premier est l'Epsilam-10 présentant une anisotropie uniaxiale négative. Il est caractérisé par la permittivité relative ($\epsilon_x = 13, \epsilon_z = 10.3$). L'autre matériau est le Saphir présentant une anisotropie uniaxiale positive. Il est caractérisé par la

Tableau 1.9. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance inférieures des patches empilés considérés dans la figure 1.4.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance inférieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (1.68, 3.4)$	
21d-9	3.847	3.847	0
0.42	3.790	3.820	0.78
0.84	3.721	3.783	1.64
1.26	3.646	3.746	2.67
1.68	3.566	3.707	3.80
2.1	3.480	3.665	5.05
2.52	3.393	3.620	6.27
2.94	3.305	3.571	7.45

Tableau 1.10. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance supérieures des patches empilés considérés dans la figure 1.4.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance supérieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (1.68, 3.4)$	
21d-9	4.172	4.172	0
0.42	4.079	4.103	0.58
0.84	4.012	4.051	0.96
1.26	3.955	4.004	1.22
1.68	3.905	3.961	1.41
2.1	3.862	3.921	1.50
2.52	3.823	3.886	1.62
2.94	3.787	3.854	1.74

Tableau 1.11. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance inférieures des patches empilés considérés dans la figure 1.5.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance inférieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (1.68, 3.4)$	
21d-9	3.847	3.847	0
0.42	3.805	3.830	0.65
0.84	3.738	3.791	1.40
1.26	3.660	3.747	2.32
1.68	3.574	3.698	3.35
2.1	3.483	3.645	4.44
2.52	3.392	3.590	5.51
2.94	3.302	3.533	6.54

Tableau 1.12. Changement fractionnel pour le cas des fréquences de résonance supérieures des patches empilés considérés dans la figure 1.5.

Epaisseur d (mm)	Fréquences de résonance supérieures (GHz)		Changement Fractionnel (%)
	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	$(\epsilon_x, \epsilon_z) = (1.68, 3.4)$	
21d-9	4.172	4.172	0
0.42	4.068	4.098	0.73
0.84	4.001	4.050	1.21
1.26	3.949	4.013	1.59
1.68	3.907	3.982	1.88
2.1	3.869	3.955	2.17
2.52	3.834	3.931	2.47
2.94	3.801	3.908	2.74

permittivité relative ($\epsilon_x=9.4, \epsilon_z=11.6$). Les conclusions tirées des figures 1.2 et 1.3 demeurent valables aussi bien pour un substrat uniaxial négative que pour un substrat uniaxial positive.

IV.3. Interprétation physique des résultats obtenus dans la sous-section IV.2

Nous avons constaté dans la sous-section IV.2 que l'effet de l'anisotropie diélectrique dans le substrat affecte plus significativement le résonateur responsable de la résonance inférieure que le résonateur responsable de la résonance supérieure. Ceci est parce que le résonateur responsable de la résonance inférieure est formé à base d'un substrat épais bicouche (configuration substrat-superstrat lorsque $a_1 > a_2$ et configuration ayant une couche supplémentaire dans le cas opposé). D'autre part, le résonateur responsable de la résonance supérieure est rempli par un substrat mince monocouche. En examinant le changement fractionnel reporté dans les tableaux 1.5-1.12, nous remarquons qu'il est nul pour des épaisseurs électriquement très minces. Ceci est parce que pour ces épaisseurs, uniquement des ondes électromagnétiques TM (Transverse Magnetic) existent dans le résonateur responsable de la résonance inférieure aussi bien que dans le résonateur responsable de la résonance supérieure. Nous remarquons également à partir des tableaux 1.5-1.12 que le changement fractionnel s'agrandit au fur et à mesure que le substrat devient de plus en plus épais. Pour des substrats épais, en outre des ondes TM dans les deux résonateurs microrubans, des ondes électromagnétiques TE (Transverse Electric) peuvent aussi avoir lieu. Finalement, il est clair à partir des figures 1.2 et 1.3 que l'anisotropie uniaxiale négative a pour effet de diminuer les résonances des deux résonateurs, alors que l'anisotropie uniaxiale positive considérée dans les figures 1.4 et 1.5 a pour effet de croître les résonances des deux résonateurs. Ces deux derniers résultats peuvent être expliqués par

le fait que la permittivité relative effective est supérieure à 3.4 pour le cas des figures 1.2 et 1.3, alors qu'elle est inférieure à 3.4 pour le cas des figures 1.4 et 1.5.

V. Conclusion du chapitre

Le comportement bifréquence des patchs microrubans empilés fabriqués sur un substrat bicouche a été recherché. Le matériau du substrat bicouche a été choisi parmi deux différentes possibilités : un diélectrique isotrope et un matériau uniaxial anisotrope. Les résonances de la structure empilée ont été obtenues par une extension de la méthode reportée dans [28]. Cette extension a consisté à la considération d'une autre densité surfacique de courant lors de la mise en équation du problème en outre de la densité surfacique de courant sur le patch inférieur, qui est la densité surfacique de courant sur le patch supérieur. Nous avons également considéré que le champ électrique tangentiel s'amortie sur le plan de masse parfaitement conducteur ; à cause de l'absence d'ouverture ou de fentes dans ce plan. Durant la recherche des racines complexes de l'équation caractéristiques, nous avons utilisé la méthode de Brent assurant ainsi une convergence quadratique. Les patchs inférieur et supérieur opèrent en mode fondamental TM_{10} . Il a été montré que les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée, qui déterminent le comportement bifréquence de l'antenne, dépendent des tailles relatives des longueurs de résonance des patchs. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus grande que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse et la résonance supérieure est reliée au patch inférieur. La résonance inférieure est très voisine de la fréquence de résonance du patch supérieur isolé. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus petite que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et la résonance supérieure est associée avec

le résonateur formé par les deux patches métalliques. Maintenant, la résonance inférieure est très proche de la fréquence de résonance du patch inférieur isolé (c.-à-d., le patch inférieur dans une configuration substrat-superstrat). Autres résultats numériques ont aussi indiqué que l'anisotropie diélectrique dans le substrat (négative ou positive) a un effet plus significatif sur le résonateur responsable de la résonance inférieure que sur le résonateur responsable de la résonance supérieure. Une interprétation adéquate a été donnée en ce qui concerne l'influence de l'anisotropie diélectrique dans le substrat sur les deux résonateurs de la structure microruban empilée. Les résultats obtenus dans ce chapitre sont valables non seulement pour des patches empilés de forme rectangulaire ou carré, mais aussi pour des patches empilés de forme circulaire. Des résultats numériques ont été obtenus dans ce sens, mais non reportés ici par intérêt de brièveté [31].

VI. Références bibliographiques

- [1] H. Wang, X. B. Huang, and D. G. Fang, "A microstrip antenna array formed by microstrip line tooth-like-slot-patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 55, pp. 1210-1214, Apr. 2007.
- [2] Q. Q. He, B. Z. Wang, and J. He, "Wideband and dual-band design of a printed dipole antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 1-4, 2008.
- [3] H. Wang, X. B. Huang, and D. G. Fang, "A single layer wideband u-slot microstrip patch antenna array," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 9-12, 2008.
- [4] L. I. Basilio, J. T. Williams, D. R. Jackson, and R. L. Chen, "Characteristics of an inverted shorted annular-ring-reduced surface-wave antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 123-126, 2008.

-
- [5] S. L. S. Yang, A. A. Kishk, and K. F. Lee, "Frequency reconfigurable u-slot microstrip patch antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 127-129, 2008.
- [6] S. Koulouridis and J. L. Volakis, "L-band circularly polarized small aperture thin textured patch antenna," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 225-228, 2008.
- [7] B. Yildirim and B. A. Cetiner, "Enhanced gain patch antenna with a rectangular loop shaped parasitic radiator," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 229-232, 2008.
- [8] S. K. Pavuluri, C. H. Wang, and A. J. Sangster, "A high-performance aperture-coupled patch antenna supported by a micromachined polymer ring," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 283-286, 2008.
- [9] K. F. Lee, S. L. S. Yang, and A. A. Kishk, "Dual- and multiband u-slot patch antennas," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 645-647, 2008.
- [10] L. Bernard, "Small-size circularly polarized patch antenna with an opening for a video grenade," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 681-684, 2008.
- [11] L. Barlatey, J. R. Mosig, and T. Sphicopoulos, "Analysis of stacked microstrip patches with a mixed potential integral equation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, pp. 608-615, May 1990.
- [12] A. N. Tulintseff, S. M. Ali, and J. A. Kong, "Input impedance of a probe-fed stacked circular microstrip antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 381-390, Mar. 1991.

-
- [13] Z. Fan and K. F. Lee, "Hankel transform domain analysis of dual-frequency stacked circular-disk and annular-ring microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 867–870, June 1991.
- [14] J. P. Daniel, G. Dubost, C. Terret, J. Citerne, and M. Drissi, "Research on planar antennas and arrays: "Structures Rayonnantes"," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 35, pp. 14–38, Feb. 1993.
- [15] S. A. Long and M. D. Walton, "A dual-frequency stacked circular-disc antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-27, pp. 270–273, Mar. 1979.
- [16] A. Sabban, "A new broadband stacked two-layer microstrip antenna," in *IEEE Antennas Propagat. Soc. Int. Symp. Dig.*, 1983, pp. 63–66.
- [17] C. H. Chen, A. Tulintseff, and R. M. Sorbello, "Broadband two-layer microstrip antenna," in *IEEE Antennas Propagat. Soc. Int. Symp. Dig.*, 1984, pp. 251–254.
- [18] R. Q. Lee and K. F. Lee, "Experimental study of the two-layer electromagnetically coupled rectangular patch antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, pp. 1298–1302, Aug. 1990.
- [19] F. Croq, G. Kossiavas, and A. Papiernik, "Stacked resonators for bandwidth enhancement: a comparison of two feeding techniques," *IEE Proc.-H*, vol. 140, no. 4, pp. 303–308, Aug. 1993.
- [20] S. Egashira and E. Nishiyama, "Stacked microstrip antenna with wide bandwidth and high gain," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44, pp. 1533–1534, Nov. 1996.

-
- [21] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Radar cross section of stacked circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1136–1139, May 2003.
- [22] K. Araki, H. Ueda, and T. Masayuki, "Numerical analysis of circular disk microstrip antennas with parasitic elements," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 1390–1394, Dec. 1986.
- [23] J. S. Dahele, K. F. Lee, and D. P. Wong, "Dual-frequency stacked annular-ring microstrip antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, pp. 1281–1285, Nov. 1987.
- [24] J. P. Damiano, J. Bennegueouche, and A. Papiernik, "Study of multilayer microstrip antennas with radiating elements of various geometry," *Inst. Elect. Eng. Proc.*, vol. 137, no. 3, pp. 163-170, June 1990, pt. H.
- [25] K. S. Kona and Y. R. Samii, "Novel probe-feeding architectures for stacked microstrip patch antennas," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, no. 6, pp. 467–475, Sept. 2003.
- [26] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch," *Int. J. Electron.*, vol. 91, no. 1, pp. 57-70, Jan. 2004.
- [27] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.
- [28] T. Fortaki and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered

- substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [29] T. Fortaki. and A. Benghalia, “An efficient electromagnetic study of circular disc microstrip antenna with two parasitic elements,” in *Proc. 4th International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications*, P-230, pp. 1-4, Hammamet, Tunisia, March. 25-29, 2007.
- [30] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, “On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches,” *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [31] L. Djouane, T. Fortaki, and A. Benghalia, “Theoretical investigation of the two-layer electromagnetically coupled circular patch antenna,” submitted for publication in *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons).

Chapitre 2

Rayonnement des antennes microbandes fonctionnant en mode unifr quence et bifréquence

Mots clefs : Rayonnement pour antennes unifréquences, Rayonnement à la résonance inférieure, Rayonnement à la résonance supérieure

Sommaire

- I. Introduction
- II. Champ rayonné pour une antenne fonctionnant en mode unifr quence
- III. Champ rayonné pour une antenne fonctionnant en mode bifréquence
- IV. Résultats pour des antennes fonctionnant en mode unifr quence
- V. Résultats pour des antennes fonctionnant en mode bifréquence
 - V.1. Cas où la taille du patch supérieur est plus grande que celle de l'inférieur
 - V.2. Cas où la taille du patch supérieur est plus petite que celle de l'inférieur
- VI. Conclusion du chapitre
- VII. Références bibliographiques

I. Introduction

Les antennes microbandes sont devenues très populaires et ont reçu un intérêt croissant aussi bien dans les recherches théoriques que dans les applications de l'engineering en raison de leurs excellents avantages. De tels avantages incluent petite taille, poids léger, coût de production faible et de bonnes caractéristiques aérodynamiques [1]. A cause de la bande passante très étroite de ce type d'antennes autour de leurs fréquences d'opération, il est important de développer des algorithmes précis pour la computation de ces fréquences de résonance [2]-[12].

Plusieurs méthodes d'analyse ont été présentées dans la littérature pour l'estimation des caractéristiques de résonance des antennes microbandes fonctionnant en mode unifréquence [13]-[18], cependant des formulations théoriques destinées à la détermination des caractéristiques de rayonnement de ces structures sont très rares.

Les antennes microbandes fonctionnant en mode bifréquence offrent de nombreux avantages par rapport aux antennes microbandes conventionnelles. Mise à part la possibilité d'opérer en deux fréquences distinctes, ces antennes ont des gains élevés et des bandes passantes très larges pouvant atteindre les 35% [19]. Le comportement bifréquence des antennes empilées a été largement considéré dans la littérature ouverte [20]-[28], mais des résultats concernant le rayonnement propre pour chaque fréquence (fréquence inférieure et fréquence supérieure) sont introuvables.

Dans ce présent chapitre, nous étudions les caractéristiques de rayonnement des antennes microbandes fonctionnant en mode unifréquence ainsi que celles des antennes fonctionnant en mode bifréquence. Ce chapitre est organisé comme suit. Dans la section II (section III), nous présentons une approche très efficace pour le calcul du champ électrique rayonné en zone lointaine pour des antennes microbandes fonctionnant en mode unifréquence (bifréquence). Pour le cas des antennes microbandes unifréquences, nous

considérons le cas d'un patch microbande couvert par un matériau diélectrique. Ce matériau est souvent utilisé afin de protéger l'antenne des dégâts de l'environnement, ou peut être formé naturellement durant vol ou par des conditions climatiques sévères. Pour le cas des antennes microbandes bifréquences, nous considérons le cas de deux patches microbandes empilés fabriqués sur un substrat bicouche. Des résultats numériques concernant les distributions des courants sur les patches ainsi que les diagrammes de rayonnement sont donnés en section IV pour des antennes unifréquences et en section V pour des antennes bifréquences. Finalement, les conclusions tirées de cette étude sont résumées dans la section VI.

II. Champ rayonné pour une antenne fonctionnant en mode unifréquence

La géométrie considérée est illustrée dans la figure 2.1. Un patch rectangulaire de dimension (a, b) le long des deux axes (x, y) , respectivement, est imprimé sur un substrat diélectrique d'épaisseur d_1 . Le substrat est caractérisé par la perméabilité de l'espace libre μ_0 et une permittivité $\epsilon_0 \epsilon_{r1}$. Au-dessus du patch rayonnant est le superstrat d'épaisseur d_2 avec une perméabilité μ_0 et une permittivité $\epsilon_0 \epsilon_{r2}$. Le milieu ambiant est l'air avec les paramètres constitutifs μ_0 et ϵ_0 . Tous les champs et les courants sont en régime harmonique avec la dépendance temporelle $e^{i\omega t}$ supprimée. Les champs tangentiels dans la jème couche ($j = 1, 2$) peuvent être obtenus à travers les transformées vectorielles inverses de Fourier [29]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_s, z) \\ E_y(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} H_y(\mathbf{r}_s, z) \\ -H_x(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (2.2)$$

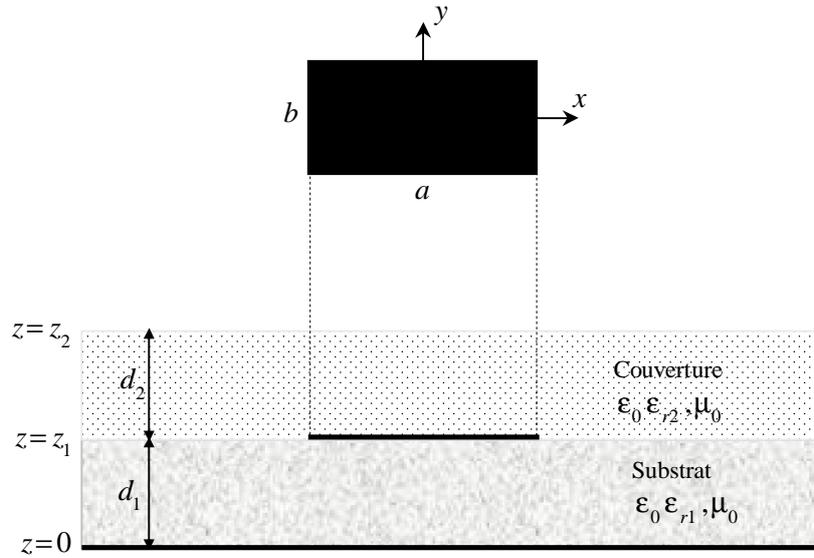


Figure 2.1. Structure d'un patch microbande rectangulaire couvert par une couche diélectrique

où $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s)$ est le noyau de la transformée vectorielle de Fourier [29], et

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) = \mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) e^{-ik_{zj}z} + \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) e^{ik_{zj}z} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) = \bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) \cdot \left[\mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) e^{-ik_{zj}z} - \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) e^{ik_{zj}z} \right] \quad (2.4)$$

Dans les équations (2.3) et (2.4), \mathbf{A}_j et \mathbf{B}_j sont deux vecteurs inconnus chacun de taille

2×1 et

$$\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) = \text{diag} \left[\frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_{rj}}{k_{zj}}, \frac{k_{zj}}{\omega \mu_0} \right], \quad k_{zj} = \left(\epsilon_{rj} k_0^2 - k_s^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

avec $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ et k_{zj} est la constante de propagation dans la jème couche. En écrivant les

équations (2.3) et (2.4) dans les plans $z = z_{j-1}$ et $z = z_j$, et par élimination des inconnus \mathbf{A}_j

et \mathbf{B}_j , nous obtenons la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_j \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

avec

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_j^{11} & \bar{\mathbf{T}}_j^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}_j^{21} & \bar{\mathbf{T}}_j^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_j & -i \bar{\mathbf{g}}_j^{-1} \sin \theta_j \\ -i \bar{\mathbf{g}}_j \sin \theta_j & \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Dans l'équation (2.7), $\theta_j = k_{z_j} d_j$ et $\bar{\mathbf{I}}$ désigne une matrice unité de taille 2x2. La matrice $\bar{\mathbf{T}}_j$ est la matrice représentative de la jème couche dans la représentation (TM,TE). Les équations de continuité pour les composantes transversales du champ sont

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j), \quad j=1, 2 \quad (2.8)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) - \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^+) = \delta_{j1} \mathbf{j}(\mathbf{k}_s), \quad j=1, 2 \quad (2.9)$$

$\mathbf{j}(\mathbf{k}_s)$ est la transformée vectorielle de Fourier du courant $\mathbf{J}(\mathbf{r}_s)$ sur le patch, il tient compte de la discontinuité du champ magnétique transverse à l'interface $z = d_1$. δ_{j1} est le symbole de Kronecker. En utilisant les équations (2.7)-(2.9), nous obtenons

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_1 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Le champ électrique transverse doit s'atténuer sur un conducteur parfait, donc pour le plan de masse parfaitement conducteur nous obtenons

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0) = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

Dans la région de l'air illimitée au-dessus de la couche de couverture de la structure illustrée en figure 2.1 ($d_1 + d_2 \ll z \ll \infty$ et $\epsilon_r = 1$), le champ électromagnétique donné par les équations (2.3) et (2.4) doit s'atténuer quand $z \rightarrow +\infty$ en accord avec la condition de rayonnement de Sommerfeld, ceci donne

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) = \bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \quad (2.13)$$

où $\bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s)$ peut être aisément obtenue à partir de l'expression de $\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s)$ donnée par (2.5) en admettant $\epsilon_{rj} = 1$. A partir des équations (2.10)-(2.13), nous obtenons la relation suivante :

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1) = \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) \quad (2.14)$$

où $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$ est la fonction dyadique de Green dans le domaine des transformée vectorielle de Fourier, elle est donnée par

$$\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s) = \left[\bar{\mathbf{T}}_1^{22} \cdot (\bar{\mathbf{T}}_1^{12})^{-1} + (\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{T}}_2^{12} - \bar{\mathbf{T}}_2^{22})^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{T}}_2^{11} - \bar{\mathbf{T}}_2^{21}) \right]^{-1} \quad (2.15)$$

Maintenant que nous avons la fonction de Green nécessaire, il est relativement simple d'appliquer la méthode des moments afin d'obtenir la fréquence de résonance complexe de l'antenne illustrée en figure 2.1 [18]. Une fois la fréquence de résonance complexe est déterminée, le vecteur propre correspondant à la valeur propre minimale de la matrice impédance donne la distribution du courant sur le patch rectangulaire. La densité du courant est donc obtenue sous forme numérique. Cette densité de courant peut être utilisée pour l'évaluation du champ électrique rayonné dans la région $z \geq d_1 + d_2$ de la figure 2.1. En utilisant la méthode de la phase stationnaire [30], nous pouvons obtenir le champ lointain dans le demi-espace supérieur de l'air de la figure 2.1 en terme du champ électrique transverse à l'interface $z = d_1 + d_2$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} E_{\theta'}(r',\theta',\phi') \\ E_{\phi'}(r',\theta',\phi') \end{bmatrix} = i k_0 \frac{e^{-i k_0 r'}}{2\pi r'} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos\theta' \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2) \quad (2.16)$$

où $\{r',\theta',\phi'\}$ est un système local de coordonnées sphériques défini relativement au système Cartésien $\{x' \equiv x, y' \equiv y, z' \equiv z\}$ avec une origine placée à l'interface $z = d_1 + d_2$ de la figure 2.1. A partir des équations (2.11) et (2.13), nous pouvons obtenir le champ électrique transverse $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2)$ à l'interface $z = d_1 + d_2$ en terme du champ électrique transverse $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1)$ à l'interface $z = d_1$ comme suit :

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2) = [\bar{\mathbf{T}}_2^{22} - \bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{T}}_2^{12}]^{-1} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1) \quad (2.17)$$

En utilisant (2.14), (2.15) et (2.17), l'équation (2.16) devient

$$\begin{bmatrix} E_{\theta'}(r',\theta',\phi') \\ E_{\phi'}(r',\theta',\phi') \end{bmatrix} = i k_0 \frac{e^{-i k_0 r'}}{2\pi r'} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos\theta' \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{T}}_1^{12} \cdot [\bar{\Gamma}^{22} - \bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Gamma}^{12}]^{-1} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) \quad (2.18)$$

où

$$\bar{\Gamma} = \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{T}}_1 \quad (2.19)$$

Dans les équations (2.16) et (2.18), les valeurs stationnaires de k_x et k_y sont données par

$$k_x = -k_0 \sin\theta' \cos\phi' \quad (2.20)$$

$$k_y = -k_0 \sin\theta' \sin\phi' \quad (2.21)$$

Notons que le champ électrique rayonné donnée par l'expression (2.18) est exprimé dans la représentation (TM,TE), ce qui n'est pas le cas dans les autres formulations [16], [31]. Contrairement à la méthode de la limite équivalente, où le diagramme de rayonnement est calculé à travers des expressions récurrentes [16], l'expression mathématique montrée dans l'équation (2.18) permet l'évaluation du champ électrique rayonné du patch microbande

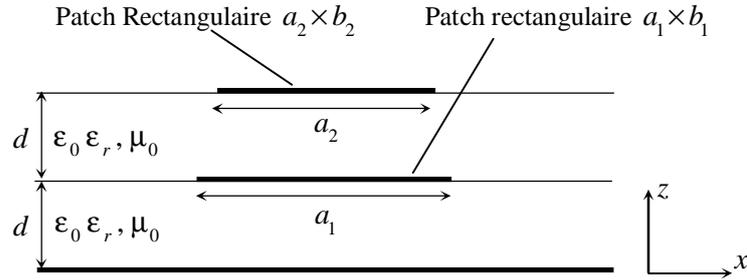


Figure 2.2. Antenne microbande empilée fonctionnant en mode bifréquence

couvert par une couche diélectrique en utilisant uniquement des multiplications matricielles simples.

III. Champ rayonné pour une antenne fonctionnant en mode bifréquence

La figure 2.2 montre la géométrie de deux patches microbandes rectangulaires empilés placés au-dessus d'un plan de masse. Le patch inférieur a une longueur a_1 le long de la direction x et une largeur b_1 le long de la direction y . La taille du patch supérieur est $a_2 \times b_2$. Le centre du patch inférieur ainsi que celui du patch supérieur ont la coordonnée $(x, y) = (0, 0)$. Le substrat est supposé être composé de deux couches de même matériau et épaisseur identique. Le matériau du substrat bicouche est un diélectrique isotrope, il est supposé que sa perméabilité est μ_0 et sa permittivité est $\epsilon_0 \epsilon_r$. Dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier, les distributions des courants sur les patches inférieur et supérieur sont reliées aux champs électriques transverses sur les interfaces des patches par les deux relations suivantes :

$$\mathbf{e}_l(\mathbf{k}_s) = \mathbf{G}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) + \mathbf{\Psi}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) \quad (2.22)$$

$$\mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) + \mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) \quad (2.23)$$

où les indices l et u désignent, respectivement, le patch inférieur (lower patch) et le patch supérieur (upper patch). Les sous-matrices $\mathbf{G}(\mathbf{k}_s)$, $\Psi(\mathbf{k}_s)$, $\Phi(\mathbf{k}_s)$ et $\Omega(\mathbf{k}_s)$ peuvent être déterminées de façon simple et efficace via les équations suivantes :

$$\mathbf{G}(\mathbf{k}_s) = \frac{\mathbf{e}_l(\mathbf{k}_s)}{\mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s)} \Big/ \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) = \mathbf{0} \quad (2.24)$$

$$\Psi(\mathbf{k}_s) = \frac{\mathbf{e}_l(\mathbf{k}_s)}{\mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s)} \Big/ \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

$$\Phi(\mathbf{k}_s) = \frac{\mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s)}{\mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s)} \Big/ \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

$$\Omega(\mathbf{k}_s) = \frac{\mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s)}{\mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s)} \Big/ \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) = \mathbf{0} \quad (2.27)$$

Notons que les sous-matrices $\mathbf{G}(\mathbf{k}_s)$ et $\Phi(\mathbf{k}_s)$ sont calculées lorsque le patch supérieur est absent (patch inférieur isolé) et les sous-matrices $\Psi(\mathbf{k}_s)$ et $\Omega(\mathbf{k}_s)$ sont évaluées lorsque le patch inférieur est absent (patch supérieur isolé). Aussi, en raison de la réciprocité les sous-matrices $\Psi(\mathbf{k}_s)$ et $\Phi(\mathbf{k}_s)$ sont égales. En développant les distributions surfaciques des courants sur le patch inférieur et supérieur en une somme infinie de fonctions de base connues avec des coefficients inconnus, et après quelques manipulations algébriques, les équations (2.22) et (2.23) sont ramenées à un système matricielle linéaire. Les inconnus de ce système sont les amplitudes des modes de courants sur les deux patches. Afin d'éviter des courants nuls sur les patches inférieur et supérieur, il faut que le déterminant de la matrice impédance soit nul. Ceci est obtenu pour deux racines complexes. Ces deux derniers nous donnent les fréquences de résonances inférieure et supérieure ainsi que la bande passante et le facteur de qualité relatifs à chaque résonance. Le champ rayonné en zone lointaine dépend principalement des courants sur les patches inférieur et supérieur. Etant donné que la distribution des courants sur les deux patches pour

le cas de la résonance inférieure et différente de celle pour le cas de la résonance supérieure, il est anticipé que l'antenne possède un diagramme de rayonnement propre pour chaque résonance. En s'appuyant sur le théorème de l'ouverture rayonnante, nous pouvons obtenir le champ rayonné en zone lointaine dans le demi-espace supérieur de la figure 2.2 en terme du champ électrique transverse dans le plan du patch supérieur $\mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s)$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} E_{\theta''}(r'',\theta'',\phi'') \\ E_{\phi''}(r'',\theta'',\phi'') \end{bmatrix} = i k_0 \frac{e^{-i k_0 r''}}{2\pi r''} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos\theta'' \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s) \quad (2.28)$$

où $\{r'',\theta'',\phi''\}$ est un système local de coordonnées sphériques défini relativement au système cartésien $\{x'' \equiv x, y'' \equiv y, z'' \equiv z\}$ et ayant une origine placée au plan du patch métallique supérieur de la figure 2.2. En substituant l'expression de $\mathbf{e}_u(\mathbf{k}_s)$ donnée par l'équation (2.23) dans l'équation (2.28), on trouve

$$\begin{bmatrix} E_{\theta''}(r'',\theta'',\phi'') \\ E_{\phi''}(r'',\theta'',\phi'') \end{bmatrix} = i k_0 \frac{e^{-i k_0 r''}}{2\pi r''} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos\theta'' \end{bmatrix} \cdot \left\{ \Phi(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_l(\mathbf{k}_s) + \Omega(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}_u(\mathbf{k}_s) \right\} \quad (2.29)$$

Dans les équations (2.28) et (2.29), les valeurs stationnaires de k_x et k_y sont données par

$$k_x = -k_0 \sin\theta'' \cos\phi'' \quad (2.30)$$

$$k_y = -k_0 \sin\theta'' \sin\phi'' \quad (2.31)$$

Il est clair à partir de l'équation (2.29) que le champ électrique rayonné en zone lointaine pour le cas de la structure d'antenne empilée montrée dans la figure 2.2 dépend de la distribution surfacique de courant sur le patch supérieur aussi bien que celle sur le patch inférieur.

IV. Résultats pour des antennes fonctionnant en mode unifréquence

Lorsque on utilise la méthode des moments pour résoudre les problèmes électromagnétiques, un facteur très important est le choix approprié des fonctions de base [32]. Les fonctions de base choisies pour approximer la densité de courant sur le patch rectangulaire de la figure 2.1 sont formées par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire ayant des murs magnétiques latéraux, elles sont données par les relations suivantes :

$$J_{xk}(x, y) = \sin\left[\frac{k_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{k_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \quad (2.32)$$

$$J_{ym}(x, y) = \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \quad (2.33)$$

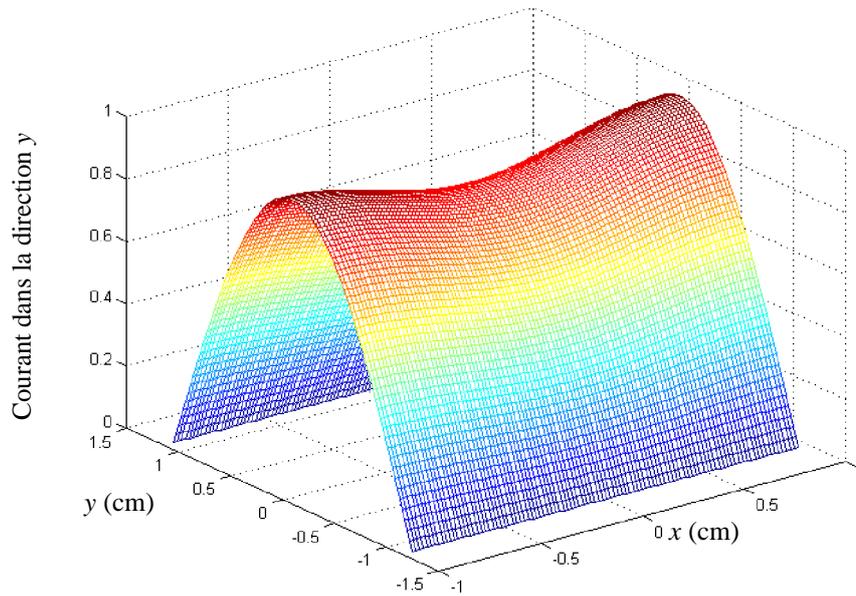
Ce type de fonctions de base est très approprié pour l'analyse dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier des patches microbandes rectangulaires pour trois raisons : ces fonctions assurent une convergence très rapide de la méthode de Galerkin dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier en fonction du nombre de fonctions de base, elles mènent à des intégrales infinies dans le domaine des transformées vectorielles de Fourier, qui sont favorables à des techniques d'intégration analytique asymptotique et leurs transformées vectorielles de Fourier peuvent être obtenues analytiquement [33]. Malgré que la formulation présentée dans la section II nous permet d'obtenir des résultats pour plusieurs modes résonnants [16], [17], uniquement des résultats numériques pour le mode TM_{01} sont présentés pour le cas de la structure d'antenne illustrée en figure 2.1. La composante dominante du courant pour ce mode est selon la direction y . On ne va se contenter de présenter uniquement des résultats numériques pour la fréquence de résonance complexe et le champ électrique rayonné en zone lointaine, mais on s'intéresse aussi à examiner la distribution surfacique du courant sur le patch métallique rectangulaire.

Tableau 2.1. Comparaison des fréquences de résonance mesurées et calculées, pour un patch microbande rectangulaire couvert par un matériau diélectrique ; $a = 1.9 \text{ cm}$,

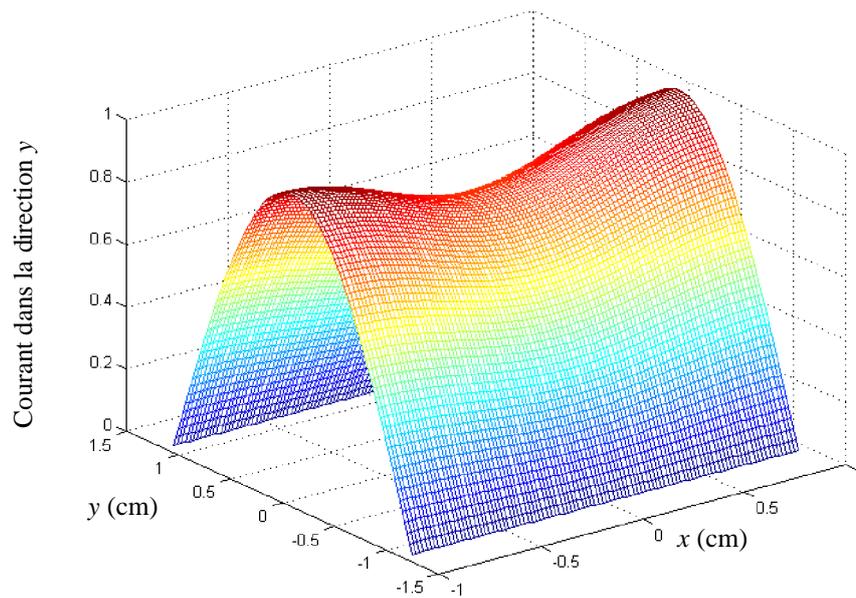
$$b = 2.29 \text{ cm}, \varepsilon_{r1} = 2.32, d_1 = 1.59 \text{ mm}.$$

Diélectrique de couverture			Fréquence de résonance (GHz)	
Matériau	Permittivité relative	Epaisseur (mm)	Mesurée [13]	Nos résultats
Air	1	∞	4.104	4.123
Duroid	2.32	0.8	4.008	4.033
Plexiglas	2.6	3.18	3.874	3.887
Mylar	3	0.064	4.070	4.108
Custom High-K	10	1.54	3.482	3.518
		3.12	3.26	3.222

Dans le but de confirmer la précision de la computation, nos fréquences de résonance calculées sont comparées avec des résultats expérimentaux publiés précédemment [13]. Le tableau 2.1 résume les fréquences de résonance mesurées et calculées pour différents matériaux de la couche de couverture et des différences inférieures à 1.17 % entre les résultats expérimentaux et numériques sont obtenues. Comme conséquence, un excellent accord entre la théorie de la section II et l'expérimental est achevé. Nous avons aussi obtenu la distribution du courant pour les structures microbandes considérées dans le tableau 2.1, lorsque le Custom High-K est utilisé comme une couche de couverture. La figure 2.3 montre la distribution du courant sur le patch métallique pour deux épaisseurs différentes de la couche diélectrique de couverture. Afin d'assurer la validité de l'équation (2.18), des diagrammes de rayonnement dans le plan $\phi' = \pi/2$ sont obtenus pour le patch microbande utilisé dans la recherche développée dans [34], c.-à-d., $a = 1.5 \text{ cm}$, $b = 1 \text{ cm}$,



(a)



(b)

Figure 2.3. Distribution surfacique de courant pour les structures microbandes considérées dans le tableau 2.1 ; lorsque le Custom High-K est utilisé comme couche diélectrique de couverture. (a) $d_2 = 1.54 \text{ mm}$. (b) $d_2 = 3.12 \text{ mm}$.

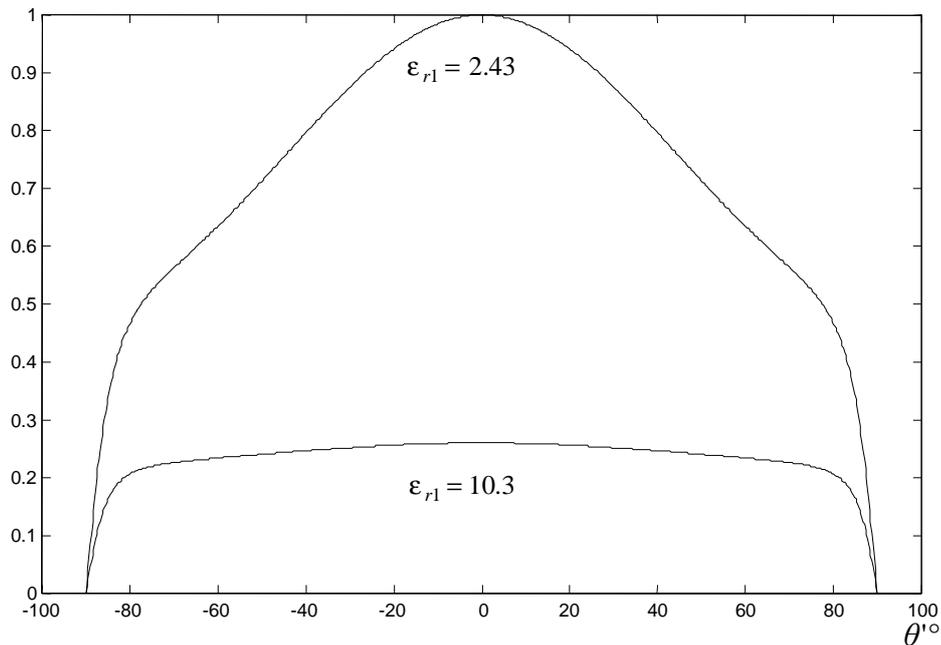


Figure 2.4. Diagrammes de rayonnement des antennes microbandes rectangulaires illustrées dans la figure 2.1 pour le mode TM_{01} dans le plan $\phi'=\pi/2$; $a=1.5\text{cm}$, $b=1\text{cm}$,
 $\epsilon_{r2}=1$, $d_1=1\text{mm}$.

$\epsilon_{r2}=1$, $d_1=1\text{mm}$ et $\epsilon_{r1}=2.43$ ($\epsilon_{r1}=10.3$) lorsque Polytetra fluoroethylene (Epsilam-10) est utilisé comme substrat diélectrique. Nos diagrammes de rayonnement sont illustrés dans la figure 2.4 et ils sont en excellent accord avec ceux reportés dans [34]. Dans le tableau 2.2, nos fréquences de résonance complexes calculées, pour les structures considérées dans la figure 2.4, sont comparées avec les résultats numériques obtenus à partir des formules des courbes de fittage de Chew [35], [36]. L'accord entre nos résultats et ceux de Chew est très bon. La partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe indique les pertes par rayonnement de la structure [37]-[38]. En comparant les parties imaginaires pour les cas où $\epsilon_{r1}=2.43$ et $\epsilon_{r1}=10.3$, on peut conclure que l'efficacité du

Tableau 2.2. Comparaison des parties réelles et imaginaires des fréquences de résonance complexes calculées avec celles de Chew pour les structures microbande considérées dans la figure 2.4.

Matériau du substrat	Fréquence de résonance complexe (GHZ)			
	Nos résultats		Résultats de Chew	
	Partie réelle	Partie imaginaire	Partie réelle [35]	Partie imaginaire [36]
Polytetra Fluroethylene (PTFE)	8.878	0.248	8.742	0.251
Epsilam-10	4.494	0.027	4.532	0.025

rayonnement est plus faible pour la constante diélectrique la plus élevée, ce qui est en accordance avec le comportement montrée dans la figure 2.4 [37]. Les comparaisons ci-dessus nous permettent de valider la théorie présentée dans la section II.

V. Résultats pour des antennes fonctionnant en mode bifréquence

V.1. Cas où la taille du patch supérieur est plus grande que celle de l'inférieur

Dans cette section uniquement des résultats pour le mode résonnant fondamental TM_{10} sont présentés. Dans la figure 2.5, nous faisons une comparaison entre le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure et celui à la résonance supérieure, lorsque la taille du patch supérieur est plus grande que celle de l'inférieur. Le substrat est composé de deux couches diélectriques isotropes avec comme paramètres $\epsilon_r = 2.33(1 - i 0.0012)$ et $d = 0.51$ mm. La taille du patch inférieur est 28 x 28 mm, alors que celle de la supérieure elle est de 30 x 30 mm. Le rayonnement dans le plan principal

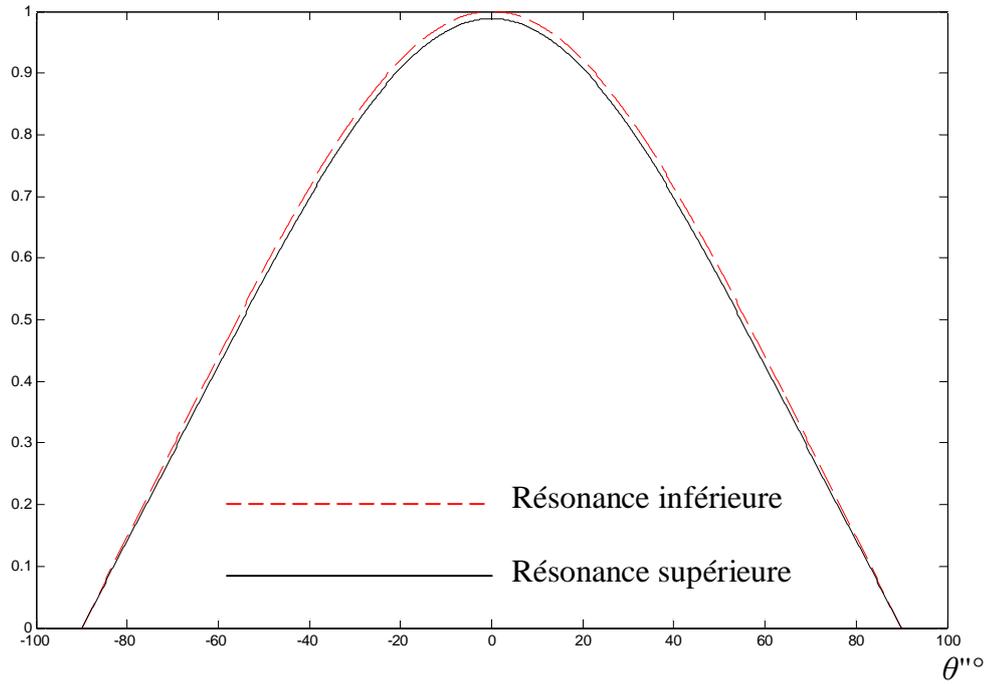


Figure 2.5. Comparaison entre le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure avec celui à la résonance supérieure pour le mode TM_{10} dans le plan $\phi''=\pi/2$ lorsque

$$a_2 \times b_2 > a_1 \times b_1.$$

$\phi''=\pi/2$ est considéré. Pour le cas de la résonance inférieure, la fréquence complexe et la distribution surfacique de courant sur les patches inférieur et supérieur sont

$$f_l^c = 3.188 + i 2.549 10^{-2} \text{ [GHz]} \quad (2.34)$$

$$J_l^x = 0.182 \cos(0.286 \pi x) \text{ [A/m]} \quad (2.35)$$

$$J_l^y = 0 \text{ [A/m]} \quad (2.36)$$

$$J_u^x = 0.950 \cos(0.667 \pi x) \text{ [A/m]} \quad (2.37)$$

$$J_u^y = 0 \text{ [A/m]} \quad (2.38)$$

Il est clair à partir des équations (2.35)-(2.38) que le courant sur le patch supérieur est plus important que celui sur le patch inférieur, ceci est attendu puisque la résonance inférieure dans le cas où $a_2 \times b_2 > a_1 \times b_1$ est associée au résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse. Pour le cas de la résonance supérieure, la fréquence complexe et la distribution surfacique de courant sur les patches inférieur et supérieur sont

$$f_l^c = 3.555 + i 2.839 \cdot 10^{-3} \text{ [GHz]} \quad (2.39)$$

$$J_l^x = 0.913 \cos(0.286 \pi x) \text{ [A/m]} \quad (2.40)$$

$$J_l^y = 0 \text{ [A/m]} \quad (2.41)$$

$$J_u^x = 0.420 \cos(0.667 \pi x) \text{ [A/m]} \quad (2.42)$$

$$J_u^y = 0 \text{ [A/m]} \quad (2.43)$$

L'équation (2.40) indique clairement que le courant sur le patch inférieur est très dominant ; puisque la résonance supérieure dans le cas où $a_2 \times b_2 > a_1 \times b_1$ est liée au patch inférieur. On peut conclure de la figure 2.5 que dans le cas où $a_2 \times b_2 > a_1 \times b_1$ le rayonnement lorsque l'antenne opère à la résonance inférieure est semblable à celui lorsque l'antenne fonctionne à la résonance supérieure. Dans la figure 2.6, nous reprenons l'étude menée dans la figure 2.5, mais cette fois-ci nous considérons le rayonnement dans le plan principal $\phi''=0$. La conclusion tirée est toujours la même, on note, cependant, que le diagramme de rayonnement dans le plan $\phi''=\pi/2$ varie semblablement à $\cos\theta''$ (voir figure 2.5), alors que dans le plan $\phi''=0$, il est fortement influencé par le substrat et demeure très important pour des angles proches de l'horizontale (voir figure 2.6). Notons que pour le premier mode fondamental, les ondes TE sont responsables du rayonnement dans le plan $\phi''=\pi/2$, alors que les ondes TM sont la cause du rayonnement dans le plan $\phi''=0$.

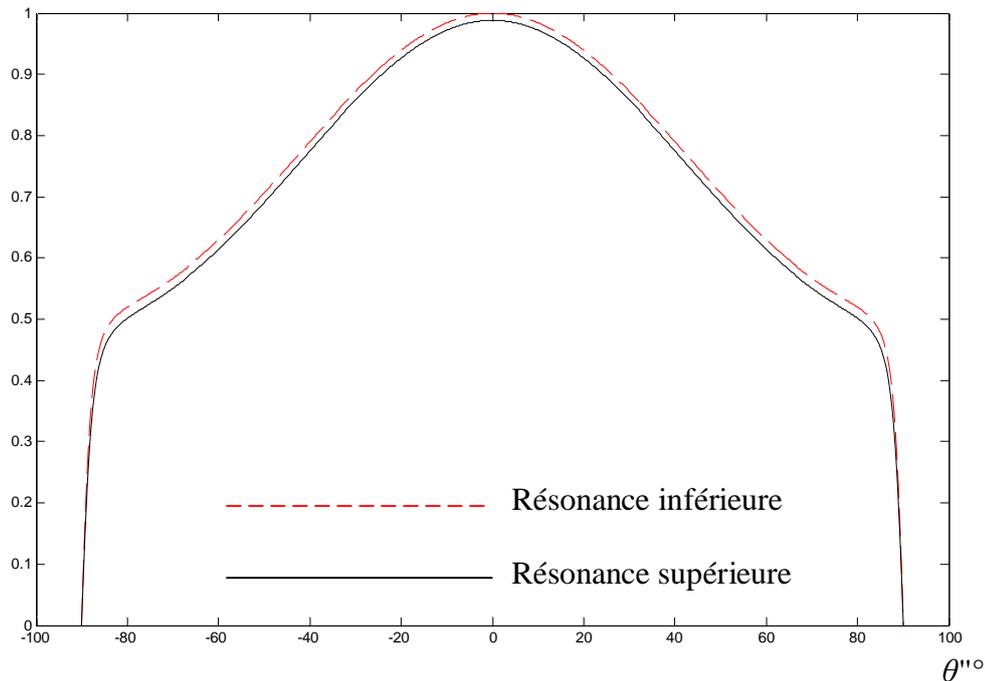


Figure 2.6. Comparaison entre le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure avec celui à la résonance supérieure pour le mode TM_{10} dans le plan $\phi''=0$ lorsque

$$a_2 \times b_2 > a_1 \times b_1.$$

V.2. Cas où la taille du patch supérieur est plus petite que celle de l'inférieur

Dans la figure 2.7, nous faisons une comparaison entre le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure et celui à la résonance supérieure, lorsque la taille du patch supérieur est plus petite que celle de l'inférieur. Le substrat est composé de deux couches diélectriques isotropes avec comme paramètres $\epsilon_r = 2.33 (1 - i 0.0012)$ et $d = 0.51$ mm. La taille du patch inférieur est 28 x 28 mm, alors que celle de la supérieure elle est de 26 x 26 mm. Le rayonnement dans le plan principal $\phi'' = \pi/2$ est considéré. Pour le cas de la résonance inférieure, la fréquence complexe et la distribution surfacique de courant sur les patches inférieur et supérieur sont

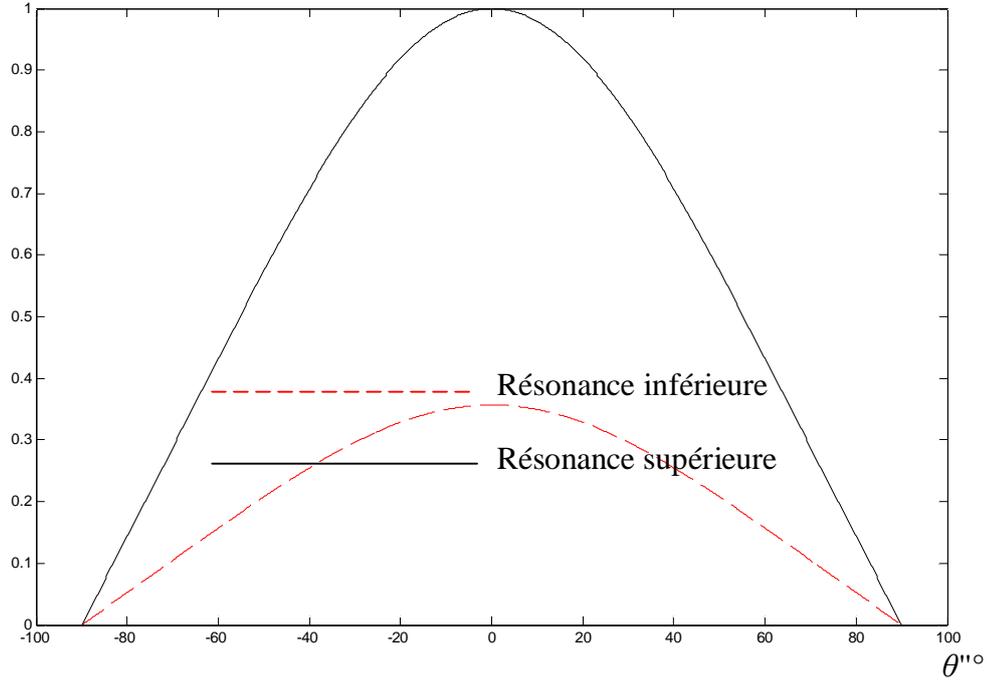


Figure 2.7. Comparaison entre le rayonnement de l’antenne à la résonance inférieure avec celui à la résonance supérieure pour le mode TM_{10} dans le plan $\phi''=\pi/2$ lorsque

$$a_2 \times b_2 < a_1 \times b_1.$$

$$f_l^c = 3.427 + i 1.325 10^{-2} \text{ [GHz]} \tag{2.44}$$

$$J_l^x = 0.954 \cos(0.286 \pi x) \text{ [A/m]} \tag{2.45}$$

$$J_l^y = 0 \text{ [A/m]} \tag{2.46}$$

$$J_u^x = 0.081 \cos(0.461 \pi x) \text{ [A/m]} \tag{2.47}$$

$$J_u^y = 0 \text{ [A/m]} \tag{2.48}$$

Il est clair à partir des équations (2.45)-(2.48) que le courant sur le patch métallique inférieur est plus important que celui sur le patch métallique supérieur, ceci est attendu puisque la résonance inférieure dans le cas où $a_2 \times b_2 < a_1 \times b_1$ est associée au résonateur

formé par le patch inférieur et le plan de masse (patch métallique inférieur dans une configuration substrat-superstrat). Pour le cas de la résonance supérieure, la fréquence de résonance complexe et la distribution surfacique de courant sur les patches inférieur et supérieur sont

$$f_l^c = 3.812 + i 2.248 10^{-2} \text{ [GHz]} \quad (2.49)$$

$$J_l^x = 0.863 \cos(0.286 \pi x) \text{ [A/m]} \quad (2.50)$$

$$J_l^y = 0 \text{ [A/m]} \quad (2.51)$$

$$J_u^x = 0.936 \cos(0.461 \pi x) \text{ [A/m]} \quad (2.52)$$

$$J_u^y = 0 \text{ [A/m]} \quad (2.53)$$

Les équations (2.50) et (2.52) montrent clairement que la distribution surfacique du courant est importante pour le patch supérieur aussi bien que pour le patch inférieur, ceci peut être expliqué par le fait que lorsque $a_2 \times b_2 < a_1 \times b_1$, la résonance supérieure est associée au résonateur formé par les deux patches métalliques. On peut conclure de la figure 2.7 que dans le cas où $a_2 \times b_2 < a_1 \times b_1$, il est préférable de travailler à la résonance supérieure dans un souci d'assurer un rayonnement aussi fort que possible. Dans la figure 2.8, nous reprenons l'étude menée dans la figure 2.7, mais cette fois ci nous considérons le rayonnement dans le plan principal $\phi''=0$. La conclusion tirée est similaire à celle déduite pour le cas du plan principal $\phi''=\pi/2$. Notons que pour le cas de la figure 2.8, le rayonnement électromagnétique demeure très important pour des angles proches de l'horizontale (des angles θ'' voisins de 90°), ceci est causé par le phénomène des ondes de surface.

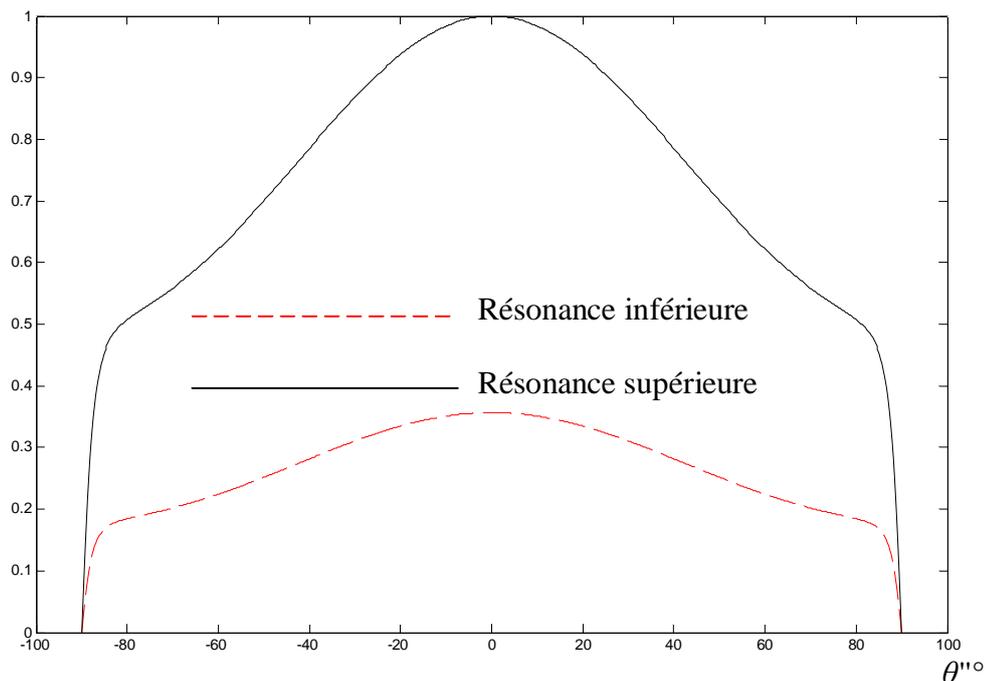


Figure 2.8. Comparaison entre le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure avec celui à la résonance supérieure pour le mode TM_{10} dans le plan $\phi''=0$ lorsque

$$a_2 \times b_2 < a_1 \times b_1.$$

VI. Conclusion du chapitre

De nombreux travaux de recherche théoriques ou expérimentaux ont examiné les caractéristiques de résonance des antennes microbandes rectangulaires fonctionnant en mode unifréquence et bifréquence. Cependant, les caractéristiques de rayonnement de ces structures n'ont pas retenues une attention particulière par les différents chercheurs. C'est dans ce contexte que nous avons réservé ce chapitre à l'étude du rayonnement des antennes unifréquences et bifréquences. Dans le cas d'une antenne opérant en mode simple fréquence, nous avons considéré comme structure celle d'un patch rectangulaire microbande couvert par une couche diélectrique. Nous avons proposé une nouvelle expression pour le calcul du champ rayonné en zone lointaine. Cette expression a été

validée par comparaison de nos diagrammes de rayonnement avec ceux disponibles dans la littérature ouverte. Nous avons aussi tracé la distribution surfacique du courant pour deux épaisseurs différentes de la couche de couverture. Dans le cas d'une antenne opérant en mode bifréquence, nous avons considéré comme structure celle de deux patches microbandes rectangulaires empilés fabriqués sur un substrat bicouche. L'expression que nous avons développée pour des antennes empilées indique que le rayonnement en zone lointaine dépend du courant du patch supérieur aussi bien que du courant sur le patch inférieur. Lorsque la taille du patch supérieur est plus grande que celle du patch inférieure, Le courant sur le patch supérieur (inférieur) est dominant à la résonance inférieure (supérieure). Le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure est pratiquement similaire à celui de la résonance supérieure. Lorsque la taille du patch supérieur est inférieure à celle du patch inférieur, La distribution surfacique du courant sur le patch inférieur est dominante à la résonance inférieure. Par contre, à la résonance supérieure, le courant électrique est considérable aussi bien pour le patch supérieur que pour le patch inférieur. Afin d'obtenir un rayonnement aussi fort que possible, il est impératif de faire fonctionner l'antenne à sa résonance supérieure. Une chose commune que nous avons constaté durant l'étude élaborée dans ce présent chapitre est que tous les diagrammes de rayonnement en zone lointaine que nous avons présenté (soit pour une antenne microbande opérant en mode simple fréquence ou une antenne microbande empilée) souffre d'une directivité très faible. Pour résoudre ce problème, nous proposons comme perspective de considérer une structure formée d'un réseau de patches microbandes rectangulaires empilés. Nous aurons donc une forme géométrique semblable à celle connue sous le nom de rideau pour le cas des doublets électriques élémentaires. Nous envisageons d'entamer cette structure microbande complexe dans un futur proche. La complexité de la structure provient du fait qu'il est nécessaire de tenir compte dans la formulation mathématique du

problème du couplage électromagnétique mutuel entre les patchs métalliques inférieurs, les patchs métalliques supérieurs et les patchs métalliques inférieurs avec les patchs métalliques supérieurs.

VII. Références bibliographique

- [1] V. A. Dmitriev and J. C. W. A. Costa, "Theoretical investigation of compact microstrip resonators with stubs for patch antennas," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, pp. 27-29, Jan. 2002.
- [2] K. Güney, "A new edge extension expression for the resonant frequency of electrically thick rectangular microstrip antennas," *Int. J. Electron.*, vol. 75, pp. 767-770, 1993.
- [3] K. Güney, "Resonant frequency of electrically-thick circular microstrip antennas," *Int. J. Electron.*, vol. 77, pp. 377-386, 1994.
- [4] A. Toscano and L. Vegni, "Evaluation of the resonant frequencies and bandwidth in microstrip antennas with a chiral grounded slab," *Int. J. Electron.*, vol. 81, pp. 671-676, 1996.
- [5] D. Karaboga, K. Güney, N. Karaboga, and A. Kaplan, "Simple and accurate effective side length expression obtained by using a modified genetic algorithm for the resonant frequency of an equilateral triangular microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 83, pp. 99-108, 1997.
- [6] N. Karaboga, K. Güney, and A. Akdagli, "A new effective patch radius expression obtained by using a modified tabu search algorithm for the resonant frequency of electrically thick circular microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 86, pp. 825-835, 1999.

-
- [7] C. S. Gürel and E. Yazgan, "Resonant frequency of an air gap tuned circular disc microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 87, no. 8, pp. 973-979, Aug. 2000.
- [8] A. Asthana and B. R. Vishvakarma, "Analysis of gap-coupled microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 88, no. 6, pp. 707-718, June 2001.
- [9] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Effects of the resistive patch and the uniaxial anisotropic substrate on the resonant frequency and the scattering radar cross section of a rectangular microstrip antenna," *Aerospace Sci. Technol.*, vol. 10, no. 3, pp. 217-221, Apr. 2006.
- [10] A. K. Singh and M. K. Meshram, "Shorting pin loaded dual-band compact rectangular microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, vol. 94, no. 3, pp. 237-250, Mar. 2007.
- [11] K. Güney and N. Sarikaya, "Adaptive neuro-fuzzy inference system for computing the resonant frequency of electrically thin and thick rectangular microstrip antennas," *Int. J. Electron.*, vol. 94, no. 9, pp. 833-844, Sep. 2007.
- [12] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of a resistive patch and uniaxial anisotropic substrate with entire domain and roof top functions," *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 32, no. 7, pp. 591-596, July 2008.
- [13] I. J. Bahl, P. Bhartia, and S. S. Stuchly, "Design of microstrip antennas covered with a dielectric layer," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-30, pp. 314-318, Mar. 1982.
- [14] J. S. Row and K. L. Wong, "Resonance in a superstrate-loaded rectangular microstrip structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 41, pp. 1349-1355, Aug. 1993.

-
- [15] J. T. Bernhard and C. J. Tousignant, "Resonant frequencies of rectangular microstrip antennas with flush and spaced dielectric superstrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 47, pp. 302-308, Feb. 1999.
- [16] V. Losada, R. R. Boix, and M. Horno, "Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 488-498, Apr. 1999.
- [17] F. Bouttout, F. Benabdelaziz, and A. Khellaf, "Closed-form Hankel transforms for circular disk basis modes involving Chebyshev polynomials and edge condition," *Electron. Lett.*, vol. 36, no. 10, pp. 866-867, May 2000.
- [18] F. Bouttout, F. Benabdelaziz, T. Fortaki, and D. Khedrouche, "Resonant frequency and bandwidth of a superstrate-loaded rectangular patch on a uniaxial anisotropic substrate," *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 16, no. 7, pp. 459-473, July 2000.
- [19] M. M. Khodier and C. G. Christodoulou, "A proposed stacked microstrip antenna structure for bandwidth enhancement," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 36, no. 1, pp. 26-28, Jan. 2003.
- [20] J. P. Daniel, G. Dubost, C. Terret, J. Citerne, and M. Drissi, "Research on planar antennas and arrays: "Structures Rayonnantes"," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 35, pp. 14-38, Feb. 1993.
- [21] F. Croq, G. Kossiavas, and A. Papiernik, "Stacked resonators for bandwidth enhancement: a comparison of two feeding techniques," *IEE Proc.-H*, vol. 140, no. 4, pp. 303-308, Aug. 1993.

-
- [22] S. Egashira and E. Nishiyama, "Stacked microstrip antenna with wide bandwidth and high gain," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44, pp. 1533–1534, Nov. 1996.
- [23] F. Bouttout, "Analyse rigoureuse de l'antenne microbande circulaire multicouche. Application à la structure annulaire," Thèse de Doctorat, Université de Setif, Oct. 2001.
- [24] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Radar cross section of stacked circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1136–1139, May 2003.
- [25] K. S. Kona and Y. R. Samii, "Novel probe-feeding architectures for stacked microstrip patch antennas," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, no. 6, pp. 467–475, Sept. 2003.
- [26] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, June 2004.
- [27] T. Fortaki. and A. Benghalia, "An efficient electromagnetic study of circular disc microstrip antenna with two parasitic elements," in *Proc. 4th International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications*, P-230, pp. 1-4, Hammamet, Tunisia, March. 25-29, 2007.
- [28] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.

-
- [29] W. C. Chew and T. M. Habashy, "The use of vector transforms in solving some electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 871-879, July 1986.
- [30] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [31] D. M. Pozar, "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, pp. 613-621, June 1987.
- [32] Z. Baharav, "Optimal grouping of basis functions," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, pp. 567-573, Apr. 2001.
- [33] T. Fortaki. and A. Benghalia, "Comparative study of the numerical convergence for different sets of basis functions used in the moment method analysis of rectangular patch antenna," in *Proc. 17th International Meeting in Hertzian Optics and Dielectrics*, vol. 2, pp. P-1, Calais, France, Sept. 3-5, 2003.
- [34] T. Fortaki. and A. Benghalia, "Efficient analysis of the far field pattern of rectangular microstrip patch using the stationary phase method," in *Proc. 16th International Conference on Microelectronics*, pp. 278-281, Tunis, Tunisia, Dec. 6-8, 2004.
- [35] W. C. Chew and Q. Liu, "Resonance frequency of a rectangular microstrip patch," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 1045-1056, Aug. 1988.
- [36] W. C. Chew and Q. Liu, "Correction to "Resonance frequency of a rectangular microstrip patch"," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 1827, Dec. 1988.

- [37] T. Fortaki and A. Benghalia, “Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [38] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, “Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer,” *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.

Chapitre 3

Étude d'une antenne microbande supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture dans le plan de masse

Mots clefs : Supraconductivité, Haute température critique, Ouverture, Modèle des deux fluides, Equations des frères London

Sommaire

- I. Introduction
- II. Mise en équation du problème
 - II.1. Impédance complexe de surface du patch supraconductrice à haute T_c
 - II.2. Solution par l'analyse full-wave
- III. Validation de l'approche proposée
- IV. Discussion des résultats numériques
 - IV.1. Influence de l'ouverture sur la résonance et la bande passante du patch supraconducteur à haute température critique
 - IV.2. Influence de la température
 - IV.3. Influence de l'épaisseur du film supraconducteur
- V. Conclusion du chapitre
- VI. Références bibliographiques

I. Introduction

La supraconductivité est un phénomène survenant dans certains matériaux, de fait, supraconducteurs. Elle est caractérisée par l'absence de résistance électrique et l'annulation du champ magnétique à l'intérieur du matériau (phénomène connu sous le nom d'effet Meissner). La supraconductivité découverte historiquement en premier, et que l'on nomme communément supraconductivité conventionnelle, se manifeste à des températures très basses, proches du zéro absolu (-273.15 °C). Il existe également d'autres classes de matériaux, appelés supraconducteurs non conventionnels dont les propriétés ne sont pas expliquées par la théorie conventionnelle. En particulier, la classe des cuprates (ou supraconducteurs à haute température critique (T_c)), découverte en 1986, présente des propriétés supraconductrices à des températures plus élevées que les supraconducteurs conventionnels (la température critique des supraconducteurs à haute température critique peut être supérieure d'un facteur de 10 par rapport à celle des supraconducteurs conventionnels). Toutefois, ce que les physiciens nomment haute température reste extrêmement bas (le maximum est 153 °K, soit -120 °C). Depuis près de deux décennies, ce sujet est considéré comme le sujet le plus important de la physique du solide, aucune approche théorique n'est actuellement satisfaisante pour décrire convenablement le phénomène de la supraconductivité à haute température critique. La température de l'azote liquide -196 °C soit 77 °K, qui peut être fabriqué industriellement, est généralement prise en référence comme température en dessous de laquelle on entre dans les très basses températures.

Les composants micro-ondes passifs supraconducteurs tels que antennes, filtres, lignes de transmission et déphaseurs ont montré une supériorité significative relativement aux composants correspondants fabriqués avec des conducteurs normaux tels que l'or, l'argent et le cuivre en raison des avantages des supraconducteurs [1]-[11]. Les avantages

d'utiliser des matériaux supraconducteurs à haute température critique en hyperfréquences incluent : 1) très faible pertes ; ce qui veut dire réduction de l'atténuation et du niveau de bruit, 2) dispersion très petite jusqu'à des fréquences de quelques dizaines de GHz, 3) miniaturisation des dispositifs micro-ondes ; ce qui permet une large échelle d'intégration et 4) réduction dans le temps de propagation des signaux dans les circuits.

Lorsque un résonateur patch microbande se comporte comme une antenne, il peut être alimentée par une ligne microbande localisée au-dessous du plan de masse de l'antenne via une ouverture coupée dans le plan de masse [12]-[25]. Cette configuration d'alimentation a été trouvée très prometteuses pour multiples raisons [16]. Pour l'instant, elle rend possible l'utilisation d'un substrat à constante diélectrique élevée pour le réseau d'alimentation et un substrat à faible constante diélectrique pour l'élément rayonnant de l'antenne, ce qui donne des performances optimales pour le réseau d'alimentation aussi bien que pour l'élément rayonnant de l'antenne [16]. En outre, le rayonnement provenant du réseau d'alimentation ne peut pas s'interférer avec le rayonnement de base généré par l'antenne puisque le plan de masse sépare les deux mécanismes de rayonnement [16]. Il est important de mentionner que la présence d'ouvertures dans le plan de masse des antennes patchs microbandes affecte inévitablement les propriétés de résonance des antennes [20]-[23]. Cette effet d'ouvertures a été explicitement montré dans [20]-[23], où les auteurs ont montré que des ouvertures dans le plan de masse des patchs microbandes rectangulaires peuvent être utilisées comme une manière d'ajustement de leurs fréquences de résonance. Puisque les ouvertures dans le plan de masse peuvent jouer un rôle dans la conception des antennes patchs microbandes, les algorithmes développés pour l'analyse des résonateurs patchs microbandes doivent être capable de tenir compte de l'effet de l'existence possible d'ouvertures dans le plan de masse des résonateurs.

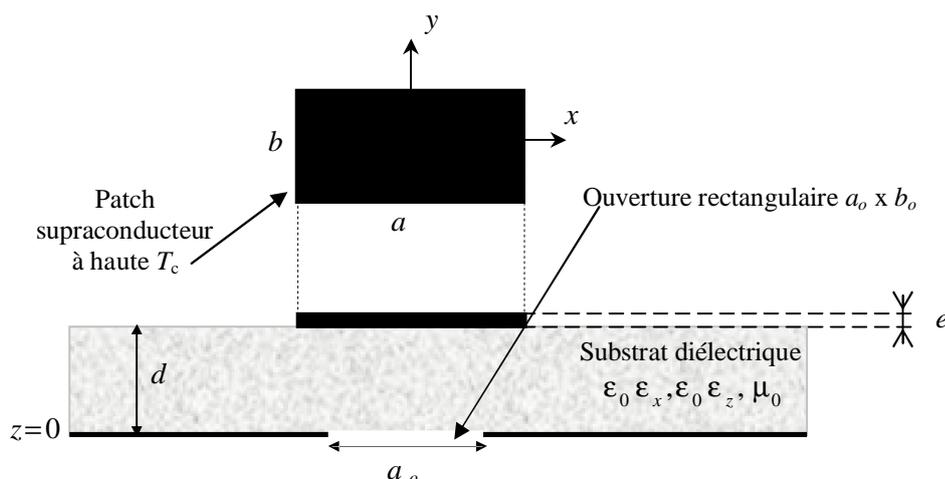


Figure 3.1. Structure d'une antenne microbande supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture dans le plan de masse.

Dans ce présent chapitre, une analyse full-wave rigoureuse d'une antenne microbande supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture rectangulaire dans le plan de masse (voir figure 3.1) est présentée. Au meilleur de notre connaissance, cette structure n'a pas été analysée auparavant. Uniquement des résultats pour le cas d'un patch parfaitement conducteur ont été rapportés dans la littérature ouverte [20]-[23]. Le présent chapitre est organisé comme suit : Dans la section II, nous fournissons des détails concernant la formulation théorique du problème, en insistant particulièrement sur la manière d'introduire l'effet de la supraconductivité du patch rectangulaire dans l'analyse full-wave. Pour ce fin, on fera appel au modèle des deux fluides de Gorter et Casimir conjointement avec les équations des frères London [26]-[27]. Afin de valider l'approche théorique présentée, nous comparons dans la section III nos résultats numériques avec les données théoriques et expérimentales disponibles au niveau de la littérature. Divers résultats numériques et leurs discussions adéquates sont présentés

dans la section IV. Enfin, les conclusions tirées de ce présent chapitre sont rapportées dans la section V.

II. Mise en équation du problème

II.1. Impédance complexe de surface du patch supraconducteur à haute T_c

Le problème à résoudre est illustré dans la figure 3.1. Nous avons un patch supraconducteur rectangulaire d'épaisseur e imprimé sur une couche diélectrique uniaxial. La couche diélectrique d'épaisseur d est caractérisée par la perméabilité du vide μ_0 et une permittivité tensorielle de la forme

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_0 \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où ϵ_0 est la permittivité de l'espace libre et les permittivités relatives ϵ_x et ϵ_z peuvent être complexes afin de tenir compte des pertes par diélectrique. Le patch supraconducteur est caractérisé par une température critique T_c , une profondeur de pénétration λ_0 à une température nulle et une conductivité normale σ_n . Une ouverture rectangulaire de taille $a_o \times b_o$ est coupée dans le plan de masse parfaitement conducteur. Le champ électrique transverse sur le plan du patch supraconducteur à haute T_c peut être écrit comme une superposition d'un champ électrique dans le patch et un autre en dehors de celui-ci, ceci donne

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \tilde{E}_x^i + \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y = \tilde{E}_y^i + \tilde{E}_y^o \end{cases} \quad (3.2)$$

Le champ électrique sur le patch supraconducteur à haute T_c est donné par

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^i = Z_s \tilde{J}_x \\ \tilde{E}_y^i = Z_s \tilde{J}_y \end{cases} \quad (3.3)$$

où Z_s est l'impédance complexe de surface du patch supraconducteur à haute T_c . Lorsque l'épaisseur du patch supraconducteur est inférieure à 3 fois la profondeur de pénétration λ_0 (la profondeur de pénétration λ à la température $T = 0$ K), l'impédance complexe de surface peut être approximée comme suit :

$$Z_s = \frac{1}{e\sigma} \quad (3.4)$$

où σ est la conductivité complexe du patch supraconducteur rectangulaire. Elle est déterminée par le modèle des deux fluides de Gorter et Casimir (voir Annexe A) conjointement avec les équations des frères London (voir Annexe B) [27]

$$\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2 \quad (3.5)$$

La partie réelle de la conductivité complexe (σ_1) provient des électrons de conduction normaux. Sa dépendance en température est de la forme

$$\sigma_1 = \sigma_n \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \quad (3.6)$$

où σ_n est la conductivité normal. La partie réactive de la conductivité ($-i\sigma_2$) provient des porteurs supraconducteurs, elle peut être déterminée à partir de l'équation de la force de Lorentz [27]

$$\sigma_2 = \frac{1}{\omega \mu_0 [\lambda(T)]^2} \quad (3.7)$$

Dans l'équation (3.7) ω est la fréquence angulaire et $\lambda(T)$ est la profondeur de pénétration à la température T , elle est donnée par l'expression suivante :

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4}} \quad (3.8)$$

II.2. Solution par l'analyse full-wave

Nous commençons tout d'abord par la détermination des fonctions dyadiques de Green. Les champs transverses dans la région uniaxiale ($0 < z < d$) peuvent être obtenus via les transformées vectorielles inverses de Fourier [28]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_s, z) \\ E_y(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (3.9)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} H_y(\mathbf{r}_s, z) \\ -H_x(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \quad (3.10)$$

où

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_s}, \quad \mathbf{r}_s = \hat{\mathbf{x}}x + \hat{\mathbf{y}}y, \quad \mathbf{k}_s = \hat{\mathbf{x}}k_x + \hat{\mathbf{y}}k_y, \quad k_s = |\mathbf{k}_s| \quad (3.11)$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) = e^{-i\bar{k}_z z} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{k}_s) + e^{i\bar{k}_z z} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{k}_s) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) = \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{k}_s) \cdot \left[e^{-i\bar{k}_z z} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{k}_s) - e^{i\bar{k}_z z} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{k}_s) \right] \quad (3.13)$$

Dans les équations (3.12) et (3.13), \mathbf{A} et \mathbf{B} sont deux vecteurs inconnus et

$$\bar{\mathbf{k}}_z = \text{diag} [k_z^e, k_z^h], \quad \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{k}_s) = \text{diag} \left[\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_z^e}, \frac{k_z^h}{\omega \mu_0} \right] \quad (3.14)$$

k_z^e et k_z^h sont, respectivement, les constantes de propagation pour les ondes TM et TE dans le substrat uniaxial [20]-[23]. En écrivant les équations (3.12) et (3.13) dans le plan $z=0$ et $z=d$, et par élimination des inconnus \mathbf{A} et \mathbf{B} , nous obtenons la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d^-) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^+) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

avec

$$\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^{11} & \bar{\mathbf{T}}^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}^{21} & \bar{\mathbf{T}}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \bar{\boldsymbol{\theta}} & -i \bar{\mathbf{g}}^{-1} \cdot \sin \bar{\boldsymbol{\theta}} \\ -i \bar{\mathbf{g}} \cdot \sin \bar{\boldsymbol{\theta}} & \cos \bar{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{\theta}} = \bar{\mathbf{k}}_z d \quad (3.16)$$

Les équations de continuités pour les composantes tangentielles du champ à l'interface $z=d$ sont

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d^-) - \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d^+) = \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) \quad (3.18)$$

$\mathbf{j}(\mathbf{k}_s)$ dans l'équation (3.18) est relié à la transformée vectorielle de Fourier de $\mathbf{J}(\mathbf{r}_s)$, le courant sur le patch supraconducteur à haute température critique, de la manière suivante [29]

$$\mathbf{j}(\mathbf{k}_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, -\mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}_s) dk_x dk_y, \quad \mathbf{J}(\mathbf{r}_s) = \begin{bmatrix} J_x(\mathbf{r}_s) \\ J_y(\mathbf{r}_s) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Les équations de continuité pour les composantes tangentielles du champ à l'interface $z=0$ sont

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0) = \mathbf{e}_0(\mathbf{k}_s) \quad (3.20)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^-) - \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^+) = \mathbf{j}_0(\mathbf{k}_s) \quad (3.21)$$

Dans l'équation (3.21), $\mathbf{j}_0(\mathbf{k}_s)$ est la transformée vectorielle de Fourier du courant $\mathbf{J}_0(\mathbf{r}_s)$ sur le plan de masse avec une ouverture rectangulaire. Dans la région de l'air illimitée au-dessus du patch supraconducteur à haute température critique (au-dessous de l'ouverture) le champ électromagnétique donné par les équations (3.12) et (3.13) doit s'atténuer quand $z \rightarrow +\infty$ ($z \rightarrow -\infty$) en accord avec la condition de rayonnement de Sommerfeld, ceci donne

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d^+) = \bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d^+) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^-) = -\bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^-) \quad (3.23)$$

où l'expression de $\bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s)$ peut être obtenu aisément à partir de l'expression de $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{k}_s)$ donné par l'équation (3.14) en admettant $\varepsilon_x = \varepsilon_z = \varepsilon_r = 1$. En combinant (3.15), (3.17), (3.18) et (3.20)-(3.23), et par une simple transformation de la représentation (TM,TE) vers les coordonnées (x,y) , nous obtenons une relation entre $\mathbf{j}(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{j}_0(\mathbf{k}_s)$, $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s)$ et $\mathbf{e}_0(\mathbf{k}_s)$ donnée par

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} WW_{xx} & WW_{xy} \\ WW_{yx} & WW_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{x0} \\ \tilde{E}_{y0} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{x0} \\ \tilde{J}_{y0} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} WW_{xx} & WW_{xy} \\ WW_{yx} & WW_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xy} \\ Y_{yx} & Y_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{x0} \\ \tilde{E}_{y0} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

En substituant l'équation (3.2) dans l'équation (3.24), nous obtenons

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^i + \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y^i + \tilde{E}_y^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} WW_{xx} & WW_{xy} \\ WW_{yx} & WW_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{x0} \\ \tilde{E}_{y0} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

En remplaçant l'équation (3.3) dans l'équation (3.26), nous obtenons

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} WW_{xx} & WW_{xy} \\ WW_{yx} & WW_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{x0} \\ \tilde{E}_{y0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_s & 0 \\ 0 & Z_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Le système constitué des équations (3.25) et (3.27) constitue le noyau de base de la mise en équation du problème pour le cas d'une antenne supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture dans le plan de masse parfaitement conducteur. On peut réécrire le système de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} - Z_s & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} - Z_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} WW_{xx} & WW_{xy} \\ WW_{yx} & WW_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{x0} \\ \tilde{E}_{y0} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{x0} \\ \tilde{J}_{y0} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} WW_{xx} & WW_{xy} \\ WW_{yx} & WW_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xy} \\ y_{yx} & y_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{E}_{x0} \\ \tilde{E}_{y0} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Le champ électrique transverse en dehors du patch et la densité de courant sur le plan de masse avec ouverture peuvent être obtenus en appliquant la transformée scalaire de Fourier à l'équation (3.28) et (3.29), respectivement, ceci donne

$$E_x^o = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(Q_{xx} - Z_s) \tilde{J}_x + Q_{xy} \tilde{J}_y + WW_{xx} \tilde{E}_{x0} + WW_{xy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y \quad (3.30)$$

$$E_y^o = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [Q_{yx} \tilde{J}_x + (Q_{yy} - Z_s) \tilde{J}_y + WW_{yx} \tilde{E}_{x0} + WW_{yy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y \quad (3.31)$$

$$J_{x0} = \frac{-1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [WW_{xx} \tilde{J}_x + WW_{xy} \tilde{J}_y + Y_{xx} \tilde{E}_{x0} + Y_{xy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y \quad (3.32)$$

$$J_{y0} = \frac{-1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [WW_{yx} \tilde{J}_x + WW_{yy} \tilde{J}_y + Y_{yx} \tilde{E}_{x0} + Y_{yy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y \quad (3.33)$$

Les conditions aux limites exigent que le champ électrique transverse donné par les équations (3.30) et (3.31) s'annule sur la région du patch supraconducteur à haute température critique et le courant surfacique donné par les équations (3.32) et (3.33) s'annule au-delà du plan de masse, ce qui permet d'obtenir les équations intégrales couplées suivantes pour le courant du patch supraconducteur à haute température critique et le champ au niveau de l'ouverture :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(Q_{xx} - Z_s) \tilde{J}_x + Q_{xy} \tilde{J}_y + WW_{xx} \tilde{E}_{x0} + WW_{xy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y = 0 \quad (3.34)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [Q_{yx} \tilde{J}_x + (Q_{yy} - Z_s) \tilde{J}_y + WW_{yx} \tilde{E}_{x0} + WW_{yy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y = 0 \quad (3.35)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [WW_{xx} \tilde{J}_x + WW_{xy} \tilde{J}_y + Y_{xx} \tilde{E}_{x0} + Y_{xy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y = 0 \quad (3.36)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [WW_{yx} \tilde{J}_x + WW_{yy} \tilde{J}_y + Y_{yx} \tilde{E}_{x0} + Y_{yy} \tilde{E}_{y0}] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y = 0 \quad (3.37)$$

Maintenant, on peut discrétiser les équations (3.34)-(3.37), en développant le courant sur le patch supraconducteur à haute température critique en une somme infinie de fonctions de base sinusoïdales avec des poids inconnus. Concernant le champ électrique au niveau de l'ouverture, on fera appel au théorème des structures électromagnétiques complémentaires. En ce qui concerne les fonctions de test, elles seront identiques aux fonctions de base. Une fois le système linéaire est obtenu, une solution non triviale de ce dernier nécessite l'annulation du déterminant de la matrice impédance. La fréquence correspondant à un déterminant nul est dite fréquence de résonance. Elle est complexe à cause des pertes par rayonnement de la structure. Pour cette fréquence le courant et le champ se soutiennent.

III. Validation de l'approche proposée

Dans ce qui suit, on présentera uniquement des résultats pour le mode TM_{01} . Afin de confirmer l'exactitude des calculs, nos résultats numériques sont comparés avec ceux obtenus via le modèle de cavité à murs latéraux magnétiques [30]. Le patch est fabriqué avec un film mince supraconducteur en $YBa_2Cu_3O_7$ (YBCO) avec comme paramètres $\sigma_n = 10^6$ S/M, $T_c = 89$ K, $\lambda_0 = 140$ nm et $e = 350$ nm. Le patch de longueur $a = 1630$ μ m est imprimé sur un substrat d'aluminate de lanthane ($LaAlO_3$) avec $\epsilon_r = 23.81$ et $d = 254$ μ m. La permittivité élevée du substrat $LaAlO_3$ permet la croissance de films YBCO à haute qualité (surface de résistance faible). La température ambiante est $T = 77$ K. Le tableau 3.1 résume les fréquences de résonance calculées et celles obtenues via le modèle de cavité [30] pour trois différentes largeurs du patch et différences entre ces deux résultats inférieures à 2 % sont obtenues. Dans le tableau 3.2, nous comparons également nos résultats avec les données théoriques de Richard *et al.* [30] et Silva *et al.* [31]. Les donnés

Tableau 3.1. Comparaison des fréquences de résonance calculées avec celles de Richard *et al.* [30] ; $a=1630\mu\text{m}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/M}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$, $e=350 \text{ nm}$, $T=77 \text{ K}$, $\epsilon_r = 23.81$
 $d=254\mu\text{m}$ et $a_o = 0$.

b (μm)	Fréquences de résonance (GHz)		Erreur (%)
	Modèle de cavité [30]	Nos résultats	
935	28.95	28.76	0.66
1050	26.12	26.29	0.65
1100	25.05	25.33	1.12

Tableau 3.2. Comparaison des fréquences de résonance calculées avec celles de Richard *et al.* [30] et Silva *et al.* [31] ; $a=1630\mu\text{m}$, $b=935\mu\text{m}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/M}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$,
 $e=350 \text{ nm}$, $T=50 \text{ K}$, $d=254\mu\text{m}$ et $a_o = 0$.

Permittivité relative (ϵ_r)	Fréquences de résonance (GHz)		
	Full-wave analysis [31]	Modèle de cavité [30]	Nos résultats
11	41.041	41.638	41.585
16	34.856	35.300	34.816
23.81	28.671	28.937	28.764

Tableau 3.3. Structures d'antennes microbandes ayant des patches parfaitement conducteurs ; $a \times b = 3.4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 2.62$.

Numéro de la structure	Epaisseur du substrat d (mm)	Taille de l'ouverture a_o (cm) \times b_o (cm)
Structure N°1	0.794	0.7 x 0.07
Structure N°2	1.794	0
Structure N°3	2.794	0
Structure N°4	3.175	1 x 0.1

de Richard *et al.* [30] ont été obtenues grâce au modèle de cavité modifié, alors que celle de Silva *et al.* [31] ont été produites par une méthode intégrale. Les paramètres de l'antenne sont identiques à ceux du tableau 3.1, mais cette fois ci le patch supraconducteur a une largeur de $b=935\mu\text{m}$ et en outre du substrat LaAlO_3 , on considère deux autres matériaux. La température ambiante est de 50 K. L'erreur relative entre nos valeurs et celles de [30] ([31]) ne dépasse pas 0.58 % (0.70 %). Nous avons aussi effectué d'autres comparaisons pour des structures ayant des patches parfaitement conducteurs. Les paramètres de ces structures sont indiqués en tableau 3.3. Le tableau 3.4 récapitule nos calculs de la fréquence de résonance et de la bande passante ainsi que les données de la littérature. Pour les structures N°1 et N° 4, les valeurs de la littérature sont celles mesurées expérimentalement par Aksun *et al.* [32], alors que pour les structures N°2 et N°3, les valeurs de la littératures sont obtenues à partir des formules des courbes de fittage de Chew et Liu (référence [29] pour la fréquence de résonance et [33] pour la bande passante). Le tableau 3.4 montre l'excellent accord entre nos résultats et ceux de la littérature pour les quatre structures considérées. Les comparaisons ci-dessus nous permet de valider l'approche proposée dans ce présent chapitre.

Tableau 3.4. Comparaison entre nos résultats numériques et ceux de la littérature pour les structures microbandes considérées en tableau 3.3.

Numéro de la structure	Fréquences de résonance (GHz)		Bande passante (%)	
	Résultats de la littérature	Nos résultats numériques	Résultats de la littérature	Nos résultats numériques
Structure N°1	2.896	2.900	—	1.178
Structure N°2	2.940	2.964	2.761	2.620
Structure N°3	2.865	2.901	4.307	4.129
Structure N°4	2.750	2.772	—	4.709

IV. Discussion des résultats numériques

IV.1. Influence de l'ouverture sur la résonance et la bande passante du patch supraconducteur à haute température critique

Dans la figure 3.2, nous étudions l'influence de l'aire d'une ouverture de forme carrée sur la fréquence de résonance du patch supraconducteur à haute T_c . Le patch est fabriqué avec un film mince supraconducteur en YBCO avec comme paramètres $\sigma_n = 10^6$ S/M, $T_c = 89$ K et $\lambda_0 = 140$ nm. Deux différentes épaisseurs du film supraconducteur sont considérées dans la figure 3.2. Le patch carré de taille 1.4142 cm x 1.4142 cm est imprimé sur un substrat en Mylar avec $\epsilon_r = 3$ et $d = 1.4142$ mm. La température de fonctionnement est $T = 60$ K. Les résultats de la figure 3.2 indiquent que la présence d'une ouverture dans le plan de masse diminue la fréquence d'opération de l'antenne supraconductrice à haute température critique. Cette diminution est d'autant plus importante que l'aire de l'ouverture est plus large. En effet, lorsque la taille de l'ouverture passe de 0 à la moitié de celle du patch ayant un épaisseur de $e = 350$ nm ($e = 0.5$ nm), la

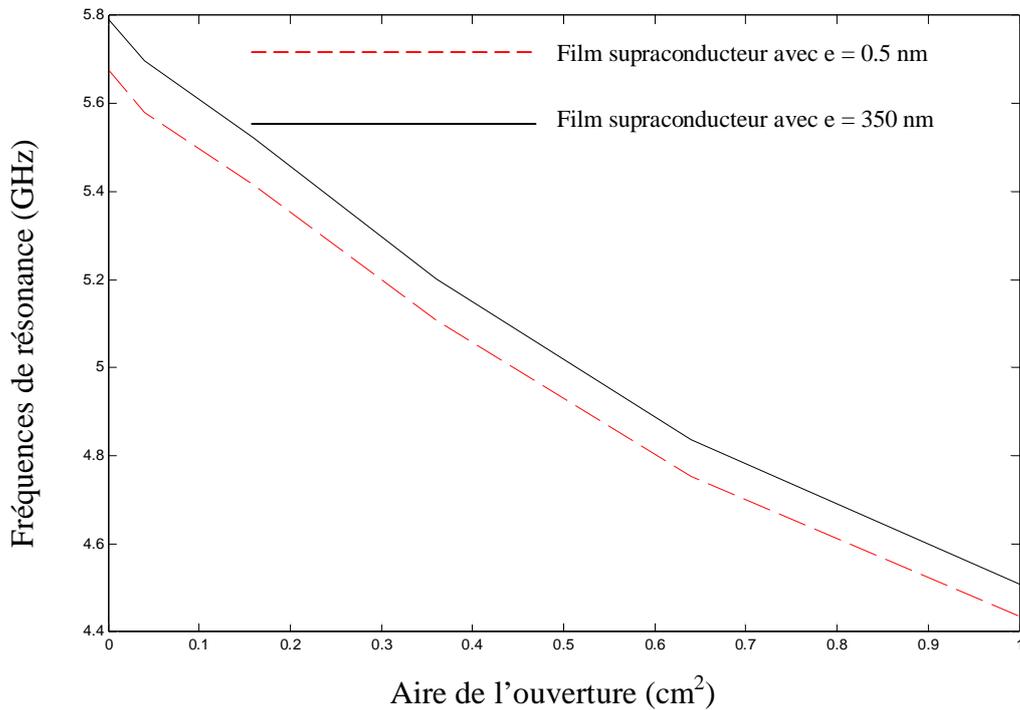


Figure 3.2. Fréquence de résonance en fonction de l'aire de l'ouverture pour un patch supraconducteur à haute température critique ; $a=1.4142$ cm , $b=1.4142$ cm , $\sigma_n = 10^6$ S/M , $T_c = 89$ K , $\lambda_0 = 140$ nm , $\epsilon_r = 3$, $d = 1.4142$ mm et $T = 60$ K .

fréquence d'opération de l'antenne diminue de 5.791 GHz (5.677 GHz) vers 4.508 GHz (4.436) pour un changement fractionnelle de 22.15 % (21.86 %). Concernant l'effet de l'ouverture carrée sur la bande passante de l'antenne supraconductrice rectangulaire, nous avons rapporté les bandes passantes pour les différentes ouvertures dans le tableau 3.5 pour le cas d'un film supraconducteur ayant une épaisseur de 350 nm et dans le tableau 3.6 pour le cas d'un film supraconducteur ayant une épaisseur de 0.5 nm. A partir des résultats numériques des deux tableaux, il est clair que la plus large bande passante est obtenue pour une ouverture avec une aire égale à la moitié de celle du patch supraconducteur à haute température critique.

Tableau 3.5. Bande passante en fonction de l'aire de l'ouverture carrée pour l'antenne supraconductrice rectangulaire étudiée en figure 3.2 ; cas où le film supraconducteur a une épaisseur de 350 nm.

Ouverture carrée		Bande passante (%)
Taille de l'ouverture a_o (cm) \times b_o (cm)	Aire de l'ouverture (cm ²)	
0 x 0	0	3.669
0.2 x 0.2	0.04	3.766
0.4 x 0.4	0.16	3.620
0.6 x 0.6	0.36	3.567
0.8 x 0.8	0.64	3.759
1 x 1	1	4.340

Tableau 3.6. Bande passante en fonction de l'aire de l'ouverture carrée pour l'antenne supraconductrice rectangulaire étudiée en figure 3.2 ; cas où le film supraconducteur a une épaisseur de 0.5 nm.

Ouverture carrée		Bande passante (%)
Taille de l'ouverture a_o (cm) \times b_o (cm)	Aire de l'ouverture (cm ²)	
0 x 0	0	3.349
0.2 x 0.2	0.04	3.424
0.4 x 0.4	0.16	3.310
0.6 x 0.6	0.36	3.290
0.8 x 0.8	0.64	3.501
1 x 1	1	4.087

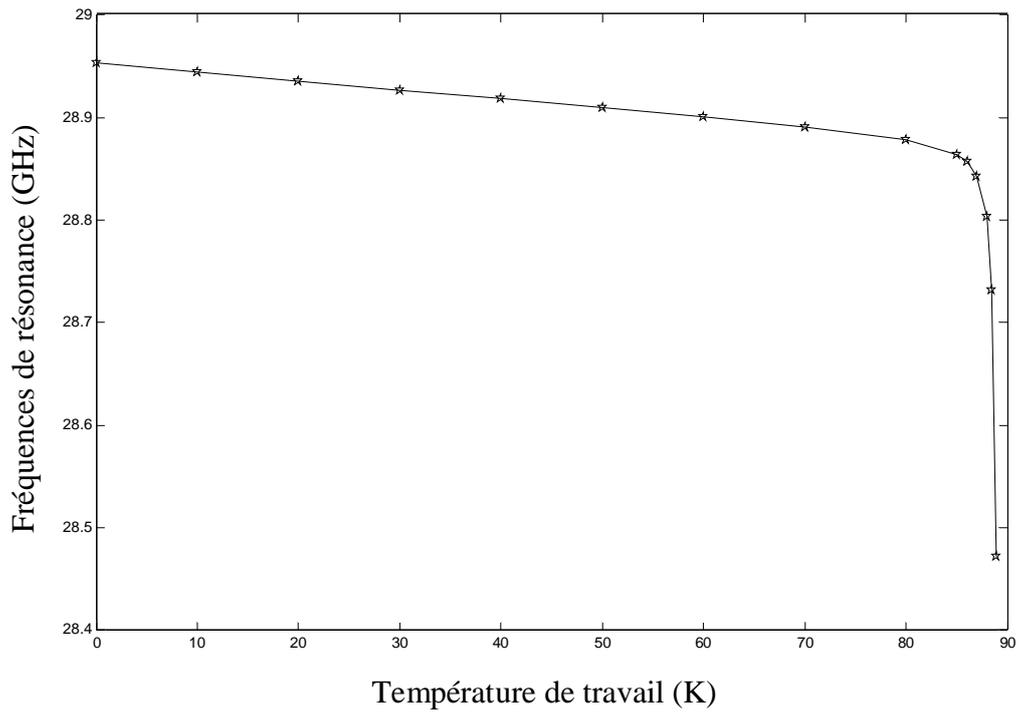
IV.2. Influence de la température

Des résultats numériques sont obtenus pour les paramètres utilisés dans l'expérience de Richard *et al.* [30] (sans ouverture dans le plan de masse). Un patch rectangulaire d'épaisseur 350 nm, une longueur de résonance de 935 μm et une largeur de 1630 μm est imprimé sur un substrat de LaAlO_3 d'épaisseur 254 μm . Le patch est fabriqué avec un film supraconducteur mince en YBCO avec une température de transition $T_c = 89\text{K}$, une profondeur de pénétration à une température zéro $\lambda_0 = 140\text{nm}$, une conductivité normal $\sigma_n = 10^6\text{ S/M}$. Le LaAlO_3 a été choisi comme substrat dans l'expérience de Richard *et al.* [30] en raison de sa permittivité élevée puisque ceci permet la croissance de films supraconducteurs YBCO à haute qualité (résistance de surface faible). Contrairement à l'analyse théorique de Silva *et al.* [31], la variation de la permittivité du substrat LaAlO_3 avec la variation de la température (voir tableau 3.7), comme indiquée par l'expérience de Richard *et al.* [30], est tenue en compte dans cette étude. Les valeurs du tableau 3.7 ont été déduites expérimentalement par Richard *et al.* [30] de la manière suivante : Les auteurs dans [30] ont tracé expérimentalement la variation de la fréquence d'opération en fonction de la température pour le cas d'une antenne microbande fabriqué avec un patch parfaitement conducteur (patch en or). Cette variation de la permittivité avec la température est causée selon Richard *et al.* [30] par la variation de la permittivité du substrat LaAlO_3 . Et en utilisant le modèle de cavité, on peut extraire la valeur de la permittivité pour chaque fréquence et donc pour chaque température. La figure 3.3(a) montre la fréquence de résonance de l'antenne supraconductrice en fonction de la température d'opération. A partir des résultats de la figure 3.3(a), il est observé que l'augmentation de la température causera une diminution dans la fréquence de résonance. Cette diminution est significative pour des valeurs de température voisines de la

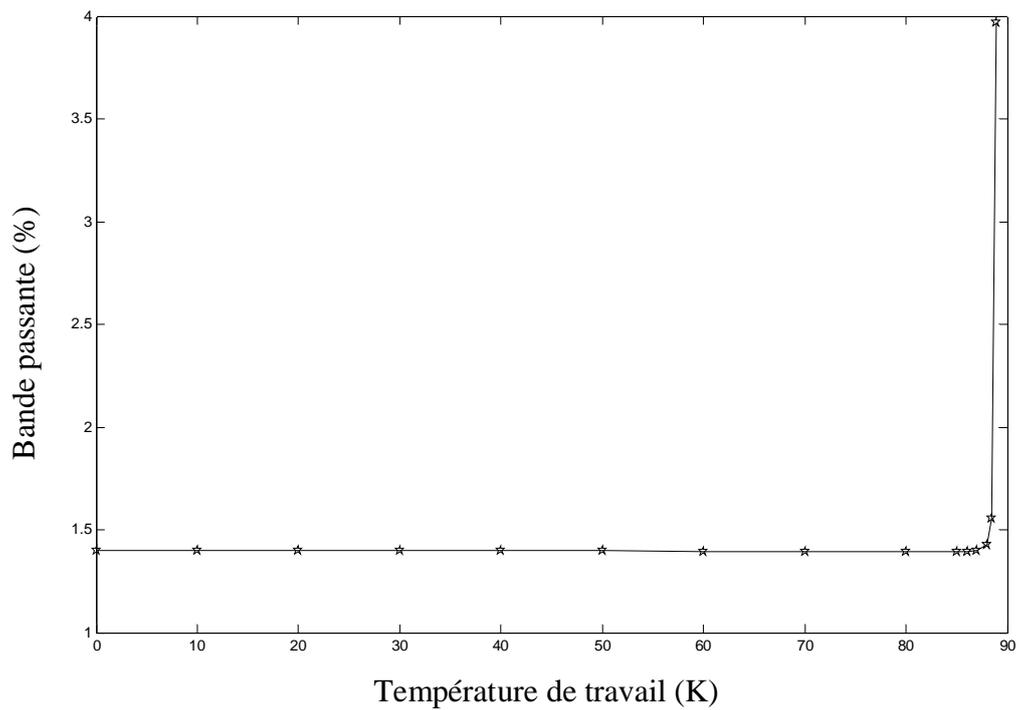
Tableau 3.7. Variation de la permittivité relative du substrat LaAlO_3 en fonction de la variation de la température de travail.

Température de travail (K)	Permittivité relative (ϵ_r)
0	23.491
10	23.505
20	23.520
30	23.534
40	23.548
50	23.562
60	23.576
70	23.591
80	23.605
85	23.612
86	23.613
87	23.615
88	23.616
88.5	23.617
88.9	23.618

température de transition. Dans la figure 3.3(b), nous étudions l'influence de la température sur la bande passante de l'antenne supraconductrice. Il est clair que l'effet de la variation de la température sur la bande passante est significatif uniquement pour des températures proches de la température critique. Notons que le comportement de la bande passante montré dans la figure 3.3(b) est différent que celui rapporté dans [31, figure 3], mais il est en accordance avec celui mesuré illustré dans [30, figure 12]. Dans les figures 3.4(a) et (b), nous reprenons l'étude effectuée dans les figures 3.3(a) et (b), mais en



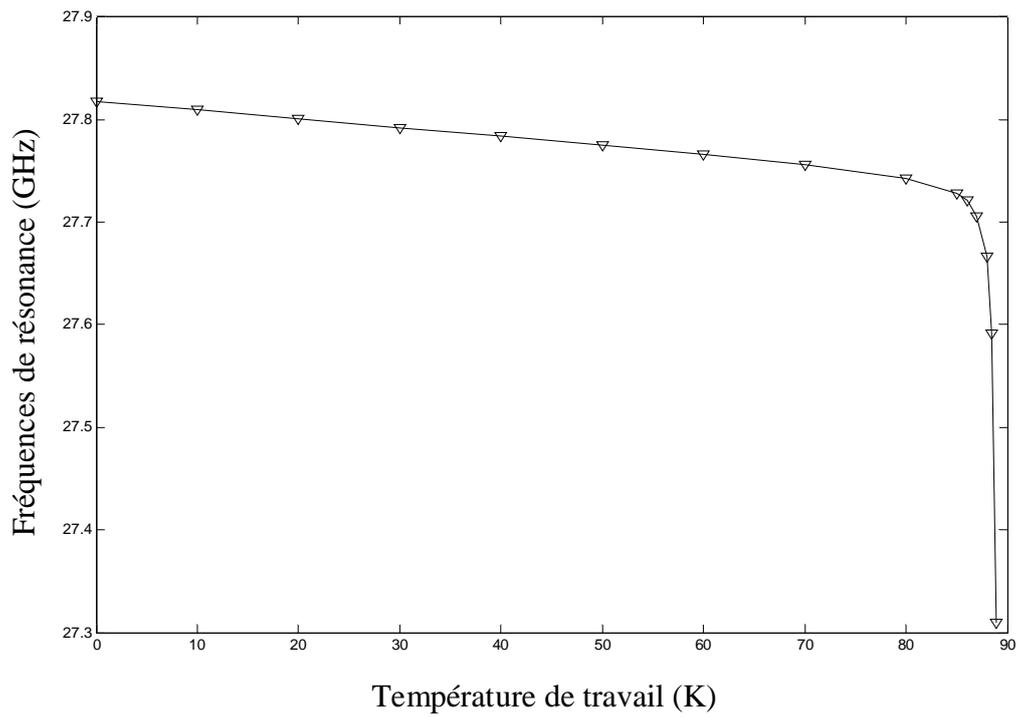
(a)



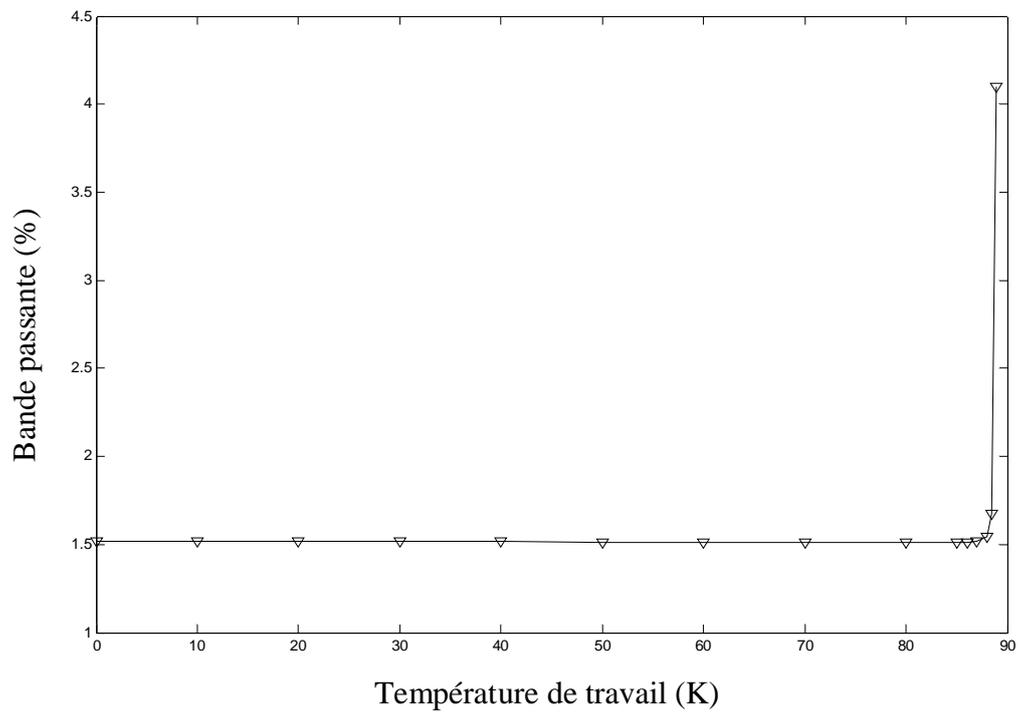
(b)

Figure 3.3. Fréquence de résonance et bande passante d'une antenne microbande supraconductrice en fonction de la température de travail. (a) Fréquence de résonance.

(b) Bande passante.



(a)



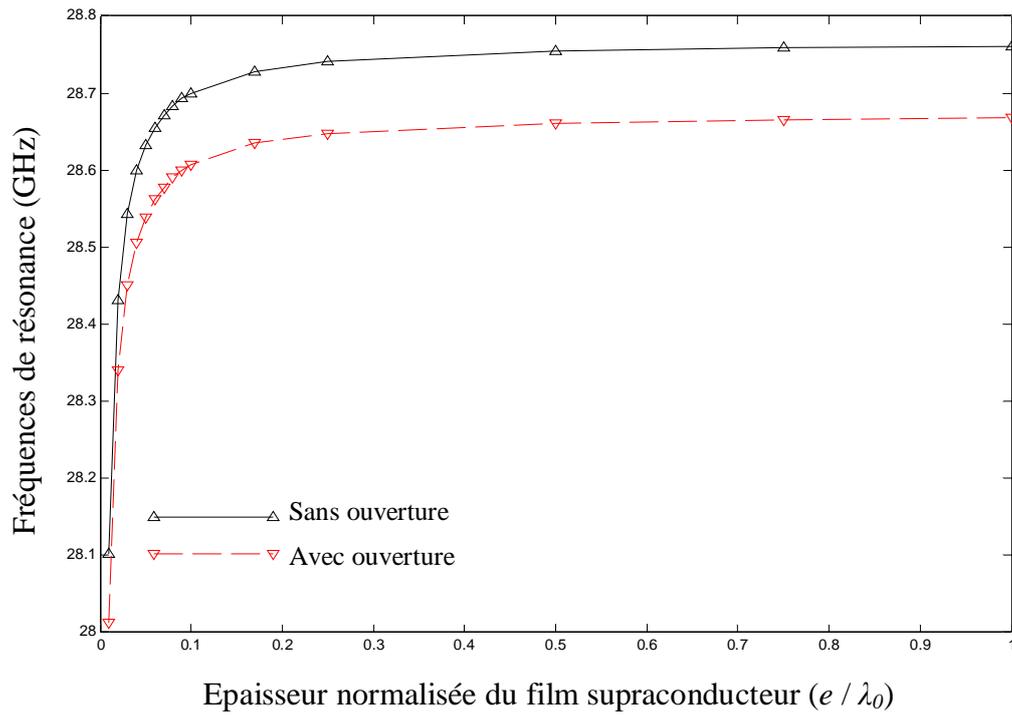
(b)

Figure 3.4. Fréquence de résonance et bande passante d'une antenne microbande supraconductrice ayant une ouverture dans le plan de masse en fonction de la température de travail. (a) Fréquence de résonance. (b) Bande passante.

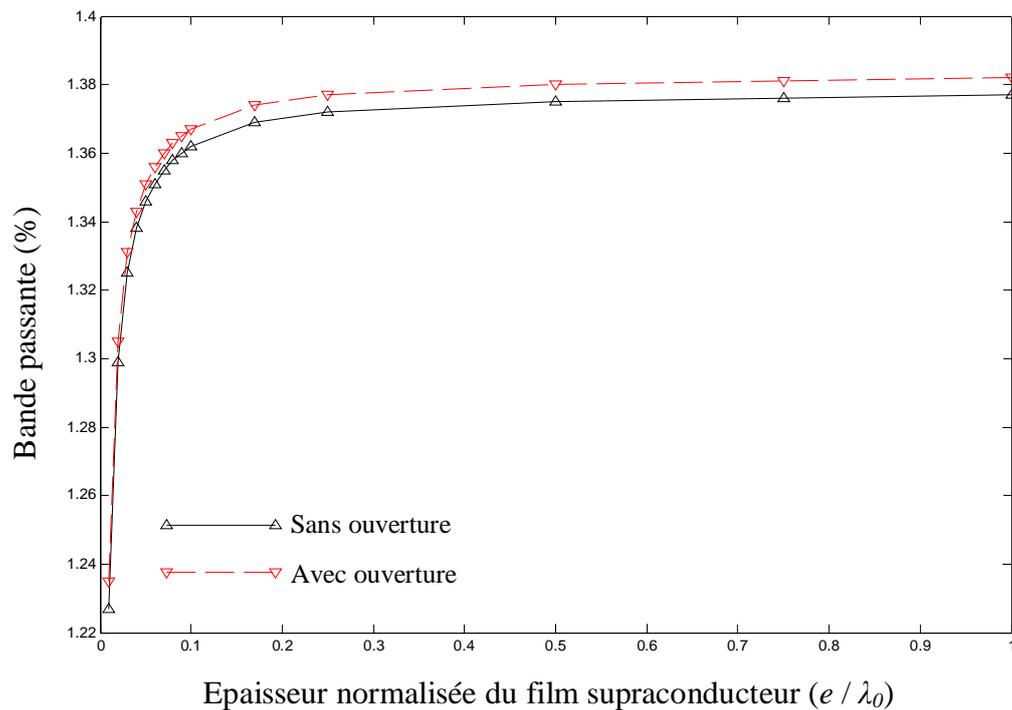
considérant cette fois ci que le plan de masse présente une ouverture de $163 \mu\text{m} \times 93.5 \mu\text{m}$. Il est à noter que l'effet de la température sur la fréquence et la bande passante de l'antenne supraconductrice avec ouverture est semblable à celui des antennes sans ouvertures.

IV.3. Influence de l'épaisseur du film supraconducteur

L'influence de l'épaisseur du film supraconducteur à haute température critique sur la fréquence d'opération et la bande passante de l'antenne sans et avec ouverture rectangulaire est étudiée dans les figures 3.5(a) et (b). L'épaisseur du patch rectangulaire est normalisée relativement à la profondeur de pénétration à la température zero (λ_0). Pour le cas de l'antenne présentant une ouverture rectangulaire, la taille de cette dernière est de $163 \mu\text{m} \times 93.5 \mu\text{m}$. Les caractéristiques du film supraconducteur sont : $\lambda_0 = 100 \text{nm}$, $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/M}$ et $T_c = 89 \text{K}$. Pour l'antenne microbande, les paramètres suivants sont utilisés : $a = 1630 \mu\text{m}$, $b = 935 \mu\text{m}$, $d = 254 \mu\text{m}$ et $\epsilon_r = 23.81$. La température de fonctionnement est $T = 50 \text{K}$. Il est observé que lorsque l'épaisseur du film supraconducteur croît, la fréquence de résonance et la bande passante augmentent pour l'antenne sans ouverture aussi bien que pour l'antenne avec ouverture. Notons que l'effet de l'épaisseur du film supraconducteur est plus prononcé pour les petites valeurs de e ($e < 0.1 \lambda_0$). Lorsque e excède $0.1 \lambda_0$, l'augmentation de l'épaisseur du film supraconducteur augmentera lentement la fréquence de résonance ainsi que la bande passante. Un soin extrême devrait être pris lors de la conception d'une antenne microbande avec un film supraconducteur mince ; puisque une petite incertitude lors de la fabrication du patch peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence et de la bande passante de l'antenne.



(a)



(b)

Figure 3.5. Fréquence de résonance et bande passante d'une antenne microbande supraconductrice sans et avec ouverture dans le plan de masse en fonction de l'épaisseur normalisée du film supraconducteur. (a) Fréquence de résonance. (b) Bande passante.

V. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons étudié les caractéristiques électromagnétiques d'une antenne microbande supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture rectangulaire dans le plan de masse. La méthode d'analyse a été basée sur une méthode full-wave conjointement avec le modèle des deux fluides de Gorter et Casimir et les équations des frères London. L'impédance complexe de surface a été calculée en supposant que l'épaisseur du film supraconducteur est inférieure à trois fois la profondeur de pénétration à une température nulle. Afin de valider l'approche proposée, nous avons comparé nos résultats numériques avec des données théoriques et expérimentales disponibles dans la littérature. Nous avons montré que la présence d'une ouverture de taille égale à la moitié de celle du patch supraconducteur cause une diminution de la fréquence d'opération de plus de 20 %. Par ailleurs, la plus large bande passante a été obtenue pour une ouverture avec une aire égale à la moitié de celle du patch supraconducteur à haute température critique. Concernant l'influence de la température sur la fréquence d'opération et la bande passante de l'antenne sans ou avec ouverture, nous avons indiqué que l'augmentation de la température causera une diminution (augmentation) dans la fréquence de résonance (bande passante). Cette diminution (augmentation) est significative pour des valeurs de température voisines de la température de transition. Finalement, nous avons trouvé que l'effet de l'épaisseur du film supraconducteur est plus prononcé pour des épaisseurs inférieures à $0.1\lambda_0$ (λ_0 étant la profondeur de pénétration à une température nulle). Un soin extrême devrait être pris lors de la conception d'une antenne microbande avec un film supraconducteur mince ; puisque une petite incertitude lorsque le patch est fabriqué peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence et de la bande passante de l'antenne. Finalement, on attire l'attention que dans la partie des résultats numériques, nous avons pris YBCO comme matériau supraconducteur. Nous

avons également obtenu d'autres résultats numériques en utilisant d'autres matériaux supraconducteurs. Ces matériaux sont $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ (BSCCO) et $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ (TBCCO). Par intérêt de brièveté, nous n'avons pas rapporté ces résultats numériques dans cette thèse.

VI. Références bibliographiques

- [1] U. Mizutani, *Introduction to the Electron Theory of Metals*. England: Cambridge University Press, 2003.
- [2] K. Fossheim and A. Sudbo, *Superconductivity Physics and Application*. New York: Wiley & Sons, 2004.
- [3] A. Mourachkine, *Room_Temperature Superconductivity*. England: Cambridge International Science Publishing, 2004.
- [4] S. Savard, "Fabrication et étude de composants micro-ondes planaires supraconducteurs," Mémoire Maîtrise, Université de Sherbrooke, Jan. 2004.
- [5] J. F. Seaux, "Conception, optimisation et test de dispositifs intégrant des matériaux en couche mince supraconducteurs ou ferroélectriques pour des applications de filtrage dans le domaine spatial," Thèse de Doctorat, Université de Limoges, Avril 2005.
- [6] N. Sekiya, A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, "Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators," *Physica C*, vol. 445-448, pp. 994-997, 2006.
- [7] C. P. Poole, H. A. Farach, R. J. Creswick, and R. Prozorov, *Superconductivity*. London: Academic Press, Second edition, 2007.

-
- [8] M. Amir, “Analyse d’une antenne microruban à patch supraconducteur,” Mémoire de Magister, Université de Batna, Février 2008.
- [9] S. Benkouda, “Caractérisation d’un patch microbande supraconducteur dans une configuration substrat-superstrat. Effets du gap d’air sur la résonance de l’antenne supraconductrice ajustable,” Mémoire de Magister, Université de Batna, Décembre 2008.
- [10] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, “Study of high T_c superconducting microstrip antenna,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1405-1408, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [11] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, “Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch,” in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1566-1570, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [12] K. Kawano and H. Tomimuro, “Hybrid-mode analysis of a microstrip-slot resonator,” *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 129, no. 6, pp. 351-355, Dec. 1982.
- [13] K. Kawano, “Hybrid-mode analysis of coupled microstrip-slot resonators,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, pp. 38-43, Jan. 1985.
- [14] P. L. Sullivan and D. H. Schaubert, “Analysis of an aperture coupled microstrip antenna,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 977-984, Aug. 1986.
- [15] D. M. Pozar, “Microstrip antenna aperture-coupled to a microstripline,” *Electron. Lett.*, vol. 21, no. 2, pp. 49-50, 1988.
- [16] V. Losada, R. R. Boix, and M. Horno, “Resonant modes of circular microstrip patches over ground planes with circular apertures in multilayered substrates

- containing anisotropic and ferrite materials,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 1756-1762, Oct. 2000.
- [17] J. S. Row and C. Y. Ai, “A dual-band rectangular patch antenna stacked with parasitic gridded patch,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, pp. 44-46, 2003.
- [18] G. S. Kirov, A. Abdel-Rahman, and A. S. Omar, “Wideband aperture coupled microstrip antenna,” in *Proc. IEEE APS Symp.*, vol. 2, pp. 888-891, June 22-27, 2003.
- [19] J. S. Row, “A dual-frequency dual-polarized microstrip antenna fed by an inclined slot,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 512-514, June 2004.
- [20] T. Fortaki, “Contribution à l’étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse,” Thèse de Doctorat, Université de Constantine, June 2004.
- [21] T. Fortaki and A. Benghalia, “Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [22] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, “Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture,” *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.
- [23] T. Fortaki. and A. Benghalia, “Study of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of a high-permittivity dielectric layer below the aperture,” in *Proc. 16th International Conference on Microelectronics*, pp. 178-179, Tunis, Tunisia, Dec. 6-8, 2004.

-
- [24] C. Locker and T. F. Eibert, "Unidirectional radiation efficient stacked aperture antenna for X-band application," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 264-266, 2008.
- [25] S. K. Pavuluri, C. H. Wang, and J. Sangster, "A high-performance aperture-coupled patch antenna supported by a micromachined polymer ring," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 283-286, 2008.
- [26] S. M. El-Ghazaly, R. B. Hammond, and T. Itoh, "Analysis of superconducting microwave structures: application to microstrip lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 499-508, Mar. 1988.
- [27] H. How, R. G. Seed, C. Vittoria, D. B. Chrisey, J. S. Horwitz, C. Carosella, and V. Folen, "Microwave characteristics of high T_c superconducting coplanar waveguide resonator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 1668-1673, Aug. 1992.
- [28] W. C. Chew and T. M. Habashy, "The use of vector transforms in solving some electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 871-879, July 1986.
- [29] W. C. Chew and Q. Liu, "Resonance frequency of a rectangular microstrip patch," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 1045-1056, Aug. 1988.
- [30] M. A. Richard, K. B. Bhasin, and P. C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 967-974, July 1993.

- [31] S. C. da Silva, A. G. d'Assuncao, and J. R. S. Oliveira, "Analysis of high T_c superconducting microstrip antennas and arrays," in *Proc. SBMO/IEEE MTT Symp. IMOC*, pp. 243-246, 1999.
- [32] M. I. Aksun, S. L. Chuang, and Y. T. Lo, "On slot-coupled microstrip antennas and their applications to CP operation – theory and experiment," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, pp. 1224-1230, Aug. 1990.
- [33] W. C. Chew and Q. Liu, "Correction to "Resonance frequency of a rectangular microstrip patch",," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, pp. 1827, Dec. 1988.

Conclusion générale

Conclusion générale

La conception assistée par ordinateur ou CAO s'est révélée une technique incontournable dans la réalisation de divers composants, circuits et autres systèmes automatisés et cela dans plusieurs disciplines (télécommunications, contrôle, automatique, robotique, mécanique, physique expérimentale...etc.). Elle dispose, entre autres, d'algorithmes et de techniques numériques souples, fiables, précis, très rapide et suffisamment maniables pour garantir la réalisation du système désiré avec les caractéristiques voulues. La présente thèse a apporté un apport concret dans le patrimoine de la CAO des antennes microbandes. En outre des résultats originaux concernant les caractéristiques de rayonnement des antennes empilées et les caractéristiques de résonance des antennes microbandes supraconductrices à haute température critique présentant une ouverture dans le plan de masse, les résultats inhérents au comportement bifréquence des patchs empilés ont retenu l'attention d'experts au plus haut niveau. En effet, pour la première fois une explication claire est correcte de ce comportement, important aussi bien en théorie qu'en pratique, a été donnée.

L'étude de l'origine du comportement bifréquence des patchs microbandes empilés a formé le premier volet de cette thèse. Les deux patchs empilés sont montés sur un substrat bicouche, le matériau de ce dernier peut être isotrope ou anisotrope. Concernant la mise en équation du problème, nous avons utilisé la méthode de Galerkin ; en considérant comme inconnues les distributions surfaciques de courant sur le patch inférieur et supérieur. L'allègement des calculs a été assuré, en se reposant et par une extension d'un de nos travaux antérieurs [1]. Nous avons montré que les deux résonateurs constitutifs de la structure empilée, qui déterminent le comportement bifréquence de l'antenne, dépendent des tailles relatives des longueurs de résonance des patchs [2]. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus grande que celle du patch inférieur, la résonance

inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch supérieur et le plan de masse et la résonance supérieure est reliée au patch inférieur [2]. La résonance inférieure est très voisine de la fréquence de résonance du patch supérieur isolé. Dans le cas où la longueur de résonance du patch supérieur est plus petite que celle du patch inférieur, la résonance inférieure est associée avec le résonateur formé par le patch inférieur et le plan de masse et la résonance supérieure est associée avec le résonateur formé par les deux patches [2]. Maintenant, la résonance inférieure est très proche de la fréquence de résonance du patch inférieur isolé (c.-à-d., le patch inférieur dans une configuration substrat-superstrat). En examinant une étude récente effectuée par Losada *et al.* [3] et traitant l'effet de l'anisotropie uniaxiale sur le comportement bifréquence des antennes, il nous a apparu important, voir même indispensable, de reprendre cette étude afin de la perfectionner [2]. Les résultats numériques de cette dernière étude ont indiqué que l'anisotropie diélectrique dans le substrat (négative ou positive) a un effet plus significatif sur le résonateur responsable de la résonance inférieure que sur le résonateur responsable de la résonance supérieure.

Un nombre assez important de travaux de recherche ont examiné les caractéristiques de résonance des antennes microbandes fonctionnant en mode unifréquence [4]-[7] et bifréquence [8]-[11]. Cependant, les caractéristiques de rayonnement pour ces structures n'ont pas retenue une attention particulière par les microondistes [12], [13]. Ceci nous a motivé à consacrer ce sujet comme un deuxième thème de notre thèse. Pour le cas d'une antenne opérant en mode unifréquence, nous avons considéré comme structure celle d'un patch rectangulaire couvert par une couche diélectrique [12]. Cette couche de couverture est souvent imposée par conception dans le but de protéger l'antenne des dégâts de l'environnement, ou peut être naturellement formée durant vol ou par des conditions climatiques sévères. Pour le cas d'une antenne opérant en mode bifréquence, nous avons

choisi comme structure celle de deux patchs empilés fabriqués sur un substrat bicouche. La nouvelle expression explicite que nous avons développé indique que le rayonnement en zone lointaine de l'antenne empilée dépend à la fois de la distribution surfacique de courant sur le patch inférieur et celle sur le patch supérieur. Lorsque la taille du patch supérieur est plus grande que celle du patch inférieur, le courant sur le patch supérieur (inférieur) est dominant à la résonance inférieure (supérieure). Le rayonnement de l'antenne à la résonance inférieure est pratiquement similaire à celui de la résonance supérieure. Lorsque la taille du patch supérieur est plus petite que celle du patch inférieur, la distribution surfacique du courant sur le patch inférieur est dominante à la résonance inférieure. Par contre, à la résonance supérieure, le courant électrique est considérable aussi bien pour le patch supérieur que pour le patch inférieur. Par conséquent, l'obtention d'un rayonnement aussi fort que possible, nous exige à faire fonctionner l'antenne à sa résonance supérieure.

Les antennes microbandes supraconductrices à haute température critique ont montré une supériorité significative relativement aux antennes microbandes fabriquées avec des conducteurs normaux tels que l'or, l'argent et le cuivre en raison des avantages des supraconducteurs [14]-[17]. Les avantages d'utiliser des matériaux supraconducteurs en hyperfréquences incluent : très faible pertes, dispersion très petite, miniaturisation des dispositifs micro-ondes et réduction dans le temps de propagation des signaux dans les circuits. Par ailleurs, l'excitation d'une antenne microbande par couplage à travers une ouverture coupée dans le plan de masse offre multiples avantages relativement à d'autres techniques d'excitation [18]-[19]. Les deux raisons précédentes nous ont poussé à consacrer le troisième volet de cette thèse à l'étude des performances d'une antenne microbande supraconductrice à haute température critique présentant une ouverture rectangulaire dans le plan de masse. Afin de tenir compte de la supraconductivité du patch,

nous avons inclus dans l'analyse l'impédance de surface du patch. Cette dernière a été calculée en utilisant le modèle des deux fluides de Gorter et Casimir conjointement avec les équations des frères London [16], [17] ; sous la condition que l'épaisseur du film supraconducteur est inférieure à trois fois la profondeur de pénétration à une température nulle. Le matériau supraconducteur que nous avons considéré dans cette thèse est $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBCO). Un excellent accord a été obtenu entre nos résultats numériques et les données théoriques et expérimentales de la littérature. Nous avons montré que la présence d'une ouverture de taille égale à la moitié de celle du patch supraconducteur cause une diminution de la fréquence d'opération de plus de 20 %. Par ailleurs, la plus large bande passante a été obtenue pour une ouverture avec une aire égale à la moitié de celle du patch supraconducteur à haute température critique. Concernant l'influence de la température sur la fréquence d'opération et la bande passante de l'antenne sans ou avec ouverture, nous avons indiqué que l'augmentation de la température causera une diminution (augmentation) dans la fréquence de résonance (bande passante). Cette diminution (augmentation) est significative pour des valeurs de température voisines de la température de transition. Finalement, nous avons trouvé que l'effet de l'épaisseur du film supraconducteur est plus prononcé pour des épaisseurs inférieures à $0.1\lambda_0$ (λ_0 étant la profondeur de pénétration à une température nulle). Un soin extrême devrait être pris lors de la conception d'une antenne microbande avec un film supraconducteur mince ; puisque une petite incertitude lorsque le patch supraconducteur est fabriqué peut avoir comme conséquence un décalage important de la fréquence d'opération et de la bande passante de l'antenne.

Une chose commune que nous avons constaté durant l'étude élaborée dans cette thèse aussi bien que dans d'autres travaux effectués dans notre laboratoire est que le diagramme de rayonnement en zone lointaine (soit pour le cas d'un fonctionnement en

mode unifr quence ou en mode bifréquence) souffre d'une directivité très faible. Pour résoudre ce problème, nous proposons comme perspective de considérer une nouvelle structure plus complexe formée d'un réseau de patchs microbandes rectangulaires empilés. Nous aurons donc une forme géométrique semblable à celle connue sous le nom de rideau pour le cas des doublets électriques élémentaires. Nous envisageons d'entamer cette structure microbande complexe au niveau de notre laboratoire LHS dans un futur proche. La complexité de la structure provient du fait qu'il est nécessaire de tenir compte à la fois du couplage électromagnétique mutuel entre les patchs métalliques inférieurs, les patchs métalliques supérieurs et les patchs métalliques inférieurs avec les patchs métalliques supérieurs.

Références bibliographiques

- [1] T. Fortaki and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 6, pp. 496-500, June 2004.
- [2] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 7, pp. 310-313, 2008.
- [3] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Radar cross section of stacked circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1136-1139, May 2003.
- [4] A. Boufrioua and A. Benghalia, "Effects of the resistive patch and the uniaxial anisotropic substrate on the resonant frequency and the scattering radar cross

- section of a rectangular microstrip antenna,” *Aerospace Sci. Technol.*, vol. 10, no. 3, pp. 217-221, Apr. 2006.
- [5] A. K. Singh and M. K. Meshram, “Shorting pin loaded dual-band compact rectangular microstrip antenna,” *Int. J. Electron.*, vol. 94, no. 3, pp. 237-250, Mar. 2007.
- [6] K. Güney and N. Sarikaya, “Adaptive neuro-fuzzy inference system for computing the resonant frequency of electrically thin and thick rectangular microstrip antennas,” *Int. J. Electron.*, vol. 94, no. 9, pp. 833-844, Sep. 2007.
- [7] A. Boufrioua and A. Benghalia, “Radiation and resonant frequency of a resistive patch and uniaxial anisotropic substrate with entire domain and roof top functions,” *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 32, no. 7, pp. 591-596, July 2008.
- [8] M. M. Khodier and C. G. Christodoulou, “A proposed stacked microstrip antenna structure for bandwidth enhancement,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 36, no. 1, pp. 26-28, Jan. 2003.
- [9] K. L. Chung and A. S. Mohan, “The effect of offset patch on the broadband characteristics of an electromagnetically coupled patch antenna,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, no. 5, pp. 345-348, Sept. 2003.
- [10] K. S. Kona and Y. R. Samii, “Novel probe-feeding architectures for stacked microstrip patch antennas,” *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 38, no. 6, pp. 467–475, Sept. 2003.
- [11] E. R. Iglesias, J. L. V. Roy, L. I. Sanchez, D. S. Vargas, V. G. Posadas, and C. M. Pascual, “Offset stacked patches behavior in an array,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 40, no. 3, pp. 262-265, Feb. 2004.

-
- [12] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer," *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.
- [13] L. Djouane, F. Chebara, N. Hamdiken, and T. Fortaki, "Radiation of rectangular patch antenna for the first two fundamental modes," in *Proc. International Conference on Systems and Information processing*, Guelma, Algeria, Mai 2-4, 2009.
- [14] J. F. Seaux, "Conception, optimisation et test de dispositifs intégrant des matériaux en couche mince supraconducteurs ou ferroélectriques pour des applications de filtrage dans le domaine spatial," Thèse de Doctorat, Université de Limoges, Avril 2005.
- [15] N. Sekiya, A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, "Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators," *Physica C*, vol. 445-448, pp. 994-997, 2006.
- [16] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, "Study of high T_c superconducting microstrip antenna," in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1405-1408, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [17] T. Fortaki, S. Benkouda, M. Amir, and A. Benghalia, "Air gap tuning effect on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip patch," in *Proc. Progress in Electromagnetics Research Symposium*, pp. 1566-1570, Beijing, China, Mar. 23-27, 2009.
- [18] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004.

- [19] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, “Numerical analysis of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture,” *Commun. Numer. Meth. Engng.* (John Wiley & Sons), vol. 20, no. 6, pp. 489-500, June 2004.

Annexes

Annexe A

Modèle des deux fluides de Gorter et Casimir

Annexe B

Equations des frères London

Annexe A

Modèle des deux fluides de Gorter et Casimir

Si l'état supraconducteur existe dans certains matériaux c'est qu'ils sont stables et énergétiquement favorables par rapport à l'état normal. C'est dans cet esprit que Gorter et Casimir ont appliqué le modèle des deux fluides aux supraconducteurs. Ils supposent que le matériau supraconducteur en dessous de T_c est un milieu à deux états : l'un étant composé d'électrons normaux qui ont une densité n_n et ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac (deux électrons ne peuvent pas se trouver dans le même état énergétique, les états sont donc remplis depuis le moins énergétique jusqu'au plus énergétique et le dernier état occupé est appelé le niveau de Fermi E_F) et l'autre étant constitué d'électrons supraconducteurs qui ont une densité n_s et forment un condensât de Bose-Einstein (les électrons auront tendance à se condenser à une seule énergie la plus basse possible). Etant donné la densité d'électrons dans un volume :

$$n = N/V \tag{A.1}$$

où N est le nombre d'électrons et V le volume). Le nombre d'électrons ne change pas avec la température et

$$n = n_n + n_s \tag{A.2}$$

On peut définir une densité relative d'électrons normaux

$$x = n_n/n \tag{A.3}$$

et comme $n = n_n + n_s$, la densité relative d'électrons supraconducteurs est :

$$1 - x = n_s/n \tag{A.4}$$

Afin de comprendre comment varie x avec la température, il nous faut une expression de l'énergie en fonction de la densité relative d'électrons normaux x et la température T . A la base de la description de ce nouvel état, Gorter et Casimir ont émis deux hypothèses :

Hypothèse 1 : $T = 0 \Rightarrow x = 0 \Leftrightarrow n = n_s$: Tous les électrons sont supraconducteurs à $T = 0$ K .

Hypothèse 2 : $T \geq T_c \Rightarrow x = 1 \Leftrightarrow n = n_n$: Tous les électrons sont normaux.

Gorter et Casimir ont proposé l'équation suivante qui satisfait les hypothèses 1 et 2 pour $0 \leq T \leq T_c$,

$$F(x, T) = \sqrt{x} f_n(T) + (1 - x) f_s(T) \quad (\text{A.5})$$

où

$$f_n(T) = -\frac{1}{2} \gamma T^2 \quad (\text{A.6})$$

est l'énergie libre des électrons dans un métal normal et

$$f_s(T) = -\beta \quad (\text{A.7})$$

est l'énergie à laquelle se trouvent les électrons après condensation sur le niveau fondamental supraconducteur ; on les appelle alors "superélectrons". Dans l'équation (A.6) γ est la chaleur spécifique électronique ne dépend pas de la température. β dans l'équation (A.7) est l'énergie de l'état fondamental ou de condensation. Selon les hypothèses 1 et 2 ainsi que l'équation 'A.5), nous obtenons

$$F(0, 0) = \sqrt{0} f_n(0) + (1 - 0) f_s(0) = f_s(0) = -\beta \quad (\text{A.8})$$

$$F(1, T_c) = \sqrt{1} f_n(T_c) + (1 - 1) f_s(T_c) = f_n(T_c) = -\frac{1}{2} \gamma T_c^2 \quad (\text{A.9})$$

En annulant la dérivée partielle de l'équation (A.5), on obtient la condition de minimum pour une température T fixe

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_T = 0 = f_n(T) \frac{\partial \sqrt{x}}{\partial x} + f_s(T) \frac{\partial (1-x)}{\partial x} = f_n(T) \frac{1}{2\sqrt{x}} - f_s(T) \quad (\text{A.10})$$

L'équation (A.7) réexprimée avec les définitions de $f_n(T)$ et $f_s(T)$ donne

$$\beta = \frac{1}{4} \gamma T^2 \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (\text{A.11})$$

Comme nous n'avons pas fait d'hypothèse sur T , l'équation (A.11) est valable tant que $T \leq T_c$. En particulier (hypothèse 2 : $x=1$) :

$$\beta = \frac{1}{4} \gamma T_c^2 \frac{1}{\sqrt{1}} \quad (\text{A.12})$$

En égalisant les équations (A.11) et (A.12) et en simplifiant γ , on trouve :

$$\frac{1}{4} \gamma T^2 \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{4} \gamma T_c^2 \frac{1}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow x = \left(\frac{T}{T_c}\right)^4 = t^4 \quad (\text{A.13})$$

D'où, on obtient la densité des superélectrons en fonction de la température,

$$n_s(T) = n(1-x) = n(1-t^4) \quad (\text{A.14})$$

De fait, la densité d'électrons supraconducteurs n_s augmente très vite en dessous de T_c :

$$T \ll T_c \Rightarrow n_s \approx n \quad (\text{A.15})$$

Annexe B

Equations des frères London

Les frères Fritz et Heinz London proposèrent deux équations qui portent leur nom. Ils ont décrit les deux propriétés fondamentales de la supraconductivité : la résistance nulle et l'effet Meissner et ont exprimé ces deux phénomènes en termes des équations de Maxwell. Le champ électrique \mathbf{E} sur une charge q_s exerce une force décrite par l'équation :

$$\mathbf{F} = q_s \mathbf{E} \quad (\text{B.1})$$

L'accélération est liée à la force par la relation

$$\mathbf{F} = m_s \frac{d \mathbf{v}_s}{dt} \quad (\text{B.2})$$

où \mathbf{v}_s est la vitesse des superélectrons et m_s étant la masse des superélectrons. En combinant les équations (B.1) et (B.2), on obtient une équation du mouvement d'une particule chargée dans le champ \mathbf{E} (équation de Drude-Lorentz) :

$$m_s \frac{d \mathbf{v}_s}{dt} = q_s \mathbf{E} \quad (\text{B.3})$$

B.1. Première équation de London

On définit une densité de supercourant par unité de surface \mathbf{J}_s qui sera proportionnelle à la vitesse des porteurs de charge (superélectrons) \mathbf{v}_s , à leur charge q_s ainsi qu'à leur nombre par unité de volume n_s :

$$\mathbf{J}_s = n_s q_s \mathbf{v}_s \quad (\text{B.4})$$

En substituant (B.4) dans (B.3), on trouve

$$\frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} = \left(\frac{n_s q_s^2}{m_s} \right) \mathbf{E} \quad (\text{B.5})$$

Qui donne l'équation de London pour le champ électrique appelée aussi première équation de London :

$$\mathbf{E} = \left(\frac{m_s}{n_s q_s^2} \right) \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} \quad (\text{B.6})$$

B.2. Seconde équation de London

Le champ magnétique est lié au champ électrique et au courant par les équations de Maxwell :

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.7})$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J} \quad (\text{B.8})$$

et

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.9})$$

On admet que tous les superélectrons sont dus au champ magnétique et qu'il n'y a pas de variation du champ électrique. L'équation (B.8) devient

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (\text{B.10})$$

En substituant l'équation (B.6) dans (B.7), on trouve :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \left(- \frac{m_s}{n_s q_s^2} \right) \text{rot} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} \quad (\text{B.11})$$

Si on remplace $\frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t}$ par $\frac{1}{\mu_0} \text{rot} \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$ à partir de (B.10), on obtient

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \left(- \frac{m_s}{n_s q_s^2 \mu_0} \right) \text{rot rot} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.12})$$

En utilisant l'identité vectorielle :

$$\text{rot rot } \mathbf{B} = \text{grad div } \mathbf{B} - \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{B.13})$$

avec l'équation (B.9), on peut écrire l'équation (B.12) comme suit :

$$\nabla^2 \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) = \left(\frac{n_s q_s^2 \mu_0}{m_s} \right) \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.14})$$

Les frères London s'inspirent de l'expérience de Meissner et Ochsenfeld que le champ \mathbf{B} lui-même obéisse à l'équation (B.14) et pas seulement sa dérivée. L'équation (B.14) est phénoménologiquement remplacée par :

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \left(\frac{n_s q_s^2 \mu_0}{m_s} \right) \mathbf{B} \quad (\text{B.15})$$

Toute expression $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ apparaisse dans les équations (B.7)-(B.14) sera remplacée par \mathbf{B} .

L'équation (B.12) devient :

$$\mathbf{B} = \left(-\frac{m_s}{n_s q_s^2 \mu_0} \right) \text{rot } \mathbf{J}_s \quad (\text{B.16})$$

C'est l'équation de London pour le champ magnétique ou seconde équation de London. La solution de l'équation (B.15) indique que la valeur de \mathbf{B} décroît par $1/e$ à partir de la surface sur une longueur caractéristique λ_L appelée la profondeur de pénétration donnée par

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}} \quad (\text{B.17})$$

λ dépend de n_s (densité des superélectrons) et d'après le modèle de Gorter et Casimir elle dépend de la température aussi. En faisant le rapport de sa valeur à T à sa valeur au zéro absolu et grâce à la définition (B.17) et à l'équation (A.14) on obtient :

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} = \frac{\sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 q_s^2}} \sqrt{\frac{1}{n(1-t^4)}}}{\sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 q_s^2}} \sqrt{\frac{1}{n(1-0)}}} \quad (\text{B.18})$$

D'où on obtient la dépendance en température de la profondeur de pénétration de London

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}} \quad (\text{B.19})$$

où $\lambda_L(0)$ est la profondeur de pénétration à $T = 0$ K.