

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

THESE

Présentée à

L'université Hadj Lakhdar Batna

En vue de l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

EN ELECTROTECHNIQUE

Présentée par

BERGOUG NASSIMA

Magister en Electrotechnique - Université de Batna, 2006

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique – Université de Batna, 2002



CONTRIBUTION A LA MODELISATION NUMERIQUE D'UNE POMPE MAGNETOHYDRODYNAMIQUE (MHD) ANNULAIRE À INDUCTION

Thèse Soutenue le 30/06 /2013 devant le Jury :

Sebti BOUKHTACHE	Prof	Univ. Batna	Président
Fatima Zohra KADID	Prof	Univ. Batna	Rapporteur
Rachid ABDESSEMED	Prof	Univ. Batna	Co-Rapporteur
Souri-Mohamed MIMOUNE	Prof	Univ. Biskra	Examineur
Abdelhamid BENAKCHA	MC	Univ. Biskra	Examineur
Djamel RAHEM	MC	Univ. O.E-Bouaghi	Examineur

REMERCIEMENTS

Ce travail a été préparé au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Batna LEB, sous la direction du Professeur **Fatima Zohra KADID**, de l'université de Batna.

Ainsi, je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à mon encadreur : **Dr.Fatima Zohra Kadid**, Professeur à l'Université de Batna et mon Co-encadreur Monsieur **Dr.Rachid Abdessemed**, Professeur à l'Université de Batna pour m'avoir proposé le sujet de cette thèse et en me faisant profiter de leurs conseils judicieux, leurs encouragements, la confiance qu'ils m'ont accordée pour leurs disponibilités et leurs compétences.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur **Dr.Sebti BOUKHETACHE**, Professeur à l'Université de Batna pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Mes remerciements vont de même aux autres membres de jury, examinateurs qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de ma thèse. Il s'agit, en l'occurrence de :

Dr. Souri-Mohamed MIMOUNE	Professeur., Univ. Biskra,
Dr. Abdelhamid BENAÏCHA,	Maître de Conf., Univ. Biskra,
Dr. Djamel RAHEM,	Maître de Conf., Univ. Oum el-bouaghi,

Je voudrais faire, maintenant, une place toute particulière à mes parents. Je profite de cette occasion pour leur exprimer mon attachement profond et ma très grande reconnaissance. Ils m'ont soutenu au cours de ces longues années d'études.

Je tiens par ailleurs à remercier vivement tous les enseignants de l'université de Batna et en particulier ceux du département d'électrotechnique pour ces encouragements.

Je voudrais associer à ces remerciements toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

N. BERGOUG
Batna, le / /2013.

SOMMAIRE

Introduction Générale

1. Problématique	4
2. Objectif de la thèse	5
3. Structure de la thèse	5

Chapitre Un : Etat de L'art de la Magnétohydrodynamique (MHD)

1.1 Introduction	7
1.2 Les Convertisseurs MHD	8
1.3 Pompe Electromagnétiques	8
1.3.1 Pompe MHD A Conduction	9
1.3.1.1 Pompe MHD A Courant Continu	10
1.3.1.2 Pompe MHD A Courant Alternatif	11
1.3.2 Pompe MHD A Induction	12
1.3.2.1 Pompes A Induction Plates	13
1.3.2.2 Pompes A Induction Annulaires	14
1.3.3 Comparaison Entre Les Pompes A Conduction Et A Induction	15
1.4 Choix Du Fluide Conducteur	16
1.5 Applications Industrielles De La Magnétohydrodynamique	16
1.5.1 La Génération De L'électricité Par La MHD	16
1.5.1.1 Machines Linéaires A Plasma	17
1.5.1.2 Machines Circulaires A Plasma	17
1.5.1.3 Générateurs A Conduction	17
1.5.1.4 Générateurs A Induction	18
1.6 Application De MHD A La Métallurgie	19
1.7 Propulseurs Magnétohydrodynamiques MHD	21
1.7.1 Propulseurs A Plasma	22
1.7.2 Propulseurs A Eau Salée	23

1.7.3 Canon Electromagnétique	23
1.8 Conclusion	24

**Chapitre Deux : Formulations Mathématiques Des
Phénomènes Electromagnétiques, Hydrodynamiques
Et Thermiques**

2.1 Introduction	25
2.2 Phénomène Electromagnétique	25
2.2.1 Equations De Maxwell	25
2.2.2 Conditions Aux Limites Et Conditions D'interface	27
2.2.2.1 Conditions Aux Interfaces	27
2.2.2.2 Conditions Aux Limites	28
2.3 Formulation Du Problème Electromagnétique	28
2.3.1 Le Modèle Magnétodynamique	29
2.3.2 Hypothèses	30
2.3.4 Formulation En Coordonnées Cylindriques Axisymétriques	31
2.4 Phénomène Hydrodynamique	32
2.4.1 Définition De L'écoulement Incompressible	32
2.4.2 Équations De Conservation Dans Un Fluide Incompressible	33
2.4.3 Termes Sources	34
2.4.4 Méthode De Résolution $\vec{\xi} - \vec{\Psi}$	34
2.5 Phénomène Thermique	35
2.5.1 Les Modes De Transfert Thermique	36
2.5.2 Formulation Vectorielle	37
2.5.3 Formulation En Coordonnées Cylindriques	38
2.5.4 Terme Source	38
2.6 Récapitulatif Des Equations Du Modèle MHD	39
2.7 Conclusion	40

**Chapitre Trois : Modélisations 2D Des Phénomènes
Couples Magnétohydrodynamique
Et Thermique**

3.1	Introduction	42
3.2	Méthodes Numériques	42
3.2.1	Méthode Des Différences Finies	42
3.2.2	Méthode Des Eléments Finies	43
3.2.3	Méthode Des Intégrales De Frontières	43
3.2.4	Méthodes Des Volumes Finis	44
3.2.5	Synthèse	44
3.3	Etude Des Modelés Electromagnétique, Hydrodynamique Et Thermique	47
3.3.1	Problème Electromagnétique	47
3.3.1.1	Conditions Aux Limites	49
3.3.2	Problème Hydrodynamique	50
3.3.2.1	Conditions Aux Limites	51
3.3.3	Problème Thermique	51
3.3.3.1	Conditions Aux Limites	52
3.4	L'algorithme De Couplage Electromagnétique- Hydrodynamique	52
3.5	L'algorithme De Couplage Electromagnétique- Thermique	53
3.6	Conclusion	54

**Chapitre Quatre : Applications Et Résultats De La
Modélisation Numérique**

4.1	Introduction	55
4.2	Présentation Du Code De Calcul	55
4.2.1	Résolution De L'équation D'écoulement	55
4.2.2	Résolution De L'équation Thermique	56
4.3	Description Générale Du Prototype MHD A Induction	57
4.3.1	Distribution Du Potentiel Vecteur Magnétique	61
4.3.2	Distribution De La Densité Du Courant Induit	62
4.3.3	Distribution De La Force Electromagnétique	62

4.3.4 Représentation De La Vitesse Et De La Pression	63
4.4 L'influence De La Plaque Ferromagnétique Sur Les Performances De La Pompe Magnétohydrodynamique MHD	65
4.4.1 L'influence De La Plaque Ferromagnétique Sur La Densité du courant, La Force Electromagnétique Et La Vitesse	67
4.5 Etude Thermique	69
4.6 Validation Des Résultats Par ANSYS-Fluent	70
4.6.1 Présentation Du Logiciel	70
4.6.2 Résultats De Simulation De La Pompe MHD	71
4.7 Conclusion	81

**Chapitre Cinq : Optimisation Stochastique D'une Pompe
MHD Annulaire A Induction**

5.1 Introduction	82
5.2 Définitions	82
5.2.1 Formulation Mathématique D'un Problème D'optimisation	82
5.2.2 Minimum Local Et Minimum Global	83
5.2.3 Minimisation Et Maximisation	84
5.3 Problèmes D'optimisation Sans Contraintes	85
5.3.1 Méthodes D'optimisation Déterministes	85
5.3.1.1 Méthodes Déterministes Unidimensionnelles	85
5.3.1.2 Méthodes Déterministes Multidimensionnelles	86
5.3.2 Méthodes D'optimisation Stochastiques	87
5.3.2.1 Algorithmes Génétiques	88
5.3.2.2 Recherche Tabou	89
5.3.2.3 Recuit Simule	90
5.4 Problèmes D'optimisation Contraintes	93
5.5 Procédures De L'optimisation De La Pompe MHD	94
5.6 Optimisation De La Pompe MHD Par La Méthode Du Recuit Simulé	95
5.6.1 Recuit Simule Et Analogie Système Physique	95
5.6.2 Description De L'algorithme	95
5.6.3 Détermination De La Température Initiale	95

Sommaire

5.6.4 Comptabilité De La Contrainte	96
5.7 Formulation D'un Problème D'optimisation D'une Pompe MHD A Induction	97
5.8 Résultats De Simulation	98
5.9 Conclusion	100
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	101
ANNEXES	
Annexe 1. Interpolation De B (H) Par La Méthode Des Moindres Carres	103
Annexe 2. Résolution Des Systèmes D'équations Linéaires Par La Méthode De Gauss-Seidel	105
Annexe 3. Workbench (ANSYS-Fluent)	108
Annexe 4. L'optimisation des fonctions mathématiques	112
Références Bibliographiques	116

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

1. SYMBOLES

SYMBOLE	DEFINITION
\vec{A}	Potential vecteur magnétique.
\vec{B}	Induction magnétique.
D	Induction électrique (déplacement électrique)
E	Champ électrique
\vec{J}	Densité de courant total
\vec{J}_{in}	Densité du courant induit
\vec{J}_{ex}	Densité de courant d'excitation
H	Intensité du champ magnétique
\vec{V}	Vitesse d'écoulement du fluide
\vec{F}	Force électromagnétique
V_z	La composante de la vitesse suivant (Oz)
V_r	La composante de la vitesse suivant (Or)
$\vec{\xi}$	Vecteur vorticité
$\vec{\Psi}$	Fonction de courant
P	Pression du fluide
μ	Perméabilité magnétique
ν	Viscosité cinématique
σ	Conductivité électrique

Liste des symboles et des abréviations

ρ	Densité de charge volumique
μ_r	Perméabilité relative
T, T_0	Température absolue, initiale
C_P	Chaleur spécifique à pression constante
Q	Sources des flux de conduction thermique
P_S	Terme source de chaleur
Q_r	Pertes radiatives
K	Conductivité thermique
$f(x)$	Fonction Objectif
$g_i(x)$ et $h_j(x)$	Les contraintes d'inégalité et d'égalité
x_{kmin} et x_{kmax}	Les paramètres du problème à optimiser
λ	Facteur de réduction
r	Coefficient de pénalité

2. ABREVIATION

ABREVIATION	DEFINITION
MHD	Magnétohydrodynamique
2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
MEF	Méthode des éléments finis
MVF	Méthode des volumes finis
MIF	Méthode des Intégrales de Frontières
MATLAB	‘Matrix laboratory’ : langage de programmation
P.D.E	Equations différentiel partiel
rand	Fonction qui génère des nombres aléatoires entre 0 et 1
EM	Electromagnétique
HD	Hydrodynamique
TH	Thermique
RP	Réintroduire les propriétés du milieu en fonction de T [K°]

INTRODUCTION GENERALE

1. PROBLEMATIQUE
2. OBJECTIF DE LA THESE
3. STRUCTURE DE LA THESE

INTRODUCTION GENERALE

1. PROBLEMATIQUE

Les machines électriques rotatives ont occupé une grande place dans l'industrie depuis bien longtemps, mais ces dernières n'ont pas réglé tous les problèmes, comme ceux du transport ou du pompage des métaux liquides. Et à cause de l'accroissement de la demande d'électricité, de la hausse des prix du pétrole et des incidents survenus dans certaines centrales nucléaires, les chercheurs ont recours à d'autres technologies pour répondre à ces besoins telles que la magnétohydrodynamique, [1] et [2].

La magnétohydrodynamique (MHD) décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (ce fluide peut être un liquide, un gaz ionisé, un plasma). C'est une généralisation de la mécanique des fluides, qui est la magnétohydrodynamique dans le cas particulier où il n'y a pas de champ électromagnétique. Or la mécanique des fluides est déjà très compliquée, la magnétohydrodynamique est donc mal maîtrisée. Entre la mécanique des fluides et la magnétohydrodynamique, une version intermédiaire est l'électrohydrodynamique en présence d'un champ électrique (électrostatique). La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine très vaste de la physique qui concerne l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur de l'électricité. Ainsi, on conçoit aisément que, suivant le type d'interaction, on puisse trouver la MHD liée aux problèmes apparemment disjoints de la couronne solaire, de la magnétosphère, de la conversion d'énergie fossile en énergie électrique, de la fusion thermonucléaire de la propulsion ou encore aux techniques industrielles de la métallurgie, [3].

Cependant, la MHD est plus connue pour son application à la conversion d'énergie fossile en énergie électrique sans pièces mobiles ou tournantes qui a suscité, dans les années 60, beaucoup d'espoirs malheureusement déçus. Bien que les recherches entreprises alors aient donné lieu à des retombées technologiques dans d'autres domaines et en particulier celui des Hautes Températures, il n'en demeure pas moins que ces espoirs ont été déçus, d'autant plus amèrement que les capitaux investis dans ces recherches n'ont pu déboucher sur des applications au bilan industriel franchement positif. C'est sans doute pourquoi la conscience collective de la communauté scientifique et industrielle, se focalisant sur l'aspect conversion et ses problèmes, perçoit la MHD de façon généralement restrictive et négative, [1].

Ces pompes MHD sont conçues dans le but de n'avoir aucune partie mobile et sont ainsi exemptes de problèmes d'usure et de fatigue provoqués par la basse pression à travers les

pièces mécaniques. Comparées à d'autres types de pompes non mécaniques, les pompes magnétohydrodynamiques montrent plusieurs avantages ; à savoir la simplicité de fabrication et des forces continues de pompage, [3].

L'utilisation des méthodes numériques (éléments finis, volumes finis) permet de représenter le couplage entre les équations qui régissent le système à étudier et qui sont les trois équations de base de la physique des milieux continus : équations de Maxwell, équations de Navier Stokes et l'équation de diffusion de la chaleur, en tenant compte du mouvement du fluide.

2. OBJECTIF DE LA THESE

L'objectif de cette thèse est donc d'étudier le couplage électromagnétique, hydrodynamique et thermique d'une pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction. Des résultats de simulation d'un code de calcul développé à base de la méthode des volumes finis en 2D, simulant la pompe en régime harmonique seront présentés et validés par ceux obtenus par le logiciel de calcul ANSYS-Fluent. Ensuite, le problème d'optimisation de la pompe considérée sera abordé par l'application de la méthode d'optimisation stochastique (la méthode du recuit simulé). Les résultats obtenus seront analysés et des recommandations nécessaires seront faites.

3. STRUCTURE DE LA THESE

Le travail exposé dans ce mémoire s'articule autour de cinq principaux chapitres :

- ✓ Le premier chapitre est consacré à la présentation de l'état de l'art de la magnétohydrodynamique MHD et leurs différentes applications.
- ✓ Le deuxième chapitre est l'objet de formulations mathématiques modélisant la pompe magnétohydrodynamique MHD, et exprimant les phénomènes couplés dans le fluide tels que: l'électromagnétisme (équations de Maxwell), l'hydrodynamique (équations de Navier Stokes) et thermique (équations de diffusion de la chaleur). des hypothèses permettant de simplifier ces équations sont introduites.
- ✓ Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des phénomènes électromagnétiques, hydrodynamiques et thermique ainsi qu'aux principaux aspects du couplage. Il présente également la stratégie de modélisation des phénomènes

adoptés. Le choix des méthodes retenues dans le cadre de ce travail est défini sur la base d'un concept d'adéquation méthode numérique- phénomène physique.

- ✓ Le quatrième chapitre est consacré à la présentation du code de calcul développé sous l'environnement MATLAB basé sur la méthode des volumes finis en 2D et aux résultats obtenus après modélisation des phénomènes électromagnétiques, hydrodynamiques et thermiques. Les résultats obtenus ont été validés par le logiciel ANSYS-Fluent.
- ✓ Le cinquième et dernier chapitre, présente l'optimisation de la géométrie d'une pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction à l'aide de la technique d'optimisation stochastique, à savoir la méthode du recuit simulé.

Une conclusion générale fera la synthèse des principaux résultats obtenus.

CHAPITRE UN
ETAT DE L'ART DE LA
MAGNETOHDRODYNAMIQUE
(MHD)

1.1 INTRODUCTION

1.2 LES CONVERTISSEURS MHD

1.3 POMPE ELECTROMAGNETIQUES

1.4 CHOIX DU FLUIDE CONDUCTEUR

1.5 APPLICATIONS INDUSTRIELLES DE LA MAGNETOHDRODYNAMIQUE

1.6 APPLICATION DE MHD A LA METALLURGIE

1.7 PROPULSEURS MAGNETOHDRODYNAMIQUES MHD

1.8 CONCLUSION

CHAPITRE UN

ETAT DE L'ART DE LA MAGNETOHDRODYNAMIQUE

(MHD)

1.1 INTRODUCTION

Dès le début des années soixante, un important effort de recherche en MHD avait été initié dans de nombreux pays : Angleterre, URSS, USA, France. Des pays comme l'Allemagne, puis le Japon rejoignent ce peloton plus tard. Le but était alors de mettre au point des générateurs MHD qui pouvaient en principe avoir des rendements bien supérieurs à ceux des machines thermiques (jusqu'à 60 %). Les sources d'énergie étaient de deux natures : combustions d'hydrocarbures ou énergie nucléaire. Pour que le procédé soit rentable, il était essentiel que le fluide dont on se proposait d'extraire le plus d'énergie cinétique possible ait une conductivité électrique suffisante. Or en principe tous les gaz sont de très mauvais conducteurs de l'électricité, [4].

La question qui se pose: Qu'est-ce que la Magnétohydrodynamique, en abrégé MHD ? C'est l'art et la manière d'agir sur un fluide, liquide ou gaz, en faisant agir sur lui des forces électromagnétiques, à condition qu'il soit suffisamment conducteur d'électricité. On parlera alors d'accélérateur MHD. C'est également l'art et la manière de transformer l'énergie cinétique d'un fluide en énergie électrique. On parlera alors de générateur MHD. Plus généralement, dans la mesure où s'opère une conversion directe d'une forme d'énergie en une autre forme d'énergie (cinétique, électromagnétique) on parlera de convertisseur MHD.

On suppose que le fluide s'écoule en bloc comme le mouvement d'un solide. Le problème étudié se rapproche donc de celui des moteurs linéaires. Il existe d'ailleurs des moteurs linéaires de type annulaire [5], [6] et [7].

En général, il existe deux catégories de machines MHD :

- La magnétohydrodynamique (MHD) des fluides compressibles, utilisant les plasmas froids ou chauds ;
- La magnétohydrodynamique (MHD) des fluides incompressibles, utilisant les liquides.

Dans ce présent travail, on s'intéresse particulièrement à la pompe MHD à induction annulaire. Comme étape préliminaire, il est opportun d'aborder l'état de l'art de la magnétohydrodynamique.

1.2 LES CONVERTISSEURS MHD

La première expérience de la conversion MHD avec un liquide comme fluide a été réalisée par Arago qui eut l'idée d'utiliser les propriétés conductrices d'un fluide en mouvement dans un champ d'induction magnétique, après la découverte par Faraday des lois de l'induction en 1832. Ce n'est qu'en 1955 qu'une application industrielle a été envisagée mais dans laquelle le liquide fut remplacé par un gaz conducteur. L'étude fut alors qualifiée de magnétohydrodynamique ce qui parut de prime abord surprenant. Mais le paradoxe n'est qu'apparent, cette appellation était légitime puisque les recherches menées au début sur ces milieux (plasmas) faisaient intervenir des équations semblables à celles de l'hydrodynamique, [1], [2] et [8].

La magnétohydrodynamique des plasmas a fait l'objet de travaux importants, mais cela n'empêche pas d'évoquer la MHD des métaux liquides dont les avantages ne sont pas négligeables. En effet, à cause des problèmes associés à la température élevée des plasmas, plusieurs approches sont apparues utilisant le métal liquide comme fluide conducteur. Les systèmes à métaux liquides semblent être particulièrement très demandés et beaucoup de travaux ont été élaborés aux USA et en URSS et un grand programme est établi en Israël et en France, [3] et [6].

Les convertisseurs MHD sont principalement utilisés dans l'industrie sous forme de pompes électromagnétiques, dans les aspects propulsifs de véhicules de haute technologie ainsi que pour certains types d'armes militaires.

1.3 POMPE ELECTROMAGNETIQUES

L'application première des pompes électromagnétiques a été le pompage du sodium pour le refroidissement des réacteurs nucléaires. Dès les années 1970, ces pompes ont été utilisées pour le pompage des métaux liquides à haute température comme le zinc et l'aluminium. Aujourd'hui, elles sont utilisées dans d'autres domaines comme le domaine médical ou la microélectronique (électrolytes, plasmas). Elles sont l'une des applications de la magnétohydrodynamique qui est à la frontière de deux sciences, la mécanique des fluides et l'électromagnétisme, [5].

Les pompes électromagnétiques se divisent en quatre grandes catégories :

A. les pompes à conduction :

- à courant continu (MHD DC) ;
- à courant alternatif monophasé (MHD AC).

B. les pompes à induction à courants polyphasés :

- pompes à induction plates ;
- pompes à induction annulaires.

1.3.1 POMPE MHD A CONDUCTION

Les machines MHD linéaires à conduction peuvent fonctionner principalement comme moteur pompe. Dans ce type de pompe, le courant électrique est fourni par une source extérieure et le champ magnétique est imposé. Une limitation essentielle est le manque d'adhérence du métal liquide sur les parois, ce qui augmente les pertes, [6].

Les pompes MHD à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse v . La Figure 1.1 représente le schéma d'une telle pompe. L'interaction entre l'induction magnétique B suivant l'axe z et le courant I injecté par les électrodes suivant l'axe y donne naissance à une force F suivant l'axe x , [5].

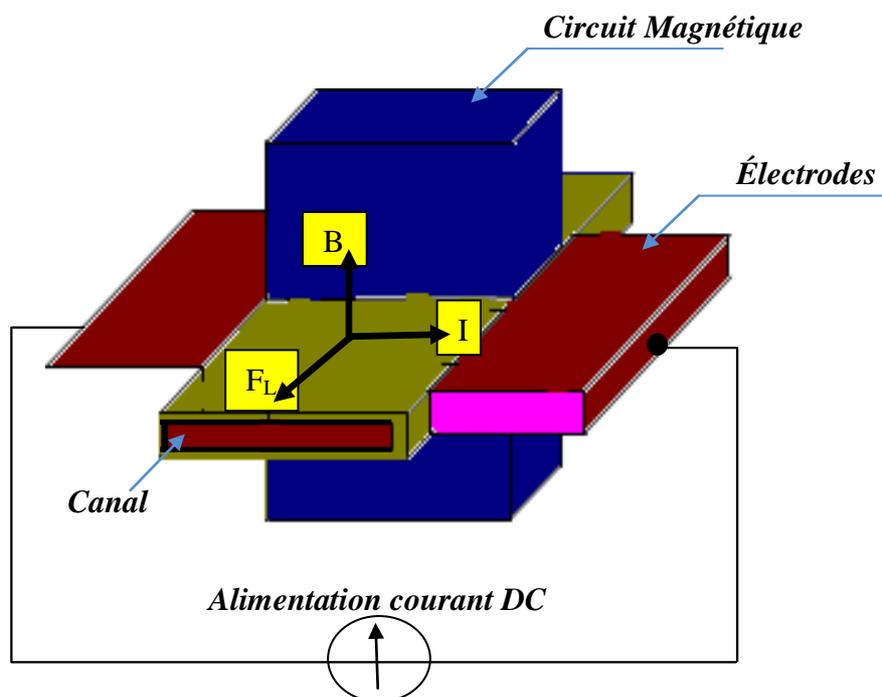


Fig.1.1 Schéma d'une pompe MHD à conduction

Les différentes parties qui constituent la pompe magnétohydrodynamique à conduction sont, [5]:

- le circuit magnétique: il est destiné à créer et canaliser les lignes de champ magnétique dans le canal ;
- le canal dans lequel s'écoule le fluide électriquement conducteur ;
- le fluide conducteur: dans notre cas, c'est un fluide métallique de très grande conductivité électrique (de l'ordre de 10^6 S. m^{-1}) ;
- Les deux électrodes en contact avec le fluide conducteur : elles servent à injecter le courant I à l'intérieur du canal. Elles sont réalisées avec un matériau bon conducteur électrique ;
- L'alimentation électrique généralement à fort courant et à basse tension.

La différence entre ces deux types de pompes à conduction se situe au niveau de l'alimentation du bobinage qui peut être soit en courant continu soit en courant alternatif, [3].

1.3.1.1 POMPE MHD A COURANT CONTINU

La pompe magnétohydrodynamique à conduction à courant continu (MHD DC) est le modèle le plus simple. Le courant dans le canal et le courant dans le bobinage inducteur (cas d'un électroaimant) sont continus. Pour créer le champ magnétique, on peut aussi utiliser un aimant permanent. Le circuit magnétique peut être refermé par un barreau de fer pour éviter les fuites magnétiques vers l'extérieur et obtenir une induction élevée. La Figure 1.2 représente le schéma d'une pompe MHD DC avec un canal rectangulaire et dont l'induction magnétique est créée par des aimants, [3] et [9].

Un des principaux avantages des pompes MHD DC est la simplicité de leur géométrie. Leur coût de fabrication est relativement faible devant les autres types. En revanche, ce type de pompes présente plusieurs défauts. En effet, les électrodes peuvent subir une érosion à cause du frottement avec le fluide, et les pertes ohmiques peuvent provoquer un échauffement. Il peut également exister une résistance de contact non négligeable entre le fluide et les électrodes. Ceci provoque donc des pertes thermiques supplémentaires, [2].

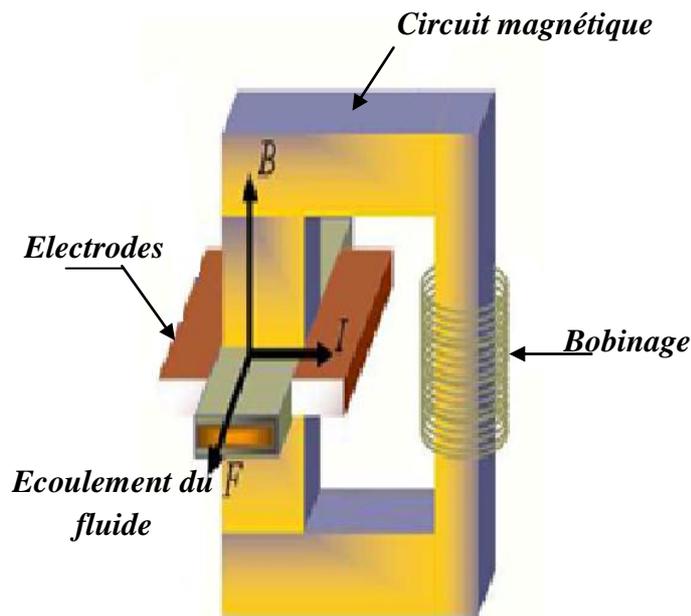


Fig.1.2 Pompe à conduction à courant continu [5]

1.3.1.2 POMPE MHD A COURANT ALTERNATIF

Dans le cas des pompes magnétohydrodynamiques à courant alternatif (MHD AC), le courant dans le fluide et le courant dans le bobinage sont sinusoïdaux. Le courant I traversant le canal de pompage peut donc être fourni en sortie d'un transformateur, et le champ magnétique par un électro-aimant (Figure 1.3). L'utilisation d'un transformateur permet d'avoir une alimentation des électrodes très simple car il est assez complexe d'obtenir des alimentations DC à fort courant et faible tension ayant un bon rendement. Le champ magnétique et le courant dans le fluide doivent avoir la même fréquence. La force de pompage est maximale si le champ magnétique et le courant sont en phase d'où l'idée d'avoir la même alimentation pour le courant I et l'induction magnétique B , [1], [3] et [5].

Comme la pompe MHD DC, la pompe MHD AC comporte des défauts. En plus de ceux déjà cités pour la pompe MHD DC, on ajoute les pertes dues aux courants de Foucault dans le liquide métallique et le circuit magnétique, [9] et [10].

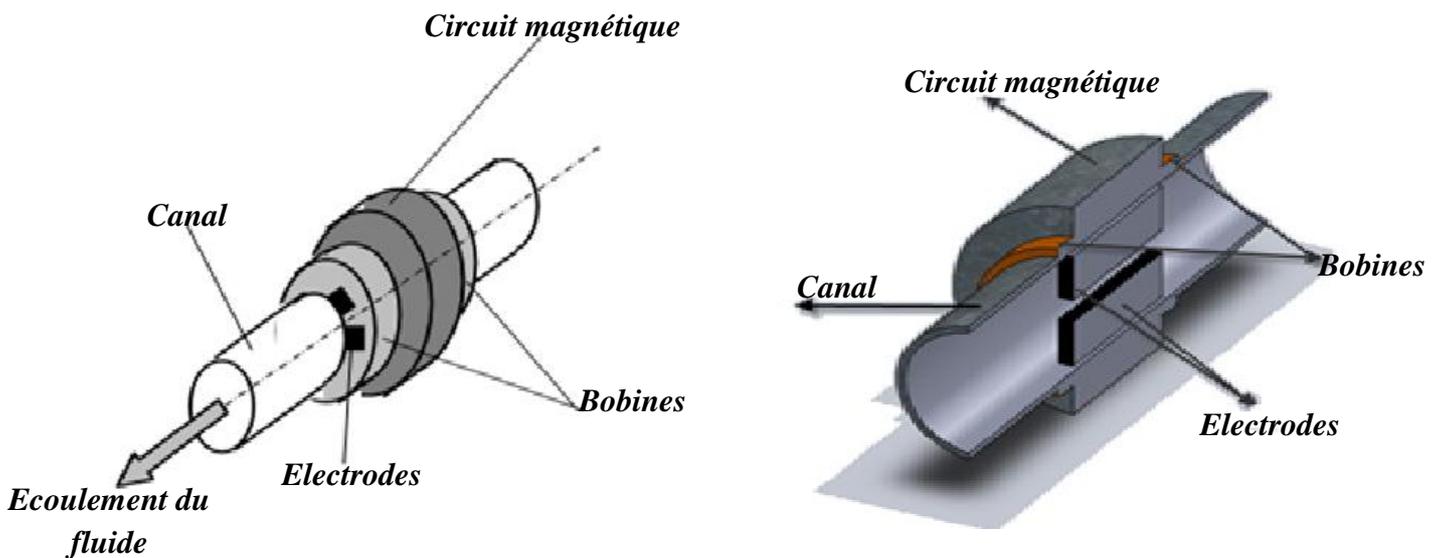


Fig.1.3 Pompe à conduction à courant alternatif AC

1.3.2 POMPE MHD A INDUCTION

Les convertisseurs à induction réalisent par un autre moyen les mêmes transformations d'énergie que les convertisseurs à conduction. Ce type d'appareil fonctionne en courant et champ alternatif, [3] et [6].

L'interaction complexe des phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques rend le traitement mathématique exact et complet des pompes linéaires à induction extrêmement difficile. Pour cela, la pompe linéaire à induction est réduite à un moteur linéaire à induction. Ainsi les phénomènes électromagnétiques peuvent être approchés en utilisant les méthodes analytiques ou numériques comme pour les moteurs linéaires à induction [3] et [6].

Le principe général d'une pompe à induction consiste à créer un champ magnétique glissant avec des enroulements polyphasés (en général triphasés). Ce dernier induit des courants dans le fluide conducteur qui créent à leur tour une force tendant à le mettre en mouvement. Ce fonctionnement est très proche de celui de la machine asynchrone. Cependant, dans ce cas, le champ créé est glissant, et l'induit est constitué par le fluide conducteur. La Figure 1.4 montre les courants induits dans les pompes à induction, [5].

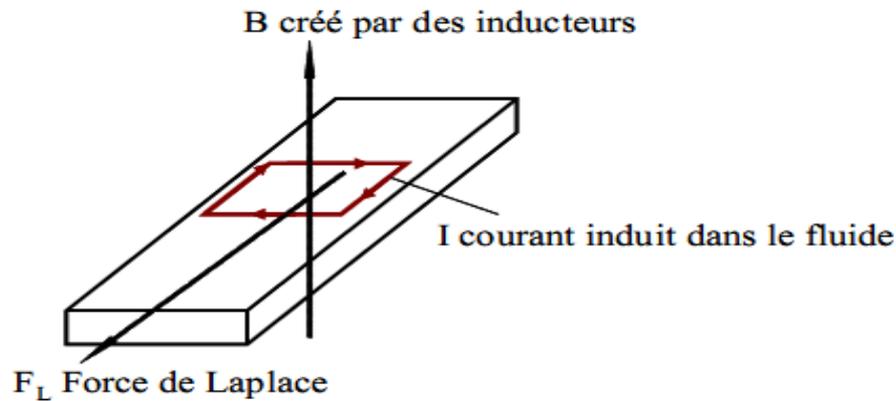


Fig.1.4 Lignes de courant dans une pompe MHD à induction

Les différentes parties d'une pompe à induction sont :

- l'inducteur : il est constitué d'un circuit magnétique créant un champ glissant grâce à un bobinage polyphasé ;
- l'induit : il est constitué par le fluide conducteur ;
- l'entrefer.

Il existe plusieurs types des pompes à induction. Les plus utilisées dans l'industrie sont les pompes plates et les pompes annulaires. La différence entre ces deux types de pompes est leur géométrie [5].

1.3.2.1 POMPES A INDUCTION PLATES

L'idée de base du fonctionnement des pompes plates est la même que précédemment. Elles ressemblent beaucoup au moteur linéaire ; le rail est remplacé par le fluide. Le canal a une section rectangulaire. Des enroulements inducteurs alimentés par des courants alternatifs triphasés génèrent une induction magnétique sinusoïdale glissante.

La Figure 1.5 montre le schéma d'une pompe MHD à induction plate. Le liquide circule dans un canal rectangulaire.

Le refroidissement se fait par circulation forcée d'air dans les inducteurs. Les problèmes technologiques portent surtout sur la réalisation de conduits en tôle d'acier inox mince (pour diminuer les pertes) résistant longtemps à la corrosion et d'une étanchéité absolue, [3].

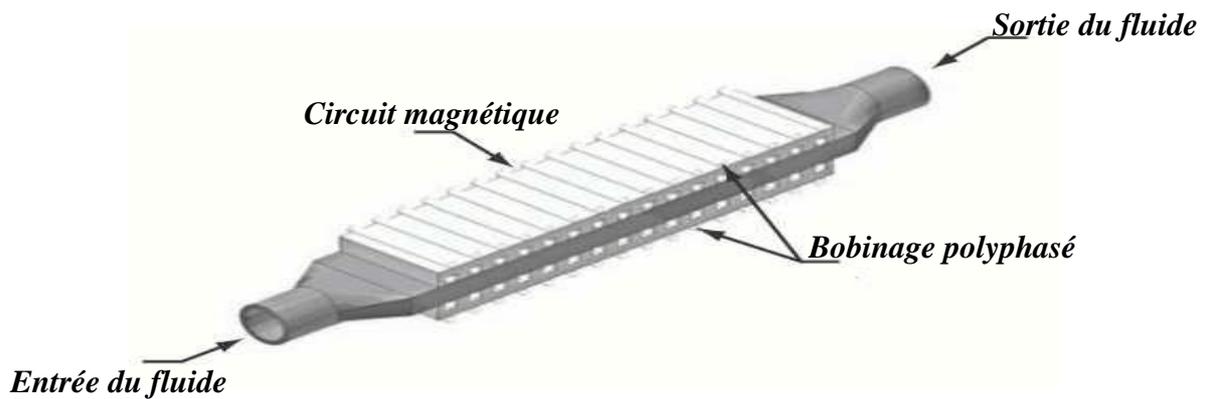


Fig.1.5 Pompe MHD à induction plate [4].

1.3.2.2 POMPES A INDUCTION ANNULAIRES

La conception de ces pompes remonte à 1929 (Einstein et Szilard). Le conduit est annulaire entre deux tubes coaxiaux dont l'intérieur contient un noyau de fer doux, et l'extérieur est couvert de bobines triphasées, [8] et [11].

La Figure 1.6 montre le schéma d'une pompe MHD à induction annulaire. Le type annulaire est plus performant que le type rectangulaire car les courants induits sont toujours perpendiculaires à la direction de l'écoulement. Ainsi, la force de Laplace a partout la même direction que celle de l'écoulement. Par contre, dans le cas d'une machine de section rectangulaire, les courants induits se bouclent d'une façon moins favorable aux échanges d'énergie mécanique en énergie électrique et provoquent d'avantage des pertes par effet Joule, [6].

Les avantages de ces pompes sont les suivants, [5]:

- Les courants électriques se referment dans la masse du fluide, ce qui rend inutile l'adhérence de celui-ci sur la paroi ;
- La forme est simple et l'encombrement économique ;
- Le démontage est facile.

Le principe de fonctionnement de ces pompes ne diffère pas des moteurs classiques. Le courant des enroulements primaires produit un champ magnétique de déplacement qui produit à son tour un courant induit dans le métal liquide. L'interaction entre le champ principal et le courant induit donne naissance à des forces appliquées au niveau du liquide. Les pompes à induction présentées dans la littérature ont en général une taille assez conséquente. En effet,

leur circuit magnétique et leurs bobinages assez complexes permettent plus difficilement une miniaturisation que dans le cas des pompes à conduction, [11].

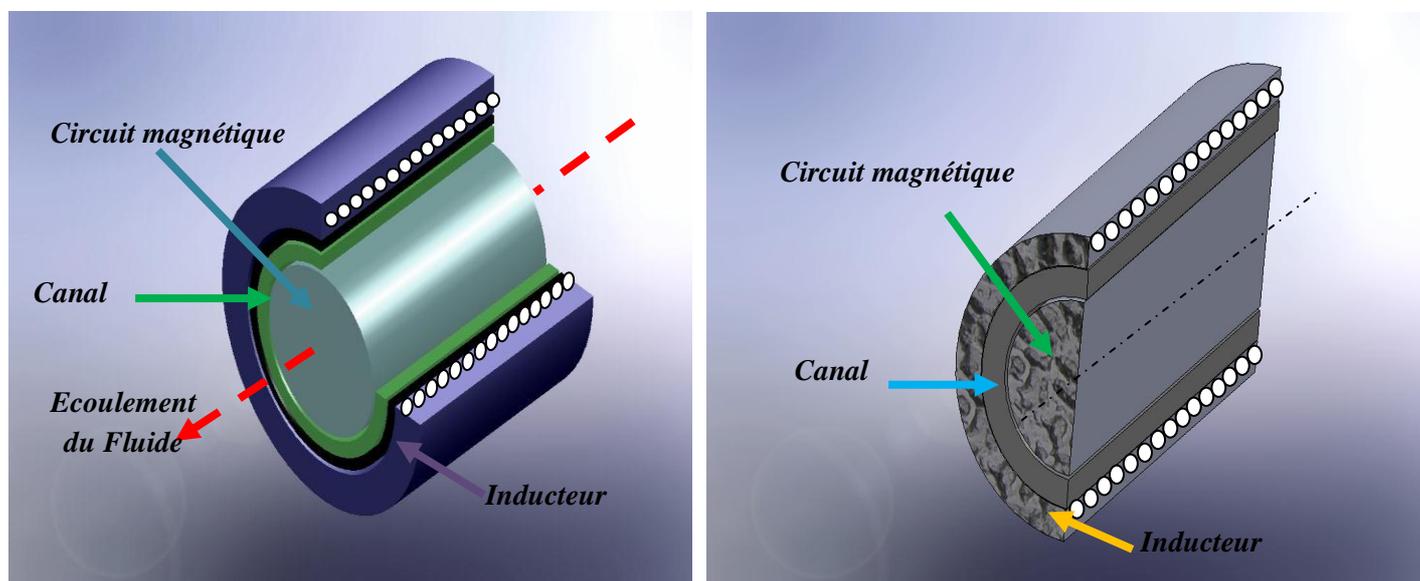


Fig.1.6 Pompe MHD à induction annulaire

1.3.3 COMPARAISON ENTRE LES POMPES A CONDUCTION ET A INDUCTION

La description des pompes de façon générale, montre que chaque type de pompes présente ses propres avantages et des inconvénients, [11].

- la fabrication des pompes MHD DC a un coût relativement faible par rapport aux autres. De plus, elles fonctionnent avec des aimants permanents ce qui simplifie leur réalisation. Les principaux inconvénients sont l'alimentation électrique qui est complexe et la présence d'électrodes.
- la pompe MHD à conduction à courant alternatif peut être plus facilement alimentée mais demande la présence d'un électro-aimant. De plus, le courant alternatif entraîne la présence de courants de Foucault.
- l'avantage principal des pompes à induction réside dans l'absence d'électrodes contrairement aux pompes MHD à conduction. Par contre, le circuit magnétique est complexe et devient une contrainte importante pour la miniaturisation du système.

1.4 CHOIX DU FLUIDE CONDUCTEUR

Les métaux liquides fonctionnent à des températures plus basses que celles des plasmas et par conséquent n'entraînent pas d'usure des électrodes. C'est pour cette raison qu'on choisit les métaux liquides à point de fusion bas tels que (Hg, K, Ca, Sn, Zn, NaK), [10] et [11].

Dans le cas des convertisseurs linéaires à induction, on choisit généralement le mercure ; c'est un métal liquide à température ordinaire. C'était le milieu le plus pratique pour effectuer les premières expériences de MHD (Hartmann et Lazarus 1937), [3].

Cependant un autre métal a suscité de grandes recherches, le sodium fondu, pur ou allié au potassium. En effet, ce liquide est utilisé pour le refroidissement et l'exploitation de certains réacteurs nucléaires. Le mélange sodium potassium rend le composé liquide à la température ambiante, [6].

De plus, ces métaux liquides (mercure, sodium potassium) ont des conductivités élevées de l'ordre de $10^6 (\Omega.m)^{-1}$, ce sont donc de bons conducteurs d'électricité. Dans le cadre de ce travail, on choisit le mercure comme métal liquide.

1.5 APPLICATIONS INDUSTRIELLES DE LA MAGNETOHYDRODYNAMIQUE

La MHD offre un potentiel d'applications industrielles et de recherches considérables.

1.5.1 LA GENERATION DE L'ELECTRICITE PAR LA MHD

Le générateur MHD est un convertisseur d'énergie basé sur le principe de l'interaction entre un fluide électriquement conducteur et un champ magnétique. Les interactions de ce genre ont été étudiées par Faraday au début du XIX^{ème} siècle. Dans ses premiers travaux sur l'induction électromagnétique dans les fluides, Faraday a cherché à utiliser le champ magnétique de la terre pour mesurer le débit moyen de l'eau dans la Tamise. Mais ce n'est qu'au début des années 1960 que l'idée d'une méthode magnétohydrodynamique de conversion de l'énergie s'est vraiment imposée. Essentiellement, un convertisseur MHD est un dispositif qui permet de convertir directement l'énergie thermique en électricité, [12].

Autrement dit, le remplacement du fluide conducteur (l'eau de mer) par un gaz conducteur à très grande vitesse dans un champ magnétique intense a transformé rapidement l'idée de FARADAY en générateur électrique dans lequel les pièces tournantes sont remplacées par un fluide conducteur et pour lequel les prévisions théoriques de rendement sont très élevées (= 60%), le générateur peut être de deux types, à conduction ou à induction, [7] et [13].

Dans ce processus, l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, on peut considérer que le système le plus simple est celui du convertisseur à conduction. Il est constitué d'un organe essentiel qui est le canal placé dans l'entrefer d'un aimant dans lequel s'écoule un métal liquide qui traverse une induction magnétique \vec{B} qui induit un courant \vec{J} collecté par des électrodes en contact avec le fluide, [6] et [7].

Il existe plusieurs types de générateurs MHD suivant la forme et le fluide à utiliser :

1.5.1.1 MACHINES LINEAIRES A PLASMA

Les générateurs linéaires ont une tuyère rectiligne, par opposition aux machines circulaires.

On distingue quatre types de tuyères :

- Tuyères à électrodes continues ;
- Tuyères à électrodes segmentées ;
- Tuyères à effet Hall ;
- Tuyères à effet Hall et champ oblique.

1.5.1.2 MACHINES CIRCULAIRES A PLASMA

On peut distinguer deux types de configurations :

- Une configuration simple : le plasma entre par une conduite axiale et sort radialement, en passant par les électrodes ;
- Une configuration à double passage : le plasma entre axialement, passe radialement dans les tuyères MHD et ressort axialement.

1.5.1.3 GENERATEURS A CONDUCTION

Un générateur MHD (magnétohydrodynamique) est un convertisseur MHD qui transforme l'énergie cinétique d'un fluide conducteur directement en électricité.

Le principe de base est fondamentalement le même que pour n'importe quel générateur électrique. Les deux types de générateur utilisent un inducteur (électroaimant ou aimant permanent) générant un champ magnétique dans un induit ou canal.

- Dans le cas d'un générateur conventionnel, cet induit est solide : c'est une pièce métallique portant des bobines en cuivre.
- Dans le cas d'un générateur MHD, cet induit est fluide : liquide conducteur (eau salée, métal liquide) ou gaz ionisé (plasma).

Les générateurs MHD n'utilisent donc pas de pièce mécanique mobile, contrairement aux générateurs électriques traditionnels. Le fluide est mis en mouvement dans le champ magnétique, ce qui génère un courant électrique, recueilli aux bornes d'électrodes immergées et connectées à une charge, [13].

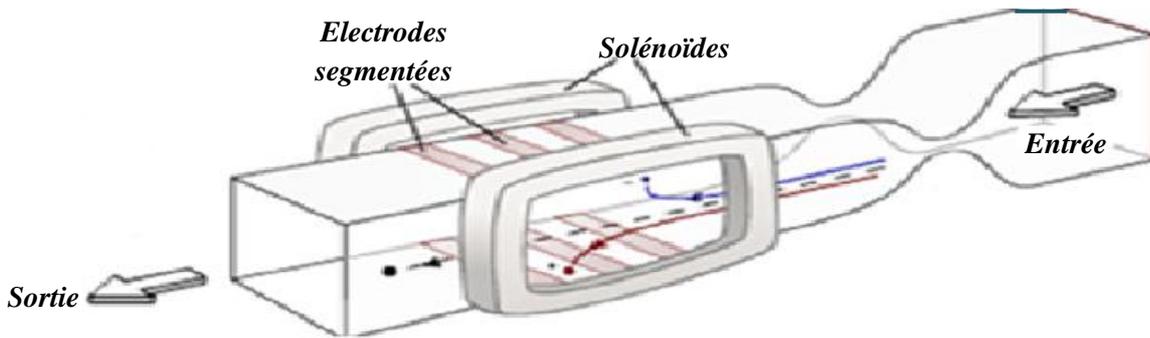


Fig.1.7 Générateur MHD à Conduction (tuyère linéaire) [13].

Actuellement, les japonais ont pu concevoir une nouvelle génératrice magnétohydrodynamique à l'eau de mer avec un aimant supraconducteur de 7 T, (fig.1.8).

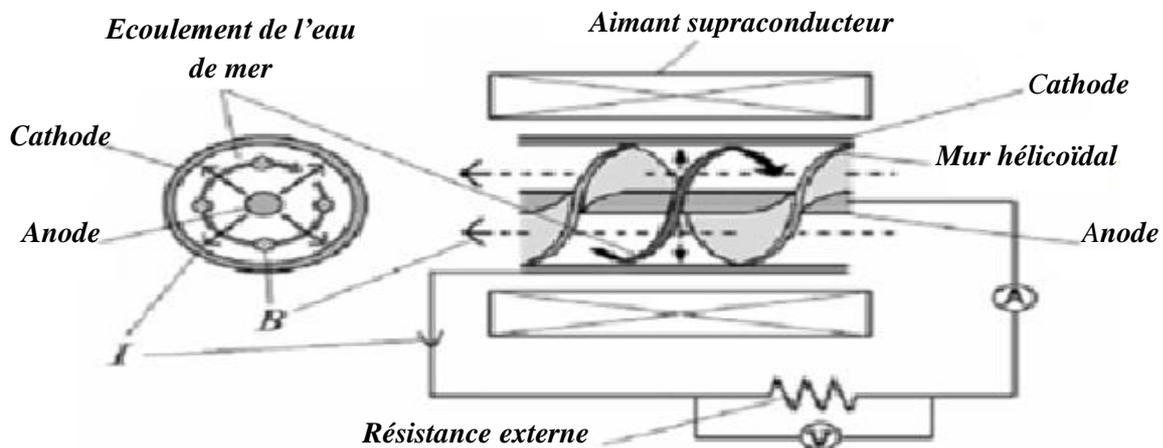


Fig.1.8 Principe d'un générateur MHD à l'eau de mer type hélicoïdal [14]

1.5.1.4 GENERATEURS A INDUCTION

Ce générateur MHD fonctionne sans électrode, avec des champs magnétiques variables. Classiquement, une "onde magnétique" se déplace dans le fluide, émise par des courants

électriques alternatifs circulant dans plusieurs électroaimants successifs, avec la même amplitude mais en déphasage. La variation du champ magnétique génère des courants induits dans le gaz, qui eux-mêmes génèrent des champs magnétiques induits dont les lignes de champ coupent les enroulements en spires des bobines. Si la vitesse du gaz est supérieure à la vitesse de déplacement de l'onde magnétique, les courants induits seront tels que les forces de Lorentz générées auront tendance à ralentir l'écoulement, et à générer par induction un courant dans les bobinages triphasés analogue à celui des moteurs asynchrones ou linéaires. (Fig.1.9), [13].

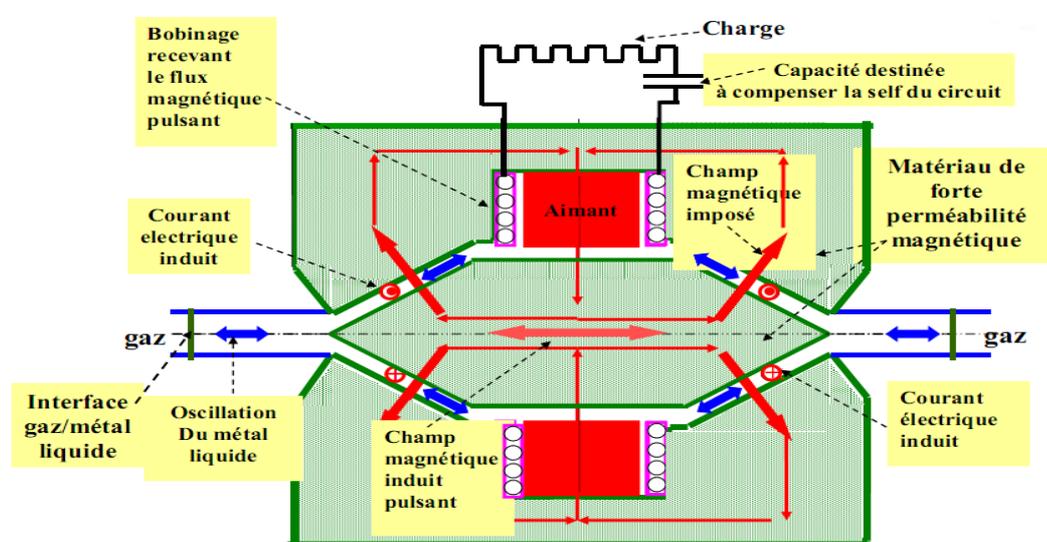


Fig.1.9 Générateurs à induction [15]

1.6 APPLICATION DE MHD A LA METALLURGIE

Dans ce cas, les forces magnétiques doivent être suffisantes (proportion à la conductivité) pour mettre le métal liquide en mouvement (brassage), le maintien en sustentation (lévitation), le façonner (formage), [6].

Le champ magnétique fluctuant agit sur le fluide par l'intermédiaire de la force de Laplace $\vec{j} \wedge \vec{B}$ dans l'équation du mouvement mais ceci dépend de l'application désirée (mettre le fluide en mouvement : brassage), lors des réactions métallurgiques (fabrications d'alliages) soit statique (lévitation), [7].

A. **Brassage** : les brasseurs électromagnétiques, tout comme les pompes électromagnétiques, ont la particularité de ne pas posséder de partie mobile. Par brassage, ils entraînent l'élimination de bulles, de saletés et aussi l'accélération du mélange (par turbulence) lors de réactions métallurgiques (fabrication d'alliages).

B. **Lévitacion** : les procédés de lévitation utilisés en physique ; le procédé MHD permet de résoudre trois problèmes à la fois :

- L'absence de contact entre la charge et le creuset évite la contamination du métal par la paroi ;
- L'échauffement de la charge par effet Joule peut en causer la fusion ;
- Le brassage interne du fluide formé produit un mélange efficace des constituants (alliages).

C. **Formage** : le formage électromagnétique consiste à façonner des masses métalliques en lévitation magnétique par l'action de champs magnétiques qui modèlent la surface libre désirée. Cette technique a l'avantage d'éviter le chauffage et le reformage après Solidification.

D. **Pulvérisation** : la technique électromagnétique permet la fabrication de poudres et grenailles de tailles moyennes ($\approx 100\mu\text{m}$) avec un débit massique élevé. De plus, l'ajustement de la granulométrie est facile et automatique.

Le freinage des métaux peut être aussi assurée par des convertisseurs linéaires à induction appelés vannes électromagnétiques ou robinets électromagnétiques. Il en est de même pour la mesure des vitesses d'écoulement qui peut être effectuée à l'aide des débitmètres électromagnétiques.

E. **Magnétohydrodynamique des fours à induction** : Les fours à induction se composent essentiellement d'une bobine inductrice refroidie par circulation d'eau, entourant un creuset dans lequel se trouve la masse métallique à fondre et à traiter. L'utilisation des champs magnétiques alternatifs dans les fours à induction s'est considérablement développée ces dernières années dans les domaines de l'élaboration et le traitement des métaux. En effet ce type de champ magnétique offre la possibilité d'agir à distance et de façon contrôlée sur un fluide électro conducteur, [15] et [16].

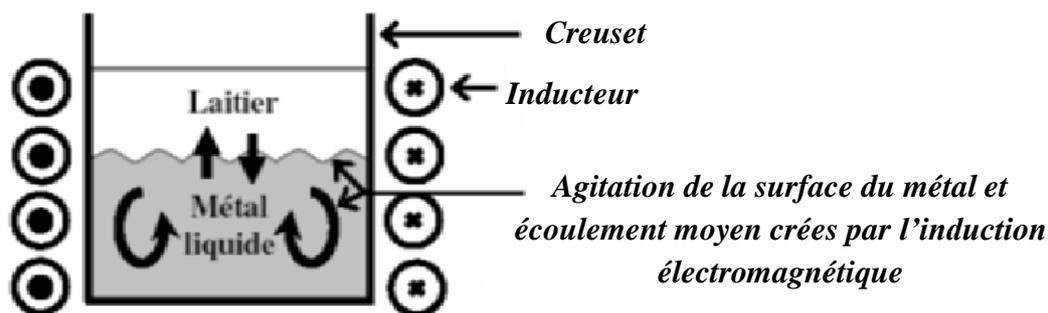


Fig. 1.10 Schéma de principe du procédé électromagnétique utilisant un champ magnétique alternatif [16].

1.7 PROPULSEURS MAGNETOHDRODYNAMIQUES MHD

Les premières études sur la propulsion MHD en milieu océanique datent de la fin des années 1950 aux Etats-Unis. En 1958 l'ingénieur Stewart Way, du département R&D de Westinghouse à Pittsburgh, publie un premier rapport officiel sur le sujet. En 1961, Warren A. Rice dépose le premier brevet [18], en parallèle aux travaux des américains James B. Friauf et O. M. Philips [19] et [20]. Un second rapport de Stewart Way est publié en 1964 par l'ASME (American Society of Mechanical Engineers). En 1966, S. Way teste avec succès le premier modèle réduit de sous-marin à propulsion MHD muni de deux électrodes, long de 3 mètres et pesant 400 kilos, dans la baie de Santa Barbara en Californie. Ces recherches sont stoppées durant la décennie suivante, à cause de l'impossibilité de fabriquer les bobines produisant de très forts champs magnétiques nécessaires à un rendement MHD correct. Les Soviétiques continuent cependant les recherches militaires sur la propulsion MHD des sous-marins, afin de rendre ceux-ci silencieux et donc furtifs.

Les Japonais mènent des recherches civiles sur la propulsion MHD depuis les années 1970. L'université de la marine marchande de Kobé réalise en 1976, sous la direction du physicien Yoshiro Saji, une première maquette suivie d'une seconde de 3,6 mètres de long pesant 700 kilos en 1979, et envisage à cette époque la future construction d'un brise-glace sans hélices propulsé par MHD [21]. Le premier véritable navire à propulsion MHD, le Yamato 1 (utilisant 12 accélérateurs linéaires de Faraday) navigue pour la première fois en 1992.

La Chine teste également à la fin des années 1990 un prototype de bateau à propulseur MHD hélicoïdal muni d'un électroaimant de 5 teslas, le HEMS-1, et entreprend un partenariat avec

le Japon pour tester la propulsion MHD en laboratoire avec des champs magnétiques de grande intensité (15 teslas).

En France, le physicien Jean-Pierre Petit du CNRS réalise, à l'IMFM (Institut de Mécanique des Fluides de Marseille) en 1976, l'annihilation de la vague d'étrave et de la turbulence de sillage autour d'un profil cylindrique, immergé dans un courant d'eau acidulée dans un champ magnétique de 4 teslas, par les forces de Lorentz en écoulement externe. Dans les années 1990, la Marine nationale française passe un contrat avec l'Université Grenoble-1, afin d'effectuer au LEGI (Laboratoire des écoulements géophysiques et industriels) une veille technologique sur la propulsion MHD, [21].

Le principe de la propulsion MHD repose sur l'utilisation des forces de Laplace. Ces forces sont engendrées soit par des champs électromagnétiques continus : propulsion par conduction: soit par des champs alternatifs : propulsion par induction.

Les avantages d'un tel système de propulsion résident dans ce concept qui permet d'éliminer toutes les pièces mécaniques mobiles et les inconvénients qui leur sont attachés (cavitation, bruit, étanchéité,...). Ils font de la propulsion MHD une alternative séduisante aux systèmes conventionnels à condition que les rendements obtenus restent compétitifs, [6] et [7].

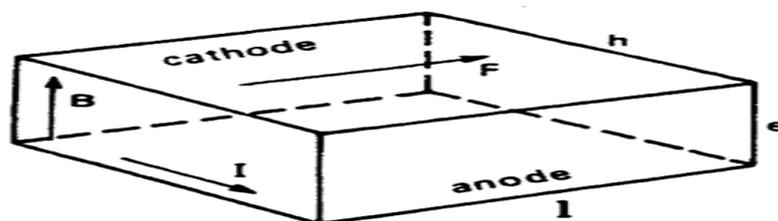


Fig.1.11 Le principe de la propulsion magnétohydrodynamique MHD

1.7.1 PROPULSEURS A PLASMA

Ces dispositifs également appelés MPD (Magnéto Plasma Dynamics), utilisent des gaz tels que Ar, N₂ comme propergols. Pour des puissances développées de 4 à 10Mw, les rendements de ces appareils sont de l'ordre de 30% à 40%. Ce type de propulseur, bien adapté aux changements d'orbites, offre l'avantage de consommer 3 à 10 fois moins de propergol qu'un propulseur chimique habituel.

L'inconvénient majeur est dû à l'érosion des électrodes et des surfaces isolantes par le fluide chaud, comme pour le générateur MHD. Il en résulte une perte de masse, qui limite la durée de vie du matériel.

Le principe est le suivant : le propergol est injecté entre les électrodes et traversé par un courant électrique. Celui-ci induit dans le plasma un champ magnétique qui par couplage avec le courant électrique produit une force de Laplace accélérant le plasma, [6].

1.7.2 PROPULSEURS A EAU SALEE

La technique de la propulsion MHD permettrait de mouvoir les bâtiments maritimes (de surfaces ou sous-marines, civiles ou militaires) avec le plus grand silence radar. Pour comprendre le phénomène, il faut se rappeler que l'eau de mer est de conductivité faible ($\sigma = 10 \text{ s / m}$), en créant des courants dans l'eau, une poussée est ainsi créée suite à l'interaction de ces derniers avec des champs inducteurs par les bobines placées sur le navire. C'est le principe de la MHD à courant continu (MHD à conduction). Une autre méthode celle de la MHD à courant alternatif où le champ magnétique glissant (MHD à induction) repose sur le principe d'une interaction entre une induction magnétique et un courant induit dans le fluide, [6].

Ces dernières années la MHD a connu un regain d'intérêt dans le domaine de la propulsion des bateaux dont le fluide conducteur (eau de mer) utilisé est de conductivité électrique basse ($\sigma=10\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$). Ceci est dû à l'avènement des supraconducteurs qui a engendré le renouveau des recherches sur cette technique. Et avec l'augmentation des inductions magnétiques au environ de 10 Teslas, les rendements ont nettement augmenté en passant de 8% à 60%. Des systèmes à induction et à conduction sont à envisager, [6].

Le principe de base de la propulsion MHD navale est simple. Elle consiste à utiliser des forces électromagnétiques pour propulser des navires par réaction. Ces forces de Laplace sont issues de l'interaction entre un champ magnétique, crée par des bobines supraconductrices et des courants électriques circulant dans l'eau de mer. Ainsi, l'énergie électrique, fournie par des groupes électrogènes embarqués à bord, est directement transformée en énergie mécanique. Les avantages d'un tel système de propulsion résident dans ce concept qui permet d'éliminer toutes les pièces mécaniques mobiles (hélice, arbre mécanique,...) et les inconvénients qui leur sont attachés (cavitation, bruit, étanchéité,...), [16].

1.7.3 CANON ELECTROMAGNETIQUE

Le canon électromagnétique est tout à fait analogue à un moteur linéaire à courant continu, le plasma joue le rôle de l'armature et les rails celui d'enroulement. Il a comme caractéristique

principale de garder une pression à peu près constante pendant l'accélération du projectile, [2].

Ce dispositif inventé par le géophysicien K. Birkeland a des applications variées, [6] :

- Accélération de petites masses pour des recherches à vitesse élevée sur l'équation d'état par exemple ;
- Lancement de charges spatiales : déchets nucléaires ;
- Armes militaires : destruction de missiles en vol ;
- Fusion nucléaire : initiation des réactions par impact (150km/s).

1.8 CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une description générale des pompes MHD ainsi que leur principe de fonctionnement. Les phénomènes magnétohydrodynamique sont régis par des équations qui résultent de la fusion réalisée entre les équations de Navier Stokes d'une part, et celles de Maxwell d'autre part.

Pour leur étude, la modélisation numérique et les équations de ces phénomènes sont nécessaires. Elle consiste en un calcul électromagnétique, hydrodynamique suivi d'un calcul thermique, Cette étude est l'objet des prochains chapitres.

CHAPITRE DEUX

**FORMULATIONS MATHÉMATIQUES DES
PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES,
HYDRODYNAMIQUES ET THERMIQUES**

2.1 INTRODUCTION

2.2 PHÉNOMÈNE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

2.3 FORMULATION DU PROBLÈME ÉLECTROMAGNÉTIQUE

2.4 PHÉNOMÈNE HYDRODYNAMIQUE

2.5 PHÉNOMÈNE THERMIQUE

2.6 RÉCAPITULATIF DES ÉQUATIONS DU MODÈLE MHD

2.7 CONCLUSION

CHAPITRE DEUX

FORMULATIONS MATHÉMATIQUES DES PHÉNOMÈNES

ELECTROMAGNETIQUES, HYDRODYNAMIQUES ET THERMIQUES

2.1 INTRODUCTION

Le contenu de ce chapitre est principalement consacré à l'analyse du mouvement des liquides électriquement conducteurs en présence des champs électrique et magnétique. La première partie décrit les théories électromagnétiques de base du mécanisme de pompage magnétohydrodynamique; pour cela, on utilise les équations de Maxwell et les lois constitutives du milieu en déterminant les paramètres électromagnétiques relatifs à chaque problème. La deuxième partie analyse l'écoulement bidimensionnel dans le canal de la pompe MHD à induction basé sur l'état laminaire du fluide. Dans ce contexte, ce sont les équations de Navier Stokes associées aux propriétés du fluide (densité de charge et viscosité dynamique) qui permettent de trouver la variation de la vitesse d'écoulement et de la pression. Les effets thermiques sont d'importance dans un nombre de systèmes; pour cela, la dernière partie décrit les équations de diffusion de la chaleur qui permettent de trouver la variation de la température dans le canal de la pompe MHD à induction.

2.2 PHÉNOMÈNE ELECTROMAGNETIQUE

L'induction magnétique résulte de l'interaction entre les champs électrique et magnétique. Les équations qui gouvernent ces phénomènes sont les équations de Maxwell, les lois constitutives des milieux, la loi d'Ohm et les conditions entre deux milieux [23], [24] et [25].

2.2.1 EQUATIONS DE MAXWELL

Les équations de Maxwell représentent la base de l'électromagnétisme; c'est-à-dire que ces équations permettent de décrire les évolutions spatio-temporelles du champ électrique et du champ magnétique. Ces équations locales relient le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} à leurs sources : densité de charge ρ et densité de courant électrique [25], [26] et [27]:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.4)$$

En tenant compte des relations constitutives de milieu $\vec{B} = \mu \vec{H}$ et $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ dans ces équations, on peut leur ajouter la loi d'Ohm:

$$\vec{J} = \vec{J}_{\text{in}} + \vec{J}_{\text{ex}} \quad (2.5)$$

Avec :

$$\vec{J}_{\text{in}} = \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{A} \vec{B}) \quad (2.6)$$

Dans cette dernière équation, le second terme du second membre représente la densité de courant induit par les vitesses dans la décharge tandis que le premier terme représente la densité de courant induit par conduction.

Avec :

\vec{J}_{in} : la densité de courant induit et \vec{J}_{ex} la densité de courante source [A/m²] ;

\vec{B} : l'induction magnétique [T] ;

ρ : la densité volumique de la charge électrique [C/m³] ;

\vec{D} : le déplacement électrique ou l'induction électrique [A.s/m²] ;

μ : la perméabilité magnétique (dans le vide $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]) ;

ϵ : la permittivité électrique (dans le vide $\epsilon = \epsilon_0 = 8.8544 \cdot 10^{-12}$ [F/m]) ;

\vec{v} : le vecteur vitesse aux points considérés [m/s].

Dans l'équation (2.3), le terme $\partial D / \partial t$ est appelé terme des courants de déplacement et correspond au phénomène de propagation des ondes électromagnétiques.

L'équation (2.3) peut ainsi se simplifier pour donner le théorème d'Ampère :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (2.7)$$

On parle alors de régime quasi-statique des équations de Maxwell ou d'approximation des régimes quasi-stationnaires. Cette dernière équation (2.7) exprime que la circulation du champ

magnétique sur un contour fermé sur lequel s'appuie une surface est égale à la somme des courants qui traversent cette même surface.

On déduit de l'équation (2.7) que la densité de courant \vec{J} est à flux conservatif :

$$\operatorname{div}\vec{J} = 0 \quad (2.8)$$

2.2.2 CONDITIONS AUX LIMITES ET CONDITIONS D'INTERFACE

Pour que le problème soit complètement défini, il faut déterminer les conditions aux limites sur les frontières du domaine de l'étude, ainsi que les conditions de passage entre les différents milieux constituant ce domaine [28], [29] et [30].

2.2.2.1 CONDITIONS AUX INTERFACES

Dans le cas général, un dispositif électrotechnique comporte des milieux différents (fer, air, aluminium, cuivre,... etc.). Alors, avant d'aborder la résolution du problème, il est nécessaire de connaître le comportement des champs électromagnétiques à travers l'interface entre les différents milieux. Les conditions de passage aux frontières de l'interface $\partial\Omega_{12}$ entre deux milieux de propriétés physiques différentes d'indices 1 et 2 portent sur les continuités et discontinuités des différentes composantes normales et tangentielles des grandeurs électromagnétiques, [28], [29], [30], [31] et [32]:

- Conservation de la composante tangentielle du champ électrique:

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{n} = 0 \quad (2.9)$$

- Conservation de la composante normale de l'induction magnétique:

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.10)$$

- Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux courants surfaciques s'ils existent:

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{n} = \vec{J}_{ex} \quad (2.11)$$

- Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfaciques si elles existent:

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (2.12)$$

Avec:

ρ_s : Densité de charge surfacique à l'interface ;

\vec{n} : Normale à la surface ;

\vec{J}_{ex} : Densité surfacique éventuelle de courant.

2.2.2.2 CONDITIONS AUX LIMITES

On distingue essentiellement deux types de conditions aux limites, dans les problèmes de champs électromagnétiques formulés en termes de vecteur potentiel magnétique [28], [29] et [32] :

- a) Conditions aux limites de Dirichlet ($A=A_0$) : dans ce cas, le vecteur potentiel magnétique A est constant sur la frontière, ce qui veut dire que l'induction magnétique \vec{B} est parallèle à ce contour qui présente alors une équipotentielle. Cette condition aux limites peut se présenter aussi sur les plans ou les axes polaires (dans ce cas on se limite à mailler une partie du domaine de résolution).
- b) Condition aux limites de Neumann homogène ($\partial A/\partial n=0$) : on la trouve sur les plans ou les axes d'antisymétrie magnétiques (axes inter polaires par exemple). Sur cette frontière les lignes de l'induction magnétique sont normales. De même, lorsque ce type de conditions aux limites apparaît sur des axes d'antisymétrie, le maillage est limité à une portion du domaine.

2.3 FORMULATION DU PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE

Les équations qui décrivent le couplage électromagnétique entre effets magnétiques et effets électriques peuvent être dans certains cas découplés en donnant naissance à des modèles plus simples [33], [34].

Les équations de Maxwell font apparaître différentes variables d'état. Suivant chaque type de problème électromagnétique, différentes formulations ou une combinaison de plusieurs d'entre elles permettent de résoudre le problème électromagnétique.

A partir de certaines hypothèses simplificatrices, on peut élaborer un modèle magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique \vec{A} .

2.3.1 LE MODELE MAGNETODYNAMIQUE

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps. C'est-à-dire que le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ n'est pas nul, les champs électrique et magnétique sont alors couplés par la présence des courants induits [30] et [31]. On écrit les deux équations de Maxwell qui se présentent sans terme source:

$$\begin{cases} \text{div } \vec{B} = 0 \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases} \quad (2.13)$$

La première équation indique que l'induction magnétique \vec{B} est un champ rotationnel. Ceci implique qu'il existe un vecteur \vec{A} appelé potentiel vecteur magnétique, tel que:

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (2.14)$$

La substitution de (II.13) dans la deuxième équation donne:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.15)$$

Ceci nous permet de constater que le champ $(\vec{E} + \partial \vec{A} / \partial t)$ est un champ conservatif, il vient alors:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (2.16)$$

Par conséquent, le champ magnétique et le champ électrique peuvent s'écrire en terme de ces deux potentiels \vec{A} et V et en utilisant la relation du milieu comme suit:

$$\begin{cases} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} V \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu} \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \end{cases} \quad (2.17)$$

V : est le potentiel scalaire électrique.

En remplaçant les deux champs donnés précédemment (2.17) et en utilisant la loi d'Ohm (2.6) dans la dernière équation de Maxwell (2.4), on obtient l'équation différentielle suivante:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) + \sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} V \right) + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{J}_{\text{ex}} \quad (2.18)$$

Si le problème est linéaire et si on considère que la perméabilité est constante, dans ce cas l'équation (2.18) devient:

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) + \sigma\mu \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}V \right) + \sigma(\vec{v}\wedge\vec{B}) = \mu\vec{J}_{\text{ex}} \quad (2.19)$$

Pour pouvoir résoudre cette équation, on ajoute une autre équation pour que la solution soit unique, [30] et [31]:

$$\text{div}\vec{A} = 0 \quad (2.20)$$

On obtient:

$$\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) + \sigma\mu \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}V \right) + \sigma(\vec{v}\wedge\vec{B}) = \mu\vec{J}_{\text{ex}} \\ \text{div}\vec{A} = 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

Cette hypothèse de jauge, naturellement vérifiée dans la configuration axisymétrique, assure également l'unicité de \vec{A} , [30] et [31].

2.3.2 HYPOTHESES

1. Pour la perméabilité magnétique, si l'induit ne possède pas de propriétés magnétiques, sa perméabilité magnétique est assimilée à celle du vide [29]:
2. Pour le terme de transport $\sigma(\vec{v}\wedge\vec{B})$ la pratique montre qu'à cause de la faible valeur de l'induction d'une part, et de la grandeur des vitesses dans les induits d'autre part (ne dépassant guère quelque dizaines de mètre par seconde), on peut raisonnablement considérer que:

$$|\vec{E}| \gg (\vec{v}\wedge\vec{B}) \quad (2.22)$$

Ce qui, par conséquent, autorise à négliger ce terme dans l'équation électromagnétique. On remarque que cela n'est, en général, plus permis dans le cas où la charge possède une perméabilité magnétique appréciable (acier par exemple) car l'induction y devient importante [29].

3. Les courants de déplacement : Dans le cas où l'induit ne possède pas des propriétés diélectriques, sa permittivité électrique peut être assimilée à celle du vide. Dans ces

conditions, le courant de déplacement, malgré les fréquences élevées de travail, est faible [29].

2.3.4 FORMULATION EN COORDONNEES CYLINDRIQUES AXISYMETRIQUES

La modélisation des phénomènes dans les dispositifs présentant une symétrie de révolution par rapport à son axe, permet de ramener un modèle tridimensionnel (3D) à un modèle bidimensionnel (2D). Dans une configuration axisymétrique telle que celle représentée sur la figure 2.1, on a utilisé la formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A} .

Cette dernière est mieux adaptée pour notre problème [28], [29]. Elle offre un double intérêt:

- Le système d'équations électromagnétiques présente une seule inconnue.
- Cette inconnue ne possède qu'une seule composante, A_φ dans notre modèle.

Aucune charge électrique n'est présente dans le système et les courants de déplacement sont négligés.

La figure 2.1 illustre le dispositif axisymétrique. Les courants étant perpendiculaires au plan d'étude, les différentes grandeurs ont les composantes suivantes:

$$\vec{j} \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{j}_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{E} \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{E}_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{A} \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{A}_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} \begin{bmatrix} \vec{B}_r \\ 0 \\ \vec{B}_z \end{bmatrix}, \quad \vec{H} \begin{bmatrix} \vec{H}_r \\ 0 \\ \vec{H}_z \end{bmatrix}$$

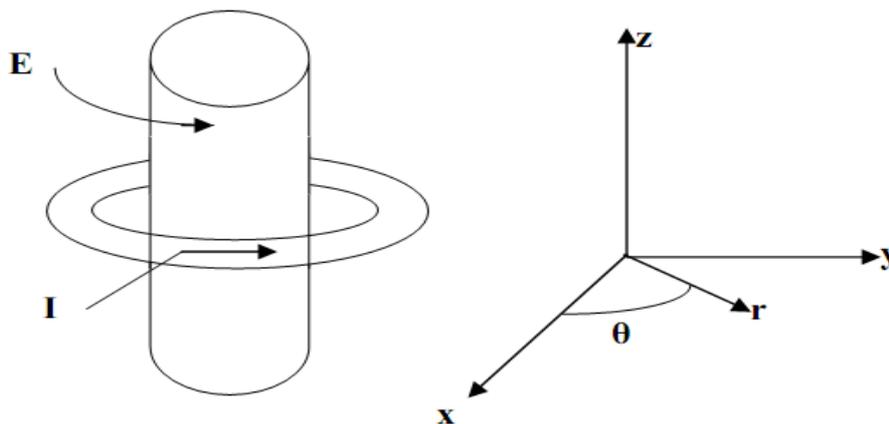


Fig.2.1 Schéma de dispositif axisymétrique

Après développements en coordonnées cylindriques, dans le cas bidimensionnel (2D) où la densité de courant et le potentiel vecteur magnétique sont perpendiculaires à la section longitudinale de la pompe MHD, l'équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \sigma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J_{ex} \quad (2.23)$$

La pompe étant alimentée par un courant sinusoïdal, les charges varient également de façon sinusoïdale. Dans ces conditions, on travaille en régime harmonique où : $\partial/\partial t = j\omega$. L'équation (2.23) devient [30] et [31] :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \sigma \left(\frac{1}{r} j\omega A + \frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J_{ex} \quad (2.24)$$

Dans le cas de la MHD à induction, on a opté pour la formulation en potentiel vecteur \vec{A} car elle réduit le nombre d'inconnues et elle est plus simple.

2.4 PHENOMENE HYDRODYNAMIQUE

L'étude de ces phénomènes est aujourd'hui bien souvent numérique : on simule des solutions des équations, qui ressemblent effectivement à des écoulements réels (comme si on disposait d'un système de mesure parfait, qui pourrait tout mesurer sans rien perturber).

La dynamique des fluides est l'étude des mouvements des fluides, qu'ils soient liquides ou gazeux. Elle fait partie de la mécanique des fluides avec l'hydrostatique (statique des fluides). La résolution d'un problème de dynamique des fluides demande normalement de calculer diverses propriétés des fluides comme la vitesse, la viscosité, la densité, la pression et la température en tant que fonctions de l'espace et du temps.

2.4.1 DEFINITION DE L'ÉCOULEMENT INCOMPRESSIBLE

Un écoulement est dit incompressible si la densité de chaque particule de fluide reste la même au cours du mouvement (ce qui ne signifie pas que la densité du fluide soit nécessairement constante en un point au cours du temps, ou uniforme en espace) [35].

Un écoulement incompressible est caractérisé par un champ de vitesse à divergence nulle (autrement dit solénoïdal). On comprend ainsi que l'incompressibilité est liée à la vitesse de l'écoulement.

2.4.2 ÉQUATIONS DE CONSERVATION DANS UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus. Elles gouvernent de nombreux phénomènes d'écoulement de fluide.

La présence d'un champ magnétique au sein d'un conducteur parcouru par des courants, entraîne l'existence d'une force de Lorentz qui doit être prise en compte dans l'équation de Navier-Stokes [36], [37] et [38].

- Equation de Navier Stokes :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}P} + \nu \Delta \vec{V} + \vec{F} \quad (2.25)$$

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.26)$$

Dans le cas des fluides incompressibles, elle s'écrit :

$$\text{div} \vec{V} = 0 \quad (2.27)$$

Avec :

\vec{V} : La vitesse du fluide (m/s) ;

p : La pression du fluide (Pa) ;

ν : La viscosité cinématique du fluide (m²/s) ;

\vec{F} : La force électromagnétique par unité de volume (N/m³) ;

ρ : La densité du fluide (kg/m³) ;

$\partial \vec{V} / \partial t$: l'accélération du fluide due à la variation de la vitesse ;

$-1/\rho \overrightarrow{\text{grad}p}$: représente le terme de pression par unité de volume ;

$\nu \Delta \vec{V}$: représente les forces de frottement visqueux.

Le développement de l'équation d'écoulement en coordonnées cylindriques donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vartheta r}{\partial t} + \vartheta r \frac{\partial \vartheta r}{\partial r} + \vartheta z \frac{\partial \vartheta r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \vartheta r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \vartheta r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta r}{\partial r} - \frac{\vartheta r}{r^2} \right) + \frac{Fr}{\rho} \\ \frac{\partial \vartheta z}{\partial t} + \vartheta r \frac{\partial \vartheta z}{\partial r} + \vartheta z \frac{\partial \vartheta z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 \vartheta z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \vartheta z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta z}{\partial r} \right) + \frac{Fz}{\rho} \end{cases} \quad (2.28)$$

2.4.3 TERMES SOURCES

On distingue deux forces agissant sur le fluide, celles dues à la gravité et les forces d'origine électromagnétique (forces de Lorentz) dues à l'action du champ magnétique produit par l'inducteur sur les courants induits [32], [39].

Pour modéliser la magnétohydrodynamique, on utilise les équations de l'électromagnétique et de la mécanique des fluides. Le couplage entre ces deux systèmes d'équations est réalisé par les équations de Laplace qui se développent au sein du fluide conducteur. L'écoulement d'un fluide est influencé par les phénomènes électromagnétiques via les forces de Laplace. Elles expriment l'interaction de l'induction magnétique et de courants électriques appliqués ou induits, [37] et [39].

$$\vec{F} = \vec{J}_{in} \wedge \vec{B} = -\sigma \left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{V} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right] \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (2.29)$$

Avec :

$$\vec{J}_{in} = -\sigma \left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{V} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right]$$

2.4.4 METHODE DE RESOLUTION $\vec{\xi} - \vec{\Psi}$

L'équation d'écoulement non linéaire (2.28) contient deux inconnues : la vitesse et la Pression.

Dans le cas du présent travail en 2D, quelle que soit la méthode choisie, l'essentiel est de réduire le nombre d'inconnues. Dans cette optique, on a opté pour la méthode utilisant le vecteur vorticité et la fonction de courant ($\vec{\xi}, \vec{\Psi}$) appelée également approche de variables-primitives, [40] et [41].

Dans un écoulement plan, l'équation (2.28) qui traduit la conservation de la masse, implique qu'il existe une fonction de courant définie par:

$$\begin{cases} \vartheta_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \\ \vartheta_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \end{cases} \quad (2.30)$$

Où:

ϑ_r et ϑ_z sont les composantes cylindriques de la vitesse \vec{V} .

D'autre part, le vecteur vorticité est donné par [41] et [42] :

$$\vec{\xi} = \text{rot} \vec{V} \quad (2.31)$$

Dans le cas plan, ce vecteur n'a qu'une composante suivant φ directement perpendiculaire au plan, [42] et [43] :

$$\xi = \frac{\partial \vartheta_r}{\partial z} - \frac{\partial \vartheta_z}{\partial r} \quad (2.32)$$

Par élimination de la Pression et en utilisant cette nouvelle formulation, la combinaison des deux équations de Navier Stokes et de continuité donne l'équation suivante :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \vartheta_r \frac{\partial \xi}{\partial r} + \vartheta_z \frac{\partial \xi}{\partial z} + \xi \frac{\vartheta_r}{r} = \nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} - \frac{\xi}{r^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \quad (2.33)$$

En substituant (2.30) dans (2.32), on obtient l'équation liant les deux variables ξ et Ψ :

$$-\xi = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \right) \quad (2.34)$$

Le mécanisme général de l'écoulement est que la vorticité est transportée par la vitesse alors que la distribution résultante de la vorticité détermine la vitesse suivant l'équation (2.34).

Une fois le système (2.34) et (2.33) résolu, il convient d'en déduire la pression:

$$\Delta P = \frac{2\rho}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \quad (2.35)$$

C'est une équation de Poisson permettant de déterminer la pression.

2.5 PHENOMENE THERMIQUE

L'élaboration du matériau dépend ensuite de la propagation de la chaleur dans tout le matériau, des échanges avec l'extérieur et du temps durant lequel est injectée la puissance. La partie chauffée constitue la zone de pénétration thermique. Le matériau, en cours

d'élaboration, est le siège de nombreux transferts thermiques. Ainsi, interviendront les effets de la conduction et de la convection thermique en présence de source dues, d'une part, à la densité de puissance Joule et, d'autre part, au changement d'état liquide-solide dans le cas d'un procédé d'élaboration en continu. Les échanges avec l'extérieur sont de deux types : convection et rayonnement [37], [32].

2.5.1 LES MODES DE TRANSFERT THERMIQUE

Ces différents modes ne sont pas en général dissociés et peuvent intervenir dans un processus de transfert thermique.

Il y a trois modes de transfert [44]:

- **Conduction** : la conduction est un phénomène au moyen duquel la chaleur s'écoule à l'intérieur d'un milieu (solides, liquide ou gazeux) d'une région à haut température vers une autre à basse température ; ou entre différents milieux mis en contact. Le transfert de chaleur résulte de l'interaction entre molécules adjacentes à l'intérieur d'une entité constituée de solides ou de fluides.
- **Convection** : la convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. En effet, la convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz, donc un fluide dans le cas le plus générale. Le transfert de chaleur résulte du mouvement de matière à l'intérieur d'une entité constituée d'un fluide. Un corps qui se déplace emmène avec lui la chaleur qu'il contient.
- **Radiation (rayonnement)** : le rayonnement est le mécanisme par lequel la chaleur se transmet d'un corps à haut température, lorsque ces corps sont séparés dans l'espace ou même lorsqu'un vide les sépare. Tous les corps émettent de la lumière, en fonction de leur température, et sont eux-mêmes chauffés par la lumière qu'ils absorbent. La radiation est l'émission d'énergie par un corps du fait de sa température sous forme d'ondes électromagnétiques.

Pour les deux premiers modes, la présence de matière est indispensable pour qu'il y ait un transfert thermique à l'inverse du mode de transfert par rayonnement qui peut s'effectuer dans le vide, il s'agit d'un transfert à distance quasi-instantané sans nécessiter de support matériel.

2.5.2 FORMULATION VECTORIELLE

L'équation générale de propagation de la chaleur dans le cas d'un fluide, solide ou gaz s'écrit [37], [44]:

$$\rho C_P \frac{DT}{Dt} + \frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) P \frac{DP}{Dt} = -\text{div}(Q) + P_S + Q_r \quad (2.36)$$

C_P : Chaleur spécifique à pression constante [J/K°.Kg] ;

T : Température [K°] ;

Q : Sources des flux de conduction thermique [w/m²] ;

P_S : Terme source de chaleur correspondant, d'une part au travail des forces appliquées au fluide, d'autre part à la dissipation visqueuse [w/m³] ;

Q_r : Pertes radiatives [w/m³].

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \vartheta \cdot \text{grad}(P) \quad (2.37)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vartheta \cdot \text{grad}(T) \quad (2.38)$$

Si les vitesses sont suffisamment faibles pour considérer les termes de pression p comme négligeables, on obtient l'équation classique en régime permanent [29], [44].

$$\rho C_P \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\vartheta} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \right) = -\text{div} Q + P_S \quad (2.39)$$

Dans l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, les transferts de chaleur par conduction peuvent être exprimés à l'aide d'une conductivité thermique totale K , [44].

$$Q = -K \text{grad}(T) \quad (2.40)$$

L'équation (2.39) devient:

$$\rho C_P \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\vartheta} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \right) = \text{div}(K \overrightarrow{\text{grad}} T) + P_S \quad (2.41)$$

Les phénomènes de surface sont pris en compte en explicitant aux interfaces les conditions aux limites ou de passage naturelles, soit sur la valeur de l'inconnue température, soit sur la valeur du flux thermique. Les conditions aux limites de cette équation sont les suivantes, [32] et [44] :

- Les conditions de Dirichlet dans son cas général : T connu sur la frontière,
- Les conditions de Neumann (homogène) dans son cas particulier : $K\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_S = 0$ (valable dans le cas où il n'y a pas d'échange thermique avec l'extérieur : notamment sur les axes de symétrie),

2.5.3 FORMULATION EN COORDONNEES CYLINDRIQUES

Le modèle classique de diffusion de la chaleur par conduction avec une vitesse de la pièce nulle ($v=0$), [44] :

$$\rho C_P \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = \text{div}(\overrightarrow{K \text{ grad } T}) + P_S \quad (2.42)$$

En coordonnées axisymétriques, l'équation (2.42) s'écrit :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + P_S \quad (2.43)$$

$$T=T(r, z, t)$$

Avec :

$$\overrightarrow{\text{grad } T} = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{e}_z$$

Et

$$\text{div}(\overrightarrow{K \text{ grad } T}) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r K \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right)$$

2.5.4 TERME SOURCE

Le terme source P_S est issu du phénomène électromagnétique. Les courants induits dans la charge créent une densité de puissance Joule ΔP_J à l'origine de la source de chaleur, [32] et [44].

$$P_S = \frac{1}{2\sigma} A \cdot A^* \quad (2.44)$$

En substituant cette dernière (2.44) dans l'équation de la thermique (2.43), on obtient

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{2\sigma} A \cdot A^* \quad (2.45)$$

2.6 RECAPITULATIF DES EQUATIONS DU MODELE MHD

Les trois phénomènes électromagnétique, hydrodynamique et thermique sont intimement liés et la variation de l'un des trois influence les deux autres. Nous pouvons représenter ces interactions par les équations suivantes [32]:

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}\vec{A}) + \sigma \left(\mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overline{\text{grad}}\vec{V} \right) + \sigma(\vec{v}\Lambda\vec{B}) = \mu \vec{j}_{\text{ex}}$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \overline{\text{grad}}P + \nu \Delta \vec{V} + \vec{F}$$

$$\rho C_P \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overline{\text{grad}}T \right) = \text{div}(K \overline{\text{grad}} T) + P_S$$

La figure 2.2 montre la cohérence physique. La description du couplage entre phénomènes dans un modèle MHD est assurée via des termes sources. Le champ électromagnétique (énergie électrique) exercé sur le fluide par la force de Lorentz correspond à l'énergie mécanique.

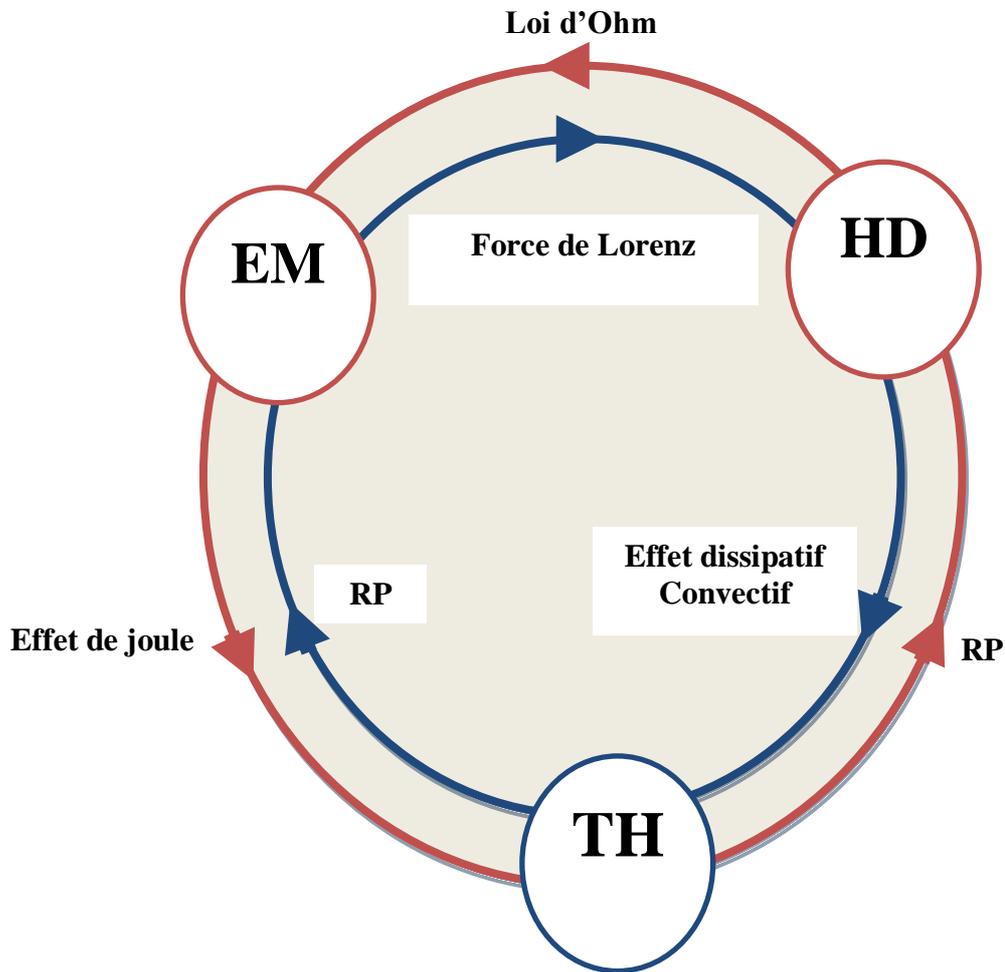


Figure 2.2: Schéma du couplage MHD-Thermique [44].

EM : électromagnétique, HD : hydrodynamique, TH : thermique,
RP : Réintroduire les propriétés du milieu en fonction de T [K°]

2.7 CONCLUSION

On vient de présenter les équations pilotant les trois principaux problèmes et les termes de couplages entre les phénomènes physiques (électromagnétiques, hydrodynamiques et thermiques) intervenant dans la pompe magnétohydrodynamique MHD à induction annulaire. Des modèles mathématiques ont été établis, dans leurs formes générales, en liaison avec le type d'application à traiter. Le cas cylindrique axisymétrique considéré comme un cas particulier a été détaillé. Une fois ces modèles mathématiques établis, on propose ainsi

de décrire dans le prochain chapitre, les modèles numériques adaptés pour la résolution des équations mathématiques finales décrivant les phénomènes physiques présents dans le dispositif proposé.

CHAPITRE TROIS

MODELISATIONS 2D DES PHENOMENES COUPLES MAGNETOHYDRODYNAMIQUE ET THERMIQUE

3.1 INTRODUCTION

3.2 METHODES NUMERIQUES

3.3 ETUDE DES MODELES ELECTROMAGNETIQUE, HYDRODYNAMIQUE ET
THERMIQUE

3.4 L'ALGORITHME DE COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE-HYDRODYNAMIQUE

3.5 L'ALGORITHME DE COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE- THERMIQUE

3.6 CONCLUSION

CHAPITRE TROIS

MODELISATION 2D DES PHENOMENES COUPLES MAGNETOHYDRODYNAMIQUE ET THERMIQUE

3.1 INTRODUCTION

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre les équations aux dérivées partielles. Elles sont analytiques, numériques ou mixtes (semi- analytiques).

Les méthodes analytiques sont les premières méthodes utilisées. Elles consistent à résoudre les équations différentielles analytiquement avec la technique de séparation des variables. Elles sont d'emploi restreint à des géométries simples dans une approche unidimensionnelle, ou quelquefois dans des problèmes bidimensionnels, [23], [27] et [45].

Les méthodes numériques, sont des méthodes qui résolvent directement les équations différentielles. Avec le développement des ordinateurs, ces méthodes trouvent un large champ d'utilisation. Les plus couramment utilisées, sont la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et celle des volumes finis qui est l'objet de ce chapitre.

L'étude de ces phénomènes est assurée par la méthode des volumes finis. Le choix de cette méthode repose sur sa simplicité à développer que les autres méthodes telles que la méthode des éléments finis. De ce fait, à chaque phénomène on applique la méthode des volumes finis.

3.2 METHODES NUMERIQUES

Les méthodes numériques de discrétisation utilisées pour la résolution des équations mathématiques établies, consistent à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution des champs (électromagnétisme : potentiel vecteur magnétique, mécanique des fluides : vitesse, pression et thermique : température...).

Pour passer d'un problème exact continu régi par une équation aux dérivées partielles (EDP) au problème approché discret, il existe quatre grandes familles de méthodes :

3.2.1 METHODE DES DIFFERENCES FINIES

La méthode des différences finies (MDF), le domaine du problème continu est discrétisé. Les dérivées sont approximées par les différences résultant dans la représentation algébrique des

équations aux dérivées partielles (PDE). Ainsi le problème entraînant les calculs a été transformé en un problème algébrique. Pour résoudre les PDE, il faut remplacer le problème continu par le maillage différences finies ou grille.

Cette méthode ne s'adapte pas aux géométries complexes et l'introduction des conditions aux limites et d'interface est plus difficile en comparaison avec la méthode des éléments finis, [6]. La méthode aux différences finies permet d'obtenir des résultats satisfaisants dans de nombreux problèmes comme elle possède la facilité de la formulation numérique, mais elle reste limitée aux configurations à géométrie régulière, donc, relativement trop simples, [46].

- **Avantages :** grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- **Inconvénients :** limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann.

3.2.2 METHODE DES ÉLÉMENTS FINIES

La méthode des éléments finis (MEF) est l'une des méthodes les plus adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle s'applique à la majorité des problèmes pratiques (linéaires ou non linéaires, stationnaires ou dépendant du temps) définis dans un domaine géométrique complexes et quelques soient les conditions physiques de fonctionnement. La technique des éléments finis discrétise l'espace à l'aide d'éléments géométriques simples (triangles ou quadrangles en général), ensuite la forme forte des équations est remplacée par la forme faible dans laquelle les inconnues sont approximées par une combinaison linéaire de fonctions de base dont le support est l'un des éléments [4], [47], [48] et [49].

- **Avantages :** traitement possible de géométries complexes, nombreux résultats théoriques sur la convergence.
- **Inconvénient :** complexité de mise en œuvre et grand coût en temps de calcul et mémoire.

De nombreux codes de calculs de structure reposent sur les Eléments Finis : ANSYS, CADD, CATIA...

3.2.3 METHODE DES INTEGRALES DE FRONTIERES

La méthode des intégrales de frontières (MIF) consiste en la recherche des variables nodales inconnues sur les frontières du domaine. Une fois la distribution de l'inconnue et de ses dérivées connues sur les frontières du domaine physique, le calcul pour les points intérieurs

devient possible par une simple intégration numérique. La formulation intégrale traduit le comportement de l'inconnue sur les frontières en fonction de ses dérivées et de la fonction de Green. L'inconvénient de cette méthode est le fait que les matrices obtenues sont plus pleines que celles obtenues par la méthode des éléments finis, de plus son implémentation est complexe et couteuse en temps de calcul, [6].

3.2.4 METHODES DES VOLUMES FINIS

La méthode des volumes finis (MVF), le domaine d'étude dans cette méthode est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies). L'équation est intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude. Cela conduit à une solution plus précise que la méthode des différences finis (MDF). Ces méthodes sont très proches des éléments finis et perdent par la même leurs avantages. C'est une méthode particulièrement bien adaptée à la discrétisation spatiale des lois de conservation, contrairement aux Eléments Finis, et est ainsi très utilisée en mécanique des fluides, [50], [51] et [52].

Des méthodes itératives telles que la méthode de Gauss Seidel, Jacobi ou Newton Raphson [53] peuvent être appliquées pour la résolution du système d'équations. De nombreux codes de simulation numérique en mécanique des fluides reposent sur cette méthode : FLUENT, STARCD, CFX, ANSYS,...

- **Avantages** : permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann
- **Inconvénient** : peu de résultats théoriques de convergence

3.2.5 SYNTHÈSE

A partir des caractéristiques des différentes méthodes numériques citées précédemment, on a choisi la méthode des volumes finis pour la résolution des équations électromagnétiques, hydrodynamiques et thermiques. La méthode des volumes finis peut être vue comme une variante de la méthode de collocation par sous domaines [50]. Le domaine d'étude est divisé en un nombre d'éléments (Fig. 3.2). Chaque élément contient quatre nœuds du maillage. Un volume fini entoure chaque nœud du maillage. Dans cette méthode, chaque nœud principal

«P» (le centre du volume de contrôle) est entouré par quatre nœuds N, S, E et W qui sont les centres des volumes de contrôle adjacents situés respectivement au Nord, Sud, East et Ouest de celui contenant «P» [50] (fig.3.3).

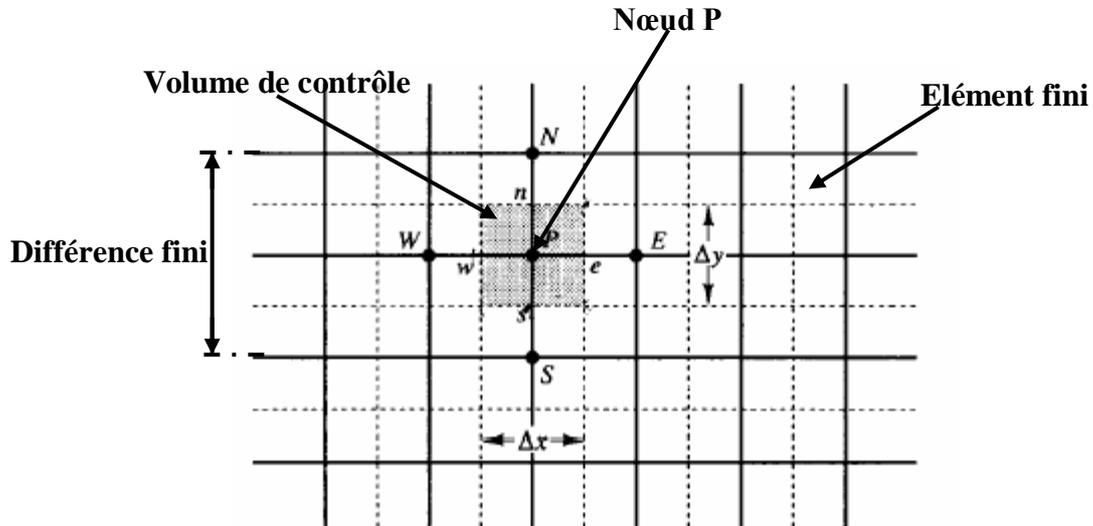


Fig.3.2 Maillage du domaine d'étude.

L'équation différentielle est intégrée sur chaque volume. Un profil choisi exprimant la variation de \vec{A} entre les nœuds est utilisé pour évaluer l'intégrale. Le résultat de discrétisation est une équation qui lie les valeurs de \vec{A} d'un ensemble de nœuds.

L'équation discrétisée de cette façon exprime le principe de conservation pour \vec{A} dans l'élément de volume. La solution obtenue est constituée uniquement par les valeurs nodales, par opposition à la méthode des éléments finis, même si au cours de la formulation, des formules d'interpolation sont utilisées pour évaluer les intégrales. Grâce à un libre choix de la fonction de liaison entre nœuds consécutifs, la procédure conduit à une solution plus précise que celle fournie par la MDF [50] et [51].

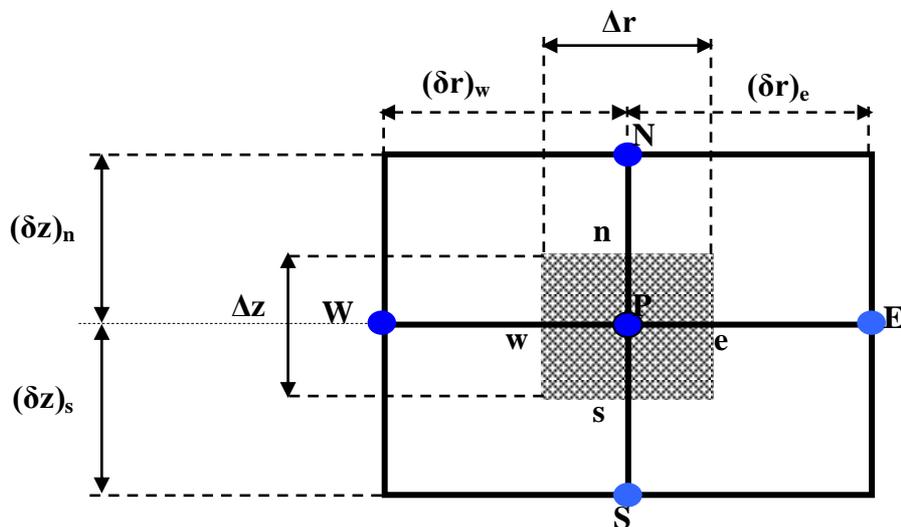


Fig.3.3 description d'un volume fini pour la discrétisation

La méthode des Volumes Finis consiste donc à :

- ❖ Décomposer la géométrie en mailles élémentaires (élaborer un maillage) ;
- ❖ Initialiser la grandeur **A** sur le domaine de calcul ;
- ❖ Lancer le processus d'intégration temporelle jusqu'à convergence avec :
 - Calcul du bilan de flux par maille par un schéma numérique ;
 - Calcul du terme source.
 - Calcul de l'incrément temporel par une méthode numérique d'intégration ;
 - Application des conditions aux limites.

✚ Exemple simple monodimensionnel 1D :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + P_S = 0$$

Pour discrétiser l'équation, on choisit dans le domaine d'étude un nombre finis de nœuds ; le domaine est ensuite divisé en éléments de volume dont chacun contient un nœud, comme la montre la figure ci-dessous.

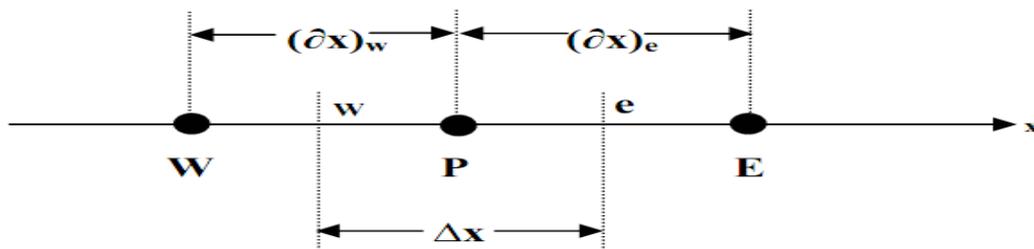


Fig.3.4 Discrétisation en volume fini en 1D

Les lignes en tirés représentent les interfaces entre les éléments. Pour le problème à une dimension, on suppose une épaisseur unité suivant la direction (OY) et (OZ).

Ainsi, le volume d'un élément est $\Delta x * 1 * 1$. Si on intègre l'équation sur l'élément de volume correspondant au nœud P, on obtient :

$$\int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx + \int_w^e P_S dx = 0$$

Soit :

$$\left(k \frac{dT}{dx} \right)_e - \left(k \frac{dT}{dx} \right)_w + \int_w^e P_S dx = 0$$

Avec l'approximation d'une variation linéaire de T entre deux nœuds voisins, l'équation s'écrit:

$$k_e \frac{(T_E - T_P)}{(\partial x)_e} - k_w \frac{(T_P - T_W)}{(\partial x)_w} + \bar{P}_S \Delta x = 0$$

Où \bar{P}_S est la valeur moyenne de P_S dans l'élément de volume ; k_e la conductivité thermique à l'interface(e).

On met l'équation sous la forme suivante :

$$a_P T_P = a_e T_e + a_w T_w + b$$

Avec :

$$a_e = \frac{k_e}{(\partial x)_e} ;$$

$$a_w = \frac{k_w}{(\partial x)_w} ;$$

$$a_P = a_e + a_w ;$$

$$b = P_S \Delta x$$

Si la discrétisation du domaine comporte N nœuds, on est alors ramené à un système de N équations à N inconnues. Il s'agit des valeurs nodales de T.

3.3 ETUDE DES MODELES ELECTROMAGNETIQUE, HYDRODYNAMIQUE ET THERMIQUE

La méthode des volumes finis employée pour la résolution des équations de Maxwell (2.24), équations de Navier Stokes (2.28) et l'équation de diffusion de la chaleur (2.43), est basée sur une intégration sur des volumes de contrôle des différentes équations aux dérivées partielles. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins. Pour le problème hydrodynamique, cette méthode garantit la conservation de masse et de la quantité de mouvement dans chaque volume, et donc dans tout le domaine de calcul [54], [55] et [56].

3.3.1 PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE

Pour discrétiser l'équation (2.24), le domaine d'étude est subdivisé en un nombre finis de nœuds. Ce domaine est ensuite divisé en mailles rectangulaires dont chacun contient un nœud, comme il est indiqué sur la fig3.3.

La projection de l'équation (2.25) sur une base de fonction de projection β_i , et son intégration sur le volume fini, correspondant au nœud P, donne :

$$\int_z \int_r \beta_i \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] r dr dz = \int_z \int_r \beta_i \left[j\omega \frac{\sigma}{r} A - J_{ex} \right] r dr dz \quad (3.1)$$

β_i est la fonction de projection choisie égale à $\frac{1}{r}$

Après substitution de l'expression de β_i , l'équation (3.1), se présente sous la forme suivante :

$$\int_z \int_r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) dr dz = \int_z \int_r \left[j\omega \frac{\sigma}{r} A - J_{ex} \right] dr dz \quad (3.2)$$

L'intégrale de l'équation (3.2) sur le volume fini, délimité par les frontières (e, w, n et s) est :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) dr dz + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) dr dz = \int_s^n \int_w^e \left(j\omega \frac{\sigma}{r} A \right) dr dz - \int_s^n \int_w^e J_{ex} dr dz$$

Après intégration, l'équation algébrique finale est de la forme :

$$a_P A_P = a_E A_E + a_W A_W + a_N A_N + a_S A_S + d_P \quad (3.3)$$

Avec :

$$a_E = \frac{\Delta z}{\mu r_E (\delta r)_E} ;$$

$$a_W = \frac{\Delta z}{\mu r_W (\delta r)_W} ;$$

$$a_N = \frac{\Delta r}{\mu z_N (\delta z)_N} ;$$

$$a_S = \frac{\Delta r}{\mu z_S (\delta z)_S} ;$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + j\omega \frac{\sigma}{r_P} \Delta r \Delta z$$

$$d_P = J_{ex} \Delta r \Delta z$$

La résolution obtenue représente une équation algébrique reliant l'inconnue au nœud principal « P » aux inconnues aux nœuds voisins « W », « E », « S » et « N », [50]. Si le problème est linéaire, le système d'équations (3.10) peut être résolu par une méthode itérative, si le problème est non linéaire, ce qui correspond au cas de la saturation des matériaux ferromagnétiques dans ce cas la perméabilité μ devient variable, la résolution est la même avec une sous ou sur Relaxation. La forme matricielle de ce système d'équations s'écrit sous la forme:

$$[M + iL][A] = [J_{ex}] \quad (3.4)$$

Où

$[M + iL]$: Matrice coefficients ;

$\{A\}$: Vecteur inconnu ;

$\{J_{ex}\}$: Vecteur source.

Le système (3.4) étant linéaire, la résolution se fait selon un processus itératif (méthode de Gauss Seidel) [53], en tenant compte des conditions aux limites dont les plus courantes sont la condition de Dirichlet ($A=A_0$) donnée sur les frontières du domaine à étudier ; pour le problème traité l'équation électromagnétique est résolue en posant $A = 0$ sur les frontières du domaine de résolution et l'axe de symétrie, [50] et [51].

3.3.1.1 CONDITIONS AUX LIMITES

Pour que le problème soit complètement défini, il faut déterminer la contribution des conditions aux limites sur les frontières du domaine de l'étude, ainsi que les conditions de passage entre les différents milieux constituant ce domaine. En général, les conditions aux limites peuvent être de deux types [49] :

a) Conditions de Dirichlet

Cette condition impose les valeurs de A aux bords du domaine d'étude. Dans cette étude, la condition de Dirichlet où $A=0$ est appliquée. Ces valeurs sont prises nulles par la considération de l'infini physique.

b) Condition de Neumann

Elle est utilisée dans le cas où le système à étudier présente des plans de symétrie. Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} n'est pas connu sur la limite, donc on a besoin de construire une équation additionnelle qui décrit le phénomène physique dans cette limite. La condition de Neumann impose les valeurs de \vec{A} nulles aux bords infinis du domaine d'étude (Ω) et celles de $\partial \phi / \partial n = 0$ au niveau des plans de symétrie (plans de coupe) où n représente la normale au plan de coupe.

Une fois le problème électromagnétique résolu, on passe à la résolution du problème hydrodynamique.

3.3.2 PROBLEME HYDRODYNAMIQUE

On présente maintenant les étapes de résolution de l'équation d'écoulement avec toujours la même méthode (FVM) ; le maillage reste le même. Une fois que les nœuds sont localisés, on introduit le terme source qui permet le couplage entre les deux équations électromagnétique hydrodynamique [57], [58], [59] et [60].

L'intégration de l'équation (2.28) sur le volume de contrôle correspondant au nœud « P » :

$$\int_z \int_r \left[\frac{\partial \xi}{\partial t} + \vartheta_r \frac{\partial \xi}{\partial r} + \vartheta_z \frac{\partial \xi}{\partial z} + \xi \frac{\vartheta_r}{r} \right] dr dz = \int_z \int_r \left[\nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} - \frac{\xi}{r^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \right] dr dz \quad (3.5)$$

Après calcul de chaque terme de l'intégrale, on obtient l'équation algébrique suivante :

$$a_P \xi_P = a_E \xi_E + a_W \xi_W + a_N \xi_N + a_S \xi_S + d_P \quad (3.6)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_e &= \left(-\frac{1}{2} (V_r)_e + \frac{v_e}{(\partial r)_e} + \frac{1}{2} \frac{v_e}{r_e} \right) \Delta t \Delta z \\ a_w &= \left(-\frac{1}{2} (V_r)_w + \frac{v_w}{(\partial r)_w} - \frac{1}{2} \frac{v_w}{r_w} \right) \Delta t \Delta z \\ a_n &= \left(-\frac{1}{2} (V_z)_n + \frac{v_n}{(\partial z)_n} \right) \Delta t \Delta r \\ a_s &= \left(-\frac{1}{2} (V_z)_s + \frac{v_s}{(\partial z)_s} \right) \Delta t \Delta r \\ d_P &= a_P^0 \Delta r \Delta z \end{aligned}$$

La résolution de l'équation (3.6) se fait selon un processus itératif (méthode de Gauss Seidel) [53], en tenant compte des conditions aux limites. La forme matricielle de ce système d'équations s'écrit sous la forme:

$$[M][\xi] = [D] \quad (3.7)$$

Où

$[M + iL]$: Matrice coefficients ;

$\{\xi\}$: Vecteur inconnu ;

$\{D\}$: Vecteur source.

3.3.2.1 CONDITIONS AUX LIMITES

Les conditions aux limites appliquées au problème de l'équation d'écoulement sont telles que :

- On applique la condition de Dirichlet où $\mathbf{A}=\mathbf{0}$;
- On applique la condition de Neumann $\partial \varphi / \partial \mathbf{n} = \mathbf{0}$ sur l'axe de symétrie.

Le système (3.7) est résolu itérativement par la même méthode Gauss Seidel [53].

Une fois le problème hydrodynamique résolu, on passe à la résolution du problème thermique.

3.3.3 PROBLEME THERMIQUE

La résolution de l'équation de diffusion de la chaleur est réalisée avec la même méthode (FVM). On introduit le terme source qui permet le couplage entre les deux équations électromagnétique- thermique [56], [61] et [62].

L'intégrale de l'équation (2.43) sur le volume fini, délimité par les frontières (e, w, n et s) est :

$$\int_t^{(t+dt)} \int_s^n \int_w^e \left(\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} \right) r dr dz dt = \int_t^{(t+dt)} \int_s^n \int_w^n \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) r dr dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) r dr dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^n \int_w^e P_S r dr dz dt \quad (3.8)$$

Ainsi, l'équation algébrique finale peut être écrite sous une forme, et où seules les valeurs nodales apparaissent, son expression sous forme condensée est donnée par :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T + a_N T_N + a_S T_S + b \quad (3.9)$$

Où

$$a_E = \frac{K_E r_E \Delta z}{(\delta r)_E} ;$$

$$a_W = \frac{K_W r_W \Delta z}{(\delta r)_W} ;$$

$$a_N = \frac{K_N z_N \Delta r}{(\delta z)_N} ;$$

$$a_S = \frac{K_S z_S \Delta r}{(\delta z)_S} ;$$

$$a_{0P} = \frac{\rho C_P r_P \Delta r \Delta z}{\Delta t} ;$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{0P} ;$$

$$b = P_S r_P \Delta r \Delta z + a_{0P} T_P^0$$

De la même manière que dans le cas électromagnétique, si la discrétisation du domaine comporte N nœuds, on est ramené à résoudre un système de N équation à N inconnues.

3.3.3.1 CONDITIONS AUX LIMITES

L'équation de diffusion de la chaleur doit être associée aux conditions aux limites appropriées aux problèmes physiques traités. Il s'agit de la :

- **Condition de Dirichlet** : la température T est connue sur les frontières ;
- **Condition de Neumann homogène** : $K \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_S = 0$ (valable dans le cas où il n'y a pas d'échange thermique avec l'extérieur : notamment sur les axes de symétrie).

3.4 L'ALGORITHME DE COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE-HYDRODYNAMIQUE

A partir de la résolution des équations électromagnétique, on détermine le potentiel vecteur magnétique et à partir des équations du modèle hydrodynamique, on détermine la vitesse et la pression. Les deux systèmes d'équations électromagnétique et hydrodynamique ne sont pas indépendants, ils sont liés par les forces magnétohydrodynamiques. Donc les équations caractérisant l'évolution temporelle-spatiale des phénomènes magnétohydrodynamiques nécessitent un modèle couplé [56], [57] et [58].

L'algorithme de couplage MHD se présente sous la forme suivante :

1. un profil de conditions aux limites initial et des données de la pompe MHD à induction sont données ;
2. le potentiel vecteur magnétique \vec{A} et l'induction magnétique \vec{B} sont calculés dans le domaine électromagnétique après résolution par la méthode des volumes finis ;
3. le calcul des courants induits et les forces de Laplace dans le canal ;
4. les forces de Laplace sont interpolées sur le maillage de la partie fluide à travers les équations de Navier stokes en tant que source de forces volumiques ;
5. le calcul de la vitesse par la résolution des équations de Navier Stokes ;
6. la convergence de la vitesse est satisfaite, aller à l'étape suivante.

Quand la variation de la vitesse en fonction du temps est calculée en n'importe quel point du canal, il est plus facile de déterminer également la pression en tout point désiré du canal. Ceci est possible en résolvant l'équation de Poisson relative à la pression par la même méthode (MVF). Le développement se fait de la même manière sachant que le calcul de la fonction de courant $\bar{\Psi}$ a été fait à partir de la vorticité $\bar{\xi}$.

3.5 L'ALGORITHME DE COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE- THERMIQUE

La principale variable à déterminer lors de la modélisation d'une pompe magnétohydrodynamique MHD à induction, et où les équations électromagnétique et thermique sont couplées, est la température [61] et [62].

A première vue, la variable température est obtenue après la résolution de l'équation de la diffusion de chaleur. Dans cette équation, la densité de puissance induite dans la charge (induit) est à son tour une fonction de cette température et bien entendu des caractéristiques électromagnétiques du système, ce qui constitue le lien entre ces deux phénomènes physiques. Ainsi, les équations caractérisant l'évolution spatiale-temporelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques, ne peut être résolues séparément, et nécessitent absolument un traitement par un modèle mathématique numérique couplé.

La résolution du système d'équations électromagnétique et thermique nécessite la connaissance de la densité volumique de puissance moyenne P_S fonction du potentiel vecteur magnétique \vec{A} .

L'algorithme de simulation consiste donc à effectuer les étapes de calculs suivantes:

1. A partir de la température donnée (initiale), déterminer la conductivité électrique et les paramètres thermiques de chaque élément ;
2. Résolution de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis ;
3. Calcul de la densité de puissance induite moyenne P_S dans le canal ;
4. Résoudre l'équation thermique avec un pas d'intégration approprié et enregistrer la solution correspondant à un intervalle choisi a priori ;
5. Mettre à jour la distribution de la température et vérifier si la température finale est atteinte. Si oui, arrêt ;
6. La convergence de la température est satisfaite, aller à l'étape suivante.

3.6 CONCLUSION

On a présenté dans ce chapitre, la résolution numérique des équations des champs décrivant les phénomènes physiques et leur couplage. La méthode de résolution des modèles électromagnétique, hydrodynamique et thermique est établie dans ce chapitre.

La modélisation des problèmes MHD pour des fluides incompressibles est abordée par un couplage de méthodes numériques. Le choix des méthodes utilisées s'est effectué en fonction des caractéristiques principales des phénomènes physiques. On a ainsi retenu la méthode des volumes finis pour traiter les trois problèmes électromagnétique-hydrodynamique et thermique.

L'algorithme de principe associé se présente sous la forme d'un processus itératif composé d'un calcul électromagnétique, calcul d'écoulement et d'un calcul thermique. La convergence est atteinte lorsque la vitesse et la température ne varie plus entre deux itérations successives.

CHAPITRE QUATRE

APPLICATIONS ET RESULTATS DE LA MODELISATION NUMERIQUE

4.1 INTRODUCTION

4.2 PRESENTATION DU CODE DE CALCUL

4.3 DESCRIPTION GENERALE DU PROTOTYPE MHD A INDUCTION

4.4 L'INFLUENCE DE LA PLAQUE FERROMAGNETIQUE SUR LES PERFORMANCES
DE LA POMPE MAGNETOHYDRODYNAMIQUE (MHD)

4.5 ETUDE THERMIQUE

4.6 VALIDATION DES RESULTATS PAR ANSYS-FLUENT

4.7 CONCLUSION

CHAPITRE QUATRE

APPLICATIONS ET RESULTATS DE LA MODELISATION NUMERIQUE

4.1 INTRODUCTION

On a développé dans le chapitre trois, le modèle magnétohydrodynamique 2D où sa résolution analytique est impossible donc le calcul numérique est inévitable. La méthode des volumes finis est appliquée pour déterminer les différentes caractéristiques de la pompe MHD annulaire à induction. Cependant, la connaissance de la répartition des champs dans l'induit est importante tout particulièrement lorsque l'induit est du mercure. La connaissance exacte des forces volumiques, des courants induits et de la vitesse rentre alors dans des modèles plus complets, faisant appel à la mécanique des fluides et à l'électromagnétisme.

La résolution des équations électromagnétique, hydrodynamique et thermique est réalisée sous environnement de MATLAB. Cet environnement présente de nombreux d'avantages tels que le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui permet la réduction de l'espace de mémoire occupé par les éléments matriciels, donc une réduction du temps de calcul, et celui de l'utilisateur.

4.2 PRESENTATION DU CODE DE CALCUL

Un code de calcul à base des volumes finis 2D est établi pour simuler le comportement d'une pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction en régime harmonique. Le modèle électromagnétique a été déjà présenté en [11], le modèle hydrodynamique permet le calcul par la méthode des volumes finis MVF de la vitesse de l'écoulement et de la pression dans le canal. Le modèle thermique permet de calcul par la même méthode la température dans le canal, après avoir discrétisé le domaine de résolution et imposé des conditions aux limites.

4.2.1 RESOLUTION DE L'EQUATION D'ECOULEMENT

Le modèle hydrodynamique de la pompe MHD est régi par les équations de Navier Stokes. Ainsi la discrétisation de ces équations dans le canal par les conditions aux limites est nécessaire. Le terme source qui permet le couplage entre les deux équations électromagnétique et écoulement est la force électromagnétique.

La résolution des équations d'écoulement permet la détermination de la vitesse d'écoulement et par la suite d'en déduire la pression.

L'organigramme de la figure (4.1) représente le couplage électromagnétique-hydrodynamique.

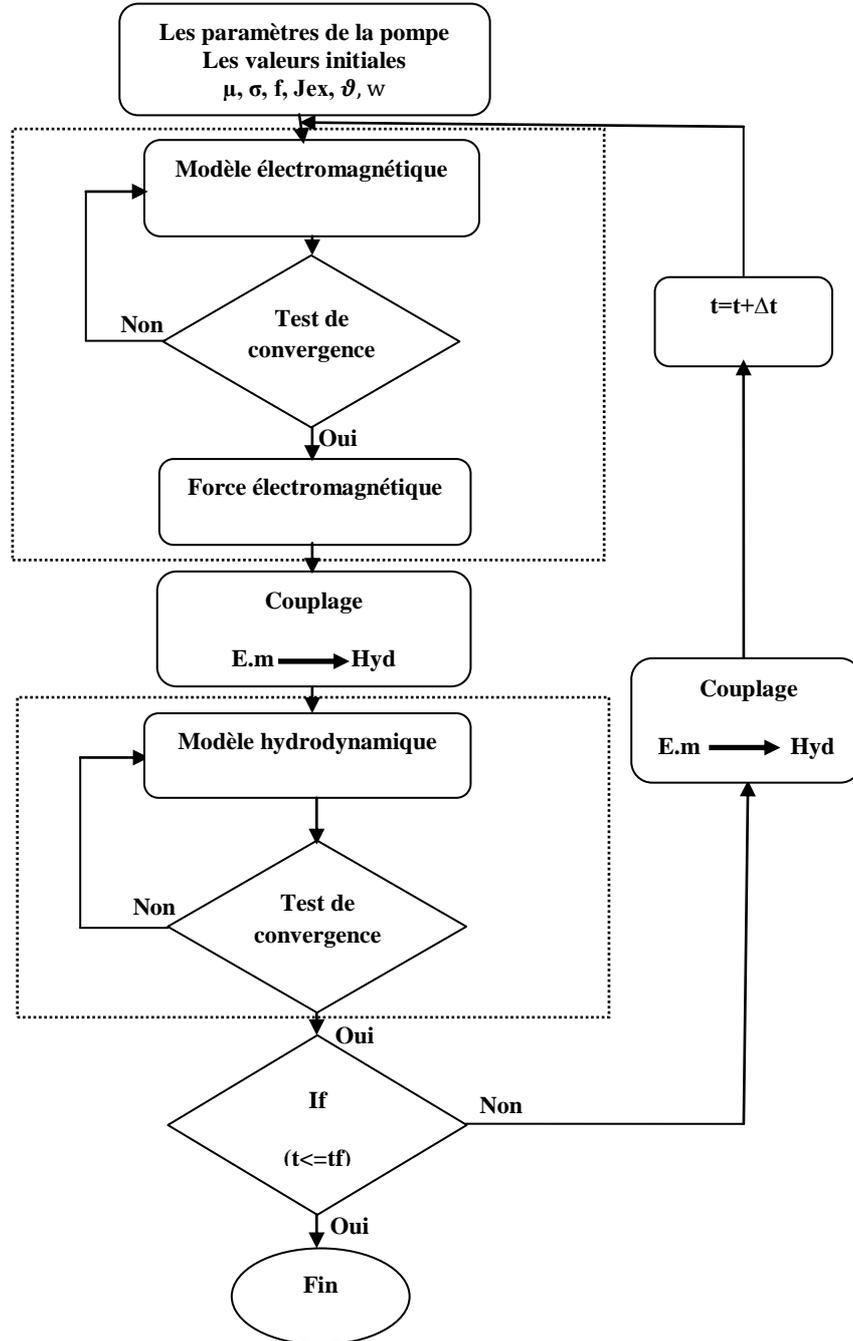


Fig.4.1 Algorithme du couplage Hydrodynamique-électromagnétique

4.2.2 RESOLUTION DE L'EQUATION THERMIQUE

Les équations de couplage électromagnétique-thermique, découple entièrement les deux phénomènes physiques et ne s'intéresse qu'au problème thermique après l'exploitation du problème magnétodynamique en termes de densité de puissance induite dans le canal.

Après avoir présenté le code de calcul de la résolution de l'équation électromagnétique, on présente l'algorithme utilisé pour la résolution de l'équation thermique.

L'organigramme ci-dessous décrit le couplage électromagnétique-thermique.

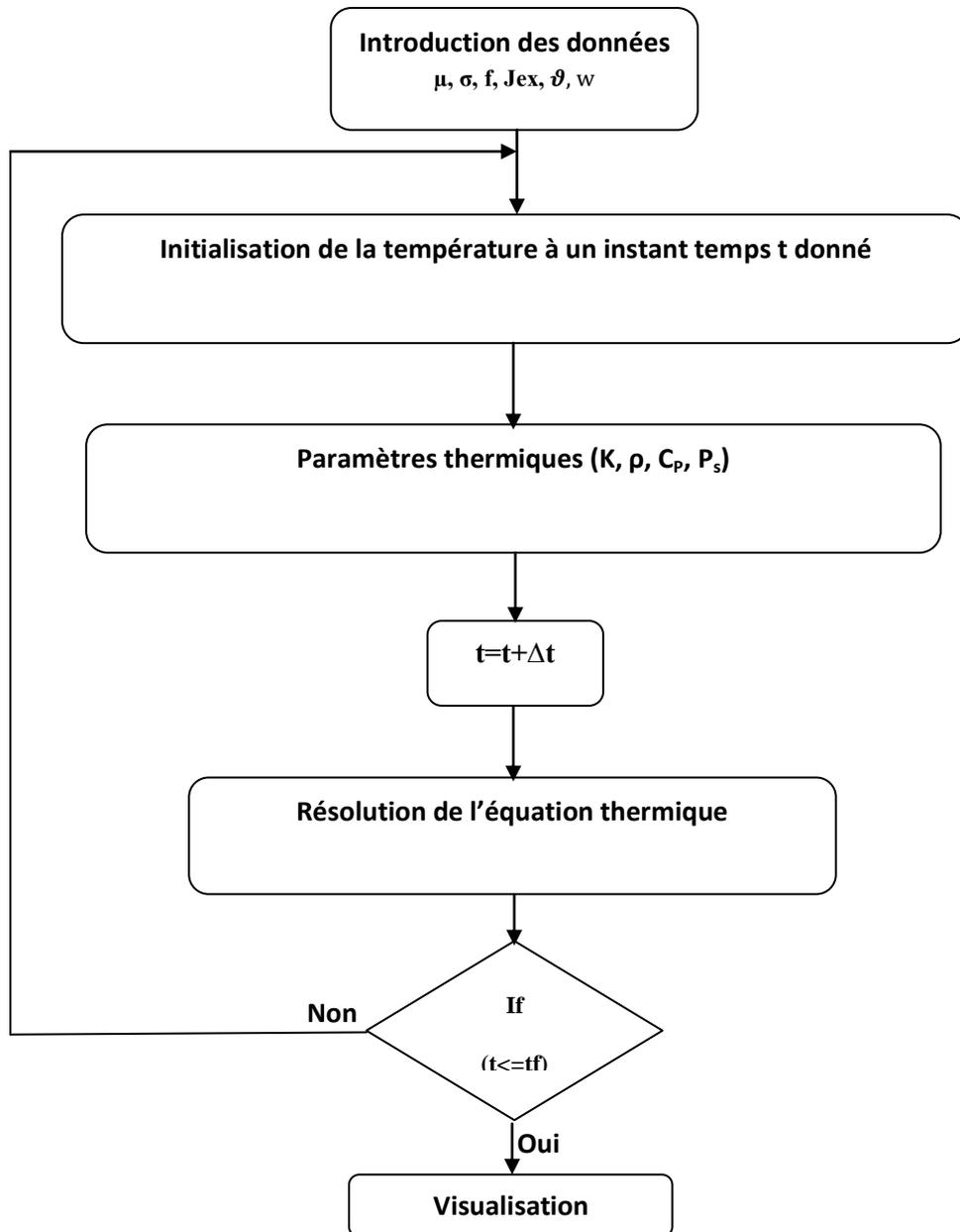


Fig.4.2 Algorithme du couplage électromagnétique-thermique

4.3 DESCRIPTION GENERALE DU PROTOTYPE MHD A INDUCTION

Le conduit est annulaire entre deux tubes coaxiaux dont l'intérieur contient un noyau de fer doux, et l'extérieur est couvert de bobines triphasées (figure 4.3).

Le principe de fonctionnement de la pompe MHD à induction (figure.4.1) est analogue à celui du moteur asynchrone, l'alimentation de l'inducteur crée un champ magnétique

\vec{B} glissant à la vitesse de synchronisme, où les courants électriques sont induits dans le métal liquide au moyen d'un champ magnétique, produisant une force électromagnétique $\vec{j} \wedge \vec{B}$ avec le champ instantané pour assurer l'écoulement du fluide, [63], [64] et [65].

Les métaux tels que le mercure, aluminium et le sodium qui ont une conductivité électrique élevée sont les plus aptes à ce genre de pompage qui est utilisé dans le réacteur surgénérateur et dans la métallurgie, [66].

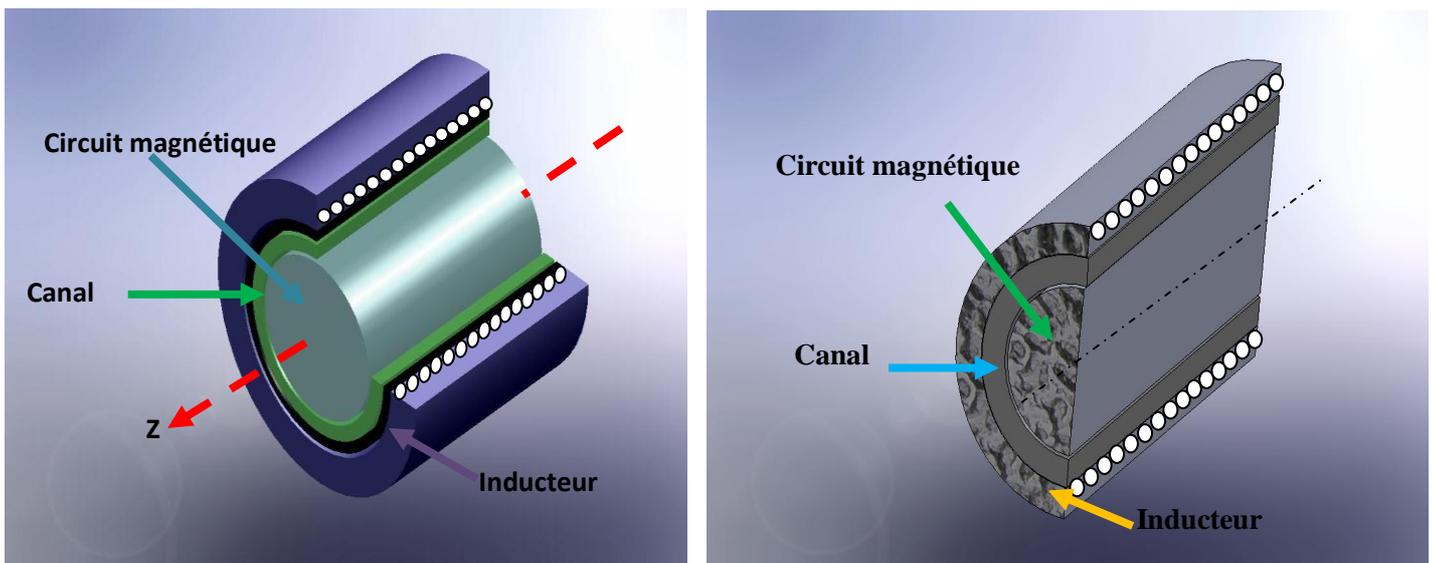


Fig.4.3 Pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction

L'application de la pompe MHD annulaire à induction à six encoches dont les dimensions et les propriétés physiques sont données comme suit :

- Longueur de l'inducteur : 40cm
- Largeur de l'inducteur : 20cm
- Largeur du canal : 2cm
- Largeur de l'entrefer : 4mm
- Largeur des encoches : 2cm
- Profondeur des encoches : 3cm
- Largeur des dents : 2cm
- Nombre de pôles : 2
- Nombre de phases : 3
- Nombre d'encoches : 6

Les propriétés physiques du mercure: $\mu_r = 1$, $\sigma (\Omega.m)^{-1}=1.06 \times 10^6$, $\nu (m^2/s)=0.11 \times 10^{-6}$, $\rho(kg/m^3)=13.6 \times 10^3$ et la densité du courant $J_{ex}= 4 \times 10^6 A/m^2$.

Les matériaux ferromagnétiques, qui sont très perméables permettent la circulation d'un flux magnétique important. La loi de comportement des matériaux ferromagnétiques est la courbe B (H) qui exprime la relation non linéaire qui existe entre l'induction magnétique et le champ magnétique. Dans ce cas la réductivité $\nu_m=1/\mu$ devient variable.

La courbe B(H) utilisée dans cette partie est la suivante, (voir l'annexe 1):

H[A/m]	120	270	320	380	480	940	3000	6100	8600
B[T]	0.5	1	1.1	1.2	1.3	1.5	1.67	1.76	1.81

Tableau 4.1 : Valeurs de B et H

L'implantation de ces valeurs sous environnement MATLAB donne la courbe ci dessous:

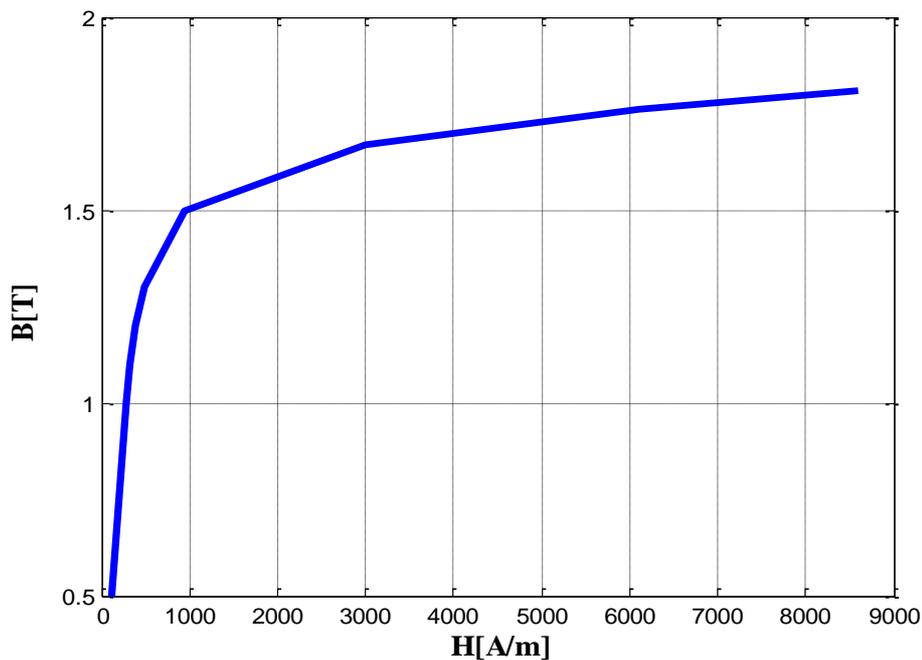


Fig. 4.4 Courbe B (H)

Les figures 4.5 et 4.6 représentent la géométrie de la pompe MHD dont les dimensions ont été données précédemment avec les conditions aux limites et le maillage adopté pour le modèle axisymétrique d'une pompe MHD.

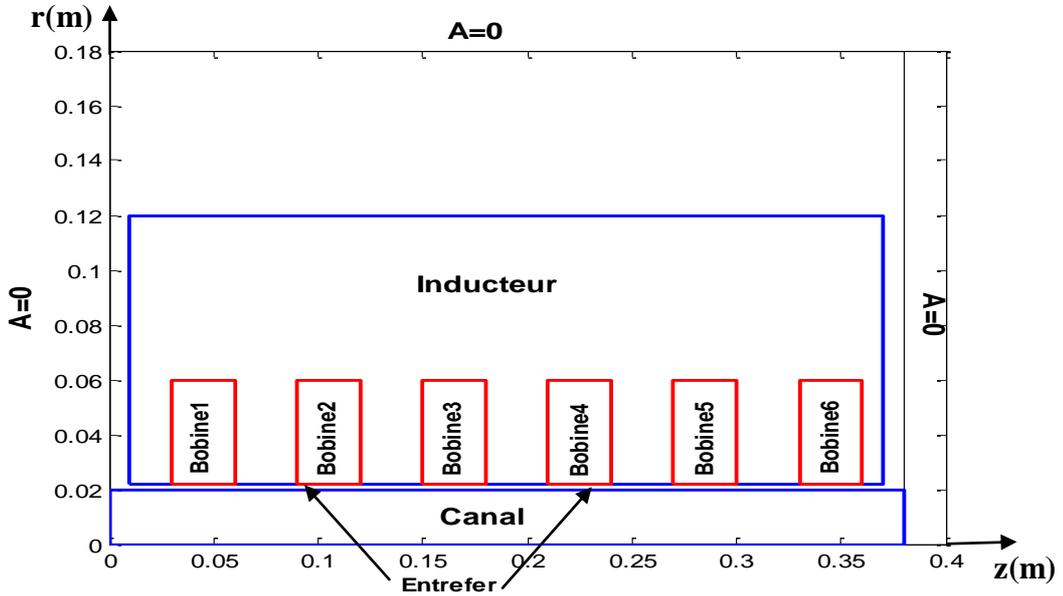


Fig.4.5 Schéma de la géométrie de la pompe MHD

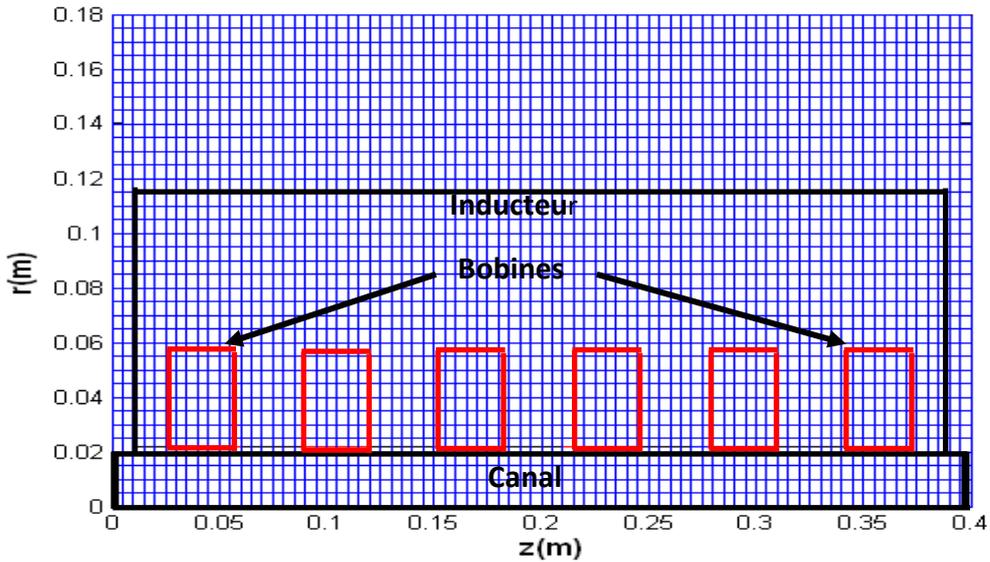


Fig.4.6 Schéma de maillage d'une pompe MHD

Les résultats de simulation d'une pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction de six encoches en régime harmonique sont :

4.3.1 DISTRIBUTION DU POTENTIEL VECTEUR MAGNETIQUE

Les figures 4.7 et 4.8 représentent respectivement les isovalues du potentiel vecteur magnétique \vec{A} et la distribution des lignes de champ dans la pompe MHD.

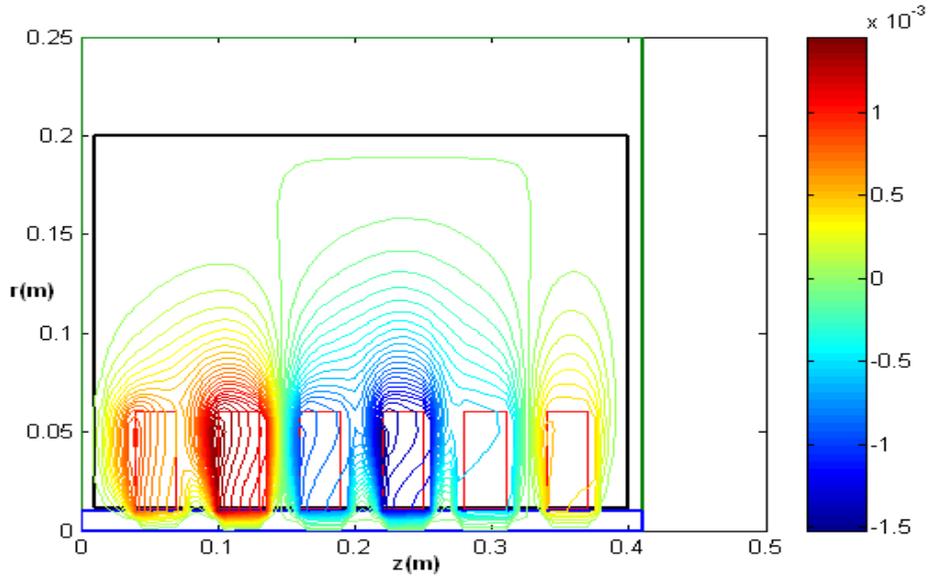


Fig.4.7 Lignes équipotielles dans la pompe MHD

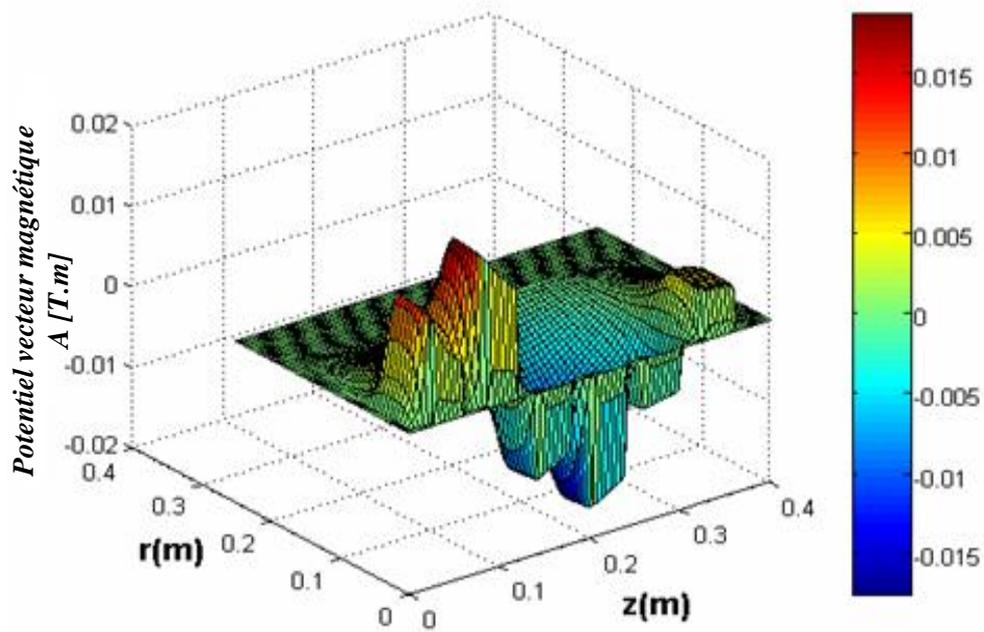


Fig.4.8 Distribution du potentiel vecteur magnétique dans la pompe MHD

4.3.2 DISTRIBUTION DE LA DENSITE DU COURANT INDUIT

La figure 4.9 représente la variation de la densité de courant induit dans le canal de la pompe MHD.

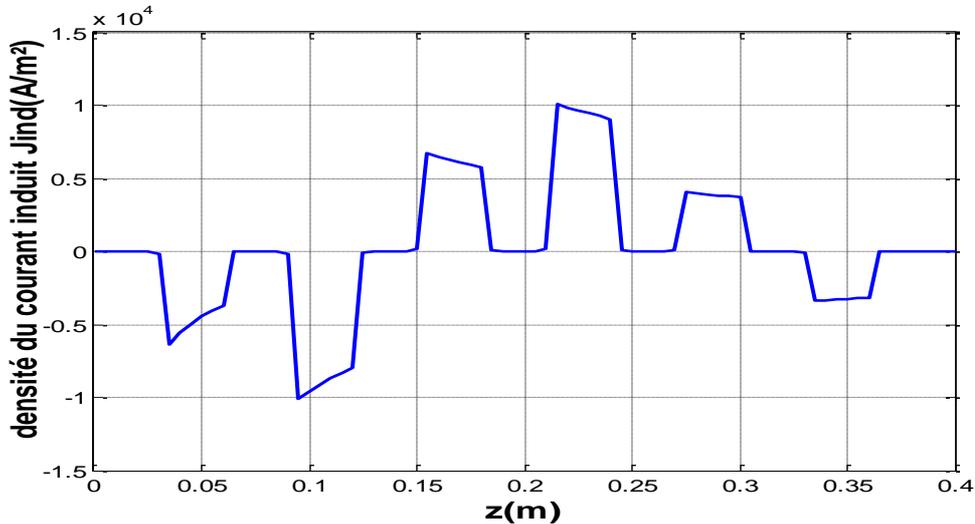


Fig.4.9 Variation de la densité du courant induit dans le canal

4.3.3 DISTRIBUTION DE LA FORCE ELECTROMAGNETIQUE

La figure 4.10 représente la force électromagnétique de propulsion au régime harmonique.

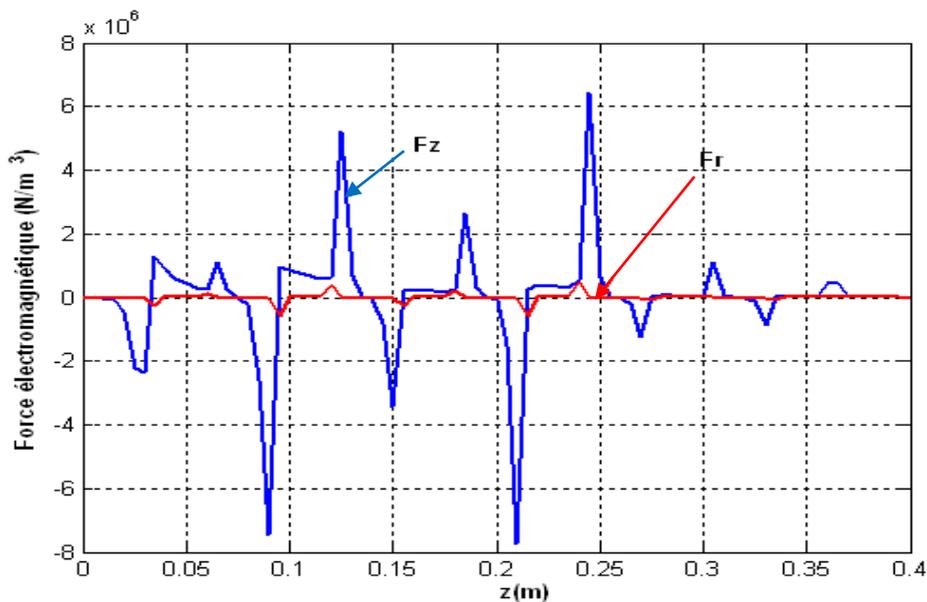


Fig.4.10 Variation de la force électromagnétique dans le canal

On remarque que la force F_r est faible par rapport à la force de propulsion F_z du fait que le mouvement du fluide est selon z . L'allure de la force est sous forme de pics, cela est dû à l'effet d'encoche.

4.3.4 REPRESENTATION DE LA VITESSE ET DE LA PRESSION

Les figures 4.11 et 4.12 représentent respectivement la variation des composantes de la vitesse d'écoulement dans le canal de la pompe MHD et ceci pour différentes positions ; à l'entrée, au milieu et à la sortie du canal et pour différentes valeurs de la fréquence (50Hz, 30Hz et 10Hz). On remarque que la vitesse d'écoulement du fluide passe par un régime transitoire puis se stabilise comme pour toutes les machines électriques et augmente avec l'augmentation de la fréquence.

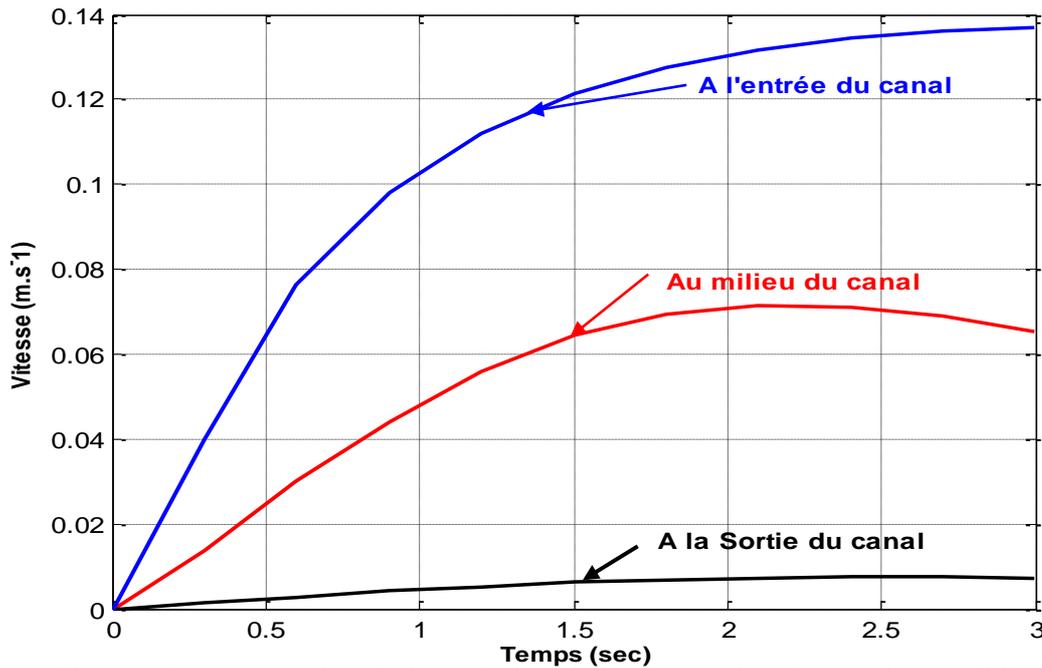


Fig.4.11 Représentation de la variation de la vitesse dans le canal pour différentes positions : à l'entrée, au milieu et à la sortie du canal.

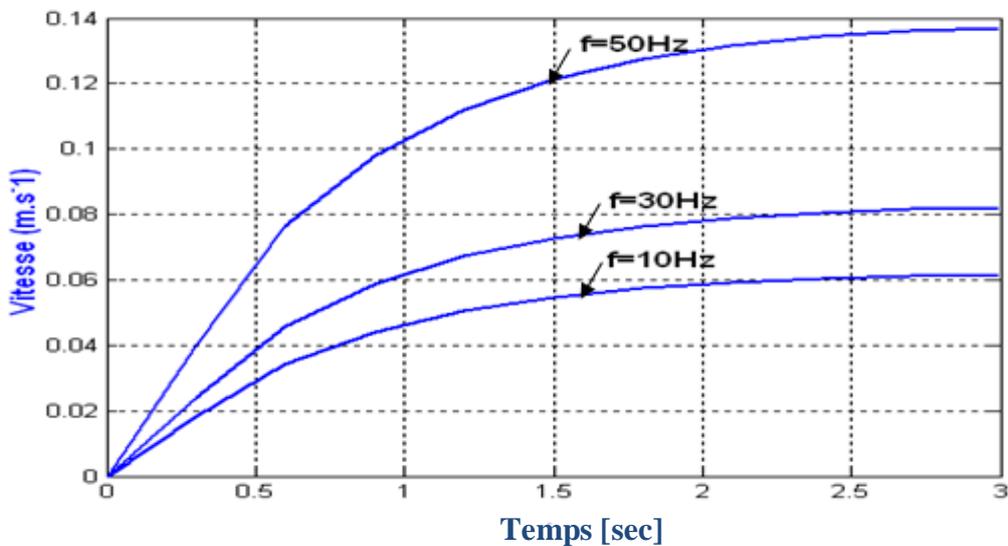


Fig.4.12 Représentation de la variation de la vitesse dans le canal pour différentes valeurs de la fréquence.

La figure 4.13 représente la variation de la vitesse dans le long du canal pour différentes valeurs de la fréquence. On remarque que la pompe MHD développée un maximum de vitesse en un même point fixe des inducteurs quel que soit la fréquence appliquée. Celle-ci diminue à la sortie de la machine. Cette diminution est due à la diminution des forces électromagnétiques.

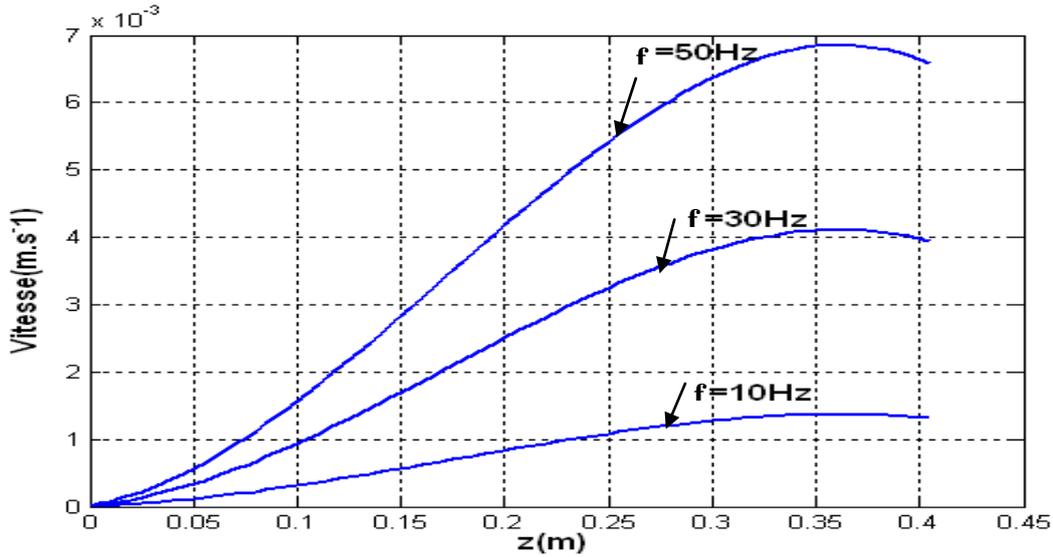


Fig.4.13 Vitesse au régime permanent pour différentes valeurs de la fréquence.

La figure 4.14 représente la variation de la pression pour différentes valeurs de fréquence. On remarque également que plus la fréquence augmente plus la pression augmente.

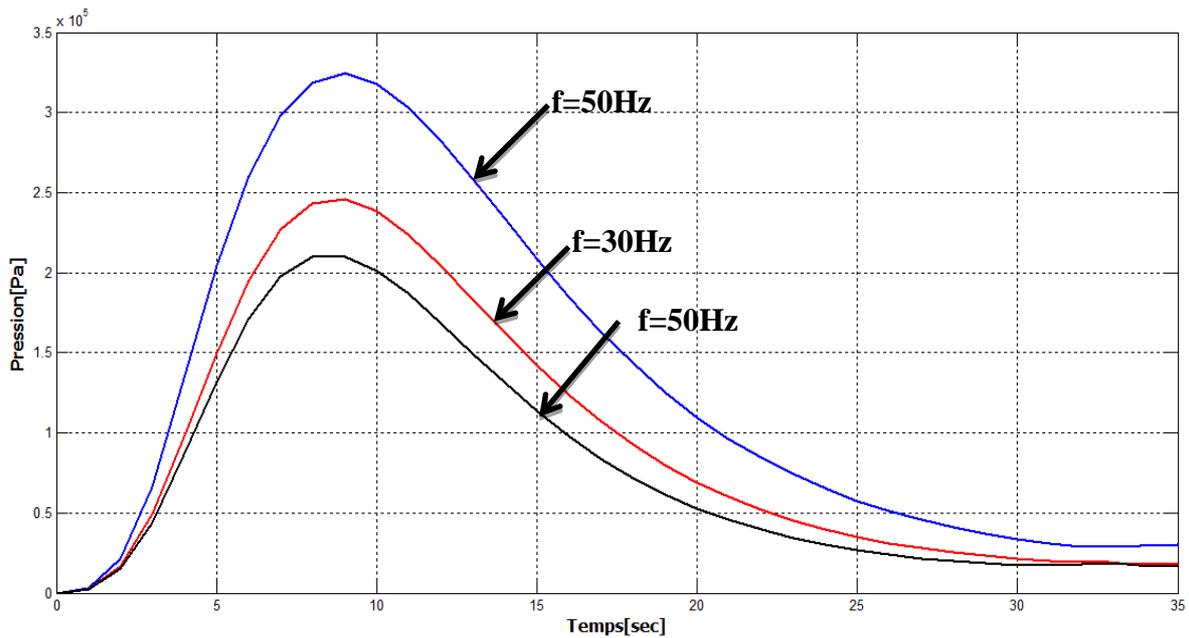


Fig.4.14 Variation de la pression dans le pour différentes valeurs de la fréquence

La figure 4.15) représente la variation de la pression dans le long du canal pour quelques valeurs de la fréquence. On constate que la pression augmente avec l'augmentation des fréquences et diminue au fur et à mesure qu'on avance dans le canal.

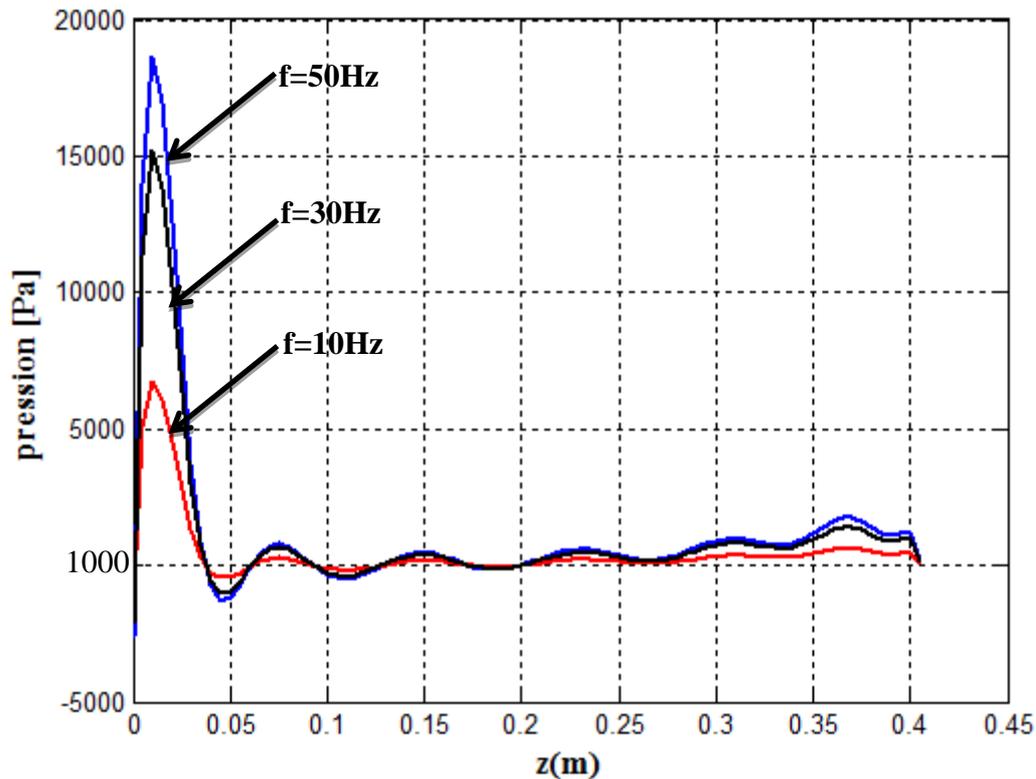


Fig.4.15 Variation de la pression dans le long du canal pour quelques valeurs de la fréquence

4.3 INFLUENCE DE LA PLAQUE FERROMAGNETIQUE SUR LES PERFORMANCES DE LA POMPE MAGNETOHYDRODYNAMIQUE MHD

Dans cette partie, on va étudier l'influence de la variation de la force électromagnétique et de la vitesse pour le cas d'une pompe MHD à six encoches.

Les figures 4.16 et 4.17, représentent respectivement, le modèle géométrique et les lignes équipotentiels de la pompe MHD dans le plan (r, z) avec les conditions aux limites.

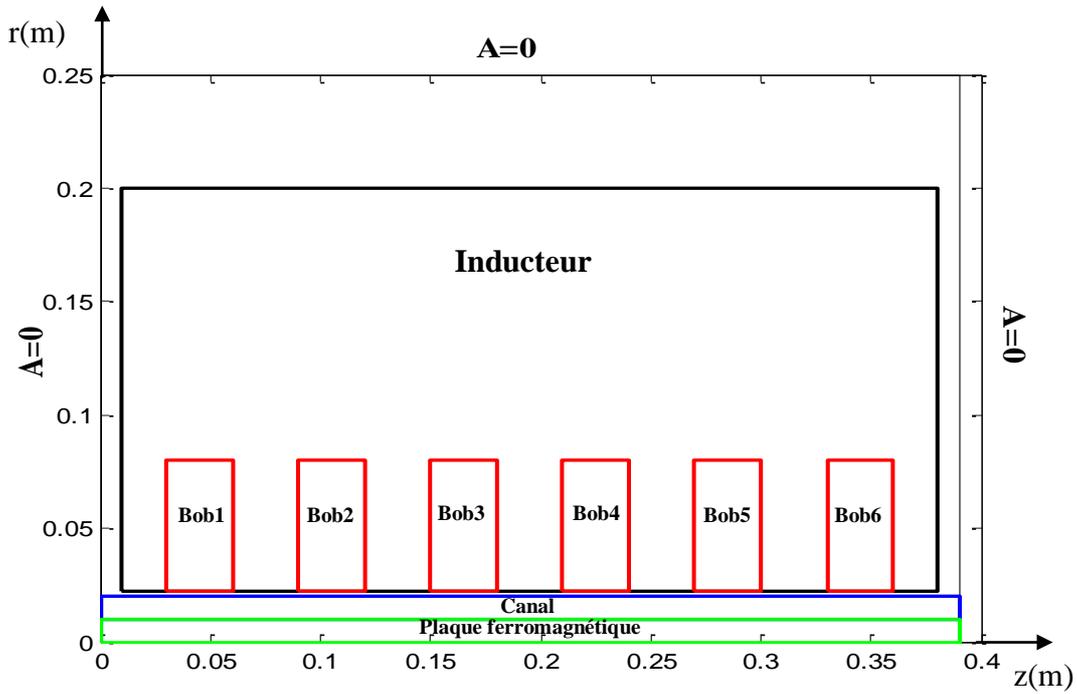


Fig.4.16 Modèle géométrique de la pompe MHD en présence de la plaque ferromagnétique.

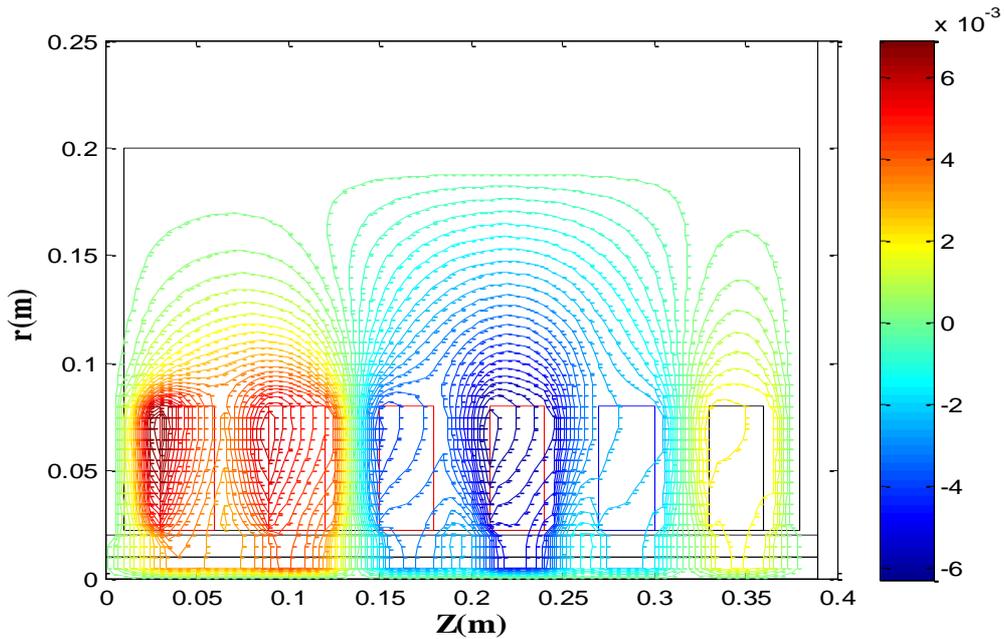


Fig.4.17 Distribution du potentiel vecteur magnétique avec la plaque ferromagnétique dans la pompe MHD.

On constate que la couche conductrice ferromagnétique canalise mieux le flux magnétique à cause de l'augmentation de la reluctance du ferromagnétique saturé.

4.4.1 INFLUENCE DE LA PLAQUE FERROMAGNETIQUE SUR LA FORCE ELECTROMAGNETIQUE, DENSITE DU COURANT INDUIT ET LA VITESSE

Les figures 4.18, 4.19 et 4.20 ci-dessous représentent respectivement la variation de la densité du courant induit, la force électromagnétique et la vitesse dans le canal avec et sans plaque ferromagnétique dans la pompe MHD.

La comparaison des résultats de la vitesse avec et sans plaque ferromagnétique montre que la vitesse du fluide augmente, ce qui est dû à la présence de la plaque ferromagnétique qui permet d'obtenir une force électromagnétique maximale pour propulser le fluide dans le canal.

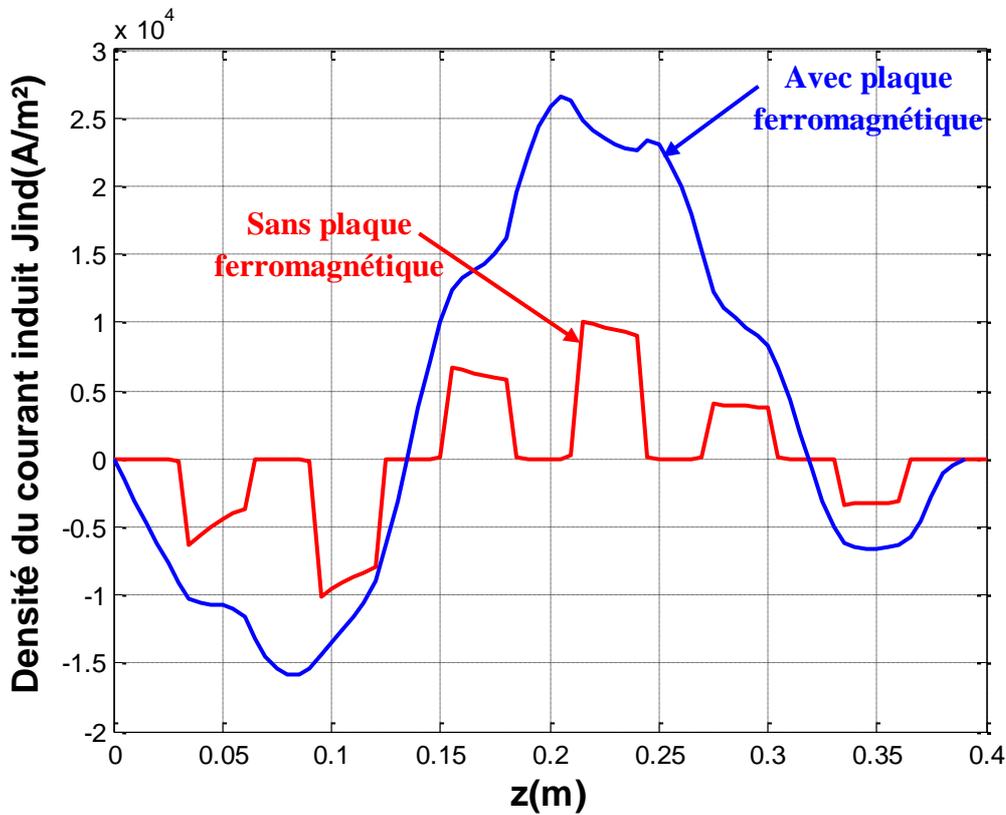


Fig.4.18 Variation de la densité du courant induit avec et sans la plaque ferromagnétique

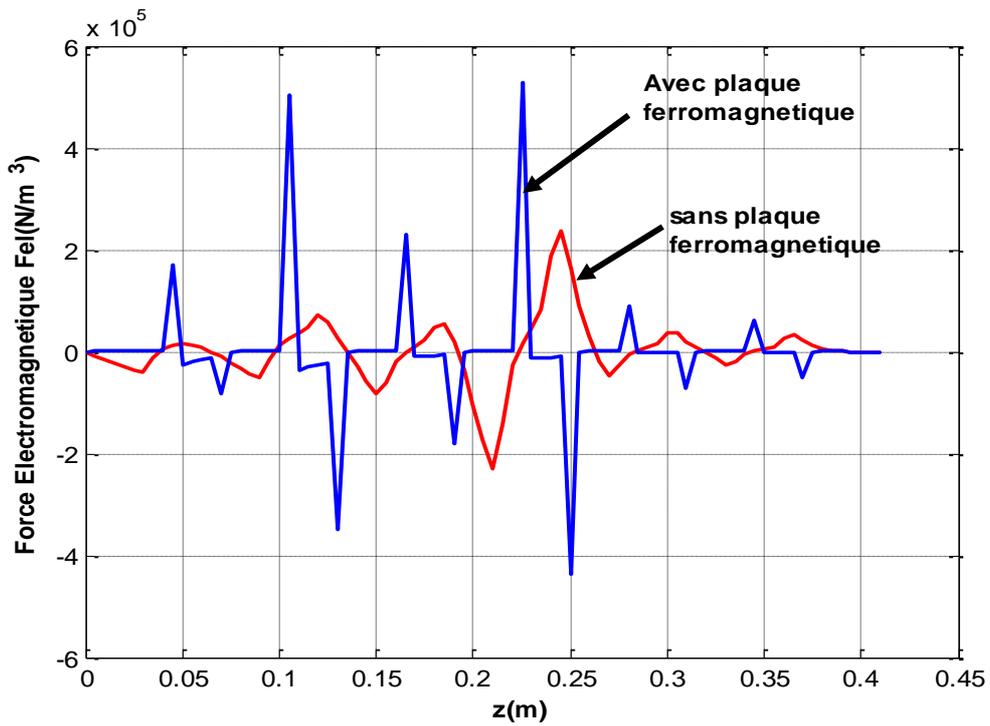


Fig.4.19 Variation de la force électromagnétique avec et sans la plaque ferromagnétique.

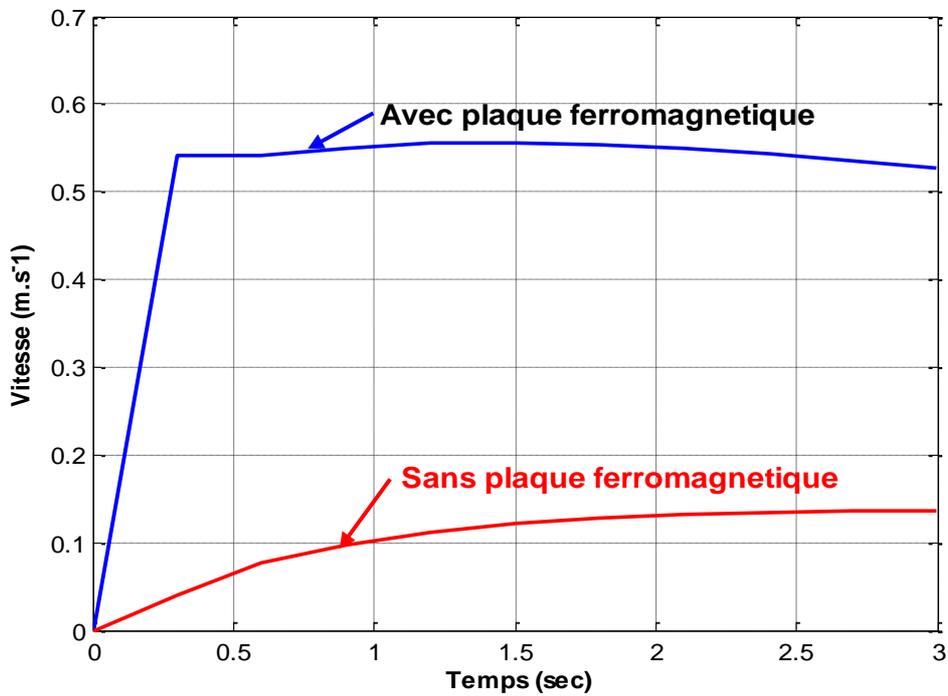


Fig.4.20 Variation de la vitesse avec et sans la plaque ferromagnétique.

4.5 ETUDE THERMIQUE

L'algorithme de couplage magnétothermique développé pour la modélisation en 2D d'une pompe MHD annulaire à induction sous l'environnement MATLAB.

La température est une des grandeurs particulièrement pertinente à analyser, car elle est d'une part un élément de contrôle du bon déroulement des processus, et d'autre part un paramètre clé dans la connaissance des propriétés des fluides conducteurs.

La figure 4.21, représente la variation de la température selon l'axe des z, de son entrée jusqu'à sa sortie, qui représente aussi, la température de fluide se trouvant à l'intérieur du canal et se déplaçant le long du canal.

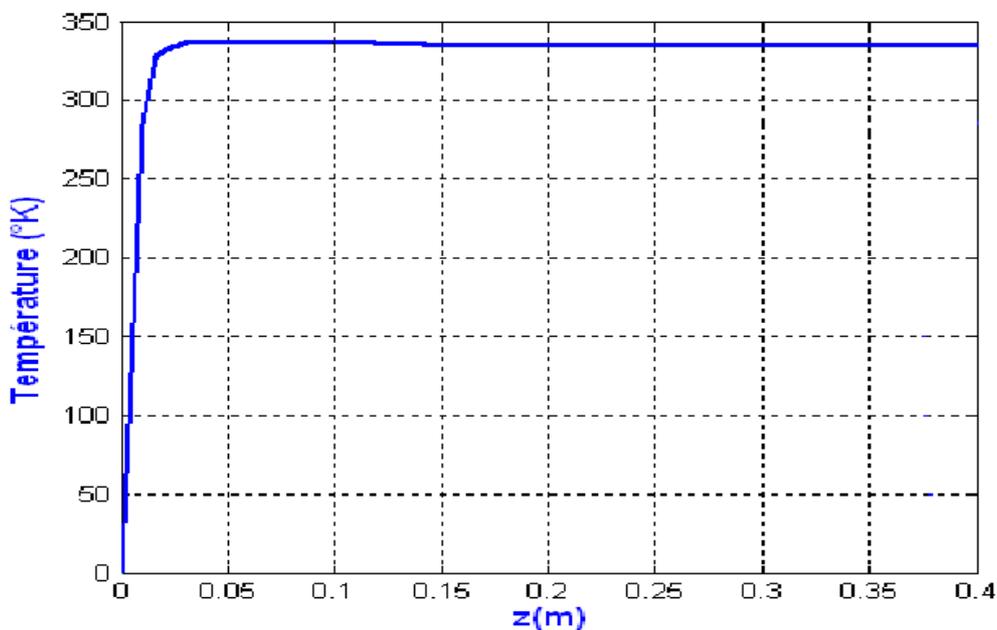


Fig.4.21 Variation de la température dans le long du canal de la pompe MHD à induction.

Les figures 4.22 et 4.23 ci-dessous représentent respectivement la variation de la température fonction du temps et la variation de la densité de puissance transmise dans le canal de la pompe MHD. On remarque que l'augmentation de puissance ne conduit pas nécessairement à une augmentation significative de l'écart de température.

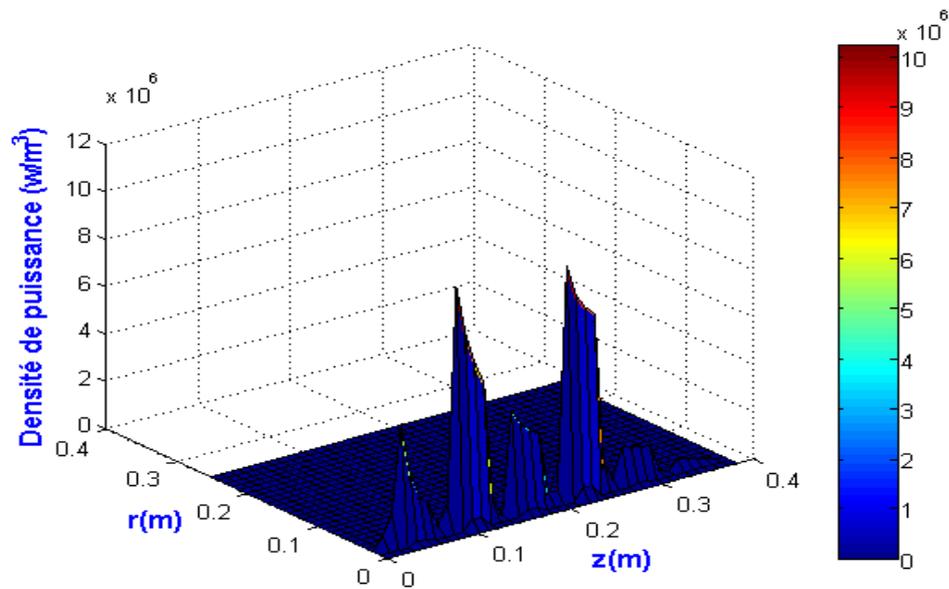


Fig.4.22 Variation de la densité de la puissance transmise dans le canal de la pompe MHD à induction

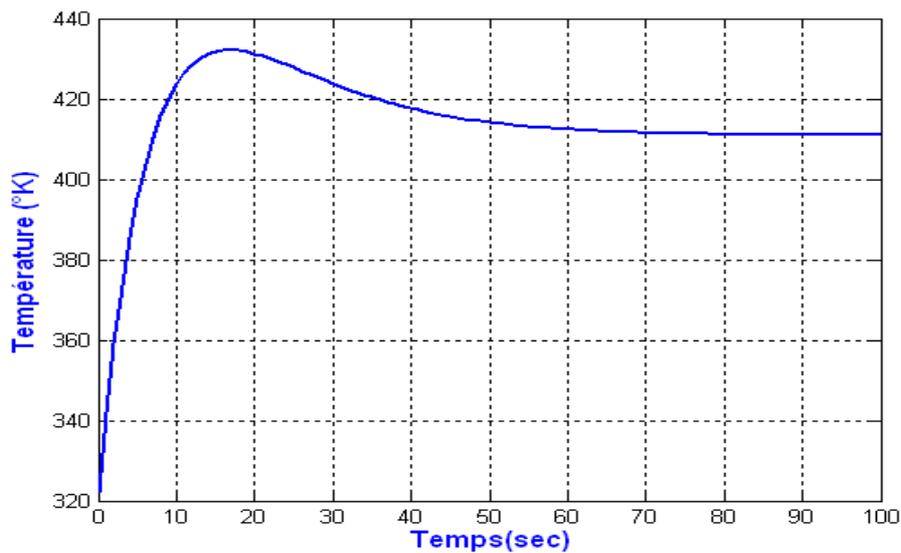


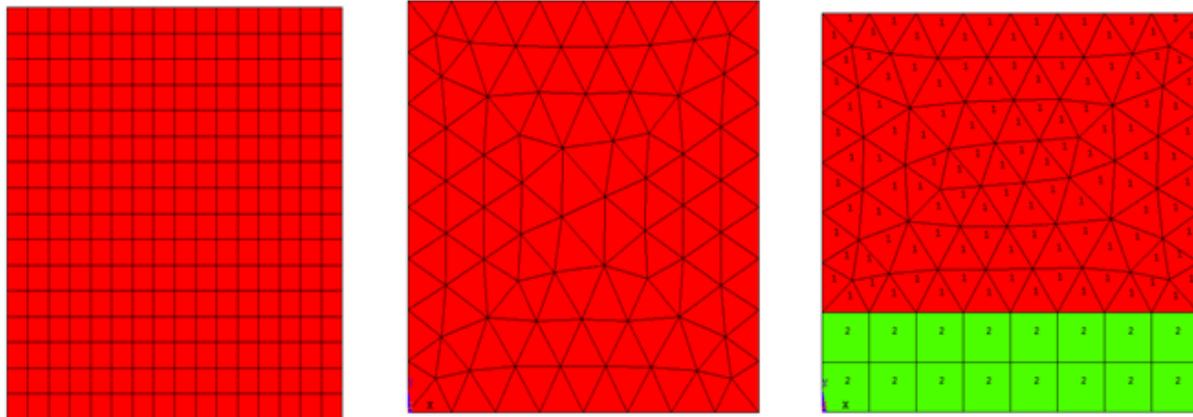
Fig.4.23 Distribution de la température dans le canal de la pompe MHD à induction

4.6 VALIDATION DES RESULTATS PAR ANSYS-FLUENT

4.6.1 PRESENTATION DU LOGICIEL

ANSYS-FLUENT offre une flexibilité de maillage complet, y compris la capacité à résoudre les problèmes d'écoulement en utilisant des maillages non structurés qui peuvent être générés sur les géométries complexes avec une relative facilité. Les types

des mailles triangulaires, quadrilatère et mixtes (hybrides) mailles. La figure (4.24) représente ces trois types de maillage, [67].



Maillage structuré

Maillage non structuré

Maillage hybride

Fig.4.24 les trois types de maillages

Pour réaliser des simulations par ce logiciel, on doit suivre les étapes suivantes:

- Définition du type d'analyse (électromagnétique, thermique, ou mécanique des fluides);
- Entrée des valeurs des paramètres (paramètres géométriques et caractéristiques physiques des matériaux);
- Définition des éléments utilisés;
- Création du maillage;
- Entrée des conditions aux limites et excitations (sources de courant);
- Résolution;
- Affichage des résultats.

4.6.2 RESULTATS DE SIMULATION DE LA POMPE MHD

Les résultats de simulation de la pompe MHD à induction, en régime harmonique obtenus par ANSYS sont représentés ci-dessous (géométrie, conditions aux limites et le maillage correspondant). L'ANSYS permet également un maillage automatique d'une géométrie 2D prédéfinie. Le maillage du domaine analysé choisi est en triangles. On peut raffiner le maillage dans n'importe quelle zone de la structure.

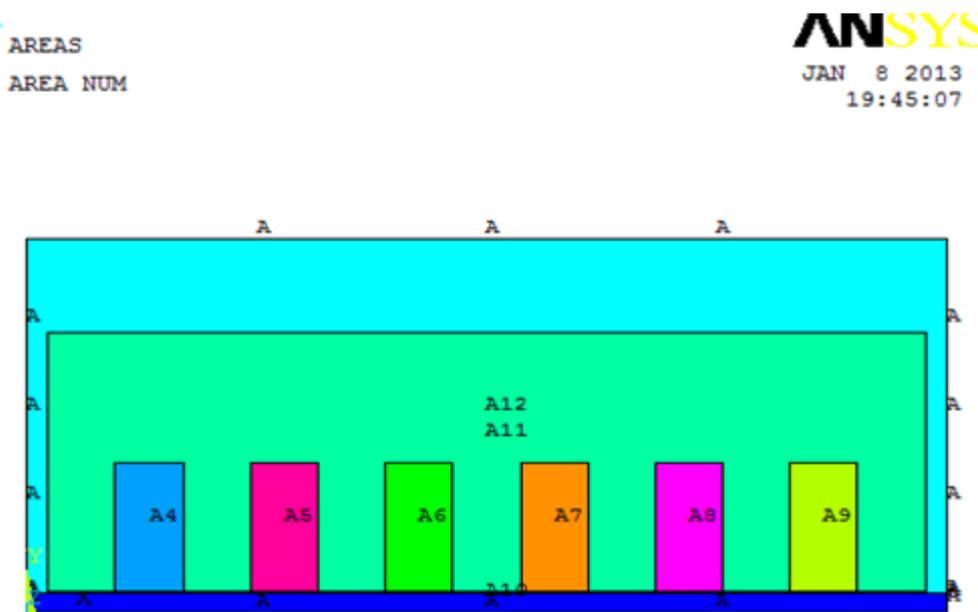


Fig.4.25 Schéma de la géométrie de la pompe MHD

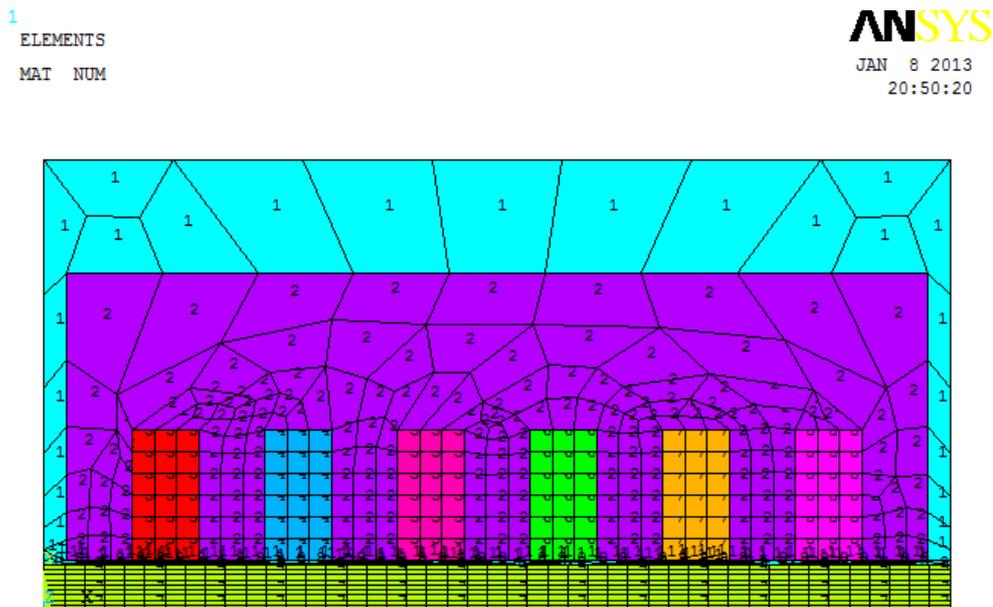


Fig. 4.26 Maillage de la pompe MHD

Les résultats issus de l'ANSYS sont exploités pour représenter les lignes équipotentielles, la répartition de l'induction magnétique et la force électromagnétique dans la pompe MHD.

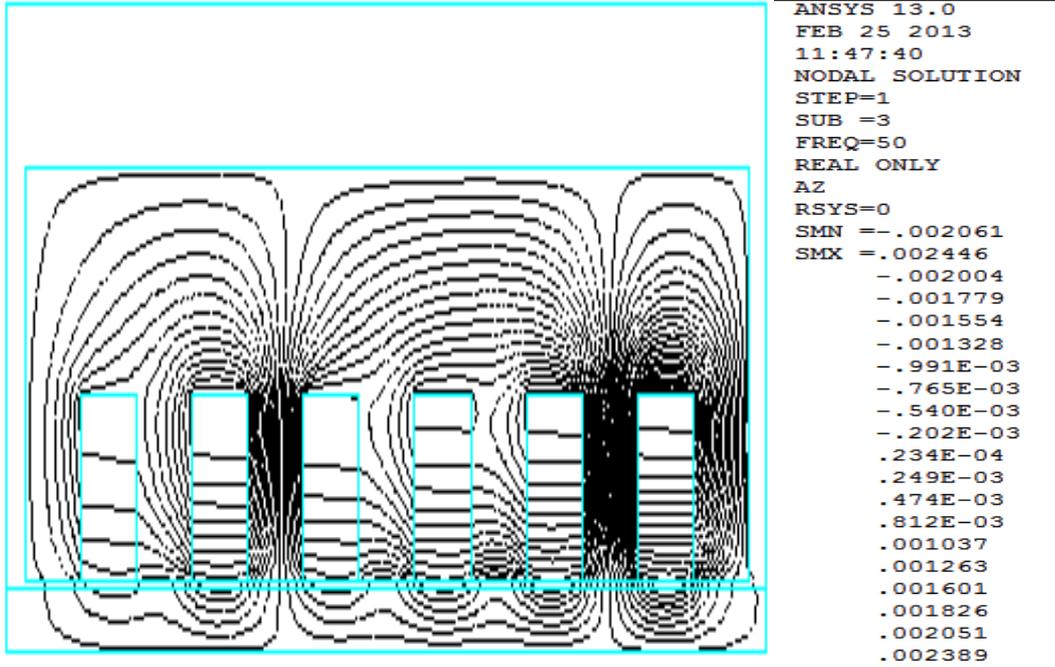


Fig.4.27 Ligne équipotentiel dans la pompe MHD

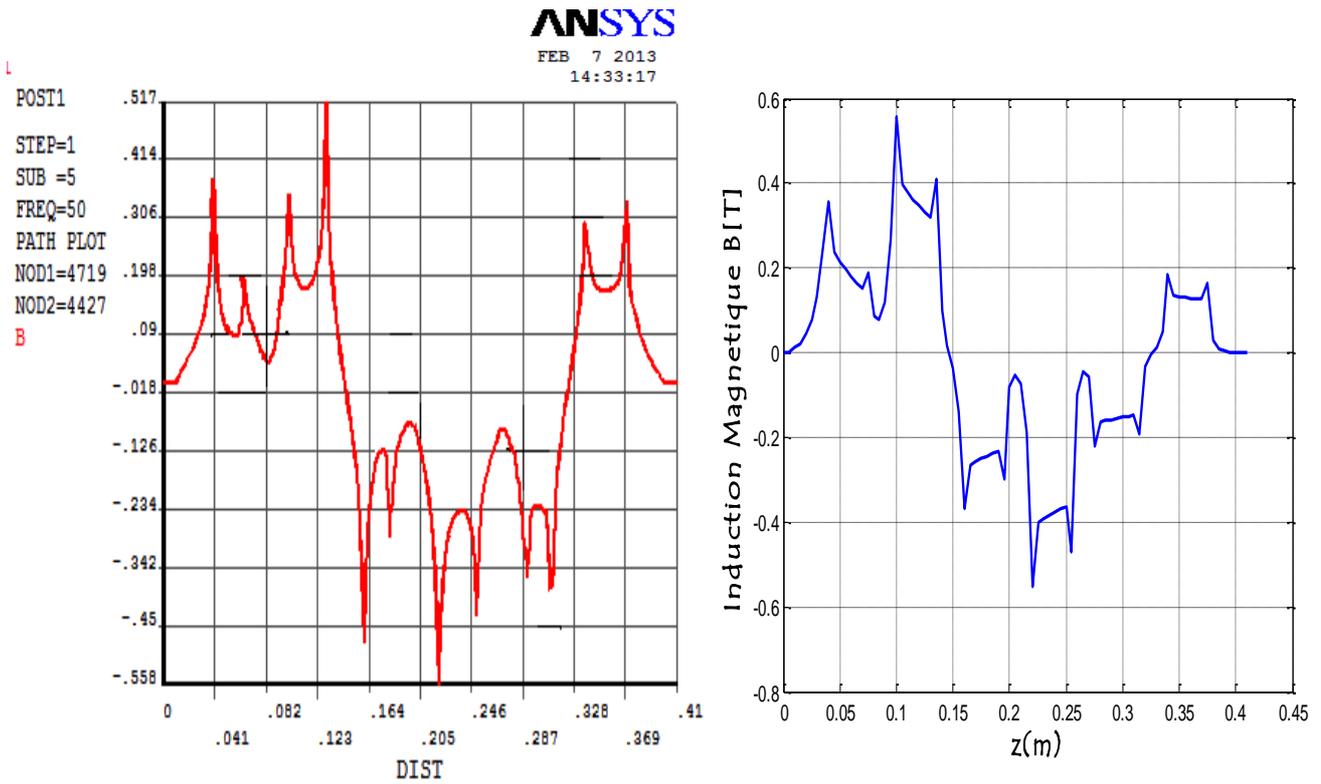


Fig. 4.28 Induction magnétique pour les deux codes de calculs MATLAB et ANSYS.

ANSYS
FEB 25 2013
20:05:06

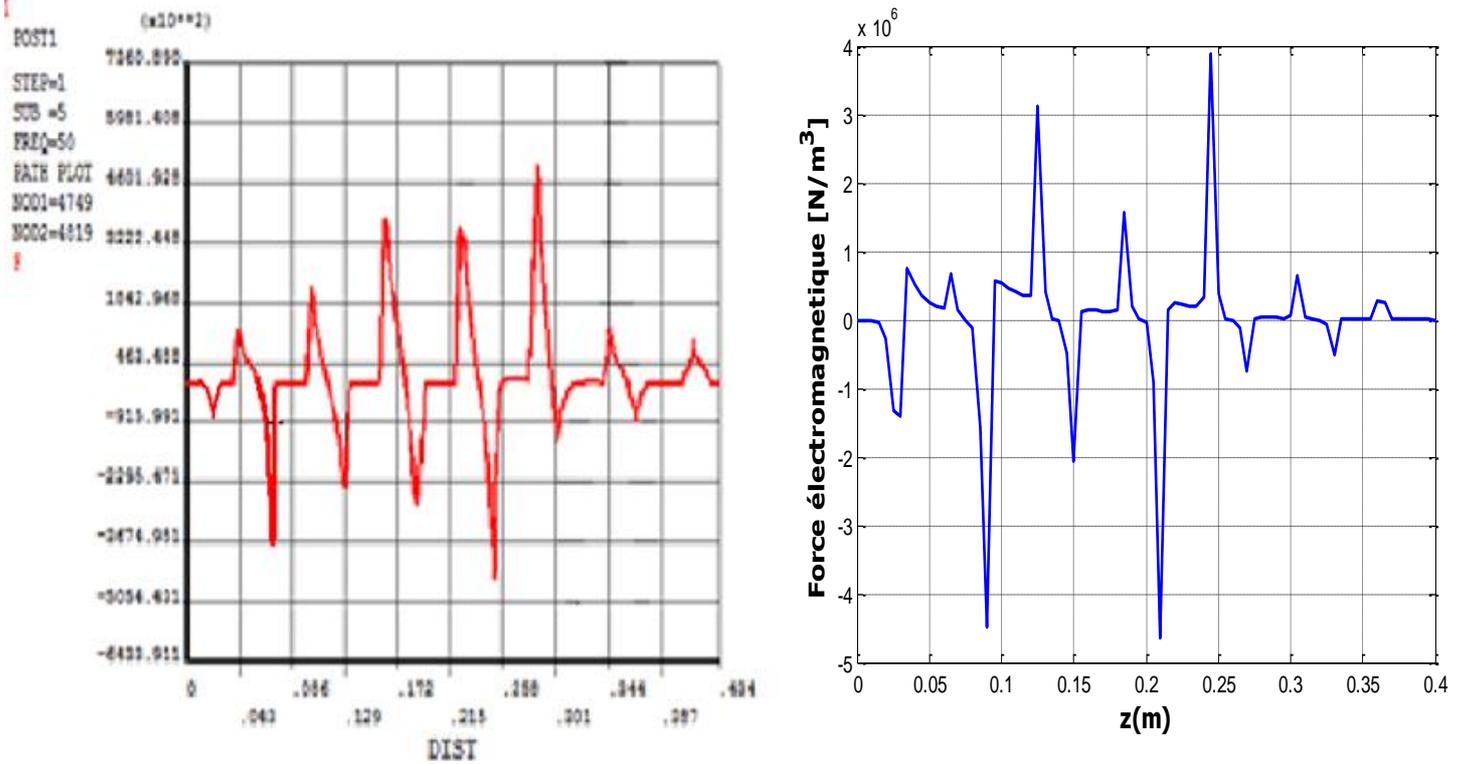


Fig. 4.29 Force électromagnétique pour les deux codes de calculs MATLAB et ANSYS.

D'après les résultats obtenus, on peut constater que les résultats simulés par MATLAB sont proche de ceux simulés par ANSYS avec une certaine erreur, et ceci est dû aux points qui sont regroupés dans le tableau ci-dessous:

Tableau 4.2 Comparaison des résultats obtenus par MATLAB et ANSYS

Simulation par MATLAB	Simulation par ANSYS
La Méthode de la résolution	
Volumes finis	Eléments finis
Maillage	
Maillage manuel	Maillage automatique
Maillage structuré	Maillage non structuré
Nombres des nœuds	
Nn=13122	Nn =38094
Nombres des Eléments	
Néle =30784	Néle =85603

WorkBench est une suite d'applications ANSYS travaillant en commun pour la réalisation de calculs numériques sous Fluent. Il est constitué de trois logiciels aux buts bien définis, [68] et [69]:

a. Géométrie

Tout d'abord, on choisit l'unité caractéristique du système, dans ce cas il s'agit du centimètre.

Pour créer une géométrie, il faut:

- ✓ commencer par tracer l'esquisse (juste les formes) ;
- ✓ préciser les côtes ;
- ✓ transformer le dessin en edge (bord de la géométrie pour le maillage) ;
- ✓ préciser les zones et leur nature (fluide ou solide).

Les figures 4.30 et 4.31 représentent la géométrie de la pompe MHD avec les conditions à limites obtenues par WorkBench, l'étude de l'écoulement est dans le canal de la même pompe.

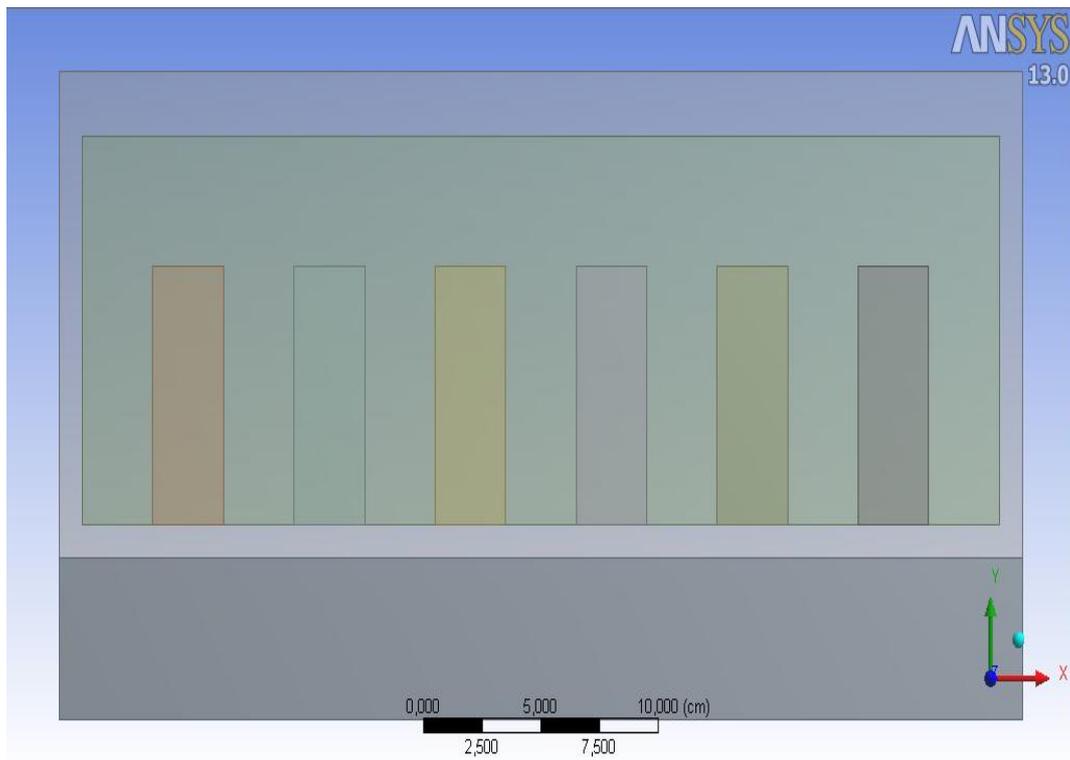


Fig.4.30 Géométrie complète de la pompe MHD en 2D

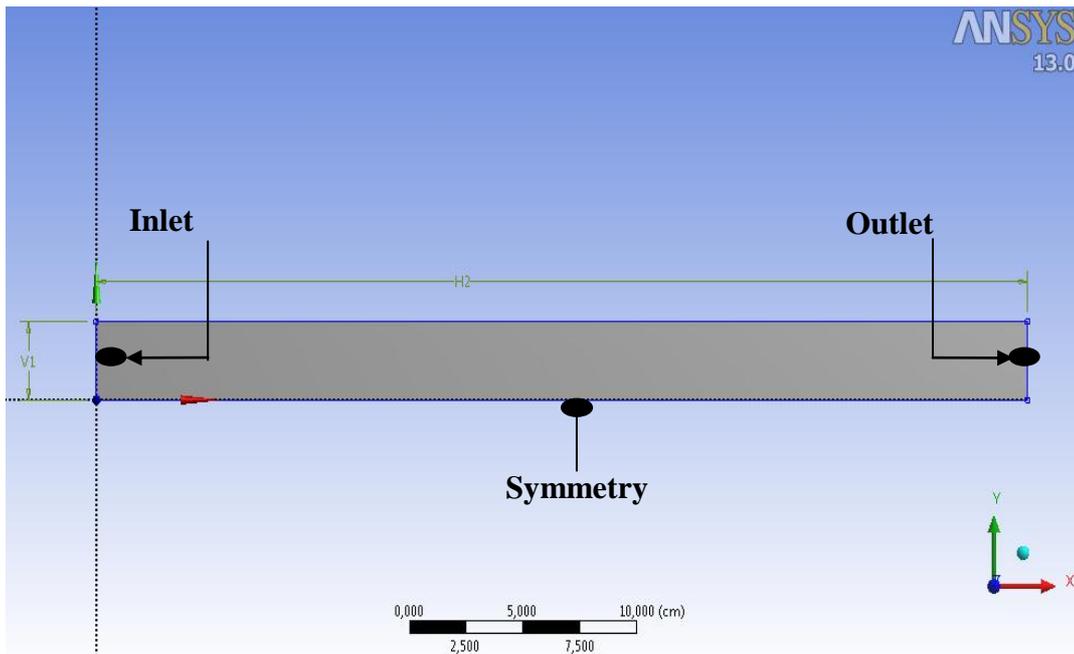


Fig.4.31 Géométrie de canal d'une pompe MHD en 2D

b. Maillage

Nous allons créer le maillage, pour cela, lancez Mesher en double cliquant sur Maillage dans la boîte WorkBench. Une fois lancé, la première chose est le choix de la méthode de maillage. Le type de maillage de la pompe MHD est un maillage structuré figure 4.32. Celui-ci est généralement composé des mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique).

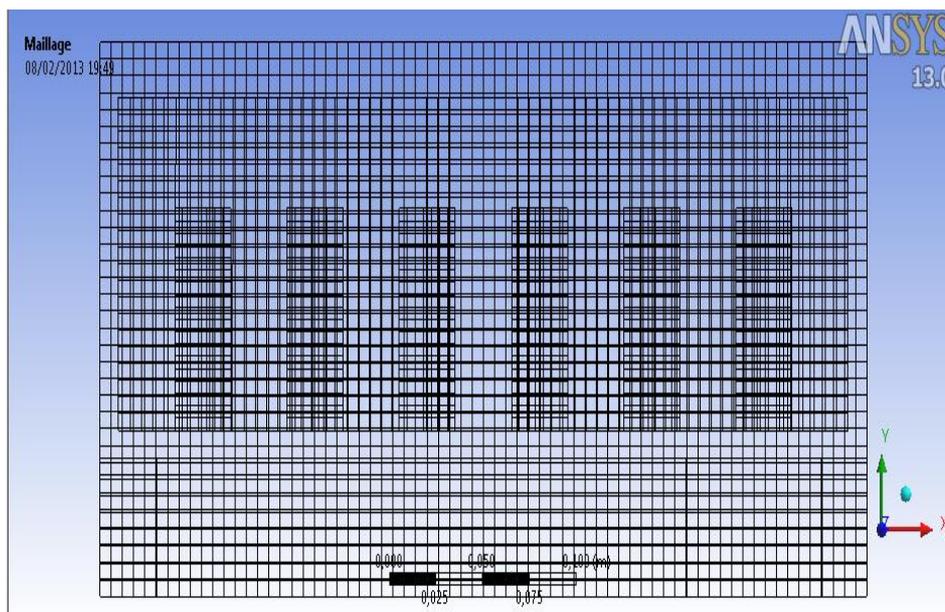


Fig.4.32 Maillage de la Géométrie complète d'une pompe MHD

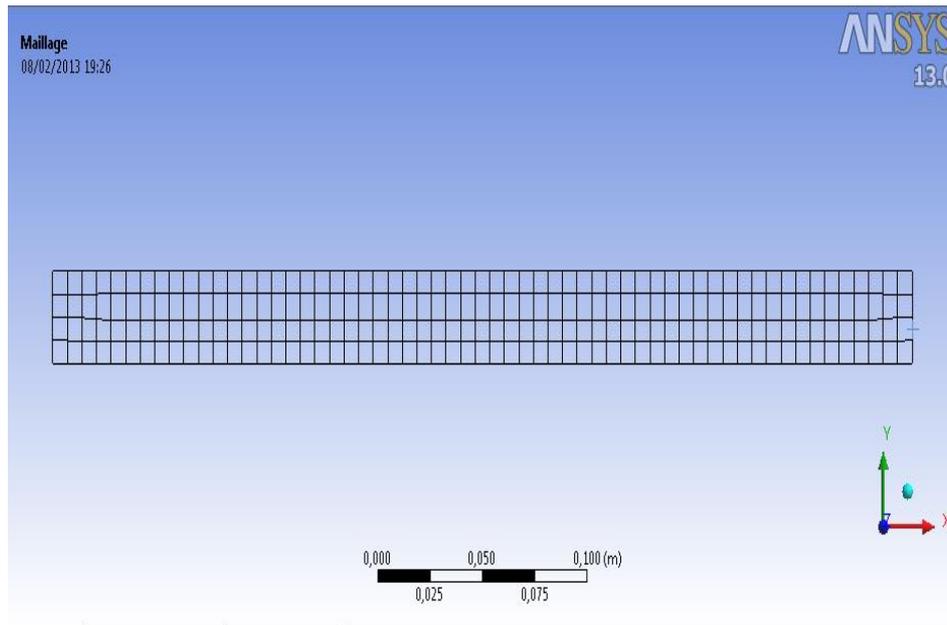


Fig.4.33 Maillage de la Géométrie du canal d'une pompe MHD

c. Fluent

Lorsque on lance fluent dans le workBench, la géométrie maillée est importée, puis il faut préciser les conditions aux limites.

- Activer le modèle MHD et préciser la méthode ;
- le fluide est du mercure liquide ;
- l'induction magnétique moyen $B=0.8T$;
- l'alimentation du fluide en courant induit $J_{in}=1000A/m^2$;
- la vitesse d'entrée $V_0 = 3.7e-2$ m/s ;
- la pression de sortie $P=0$ Pa.

Le solveur du Fluent est employé pour résoudre les équations de la magnétohydrodynamique.

Le fluide utilisé pour la simulation est un liquide incompressible (mercure). On définit simplement les propriétés du fluide qui sont données dans le tableau 4.3.

Fluide	Masse volumique (kg/m ³)	Viscosité (m ² /s)	Conductivité électrique (1/ohm.m)	Perméabilité magnétique (h/m)
Mercure	13600	0.001523	1044000	1.257e-06

Tableau 4.3. Propriétés physique de mercure

Les figures 4.34 et 4.35 ci-dessous représentent les variations de la vitesse d'écoulement et de la pression le long du canal de la pompe MHD simulées et obtenues par ANSYS-Fluent.

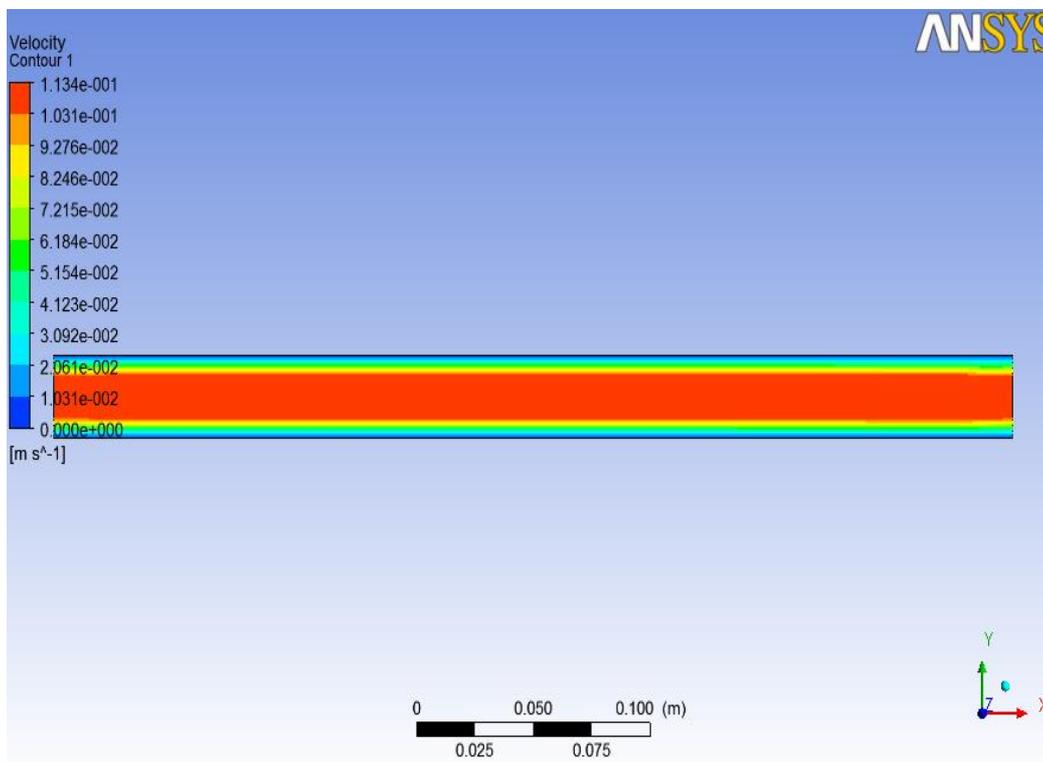


Fig.4.34. Représentation de la variation de la vitesse dans le canal

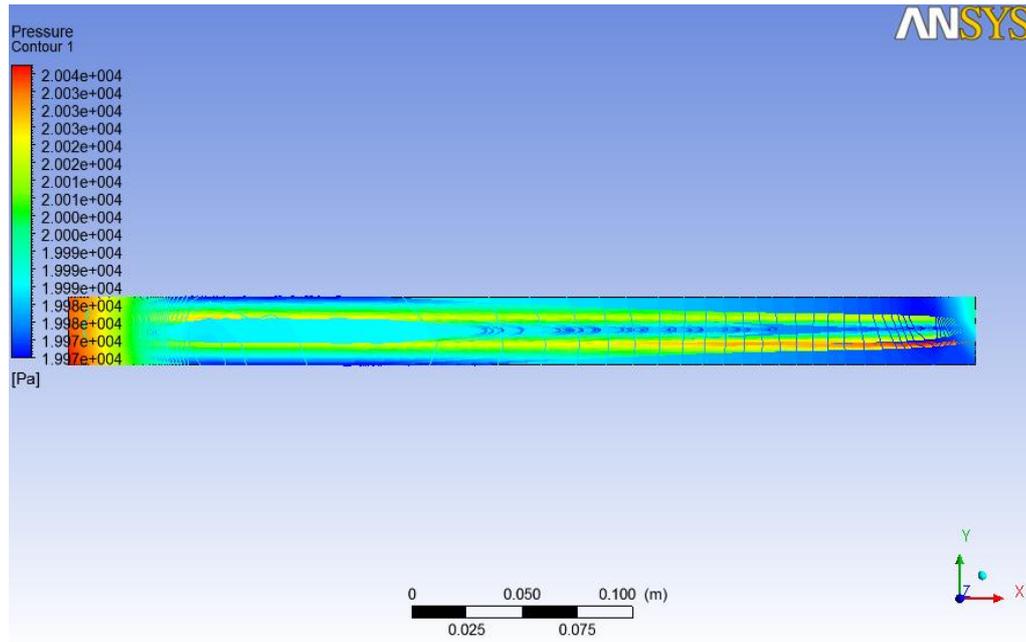
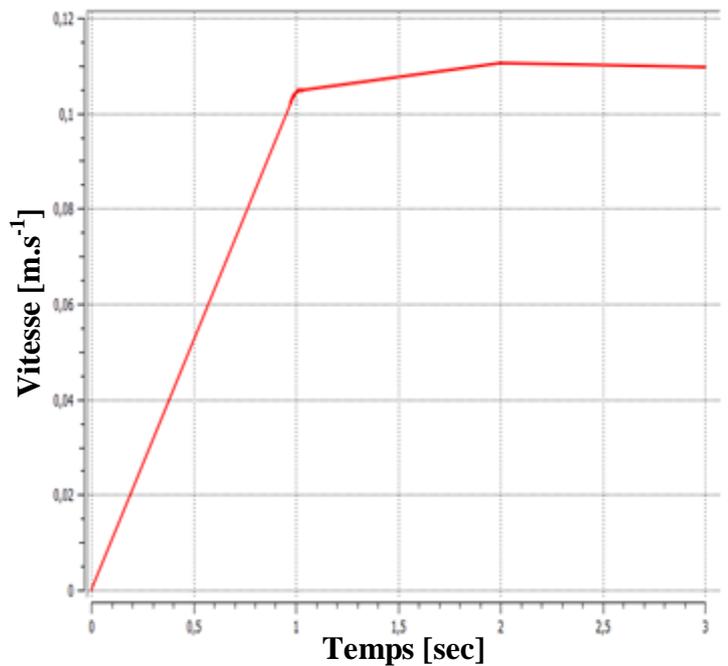
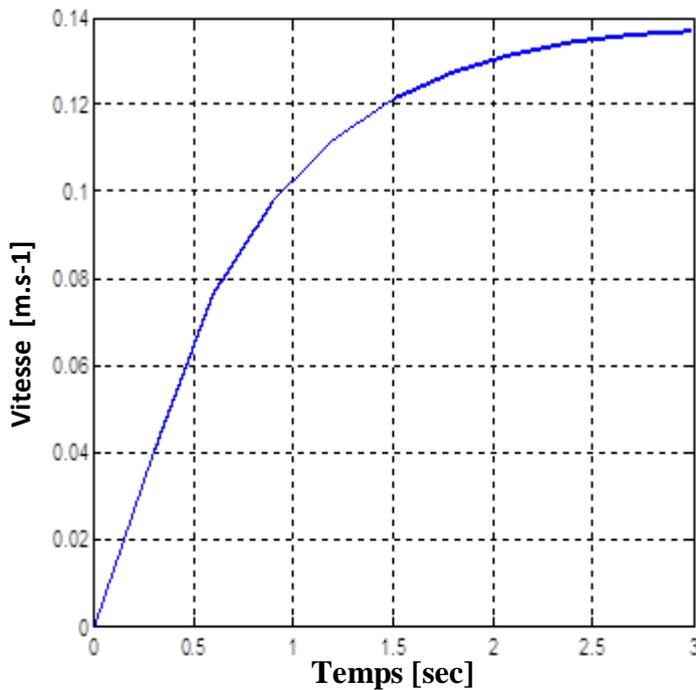


Fig.4.35. Représentation de la variation de la pression dans le canal

L'interaction entre le champ magnétique et la densité du courant induit crée une force de Lorentz qui sert à déplacer le fluide dans le canal avec une vitesse. Dans ces conditions, la vitesse de l'écoulement du fluide est représentée dans la figure (4.36) pour les deux codes de calculs MATLAB et ANSYS-Fluent.



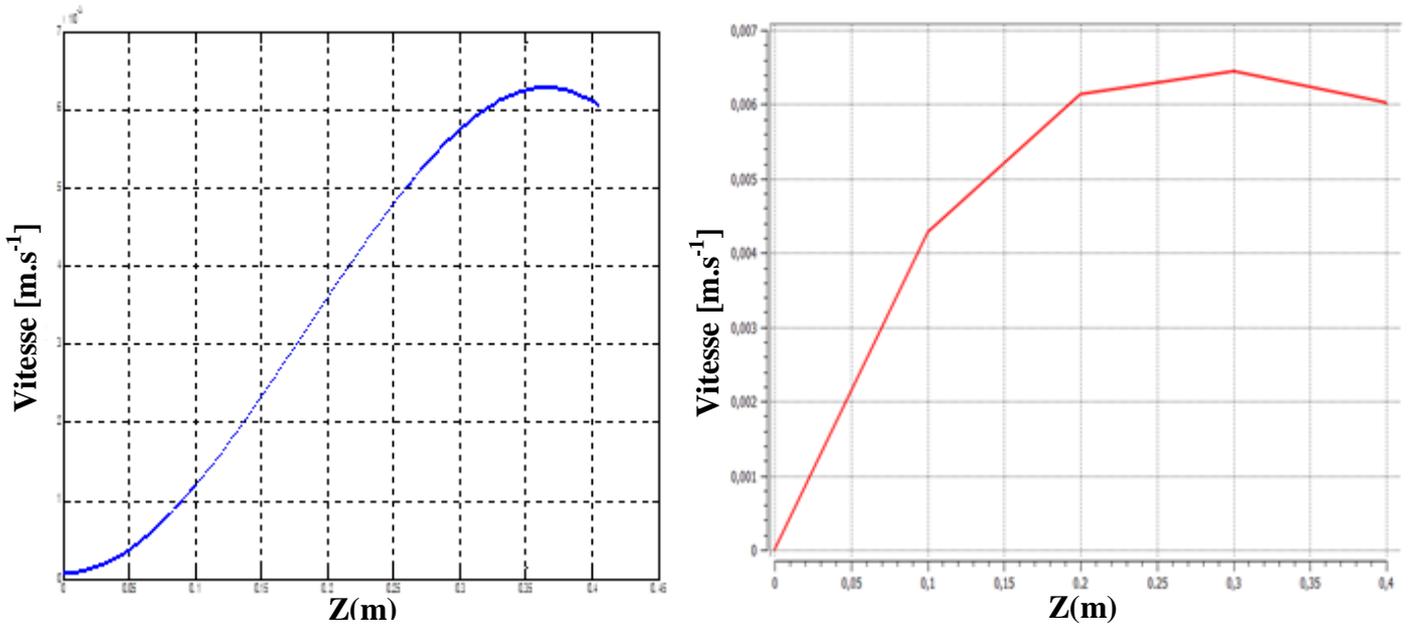


Fig.4.36 Variation de la vitesse d'écoulement le du canal de la pompe MHD pour les deux codes de calculs MATLAB et ANSYS-fluent

La variation de la pression dans le canal simulé par les deux codes de calculs MATLAB et ANSYS-Fluent est représentée dans la figure ci-dessous.

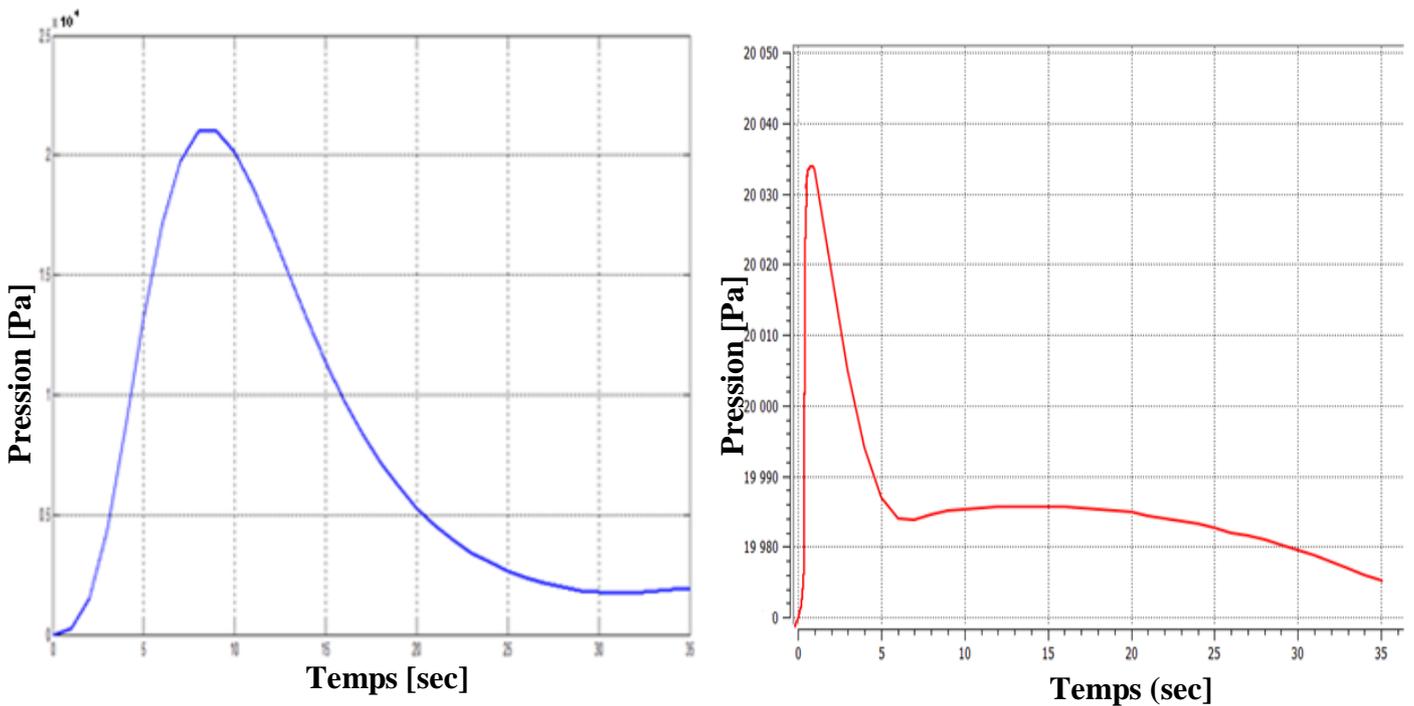


Fig.4.37 Variation de la pression dans le canal de la pompe MHD pour les deux codes de calculs MATLAB et ANSYS-fluent

D'après les résultats obtenus on peut constater que les résultats simulés par MATLAB sont proches de ceux simulés par ANSYS-Fluent avec une certaine erreur.

De plus, les résultats concernant la vitesse et la pression sont en accord qualitativement avec ceux obtenu par [54].

4.7 CONCLUSION

Le présent chapitre a été consacré à la présentation des différents résultats obtenus par l'application de la méthode des volumes finis aux problèmes électromagnétique, hydrodynamique et thermique de la pompe MHD à induction. L'influence de la plaque ferromagnétique sur les performances de la pompe a été également étudiée. Une étude comparative des résultats du couplage électromagnétique- hydrodynamique avec ceux simulés par le logiciel ANSYS-Fluent a été présentée.

Les résultats obtenus sous MATLAB sont en accord avec les résultats obtenus en ANSYS-Fluent.

Pour améliorer les performances de la pompe MHD, une optimisation est nécessaire.

Le chapitre suivant se propose de répondre à la question « Quelle méthode utiliser pour résoudre un problème d'optimisation d'une pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction ? ». Il détaille les différentes méthodes d'optimisation de façon générale et s'intéresse en particulier à une méthode d'optimisation stochastique (la méthode du recuit simulé).

CHAPITRE CINQ

OPTIMISATION STOCHASTIQUE D'UNE POMPE MHD ANNULAIRE A INDUCTION

5.1 INTRODUCTION

5.2 DEFINITIONS

5.3 PROBLEMES D'OPTIMISATION SANS CONTRAINTES

5.4 PROBLEMES D'OPTIMISATION CONTRAINTES

5.5 PROCEDURES DE L'OPTIMISATION DE LA POMPE MHD

5.6 OPTIMISATION DE LA POMPE MHD PAR LA METHODE DU RECUIT SIMULE

5.7 FORMULATION D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION D'UNE POMPE MHD A
INDUCTION

5.8 RESULTATS DE SIMULATION

5.9 CONCLUSION

CHAPITRE CINQ

OPTIMISATION STOCHASTIQUE D'UNE POMPE MHD ANNULAIRE A INDUCTION

5.1 INTRODUCTION

Les méthodes d'optimisation peuvent être classées en deux grandes familles : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les méthodes déterministes sont généralement efficaces si l'évaluation de la fonction objectif est très rapide, ou quand la forme de la fonction est connue à priori. Les cas les plus complexes (temps de calcul important, nombreux optima locaux, fonctions non dérivables, etc....) sont souvent traités plus efficacement par des méthodes stochastiques ou hybrides, [28].

Dans ce chapitre, on va formuler un problème d'optimisation d'une pompe magnétohydrodynamique annulaire à induction, auquel on va appliquer la méthode d'optimisation stochastique, à savoir la méthode du recuit simulé. Des résultats de simulation du problème d'optimisation d'une pompe MHD annulaire à induction sont présentés et discutés.

On va commencer par la présentation de quelques définitions nécessaires à l'application des méthodes d'optimisation, ainsi que par l'exposition de concepts de base importants, tels que leur formulation mathématique. Ensuite, on va considérer des problèmes d'optimisation sans contraintes, dans lesquels seront présentées les méthodes d'optimisation les plus connues et les plus utilisées, comme par exemple la méthode du Recuit simulé, recherche de Tabou et les algorithmes génétiques.

Dans ce chapitre, les facteurs qui influent sur la convergence vers la solution optimale en utilisant la méthode stochastique (recuit simulé) sont pris en compte pour l'optimisation de la pompe MHD à induction annulaire.

5.2 DEFINITIONS

5.2.1 FORMULATION MATHÉMATIQUE D'UN PROBLÈME D'OPTIMISATION

Un problème d'optimisation de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme:

$$(P) \begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathfrak{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ x_{k\min} \leq x_k \leq x_{k\max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (5.1)$$

Où

$f(x)$: le critère à minimiser appelé aussi fonction objectif ;

x est un vecteur à n variables x_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser ;

$g_i(x)$ et $h_j(x)$ représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité ;

$x_{k\min}$ et $x_{k\max}$ désignent les contraintes de domaine;

\mathfrak{R}^n est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble des paramètres x^* pour lesquels la fonction objectif présente une valeur minimale, en respectant les contraintes d'égalité, d'inégalité et de domaine, [70], [71] et [72].

5.2.2 MINIMUM LOCAL ET MINIMUM GLOBAL

Un point x^* de l'espace de recherche \mathfrak{R}^n représente un minimum local ou optimum local, s'il existe un voisinage de x^* noté $V(x^*)$, tel que:

$$\forall x \in V(x^*) \quad f(x) \geq f(x^*) \quad (5.2)$$

Cette relation signifie que dans le voisinage de x^* , défini par un ε , il n'existe aucun point pour lequel $f(x)$ est inférieur à $f(x^*)$.

Un point x^* de l'espace de recherche \mathfrak{R}^n est un minimum global ou optimum global si:

$$\forall x \in \mathfrak{R}^n \quad f(x) \geq f(x^*) \quad (5.3)$$

Nous pouvons dire aussi que le minimum global est le plus petit minimum local de l'espace de recherche, comme le montre la Figure (5.1).

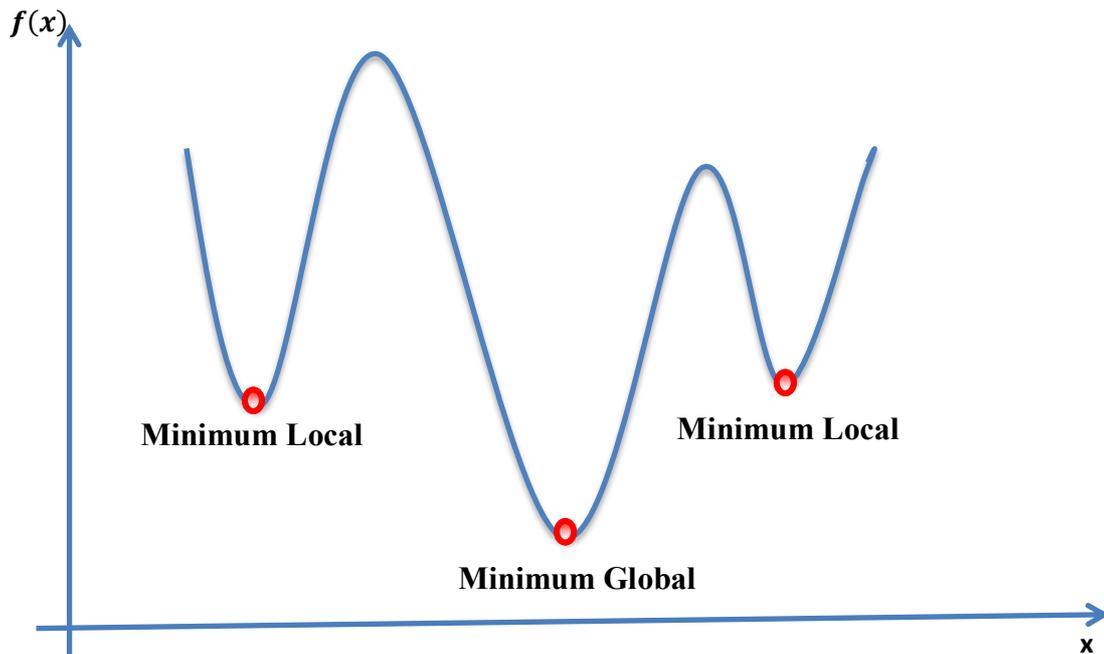


Fig.5. 1 : Représentation du minimum local et global d'une fonction

Lorsqu'une fonction ne contient qu'un minimum local, elle est dite unimodale. Dans le cas contraire, elle est dénommée multimodale, [70] et [73].

5.2.3 MINIMISATION ET MAXIMISATION

Dans l'équation (5.1), on a défini le problème d'optimisation comme étant la minimisation d'une fonction, parfois soumise à des contraintes. Cependant, il existe des situations où on est plutôt intéressés à trouver un point de maximisation, c'est-à-dire, à maximiser la fonction objectif.

Dans ce cas, il devient nécessaire de transformer le problème de maximisation en minimisation, car les méthodes d'optimisation qui seront présentées dans les sections 5.3 et 5.4 sont souvent implémentées en s'appuyant sur des critères de minimisation de la fonction objectif.

Cette transformation du problème d'optimisation peut être facilement obtenue à l'aide d'une simple fonction de transformation appliquée directement sur la fonction objectif originale, comme l'indique l'équation (5.4), [70]:

$$\Phi(f(x)) = -f(x) \tag{5.4}$$

5.3 PROBLEMES D'OPTIMISATION SANS CONTRAINTES

Un problème d'optimisation est dit sans contrainte s'il ne contient pas de fonction contrainte, c'est-à-dire, si les fonctions $g_i(x)$ et $h_j(x)$ du problème (5.1) ne sont pas définies, comme dans le cas du problème (5.5), [74]:

$$(P) \begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathfrak{R}^n \\ x_{k\min} \leq x_k \leq x_{k\max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (5.5)$$

Dans la pratique, on classe les problèmes d'optimisation sans contraintes selon la nature mathématique de la fonction objectif. Celle-ci peut être unidimensionnelle ou multidimensionnelle, continue ou discontinue, linéaire ou non linéaire, convexe ou non convexe, différentiable ou non différentiable.

Selon les caractéristiques du problème d'optimisation sans contraintes, nous pouvons appliquer différentes méthodes de résolution pour identifier sa solution. Ces méthodes sont séparées en deux grands groupes: les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques, [71] et [75].

5.3.1 METHODES D'OPTIMISATION DETERMINISTES

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour un même contexte initial donné, ne laissant aucune place au hasard. Ce sont en général des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global.

Selon la dimension de la fonction objectif à optimiser, les méthodes déterministes peuvent être classifiées en unidimensionnelles ou multidimensionnelles, [72] et [74].

5.3.1.1 METHODES DETERMINISTES UNIDIMENSIONNELLES

Les méthodes déterministes unidimensionnelles sont utilisées dans l'optimisation de fonctions à un seul paramètre. Ces méthodes, aussi appelées méthodes de Recherche Linéaire, sont normalement basées sur des techniques qui permettent de localiser le point minimal de la fonction à partir de réductions successives de l'intervalle de recherche.

Dans la littérature, on trouve différentes méthodes unidimensionnelles, parmi lesquelles on peut citer la méthode de Dichotomie, la méthode de la Section Dorée et la méthode de Brent.

La plupart de ces méthodes ne supposent pas que la fonction à minimiser soit différentiable, ni même continue, mais seulement unimodale, [70] et [71].

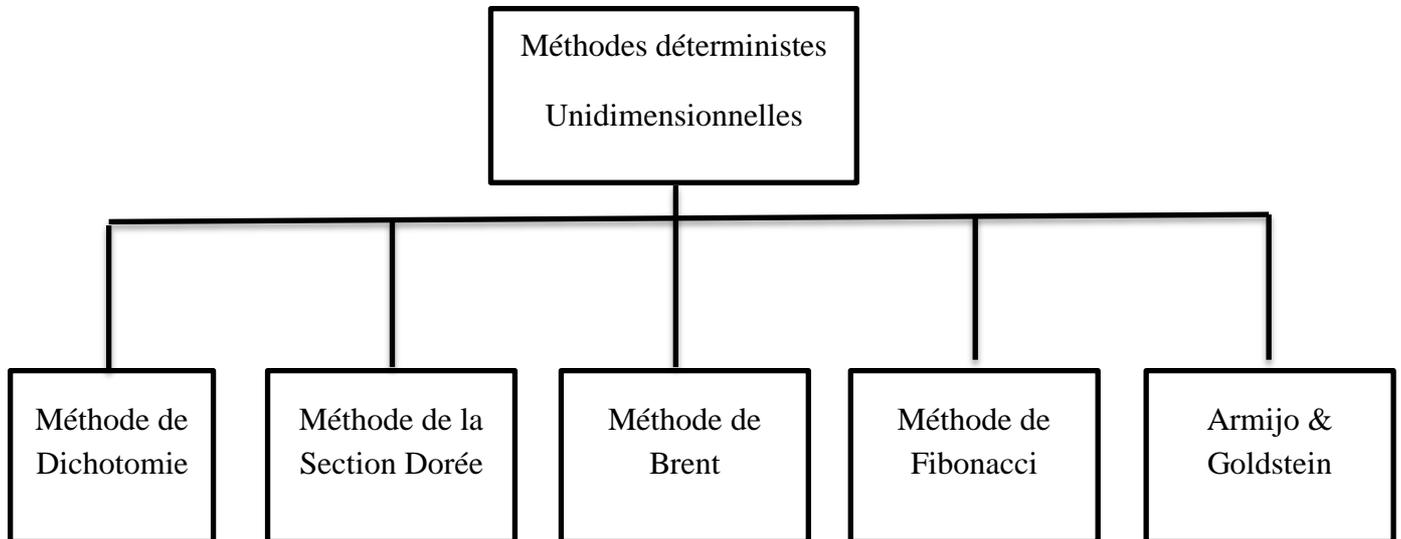


Fig.5. 2 : Principales méthodes déterministes unidimensionnelles

5.3.1.2 METHODES DETERMINISTES MULTIDIMENSIONNELLES

Les méthodes déterministes multidimensionnelles sont consacrées à l'optimisation de fonctions à un paramètre ou plus. Elles peuvent être classées selon l'utilisation de l'information des dérivées de la fonction objectif par rapport aux paramètres x_k . Elles sont dites directes ou d'ordre 0 si elles n'utilisent que l'information de la valeur de la fonction elle-même. Dans le cas où elles nécessitent aussi le calcul du gradient de la fonction, elles sont dites indirectes ou d'ordre 1, [70].

Les méthodes d'ordre 0 sont en général peu précises et convergent très lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage de se passer du calcul du gradient, ce qui peut être intéressant lorsque la fonction n'est pas différentiable ou lorsque le calcul de son gradient représente un coût important.

Les méthodes d'ordre 1 permettent d'accélérer la localisation du point d'optimisation, une fois que le gradient donne l'information sur la direction de recherche de la solution. Par contre, elles sont applicables uniquement aux problèmes où la fonction est continûment différentiable.

On peut diviser les méthodes multidimensionnelles, qu'elles soient directes ou indirectes, en deux différents groupes: les méthodes analytiques ou de descente et les méthodes heuristiques ou géométriques.

Les méthodes analytiques se basent sur la connaissance d'une direction de recherche souvent donnée par le gradient de la fonction. La plupart de ces méthodes sont d'ordre 1 et exécutent des minimisations linéaires successives en faisant appel à des méthodes unidimensionnelles. Les exemples les plus significatifs de méthodes analytiques sont la méthode de la Plus Grande Pente, le Gradient Conjugué, la méthode de Powell et les méthodes Quasi-Newton.

Les méthodes heuristiques explorent l'espace par essais successifs en recherchant les directions les plus favorables. À l'opposé des méthodes analytiques, la plupart de ces méthodes sont d'ordre 0. Les implémentations de méthodes géométriques les plus souvent utilisées sont celles de la méthode du Simplex, la méthode de Rosenbrock et la méthode de variations locales de Hooke et Jeeves, [71] et [74].

La Figure (5.3) montre les méthodes multidimensionnelles les plus importantes avec leur ordre respectif de résolution, [2] et [3].

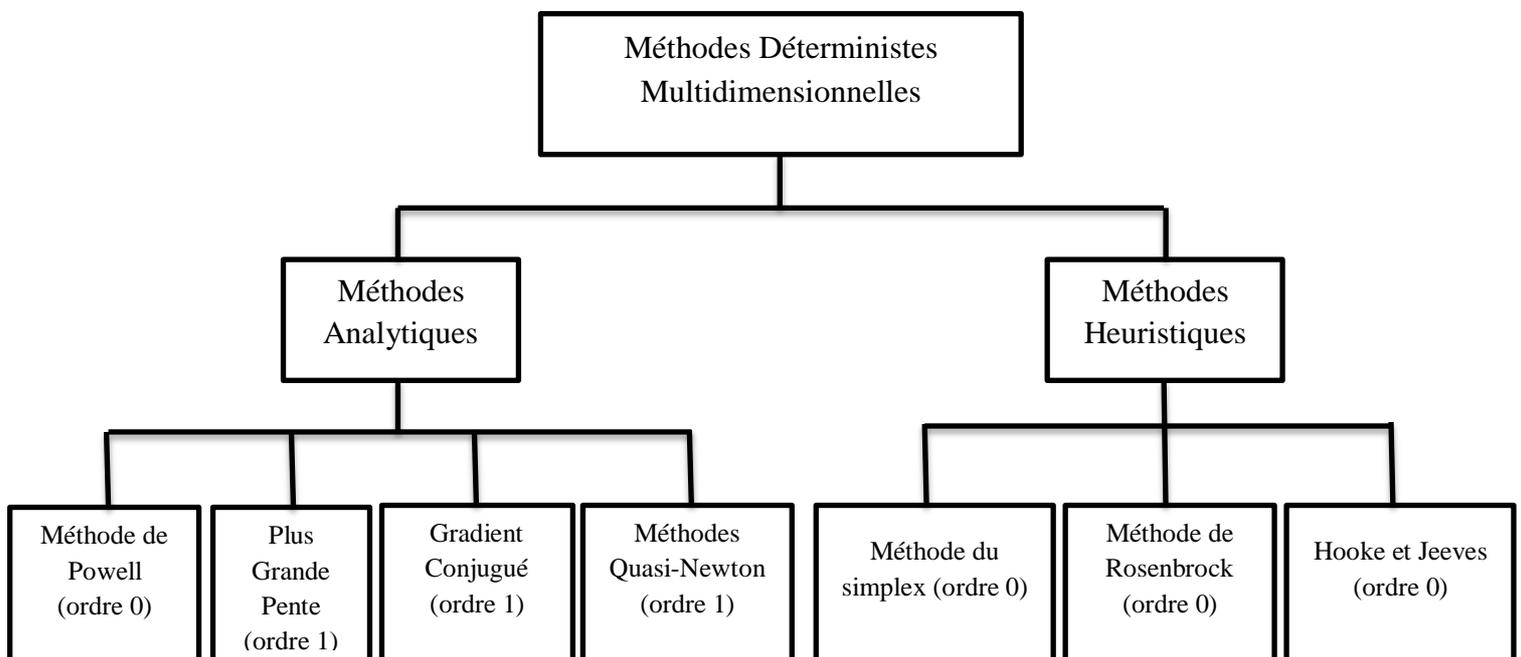


Fig.5.3 : Principales méthodes déterministes multidimensionnelles

5.3.2 METHODES D'OPTIMISATION STOCHASTIQUES

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives

de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation.

Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni de point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations avant d'arriver à la solution du problème.

Parmi les méthodes stochastiques les plus employées, on distingue le Recuit Simulé, la Recherche Tabou et les Méthodes Évolutionnistes. Ces dernières regroupent différents algorithmes basés sur le même principe d'exploration de l'espace de recherche en utilisant un ensemble de solutions et pas seulement une solution unique. Comme représentantes des méthodes évolutionnistes, on a les Algorithmes Génétiques, les Stratégies d'Évolution, la Programmation Évolutionniste et la Programmation Génétique. La Figure (5.4) présente les méthodes stochastiques les plus utilisées, [28], [70], [71] et [74].

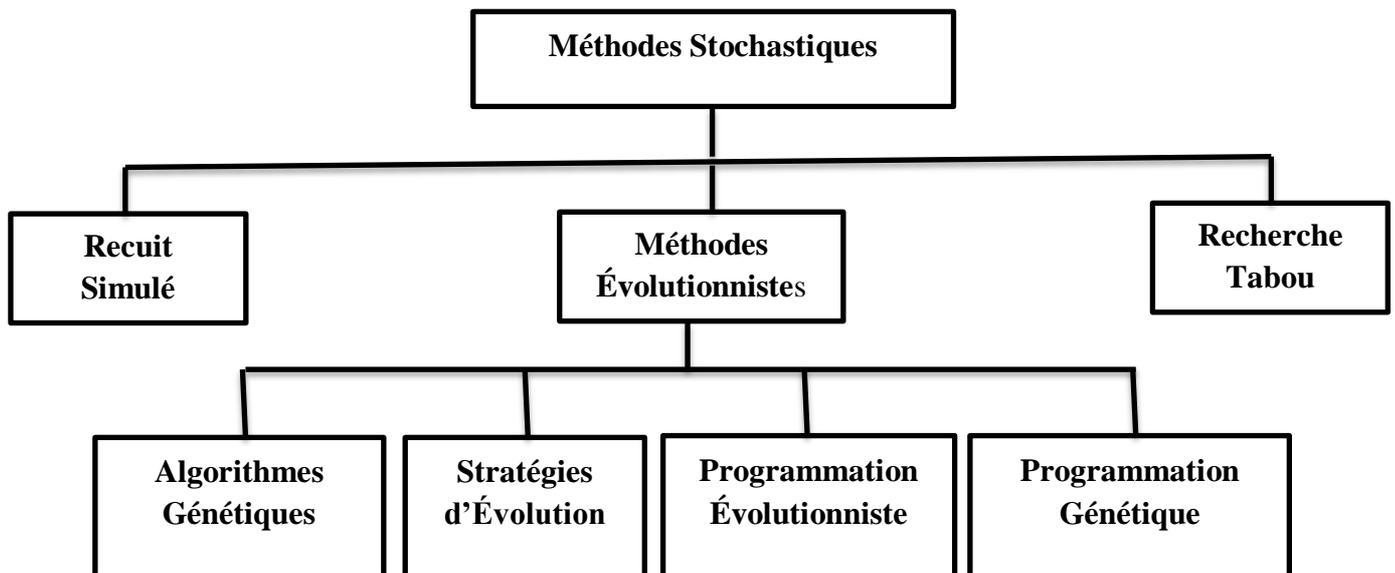


Fig.5.4 : Principales méthodes stochastiques

5.3.2.1 ALGORITHMES GENETIQUES

Les Algorithmes Génétiques (AG) font partie d'une famille de méthodes stochastiques appelée Méthodes Évolutionnistes qui reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle de Darwin, selon laquelle les individus d'une population les mieux adaptés à leur environnement ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire de génération en génération, en donnant des descendants encore mieux adaptés.

Les Algorithmes Génétiques ont été proposés par Holland en 1975 [75] ; puis développées par d'autres chercheurs tels que De Jong, Goldberg et Michalewicz. Ils sont actuellement une des méthodes les plus diffusées et les plus utilisées dans la résolution de problèmes d'optimisation dans de nombreux domaines d'application.

Depuis le modèle proposé par Holland en 1975, il y a eu différentes implémentations concernant les AG. Néanmoins, le principe sur lequel la méthode est basée reste toujours le même, [70].

D'une manière générale, un AG est un algorithme local de recherche, qui commence à partir des individus initiaux (une population) représentant les solutions possibles du problème. Chaque individu de la population s'appelle un chromosome, et a une "fitness fonction" (fonction à optimiser) qui contribue à la génération d'une nouvelle population au moyen d'opérateurs génétiques. Ces opérateurs génétiques sont : la reproduction, le croisement et la mutation. Chaque position dans un chromosome s'appelle un gène. A chaque génération, l'algorithme utilise les valeurs de "fitness fonction" pour évaluer la capacité de survie de chaque individu de la population en utilisant les opérateurs afin de créer un nouvel ensemble d'individus (une nouvelle population) qui est généralement formé des meilleurs éléments issus de la génération précédente, [76].

5.3.2.2 RECHERCHE TABOU

La Recherche Tabou permet d'atteindre le minimum global d'un problème d'optimisation à partir d'une analogie avec la mémoire du cerveau humain.

Le processus de résolution développé par cette méthode commence avec la génération d'une configuration de paramètres au hasard. Ensuite, à chaque itération, le voisinage de la configuration courante est parcouru par une série de mouvements aléatoires de façon à trouver une meilleure solution. Après son exécution, chacun de ces mouvements est ajouté à une liste qui représente la "mémoire" de la méthode. Cette liste, de taille limitée, est dénommée liste Tabou, [71] et [77].

Les mouvements qui font partie de la liste Tabou sont considérés interdits. C'est-à-dire qu'ils ne peuvent pas être exécutés une autre fois tant qu'ils sont dans liste. Par contre, s'il existe un mouvement qui appartient à la liste Tabou mais qui en même temps nous emmène à une meilleure solution du problème, une nouvelle exécution de ce mouvement sera alors acceptée. Dans ce cas-là, la nouvelle solution obtenue remplace la solution courante et le processus recommence.

Si pendant le processus d'optimisation la liste Tabou devient pleine, on retire le plus ancien mouvement de la liste avant d'y ajouter un nouveau. L'algorithme s'arrête lorsqu'on n'a plus d'amélioration sensible de la valeur de la solution. La Figure (5.6) illustre le processus développé par la méthode, [70].

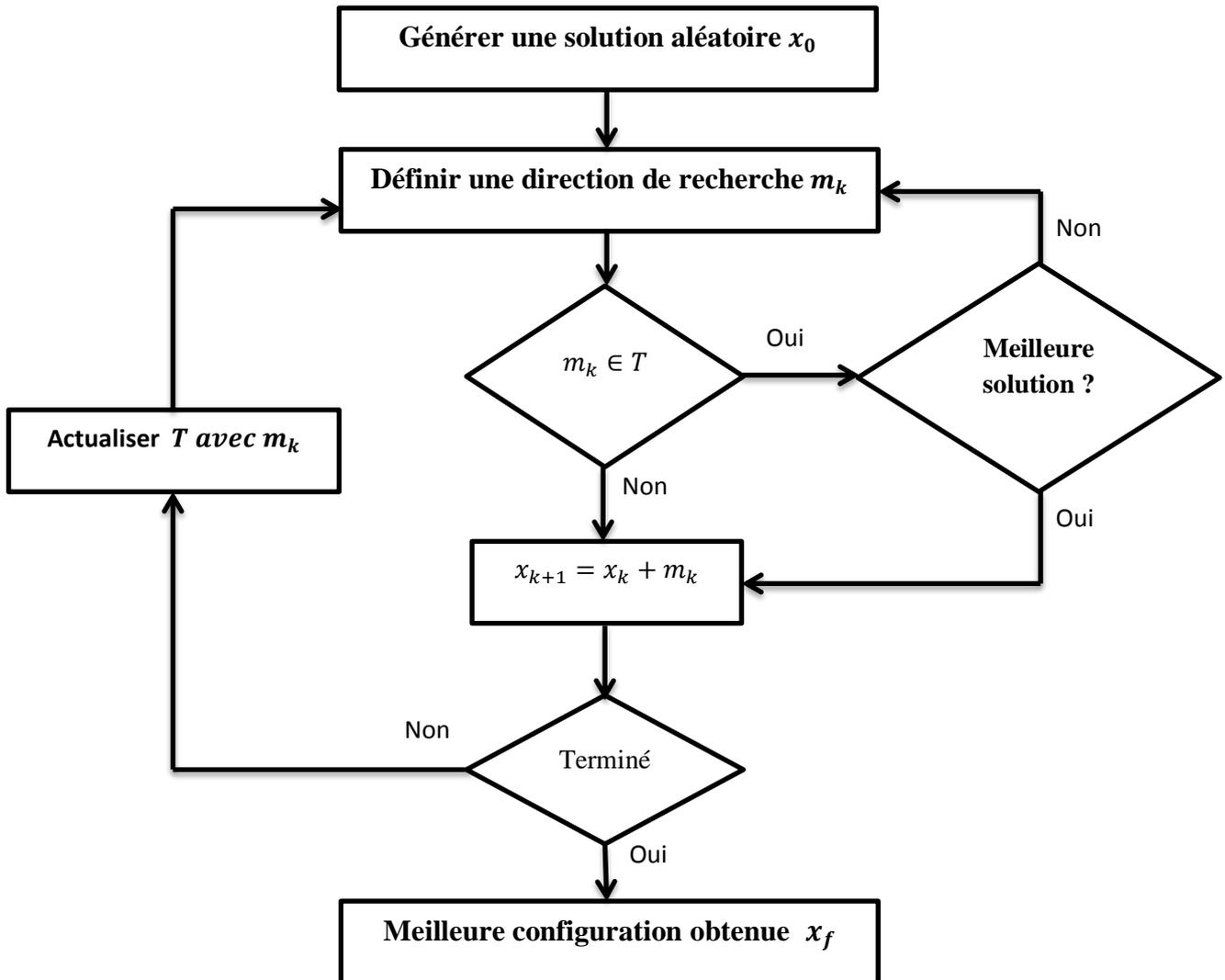


Fig.5.6 : Recherche Tabou

5.3.2.3 RECUIT SIMULE

Le Recuit Simulé (Simulated Annealing) est basé sur le processus de recuit utilisé en métallurgie, dans lequel on cherche à obtenir un matériau sans impureté, représenté par son état d'énergie minimale, [74] et [78].

Dans le processus de recuit réel, on élève la température du matériau jusqu'à ce qu'il se trouve dans un état d'énergie élevée. Ensuite, on le refroidit très lentement de façon à obtenir,

à la fin du processus, un matériau constitué par des atomes bien ordonnés, correspondant à une valeur d'énergie stable et minimale.

En 1953, Metropolis a proposé un modèle qui simulait l'évolution d'une configuration d'atomes vers l'équilibre thermique. Dans ce modèle, une nouvelle configuration est obtenue à partir d'une petite perturbation sur la configuration courante. Cette nouvelle configuration est acceptée avec une probabilité $p = 1$ lorsque la différence d'énergie ΔE entre elle et la configuration courante est inférieure à 0. Dans le cas où $\Delta E > 0$, la probabilité d'acceptation p est donnée par une équation basée sur la Loi de Boltzmann (5.6) :

$$p = e^{-\frac{\Delta E}{T}} \quad (5.6)$$

Où : T est la température du système.

KirkPatrick a transposé ce modèle proposé par Metropolis à la méthode de Recuit Simulé à partir d'une correspondance entre l'énergie du système et la fonction objectif à minimiser. Dans cette transposition, les différentes configurations d'atomes sont représentées par les paramètres du problème d'optimisation, tandis que la température du système est représentée par une variable de contrôle T , [78].

L'algorithme proposé par Kirkpatrick commence avec une configuration de paramètres choisie au hasard et une température initiale T_0 élevée. Ensuite, à l'aide d'une transformation de voisinage faite à partir d'une petite perturbation aléatoire des paramètres, une nouvelle configuration est générée. La fonction est donc évaluée sur ces deux configurations, ce qui permet de calculer l'écart ΔE entre les deux évaluations. Si ΔE est inférieur à zéro, on remplace la configuration originale par la nouvelle configuration obtenue. Dans le cas contraire, on considère la probabilité donnée par (5.6) pour décider si la configuration initiale doit être remplacée ou pas, [28], [70] et [71].

À chaque itération de la méthode, ce processus est répété jusqu'à ce qu'on obtient l'équilibre thermique. Au cours de cette transition vers l'équilibre, l'énergie peut localement augmenter, ce qui permet de sortir d'un minimum local. Ensuite, on baisse la température du système et on recommence le processus. L'algorithme s'arrête lorsqu'on n'a plus d'amélioration sensible de la solution ou lorsqu'une certaine valeur de température est atteinte, comme on le vérifie dans la Figure (5.5), [74].

En résumé, le recuit simulé utilise un double dynamique:

- 1) Recherche de minima à température fixée avec la chaîne de Markov ;
- 2) Diminution par étape de la température.

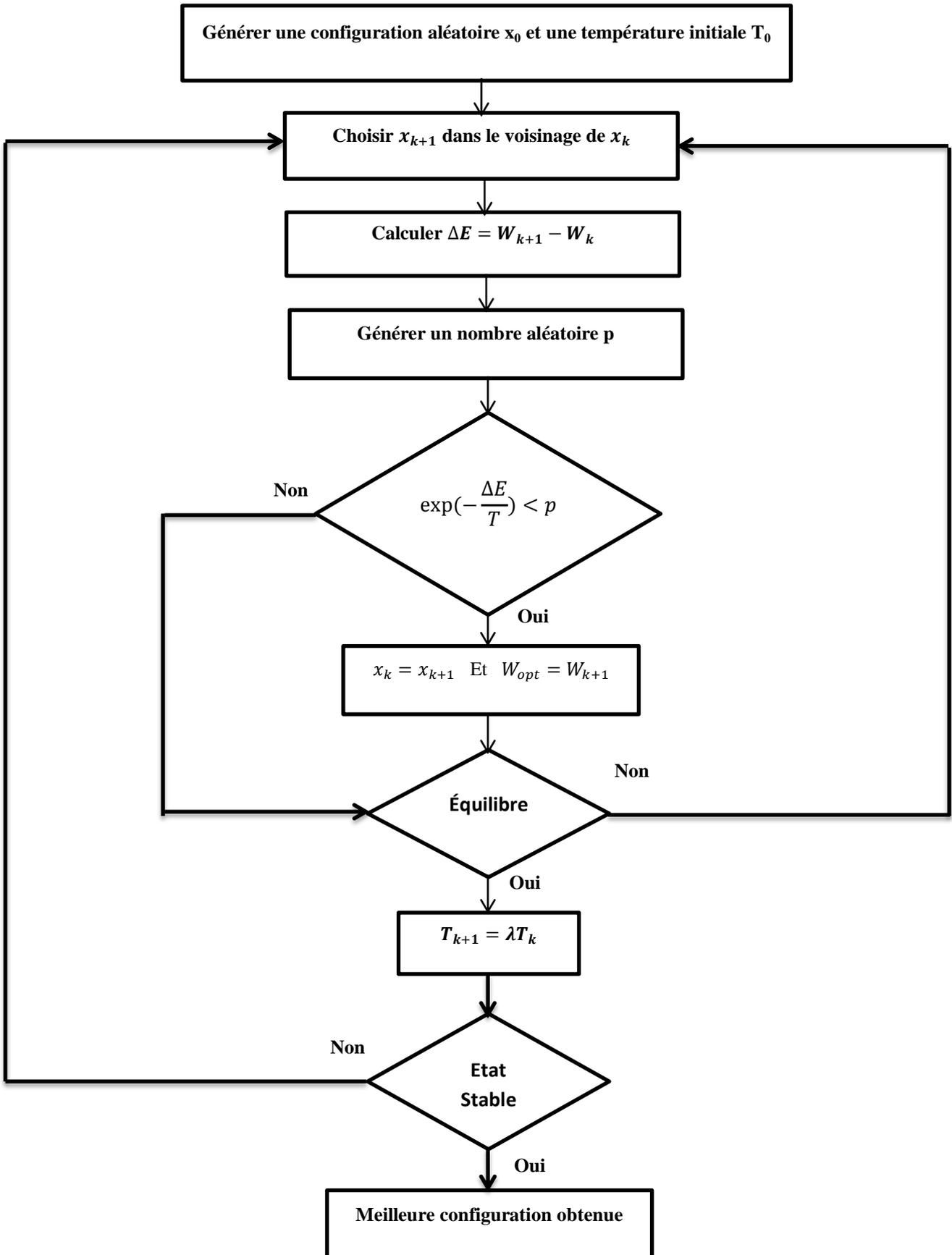


Fig.5.5 Algorithme de recuit simulé

5.4 PROBLEMES D'OPTIMISATION CONTRAINTES

Un problème d'optimisation est dit problème contrainte s'il contient au moins une fonction contrainte $g_i(x)$ ou $h_j(x)$ dans sa description, comme dans le cas du problème de l'équation (5.7).

$$(P) \begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathfrak{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ x_{k\min} \leq x_k \leq x_{k\max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (5.7)$$

Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité $h_j(x) = 0$ peut être décrite par deux contraintes d'inégalité $h_j(x) \leq 0$ et $-h_j(x) \leq 0$, le problème (5.7) devient alors égal à celui donné par l'équation (5.8) :

$$(P) \begin{cases} \text{Min } f(x) \in \mathfrak{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m = p + 2q \\ x_{k\min} \leq x_k \leq x_{k\max} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (5.8)$$

On appelle Fonction de Lagrange associée au problème (5.9), défini en [8] est:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (5.9)$$

Où

$\lambda_i \geq 0$ sont appelés Multiplicateurs de Lagrange.

Une condition nécessaire pour que x^* soit minimum local d'un problème contrainte est donnée par les équations de Kuhn-Tucker, [76]:

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(x^*) = 0 \\ \lambda_i^* g_i(x^*) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (5.10)$$

Qui à l'aide de l'équation (5.9) s'écrit:

$$\begin{cases} \nabla_x L(x^*, \lambda^*) = 0 \\ \lambda_i^* g_i(x^*) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (5.11)$$

L'existence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation demande une attention spéciale à la résolution du problème, car une solution qui minimise la fonction objectif ne sera valable que dans le cas où elle respecte aussi les contraintes existantes.

L'ensemble de régions de l'espace de recherche où les contraintes de conception sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible. Inversement, l'espace irréalisable ou domaine interdit désigne l'ensemble de régions de l'espace où les contraintes sont violées, [70] et [76].

Dans ce chapitre, on s'intéresse à une heuristique moderne qui est le recuit simulé pour voir l'effet du choix des paramètres de contrôle sur la qualité de la solution optimale.

5.5 PROCEDURES DE L'OPTIMISATION DE LA POMPE MHD

La procédure adoptée est schématisée sur la figure (5.7). Elle utilise le modèle magnétique définissant le fonctionnement du dispositif à concevoir. Une méthode d'optimisation non linéaire avec contraintes est utilisée pour atteindre la solution optimale (minimisant le poids et satisfaisant les contraintes), [79] et [80].

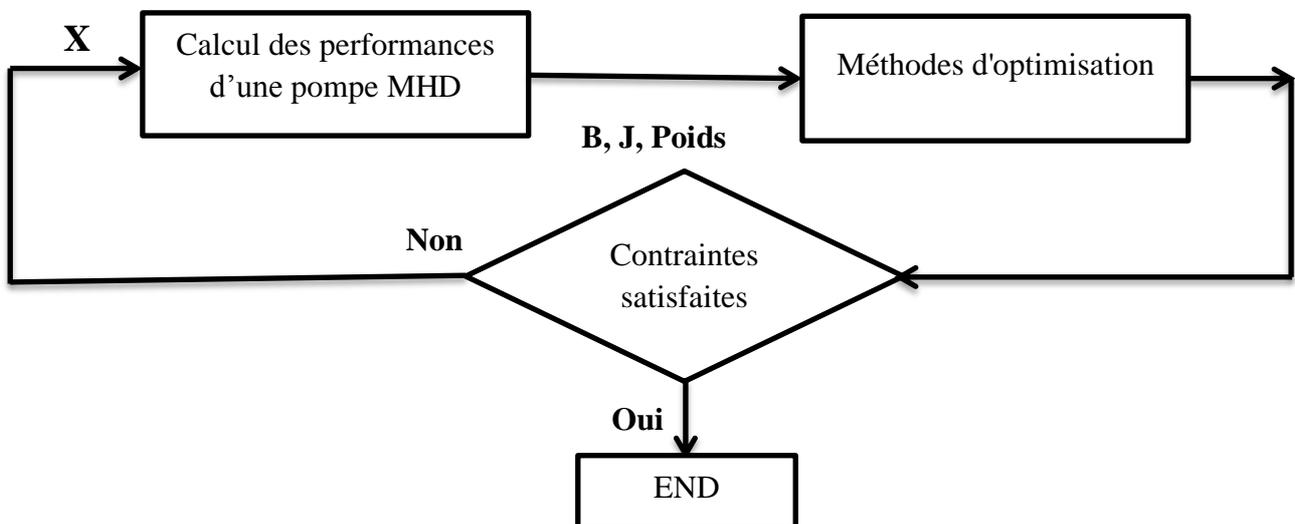


Fig.5.7 : Procédure d'optimisation pour un problème de conception

5.6 OPTIMISATION DE LA POMPE MHD PAR LA METHODE DU RECUIT SIMULE

La méthode de recuit simulé a été proposée en 1983 par Kirkpatrick et Metropolis, elle trouve ses origines dans la thermodynamique. Cette méthode est basée sur le refroidissement lent d'un matériau à l'état fusion, ce qui conduit à l'état solide avec une énergie faible, [77].

5.6.1 RECUIT SIMULE ET ANALOGIE AVEC UN SYSTEME PHYSIQUE

L'analogie entre un système physique constitué de plusieurs particules et un problème d'optimisation est basée sur les équivalences résumées dans le tableau 5.1.

<i>Systeme physique</i>	<i>Probleme d'optimisation</i>
L'énergie libre	Fonction objectif
Particules coordonnées	Les paramètres du problème
État de basse énergie	Configuration optimale
Température (T)	Paramètre de commande

Tab 5.1 : Système physique et optimisation problème (simulée) analogie

5.6.2 DESCRIPTION DE L'ALGORITHME

Le recuit simulé est une technique bien établie stochastique développée à l'origine pour modéliser le processus Aurel de cristallisation et adopte plus tard pour résoudre des problèmes d'optimisation, [81]. La figure (5.5) illustre le processus développé par la méthode.

L'un des traits les plus caractéristiques de l'algorithme est le critère de l'acceptation qui est généralement le critère de la métropolie et qui stipule que la configuration a une chance probabiliste pour être acceptée, même si elle est pire que la précédente.

Le recuit simulé, en effet, choisit son chemin à travers l'espace des paramètres à l'aide des facteurs aléatoires. Une caractéristique importante est qu'ils acceptent la détérioration de la fonction objectif au cours du processus d'itération. Cet état de fait leur permet de trouver dans la région l'optimum global avec une forte probabilité, [81].

5.6.3 DETERMINATION DE LA TEMPERATURE INITIALE

Pour la détermination de la température initiale, plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature. La méthode utilisée dans ce document consiste à générer un certain nombre de

configurations aléatoires X , pour lequel on évalue la fonction objectif et de calculer leur valeur moyenne. Enfin, on en déduit la température initiale à partir du critère de Métropolis donnée par, [82]:

$$P = e^{-M/T_0} = 0.5 \quad (5.12)$$

$$\log M = -\frac{M}{T_0} \quad (5.13)$$

$$T_0 = \frac{M}{\log P} \quad (5.14)$$

Si $T_0 \approx 1.44M$

Pour la diminution du paramètre de la température, on peut prendre une diminution géométrique que le formulaire ci-dessous:

$$T_{k+1} = \lambda T_k \quad (5.15)$$

Avec :

- T_{k+1} : la température actuelle ;
- T_k : la température précédente ;
- λ : facteur de réduction ($0 < \lambda < 1$).

Pour le changement de phase de la température, on peut simplement spécifier un certain nombre de transformations, acceptée ou non, à la fin de laquelle la température est abaissée.

Le recuit simulé a été appliqué à des problèmes tels que le problème bien connu du voyageur de commerce et l'optimisation du câblage sur l'ordinateur, [81], [82] et [83].

5.6.4 COMPTABILITE DE LA CONTRAINTE

Le recuit simulé, comme toutes les stratégies stochastiques est assez simple à mettre en œuvre, stable en matière de convergence, et en mesure de trouver la région désirée avec une probabilité assez bonne. Il souffre généralement d'un grand nombre d'évaluations de la fonction.

La comptabilité des contraintes dans un procédé stochastique d'optimisation est souvent obtenue à l'aide d'une fonction de pénalité associée à la fonction objectif. Classiquement, on utilise une fonction de pénalité externe [83], selon lequel la fonction à minimiser est égale à:

$$W(x) = f(x) + r \sum_{i=1}^m [\max[0, g_i(x)]]^2 \quad (5.16)$$

Avec : $f(x)$: fonction objectif sans contraintes;
 $g_i(x)$: contraintes fonctionné;
 r : coefficient de pénalité.

Contrairement aux méthodes déterministes d'optimisation, la valeur de (r) reste constante au cours du processus d'optimisation stochastique, [83]. Les travaux antérieurs suggèrent que $r=0,1$ peut convenir.

5.7 FORMULATION D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION D'UNE POMPE MHD A INDUCTION

Pour formuler les problèmes d'optimisation, il est nécessaire de définir la fonction objectif à optimiser. Dans ce cas, on a considéré le poids d'une pompe MHD à induction annulaire. Le reste des critères des conditions de planification seront utilisées comme des contraintes d'égalités et d'inégalités.

La résolution du problème de conception est équivalente à la résolution du problème d'optimisation défini comme suit: Pour déterminer le vecteur inconnu X : $X = (X_1, X_2 \dots X_9)$ (fig.5.8) qui minimise la fonction objectif de poids (X):

Min Poids (X) Subjugué par:

- Contraintes d'inégalités (pompe à six encoches) : $B(x) \geq 1.5$ Tesla et $J_{in}(x) \leq 3.7903 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2$ et les contraintes d'inégalités (pompe à dix-huit encoches) : $B(x) \geq 0.8306$ Tesla et $J_{in}(x) \leq 4.8293 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2$;
- Axes de fixation du domaine acceptable: $X_{max} \leq X \leq X_{min}$

Avec : $X=(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9)$.

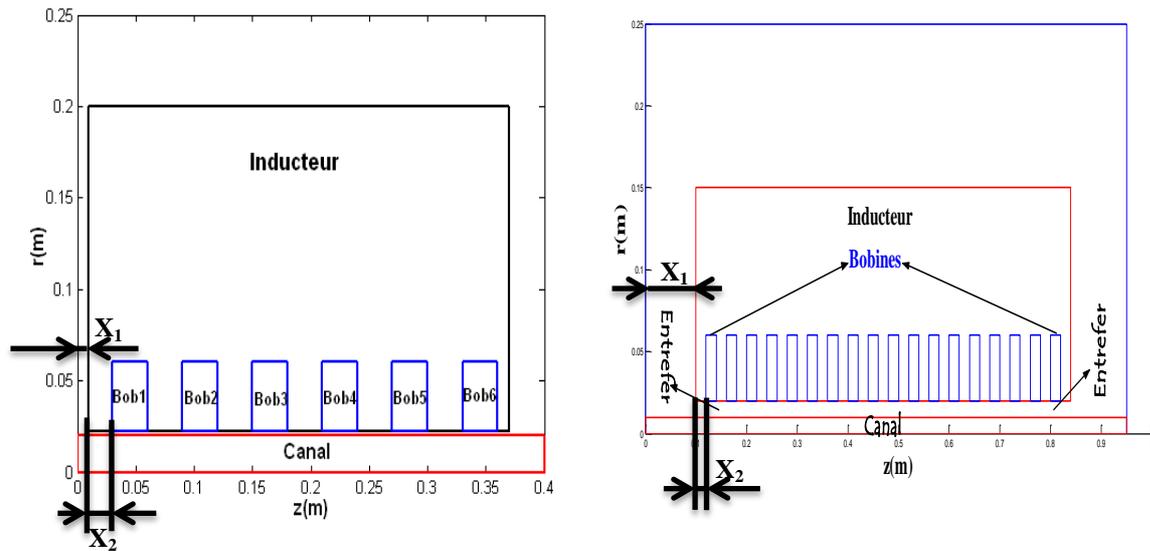


Fig.5.8 : La géométrie de la pompe à vecteur inconnu X

Où :

- X_3 : largeur de la bobine ;
- X_4 : longueur de l'inducteur ;
- X_5 : longueur du canal ;
- X_6 : largeur du canal ;
- X_7 : largeur de l'entrefer ;
- X_8 : largeur de bobine ;
- X_9 : largeur de l'inducteur.

5.8 RESULTATS DE SIMULATION

Les tableaux (5.2), (5.3), (5.4) et (5.5), montrent respectivement l'effet du facteur de réduction λ sur la fonction objective et le vecteur de solution X de la pompe MHD pour les deux cas. La température initiale est calculée par le critère de Métropolie (5.12). La fonction objectif $W(X)$ ne peut atteindre la valeur du minimum global si le facteur de réduction λ est faible. Le tableau indique que $\lambda = 0,98$ peut convenir.

A. CAS D'UNE POMPE MHD A SIX ENCOCHES

λ	0.7	0.8	0.9	0.98
$W(X)$ (Kg)	8.44	8.22	8.13	7.88

Tab 5.2 : L'effet du choix de λ sur la fonction objectif.

λ	0.7	0.8	0.9	0.98
X ₁	0.0300	0.0296	0.0294	0.0290
X ₂	0.0600	0.0596	0.0594	0.0590
X ₃	0.4000	0.3955	0.3934	0.3901
X ₄	0.0100	0.0095	0.0093	0.0090
X ₅	0.3700	0.3655	0.3634	0.3601
X ₆	0.2500	0.2465	0.2436	0.2401
X ₇	0.0110	0.0223	0.0217	0.0210
X ₈	0.2000	0.1965	0.1936	0.1901
X ₉	0.0600	0.0597	0.0594	0.0590

Tab 5.3 : Vecteur solution \mathbf{X} de la pompe MHD à induction.

B. CAS D'UNE POMPE MHD A DIX- HUIT ENCOCHES

λ	0.7	0.8	0.9	0.98
W(X) (Kg)	15.0560	15.0317	14.9983	14.9757

Tab 5.4 : L'effet du choix de λ sur la fonction objectif.

λ	0.7	0.8	0.9	0.98
X ₁	0.1200	0.1127	0.1022	0.0936
X ₂	0.1500	0.1426	0.1322	0.1235
X ₃	0.9600	0.9526	0.9422	0.9335
X ₄	0.1090	0.1020	0.0921	0.0838
X ₅	0.8500	0.8426	0.8322	0.8235
X ₆	0.2509	0.2480	0.2443	0.2401
X ₇	0.0130	0.0125	0.0118	0.0110
X ₈	0.1590	0.1539	0.1475	0.1402
X ₉	0.0601	0.0598	0.0594	0.0590

Tab 5.5 : Vecteur solution \mathbf{X} de la pompe MHD à induction.

La détermination de la température initiale, qui est basé sur le critère de Métropolis a montré une bonne convergence au point optimal et une bonne reproductibilité des résultats. Pour le facteur de réduction de la température, les résultats montrent que la solution optimale est de donner des valeurs de $\lambda \approx 1$, qui offrent une précision et une fiabilité comparables.

5.9 CONCLUSION

On a vu que l'utilisation d'une surface de réponse peut nous apporter plusieurs solutions aux difficultés posées par les problèmes d'optimisation liés à la simulation numérique, notamment en ce qui concerne le temps de calcul onéreux.

Pour le choix du paramètre de décroissance de la température, au fur et à mesure, qu'on prend une valeur proche de 1, on obtient la convergence vers la solution optimale au détriment d'un temps de calcul plus élevé.

Dans cette partie, les valeurs optimales des paramètres pour la méthode du recuit simulé sont discutées en utilisant une structure électromagnétique (pompe). Le procédé de recuit simulé est caractérisé par sa capacité à éviter d'emprisonner dans une solution optimale locale. Il est précisé que les paramètres tels que la température, utilisé dans le recuit simulé à une incidence sur la convergence vers la solution optimale.

**CONCLUSION GENERALE ET
PERSPECTIVES**

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

A travers cette thèse, on s'est intéressé à l'étude de l'écoulement du fluide dans une pompe magnétohydrodynamique MHD à induction et à l'optimisation de la même pompe MHD. La détermination des différentes caractéristiques d'une pompe MHD à induction destinée au pompage des métaux liquides par l'interaction entre les courants et le champ inducteur. Pour ce faire, une modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques, hydrodynamiques et thermiques est indispensable. Le logiciel ANSYS-Fluent a été utilisé pour simuler et valider les différentes caractéristiques de la pompe.

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine très vaste de la physique qui concerne l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur de l'électricité. Ainsi, on conçoit aisément que, suivant le type d'interaction, on peut trouver la MHD liée aux problèmes apparemment disjoints de la couronne solaire, de la magnétosphère, de la conversion d'énergie fossile en énergie électrique, de la fusion thermonucléaire de la propulsion ou encore aux techniques industrielles de la métallurgie.

Le but de ce tour d'horizon de la MHD est de rappeler la grande diversité des domaines d'intérêts de la MHD, tout en reliant leurs progrès dans certaines applications, et enfin, de se pencher sur la pompe MHD à induction et son application qui est l'objet de notre étude.

La modélisation des problèmes MHD pour des fluides incompressibles est abordée par un couplage de méthodes numériques. Le choix des méthodes utilisées s'est effectué en fonction des caractéristiques principales des phénomènes physiques. Nous avons ainsi retenu la méthode des volumes finis pour traiter les trois problèmes électromagnétique, hydrodynamique et thermique.

L'optimisation de l'appareillage électrotechnique a donné naissance à de nombreux travaux de recherche scientifique au cours de ces dernières années. L'intégration d'outils d'optimisation dans un code de calcul de champ est une étape naturelle dans le développement de la modélisation en électromagnétisme.

La modélisation numérique en 2D des phénomènes couplés a été réalisée en utilisant un code de calcul sous environnement MATLAB. Les résultats de simulation (induction magnétique, force électromagnétique, vitesse et pression) sont assez proches de ceux obtenus par le logiciel ANSYS-Fluent. Pour améliorer les performances de la pompe MHD annulaire à induction une étude d'optimisation a été faite. Pour cela, on a choisi la méthode stochastique du recuit simulé qui a permis de calculer le poids et les dimensions optimales de la pompe MHD.

PERSPECTIVES

Pour la continuité de ce travail, de nombreuses perspectives apparaissent. Nous espérons poursuivre cette étude par:

- l'utilisation d'autres techniques d'optimisation telles que la méthode des algorithmes génétiques, méthode tabou et les méthodes hybrides permet d'améliorer davantage les performances de la pompe MHD ;
- Modélisation numérique en 3D ;
- Etude expérimentale d'un prototype.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] L. Leboucher, P. Marty, A. Alemany, « An Inverse Method In Electromagnetism Applied To The Optimization Of Inductors», IEEE transactions on magnetics, vol. 28, No. 5, September 1992.
- [2] L. Leboucher, « Optimisation Des Convertisseurs MHD à Induction : Problème Inverse En Electromagnétisme », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique De Grenoble, Grenoble, France, 1992.
- [3] R. Berton, « Magnétodynamique », Editions Masson, Paris, 1991.
- [4] N. Ben Salah, «A Finite Element Method for the Fully-Coupled Magnetohydrodynamics», Concordia University Montreal, Quebec, Canada, 1999
- [5] M. Tawk, «Etude et réalisation d'un système de refroidissement pour l'électronique de puissance basé sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique » Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011.
- [6] F. Z. Kadid, « Contribution à l'étude des convertisseurs MHD à induction », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2004.
- [7] N. Bennecib, « Contribution à l'étude d'une machine MHD à conduction en vue de son exploitation sur un réseau électrique », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2011.
- [8] C.A. Borghi, A. Cristofolini, and M. Fabbri, «Optimal design of a liquid metal Induction Pump», Department of Electrical Engineering, University of Bologna, Viale Risorgimento 2, I-40136 Bologna, Italy, 1997.
- [9] B. Zappoli, « La Magnétohydrodynamique, L'état de l'art premières expériences probatoires d'application propulsive », Centre National D'études Spatiales Toulouse, 1981.
- [10] D. Convert, « Propulsion Magnétohydrodynamique en eau de mer », Thèse de Doctorat, Institut de mécanique, Université Joseph Fourier Grenoble, 1995.
- [11] N. Bergoug, « Etude de l'influence des matériaux ferromagnétiques sur les Performances d'une machine MHD par la modélisation numérique 2D », Thèse de Magister, Université de Batna, 2006.
- [12] V. Chernyshev, « Coopération internationale dans le domaine de la production MHD d'énergie électrique », Aiea Bulletin- vol. 20, No. 1.

- [13] R. Goffaux, « Les générateurs magnétohydrodynamiques », CDU 538.3 : 621.311.29, Acec- Revue N°4 -1965.
- [14] M. Takeda, Y. Okuji, T. Akazawa, X. Liu, and T. Kiyoshi, «Fundamental Studies of Helical Type Seawater MHD Generation System», IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 15, N° 2, June 2005.
- [15] A. Alemany and A. Krauze, «Générateur thermo acoustique MHD pour la production directe d'électricité », Société Française de Thermique et Société Française d'Acoustique, Paris 2010.
- [16] T. Christophe, « Modélisation numérique du couplage Magnétohydrodynamique (MHD) fort. Application à la propulsion MHD navale », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1995.
- [17] B. Saadi, « Contrôle électromagnétique des transferts de masse aux interfaces liquide/liquide », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.
- [18] W.A. Rice, U.S. patent 2997013, August 12, 1961.
- [19] J.B. Friauf, « Electromagnetic ship propulsion », J. of Amer. Soc. of Naval, Feb 1960, PP 139-142
- [20] O.M. Phillips, «The prospects for magneto hydrodynamic ship propulsion », J. of Ship Research, March.1962, PP 43-51
- [21] Technologie, « Les applications industrielles de la MHD », Novembre-Décembre 1994, Fusion N°53.
- [22] M. Freeman et G. Rivière, « MHD une technologie du future mise au placard », 1ère partie de la technologie, Fusion N°52.
- [23] J.C. Sabonnadiere, J.L. Coulomb, « CAO En Electrotechnique », Hermes Publishing, 1985, 51 rue Rennequin, Paris.
- [24] J.P. Faroux and J. RENAULT, « Cours de l'électromagnétique», 1998 Dunode Paris.
- [25] H. Gie, J.P. Sarmant, « Electromagnétisme 2 », Lavoisier Paris 1982.
- [26] J. Sabonadière, J.L Coulomb, « Calcul des champs electromagnétiques », Techniques de l'ingénieur, D 3020, 1987.
- [27] R. Abdessemed, M.S. Aggoune et F.Z. Kadid, « Magnétisme Cours et Exercices Corrigés », Presses de l'université de Batna, 1998.

- [28] Mokrani Lakhdar, « Contribution à la CAO optimisée des machines électriques, application au moteur linéaire à induction », thèse de doctorat, université de Batna 2005.
- [29] N. Ekhlef, « Modélisation numérique d'une installation convertisseur –plasma d'induction en vue d'une commande optimale », thèse de doctorat, université de Batna 2010.
- [30] A. Lefevre, « Contribution à la modélisation électrique, Electromagnétique et thermique des transformateurs, Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires », Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 2006.
- [31] C. Boulbe, « Contribution à la résolution des équations de la magnétohydrodynamique et de la magnéto-statique », Thèse de Doctorat, l'université de Pau et des pays de l'Adour, 2007.
- [32] P. Triwong, « Modélisation numérique 3D des phénomènes couplés dans les procédés d'élaboration par induction : couplage faible et couplage fort », Thèse de Doctorat, Institut Polytechnique de Grenoble, 2008.
- [33] F. Rapetti, « Approximation des équations de la magnétodynamique En domaine tournant Par la méthode des éléments avec joints », thèse de doctorat, l'université de Paris 6, 2000.
- [34] T. Alboussière, « Fundamentals of MHD », LGIT, Université de Grenoble, France, 30 July - 23 August 2007 week 1 and week 4
- [35] P. L. Quéré et B. Podvin, « Méthodes numériques pour les écoulements incompressibles », Température dans une cavité circulaire différentiellement chauffée, Année 2010.
- [36] M. Bourgoïn, « Etudes en Magnétohydrodynamique, Application à effet dynamo », thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Lyon, 2003.
- [37] A. Shahidian and M. Ghassemi, « Effect of Magnetic Flux Density and Other Properties on Temperature and Velocity Distribution in Magnetohydrodynamic (MHD) Pump», IEEE Transactions on Magnetics, Vol.45, NO.1, JANUARY 2009
- [38] Z. Peng, Z. Chuncheng, Z. Deyi, C. Hongli and L. Yan, «Numerical Simulation on Electroosmotic Flow in a Rectangular Microchannel», IEEE.2005 6th International Conference on Electronic Packaging Technology
- [39] K. Seo and G. S. Park, «A Research on the Pumping Forces in the Magnetic Fluid Linear Pump », IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, NO. 5, MAY 2005.

- [40] S. K. Krezeminski, A. Cala and M. Smialek, «Numerical simulation of 2D MHD flows Ψ - ξ -A method», IEEE Transactions on Magnetics, vol.32, N0.3, pp.990-993, 1996.
- [41] F. Z. Kadid, « Contribution à l'étude des convertisseurs MHD à induction », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2004.
- [42] N. Bergoug, F. Z. Kadid and R. Abdessemed, «2D Numerical Coupled Maxwell's and Navier Stokes Equations in an Annular Induction Magnetohydrodynamic (MHD) pump», Septième Conférence Sur Le Génie Electrique, EMP, ALGERIE, 12-13 Avril, 2011.
- [43] F. Doumenc, «Eléments de thermodynamique et thermique», Université Pierre et Marie Curie Licence de Mécanique - L2, Année 2009/2010, Version 1.2.
- [44] Y. Safa, «Simulation numérique des phénomènes thermiques et magnétohydrodynamiques dans une cellule de hall-Héroult», thèse de doctorat, école polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne, EPFL 2005.
- [45] E. Amzallag, J. Cipriani, J. ben Aïm and N. Piccioli, «La Physique En Fac, Électrostatique et Électrocinétique, Cours et exercices corrigés », 2eme Édition.
- [46] N. Piskounov, «Calcul Différentiel Et Intégral », Tome 1, Edition MIR, Moscou, 1980.
- [47] C.W. Trowbridge, « An Introduction to computer Aided Electromagnetic Analysis », D'Arcy's Field Frilford Oxford shire May 14, 1990
- [48] T. Zhou, Y. Du, J. Han and W. Xu, «Performance analysis of a linear induction motor based on the finite element method», Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices Chengdu, China, September 25-27, 2009.
- [49] E. Goncalvès, « Méthodes, Analyse et Calculs Numériques», Institut Polytechnique de Grenoble, 2005
- [50] S.V. Patankar, «Numerical heat transfer and fluid flow», Hemisphere Pub., 1980.
- [51] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, « An introduction to Computational Fluid dynamics », the finite Volume Method, second edition.
- [52] F. Shakeri and M. Dehghan, « A finite volume spectral element method for solving magnetohydrodynamic (MHD) equations», applied numerical mathematics 61 (2011) 1-23.

- [53] G. Legendre, «Méthodes numériques Introduction à l'analyse numérique et au calcul scientifique», Dauphine Université Paris DU MI2E deuxième année, cours 2009/2010.
- [54] M. Ghassemi, H. Rezaeinezhad and A. Shahidian, «Analytical Analysis of Flow in a Magnetohydrodynamic Pump (MHD) », IEEE Conference, Speedam 2008- ISCHIA (ITALY).
- [55] C. A. Borghi, A. Cristofolini and G. Minak, «Numerical Methods for the Solution of the Electrodynamics in Magnetohydrodynamic Flows», IEEE transactions on magnetic, vol. 32, no 3, may 1996.
- [56] J.M. Dedulle, V. Poulbot, J. Morandini, « Modélisation 3d de problèmes couplés magnétothermiques par la méthode des éléments finis application au traitement thermique par induction », DT2I 8 chemin des prèles - Zirst 38240 Meylan – France.
- [57] R. Vazquez, E. Schuster and M. Krstic, «A Closed-Form Observer for the 3D Induction less MHD and Navier-Stokes Channel Flow», Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control Manchester Grand Hyatt Hotel San Diego, CA, USA, December 13-15, 2006.
- [58] C. E. Kim, M. H. Jeon, P. S. Shin and Q.H. L, «The Analysis of Flow Characteristics of Molten Metal Coupling Electromagnetic with Navier-Stokes Equation», 978-1-4244-7062©2010 IEEE
- [59] N. Takorabet, « Computation of Force Density inside the Channel of an Electromagnetic Pump by Hermit Projection », IEEE transactions on magnetics, vol. 42, no. 3, march 2006.
- [60] D. Deás , P. Kuo, Peng, N. Sadowski, A. M. Oliveira, J. L. Roel, and J. P. A. Bastos, « 2-D FEM Modeling of the Tubular Linear Induction Motor Taking Into Account the Movement », IEEE transactions on magnetics, vol. 38, no. 2, march 2002.
- [61] J. Xu, Z. Yao et V. Rajagopalan, « Modalisation et Simulation Couplée Magnétothermique du Processus de Chauffage par Induction », 0-7803-43 14-X/98/1998 IEEE.
- [62] D. Hectors, K. V. Reusel and J. Driesen, «Validation of Electromagnetic-Thermal Coupled Modelling of Levitation Melting», Department of Electrical Engineering, K.U. Leuven – ESAT-ELECTA Kasteel park Arenberg 10, B-3001 Leuven, Belgium

- [63] C. A. Borghi, A. Cristofolini and M. Fabbri, «Study of the Design Model of a liquid Metal Induction Pump», IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 34, No. 5, pp.2956-2959, September 1998.
- [64] F. Z. Kadid, R. Abdessemed, S. Drid, «Study of the Fluid Flow in a MHD Pump by Coupling Finite Element- Finite Volume Computation», Journal of electrical engineering, Vol. 55, No.11-12, pp.301-305, 2004.
- [65] A. Affanni, G. Chiorboli , «Numerical Modeling and Experimental Study of an AC Magnetohydrodynamic (MHD) Micro pump», IMTC-Instrumentation and Measurement Technology, Conference Sorrento, Italy, IEEE, pp.2249-2253, 24-27, April 2006.
- [66] N. Bergoug, F.Z. Kadid, and R. Abdessemed, «The Influence of the Ferromagnetic Materials on the Performances of an Annular Induction Magnetohydrodynamic (MHD) Pump», International Conference on Electrical Engineering Design and Technologies ICEEDT'07, November 4-6, 2007, Hammamet, Tunisia.
- [67] K. N. Charef, « Etude numérique des écoulements dans les microcanaux », thèse de Magister, université de Batna, 2010.
- [68] Projet numériques, «Introduction to Using ANSYS FLUENT in ANSYS Workbench: Fluid Flow and Heat Transfer in a Mixing Elbow», Release 12.1, ANSYS, Inc. September 10, 2009.
- [69] Srikrishna C. Srinivasa, «CFD Modeling and Analysis of an Arc-jet facility using ANSYS Fluent», San José State University, MAY 2012.
- [70] M. C. Costa, J.L. Coulomb, Y. Marechal and S.I. Nabeta, «An Adaptive Approximation Method for the Acceleration of Optimization Process», 6th International Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism', OIPE 2000, Torino, Sep. 25-27, 2000.
- [71] Bruno sareni, «Méthodes d'optimisation multimodales associées à la modélisation numérique en électromagnétisme», thèse de doctorat, l'école doctorale électronique, électrotechnique, automatique de Lyon, 1999.
- [72] M. Zeriab ES-SADEK, «Contribution à l'optimisation globale. Approche déterministe et stochastique et application», Thèse en cotutelle, Université Mohammed V – Agdal, 2009.

- [73] S. N'tshuika, «Optimisation de Gammes: Application à la Conception des Machines Synchrones à Concentration de Flux », thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011.
- [74] O. Hajji, « Contribution au développement de méthode d'optimisation Stochastiques. Application à la conception des dispositifs électrotechniques », Ecole central de Lille université des sciences et technologies de Lille, 2003.
- [75] É. D. Taillard, « Recherches Itératives Dirigées Parallèles », thèse de doctorat, l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1993.
- [76] K. Nguyen duc, « Contribution à l'étude des problèmes de ré ordonnancement en cas de perturbation dans un système de transport de voyageurs dans une ville », thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [77] M. Souier, A. Hassam, Z. Sari, «Metaheuristiques pour la manipulation de routages alternatifs en temps réel dans un FMS », International Conference On Industrial Engineering and Manufacturing ICIEM'10, May, 9-10, 2010, Batna, Algeria
- [78] J. Antônio de Vasconcelos, « Optimisation de forme des structures électromagnétiques », Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1994.
- [79] L. Shu, Y. Ho and S.J. Ho, «A Novel Orthogonal Simulated Annealing Algorithm for Optimization of Electromagnetic Problems», IEEE transactions on magnetics, vol.40, No. 4, July 2004, pp. 1791-1795.
- [80] P. Alotto, C. Eranda, B. Brandstatter, G.Furntratt, C. Magele, G. Molinari, «Stochastic Algorithm in Electromagnetic Optimization», IEEE transactions on magnetics., vol.34, No. 5, Sep. 1998, pp. 3674-3683.
- [81] K. Bryan, P. Cunningham and N. Bolshakova, «Application of Simulated Annealing to the Biclustering of Gene Expression Data», IEEE transactions on magnetics. On Information Technology in Biomedicine, vol.10, No.3, July 2006, pp.519-524
- [82] P. Siarry, G. Berthiau, F. Durbin and J. Haussy, «Enhanced Simulated Annealing for Globally Minimizing Functions of Many-Continuous Variables», Ecole Centrale de Paris, C.E.A. ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 23
- [83] N. Takahashi, K. Ebihara, K. Yoshida and T. Nakata, «Investigation of Simulated Annealing Method and Its Application to Optimal Design of Die Mold for Orientation of Ma Powder», IEEE transactions on magnetics., vol. 32, No 3, May 1996, pp. 1210-1213.

ANNEXES

ANNEXE 1
INTERPOLATION DE B (H) PAR LA METHODE
DES MOINDRES CARRES

Dans le domaine de l'analyse numérique des données, on a souvent besoin d'établir un modèle mathématique liant plusieurs séries de données expérimentales. L'interpolation polynomiale consiste à approcher la courbe liant les deux séries de mesures par un polynôme. Les coefficients optimaux de ce polynôme sont ceux qui minimisent la variance de l'erreur d'interpolation. Ce principe est connu sous le nom de la méthode des moindres carrés. La fonction '*polyfit*' retourne le polynôme **P** de degré **n** permettant d'approcher la courbe **y=f(x)** au sens des moindres carrés.

La caractéristique expérimentale **B(H)** est donnée sous forme tableau précédent de N paires de points (**H_i**, **B_i**). La courbe **B(H)** utilisé dans cette partie est la suivante :

H [A/m]	120	270	320	380	480	940	3000	6100	8600
B [Tesla]	0.5	1	1.1	1.2	1.3	1.5	1.67	1.76	1.81

Tableau : La courbe B(H) utilisé

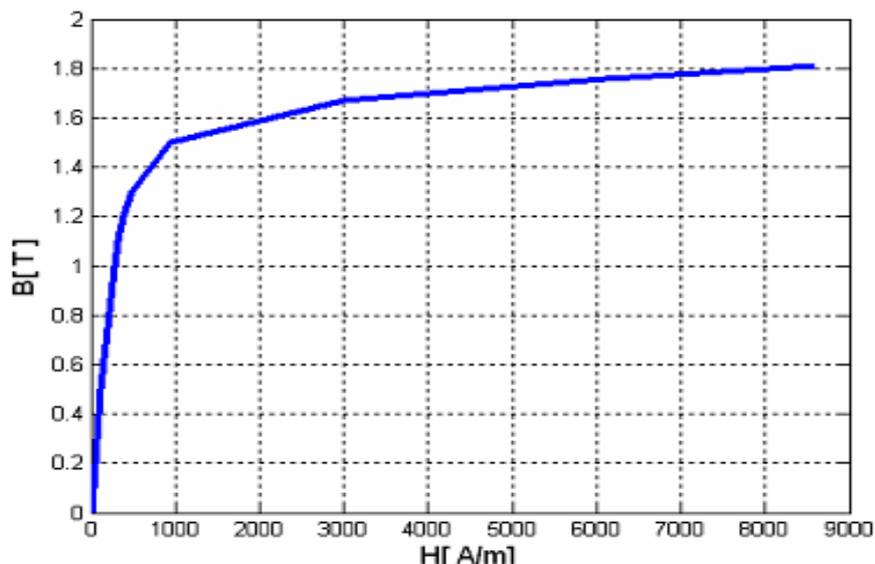


Fig.A.1 Courbe B(H)

Pour déterminer le polynôme d'interpolation d'ordre N :

$$P = \text{polyfit}(H, B, \text{length}(H) - 1)$$

Les N points (Hi, Bi) pour (i=1, N) sont les valeurs expérimentales.

Pour cette erreur, pour un n donné il faut que:

$$\text{Erreur} = B - V_p$$

Avec :

$$V_p = \text{polyval}(P, H)$$

On fait varier judicieusement n, et on reprend le calcul de différents coefficients, jusqu'à ce que la courbe obtenue passe approximativement par les N points expérimentaux.

Et on a alors :

$$\text{Mu} = a + bB^{n-1}$$

ANNEXE 2

RESOLUTION DES SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES PAR LA METHODE DE GAUSS-SEIDEL

Enoncé Du Problème

Soit à résoudre un système linéaire de n équations à n inconnues $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

Où $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $1 \leq i, j \leq n$ est une matrice $n \times n$ et \mathbf{x} et \mathbf{b} sont des vecteurs colonnes de dimension n .

La résolution d'un système linéaire, si elle est possible, revient à l'inversion de la matrice \mathbf{A} :

$$(\det \mathbf{A} \neq 0) \text{ c'est-à-dire } \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$$

1. Méthodes Itératives

Une méthode itérative pour résoudre un système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ consiste à utiliser une approximation $\mathbf{x}^{(0)}$ pour construire une suite de vecteurs $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$, ... qui converge vers la solution \mathbf{x} .

Dans la pratique, les méthodes itératives sont rarement utilisées pour résoudre les systèmes linéaires de petites dimensions car, dans ce cas, elles sont généralement plus coûteuses que les méthodes directes. Toutefois, ces méthodes s'avèrent efficaces (en termes de coût) dans les cas où le système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ est de grande dimension et contient un grand nombre de coefficients nuls. (On dit alors que la matrice \mathbf{A} est creuse).

1.1 Méthode De Gauss-Seidel

On reprend le calcul comme précédemment. Pour le système précédent par exemple, on choisit un ensemble de valeurs x_1^0, x_2^0, x_3^0 .

On porte x_2^0 et x_3^0 dans la 1ère équation et on obtient :

$$x_1^1 = \frac{y_1 - (a_{12}x_2^0 + a_{13}x_3^0)}{a_{11}}$$

C'est cette nouvelle valeur de x_1 , et non pas x_1^0 , qui est portée dans la 2ème équation du système, donnant :

$$x_2^1 = \frac{y_2 - (a_{21}x_1^1 + a_{23}x_3^0)}{a_{22}}$$

De même dans la 3ème équation, on porte x_1^1 et x_2^1 , et non x_1^0 et x_2^0 , et on obtient :

$$x_3^1 = \frac{y_3 - (a_{31}x_1^1 + a_{32}x_2^1)}{a_{33}}$$

Lorsqu'une inconnue est utilisée, c'est automatiquement la plus récente valeur calculée. Ceci assure une convergence des calculs bien plus rapide que la méthode de Jacobi.

On arrête les calculs lorsque les valeurs successives de x_j sont suffisamment voisines.

Pour cela, on peut utiliser, le critère de Convergence absolue : $|x_j^{k+1} - x_j^k| \leq \epsilon$

1.2 Méthodes Directes

Ces méthodes donnent directement la solution exacte aux erreurs d'arrondi près, elles aboutissent à la solution en un nombre fini d'opérations.

1.2.1 Opérations Élémentaires

Les opérations élémentaires sur les matrices et les déterminants sont les suivantes :

- multiplication d'une ligne par un nombre non nul : $l_i \leftrightarrow s \cdot l_i$ où 's' est un scalaire ;
- ajout d'une ligne à une autre : $l_i \leftrightarrow l_i + s \cdot l_j$;
- permutation de deux lignes : $l_i \leftrightarrow l_j$.

1.2.2 Méthode De La Matrice Inverse

Les matrices qui correspondent à des opérations élémentaires sont toutes inversibles. Cela permet de calculer l'inverse d'une matrice en ne faisant que les opérations élémentaires définies ci-dessus.

Pour résoudre un système linéaire $Ax=y$:

1. on applique n fois l'algorithme d'échange au système de n équations à n inconnues pour trouver la matrice inverse.

Algorithme d'échange

Il consiste à échanger les x_i et les y_i et donc faire passer les x_i au second membre et les y_i au premier membre du système.

- a. Prendre un pivot (en général, le coefficient a_{ij} le plus grand en valeur absolue. Cela pour réduire les erreurs d'arrondi).
- b. Echanger le x_i et y_j correspondant à la colonne et à la ligne du pivot. Pour cela :
 - le pivot est remplacé par son inverse

- les autres éléments de la ligne du pivot sont changés de signe et divisés par le pivot
- les autres éléments de la colonne du pivot sont divisés par le pivot
- les autres éléments sont remplacés par (élément*pivot – produit des éléments croisés) / pivot.

2. On calcule les x_i en utilisant l'équation suivante :

$x_i = \sum_{k=1}^n C_{ik} y_k$ Où C_{ik} sont les coefficients de la matrice inverse remis dans le bon ordre.

2.3 Méthode De Gauss

Pour triangulariser (avoir tous des 0 en-dessous de la diagonale ou tous des 0 au-dessus de la diagonale) le système $Ax = y$, on utilise les opérations élémentaires.

Si A est une matrice $n*n$, il y a $n-1$ étapes pour la triangularisation du système :

Étape 1 :

Considérer le terme a_{11} de la première ligne (ce terme est appelé pivot, s'il est nul voir, la soustraire aux $n-1$ restantes autant de fois que nécessaire (c'est-à-dire en la multipliant par a_{i1}/a_{11}) de façon que les a_{i1} "disparaissent", et ce pour i de 2 à n . Le système obtenu est équivalent au précédent.

Étape 2 :

Recommencer avec la sous-matrice $(n-1)*(n-1)$ et le pivot a_{22}

Étape k :

Recommencer avec la sous-matrice $(n-k+1)*(n-k+1)$ et le pivot a_{kk}

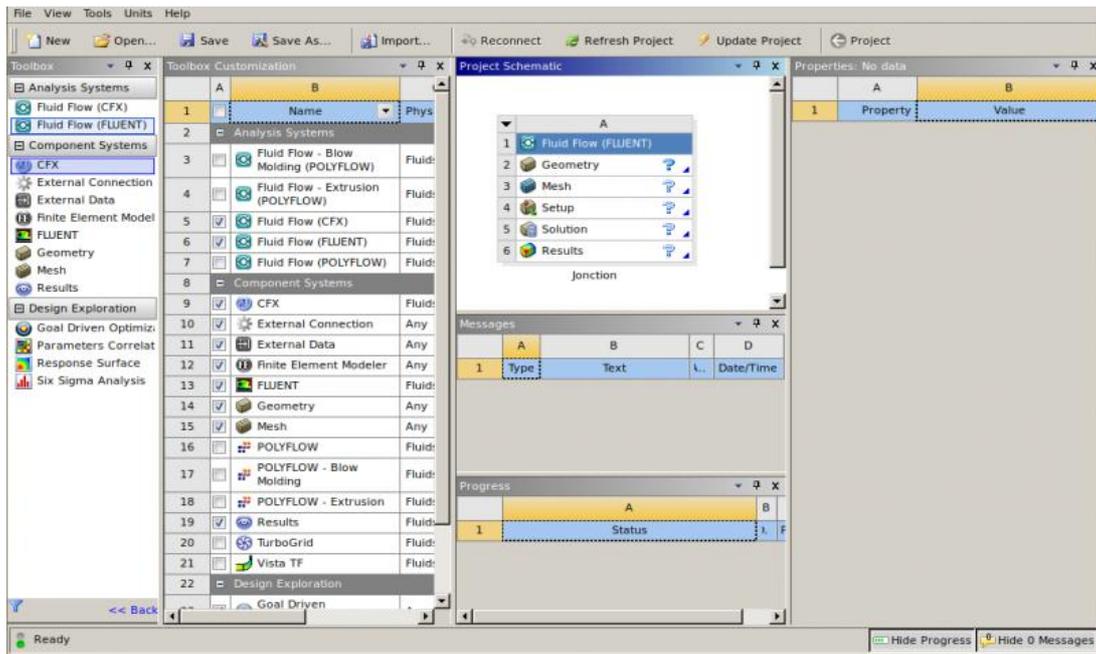
...

Jusqu'à $n-1$.

ANNEXE 3

Workbench (ANSYS-Fluent)

Commencer par démarrer le *Workbench*. Un nouveau projet s'ouvre automatiquement. Choisissez dans *Toolbox* => *Analysis System* => *Mécanique de fluide (Fluent)* (en haut à gauche), cliquez-glissez jusqu'à dans l'espace de travail.



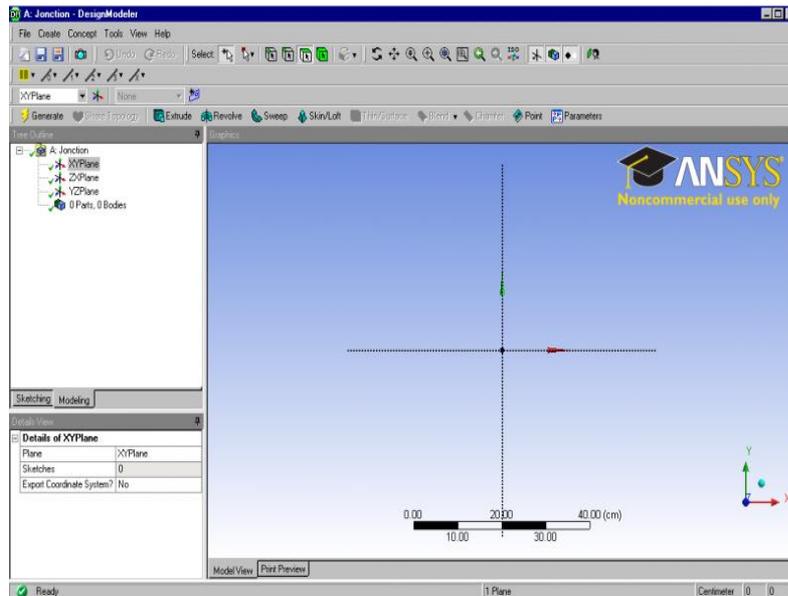
➤ La géométrie

Tout d'abord, le logiciel demande de choisir l'unité caractéristique du système, dans ce cas il s'agit du centimètre.

Pour créer une géométrie, il faut :

- commencer par tracer l'esquisse (juste les formes),
- préciser les côtes,
- transformer le dessin en *edge* (bord de la géométrie pour le maillage),
- préciser les zones et leur nature (fluide ou solide).

Pour cela il faut choisir le plan dans lequel on travaille ; ici ce sera le plan XY ; pour le sélectionner, cliquer sur *XY Plane* dans *Tree Outline* (au milieu de la colonne de gauche). Le repère apparaît. Pour le mettre perpendiculaire à un plan, il faut cliquer sur  le plan en question et sur dans la barre d'outils. Vous devez obtenir cela:



On va maintenant s'attaquer au problème proprement dit, la géométrie elle-même. Pour passer en mode dessin, cliquer sur *Esquisse* dans *Tree Outline* (avec le plan qui vous intéresse toujours sélectionné). Un menu proposant différentes forme géométriques apparaît. On va commencer avec les lignes, tracer la géométrie.

➤ Précisons les côtes

Pour préciser les côtes, on ouvre le menu coter. Pour préciser la distance d'un point à un axe, on utilisera *Horizontal* ou *Vertical* selon le cas.

La définition de la surface se fait dans le menu *Concept* (tout en haut au milieu). On peut simplement utiliser *Surface frome esquisse*, sélectionner l'esquisse (pensez à appuyer sur *Apply* dans la fenêtre de sélection) et appuyer sur *Générer*. Pour préciser que la surface est du fluide (le solide étant l'option par défaut), cliquer sur le *corps surfaciques* et préciser sa nature dans la fenêtre *Details View* (en bas à gauche). On peut passer à l'étape suivante, le maillage.

➤ Le maillage

Pour créer le maillage, on lance *Mesher* en double cliquant sur *Maillage* dans la boîte *Workbench*. Une fois lancé, la première chose qu'il demande est la méthode de maillage. Ici, vu qu'on va donner des spécifications, la méthode *Automatique* ira très bien. Commencer par nommer les régions qui auront un intérêt particulier :

1. Intel
2. Outlet
3. Symmetry

Cliquer sur le maillage et appuyer sur *Générer*. Il faut préciser si le maillage est triangulaire, quadrilatère ou mixte (hybrides). Cliquer sur *Activé* (proximité et courbure) pour générer un maillage quadrilatère et appuyer sur *mettre à jour*. On peut passer à l'étape suivante, le *Fluent*.

➤ **Fluent**

Lorsqu'on lance *fluent* dans le *WorkBench*, la géométrie maillée est importée; puis il faut préciser les conditions aux limites. *Fluent* peut modéliser les phénomènes suivantes :

- Ecoulement dans les géométries 2D ou 3D en utilisant des maillages adaptatifs non structurés.
- Ecoulement incompressible ou compressible ;
- Analyse stationnaire ou instationnaire ;
- Ecoulement non-visqueux, laminaire ou turbulent ;
- Ecoulement Newtonien ou non Newtonien ;
- Transfert de chaleur par convection, naturelle ou forcé ;
- Transfert de chaleur couplé conduction/convection ;
- Transfert de chaleur par rayonnement ;
- Repère de référence inertielle (stationnaire) ou non inertielle (en rotation) ;
- Ecoulement à travers les matériaux poreux ;
- Ecoulement à surface libre avec surface complexe ;
- Sources volumiques arbitraires de chaleur, masse, quantité de mouvement, turbulence et espèces chimiques ;
- Modèle pour turbine 1D/échangeur de chaleur ;
- Calculs de trajectoires Lagrangiennes pour une phase dispersée de particules/gouttes/boules, incluant le couplage avec la phase continue.

➤ **Résultats Dans ANSYS CFD-Post.**

- a) Lancer ANSYS CFD-Post.

Dans le Schéma ANSYS Workbench projet, double-cliquez sur la cellule Résultats dans le fluide coude analyse des flux système. Ceci affiche l'ANSYS CFD-Post

application. On peut également cliquer-droit sur la cellule Résultats pour afficher le contexte menu dans lequel on peut sélectionner l'option Modifier.

Ceci affiche l'ANSYS CFD-Post application avec la géométrie du coude déjà chargé (affiché outline mode). Notez que les résultats ANSYS FLUENT (par exemple, case and data files) sont automatiquement chargés dans ANSYS CFD-Post.

b) Réorienter l'affichage

Cliquez sur l'axe Z sur la triade axe dans le coin inférieur droit de l'affichage graphique pour orienter l'écran de telle sorte que le point de vue est de l'avant de la géométrie.

c) Afficher les contours remplis de grandeur de vitesse sur le plan symétrie

1. Insérez un objet contour.

Insert →Contour

Cela affiche la boîte de dialogue Insérer un contour.

2. Conservez le nom par défaut du contour (Contour 1) et cliquez sur OK pour fermer la boîte de dialogue.
3. Dans l'onglet Géométrie, choisi liquide dans la liste Domaines.
4. Sélectionnez la symétrie dans la liste des Emplacements.
5. Sélectionnez dans la liste Vitesse variable.
6. Cliquez sur Appliquer.

d) Afficher les contours remplis de la température sur le plan symétrie

1. Insérez un objet contour.

Insert →Contour

Cela affiche la boîte de dialogue Insérer un contour.

2. Conservez le nom par défaut du contour (Contour 1) et cliquez sur OK pour fermer la boîte de dialogue.
3. Dans l'onglet Géométrie, choisi liquide dans la liste Domaines.
4. Sélectionnez la symétrie dans la liste des Emplacements.
5. Sélectionnez dans la liste Température variable.
6. Cliquez sur Appliquer.

Fermez l'ANSYS CFD-Post.

ANNEXE 4

L'OPTIMISATION DES FONCTIONS MATHÉMATIQUES

FONCTIONS MATHÉMATIQUES

a) Fonction polynomiale

Cette fonction est caractérisée par l'existence d'un seul optimum global et plusieurs optima locaux. Elle est définie de la façon suivante:

$$\begin{cases} f(x, y) = 0.01((x + 0.5)^4 - 30x^2 - 20x + (y + 0.5)^4 - 30y^2 - 20y) \\ -7 \leq x \leq 6 \\ -7 \leq y \leq 6 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

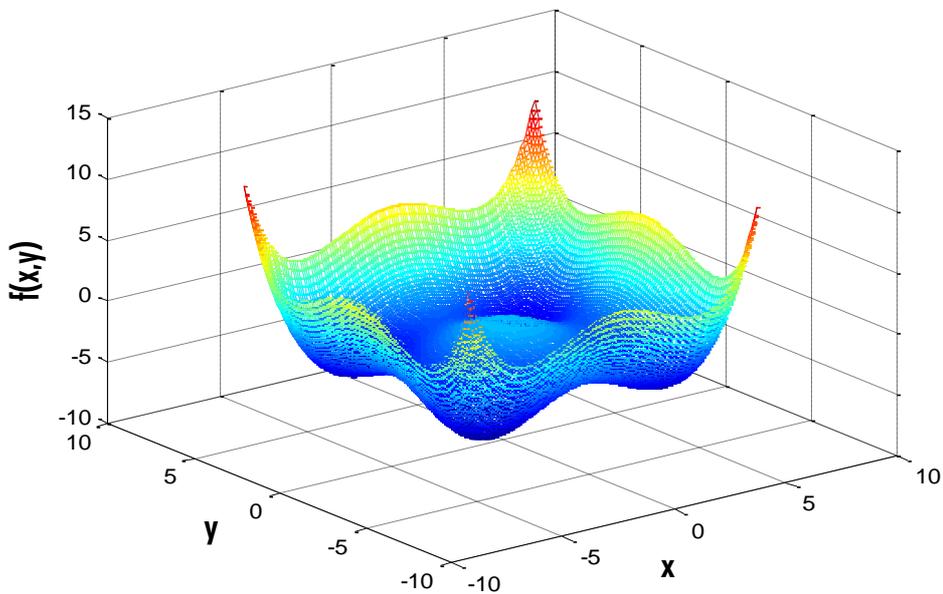


Fig.1 : Fonction polynomiale à deux paramètres

b) Fonction sinusoïdale

Cette fonction varie peu dans la direction x sur une région du domaine alors qu'elle présente une forte oscillation sur d'autres régions. Elle a pour expression :

$$\begin{cases} f(x, y) = (x * \sin(x^2) + y^2 + 4) \\ -3 \leq x \leq 0 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

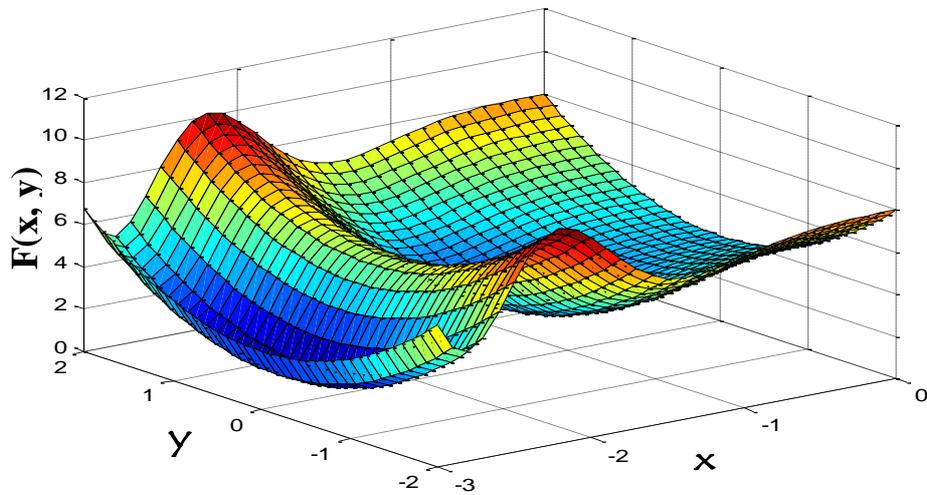


Fig.2 : Fonction sinusoïdale

c) Fonction Exponentielle

Cette fonction est définie dans l'intervalle $[-3,2]$. Elle est très plate pour des points éloignés du minimum, ce qui gêne la recherche du minimum par une méthode déterministe basée sur le calcul du gradient quand le point de départ se situe dans cette zone plate. Elle a pour expression :

$$\begin{cases} f(x, y) = x \cdot \exp(-x^2 - y^2) \\ -3 \leq x \leq 2 \\ -3 \leq y \leq 2 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

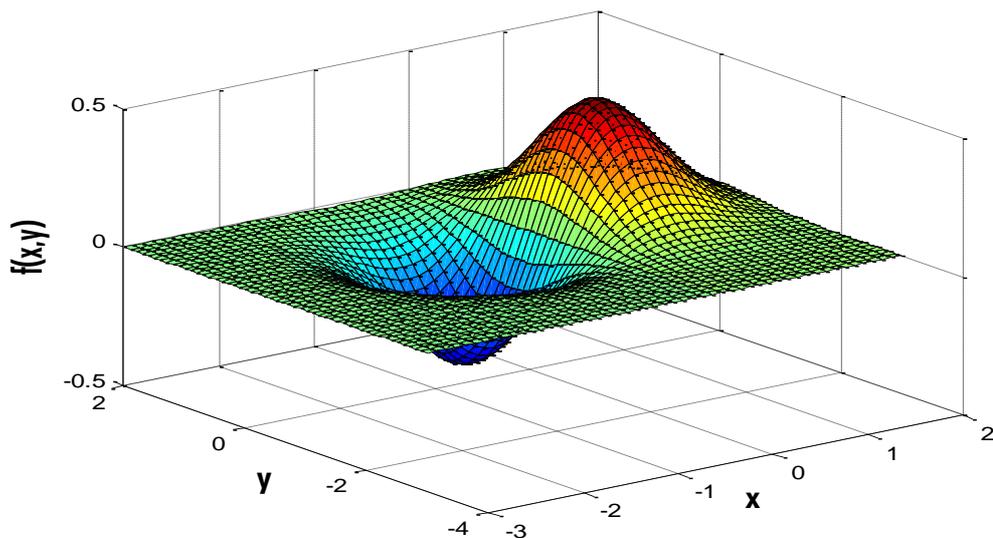


Fig.3 : Fonction Exponentielle

d) Fonction Rastrigin

L'intérêt est de tester les algorithmes stochastiques en utilisant une fonction multimodale. Cette fonction est définie dans l'intervalle $[-5,5]$ avec dix variables, ce qui donne 10^{10} minimas. Evidemment, on attend que cette fonction pose problème pour n'importe quelle méthode d'optimisation stochastique à cause du nombre très élevé de minimas. En réalité et pour des problèmes en électromagnétisme, on n'attend pas un nombre si élevé de minimas. Mais, comme les méthodes stochastiques sont réputées pour leur capacité à trouver le minimum global, cette fonction est sûrement un bon test. Elle a pour expression :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1, x_2) = 10.n + \sum_{i=1}^n (x_i - 2)^2 - 10 \cos(2\Pi(x_i - 2)) \\ -5 \leq x_1 \leq 5 \\ -5 \leq x_2 \leq 5 \end{array} \right. \quad (\text{A.4})$$

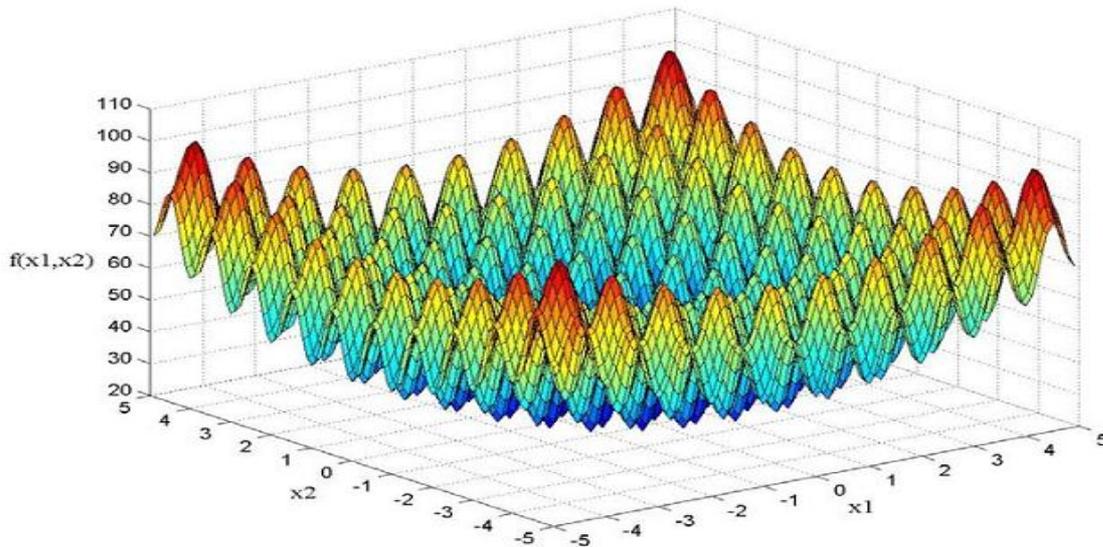


Fig.4 : Fonction de Rastrigin

e) Fonction sinus cardinal

Cette fonction est caractérisée par l'existence d'un seul optimum global et plusieurs optima locaux. L'optimum global est $X^* = (0,0)$ avec $f(X^*) = -1$. Elle est définie de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1, x_2) = -[\sin(\pi.x_1)/(\pi.x_1) + \sin(\pi.x_2)/(\pi.x_2)] \\ -3 \leq x_1 \leq 3 \\ -3 \leq x_2 \leq 3 \end{array} \right. \quad (\text{A.5})$$

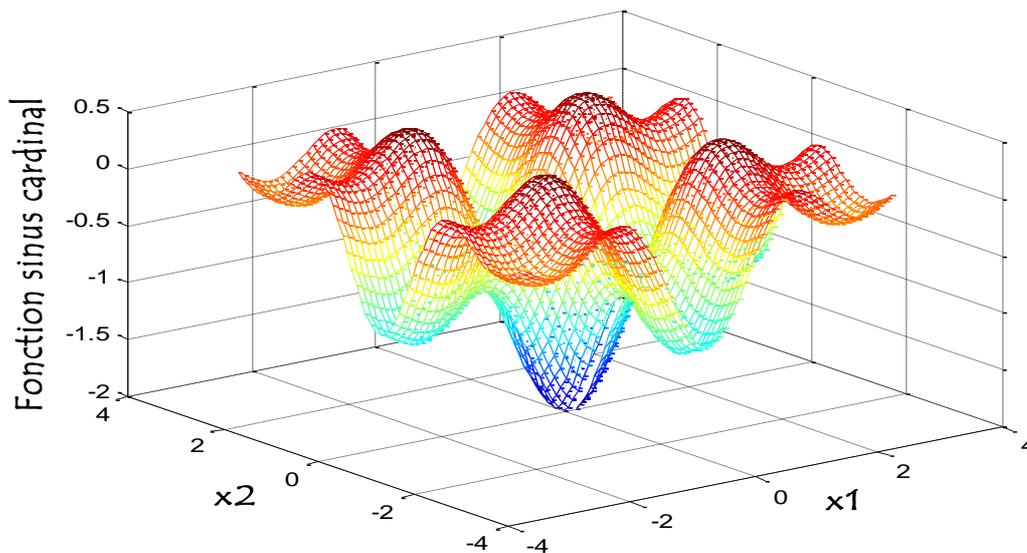


Fig.5: Fonction sinus cardinal

ANALYSE DE LA SENSIBILITE

L'analyse de sensibilité est une étape indispensable pour conditionner la qualité des résultats. Le grand nombre de paramètres des méthodes stochastiques ne doit pas faire oublier qu'il nous faut déterminer des valeurs pour ces paramètres. Par conséquent, le réglage des paramètres est fait pour chaque méthode stochastique sur les fonctions tests présentées précédemment. Aucune affirmation ne permet de conclure que nos choix sont les meilleurs et doivent être les mêmes pour tous les problèmes, mais ils donnent des bons résultats avec les fonctions présentées précédemment.

Résumé-

Ce travail de thèse présente une étude de l'écoulement du fluide incompressible en régime harmonique. L'utilisation des méthodes numériques (éléments finis, volumes finis) permet de représenter le couplage entre les équations qui régissent le système à étudier et qui sont les trois équations de base de la physique des milieux continus : équations de Maxwell, équations de Navier Stokes et l'équation de diffusion de la chaleur, en tenant compte du mouvement du fluide. Des résultats de simulation d'un code de calcul développé sous environnement MATLAB à base de la méthode des volumes finis en 2D, simulant la pompe en coordonnées cylindriques sont présentés et validés par ceux obtenus par le logiciel de calcul ANSYS-Fluent. Finalement, la pompe considérée est optimisée par la méthode stochastique (la méthode du recuit simulé).

Abstract-

This work presents a study of the incompressible fluid flow in harmonic mode. The use of numerical methods (finite elements, finite volumes) can represent the coupling between the equations governing the system under study and which are the three basic equations of continuum physics: Maxwell equations, Navier-Stokes equations and the equation of heat diffusion, taking into account the movement of the fluid. Simulation results of a calculation code developed under environment 'MATLAB' based on the 2D finite volume method, simulating induction MHD pump in cylindrical coordinate are presented. Finally, we will optimize an annular induction MHD pump using of stochastic method (simulated annealing method).

ملخص-

يتمثل عمل هذه الرسالة في دراسة تدفق السوائل غير توافقي في النظام المتناسق, يمكن استخدام الطرق العددية (عناصر منتهية, الاحجام المنتهية) تمثل اقران بين المعادلات التي تحكم النظام قيد الدراسة و التي هي المعادلات الاساسية الثلاثة للفيزياء المتواصل: معادلات Maxwell's , معادلات Navier Stokes و معادلات نشر الحرارة (diffusion de la chaleur), مع الاخذ بعين الاعتبار حركة السائل. النتائج المتحصل عليها وضعت تحت حساب MATLAB باستعمال طريقة الاحجام المنتهية 2D في تنسيق اسطواني قدمت و تما التصديق عليها من قبل ANSYS- Fluent .اخيرا, دراسة التحسين الامثل لمضخة الحث MHD باستخدام الطريقة العشوائية stochastique (طريقة recuit simulé).