REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université de batna Faculté de Technologie Département d'Electronique



Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister en Electronique

Option

Traitement du signal

Présenté par

KATEB Anwar

Thème

Analyse du signal micro-onde Acoustique via la transformée en ondelettes

Soutenu le : 06/06/2013.

Devant le jury :

Mr. Nabil BENOUDJIT U. Batna Président *Prof.* Mr. Djamel BENATIA U. Batna Rapporteur *Prof.* Mr. Tarek FORTAKI U. Batna Examinateur *Prof.* Mr. Malek BENSLAMA *Prof.* U. Constantine Examinateur

Année Universitaire : 2012/2013

Remerciements

Je Remercie le bon Dieu le tout puissant pour la santé, la volonté, le courage et la patience qu'il m'a donné durant ces années d'étude.

Je tiens à remercier **Pr. Djamel Benatia** pour son encadrement, sa compréhension, ses conseils, ses observations et ses encouragements le long de ce travail et surtout pour sa gentillesse.

J'adresse ma profonde reconnaissance au **Pr. Nabil Benoudjit**, professeur à l'Université de Batna, pour l'honneur qu'il ma fait en présidant le jury.

Je tiens à associer à ces remerciements, Monsieur **Malek Benslama**, professeur à l'Université de Constantine et Monsieur **Tarek Fortaki**, professeur à l'Université de Batna d'avoir accepté de participer dans ce jury et d'examiner ce travail.

Enfin, nous exprimons notre remerciement à tous ceux qui ont contribué de prés ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Dédicace

Je dédie ce travail:

- A mon père, à ma mère, pour leur tendresse, leurs conseils, leurs sacrifices, leur présence à mes cotés et leur soutien, auxquels je dois ce que je suis. Qu'ils trouvent ici l'expression de mon éternelle reconnaissance et de ma profonde affection.
- 🏶 A mes chères sœurs.
- A toute ma famille.
- A mes amies et mes collègues.
- A tous ceux qui m'aiment et ceux que j'aime.

Liste des figures

| Figure I.1 : Effets piézoélectriques pour un cylindre de céramique piézoélectrique polarisé | |
|---|----|
| suivant l'axe vertical : (a) effet direct et (b) effet inverse | 5 |
| Figure I.2 : Représentation schématique de l'apparition de la piézoélectricité | 6 |
| Figure I.3 : Dipôles électriques dans une céramique piézoélectrique : a) avant polarisation b) | |
| durant la phase de polarisation c) après polarisation | 7 |
| Figure I.4 : Organisation des 32 classes cristallines | 8 |
| Figure I.5 : Numérotation des directions en notation tensorielle condensée | 12 |
| Figure I.6 : Modes de vibration typiques associés à la forme d'un matériau piézoélectrique | 12 |
| Figure I.7 : Déformation d'un solide | 17 |
| Figure I.8 : Représentation d'un élément de surface soumis à une force $\mathbf{d}\vec{\mathbf{f}}$ | 20 |
| Figure I.9 : Contraintes mécaniques agissant sur les trois faces (avant) d'un élément cubique . | 21 |
| Figure I.10 : Principales déformations et contraintes | 24 |
| | |
| Figure II.1 : Propagation des ondes Rayleigh, ondulation de la surface | 28 |
| Figure II.2 : Polarisation elliptique dans le plan sagittal des ondes Rayleigh | 29 |
| Figure II.3 : 1)- transducteur interdigité. 2)- Lignes du champ près de la surface du solide | 30 |
| Figure II.4 : Excitation du matériau piézoélectrique (de Coupe Y-X) par un transducteur | |
| interdigité | 31 |
| Figure II.5 : Ondes de surface | 34 |
| Figure II.6 : Ondes de fuite | 34 |
| Figure II.7 : Ondes de volume | 34 |
| Figure II.8 : Ondes SSBW | 34 |

| Figure II.9 : (a) Partie réelle de α_1 (b) : Partie imaginaire de α_1 | 36 |
|---|----|
| Figure II.10 : (a) Partie réelle de α_2 (b) : Partie imaginaire de α_2 | 37 |
| Figure II.11 : (a) Partie réelle de α ₃ (b) : Partie imaginaire de α ₃ | 38 |
| Figure II.12 : (a) Partie réelle de α ₄ (b) : Partie imaginaire de α ₄ | 39 |
| Figure II.13 : Variation de déplacement en fonction de la profondeur de pénétration | 42 |
| Figure II.14 : Variation de champ électrique en fonction de la profondeur de pénétration | 42 |
| Figure II.15 : Variation des amplitudes de champ électrique et déplacement en fonction de la | a |
| profondeur de pénétration | 43 |
| Figure II.16 : Mode de surface de Rayleigh | 44 |
| Figure II.17 : Ondes de volume | 44 |
| Figure II.18 : Ondes de fuite | 45 |
| Figure II.19 : Variation de la permittivité en fonction de la vitesse acoustique | 46 |
| Figure II.20 : Variation du déterminant en fonction de la vitesse acoustique | 46 |
| Figure II.21 : Variation des coefficients d'atténuation α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , ε_s et Déterminant en | |
| fonction de la vitesse | 47 |
| Figure II.22 : Organigramme de calcul les amplitudes de l'onde acoustique | 48 |
| | |
| Figure III.1: La Transformée de Fourier | 51 |
| Figure III.2 : Transformée de Fourier à fenêtre glissante | 52 |
| Figure III.3 : La différence entre une onde sinusoïdale et une ondelette | 53 |
| Figure III.4 : La différence entre une analyse de Fourier et une analyse en ondelette | 54 |
| Figure III.5 : Le pavage de l'espace temps-fréquence pour la STFT et la WT | 54 |
| | |

| Figure III.6 : Illustration de la variation du facteur d'échelle (a) L'ondelette mère. (b) L'ondelette |
|--|
| pour $0 < a < 1$. (c) L'ondelette pour $a > 1$ |
| Figure III.7 : Représentation Temps échelle pour ondelettes |
| Figure III.8 : Ondelette de Littelewood-Paley et module de sa transformée de Fourier 59 |
| Figure III.9 : Ondelette de Meyer et le module de sa transformée de Fourier |
| Figure III.10 : Ondelette de Meyer et sa fonction d'échelle |
| Figure III.11 : Ondelette de Morlet et module de sa transformée de Fourier |
| Figure III.12 : Ondelette Chapeau Mexicain et module de sa transformée de Fourier |
| |
| Figure IV.1 : L'ondelette mère $\psi(x)$ |
| Figure IV.2 : Transformée de fourrier de L'ondelette mère $\psi(x)$ |
| Figure IV.3 : a) Pas de singularités apparentes ($f = 1 \text{ GHz}$, $a = 10^{-8}$), b) : Apparition des |
| singularités (f=1GHz, $a = 10^{-9}$) |
| Figure IV.4 : Apparition des singularités pour U_1 (f=1GHz, $a=10^{-9}$) |
| Figure IV.5 : Apparition des singularités pour U_2 (f=1GHz, $a=10^{-9}$) |
| Figure IV.6 : Apparition des singularités pour U_3 (f=1GHz, $a = 10^{-9}$)70 |
| Figure IV.7 : L'ondelette Morlet $\psi(x)$ |
| Figure IV.8 : Transformée en ondelette de Morlet ($f = 1 \text{ GHz}$, $a = 10^{-9}$) |
| Figure IV.9 : Contour de la Figure (IV.8) |
| Figure IV.10 : La Transformée en ondelette de Morlet ($f = 1$ GHz, $a = 10^{-9}$) |
| Figure IV.11 : Transformée en ondelette de Morlet ($f = 10 \text{ GHz}$, $a = 10^{-10}$) |
| Figure IV.12 : Contour de la Figure (IV.11) |

| Figure IV.13 : La Transformée en ondelette de Morlet ($f = 10 \text{ GHz}$, $a = 10^{-10}$) |
|---|
| Figure IV.14 : La transformation en ondelettes pour n=2 |
| Figure IV.15 : Contour de la Figure (IV.14) |
| Figure IV.16 : La Transformée en Ondelettes pour n=2 (Ordre de l'Echelle =10 ⁻¹⁰ , f=10 GHz) |
| |
| Figure IV.17 : La transformation en ondelettes pour n=4 |
| Figure IV.18 : Contour de la Figure (IV.17) |
| Figure IV.19 : La Transformée en Ondelettes pour n=4 (Ordre de l'Echelle =10 ⁻¹⁰ , f=10 GHz) |
| |
| Figure IV.20 : La transformation en ondelettes pour n=6 |
| Figure IV.21 : Contour de la Figure (IV.20) |
| Figure IV.22 : La Transformée en Ondelettes pour n=6 (Ordre de l'Echelle =10 ⁻¹⁰ , f=10 GHz) |
| 77 |
| Figure IV.23 : La transformation en ondelettes pour n=8 |
| Figure IV.24 : Contour de la Figure (IV.23) |
| Figure IV.25 : La Transformée en Ondelettes pour n=8 (Ordre de l'Echelle =10 ⁻¹⁰ , f=10 GHz) |
| |
| Figure IV.26 : La transformation en ondelettes pour n=10 |
| Figure IV.27 : Contour de la Figure (IV.26) |
| Figure IV.28 : La Transformée en Ondelettes pour n=10 (Ordre de l'Echelle =10-10, f=10 GHz) |
| |

Liste des tableaux

| Tableau I.1 : Constantes physiques de matériaux piézoélectriques | 9 |
|---|--------|
| Tableau I.2 : Equations piézoélectriques | 10 |
| Tableau I.3 : Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques | 11 |
| Tableau I.4 : Applications des matériaux piézoélectriques en fonction de l'effet utilisé | 13 |
| Tableau I.5 : Domaines d'applications des matériaux piézoélectriques | 14 |
| Tableau I.6 : Application des ultrasons en fonction de leur fréquence | 16 |
| Tableau IV.1 : Comparaison entre les seuils de détection des ondelettes de Morlet et les dé | rivées |
| successives de la Gaussienne | 80 |

SOMMAIRE

| INTRODUCTION GENERALE | 1 |
|---|----|
| I. Introduction | 1 |
| II. But du travail | 3 |
| III. Organisation du memoire | 3 |
| 1 ^{er} Chapitre | |
| Les micro-ondes Acoustiques dans les Matériaux piézoélectriques | _ |
| I.1 Définition | |
| I.2.1 Historique | |
| I.2.2 Définition | |
| I.2.3 Les matériaux piézoélectriques | |
| I.2.4 Les équations de la piézoélectricité | |
| I.2.5 Modes de vibrations des matériaux piézoélectriques | |
| I.2.6 Dispositifs piézoélectrique et leurs applications | |
| I.2.7 Les avantage des éléments piézoélectriques | |
| I.3 Description macroscopique | |
| I.3.1 Déplacement et déformation | |
| I.3.2 Force et contraintes | |
| I.3.3 Relations entre contraintes et déformations | 22 |
| I.4 Équations de propagation des micro-ondes acoustiques dans un milieu piézoélectrique | |

$2^{\underline{\grave{e}me}}\,Chapitre$

Modélisation des micro-ondes Acoustiques dans le Substrat piézoélectrique

| II.1 Propagation des ondes acoustique de surface | 28 |
|---|--------------|
| II.1.1 Ondes de Rayleigh | 28 |
| II.1.2 Autres modes | 29 |
| II.1.3 Génération et détection des ondes acoustique de surface | 29 |
| II.1.4 Principe de fonctionnement des IDTs | 30 |
| II.2 Forme générale de la solution de l'onde acoustique | 30 |
| II.3 Comportement des racines de l'équation séculaire | 32 |
| II.4 Application sur le LiNbO ₃ (Niobate de Lithium) coupe (Y-X) | 34 |
| II.4.1 Description du matériau LiNbO ₃ | 34 |
| II.4.2 Principales applications du LiNbO ₃ | 35 |
| II.4.3 Comportement des coefficients d'atténuation en fonction de la vitess | e acoustique |
| (Niobate de Lithium) | 35 |
| II.5 Application sur le LiNbO ₃ (Niobate de Lithium) coupe (Y-Z) | 40 |
| II.6 Identification des ondes de fuite de volume et SSBW | 43 |
| II.7 Paramètres importants | 45 |
| II.7.1 Permittivité de surface | 45 |
| II.7.2 Déterminant des conditions aux limites | 46 |
| I.8 Conclusion | ΔC |

$3^{\frac{\grave{e}me}{}}$ Chapitre

Théorie des Ondelettes

| III.1 Introduction | 50 |
|---|----|
| III.2 Les Ondelettes. | 51 |
| III.3 La Transformée de Fourier | 51 |
| III.3.1 Inconvénient de l'analyse de Fourier | 52 |
| III.3.2 Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante | 52 |
| III.4 L'analyse en Ondelette Face à l'Analyse de Fourier | 53 |
| III.5 Les Aspects Théoriques de la transformée en Ondelette | 55 |
| III.5.1 Ondelette mère | 55 |
| III.5.2 Propriétés des Ondelettes | 56 |
| III.6 Transformée en Ondelette continue (TOC). | 56 |
| III.7 Transformée en ondelette dans le plan fréquentiel | 57 |
| III.8 Les Différents Type d'Ondelettes | 58 |
| III.8.1 Ondelettes de Haar | 58 |
| III.8.2 Ondelettes de Littlewood Paley | 58 |
| III.8.3 Ondelettes de Meyer | 59 |
| III.8.4 Ondelettes de Morlet | 60 |
| III.8.5 Chapeau Mexicain | 61 |
| III 9 Avantage l'analyse en Ondelettes | |

$4^{\underline{\grave{e}me}}\,Chapitre$

Analyse des micro-ondes Acoustique par les Ondelettes

| IV.1 Introduction | 63 |
|--|-------|
| IV.2 Forme générale de la solution de l'onde acoustique | 63 |
| IV.3 Transformée en ondelettes du signal micro-onde acoustique | 64 |
| IV.3.1 Analyse par l'ondelette mexican-hat du signal micro-ondes acoustiques dan | ns le |
| plan fréquentiel | 67 |
| IV.3.2 Analyse par l'ondelette mexican-hat des déplacements élastiques | 69 |
| IV.4 Analyse du signal micro-onde acoustique par l'ondelette de Morlet | 70 |
| IV.5 Analyse par les dérivées successives de l'ondelette mexican-hat | 74 |
| IV.6 Comparaison entre les seuils de détection des différents types d'ondelettes | 80 |
| IV.7 Conclusion | 81 |
| Conclusion générale | 82 |
| Références bibliographique | 84 |
| Annexe | 91 |
| Résumé | 93 |

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

I. Introduction

L'existence des ondes acoustiques de surface dans les solides, a été démontrée pour la première fois par Lord Rayleigh en 1885 [1], et de ce fait, elles sont aussi connues sous le nom des ondes Rayleigh.

Les ondes acoustiques ont été utilisées durant plusieurs années en électronique, notamment dans les résonateurs à quartz. En 1965, le premier dispositif à ondes acoustiques de surface (Surface Acoustic Wave : SAW) a été réalisé [2]. En 1971, Chauvin et al [3], ont réalisé l'un des premiers filtres SAW passe-bande fonctionnant à 33 MHz. Depuis, ces dispositifs ont connu un grand développement dans des différentes applications : T.V, radar, communications mobiles, etc.

Un des principaux enjeux de ces deux dernières décennies dans le domaine des télécommunications, est la montée en fréquence. La course perpétuelle vers les hautes fréquences, pousse les chercheurs à trouver de nouveaux moyens et procédés pour atteindre cela. De nouveaux procédés micro technologiques et nano technologiques ont vu le jour, et leur développement est en croissance continue. Aussi, le développement de nouveaux matériaux riches en propriétés physiques et chimiques tels que : le diamant, le nitrure d'aluminium, le nitrure de bore est d'actualité.

Parmi les systèmes concernés par cette montée inéluctable en fréquence, les filtres passe bande apparaissent en premier plan. Depuis leur développement à base de composants électroniques conventionnels, ces systèmes n'ont pas pu répondre, vu leurs performances limitées, aux besoins des nouvelles technologies. L'attention s'est alors dirigée vers les dispositifs à ondes acoustiques de surface (SAW) qui peuvent être développés comme : résonateurs, capteurs ou encore filtres passe bande.

Ces dispositifs ont montré de grandes performances par rapport aux anciens systèmes conventionnels. De ce fait, les dispositifs SAW ont pris ces deux dernières décennies une importance considérable dans le domaine des communications mobiles.

Vu cette importance croissante que les dispositifs SAW prennent de jour en jour dans le domaine de l'électronique en général, et dans le domaine des télécommunications en particulier [4].

Après la découverte de la piézoélectricité au niveau de certains matériaux dits cristaux piézoélectriques [5,6], une nouvelle voie vient de s'ouvrir. Elle permet d'améliorer les performances des dispositifs électroniques surtout au niveau des parasites et la stabilité des systèmes pour les hautes fréquences.

Les matériaux piézoélectrique, est tout simplement au cristal qui se déforme lorsqu'il est excité par un courant électrique, sa déformation est proportionnelle à son excitation. On dit alors, qu'on à transformé un signal électrique en un signal élastique ou acoustique. Puisque sa propagation se fera avec des vitesses similaires à ceux des ondes supersoniques. Si ces ondes se propagent au niveau de la surface du matériau considéré, on les appelle ondes de surface [7,8].

Ces ondes de surface ne sont détectables que pour une seule vitesse acoustique et pour un matériau donné, cependant pour différentes vitesse acoustiques, on peut trouver des ondes de surface dites ondes secondaires de surface ou pseudo-ondes de surface. Ces dernières sont accompagnées par d'autre types d'ondes dites ondes de volume et ondes de fuite [9,10].

Les chercheurs dans ce domaine ont envisagé plusieurs possibilités d'application pour le genre dites ondes de volume dans le domaine médical (échographie) et pour les ondes de fuite (structures rayonnantes).

L'étymologie du mot ondelettes n'est, en soi, pas très compliquée. Les ondelettes utilisées par Jean Morlet avaient, en effet, une allure de petites ondes. D'où cette appellation. Vers 1975, ce géophysicien, qui travaillait à l'époque pour Elf Aquitaine, a créé des petites fonctions mathématiques ayant certaines propriétés intéressantes ; ceci afin de sonder les différentes couches géologiques et ainsi, détecter des nappes de pétroles. J. Morlet est donc un des artisans majeurs des ondelettes. Cependant, d'autres chercheurs travaillant dans des domaines de recherche forte différente, utilisaient à cette époque des outils forts semblables aux petites ondes de Morlet. Seulement, ces méthodes étaient souvent expérimentales et ne possédaient aucun formalisme rigoureux. Ce formalisme émergera durant les années 80 des travaux de scientifiques tels que ceux d'Yves Meyer, de Stéphane Mallat, d'Ingrid Daubechie et de bien d'autres [11].

Les ondelettes sont, avant tout, un puissant outil d'analyse mathématique. La véritable révolution due aux ondelettes s'est opérée dans le très vaste domaine du traitement du signal. En règle générale, les ondelettes n'ont rien démontré qui n'ait déjà été démontré rigoureusement auparavant. Donc, c'est par les spécialistes du traitement du signal que les ondelettes ont été accueillies comme une mine d'or.

Notre étude s'inscrit à l'interface de la piézoélectricité, où nous vison d'une part l'étude de la détection des ondes acoustique (volume, fuite et SSBW) générer par un matériau piézoélectrique, et d'autres part la modélisation des signaux micro ondes acoustiques par la technique des ondelettes qui permet de la détection efficace des singularités.

II. But du travail

L'objectif principal de ce travail est donc, de montrer que la transformée en ondelettes peut contribuer à l'analyse et au traitement des signaux micro ondes acoustique. En effet, au cours de ce mémoire nous nous intéressons, particulièrement, à la propagation des ondes acoustique dans un milieu piézoélectrique.

III. Organisation du mémoire

Ce mémoire se compose de quatre chapitres :

- Chapitre I : englobe les notions élémentaires de la piézoélectricité, ainsi que la propagation des micro-ondes acoustiques dans un milieu anisotrope piézoélectrique.
- Chapitre II: sera consacré aux notions fondamentales de la physique des ondes acoustique et à la détection des ondes générées par l'excitation du matériau piézoélectrique. Il existe différent types d'ondes: les ondes de surface, les ondes de volume de fuites et des SSBW. Et nous donnons aussi des résultats intéressants à propos du comportement d'un paramètre important appelé « coefficient d'atténuation », sa variation est fonction de la vitesse acoustique. Ces résultats seront confirmés au niveau d'autres paramètres tels que: La permittivité de surface et le déterminant des conditions aux limites.
- Chapitre III : concerne les généralités et les notions les plus élémentaires sur la théorie en ondelettes ainsi que ses différentes propriétés.
- Chapitre IV : concerne l'application de la transformée en ondelettes sur le signal microonde acoustique qui permet la détection des singularités.

Enfin, le manuscrit est clôturé par une conclusion générale résumant le travail effectué.

Chapitre 1:

Les micro-ondes Acoustiques dans les Matériaux piézoélectriques

Résumé

Le premier chapitre est consacré à définir le principe et la notion de la piézoélectricité. Et nous donnerons aussi le concept général de la propagation des micro-ondes acoustiques dans les matériaux piézoélectriques en nous appuyant sur les équations tensorielles comme équations de base, cela permettra d'établir le modèle mathématique qui gère la propagation de ces ondes dans un milieu anisotrope.

- I.1 Définition
- I.2 Notions sur la piézo-électricité
- I.3 Description macroscopique
- I.4 Équations de propagation des micro-ondes acoustiques dans un milieu piézoélectrique
- I.5 Conclusion



I.1 Définition

Les ondes acoustiques de surface sont des ondes de matière, résultat de déplacement de particules, elles n'existent que dans les milieux fluides ou solides, contrairement aux ondes électromagnétiques qui se propagent aussi dans le vide [12].

Les ondes acoustiques se déplacent dans le solide à des vitesses bien inférieures à celle des ondes électromagnétiques, elles peuvent se propager à la surface (ondes acoustiques de surface) ou à l'intérieur du solide (ondes acoustiques de volume) [13].

I.2 Notion sur la piézo-électricité

I.2.1 Historique

La première démonstration expérimentale de l'existence d'un lien entre les phénomènes piézoélectriques macroscopiques et la structure cristallographique a été publiée en 1880 par Pierre et Jacques Curie. L'expérience consistait en la mesure des charges électriques accumulées à la surface des cristaux, comme par exemple le quartz, lorsqu'ils étaient soumis à un effort mécanique. Ces résultats furent un crédit à l'imagination des frères Curie et à leur persévérance en considérant les moyens rudimentaires avec lesquels ils étaient obligés de travailler.

Dans les milieux scientifiques de l'époque, cet effet fut considéré presque comme une découverte, et rapidement nommé « piézoélectricité », afin de le distinguer d'autres phénomènes tels que l'électricité de contact (électricité statique due au frottement) et la pyroélectricité (électricité générée par les cristaux, due à leur échauffement).

Toutefois, les frères Curie n'ont pas prédit que les cristaux qui exhibaient l'effet piézoélectrique direct (électricité en réponse à l'application d'un effort mécanique) auraient aussi exhibé l'effet piézoélectrique inverse (déformation en réponse à l'application d'un champ électrique). Cette propriété fut déduite mathématiquement à partir des principes fondamentaux de la thermodynamique par Lippmann en 1881.

Les Curie confirmèrent immédiatement l'existence de l'effet inverse et continuèrent les travaux dans le but d'obtenir une preuve quantitative de la réversibilité complète des déformations dans les cristaux piézoélectriques. A ce moment, après seulement deux années de travail interactif au sein de la communauté scientifique européenne, le noyau scientifique des applications piézoélectriques fut créé. Le but était l'identification des cristaux piézoélectriques basée dur la structure asymétrique du cristal.



Pendant les 25 années suivantes (jusqu'en 1910), le groupe de travail arriva à établir définitivement les 20 catégories de cristaux naturels dans lesquels les phénomènes piézoélectriques sont présents à défini les 18 coefficients piézoélectriques au niveau macroscopique [14].

I.2.2 Définition

L'origine du mot piézoélectricité dérive du grec "Piézo" qui signifie pression [14]. La piézoélectricité est la propriété que présentent certains matériaux de se charger électriquement lorsqu'ils sont soumis à une contrainte mécanique; c'est l'effet direct. Il permet d'utiliser ces matériaux comme capteurs (détecter des signaux). L'effet piézoélectrique étant réversible, lorsque ces matériaux sont soumis à un champ électrique, ils se déforment; c'est l'effet piézoélectrique inverse qui permet de les utiliser comme actionneurs, ces deux effets sont illustrés sur la (Figure I.1) [14,15].

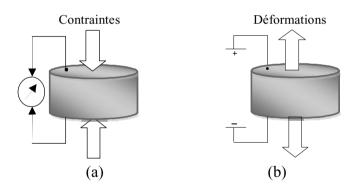


Figure I.1 : Effets piézoélectriques pour un cylindre de céramique piézoélectrique polarisé suivant l'axe vertical : (a) effet direct et (b) effet inverse [15]

A l'échelle cristalline, la piézoélectricité se manifeste par une polarisation de la maille.

A l'échelle de la maille, elle résulte de la création de dipôles internes par séparation du centre de gravité des charges positives et de celui des charges négatives suite aux déformations sous l'action de contraintes.

Les propriétés de symétrie des cristaux ont une importance fondamentale pour l'existence ou non de la piézoélectricité.

Tout corps présentant un centre de symétrie ne peut pas être piézoélectrique alors que les cristaux ne possédant pas centre de symétrie peuvent l'être (Figure I.2) [14].

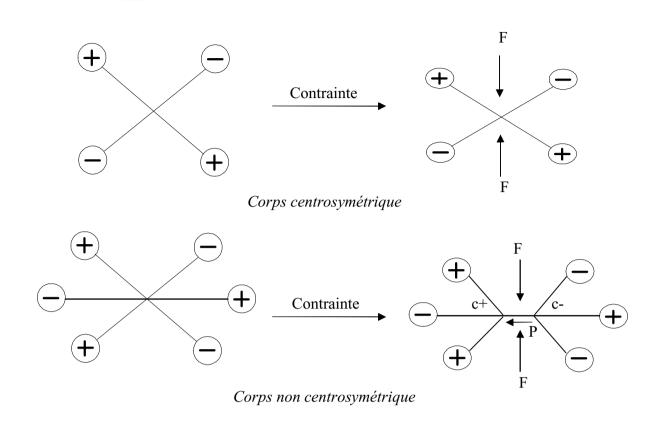


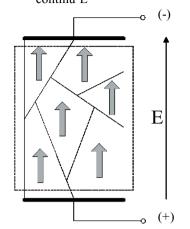
Figure I.2 : Représentation schématique de l'apparition de la piézoélectricité

La céramique piézoélectrique est composée d'un très grand nombre de minuscules domaines cristallins qui sont orientés aléatoirement. A ce stade, l'effet piézoélectrique n'est pas, ou très peu présent puisque la somme des moments dipolaires s'annule. L'opération par laquelle la céramique est rendue piézoélectrique s'appelle polarisation. Elle consiste à soumettre la céramique à un champ électrique suffisamment intense pour aligner tous les dipôles, ceci à une température proche de la température de Curie. La céramique est ensuite refroidie, toujours en présence du champ électrique. Finalement, lorsque le champ électrique est supprimé, les dipôles conservent leur position dans chaque domaine cristallin [14].

Cette séquence de polarisation est schématisée à la (Figure I.3).



- a) Orientation aléatoire des domaines cristallins avant polarisation
- Pot A
- b) Phase de polarisation sous un champ électrique continu E



c) Polarisation rémanente P_O après avoir supprimé le champ électrique E

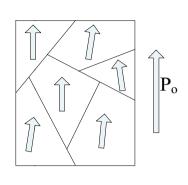


Figure I.3 : Dipôles électriques dans une céramique piézoélectrique : a) avant polarisation b) durant la phase de polarisation c) après polarisation [14]

Le champ électrique définit la direction et le sens de la polarisation. Ces deux valeurs sont conservées tant que :

- la température reste inférieure à la température de Curie, de 150 à 450°C selon les compositions de la céramique.
- le champ électrique est inférieur au champ de dépolarisation, de 500 à 5000 [V/mm] à température ambiante.
- les contraintes mécaniques sont au-dessous d'une certaine limite, qui varie beaucoup d'un matériau à l'autre. Elle est généralement comprise entre 25 et 200 [Mpa] [14].

Dans les solides cristallins, la piézoélectricité est directement liée à la symétrie des cristaux et se manifeste par une polarisation de la maille. Ce moment dipolaire est crée par la séparation du barycentre des charges positives de celui des charges négatives au niveau de chaque maille du réseau cristallin sous l'action d'une contrainte externe.

Pour être piézoélectrique, la structure cristalline doit être nécessairement non centrosymétrique (absence de centre de symétrie). Sur les 32 classes cristallines, 21 présentent cette caractéristique et 20 classes cristallines sont piézoélectriques. Parmi ces 20 classes 10 présentent une polarisation spontanée en l'absence d'un champ extérieur ; elles sont dites pyroélectriques et polaires en raison de la variation de la polarisation spontanée avec la température.

Enfin les cristaux ferroélectriques (Figure I.4) correspondent à un sous-groupe des pyroélectriques pour lesquels l'axe polaire, support d'un dipôle permanent est mobile dans le réseau cristallin sous l'influence d'un champ électrique extérieur [16].

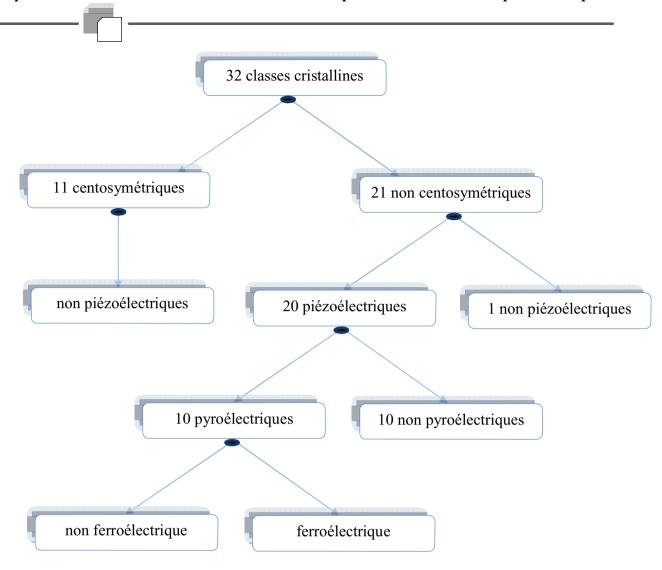


Figure I.4: Organisation des 32 classes cristallines [17]

I.2.3 Les matériaux piézoélectriques

Tous les matériaux ne sont pas piézoélectriques, en effet, il faut déjà que la maille cristalline ne possède pas de centre de symétrie, autrement dit, tous les matériaux piézoélectriques sont anisotropes. Ceci signifie qu'ils possèdent des propriétés physiques variant selon la direction considérée. Parmi les 32 classes cristallines existantes, 20 sont dépourvues de centre de symétrie et peuvent donc présenter l'effet piézoélectrique [17].

Dix des vingt classes cristallines piézoélectriques présentent une polarisation électrique spontanée (aussi appelée moment dipolaire permanent) en l'absence de contrainte ou champ extérieur.

Ces classes sont dites polaires et sont appelées pyroélectriques en raison de l'effet de la température sur leur polarisation spontanée [18].

Les matériaux piézoélectriques peuvent se regrouper en trois classes principales, les cristaux, les polymères et les céramiques [17] :

- \clubsuit Les cristaux, dont le plus connu est le quartz, ont des propriétés peu attrayantes pour des applications telles que les générateurs d'ultrasons. Leurs principaux défauts sont un ε_r , et des constantes piézoélectriques peu élevées, un coefficient de couplage électromécanique trop faible.
- ❖ Les polymères ou les co-polymères comme respectivement le Poly-Vinyl-DiFluoridène ou PVDF et le P(VDF-TrFE) partiellement cristallisés peuvent permettre d'obtenir des matériaux plus compliants, mécaniquement adaptés aux grandes déformations ou à l'acoustique sous-marine en réception. Le PVDF en est le représentant le plus connu, les chaînes de polymère peuvent s'orienter lorsqu'on applique un champ électrique [19].
- ❖ Les céramiques piézoélectriques se sont vite imposées par leurs forts coefficients piézoélectriques. La famille des céramiques comporte de nombreux éléments, citons entre autres, les titanates de baryum qui sont les ancêtres des céramiques actuelles, les titanates de plomb ou les méta-niobates de plomb utilisés pour l'imagerie haute résolution. La famille des PZT (plomb, zirconate, titanate) compte à elle seule cinq à six compositions différentes sans compter les structures dopées type PLZT. C'est cette famille des PZT qui offre le plus de possibilités au niveau industrialisation. Par ailleurs le LiNbO₃ est couramment utilisé en imagerie haute fréquence. Notons que les céramiques sont des matériaux fabriqués par frittage d'un mélange d'oxydes et que les procédés de fabrication sont ajustables afin de pouvoir adapter leurs propriétés diélectriques, mécaniques et piézoélectriques à la demande.

Ci-dessous se trouve un tableau récapitulatif des propriétés des différents matériaux piézoélectriques évoqués plus haut (Tableau I.1) [17,20].

| | Quartz SiO ₂ | LiNbO ₃ | BaTiO ₃ | PVDF | PZT |
|--|-------------------------|--------------------|--------------------|------|----------|
| Densité g.cm ⁻³ | 2.65 | 4.64 | 5.7 | 1.76 | 7.5 |
| Constante diélectrique ε_r | 4.5 | 40 | 1700 | 12 | 200-4000 |
| Température de Curie en °C | 573 | 1210 | 130 | 180 | <350 |
| Coefficient de couplage K(%) | 10 | 10 | 40 | 14 | 40-70 |

Tableau I.1 : Constantes physiques de matériaux piézoélectriques



I.2.4 Les équations de la piézoélectricité

La piézoélectricité peut se définir comme un phénomène de couplage entre énergie élastique et énergie électrique (relation entre deux variables : électrique et mécanique) et viceversa (Tableau I.2).

Pour décrire le couplage entre les deux formes d'énergie dans un matériau piézoélectrique (mécanique et électrique), on néglige l'énergie thermique. Des équations piézoélectriques sont démontrées en reliant toutes les variables.

Trois types de variables interviennent :

- Coefficients purement électriques
- Coefficients purement mécaniques
- Coefficients mixtes traduisant le couplage entre les deux premières catégories.

Soient S et T, respectivement la déformation et la contrainte et soient D et E, respectivement l'induction électrique et le champ électrique. On peut alors dire que pour un matériau piézoélectrique on a : S ou T qui peut être fonction de D ou E.

Le phénomène de couplage peut être décrit de manière adiabatique s'il s'agit d'une vibration rapide ou isotherme pour une transformation statique ou lentement variable. Comme les matériaux piézoélectriques sont anisotropes, leurs propriétés sont représentées par des tenseurs.

Les matériaux étant anisotropes pour la plupart, chaque symbole possède un indice, soit unique comme D_i , soit double (ε_{ij}) ou encore triple.

Les grandeurs envisagées étant tensorielles, d'ordre 1 pour le champ et l'induction électrique ou d'ordre 2 pour la contrainte et la déformation, les facteurs les reliant sont donc aussi tensoriels, d'ordre 3 pour les constantes piézoélectriques ou d'ordre 2 pour la permittivité électrique [21].

| Variables indépendantes | Grandeurs électriques | Grandeurs mécaniques |
|-------------------------|--|-------------------------------------|
| E,T | $D = \varepsilon^T \cdot E + d \cdot T$ | $S = s^{E} \cdot T + d^{t} \cdot E$ |
| D,T | $E = \boldsymbol{\beta}^T \cdot D - g \cdot T$ | $S = s^D \cdot T + g^t \cdot D$ |
| E,S | $D = \varepsilon^{S} \cdot E + e \cdot S$ | $T = c^E \cdot S - e^t \cdot E$ |
| D,S | $E = \beta^S \cdot D - h \cdot S$ | $T = c^D \cdot S - h^t \cdot D$ |

Tableau I.2 : Equations piézoélectriques

[] t est la transposée de la matrice [].

^{()&}lt;sup>X</sup> indique que la grandeur est considérée à x constant ou nul.



Le (Tableau I.3) précise les grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques utilisées dans les équations d'états [19,22].

| Abréviations | Dénominations | Types de grandeur | Matrice |
|--------------|--|-------------------|---------|
| D | Déplacement électrique ou induction C/m ² | | (3,1) |
| Е | Champ électrique V/m | ELECTRIQUE | (3,1) |
| 3 | Permittivité électrique F/m | ELECTRIQUE | (3,3) |
| β | Constante d'imperméabilité diélectrique m/F | | (3,3) |
| S | Déformation relative | | (6,1) |
| T | Contrainte N/m ² | MECANIOLIE | (6,1) |
| S | Compliance ou susceptibilité élastique m ² /N | - MECANIQUE | (6,6) |
| С | Raideur ou constante élastique N/m ² | 1 | (6,6) |
| d | Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la contrainte à champ nul ou constant C/N ou m/V | | (3,6) |
| е | Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ nul ou constant C/m^2 ou N/V.m | PIEZOELECTRIQUE | (3,6) |
| g | Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la contrainte et le champ à induction constante ou nulle V.m/N ou m²/C | | (3,6) |
| h | Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la déformation et le champ résultant à induction constante ou nulle V/m ou N/C | | (3,6) |

Tableau I.3 : Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques [19]

On compte quatre modules piézoélectriques différents formant un tenseur d'ordre 3 et traduisant le couplage entre les grandeurs électriques et mécaniques [16] :

$$d_{mi} = \varepsilon_{n m}^{T} \cdot g_{ni} = e_{mi} \cdot s_{ji}^{E}$$

$$g_{mi} = \beta_{n m}^{T} \cdot d_{mi} = h_{mj} \cdot s_{ji}^{D}$$

$$e_{mi} = \varepsilon_{n m}^{S} \cdot h_{ni} = d_{mj} \cdot c_{ji}^{E}$$

$$h_{mi} = \beta_{n m}^{T} \cdot e_{ni} = g_{mj} \cdot s_{ji}^{D}$$

$$i, j = 1, \dots 6 \text{ et } m, k = 1, \dots 3$$

Les notations tensorielles sont représentées dans la (Figure I.5).

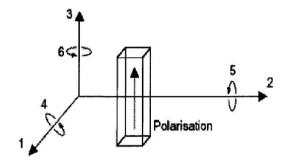


Figure I.5 : Numérotation des directions en notation tensorielle condensée [17]

I.2.5 Modes de vibrations des matériaux piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques peuvent exhiber plusieurs modes de vibrations, qui dépendent de leur forme, de la direction de polarisation et de la direction du champ électrique.

La Figure I.6 montre les modes de vibration typiques relatifs à la géométrie des matériaux piézoélectriques. Barreaux, disques et cylindres sont les formes plus utilisées dans la construction des transducteurs électromécaniques.

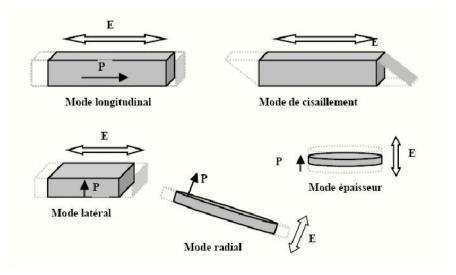


Figure I.6 : Modes de vibration typiques associés à la forme d'un matériau piézoélectrique



I.2.6 Dispositifs piézoélectriques et leurs applications

Le domaine d'application des matériaux piézoélectriques est très vaste car il est possible d'exploiter soit l'effet direct, soit l'effet inverse, soit les deux alternativement.

Quelques applications des matériaux piézoélectriques sont données dans le (Tableau I.4) en fonction de l'effet utilisé [23].

| Applications basées sur l'effet direct | Applications basées sur l'effet inverse | Applications basées sur les deux effets | |
|---|--|--|--|
| -Microphone | -Haut-parleur | -Transducteur d'ultrasons pour | |
| -Hydrophone | -Buzzer diagnostic médical (échog | | |
| -Capteur de choc | -Transducteur sonar | -CND par ultrasons | |
| -Accéléromètres | -Nébuliseur | -Détecteur de proximité ou de | |
| -Bouton poussoir | -Nettoyage par ultrasons | présence | |
| -Allumage | -Moteurs ultrasonores | -Mesure de distances ou de débits | |
| -Capteur de pression ou de | -Relais | -Gyroscope | |
| contraintes | -Micro positionnement | -Filtres fréquentiels (ondes | |
| | -Ajustement laser | volumiques SAW) | |
| | -Imprimante à jet d'encre | -Lignes à retard | |
| | -Dispositifs acousto-optiques | -Transformateur piézoélectrique | |
| | -Pompe piézoélectrique | | |
| | -Bistouri piézoélectrique | | |

Tableau I.4 : Applications des matériaux piézoélectriques en fonction de l'effet utilisé

Le (Tableau I.5) énumère et explique quelques unes des applications les plus communes. Un premier exemple venant de la vie quotidienne est représenté par le briquet, où l'utilisateur exerce une pression, à travers un mécanisme particulier, sur une céramique piézoélectrique générant ainsi un champ électrique assez fort pour provoquer une étincelle.

Dans l'ingénierie automobile on retrouve beaucoup d'actionneurs basés sur le phénomène piézoélectrique. On pense par exemple aux capteurs permettant de détecter la présence d'objets durant l'opération de parking, aux capteurs de pression dans la chambre de combustion permettant de contrôler les vibrations du moteur avec des solutions de contrôle intelligent. Autre application intéressante est l'injecteur piézoélectrique. Ce dernier utilise un actionneur monté directement dans l'injecteur, ce qui permet une pulvérisation plus rapide et plus précise du



carburant dans la chambre de combustion du moteur, et à plus haute pression (1800 bars, pour le Diesel) [14].

| Militaire | Commercial | Médical | |
|--|---------------------------------------|-------------------------------|--|
| Capteurs de profondeur | Soudeuse ultrasonique | Traitement ultrasonique de la | |
| Systèmes de sécurité | Perceuse ultrasonique | cataracte | |
| Hydrophones | Indicateur de niveau | Thérapie ultrasonique | |
| Automobile Capteurs d'objets Capteurs pour Airbag Contrôle de vibrations Injecteurs | Détecteur de défaut | Capteurs ultrasoniques | |
| | Décapants ultrasonique | Pompes d'insuline | |
| | Capteurs sismiques | Acquisition d'image | |
| | Microphones | ultrasonique | |
| | Géophones | Débitmètres | |
| | Systèmes d'alarmes | Nébuliseurs | |
| | Résonateurs pour radio/ | Détection du battement | |
| | TV | cardiaque du fœtus | |
| Ordinateur | | Consommateur | |
| Micro-actionneur pour | | Briquet | |
| disque dur | Aviation | Instruments musicaux | |
| Transformateur pour | Actionneurs pour flaps | Détecteurs de fumée | |
| notebook | r r r r r r r r r r r r r r r r r r r | | |

Tableau I.5 : Domaines d'applications des matériaux piézoélectriques [14]

Dans les applications sous-marines les "sonar" varient des petits émetteurs pour bateaux aux systèmes professionnels utilisés dans les grandes traversées transatlantiques pour détecter la profondeur de l'eau.

Dans les systèmes à ultrasons, les dispositifs piézoélectriques peuvent générer des ondes ultrasoniques très puissantes utilisées pour nettoyer, percer, souder et aussi pour stimuler des processus chimiques. De plus, ils fonctionnent aussi comme émetteurs et récepteurs d'ondes ultrasoniques dans des appareils de diagnostiques médicaux et de contrôle non destructif des matériaux. Pendant un contrôle non destructif, une céramique piézoélectrique est excitée de manière à générer un signal acoustique à une fréquence ultrasonique, qui est ensuite transmis à travers l'échantillon à analyser.



Si l'onde transmise rencontre un défaut structurel, une partie du signal est réfléchie et rejoint le récepteur avant le signal original permettant ainsi de détecter le défaut.

L'effet piézoélectrique inverse est utilisé dans le positionnement de précision : un champ électrique est alors appliqué à la céramique pour produire le déplacement désiré. Les exemples d'applications sont nombreux; on y retrouve notamment l'alignement des fibres optiques, l'alignement des machines outils, l'amortissement actif des vibrations dans des structures mécaniques, l'amélioration de l'image par correction de l'inclination de miroirs.

Les actionneurs piézoélectriques sont aussi utilisés dans les soupapes hydrauliques et pneumatiques et dans des dispositifs médicaux tels les couteaux chirurgicaux et les inhalateurs avec nébuliseurs à ultrasons.

Pour ce qui concerne le transformateur piézoélectrique, de nos jours il n'est pas souvent utilisé; la seule application pour laquelle il est commercialisé est dans le domaine du système « backlighting » des affichages LCD. Mais il y a plusieurs domaines qui requièrent des transformateurs de tension aux propriétés de plus en plus extrêmes, ce qui ouvre des nouvelles perspectives pour l'utilisation du transformateur piézoélectrique.

En effet, c'est surtout la miniaturisation des produits qui fait que les transformateurs électromagnétiques atteignent leurs limites. Des nouvelles solutions sont demandées: le transformateur piézoélectrique, qui a une densité de puissance élevée [24], s'impose pour de telles applications grâce à sa structure très compacte.

De plus, si l'on travaille dans un domaine de fréquence de quelques MHz (par exemple en télécommunication), les pertes fer dans les transformateurs électromagnétiques deviennent très importantes. Par contre, le transformateur piézoélectrique est adapté à ces domaines, car sa fréquence de résonance peut se trouver dans le domaine des MHz.

Selon le principe de fonctionnement utilisé, nous pouvons distinguer substantiellement différents types de dispositifs piézoélectriques :

- Capteurs
- Actionneurs
- Transformateurs

Les capteurs utilisent l'effet piézoélectrique direct, les actionneurs l'effet inverse. Pour ce qui concerne le transformateur, on a affaire à un dispositif particulier qu'utilise l'effet direct et inverse [14,16].



Les domaines d'application de la piézoélectricité sont nombreux et variés. Ils dépendent de la fréquence d'utilisation (tableau I.6). Les applications concernent la transduction électroacoustique pour l'imagerie médicale et le Contrôle Non Destructif dans la gamme de fréquence du MHz, mais aussi les capteurs, les actuateurs, les éléments moteurs, ou encore les filtres. La conception et la modélisation de transducteurs et de systèmes d'échographie ultrasonore nécessite donc la connaissance de l'intégralité des tenseurs électromécaniques de l'ensemble des matériaux constitutifs [15].

| S | 10-50 kHz | Si | Nettoyage, soudage, usinage, collage |
|------------|------------------|-------------|---|
| Fréquences | 10-100 kHz | tions | Acoustique sous-marine, analyse des sous-sols |
| dne | 1 – 20 MHz | lica | Acoustique médicale, échographie |
| Fré | 100 MHz - 10 GHz | 4 <i>pp</i> | Acousto-optique, Acousto-électronique |
| | 10-1000 GHz | ٧ | Etude de la matière |

Tableau I.6 : Applications des ultrasons en fonction de leur fréquence [15]

I.2.7 Les avantage des éléments piézoélectriques

L'utilisation des matériaux piézoélectriques dans les différents domaines procure divers avantages :

Ils sont capables d'assurer une conversion d'énergie électromécanique réversible par effet piézoélectrique (direct « matériaux ont la propriété de se polariser sous l'influence d'une contrainte mécanique » ou inverse « cristaux se déforment lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique »).

Ils peuvent donc être indifféremment utilisés comme capteurs ou actionneurs, ou même cumuler ces deux fonctions.

Cette réversibilité permet surtout de gérer les transferts d'énergie au sein d'une structure sur laquelle est intégré ce type de matériau et permet d'obtenir des systèmes « avancés ». Il est donc envisageable d'optimiser l'extraction d'une part de l'énergie mécanique de la structure par des techniques appropriées et de contrôle ainsi son état vibratoire.

Ces matériaux possèdent également de forts avantages en termes d'intégration. Ils sont de types monolithiques et possèdent généralement une densité de puissance élevée.

Généralement issus de processus de synthèse, les matériaux piézoélectriques proposent un large panel de caractéristiques électromécaniques dépendant directement de leur constitution chimique.

On trouve ainsi par exemple des matériaux plus particulièrement adaptés aux applications « Capteurs » garantissant une large bande passante alors que certains autres matériaux possèdent au contraire un fort coefficient de surtension et sont plus particulièrement destinés à la génération de fortes puissances vibratoires.

Clairement, tous ces aspects cont^ribuent à faire des matériaux piézoélectriques un choix judicieux pour les systèmes de contrôle où faible masse, faible encombrement et efficacité sont escomptés [20].

I.3 Description macroscopique

I.3.1 Déplacement et déformation

Dans le cas du milieu non déforme (solide), la position d'un point matériel quelconque est définie à partir d'une origine O par le vecteur \vec{X} dont les composants X_1, X_2, X_3 (Système à trois dimensions) sont les cordonnées [12].

Soient deux points matériels (M) et (N) d'un solide au repos séparés par $d\vec{X}$, sous l'effet d'une perturbation mécanique (forces extérieurs), ces eux points occupent deux nouvelles positions M' et N' séparé par le vecteur $d\vec{X'}$. Pour avoir une déformation, il faut que $d\vec{X} \neq d\vec{X'}$ (Figure I.7).

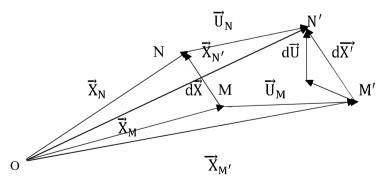


Figure I.7 : Déformation d'un solide

 \vec{U}_N = vecteur déplacement du point N

 \vec{U}_M = vecteur déplacement du point M



- Avant le déplacement :

$$d\vec{X} = \vec{X}_N - \vec{X}_M \tag{I.1}$$

- Après le déplacement :

$$\vec{X}_{N'} = \vec{X}_N + \vec{U}_N$$
$$\vec{X}_{M'} = \vec{X}_M + \vec{U}_M$$

Avec:

$$d\overrightarrow{X'} = \overrightarrow{X}_{N'} - \overrightarrow{X}_{M'} = d\overrightarrow{X} + \overrightarrow{U}_N - \overrightarrow{U}_M = d\overrightarrow{X} + d\overrightarrow{U}$$

$$\overrightarrow{U}_N - \overrightarrow{U}_M = d\overrightarrow{U}$$
(I.2)

 $O\dot{u}: \vec{U}$ est le vecteur de déplacement

Donc le déplacement s'écrit :

$$d\vec{U} = \frac{\partial U}{\partial Xi} dXi \qquad \text{avec } i = 1, 2, 3$$
 (I.3)

Le carré de l'équation (I.2) devient :

$$(d\vec{X}')^2 = (d\vec{X})^2 + (d\vec{U})^2 + 2d\vec{X}d\vec{U}$$
 (1.4)

En développant les produits scalaires :

$$d\vec{U}k.d\vec{U}k = dUk.dUk \qquad (d\vec{U}k // d\vec{U}k)$$
$$d\vec{X}i.d\vec{U}i = dXi.dUi \qquad (d\vec{X}i // d\vec{U}i)$$

Par substitution dans (I.4) on obtient:

$$(d\vec{X}')^2 - (d\vec{X})^2 = 2dXi.dUi + dUk.dUk$$
 $i \text{ et } k = 1, 2, 3$ (I.5)

En remplacent les composantes dUi, dUk par leurs expressions tirées de (I.3), L'équation (I.5) on aura :

$$(d\overrightarrow{X'})^2 - (d\overrightarrow{X})^2 = 2\left(\frac{\partial Ui}{\partial Xj}dXi \cdot dXj + \frac{\partial Uj}{\partial Xi}dXi \cdot dXj\right) + \frac{\partial Uk}{\partial Xi}dXi \cdot dXj \cdot \frac{\partial Uk}{\partial Xj}dXi \cdot dXj \quad (I.6)$$

Et comme : $\frac{\partial Ui}{\partial Xj} dXi \cdot dXj = \frac{\partial Uj}{\partial Xi} dXi \cdot dXj$

Donc l'équation (I.6) devient :

$$(d\vec{X}')^2 - (d\vec{X})^2 = \left[\frac{\partial Ui}{\partial Xj} + \frac{\partial Uj}{\partial Xi} + \frac{\partial Uk}{\partial Xi} \cdot \frac{\partial Uk}{\partial Xj}\right] dXi \cdot dXj \tag{I.7}$$



En posant
$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial Ui}{\partial Xj} + \frac{\partial Uj}{\partial Xi} + \frac{\partial Uk}{\partial Xi} \cdot \frac{\partial Uk}{\partial Xj} \right]$$

Où : S_{ij} est le tenseur de déformation

On suppose que les déformations sont petites :

Donc :
$$\frac{\partial Ui}{\partial Xj} \ll 1$$

À partir de cette condition, l'expression $\left[\frac{\partial Uk}{\partial Xi}, \frac{\partial Uk}{\partial Xj}\right]$ est négligeable par apport à $\frac{\partial Ui}{\partial Xj}$

Le tenseur de déformation se réduit à :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial Ui}{\partial x_i} + \frac{\partial Uj}{\partial x_i} \right] \tag{1.8}$$

La matrice du tenseur de déformation sera donnée comme suit

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$

Le tenseur S_{ij} est symétrique $(S_{ij} = S_{ji})$ donc le nombre de composantes se réduit à six (6) seulement :

$$S_{12} = S_{21}$$
 $S_{13} = S_{31}$ $S_{23} = S_{32}$ $S_{1} = S_{11}$, $S_{2} = S_{22}$, $S_{3} = S_{33}$, $S_{4} = 2S_{23}$, $S_{5} = 2S_{13}$, $S_{6} = 2S_{12}$ $S_{1} = [S_{1} \quad S_{2} \quad S_{3} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6}]^{t}$

I.3.2 Forces et contraires

Pour déformer un solide, des forces peuvent êtres exercées sur sa surface, par contact mécanique, ou à l'intérieur par un champ.

Dans le solide déformé, apparaissent des tensions mécaniques appelées contraintes qui tendent le ramener à son état de repos [25].

Supposons le système suivant (Figure I.8) à trois dimensions, la force $d\vec{F}$ admet trois composantes, $d\vec{F}_1, d\vec{F}_2, d\vec{F}_3$ et le vecteur $d\vec{S}$ admet également trois composantes $d\vec{S}_1, d\vec{S}_2, d\vec{S}_3$.

Soit $d\vec{F}_i$ la composante sur l'axe i de la force $d\vec{F}$ exercée sur l'élément de surface $d\vec{S}_k$ perpendiculaire à l'axe k.

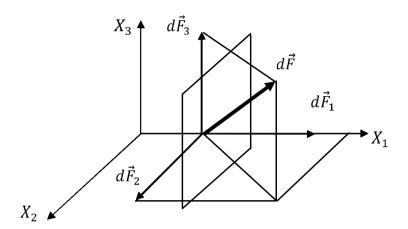


Figure I.8 : Représentation d'un élément de surface soumis à une force $d\vec{F}$

On peut écrire :

$$dF_i = \sum_{j=1}^{3} T_{ij} \cdot dS_j \qquad (i = 1, 2, 3)$$
 (I.9)

Où : $T_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial S_j}$ est la dérivée partielle de la force par rapport à l'élément de surface.

Les composantes T_{ij} forment un tenseur appelé tenseur des contraintes [13].

Le repérage se fait à l'aide d'un trièdre de référence orthogonale [O. XYZ], dont l'orientation par apport au réseau cristallin et telle que les coefficients utiles soient en nombre limité.

Les axes OX, OY, OZ sont souvent notés 1, 2, 3 respectivement de façon générale les contraintes agissantes résultent de la combinaison de composantes axiales et de cisaillement.

On note T_{ij} la composante selon l'axe i (i = x, y, z) de la contrainte s'exerçant sur l'unité de surface perpendiculaire à l'axe j (j = x, y, z) dans un cube de matériau, de la part des éléments de matière voisins (Figure I.9).

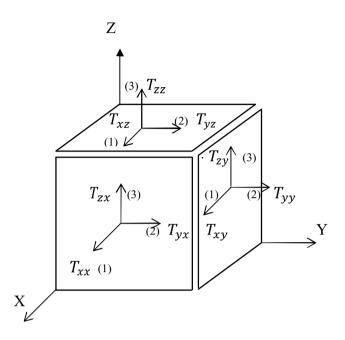


Figure I.9 : Contraintes mécaniques agissant sur les trois faces (avant) d'un élément cubique [15]

Alors le tenseur de contrainte élastique s'écrit :

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$$

Dans le cas des cristaux le tenseur T_{ij} est symétrique $T_{ij} = T_{ji}$ (ij = 1, 2, 3). Ce qui permet d'alléger les notions, la matrice T est réduit de neuf (9) composantes à six (6) seulement :

$$T_{12} = T_{21}$$
 $T_{13} = T_{31}$ $T_{23} = T_{32}$

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{12} & T_{22} & T_{23} \\ T_{13} & T_{23} & T_{33} \end{bmatrix}$$

Composantes axiales $T_{11}=T_1$, $T_{22}=T_2$, $T_{33}=T_3$

Composantes de cisaillement $T_{23} \Rightarrow T_4$, $T_{13} \Rightarrow T_5$, $T_{12} \Rightarrow T_6$

c.-à-d.:
$$T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6]^t$$



Pour un milieu élastique, les contraintes sont proportionnelles aux déformations, ce qui constitue la loi de Hooke [12]. Cette proportionnalité à été énoncée pour la première fois au XVII siècle.

$$T_{ij} = C_{ijkl} . S_{kl} (I.10)$$

 C_{ijkl} : Tenseur élastique avec (i, j, k, l = 1, 2, 3).

Les coefficients C_{ijkl} qui traduisent la relation linéaire la plus générale entre deux tenseurs de rang deux T_{ij} et S_{kl} sont les composantes d'un tenseur de rang quatre appelé tenseur de rigidités élastiques. Ce tenseur possède $3^4 = 81$ composantes. Cependant du fait des symétries des tenseurs T_{ij} et S_{kl} , le tenseur C_{ijkl} est aussi symétrique par rapport à i et j,k et l respectivement :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk}$$

Cette relation de symétrie réduit de 81 à 36 le nombre de constants élastiques indépendants.

La relation de contraction des indices peut alors être appliquée. Les modules élastiques indépendants, repérés seulement par deux indices α et β , avec α , $\beta = 1, 2, ..., 6$ se rangent de la manière suivante :

$$C_{\alpha\beta}=C_{ijkl}$$

avec $\alpha \leftrightarrow (ij)$ et $\beta \leftrightarrow (kl)$. Les notations tensorielles sont donc réduites à une notation matricielle pour C_{ijkl} qui est devenu $C_{\alpha\beta}$ et vectorielle pour T_{ij} et S_{kl} qui sont devenus T_{α} et S_{β} . La loi de Hooke s'écrit ainsi :

$$T_{\alpha}=C_{\alpha\beta}.S_{\beta}$$

On peut repérer le nombre de constantes du tenseur C_{ijkl} est réduit de 81 composantes à 36 seulement, la matrice des constantes élastiques est sous la forme suivantes :



$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}$$

Et comme le tenseur d'élasticité est symétrique c'est-à-dire $C_{\alpha\beta}=C_{\beta\alpha}$ le nombre de composantes est réduit de 36 à 21 seulement.

La matrice C devient symétrique par rapport à la diagonale :

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix}$$

Les éléments des tenseurs S et T sont notés :

$$S_1 = S_{11}$$
 , $S_2 = S_{22}$, $S_3 = S_{33}$, $S_4 = 2S_{23}$, $S_5 = 2S_{13}$, $S_6 = 2S_{12}$ $T_1 = T_{11}$, $T_2 = T_{22}$, $T_3 = T_{33}$, $T_4 = T_{23} = T_{32}$, $T_5 = T_{13} = T_{31}$, $T_6 = T_{12} = T_{21}$

La (Figure I.10) représente les principales contraintes et déformations dans une base orthonormée [4,26].

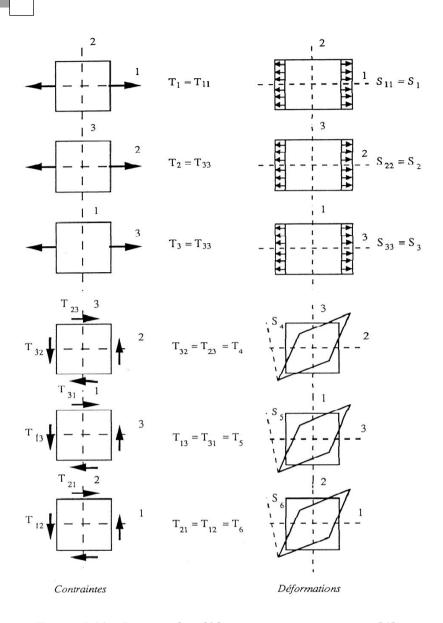


Figure I.10 : Principales déformations et contraintes [4]

I.4 Équations de propagation des micro-ondes acoustiques dans un milieu piézoélectrique

L'équation du mouvement résultant de la loi fondamentale de la dynamique $\vec{F}=\vec{m\gamma}$ est telle que :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial X_i} = \rho \, \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \tag{I.11}$$

 T_{ij} : Tenseur des contraintes (N/m²).

 ρ : Densité du substrat (masse volumique) (kg/m).

 U_i : Vecteur de déplacement (m).



Le tenseur de déformation mécanique est relié aux déplacements par la relation (I.8). La loi de Hooke s'écrit en fonction des déplacements [27] :

■ Pour un milieu non piézo-électrique :

$$T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl} = \frac{1}{2} C_{ijkl} \left[\frac{\partial U_k}{\partial X_l} + \frac{\partial U_l}{\partial X_k} \right]$$

Et comme le tenseur $S_{kl} = S_{lk}$ (symétrique) donc :

$$T_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial U_k}{\partial X_l}$$

Donc la relation (I.11) devient :

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} \tag{I.12}$$

 Pour un milieu piézo-électrique, les expressions de la contrainte et de l'induction électrique sont définies comme suit :

$$T_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial U_k}{\partial X_l} - e_{kij} E_k \tag{I.13}$$

 C_{ijkl} : Tenseur d'élasticité (N/m²) (i, j, k, l = 1, 2, 3).

 e_{kij} : Tenseur de constante piézoélectrique (C/m²).

 E_k : Champ électrique (V/m).

$$D_{j} = e_{ikl} \frac{\partial U_{k}}{\partial X_{l}} + \varepsilon_{ik} E_{k}$$
 (I.14)

 D_i : L'induction électrique (C/m²).

 ε_{ik} : Tenseur du constant diélectrique (F/m).

Donc un milieu piézo-électrique est un cristal caractérisé par :

- 1. Le tenseur d'élasticité C_{ijkl}
- 2. Le tenseur des constantes piézoélectrique e_{kij}
- 3. Le tenseur des constantes diélectrique ε_{ik}

D'après la symétrie des tenseurs C_{ijkl} , e_{kij} et ε_{ik} . Les relations (I.13) et (I.14) devient :

$$T = C S - e^t E (I.15)$$

$$D = \varepsilon E + e S \tag{I.16}$$

 e^t : transposé de e.

C'est le même tenseur "e" de piézoélectricité qui intervient dans les deux lignes (I.15) et (I.16).



Par substitution de l'équation (I.13) dans l'équation (I.11), nous obtenons :

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} - e_{kij} \frac{\partial E_k}{\partial X_j}$$
(I.17)

Le milieu est isolant, il ne possède donc pas de charge libre. L'induction électrique D_j est alors à divergence nulle, doit satisfaire l'équation de Poisson (dans l'approximation quasi statique) [28] :

$$Div\vec{D} = \frac{\partial D_j}{\partial X_j} = 0$$
 $j = 1,2,3$ (I.18)

Par substitution de l'équation (I.14) dans l'équation (I.18), nous obtenons :

$$e_{ikl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} + \varepsilon_{ik} \frac{\partial E_k}{\partial X_i} = 0$$
 (I.19)

La propagation des ondes élastique en admettant que le champ électrique est statique (approximation quasi-statique), le champ \vec{E} dérive d'un potentiel scalaire \emptyset [12,28].

$$\vec{E} = -\overrightarrow{Grad}\phi$$

$$\emptyset = U_4 \implies E_k = -\frac{\partial U_4}{\partial X_k} \qquad k = 1,2,3$$
(I.20)

 U_4 : Potentiel électrique.

En intégrant l'équation (I.20) dans les équations (I.17) et (I.19), nous aurons :

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} + e_{kij} \frac{\partial^2 U_4}{\partial X_k \partial X_j}$$
(I.21)

$$e_{ikl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} - \varepsilon_{ik} \frac{\partial^2 U_4}{\partial X_k \partial X_i} = 0$$
 (I.22)

L'expression (I.21) est l'équation fondamentale de dynamique appliquée au cristal piézoélectrique.

L'expression (I.22) est l'équation de couplage électro élastique.

Ces deux expressions (I.21) et (I.22), sont les équations phénoménologiques tensorielles piézoélectriques, c'est à partir de ces deux équations qu'on pourra modéliser la propagation des ondes acoustiques dans un milieu anisotrope.



I.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter le phénomène de la piézoélectricité et de rappeler les équations régissant le couplage électromécanique. Les caractéristiques physiques des matériaux (rigidités élastiques, permittivités diélectriques et coefficients de couplages piézoélectriques) ont ainsi été introduites à travers l'écriture des relations constitutives de la piézoélectricité. Elles relient les grandeurs élastiques (contraintes et déformations) entre elles et aux grandeurs électriques (champs et déplacements électriques).

Chapitre II:

Modélisation des micro-ondes Acoustiques dans le Substrat piézoélectrique

Résumé

Dans ce chapitre, nous donnerons les résultats essentiels de notre programme qui traduit la propagation des micro-ondes acoustiques dans le matériau piézoélectrique (LiNBO₃). Et nous allons voir aussi le concept général de la modélisation des micro-ondes acoustiques, cela permettra de bien comprendre le phénomène des ondes de fuite, de volume et des SSBW, et l'origine des singularités qui apparaissent au niveau de certains paramètres qui caractérisent le milieu de propagation. Pour cela nous nous somme basés sur un certain nombre de paramètres aux niveaux desquels nous effectuerons nos interprétations physiques.

- II.1 Propagation des ondes acoustique de surface
- II.2 Forme générale de la solution de l'onde acoustique
- II.3 Comportement des racines de l'équation séculaire
- II.4 Application sur le LiNbO₃ (Niobate de Lithium) coupe (Y-X)
- II.5 Application sur le LiNbO₃ (Niobate de Lithium) coupe (Y-Z)
- II.6 Identification des ondes de fuite de volume et les SSBW
- II.7 Paramètres importants
- **II.8 Conclusion**



Les ondes élastiques ou acoustiques de surface appelées (SAW : Surface Acoustic Wave) sont des ondes qui se propagent en parallèle de la surface d'un solide (le vecteur d'onde et le vecteur de flux d'énergie sont parallèle à la surface) avec une amplitude, en terme de longueur d'onde, qui décroît avec la profondeur du solide. Plusieurs modes de propagation des ondes acoustiques de surface existent. Ces modes se divisent principalement en 3 parties : ondes de Rayleigh, les ondes STW (Surface Transverse Wave) et les ondes LSAW (Leaky Surface Acoustic Wave) [29,30].

II.1.1 Ondes de Rayleigh

Elles ont été découvertes par Lord Rayleigh en 1885. Ces ondes possèdent deux composantes de déplacement mécanique dans le plan sagittal et satisfont aux conditions limites mécaniques de la surface libre [1,31]. Par contre, la satisfaction des conditions mécaniques est une condition nécessaire mais pas suffisante pour avoir les caractéristiques des ondes de surface.

Dans les solides anisotropes, il est possible d'avoir des ondes avec des caractéristiques d'ondes de volume (BAW Bulk Acoustic Wave) et qui satisfont les conditions limites mécaniques de la surface libre et qui ont aussi des composantes longitudinale et transversale du déplacement mécanique. Dans certains cas, ces ondes se propagent le long ou presque de la surface. Ces ondes sont appelées : SSBW (Skiming Surface Bulk Wave) ou certains types d'ondes "Leaky" qui irradient l'énergie de la surface vers le volume.

La (Figure II.1) montre la structure des ondes de Rayleigh et l'ondulation de la surface provoquée par leur propagation [4,29,30].

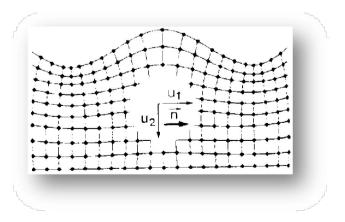


Figure II.1: Propagation des ondes Rayleigh, ondulation de la surface [4]



Les deux composantes de déplacements de l'onde de Rayleigh u_1 et u_2 sont déphasées de $\pi/2$ L'onde de Rayleigh a donc une polarisation elliptique (Figure II.2) [32].

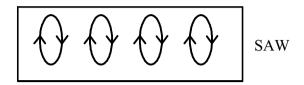


Figure II.2: Polarisation elliptique dans le plan sagittal des ondes Rayleigh [4]

II.1.2 Autres modes

Il existe beaucoup de modes d'ondes acoustiques de surface ou des modes pouvant posséder certaines caractéristiques d'ondes de surface sans pour autant en être des modes pures de ce type d'ondes. Nous nous contenterons uniquement de citer quelques uns de ces modes sans détailler leur principe de génération et leurs caractéristiques. Parmi les modes de propagation des ondes de surface, on peut citer :

- Les ondes de Love (STW) [33]
- Les ondes de Bleustein-Gulyaev (STW) [34]
- Les ondes de Lamb (STW) [29]
- Les ondes Leaky [32]
- Les ondes Sezawa [32]

La propagation des différents modes des ondes élastiques dans les solides se fait sous des conditions bien déterminées qui dépendent de la nature du solide [29]. Pour les piézoélectriques, certains de ces modes peuvent s'y propager ; la génération de ces modes se fait à l'aide d'électrodes métalliques dont on détaillera le fonctionnement dans le paragraphe suivant [4].

II.1.3 Génération et détection des ondes acoustiques de surface

R. M. White de l'université de Californie, a été le premier à découvrir la génération et la détection des ondes acoustiques de surface par des électrodes interdigitées sur la surface d'un cristal piézoélectrique [35]. Ces électrodes développées par la technique de photolithographie sont appelées: transducteurs interdigités (IDT : InterDigital Transducers).

Ces électrodes sont très utilisées dans les dispositifs à ondes acoustiques de surface. On en dénombre plusieurs variantes géométriques permettant de définir la réponse fréquentielle du dispositif réalisé.



Les ondes acoustiques de surface sont générées et détectées sur des solides piézoélectriques par des transducteurs interdigités comme le montre la (Figure II.3).

L'IDT comprend 2 électrodes en forme de peigne. L'application d'une tension électrique entre les 2 électrodes, crée un champ électrique périodique qui engendre des compressions et des dilatations au voisinage de la surface. Quand un champ électrique alternatif est appliqué sur l'IDT, un champ de déformation est généré dans le cristal piézoélectrique qui produit des ondes acoustiques de surface permanentes. Ces ondes sont émises de chaque côté du transducteur ; le front d'onde est parallèle aux doigts de l'IDT [4,36].

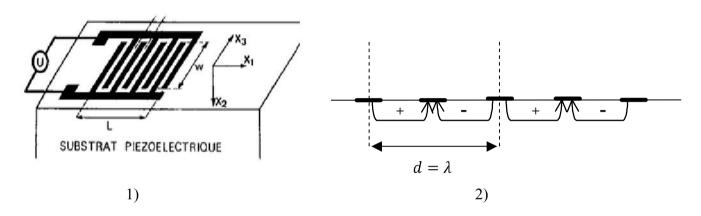


Figure II.3 : 1)- transducteur interdigité. 2)- Lignes du champ près de la surface du solide [4]

Les transducteurs interdigités ne fonctionnent efficacement que lorsque la longueur d'onde (λ) des ondes SAW est égale à la période du transducteur (d). Cela se produit lorsque le transducteur est excité à la fréquence de synchronisme définie par :

$$f_0 = \frac{V_s}{d} = \frac{V_s}{\lambda}$$

Où : V_s est la vitesse de propagation des ondes Rayleigh (vitesse acoustique).

II.2 Forme générale de la solution de l'onde acoustique

Dans le cas des ondes de Rayleigh, on repère le substrat par les axes X, Y, Z. La direction de propagation est contenue dans le plan de la surface libre [OZ, OX] [37,38].

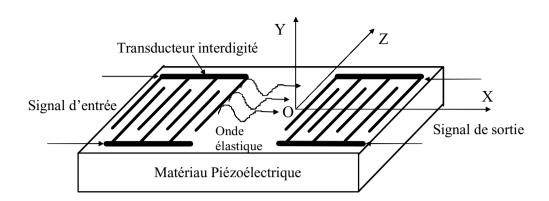


Figure II.4 : Excitation du matériau piézoélectrique (de Coupe Y-X)

par un transducteur interdigité [37]

Pour étudier la propagation d'ondes acoustiques dans un cristal piézoélectrique, nous utilisons les équations de la piézoélectricité à partir desquelles nous pouvons déduire les équations du mouvement (I.21) et (I.22) :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^{2} U_{i}}{\partial t^{2}} = C_{ijkl} \frac{\partial^{2} U_{k}}{\partial X_{j} \partial X_{l}} + e_{kij} \frac{\partial^{2} U_{4}}{\partial X_{k} \partial X_{j}} \\ e_{ikl} \frac{\partial^{2} U_{k}}{\partial X_{j} \partial X_{l}} - \varepsilon_{ik} \frac{\partial^{2} U_{4}}{\partial X_{k} \partial X_{j}} = 0 \end{cases}$$

Les équations (I.21) et (I.22) constituent les équations différentielles de base pour la propagation des ondes élastiques dans l'espace piézoélectrique. Les déplacements élastiques de l'onde U_i sont nuls hors de cet espace [37].

La solution générale pour le déplacement et le potentiel électrique est :

$$U_i = u_i \exp(j\alpha_i \beta y) \exp[-j(\omega t - \beta x)] \qquad i = 1, 2, 3, 4 \tag{II.1}$$

Où:

 $U_i(i = 1, 2, 3)$: sont les amplitudes de déplacement.

 $U_i(i = 4)$: l'amplitude du potentiel électrique.

 β : est la constante de propagation, et ω la pulsation angulaire ($\omega = 2\pi f$).

 α_i : sont les coefficients d'atténuation de l'onde à l'intérieur du matériau piézoélectrique.

Les solutions de ce type d'ondes correspondent à des ondes qui se propagent avec ou sans atténuation suivant la direction X, les déplacements élastiques U_i et le potentiel électrique U_4 peuvent varier suivant la direction normale à la surface plane Y, mais sont invariant suivant Z (Figure II.4).



En reportant la solution élémentaire (II.1) dans les équations (I.21) et (I.22), nous obtenons un système d'équations linéaires et homogènes :

$$[A].[U] = [0]$$
 (II.2)

Où : [A] est une matrice symétrique 4x4.

 $[U] = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T$ Composantes à déterminer.

Le développement du déterminant de [A] donne en générale, un polynôme du 8ème ordre :

$$Det(A) = \sum_{n=0}^{8} A_n \, \alpha^{(n)} = 0$$
 (II. 3)

Ce polynôme est appelé équation de dispersion ou équation séculaire.

La solution de l'équation (II.3) donne pour chaque β ($\beta = 2.\pi. f/V_s$) huit racines. Ces racines sont en fonction de V_s (vitesse acoustique). Chaque racine engendre trois composants déplacements U_i (i = 1, 2, 3) de la particule et un potentiel électrique U_i (i = 4).

La solution générale est une combinaison de huit racines (8 ondes secondaires) donnée par cette expression :

$$U_{i} = \sum_{n=1}^{8} C_{n} D_{i}^{(n)} \exp(j\alpha^{n}\beta y) \exp[-j(\omega t - \beta x)] \qquad i = 1, 2, 3, 4$$
 (II. 4)

Où:

 $D_i^{(n)}$: sont les composantes du vecteur propre du système (II.2) associées à la valeur propre α^n . C_n : constante à déterminer par les conditions aux limites (voir section II.7).

Si on considère que le substrat est le Niobate de Lithium (LinbO₃) de coupe (Y-X), nous choisissons le système trigonal 3m qui sera valable [12,13].

Les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques de ce cristal sont données dans l'Annexe [39].

II.3 Comportement des racines de l'équation séculaire

A une vitesse inférieure à la vitesse basse transverse de volume dans le milieu, toutes les racines sont complexes et conjuguées deux à deux :

$$\alpha^{(1)} = \alpha_{re}^{(1)} + j\alpha_{im}^{(1)} \quad \text{et} \quad \alpha^{(2)} = \alpha_{re}^{(2)} - j\alpha_{im}^{(2)}$$
 Où
$$\alpha_{re}^{(j)} = \alpha_{re}^{(j+1)} \quad \text{et} \quad \alpha_{im}^{(j)} = \alpha_{im}^{(j+1)} \quad \text{avec}: j = 1, 3, 5, 7$$



Cela correspond à l'onde partielle :

$$U_i^{(1)} \approx \exp\left[j\beta \alpha_{re}^{(1)} y - \beta \alpha_{im}^{(1)} y\right] \exp(j\beta x) \tag{II.5}$$

$$U_i^{(2)} \approx \exp\left[j\beta \alpha_{re}^{(2)} y + \beta \alpha_{im}^{(2)} y\right] \exp(j\beta x)$$
 (II.6)

Après développement on aura:

$$U_i^{(1)} \approx \exp[-\beta \alpha_{im}^{(1)} y] \exp j\beta [\alpha_{re}^{(1)} y + x]$$
 (II.7)

$$U_i^{(2)} \approx \exp[+\beta \alpha_{im}^{(2)} y] \exp j\beta [\alpha_{re}^{(2)} y + x]$$
 (II.8)

Les ondes partielles $U_i^{(1)}$ et $U_i^{(2)}$, sont des ondes qui se propagent suivant la direction donnée par le plan X et Y et s'atténuent suivant Y.

Dans le cas de $U_i^{(1)}$, la direction de propagation est dans le plan (Y, X) et quand Y tend vers $-\infty$ (espace piézoélectrique) alors $U_i^{(1)}$ tend vers $+\infty$ (divergence).

Dans le cas de $U_i^{(2)}$ qui se propage dans le plan (Y, X) celle-ci tend vers zéro quand Y tend vers $-\infty$.

Donc seules les racines à partie imaginaire négative sont acceptables. Ce mode correspond au mode de surface ou mode de Rayleigh (Figure II.5).

Pour des vitesses supérieures, certaines racines sont réelles c.-à-d. :

$$U_i^{(1)} \approx \exp j\beta \left[\alpha_{re}^{(1)} y + x\right] \tag{II.9}$$

$$U_i^{(2)} \approx \exp j\beta \left[\alpha_{re}^{(2)} y + x\right] \tag{II.10}$$

- Si $\alpha_{re}^{(1)} > 0$, on aura les ondes de fuite (rayonnements électromagnétiques hors du cristal (Figure II.6)) [37,40].
- Si $\alpha_{re}^{(1)} \langle 0$, on obtiendra les ondes de volume (Figure II.7) et si $\left|\alpha_{re}^{(1)}\right|$ est très petite, on aura les ondes SSBW (Figure II.8) [41,42].

Ceci est valable pour tout $\alpha_{re}^{(i)}$ (i=1..8) tant que $\alpha_{im}^{(i)} = 0$ [37].

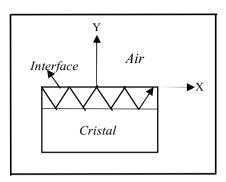


Figure II.5 : Ondes de surface

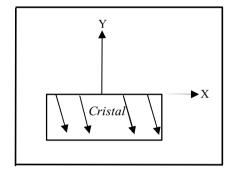


Figure II.7: Ondes de volume

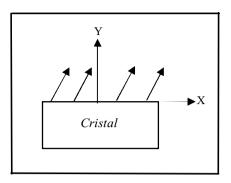


Figure II.6 : Ondes de fuite

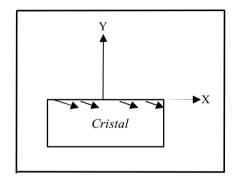


Figure II.8: Ondes SSBW

II.4 Application sur le LiNbO₃ (Niobate de Lithium) coupe (Y-X)

II.4.1 Description du matériau LiNbO₃

Depuis une vingtaine d'années le Niobate de Lithium s'est imposé comme le substrat de choix pour la réalisation de dispositifs optiques de haute technologie comme les modulateurs acousto-optiques et électro-optiques (télécommunications optiques), les cellules de Pockels (la sers déclenchés) ou les filtres acoustiques de surfaces (radiocommunications).

Le Niobate de Lithium (LiNbO₃) est un composé chimique de niobium, de lithium et d'oxygène. C'est un matériau solide incolore de structure cristalline trigonale.

Il est transparent pour des longueurs d'ondes entre 350 et 5500 nanomètres, et sa bande interdite est de 4 eV. Son point de fusion est à 1257°C et sa densité est 4.65 g/cm³.

Il est des propriétés électro-optiques, piézoélectriques, photoélastiques et de non linéarité optique étonnantes. Il est utilisé dans le doublage de fréquence, les oscillateurs paramétriques optiques, les instruments acousto-optiques,...etc. C'est aussi d'excellent matériau pour la fabrication de guides d'onde optiques [43].



II.4.2 Principales applications du LiNbO₃

Le Niobate de Lithium c'est un matériau utilisé dans une large gamme d'applications telles que [43] :

- Génération de Fréquence.
- Les générateurs et les Capteurs piézoélectriques.
- Les Capteurs pyroélectriques.
- Les Téléphones cellulaires.
- Les modulateurs opto-électroniques.
- Médecine (chirurgie, traitement actif, l'acupuncture, etc...).
- Laser de modulation (électroluminescente optique écluses).
- Appareils électroménagers (télévision, les cassettes audio et vidéo etc. ...).
- Technologie (découpage des métaux, des trous brocher, façonnage, décrivant, de l'image de dessin, etc...).
- SAW filtres, résonateurs, lignes à retard, oscillateurs.
- Les guides d'onde optiques.

II.4.3 Comportement des coefficients d'atténuation en fonction de la vitesse acoustique (Niobate de Lithium)

On montre les variations des parties réelles et imaginaires des coefficients d'atténuation en fonction de la vitesse acoustique V_s (Figure : II.9, II.10, II.11 et II.12).

Sur Les (Figures : II.11, II.12), nous allons indiquer la présence :

- Des ondes de fuite « O.F » (parties réelles positives),
- Des ondes de volume « O.V » (partie réelle négatives),
- Ainsi que les ondes SSBW (petites valeurs des parties réelles négatives).

Au niveau des coefficients d'atténuation sur (Figure : II.9, II.10), il n'ya pas de O.F, O.V et SSBW.

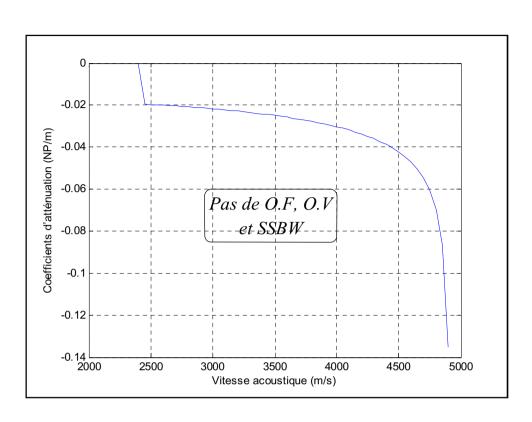


Figure II.9(a) : Partie réelle de α_l

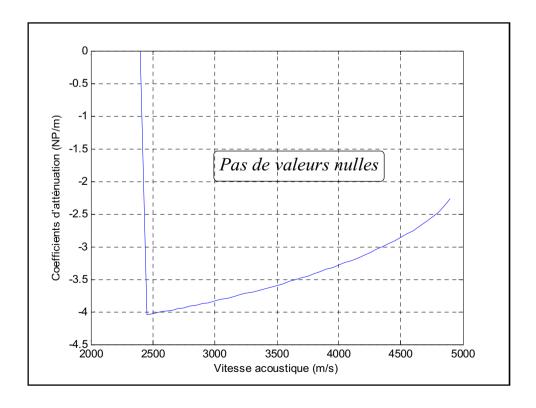


Figure II.9(b) : Partie imaginaire de α_l

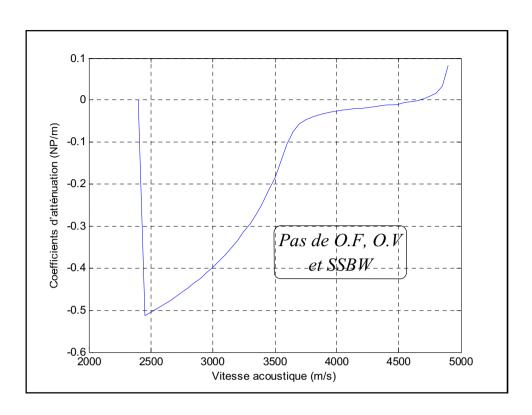


Figure II.10(c) : Partie réelle de α_2

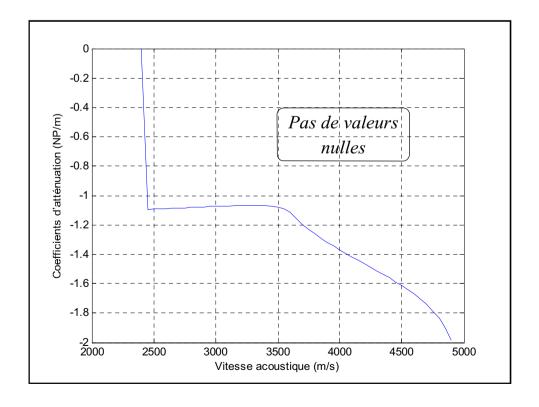


Figure II.10(d) : Partie imaginaire de α_2

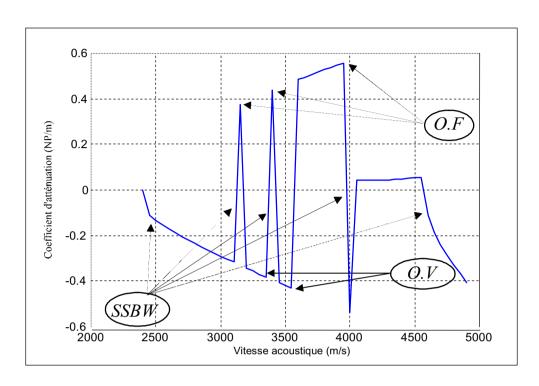


Figure II.11(e) : Partie réelle de α_3

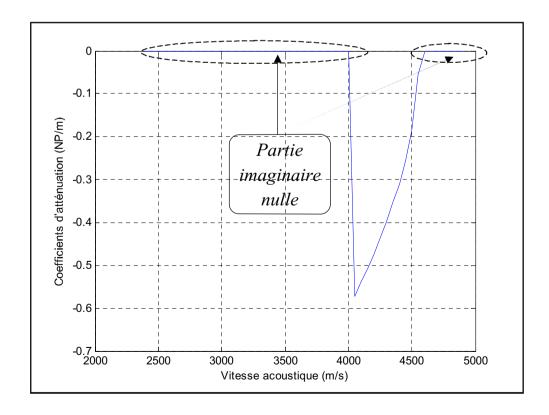


Figure II.11(f) : Partie imaginaire de α_3

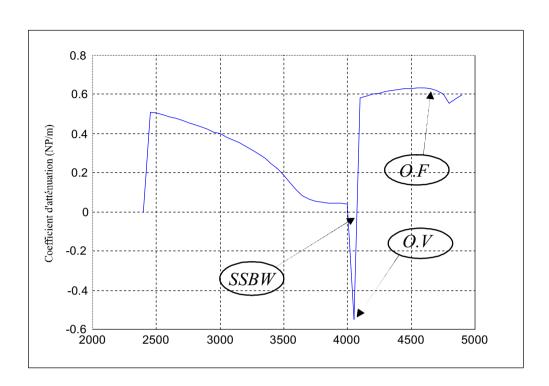


Figure II.12(g) : Partie réelle de α_4

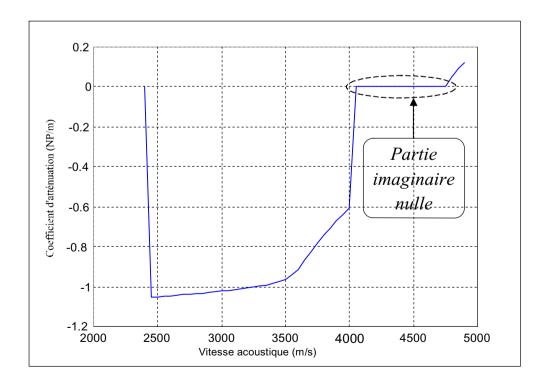


Figure II.12(h) : Partie imaginaire de α_4



II.5 Application sur le LiNbO₃ (Niobate de Lithium) coupe (Y-Z)

Dans cette application, nous avons utilisé le champ électrique et acoustique, leurs expressions pourront être données comme suit [37,38]:

$$U_i = A_i \exp(\alpha \beta y) \exp[j(\omega t - \beta z)]$$
 (II.11)

$$E_i = \beta a_i \exp(\alpha \beta y) \exp[j(\omega t - \beta z)]$$
 (II.12)

Avec α : coefficient d'atténuation

 β : constante de propagation $(2\pi f/V_s)$

f: fréquence, V_s : Vitesse acoustique

 A_i : facteur d'amplitude complexe de déplacement élastique

 a_i : facteur d'amplitude complexe de champ électrique

Dans ce cas l'équation séculaire sera sous la forme d'un polynôme du $6^{\rm ème}$ ordre :

$$Det(A) = \sum_{n=0}^{6} A_n \, \alpha^{(n)} = 0$$
 (II. 13)

Alors l'onde électroacoustique peut être considérée comme la combinaison linéaire de six solutions élémentaires (n = 6):

$$U_{i} = \sum_{n=1}^{6} C_{n} A_{i}^{(n)} \exp \left(\alpha_{n} \beta y\right) \exp \left[j \left(\omega t - \beta z\right)\right]$$
(II. 14)

$$E_{i} = \beta \sum_{n=1}^{6} C_{n} a_{i}^{(n)} exp \left(\alpha_{n} \beta y\right) exp \left[j \left(\omega t - \beta z\right)\right]$$
(II. 15)

i=2,3 (2, 3 correspondent respectivement à Y et Z avec $E_x=0$, $U_x=0$)

Où : $a_i^{(n)}$ et $A_i^{(n)}$ sont les facteurs d'amplitudes respectivement champ électriques et déplacement élastiques. Les facteurs de poids C_n sont déterminés à partir des conditions aux limites.

$$\begin{cases} Uy = \sum_{n=1}^{6} C_n A_i^{(n)} \exp(\alpha_n \beta y) \exp[j(\omega t - \beta z)] \\ Uz = \sum_{n=1}^{6} C_n \alpha_i^{(n)} \exp(\alpha_n \beta y) \exp[j(\omega t - \beta z)] \end{cases}$$
(II. 16)

$$\begin{cases} Ey = \beta \sum_{n=1}^{6} C_n A_i^{(n)} exp(\alpha_n \beta y) exp[j(\omega t - \beta z)] \\ Ez = \beta \sum_{n=1}^{6} C_n a_i^{(n)} exp(\alpha_n \beta y) exp[j(\omega t - \beta z)] \end{cases}$$
(II. 17)



 Variation des amplitudes des champs électrique et acoustique en fonction de la profondeur de pénétration [38]:

Les composantes des vecteurs déplacements et champ électrique sont données par les relations (II.16) (II.17). Nous normalisons les composantes en posant :

$$Y = \frac{y}{\lambda} \Longrightarrow \beta y = 2\pi Y$$
 $avec: (\beta = \frac{2\pi f}{V_s}, \lambda = \frac{V_s}{f})$

Ceci nous permettra d'écrire les relations (II.16) (II.17) selon :

$$Uy = \sum_{n=1}^{6} C_n A_i^{(n)} \exp(\alpha_n 2\pi Y) \exp[j(\omega t - \beta z)]$$
 (II. 18)

$$Uz = \sum_{n=1}^{6} C_n \, a_i^{(n)} \, \exp(\alpha_n \, 2\pi \, Y) \exp[j(\omega t - \beta z)]$$
 (II. 19)

De la même manière :

$$Ey = \beta \sum_{n=1}^{6} C_n A_i^{(n)} exp(\alpha_n 2\pi Y) exp[j(\omega t - \beta z)]$$
 (II. 20)

$$Ez = \beta \sum_{n=1}^{6} C_n a_i^{(n)} \exp(\alpha_n 2\pi Y) \exp[j(\omega t - \beta z)]$$
 (II. 21)

Nous normalisons les amplitudes en posant :

$$U^{0}z = U_{Z}|_{Y=0} = \sum_{i=1}^{6} C_{n} a_{i}^{(n)}$$
 (II. 22)

$$E^{0}z = E_{Z}|_{Y=0} = \beta \sum_{i=1}^{6} C_{n} a_{i}^{(n)}$$
(II. 23)

Ce qui nous donne les résultats suivants :

On à:

$$\frac{Uy}{U^0z} = \frac{\sum_{i=1}^{6} C_n A_i^{(n)} exp(\alpha_n 2\pi Y) exp[j(\omega t - \beta z)]}{\sum_{i=1}^{6} C_n a_i^{(n)}}$$
(II. 24)

$$\frac{Uz}{U^{0}z} = \frac{\sum_{i=1}^{6} C_{n} a_{i}^{(n)} exp(\alpha_{n} 2\pi Y) exp[j(\omega t - \beta z)]}{\sum_{i=1}^{6} C_{n} a_{i}^{(n)}}$$
(II. 25)

$$\frac{Ey}{E^{0}z} = \frac{\beta \sum_{i=1}^{6} C_{n} A_{i}^{(n)} exp(\alpha_{n} 2\pi Y) exp[j(\omega t - \beta z)]}{\beta \sum_{i=1}^{6} C_{n} a_{i}^{(n)}}$$
(II. 26)

$$\frac{Ez}{E^{0}z} = \frac{\beta \sum_{i=1}^{6} C_{n} \ a_{i}^{(n)} \ exp(\alpha_{n} \ 2\pi \ Y) \ exp[j(\omega t - \beta z)]}{\beta \sum_{n=1}^{6} C_{n} \ a_{i}^{(n)}}$$
(II. 27)



Dans la représentation des courbes, nous omettons volontairement le terme temporel $\exp[j(\omega t - \beta z)]$ (Figure II.13, II.14) :

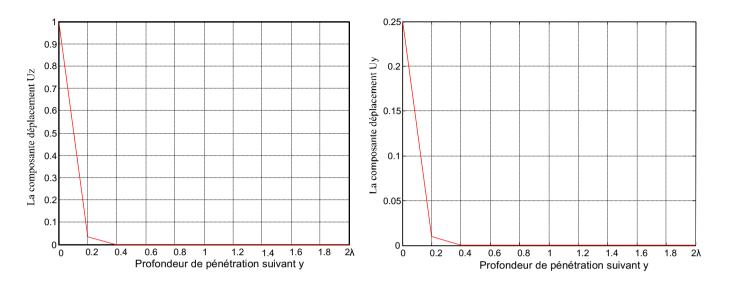


Figure II.13 : Variation de déplacement en fonction de la profondeur de pénétration

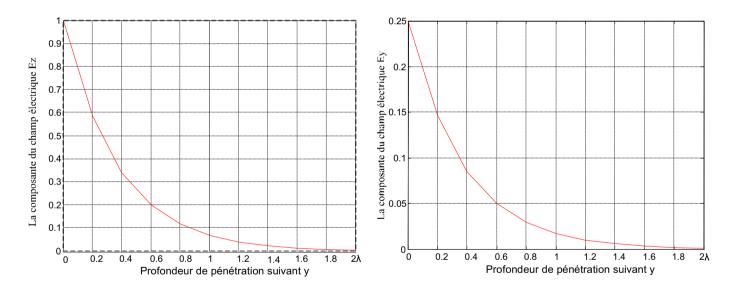


Figure II.14 : Variation de champ électrique en fonction de la profondeur de pénétration

D'après les Figures (II.13, II.14), les amplitudes de champ électrique et déplacement décroissent différemment en fonction de la profondeur pour chaque composante. Ces amplitudes sont presque nuls a partir d'une profondeur de 2λ . Ce qui distingue l'onde de surface de l'onde de volume qui pénètre plus profondément.

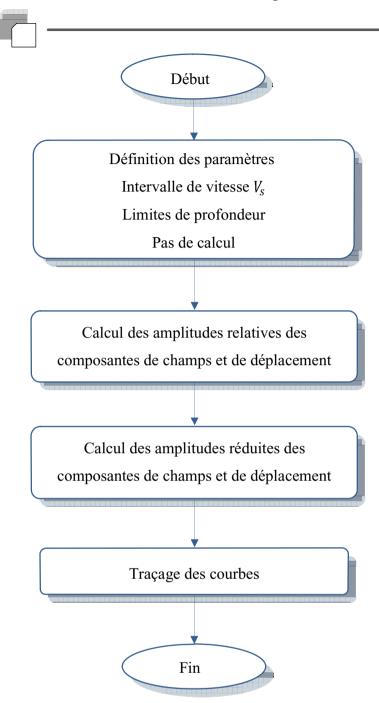


Figure II.15 : Variation des amplitudes de champs électrique et déplacement en fonction de la profondeur de pénétration

II.6 Identification des ondes de fuite de volume et les SSBW

La variation de la vitesse acoustique nous a permis de détecter les ondes de fuite et de volume (ou les SSBW) dans Le LiNbO₃.

Le coefficient d'atténuation α est donné par :

$$\alpha = a + jb$$
 Ou $\alpha = -a + jb$ (II.28)

a et b étant respectivement la partie réelle et imaginaire de a



 1^{er} Cas: A une première portion de vitesses $(V_s = 3488.3 \ m/s \ a) \ V_s < 3598.3 \ m/s)$

Les parties réelles et imaginaires de tous les coefficients d'atténuations a et b ne sont pas nulles, dans ce cas il s'agit des ondes de surface pure (Mode de Rayleigh) (Figure II.16).

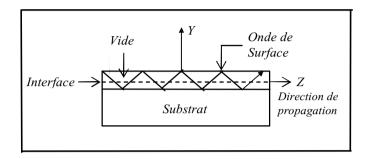


Figure II.16 : Mode de Surface de Rayleigh

$$2^{\text{ème}}$$
 Cas: $(V_s = 3598.3 \ m/s \ \text{à} \ V_s < 7368.3 \ m/s)$

Dans se cas, une des parties réelles des coefficients s'annule, on la remplace dans l'expression du champ électrique (II.12), on à :

• Pour $\alpha = jb$:

$$E_i = \beta a_i \exp(jb_i \beta y) \exp j(\omega t - \beta z) = \beta a_i \exp \left[j(\omega t - \beta z + \beta b_i y)\right]$$
 (II.29)

On a:

$$E_i = \beta a_i \exp \left[j(\omega t - \beta (z - b_i y)) \right]$$
 (II.30)

Cette relation correspond à des ondes qui se propagent dans le plan [-OY, OZ], c'est-à-dire s'enfoncent à l'intérieur du cristal, de ce fait elles sont dénommées ondes de volume (Bulk Waves) (Figure II.17).

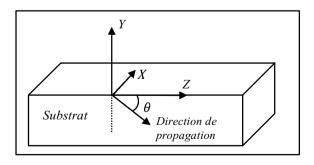


Figure II.17: Ondes de volume



Pour des valeurs de θ relativement petites, On les qualifiée d'ondes de volume rampantes sous la surface (SSBW : Surface Skiming Bulk Waves).

• Pour $\alpha = -ib'$:

On a:

$$E_i = \beta a_i \exp \left[j(\omega t - \beta (z + b_i' y)) \right]$$
 (II.31)

En ce concerne la relation (II.30), la seule différence avec la relation (II.33), se réduit au terme de propagation [z + b'y] au lieu de [z - b'y]. C'est-à-dire que la propagation est dans le plans [OY, OZ], Ces ondes sont appelées ondes de fuite (Leaky Waves) (Figure II.18).

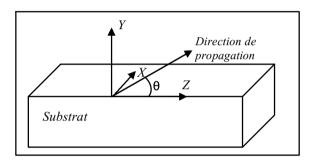


Figure II.18: Ondes de fuite

 θ : Angle qui définit la direction de propagation

II.7 Paramètres importants

II.7.1 Permittivité de surface

La discontinuité de l'induction électrique à l'interface substrat - vide est donnée par la relation suivante :

$$D_{y}^{+}(0) - D_{y}^{-}(0) = \frac{\partial U_{4}(Y=0)}{\partial Y} \varepsilon_{S}(V_{S})$$
 (II. 32)

Nous prenons:

 $\varepsilon_s(V_s)$: la permittivité de surface.

 $D_{\nu}^{+}(0)$: l'induction électrique dans le substrat.

 $D_{\nu}^{-}(0)$: l'induction électrique dans l'air.

La (Figure II.19) Qui montre la variation de la permittivité de surface en fonction de la vitesse acoustique V_s . On note ici que la courbe engendre des singularités pour des vitesses donnant les pseudo- ondes de surface (ondes formées par O.S, O.F, O.V et SSBW).

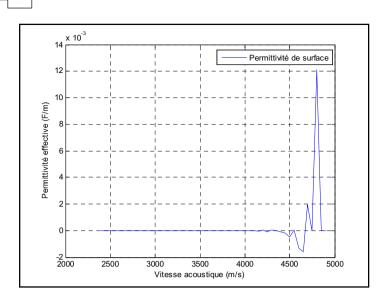


Figure II.19 : Variation de la permittivité en fonction de la vitesse acoustique

II.7.2 Déterminant des conditions aux limites

Les contraintes élastique normales devant être nulles pour (Y = 0) sur l'interface :

$$T_{yy}(Y=0) = T_{yz}(Y=0) = T_{yx}(Y=0) = 0$$
 (II. 33)
Avec: $i, j, k = 1, 2, 3$ et $T_{yy} = T_{22}$, $T_{yz} = T_{23}$, $T_{yx} = T_{21}$

Le déterminant (matrice formée par (I.32) et (I.33) système de quatre équations) subira des discontinuités (Figure II.20), qui illustre la variation en fonction de la vitesse du déterminant des conditions aux limites imposées par les contraintes élastiques et les inductions électriques à l'interface substrat-vide. On remarque ici que la courbe présente certains points singuliers, et dans le cas où le déterminant est nul, on parlera tout simplement des ondes de surface (O.S).

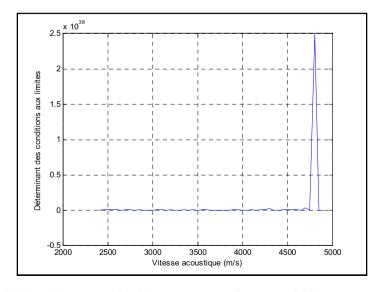


Figure II.20 : Variation du déterminant en fonction de la vitesse acoustique

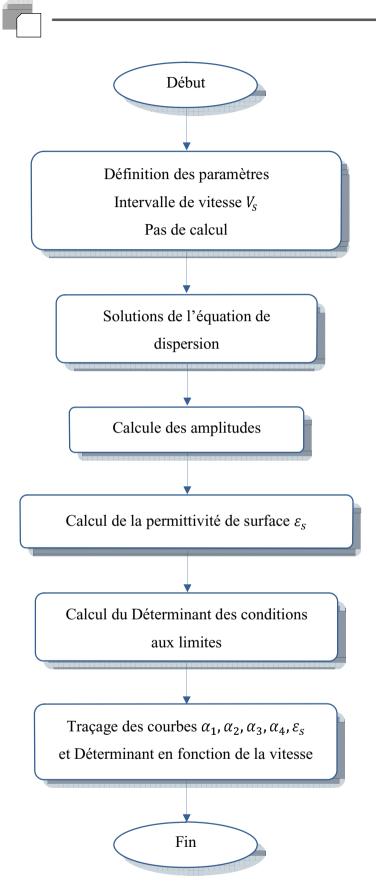


Figure II.21 : Variation des coefficients d'atténuation $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\epsilon_s$ et Déterminant en fonction de la vitesse

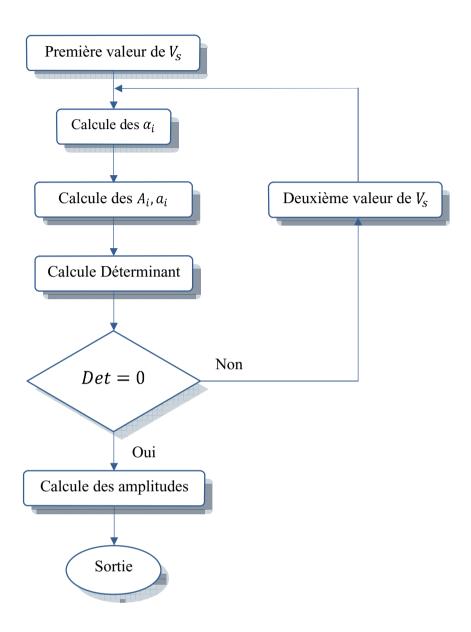


Figure II.22 : Organigramme de calcul les amplitudes de l'onde acoustique



II.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué brièvement le phénomène de détection des ondes acoustique (O.S, O.F, O.V et SSBW), dans un cristal piézoélectrique, en nous appuyons sur des résultats numériques au niveau des coefficients d'atténuations, à savoir les variations de leurs parties réelles et imaginaires en fonction de la vitesse acoustique, suffisait pour les détecter.

Nous avons mis au point une méthode permettant de déterminer l'existence des différents types d'onde acoustique pour un matériau Niobate de Lithium (LiNbO₃), de calculer la vitesse acoustique, la permittivité, le coefficient de couplage électromécanique et les composantes du déplacement et du champ électrique associé.

Dans ce modèle, on peut observer aussi le phénomène des SSBW, qui se manifeste dans l'apparition des singularités au niveau de certains paramètres (permittivité de surface et le déterminant des conditions aux limites). Ces singularités feront l'objet d'une attention très particulière dans le chapitre IV, où nous aborderons de manière extensive l'utilisation de la technique des ondelettes.

Chapitre III :

Théorie des Ondelettes

Résumé

L'objet de ce chapitre est de présenter les ondelettes que nous allons utiliser dans la suite de ce travail. Nous les situerons dans le panorama plus large de l'analyse temps-échelle, puis dans l'analyse fréquence-échelle.

- III.1 Introduction
- III.2 Les Ondelettes
- III.3 La Transformée de Fourier
- III.4 L'Analyse en Ondelette Face à l'Analyse de Fourier
- III.5 Les Aspects Théoriques de la Transformée en Ondelette
- III.6 Transformée en ondelette continue (TOC)
- III.7 Transformée en ondelette dans le plan fréquentiel
- III.8 Les Différents Type d'Ondelettes
- III.9 Avantage l'analyse en Ondelettes



L'analyse par ondelettes a été introduite au début des années 1980 dans le contexte de l'analyse des signaux et d'exploration pétrolière [44]. Il s'agit à l'époque de donner une représentation des signaux permettant la mise en valeur simultanément des informations temporelles et fréquentielles (localisation temps-fréquence).

En 1984, P. Goupillaud, A. Grossmann et J. Morlet [45] poussés par les exigences croissantes de la recherche d'hydrocarbures proposent une méthode de reconstruction des signaux sismiques multidimensionnels permettant une restauration des hautes fréquences à l'aide d'une représentation temps-fréquence.

C'est ainsi que le "besoin" des ondelettes, famille de fonctions déduites d'une même fonction (appelée ondelette mère) par opérations de translations et de dilatations, s'est fait ressentir en remarquant que la transformée de Fourier, qui a dominée dès le début du 19^{ième} siècle, "perd" lors de la projection le "contrôle" de la variable temporelle et reste toujours incapable de décrire localement (en temps ou espace) le comportement fréquentiel des signaux.

L'idée originale sur laquelle sont basées les ondelettes est apparue vers les années 1940 grâce au physicien Denis Gabor, (prix Nobel de physique, en 1971, pour l'invention de l'holographie), qui a introduit la notion de la transformée de Fourier à fenêtre glissante dans le but de remédier au problème de localisation temps-fréquence en proposant de multiplier le signal par une fonction localisée dans le temps (fenêtre) et ensuite appliquer la transformée de Fourier.

L'inconvénient de cette transformée est que la taille et la forme de la fenêtre sont inchangées au cours de l'analyse. Or, pour étudier un signal qui a, en général, une allure irrégulière, il est potentiellement intéressant de pouvoir changer la forme de la fenêtre analysante en temps. C'est à partir de là que sont nées les ondelettes qui s'adaptent d'elles mêmes à la taille et aux caractéristiques qu'elles recherchent.

Dès lors, les ondelettes qui ont été crées pour résoudre des problèmes posés par la sismique réflexion ne cessent de se développer, tant du point de vue pratique que du point de vue théorique, par des personnes telles Y. Meyer [46], I. Daubechies [47], S. Mallat [48] et autres pour ouvrir ensuite les ondelettes sur de nombreux champs d'applications autres que la sismologie ou les mathématiques. Nous citons par exemple l'apport des ondelettes en compression d'images (JEPEG2000), imagerie médicale, turbulence, la téléphonie vidéo, les systèmes radar, le stockage numérique des empreintes digitales (effectué par le FBI) et également le stockage ou la transmission de résultats de mesures sismiques, ...etc [49].



III.2 Les Ondelettes

Il est bien connu que la transformée de Fourier donnée comme étant une généralisation de la série de Fourier caractérisant les signaux périodiques a l'inconvénient majeure d'ignorer complètement la contribution temporelle exacte d'une fréquence dans un signal.

En pensant à résoudre ce problème, GABOR en 1946 a introduit la transformée de Fourier a court terme. Cette dernière se base sur le fenêtrage (Windowing). Il s'agit de segmenter en tranche de temps fixes le signal à analyser pour appliquer par la suite la TF à chaque tranche. Cette manière d'analyse a mené à un compromis difficile à satisfaire. Ce critère a mené aux constatations suivantes [50]:

- Fenêtre du temps longue Une bonne résolution fréquentielle contre une résolution temporelle pauvre.
- Dans le cas inverse, une fenêtre du temps courte → Une résolution fréquentielle pauvre contre une bonne résolution temporelle.

La suite logique qui devrait résoudre ce problème a été l'élaboration de l'outil puissant dénommé par la transformée en ondelettes (wavelets).

Les domaines d'applications qui ne cessent de s'accroître, depuis la télécommunication à la médecine en passant par l'analyse des divers phénomènes physiques tels que : les signaux sismiques, l'océanographie, la prospection géologique,..., démontrent d'une manière concluante la puissance de cet outil [50].

III.3 La Transformée de Fourier

La plus célèbre et la plus ancienne des transformations est la TF. Lors de cette transformation, le signal est décomposé sur un ensemble de fonctions de base qui sont le cosinus, le sinus ou l'exponentielle imaginaire [51,52].

La TF d'un signal x(t) est exprimée par :

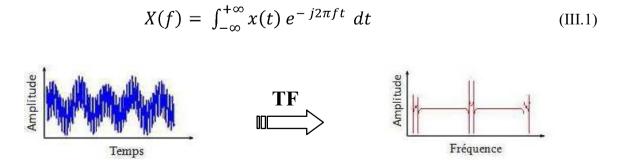


Figure III.1 : La Transformée de Fourier



Malgré son immense succès, cette technique présente deux inconvénients majeurs :

- Manque de localisation temporelle. En effet, l'analyse de Fourier permet de connaître les différentes fréquences existant dans un signal, c'est à dire son spectre, mais ne permet pas de savoir à quels instants ces fréquences ont été émises. Cette analyse donne une information globale et non locale, car les fonctions d'analyse utilisées sont des sinusoïdes qui oscillent indéfiniment sans s'amortir. Cette perte de localité n'est pas un inconvénient pour analyser des signaux stationnaires, mais le devient pour des signaux non stationnaires.
- La TF n'est pas l'outil adapté à l'étude de signaux dont la fréquence varie dans le temps. De tels signaux nécessitent la mise en place d'une analyse temps-fréquence qui permettra une localisation des périodicités dans le temps et indiquera donc si la période varie d'une façon continue.

III.3.2 Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante

Pour pallier au manque d'information sur le temps dans la TF, une nouvelle méthode d'analyse a été introduite qui utilise une fenêtre glissante: il s'agit le la TF à fenêtre glissante (Short Time Fourier Transform, STFT). Cette méthode, pouvant être adaptée aux signaux non-stationnaires, est très proche de l'analyse spectrale. On définit une fenêtre qui sera utilisée comme masque sur le signal et dans laquelle on considère le signal comme localement stationnaire, puis on décale cette fenêtre le long du signal afin de l'analyser entièrement [51,52]. La STFT est exprimée par :

$$X_{s,f}(s,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) g^*(t-s) e^{-j2\pi ft} dt$$
 (III.2)

x(t) est le signal lui-même, g(t) est la fonction fenêtre et g^* son complexe conjugué, et f joue le rôle d'une fréquence localisée autour de l'abscisse s du signal temporel.

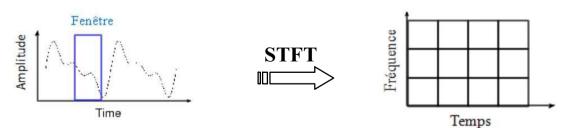


Figure III.2 : La Transformée de Fourier à fenêtre glissante

D'après (Figure III.2), on calcule un nouveau coefficient de la STFT pour chaque valeur de f et de s. On constate que la fenêtre g est indépendante de l'abscisse s, ce qui signifie que l'enveloppe de la fenêtre glissante sera constante: on aura donc une résolution fixe sur toute la durée du signal.

Ainsi, l'étude d'un signal avec la STFT permet d'obtenir à la fois une information sur le temps et sur la fréquence, mais la résolution d'analyse est fixée par le choix de la taille de l'enveloppe :

- Si la fenêtre est trop petite, les basses fréquences n'y seront pas contenues.
- Si la fenêtre est trop grande, l'information sur les hautes fréquences est noyée dans l'information concernant la totalité de l'intervalle contenu dans la fenêtre.

Donc la taille fixe de la fenêtre est un gros inconvénient. L'outil idéal serait une fenêtre qui s'adapte aux variations de fréquence dans le signal à analyser. Cet outil existe, il s'agit de la récente analyse en ondelettes.

III.4 L'Analyse en Ondelette Face à l'Analyse de Fourier

Une ondelette est une forme d'onde qui a une valeur moyenne nulle et une durée limitée. En regardant des images des ondelettes et des ondes sinusoïdales (Figure III.3), on voit intuitivement que des signaux avec les changements pointus pourraient être mieux analysés avec une ondelette irrégulière qu'avec une sinusoïde douce [53].

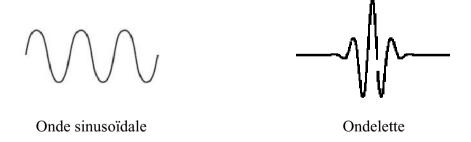


Figure III.3 : La différence entre une onde sinusoïdale et une ondelette

La transformée en ondelette (TO) (wavelet transform, WT) est un outil mathématique qui décompose un signal en fréquences en conservant une localisation temporelle. Le signal de départ est projeté sur un ensemble de fonctions de base qui varient en fréquence et en temps. Ces fonctions de base s'adaptent aux fréquences du signal à analyser.

Les (Figures III.4 et III.5) illustrent visuellement la différence entre une analyse de Fourier et celle par ondelette, d'un signal quelconque. Pour l'analyse de Fourier, la fenêtre est de taille constante, pour l'analyse en ondelette, la fenêtre est de surface constante mais sa taille varie en fonction de la fréquence à analyser. On remarque que la largeur de la fenêtre pour l'analyse en ondelette est modifiée à mesure qu'on calcule la transformée pour chacune des composantes spectrales individuellement.

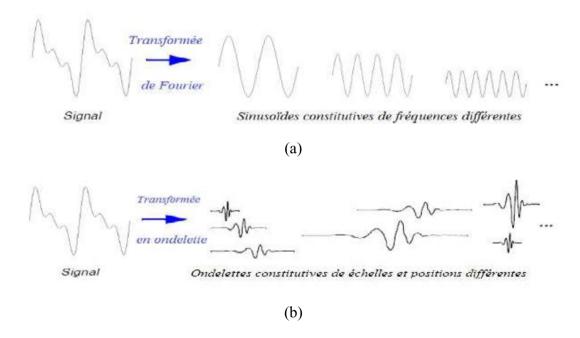


Figure III.4 : La différence entre une analyse de Fourier et une analyse en ondelette

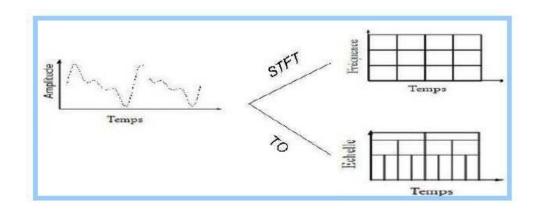


Figure III.5 : Le pavage de l'espace temps-fréquence pour la STFT et la WT



III.5 Les Aspects Théoriques de la Transformée en Ondelette

III.5.1 Ondelette Mère

L'analyse en ondelette adopte une fonction prototype d'ondelettes connue sous le nom d'ondelette mère. On aboutira à représenter n'importe quel signal de $L^2(\mathbb{R})$ par une base d'ondelettes qui ne sont que des versions dilatées et translatées de l'ondelette mère. La représentation d'un signal continu x(t) par une base d'ondelettes est donnée par :

$$x(t) = \sum C(a, b) \psi_{ab}(t)$$
 (III.3)

Où : C(a,b) est le poids de la contribution de l'ondelette ψ_{ab} liée à l'ondelette mère par :

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad \text{avec} \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$$
 (III.4)

Où

a: facteur d'échelle pour la dilatation de ψ .

b : le coefficient de translation.

 ψ : Ondelette mère.

 $\frac{1}{\sqrt{|a|}}$: Facteur de normalisation.

La TO a la capacité de changer la taille de la fenêtre à différentes résolutions de temps fréquence. Grâce au changement d'échelle (Figure III.6), les fonctions de base d'ondelette peuvent être étirées ou comprimées dans la fenêtre d'analyse. Ceci aide à isoler des discontinuités du signal parce que de courtes fonctions de base sont employées pour obtenir l'information détaillée de fréquence tandis que de longues fonctions de base sont employées pour rechercher l'information approximative de fréquence du signal.

La translation est l'opération de glissement de l'ondelette tout au long du signal. C'est la technique similaire à celle de la STFT de GABOR.

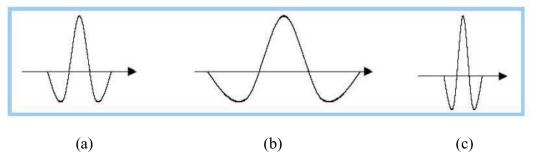


Figure III.6 : Illustration de la variation du facteur d'échelle (a) L'ondelette mère. (b) L'ondelette pour 0 < a < 1. (c) L'ondelette pour a > 1.



III.5.2 Propriétés des Ondelettes

La transformée en ondelettes a les propriétés suivantes [54] :

> Linéarité:

La transformée en ondelettes est linéaire, c'est-à-dire :

$$C_{\alpha s_1 + \beta s_2}(a, b) = \alpha C_{s_1}(a, b) + \beta C_{s_2}(a, b) \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$
 (III.5)

> Translation:

Une des propriétés importante de la transformée en ondelettes est l'invariance en translation :

$$C_{\tau_{b_0}s}(a,b) = C_s(a,b-b_0)$$
 (III.6)

où $\tau_{b_0}s$ désigne la translation de s par le vecteur b_0 , c'est-à-dire $(\tau_{b_0}s)(t)=s(t-b_0)$

> Dilatation:

La transformée en ondelettes a également une propriété de dilatation :

$$C_{\delta_k s}(a, b) = C_s(ka, kb)$$
, avec $\delta_k s(t) = s(kt)$ (III.7)

III.6 Transformée en ondelette continue (TOC)

La transformée en ondelette continue (TOC) utilise des translations et des dilatations de la fonction ondelette mère durant tout l'intervalle temporel de manière continue [53,55,56]. Elle est définie par :

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \, \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \, dx \tag{III.8}$$

C(a,b): qu'il conviendrait d'appelé également analyse temps-échelle.

"b" : est un paramètre de translation, "a" : représente l'échelle de cette transformée.

Ainsi donc, la pondération C(a, b), appelée aussi coefficients en ondelette et définie par (III.3), n'est autre que la transformée en ondelette de la fonction x(t). Cette transformation est en théorie infiniment redondante puisque l'ondelette est translatée de manière continue.

Si l'ondelette ψ satisfait la condition d'admissibilité [56,57] :

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \tag{III.9}$$

Donc on peut dire que l'ondelette mère est une fonction moyenne nulle :

$$\int \psi(t)dt = 0 \tag{III.10}$$

La Transformée en ondelette continue C(a, b) admet un inverse [56,58] :

$$x(t) = \frac{1}{c_{\psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2} C(a, b) \psi_{ab}(t) dadb$$
 (III.11)

L'avantage de la transformée en ondelette par rapport à la transformée de Fourier est qu'elle ne donne pas seulement une information sur le type de singularité mais aussi sa localisation dans le temps [59].

L'ondelette mère oscille de part et d'autre de l'axe t, ce qui lui donne dans une certaine mesure l'apparence d'une onde

Dans les ondelettes continue, le choix de l'échelle "a" dépend de l'analyse voulue, pour "a" petit on effectue l'analyse du signal très localisé en temps, aussi pour "a" grand on réalise une analyse sur un horizon plus large (qui donne une vue d'ensemble). L'analyse des hautes fréquences est réalisée avec une résolution fréquentielle pauvre mais permet une localisation temporelle très précise. Au contraire les basses fréquences sont analysées avec une très forte résolution fréquentielle, mais leurs instants d'occurrence sont imprécis [11].

La (Figure III.7) illustre la représentation temps échelle pour les ondelettes

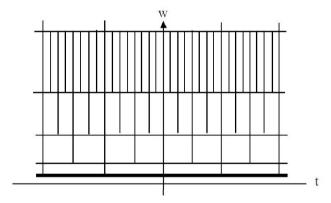


Figure III.7: Représentation Temps échelle pour ondelettes

III.7 Transformée en ondelette dans le plan fréquentiel

D'après le théorème de Parseval, l'analyse en ondelettes dans le plan fréquentiel (fréquence-échelle) devient plus simple, elle nous évite le produit de convolution (intégrale) et nous permet d'obtenir un produit simple :

$$T_{x}(a,f) = \sqrt{a}.X(f).\psi^{*}(a.f)$$
 (III.12)

Où : $\psi^*(a, f)$ est le complexe conjugué de l'ondelette analysante dans le plan fréquentiel

X(f) est le signal x(t) dans le plan fréquentiel



III.8.1 Ondelette de Haar

La fonction échelle $\varphi(t)$ et la fonction d'Ondelette $\psi(t)$ sont données par [55] :

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < 1\\ 0 & sinon \end{cases}$$
 (III.13)

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 1/2 \\ -1 & 1/2 \le t \le 1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$
 (III.14)

La fonction de transfert des filtres associés s'écrit :

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} z^{-1}$$
 (III.15)

$$G(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} z^{-1}$$
 (III.16)

L'inconvénient de cette analyse est sa très mauvaise résolution fréquentielle sont intérêt est la grande simplicité des filtres associés [50,60].

III.8.2 Ondelette de Littlewood Paley

La fonction échelle est de types Sinc, on peut considérer que c'est le duale de la fonction de Haar. Les fonctions d'échelle et d'Ondelette s'écrivent donc :

$$\varphi(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t} \tag{III.17}$$

$$\psi(t) = \frac{\cos \pi t - \sin 2\pi t}{\pi (t - \frac{1}{2})}$$
 (III.18)

On donne les filtres numériques associés :

$$h[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sin n\pi/2}{n\pi/2} \tag{III.19}$$

$$g[n] = \frac{(-1)^{-1}}{\sqrt{2}} \frac{\sin\frac{1-n}{n\pi}\pi}{\frac{1-n}{2}\pi}$$
 (III.20)

On remarque que les filtres h[n] et g[n] sont de longueur infinie (RII), et contrairement au précédente cette Ondelette manque de localisation temporelle [61].

Ondelette de Littlewood Paley s'écrit dans le domaine de Fourier [49] :

$$\hat{\psi}(\xi) = \begin{cases} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} & \pi \le |\xi| \le 2\pi \\ 0 & sinon \end{cases}$$
 (III.21)

et dans le domaine spatial :

$$\psi(x) = (\pi x)^{-1} (\sin 2\pi x - \sin \pi x)$$
 (III.22)

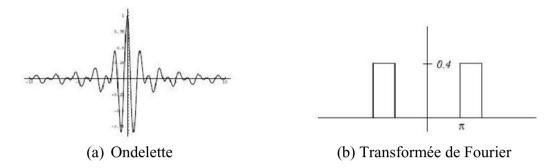


Figure III.8 : Ondelette de Littelewood-Paley et module de sa transformée de Fourier [49]

L'ondelette de Littelewood-paley (Figure III.8) est à support compact dans le domaine de Fourier donc bien localisé en fréquence, cependant elle décroît seulement en $|x|^{-1}$ (à décroissance lente) dans le domaine temporel (mauvaise localisation) [49].

III.8.3 Ondelette de Meyer

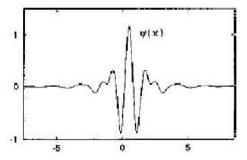
Cette classe d'ondelette "orthogonale" est construite dans le domaine de Fourier par [49,57] :

$$\hat{\psi}(\xi) = \begin{cases} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{i\frac{\xi}{2}} \sin\left[\frac{\pi}{2}v\left(\frac{3}{2\pi}|\xi| - 1\right)\right], \frac{2\pi}{3} \le |\xi| \le \frac{4\pi}{3} \\ (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{i\frac{\xi}{2}} \sin\left[\frac{\pi}{2}v\left(\frac{3}{4\pi}|\xi| - 1\right)\right], \frac{4\pi}{3} \le |\xi| \le \frac{8\pi}{3} \\ 0 & sinon \end{cases}$$
(III.23)

Avec v une fonction de classe C^k (k arbitraire pouvant être égale à l'infini) telle que

$$v(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le 0 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$
 (III.24)

et
$$v(x) = v(1-x) = 1$$
 (III.25)



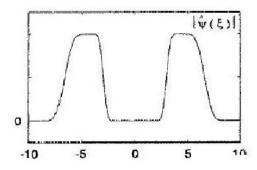


Figure III.9 : Ondelette de Meyer et le module de sa transformée de Fourier [49]

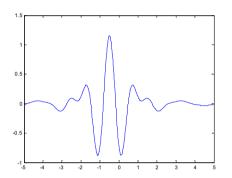
L'ondelette de Meyer (Figure III.9) est de classe \mathcal{C}^{∞} et sa transformée de Fourier est de classe \mathcal{C}^k et elle est à support compact.

Dans le cas où v est de classe C^{∞} , ψ décroît aussi vite que l'inverse d'un polynôme [49].

$$\exists N \in \mathbb{N} \ et \ C_N < \infty, \ |\psi(x)| \le C_N (1+|x|^2)^{-N}$$
 (III.26)

Cependant, numériquement la décroissance peut être relativement lente, pour un C_N relativement grand.

Un choix habituel en pratique de la fonction v est $v(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3)$.



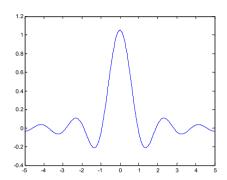


Figure III.10 : Ondelette de Meyer et sa fonction d'échelle [49]

III.8.4 Ondelette de Morlet

L'Ondelette de Morlet a un grand intérêt et dans l'étude des signaux sismiques, comme nous allons le voir plus tard, puisque sa forme "ressemble" beaucoup à celle de l'Ondelette sismique (l'impulsion).

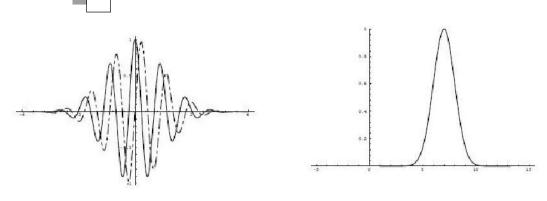
Cette Ondelette est inspirée du signal élémentaire de Gabor elle est obtenue par modulation d'une gaussienne [49].

$$\psi(t) = (\pi t_0)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{t}{t_0})^2 + 2j\pi f_0 t\right]$$
 (III.27)

Une telle ondelette a l'avantage d'être explicite, cependant, elle n'est pas admissible car sa transformée de Fourier ne s'annule pas à l'origine :

$$\hat{\psi}(0) = \sqrt{2}(\pi t_0^2)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}(2\pi t_0 f_0)^2\right] \neq 0$$
 (III.28)

En supposons des conditions sur t_0 et f_0 , on peut imposer une valeur faible en module pour b $\hat{\psi}(0)$ tout en ne tolérant qu'un petit nombre d'oscillations pour $\psi(t)$, généralement on choisit $5 < 2\pi t_0 f_0 < 6$.



- (a) Partie réelle (trait plein) et partie imaginaire (pointillets)
- (b) Transformée de Fourier

Figure III.11 : Ondelette de Morlet et module de sa transformée de Fourier [49]

L'ondelette de Morlet et sa transformée de Fourier (Figure III.11) ont la propriété d'appartenir à l'espace de Schwartz S (espace des fonctions infiniment dérivable et à décroissance rapide), donc elle est bien localisée en espace et en fréquence et numériquement on peut la considérer à support compact, de plus elle est complexe ce qui permet une analyse en module et argument (aspect directionnel) et sa régularité permet de l'utiliser pour l'étude des régularités des fonctions [49].

III.8.5 Chapeau Mexicain

(a) Ondelette

Le chapeau mexicain (Figure III.12), ondelette réelle qui doit son nom à sa forme, est construite à partir de la dérivée seconde de la gaussienne [49] :

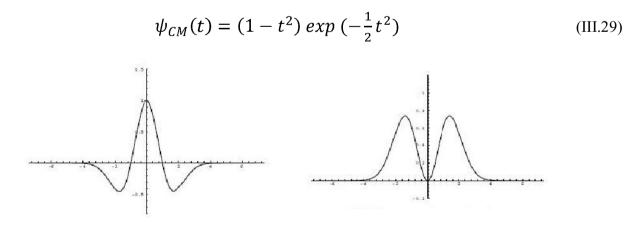


Figure III.12 : Ondelette Chapeau Mexicain et module de sa transformée de Fourier [49]

(b) Transformée de Fourier

Cette Ondelette appartient à l'espace de Schwartz S, elle est symétrique, ce qui permet de ne pas introduire des décalages (déphasages) dans la transformée en Ondelettes contrairement à des Ondelettes non symétriques (comme le sont les Ondelettes orthogonales à support compact de Daubechies), elle est particulièrement adaptée à la détection des discontinuités.

III.9 Avantage l'analyse en Ondelettes

Le fait que la transformée utilise des fonctions bien localisées dans le plan Temps-Fréquence lui donne beaucoup d'avantages :

- La Résolution en fréquence de la transformée dépend du facteur de dilatation "a" par le principe d'Heisenberg, on peut donc choisir arbitrairement celle-ci suivant ce que l'on désire analyser.
- Pour les signaux physiques présentant des variations très rapides, des sauts, des marches, bref des discontinuités; l'analyse en Ondelettes est adaptée car l'Ondelette va détecter ces variations et analyser celle-ci cette particularité rend l'analyse en Ondelettes complémentaire à l'analyse de Fourier. En effet, avec l'analyse de Fourier, les discontinuités d'un signal ne sont pas facilement analysables, car les coefficients des fréquences correspondances sont étalés dans toute la transformée.
- La localisation en temps est précieuse pour nombre d'application.
- La transformée en Ondelette peut représenter complètement et efficacement un signal quelconque en peu de coefficients.

Chapitre IV:

Analyse des micro-ondes Acoustique par les Ondelettes

Résumé

Ce chapitre est consacré à l'application de la transformée en ondelettes sur le signal micro-onde acoustique en vue d'une détection efficace des singularités. Comme notre signal dépend aussi de l'échelle "a" et de la fréquence f, le type de transformée que nous allons utiliser dans ce cas est la transformée en ondelettes dans le plan fréquentiel.

- IV.1 Introduction
- IV.2 Forme générale de la solution de l'onde acoustique
- IV.3 Transformée en ondelettes du signal micro-onde acoustique
- IV.4 Analyse du signal micro-onde acoustique par l'ondelette de Morlet
- IV.5 Analyse par les dérivées successives de l'ondelette mexican-hat
- IV.6 Comparaison entre les seuils de détection des différents types d'ondelettes
- IV.7 Conclusion



IV.1 Introduction

La transformée en ondelettes peut être utilisée en tant qu'outil pour l'analyse et la mesure de la régularité uniforme et locale d'un signal. Pour caractériser les structures singulières, il faut quantifier précisément la régularité locale d'un signal. La détection des singularités d'un signal est une opération fondamentale car souvent ces points correspondent à des évènements importants du signal. Ces instants peuvent être déterminés par la transformée en ondelettes.

IV.2 Forme générale de la solution de l'onde acoustique

La solution d'onde U_i (i = 1, 2, 3, 4) est exprimée comme suit :

$$U_{i}(k,y) = \sum_{n=1}^{8} C_{n} A_{i}^{n} \exp^{-j[\omega t - k \alpha_{n} y)]}$$
 (IV. 1)

Où A_i^n : sont les composantes des vecteurs propres associées aux coefficients α_n .

 C_n : Constantes à déterminer par les conditions aux limites.

Pour $i = 4 : U_4(k, y)$ correspond au potentiel électrique donné également par [40] :

$$U_4(k,y) = \frac{q(k)}{\varepsilon_S(k)|k|} \tag{IV.2}$$

Où:

 $\varepsilon_{\rm s}(k)$: Permittivité de surface.

q(k): Charge du transducteur.

 $k = 2\pi f / V_s$: (Constante de propagation).

f est la fréquence et V_s représente la vitesse acoustique.

On pose:

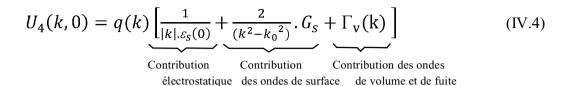
$$\Gamma(\mathbf{k}) = \frac{1}{\varepsilon_{s}(\mathbf{k}) |\mathbf{k}|} \quad Avec: \Gamma(\mathbf{k}) = \Gamma_{0}(\mathbf{k}) + \Gamma_{s}(\mathbf{k}) + \Gamma_{v}(\mathbf{k})$$
 (IV.3)

Où $\Gamma_0(k)$: Dans le cas où k = 0 (Contribution électrostatique)

 $\Gamma_s(k)$: Dans le cas où $k = k_0$ (Contribution de l'onde de surface)

 $\Gamma_{\rm v}({\bf k})$: Dans le cas où $k=k_n$ (Contribution de l'onde de volume et de fuite)

La fonction $\Gamma_{\rm v}({\rm k})$ est approximativement dans le voisinage de la constante de propagation de coupure k_n ($V_S=V_{Sn}$) et chaque fonction $\Gamma_{\rm v}(k_n)$ est la contribution de la $n^{\grave{e}me}$ onde de volume en champ lointain. Dans le cas où ces ondes décroîtraient en puissance de 1/2 ou 2/3 en fonction de la distance à partir de la source, on aura les ondes de volume rampantes sous la surface (SSBW: Surface Skimming Bulk Wave) définies précédemment. En module on aura :



 $U_{4}(k,0)$: le potentiel électrique au voisinage de la surface $(y \approx 0)$.

Où:
$$G_S = \frac{1}{k \cdot \frac{d\varepsilon_S(k)}{dk}\Big|_{k=k_0}}$$

IV.3 Transformée en ondelettes du signal micro-onde acoustique

La transformée en ondelettes de type espace-échelle du signal micro-onde acoustique $U = U_4$ (au voisinage de la surface du matériau : $y \approx 0$) est donnée par ce produit de convolution [62,63] :

$$T_U(a, x) = C.U(x) \otimes \psi^* \left(\frac{x}{a}\right)$$
 (IV.5)

On pose : $C = 1/\sqrt{a}$

La transformée en ondelettes dans ce cas sera sous cette forme :

$$T_U(y \approx 0, a, x) = U(y \approx 0, x) \otimes \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(\frac{x}{a}\right)$$
 (IV.6)

C: Coefficient de normalisation, en général : C = 1/a ou C = 1 ou $C = 1/\sqrt{a}$.

 $T_U(y \approx 0, x, a)$: La transformée en ondelettes du signal U à l'échelle"a".

 $U(y \approx 0, x)$: Le signal micro-onde acoustique U au voisinage de la surface du matériau $(y \approx 0)$.

 $\psi^*(x)$: est le complexe conjugué de l'ondelette analysante $\psi(x)$ (Mexicain-hat).

 $\psi^*\left(\frac{x}{a}\right)$: est le complexe conjugué de l'ondelette $\psi(x)$ à l'échelle "a".

L'analyse des singularités d'une fonction à l'aide d'une ondelette, définie à partir de la dérivée deuxième de la gaussienne. Elle est donnée par l'ondelette analysante ψ définie par :

$$\psi(x) = \frac{d^2}{dx^2} (e^{-x^2/2})$$
 (IV.7)

 $\psi(x)$: est la deuxième dérivée de la Gaussienne (chapeau mexicain) (Figure IV.1).

On effectue un filtrage passe-bande par une fonction $\psi(f)$ (Figure IV.2).



$$T_U(y \approx 0, a, f) = \sqrt{a}.U(y \approx 0, f).\psi^*(a.f)$$
 (IV.8)

 $T_U(y \approx 0, a, f)$: La transformée en ondelettes du signal U à l'échelle "a" dans le domaine fréquentiel.

 $U(y \approx 0, f)$: Le signal micro-onde acoustique U au voisinage de la surface du matériau $(y \approx 0)$ dans le domaine fréquentiel.

 $\psi^*(f)$: Le conjugué de l'ondelette dans le domaine fréquentiel.

 $\psi^*(a, f)$: Le complexe conjugué de l'ondelette analysante dans le plan fréquentiel à l'échelle"a".

Avec:

$$\psi^*(f) = (2.\pi)^{1/2} \cdot e^{-(4.\pi^2 \cdot f^2/2)} \cdot (2.\pi \cdot f)^2$$
 (IV.9)

$$\psi^*(a,f) = \sqrt{2\pi a} \cdot e^{-(4\pi^2 \cdot f^2 \cdot a^2/2)} \cdot (2\pi \cdot f \cdot a)^2$$
 (IV.10)

En remplaçant l'expression de (IV.10) dans l'équation (IV.8), la transformée en ondelettes de U devient :

$$T_{U}(y \approx 0, f, a) = |U_{4}(k, 0)| \underbrace{\sqrt{2\pi a} \cdot e^{-(4.\pi^{2}.f^{2}.a^{2}/2)} \cdot (2.\pi.f.a)^{2}}_{\psi^{*}(a, f)}$$
(IV.11)

 $U_4(k,0)$: L'onde acoustique dans le plan fréquentiel, elle dépend de la fréquence f et de la vitesse acoustique V_S .

Effectuer cette transformation (IV.11) revient en principe à répéter l'opération de filtrage passe-bande pour une infinité continue de valeurs de "a", entre 0 et $+\infty$, ceci nous permis d'accéder à des informations de nature microscopique sur ce type d'onde acoustique [62].

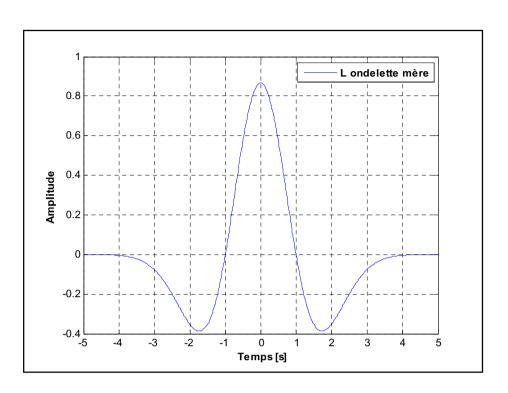


Figure IV.1 : L'ondelette mère $\psi(x)$

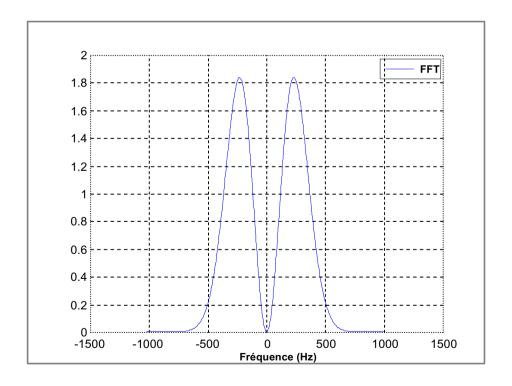
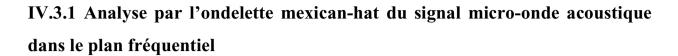


Figure IV.2 : Transformée de fourrier de L'ondelette mère $\psi(x)$



1er Terme:

La transformée en ondelettes de la contribution électrostatique est donnée par :

$$T_{U_4}(a,f) = \sqrt{2\pi a} \frac{q(k)}{|k|_{c_8(0)}} \cdot e^{-\frac{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot a^2}{2}} \cdot (4\pi^2 \cdot f^2 \cdot a^2) = T_{\text{\'electrostatique}}$$
(IV.12)

avec : q(k) = L/2. Sin (k.L) / (k.L)

Où L: Longueur du transducteur d'excitation

2^{ème} Terme:

La transformée en ondelette de la contribution de l'onde de surface est telle que :

$$T_{U_4}(a,f) = \sqrt{2\pi a} \frac{2.q(k)}{\varepsilon_s(k_0)(k^2 - k_0^2).k_0} \cdot e^{-\frac{4.\pi^2 \cdot f^2 \cdot a^2}{2}} \cdot (4.\pi^2 \cdot f^2 \cdot a^2) = T_{onde\ de\ surface}$$
(IV.13)

Où $\varepsilon_s(k_0)$: dérivée de la permittivité de surface (constante).

3^{ème} Terme:

Au voisinage de la surface du cristal $(y \approx 0)$, L'expression (IV.1) pour i = 4 (potentiel électrique) U_4 devient :

$$U_4(k,0) = \sum_{n=1}^{8} C_n A_4^n \exp^{-j[\omega t]}$$
 (IV. 14)

Dans ce cas la transformation en ondelettes de la contribution en ondes de volume et de fuite est donnée par :

$$T_{U_4}(a,f) = T[U_4(k,0)] - T_{\text{\'electrostatique}} - T_{onde\ de\ surface} = T_{onde\ de\ volume\ et\ de\ fuite} \ (\text{IV}.15)$$

 $T[U_4(k,0)]$: représente la transformée en ondelettes de toutes les contributions.

La transformée en ondelettes de toutes les contributions en fonction de la vitesse acoustique V_s pour une échelle $a=10^{-9}$ et une fréquence f=1GHz, donne des singularités pour un certain nombre de vitesses (Figure IV.3b).

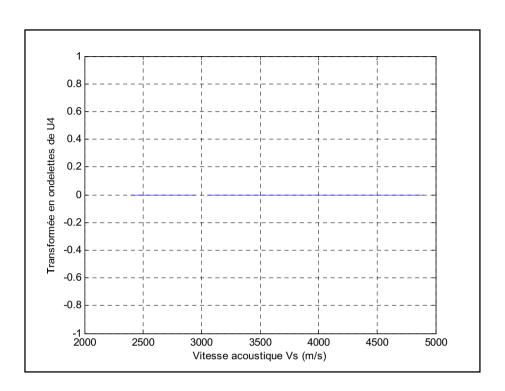


Figure IV.3a: Pas de singularités apparentes (f = 1GHz, $a = 10^{-8}$)

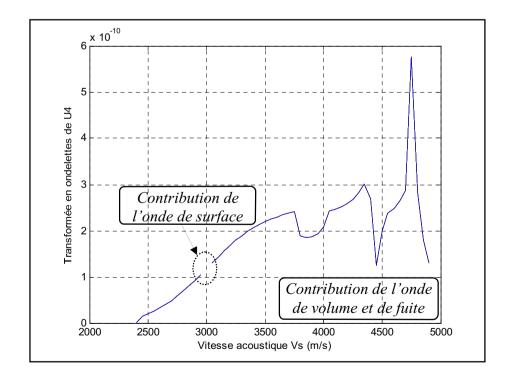


Figure IV.3b : Apparition des singularités (f = 1GHz, $a = 10^{-9}$)



Dans cette partie, nous donnerons les résultats obtenus par l'analyse en ondelettes des déplacements élastiques (U_1 (Figure IV.4), U_2 (Figure IV.5) et U_3 (Figure IV.6)). Il y à des singularités qui apparaissent au niveau de ces paramètres.

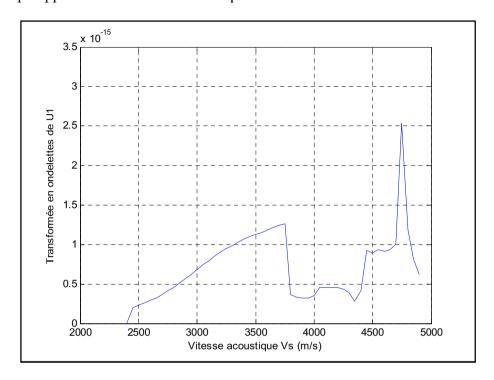


Figure IV.4: Apparition des singularités pour U_1 (f = 1GHz, $a = 10^{-9}$)

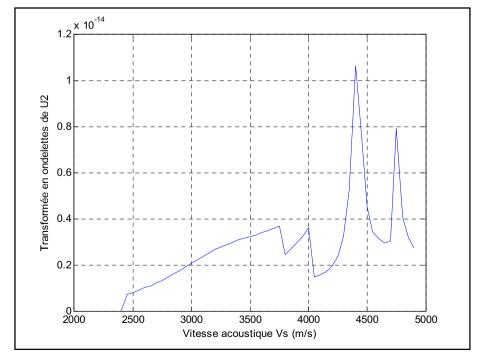


Figure IV.5 : Apparition des singularités pour U_2 (f = 1GHz, $a = 10^{-9}$)

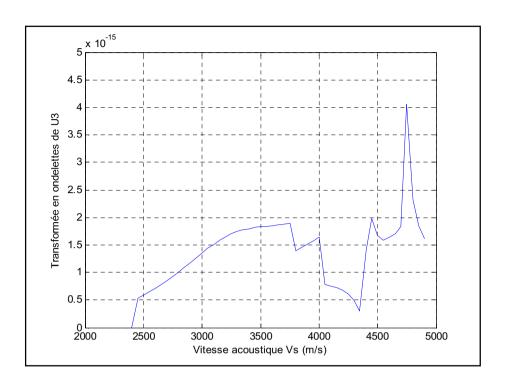


Figure IV.6: Apparition des singularités pour U_3 (f = 1GHz, $a = 10^{-9}$)

IV.4 Analyse du signal micro-onde acoustique par l'ondelette de Morlet

L'ondelette de Morlet est définie comme suit (Figure IV.7) :

$$\psi(x) = e^{j.c.x} \cdot e^{-\left(\frac{\alpha^2 t^2}{2}\right)}$$
 (IV.16)

Sa transformée de Fourier s'écrit :

$$\psi(\omega) = \frac{1}{\alpha} \cdot \sqrt{2\pi} \cdot e^{\left(-\frac{(\omega - c)^2}{2 \cdot \alpha^2}\right)}$$
 (IV.17)

Avec : c = 5, $\alpha = 1$ (pour que la valeur moyenne se rapproche de zéro) [64].

 $\omega = 2\pi f$: (La pulsation angulaire).

On aura:

$$\psi(a.f) = \sqrt{2\pi a.} e^{\left(-\frac{(2\pi f.a-c)^2}{2}\right)}$$

$$T_{U_4}(y \approx 0, f, a) = C.U_4(y) \otimes \psi^*(a.f)$$
(IV.18)

La transformée en ondelettes de Morlet du signal microonde acoustique U_4 est présentée sur la (Figure IV.8).

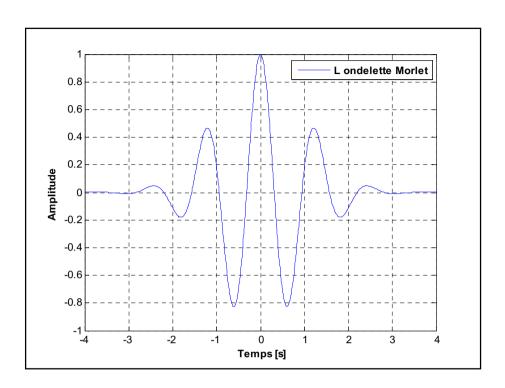


Figure IV.7 : L'ondelette Morlet $\psi(x)$

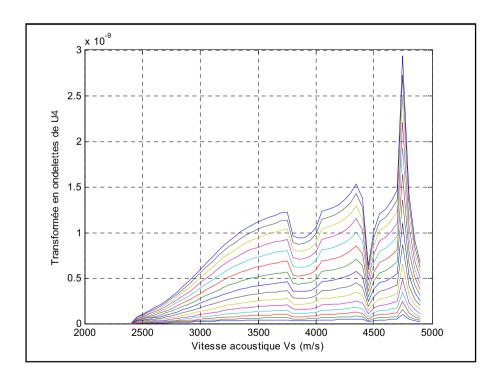


Figure IV.8 : Transformée en ondelette de Morlet (f = 1GHz, $a = 10^{-9}$)

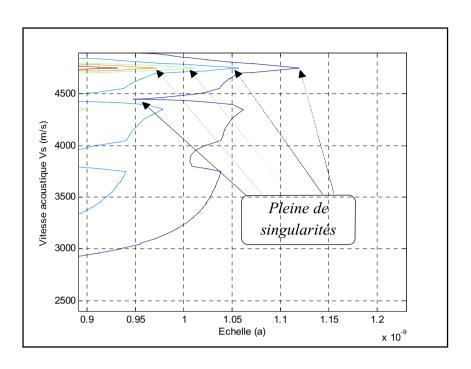


Figure IV.9 : Contour de la Figure (IV.8)

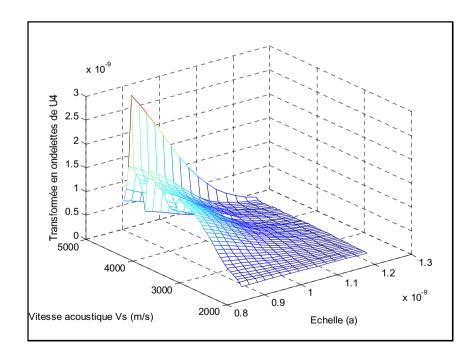


Figure IV.10 : La Transformée en ondelette de Morlet ($f=1\,\mathrm{GHz},~a=10^{-9}$)

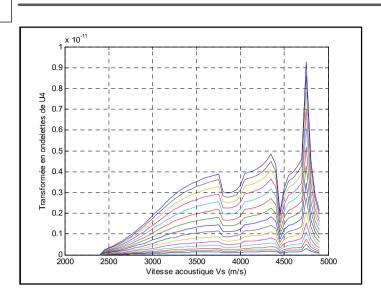


Figure IV.11 : Transformée en ondelette de Morlet (f = 10~GHz, $a=10^{-10}$)

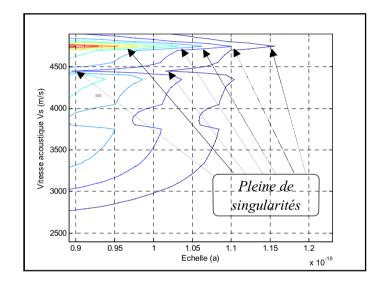


Figure IV.12 : Contour de la Figure (IV.11)

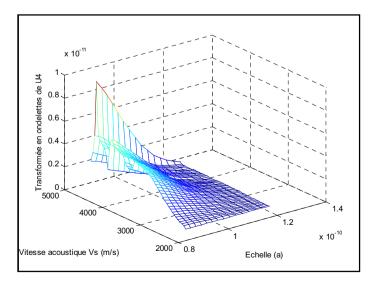
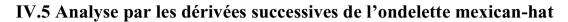


Figure IV.13 : La Transformée en ondelette de Morlet (f = 10~GHz, $a = 10^{-10}$)



La $n^{\grave{e}me}$ dérivée de la Transformée de Fourier de l'ondelette mère mexican-hat est donnée en module par l'expression suivante :

$$\psi^{(n)}(f) = \sqrt{2\pi} \cdot e^{-(2\pi \cdot f)^2/2} \cdot (2\pi \cdot f)^n$$
 (IV.19)

A l'échelle "a" l'équation (IV.20) est donc s'écrit :

$$\psi^{(n)}(f,a) = \sqrt{2\pi a} \cdot e^{-(2\pi n f \cdot a)^2/2} \cdot (2\pi n f \cdot a)^n$$
 (IV.20)

La transformée en ondelettes du signal microonde acoustique sera sous la forme d'un produit entre l'équation (IV.1) et l'équation (IV.20) :

$$T_{U_4}(a,f) = \sum_{l=1}^{8} C_l A_4^l . \sqrt{2\pi a} . e^{-\frac{(2.\pi.f.a)^2}{2}} . (2.\pi.f.a)^n$$
 (IV.21)

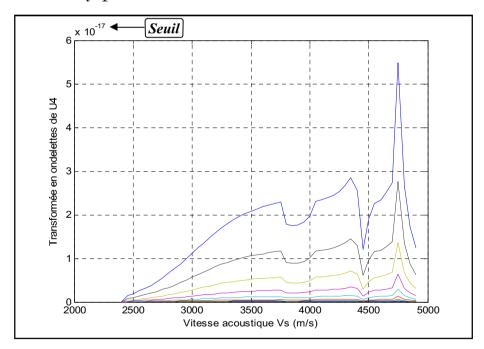


Figure IV.14: La transformation en ondelettes pour n=2

Les courbes ci-dessous (pour f=10~GHz), montrent l'influence de l'ordre de la dérivée " \mathbf{n} " (Figure IV.17, IV.20 et IV.23, IV.26).

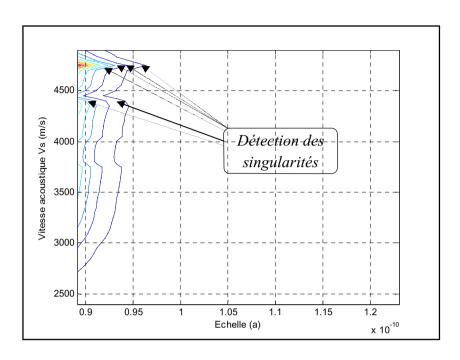


Figure IV.15 : Contour de la Figure (IV.14)

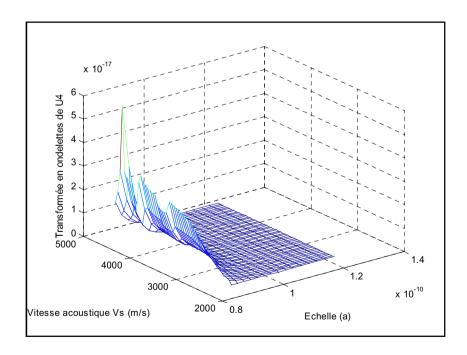


Figure IV.16 : La Transformée en Ondelettes pour n=2 (Ordre de l'Echelle $=10^{-10}$, f=10 GHz)

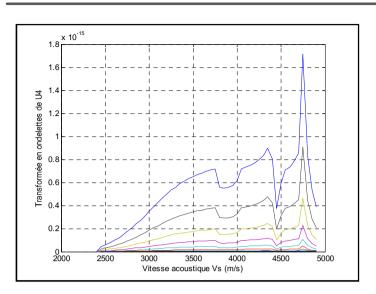


Figure IV.17: La transformation en ondelettes pour n=4

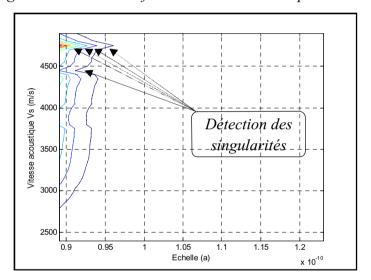


Figure IV.18 : Contour de la Figure (IV.17)

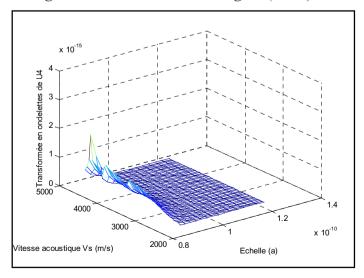


Figure IV.19 : La Transformée en Ondelettes pour n=4 (Ordre de l'Echelle $=10^{-10}$, f=10 GHz)

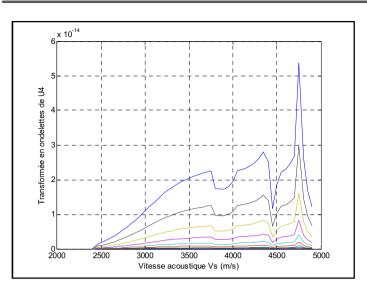


Figure IV.20: La transformation en ondelettes pour n=6

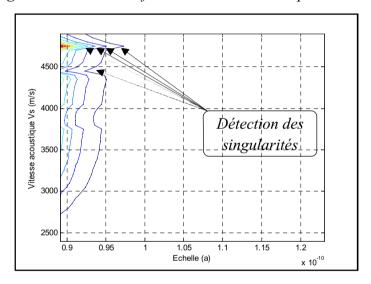


Figure IV.21 : Contour de la Figure (IV.20)

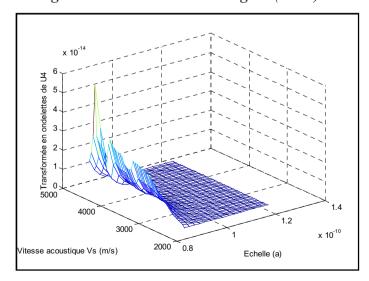


Figure IV.22 : La Transformée en Ondelettes pour n=6 (Ordre de l'Echelle $=10^{-10}$, f=10 GHz)

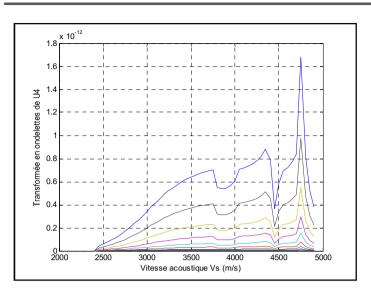


Figure IV.23 : La transformation en ondelettes pour n=8

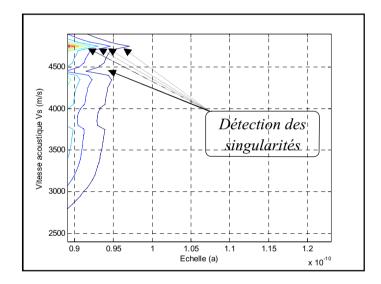


Figure IV.24 : Contour de la Figure (IV.23)

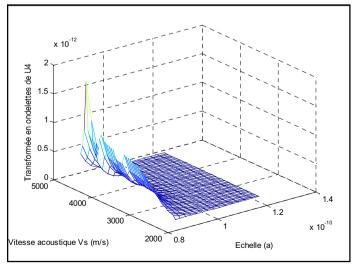


Figure IV.25 : La Transformée en Ondelettes pour n=8 (Ordre de l'Echelle $=10^{-10}$, f=10 GHz)

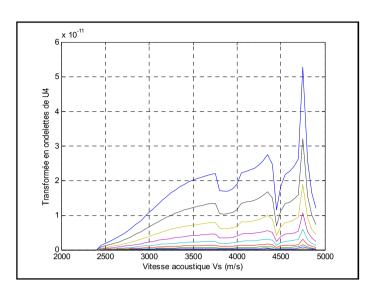


Figure IV.26 : La transformation en ondelettes pour n=10

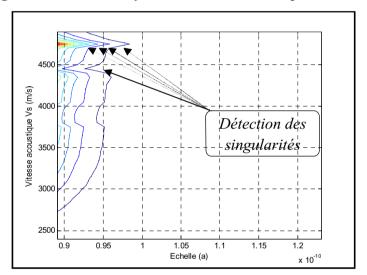


Figure IV.27 : Contour de la Figure (IV.26)

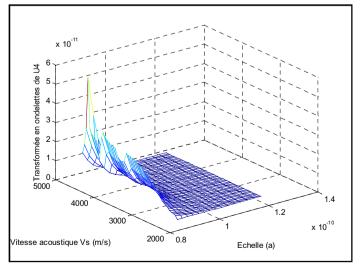


Figure IV.28 : La Transformée en Ondelettes pour n=10 (Ordre de l'Echelle $=10^{-10}$, f=10 GHz)



On remarque que les ondes de fuite et de volume sont détectées à différents niveaux :

- * Pour n=2, ces ondes sont détectées à un seuil de 10⁻¹⁷ (Figure IV.14)
- * Pour n=4, ces ondes sont détectées à un seuil de 10⁻¹⁵ (Figure IV.17)
- * Pour n=6, ces ondes sont détectées à un seuil de 10⁻¹⁴ (Figure IV.20)
- * Pour n=8, ces ondes sont détectées à un seuil de 10⁻¹² (Figure IV.23)
- * Pour n=10, ces ondes sont détectées à un seuil de 10⁻¹¹ (Figure IV.26)

IV.6 Comparaison entre les seuils de détection des différents types d'ondelettes

| Fréquence | l'ondelette de Morlet | l'ondelette Mexican-hat (Gaussienne) | n = 4 | n=6 | n = 8 | n = 10 |
|-----------|--------------------------|--|-------------------|-------|-------------------|-------------------|
| 1 GHz | 10 ⁻⁹ | 10 ⁻¹⁴ | 10 ⁻¹³ | 10-11 | 10 ⁻¹⁰ | 10-8 |
| 10 GHz | 10-11 | 10 ⁻¹⁷ | 10 ⁻¹⁵ | 10-14 | 10 ⁻¹² | 10 ⁻¹¹ |

Tableau IV.1 : Comparaison entre les seuils de détection des ondelettes de Morlet et les dérivées successives de la Gaussienne

D'après ce tableau, les meilleurs seuils de détection sont obtenus par l'ondelette de Morlet quelque soit la fréquence et ceci pour (n = 4, 6, 8, 10).



Dans ce chapitre, nous avons testé la technique des ondelettes sur notre signal micro-ondes acoustique en vue d'une bonne détection des singularités. L'originalité de notre méthode est basée sur la performance de la transformé en ondelettes. L'une des partie de ce travail est dédiée à l'échelle"a", sa réduction permet de détecter ces singularités quelque soit la complexité du signal.

Le programme que nous avons mis au point est applicable pour n'importe quel cristal piézoélectrique, à condition de changer les valeurs des paramètres de chaque cristal [12,13]. S'il est avéré que la détection est difficile pour certains cristaux et que ça nécessite des échelles très petites, il faudra alors changer d'ondelette analysante et ainsi de suite.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

En guise de conclusion générale, nous allons tenter d'établir une synthèse globale sur le travail qui a été réalisé dans cette thèse. Notre travail s'est déroulé en trois étapes : la première étape inclue des généralités et des définitions sur le phénomène de la piézoélectricité, nous avons présenté les origines de ce phénomène puis les différents types, les principaux matériaux, les différents paramètres et équations qui définissent l'effet piézoélectrique, on a donné également les domaines d'applications de ces matériaux.

Durant la deuxième étape, nous avons traité la propagation des ondes acoustique de surface dans les matériaux piézo-électriques. Nous nous intéressons en particulier aux comportements des coefficients d'atténuation de l'onde, ces ondes ont la particularité de se propager à la surface du cristal piézo-électrique à une vitesse bien définie appelée vitesse acoustique, pour cela nous avons mis aux point une méthode permettant de déterminer l'existence des ondes de fuites, de volume et des SSBW, en se basant sur le comportement des racines de l'équation de dispersion.

Nous avons choisi comme matériaux le Niobate de Lithium (LinbO₃) de coupe (Y-X). La variation de la vitesse nous a permis d'identifier plusieurs modes. Le mode de surface (Onde de Rayleigh) qui reste confiner à la surface du substrat. Ainsi que d'autre type d'ondes qui apparaissent plus loin dans la gamme des vitesses des ondes ultrasonores qui sont les ondes de volume et de fuite.

La méthode exposée dans notre travail, nous a conduit à décrire un autre comportement, faisant appelle à la notion de la permittivité de surface, ça discontinuité indique la présence de l'onde de surface de fuite et de volume.

Dans la dernière étape nous avons testé la technique des ondelettes sur notre signal microondes acoustique en vue d'une bonne détection des singularités. Notre méthode est basée sur la performance de la transformé en ondelettes d'être maximale au tour des points où le signal est singulier ou pseudo-singulier [62,65]. Ce travail est dédiée à l'échelle "a" et la fréquence f, sa réduction permet de détecter ces pseudo-singularités quelque soit la complexité du signal.

Nous avons montré également que l'outil transformation en ondelettes se révèle performant pour l'analyse des singularités dans les signaux. En pratique, le calcul de la transformée en ondelettes à l'aide d'une ondelette adaptée permet de détecter les points singuliers.

Ces résultats numériques sont issus d'un programme de calcul que nous avons développé en tenant compte d'un milieu piézoélectrique anisotrope, traduisant ainsi la propagation réelle de ces ondes.

Ces ondes ont une importance majeure dans la réalisation des dispositifs micro-ondes acoustiques (filtre, oscillateur et résonateur [66,67], etc...).

Nous pouvons également appliquer notre programme sur n'importe quel matériau piézoélectrique, pour cela il suffit de changer les valeurs des paramètres caractéristiques du matériau [12,13].

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] L. Rayleigh: « On waves propagated along the plane surface of elastic solid », Proc. Lond. Math. Soc., 17 (1885) 4.
- [2] R. M. White, F. W. Voltmer, Appl. Phys. Lett., 7 (1965) 314.
- [3] D. Chauvin, G. Coussot, E. Dieulsaint, Electronics Lett., 7 (1971) 491.
- [4] Mohamed Badreddine Assouar : « Etude de dispositifs a ondes acoustique de surface (SAW) a structure multicouche nitrure d'aluminium /diamant : Croissance de matériaux en couches minces et technologie de réalisation », (Thèse de Doctorat. Université de Henri Poincaré, Nancy I, 2001).
- [5] T. lkea: « Fundamentals of piezoelectricity », (Oxford University press 1990).
- [6] C. Maerfeld, F. Gires and P. Tournois, Bleustein. Gulyaev: « Surface wave amplification in CDS », Appl. Phys. Let., 1971, Vol. 18, No. 7, pp. 269-272.
- [7] V. I. Anisikim et al: « Structure of surface acoustic wave accompanying bulk waves », Sov. Phys. Acoust 30 (4), July-August 1984, PP. 251-254.
- [8] H. Engan et al: « Elastic surface wave in a quartz: observation of leaky surface waves », Appl. Phys. Lett. Vol. 10. No. 11. 1967, pp. 311-313.
- [9] A. Takayanagi et al : « Piezoelectric leaky surface waves in LiNBO₃ », Appl. Phys Lett. Vol. 5, No. 17, 1970, pp. 225-227.
- [10] R.F. Milson, N.H.C Reilly and M. Redwood: « Analysis of generation and detection of surface and bulk acoustic waves by inerdigital transducers », IEEE Tans. Sonics Ultrason, 1977. pp. 147-166.

- [11] D. Jonathan, B. Michael et S. Forthomme : « Les Ondelettes », Université Libre de Bruxelles.
- [12] E. Dieulesaint et D. Royer : « Ondes élastiques dans les solides », (Edition Masson et compagnie, 1974).
- [13] M. Feldman et J. Henaff: « Traitement du signal par ondes élastiques de surface », (Edition Masson et compagnie, Paris, 1986).
- [14] Matteo Bullo : « modélisation et commande du moteur piézoélectrique à onde progressive », (Thèse de Doctorat. Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 2005).
- [15] M. Mountaga Lam : « Formalisme d'octet appliqué à la propagation d'ondes dans des milieux piézoélectriques inhomogènes », (Thèse de Doctorat. Université de Tours, Paris, 2008).
- [16] Abdelmajid Benayad: « Matériaux monocristallins à forte activité piézoélectrique élaboration, caractérisation et application », laboratoire de Génie électrique et de ferroélectricité, INSA de Lyon, 2005.
- [17] Cyril Millon: « Contribution à l'étude de procédés de réalisation de structures métal/PZT/métal sur silicium pour microsystèmes piézoélectriques », (Thèse de Doctorat. l'INSA de Lyon. Juillet, 2003).
- [18] Patat F: « Elaboration et caractérisation de céramique ferroélectrique de type PZT », (Thèse de Doctorat de l'INSA, Lyon, 1999).
- [19] Zahira Ghalmi: « Contribution au développement d'un capteur ultrasonique pour mesurer l'épaisseur de la glace », (Thèse de Doctorat. Université du Québec à Chicoutimi. Mars, 2006).

- [20] B. Jafee, W.R. Cook And H. Jafee : « piezoelectric ceramics », London Academic Press.1971: pp.317.
- [21] Burtanoval, Sulcm et Prokopovam : « Determination of the piezoelectric coefficient d_{ij} of PZT ceramic and composites by laser interferometry », Journal of European ceramic society.2001, Vol. 1. Pp. 1387-1390.
- [22] LE. Dren Sarah: « Elaboration de couches épaisses piézoélectrique déposées sur substrat pour des applications microtechnique », (Thèse de Doctorat Institut. National Des Sciences Appliquées de Lyon. Janvier, 2000).
- [23] Aouragh Abdellatif : « Effet du rapport du Zr/Ti sur les propriétés piézoélectriques dans le système ternaire », (Thèse de magistère. Université de Ouargla, juin, 2012).
- [24] T. Hemsel, T. Littmann, J. Wallaschek: IEEE Ultrasonic Symposium: Piezoelectric Transformers-State of the art and development trends, University of Paderborn, Germany, 2002.
- [25] George Asch, Marc Desjardins: « Les capteurs en instrumentation industriel, Capteurs piézo-électriques », (Edition Drunod, 1987), pp. 428-432.
- [26] D. Rebiere : « Capteurs à ondes acoustiques de surface : application à la détection des gaz », (Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, 1992).
- [27] B. A. Auld: « Acoustic fields and waves in solids », Vol. 2, John Wiley and Sons, 1973.
- [28] M. Brissaud: « Matériaux piézoélectriques », Presses polytechniques et universitaires romandes, 2007.
- [29] B. A. Auld: « Acoustic fields and waves in solids » volume 2, Krieger, 1990.

- [30] D. Royer et E. Dieulesaint : « Ondes élastiques dans les solides » tome 1, Masson, 1996.
- [31] G. W. Farnell: « Types and properties of surface acoustic waves in solids », Acoustic Surface waves. A. Oliner, Ed. New York: Springer-Verlag, (1978) 13.
- [32] C. K. Campbell: « Surface acoustic wave devices for mobile and wireless communications », Academic press, 1998.
- [33] A. E. H. Love: « Some problems of geodynamics » Cambridge Univ. Press. 1911, New York: Dover, 1967.
- [34] Y. V. Gulyaev: « Review of shear surface acoustic waves in solids », IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr., 15/4 (1998) 935.
- [35] R. M. White, Proc. IEEE, vol 58, (1970), pp: 1238-1276.
- [36] D. Royer et E. Dieulesaint « Ondes élastiques dans les solides » tome 2, Masson, 1999.
- [37] D. Benatia and M. Benslama: « Analysis of Leaky and Bulk Acoustic Microwaves by wavelet Technique », Journal of Communications in Numerical Methods in Engineering, U.K, 2000.Vol. 16, pp. 165-175.
- [38] M. Benslama: « Contribution à l'étude du couplage d'une onde élastique de surface avec les porteurs d'un semi-conducteur haute résistivité », (Thèse de Doctorat d'état. Institut National Polytechnique de Toulouse, 1982).
- [39] A. W. Warner, M. Onoe and G. A. Couqin: « Determination of elastic and piezoelectric constants for crystals in class (3m) », J. Acoust. Soc. Am., 42, 1223-1231, 1967.

- [40] D. Benatia and M. Benslama: « Identification of bulk microwaves and detection of Pseudo-singularities by wavelet technique in piezoelectric medium », International Journal of Electronics (U.K), August 2006, Vol. 93, N°8, pp. 567-576.
- [41] Y. Fusero, S. Ballandras, J. Desbois, J.M. Hodé and P. Ventura: « SSBW to PSAW Conversion in SAW Devices Using Heavy Mechanical Loading », IEEE Trans. On ultason, Ferroelectrics, and frequency control, Vol. 49 N°6, June 2002, pp.805-814.
- [42] F. Martin: « Propagation characteristics of harmonic surface skimming bulk waves on ST », Electron Lett. August 2002, 38, pp. 941-942.
- [43] Marlton: « Lithium Tantalate properties », Materials Research Bulletin, 1982, pp. 1245 1250.
- [44] J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau et D. Giard: Wave propagation and sampling theory,1, complex signal and scattering in multilayered media, Geophysics, pp. 203-221, 1982.
- [45] P. Goupillaud, A. Grossmann and J. Morlet: Cycle-octave and retard transforms in seismic signal analysis, Geoexploration, Elservier Science Publishers, Amsterdam, 23 pp.85-102, 1984.
- [46] Y. Meyer: Wavelets and Applications, Number 20 in Research notes is Applied Mathematics Spinger Verlage, 1991.
- [47] I. Daubechies, Orthonormal bases of compactly supported wavelets, Comm. on Pur and Applied Math., XLI: 909 996, 1988.
- [48] S. G. Mallat: A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation, IEEE Trans. Patt. Anal. mach. Intell, 11(7): 674-693, 1989.

- [49] Youssef BENTALEB: « Analyse par ondelettes des signaux sismiques: Applications aux ondes de surface », (thèse de Doctorat Université Mohammed V AGDAL faculté des sciences Rabat Maroc, 2007).
- [50] Redha BENZID : « Ondelettes et statistiques d'Ordre supérieur aux signaux uni Et Bidimensionnels » thèse de doctorat science en électronique Université de Batna, 2005
- [51] M. Brucher: « La transformée de Fourier rapide et d'une de ses dérivées », http://matthieu-brucher.developpez.com/, Mai, 2007.
- [52] H. Florent : « La transformée de Fourier en traitement d'images », Avril 2007.
- [53] A. Graps: « An introduction to Wavelets », IEEE Computational Science and Engineering, vol. 2, no. 2, 1995.
- [54] Meftah LAKEHAL: « Indexation des images dans un environnement distribue (JINI) », (Thèse magistère en électronique Université de Msila, 2011).
- [55] A. Boggess, F. J. Narcowich: « A first cource in wavelets with fourier analysis Prentice Hall », 2001.
- [56] C. Blatter: « Wavelets a primer, A K Peters », 1998.
- [57] Georges Oppenheim. Et al: « Wavelet and their Applications », ISTE, 2003.
- [58] J. C.Goswami, A. K.Chan: « Fundamentals of wavelets Theory, Algorithms, and Applications, Second Edition », Wiley, 2011.
- [59] Abdelwahhab BOUDJELAL : « Méthode de débruitage des images a multicopies bruitées via la transformée en ondelettes », (Thèse magistère en électronique Université de Msila, 2010).

- [60] Amina CHENTIR. Madjid AREZKI. Adbrezzak GUESSOUM: « Codage en Sous Bande par Ondelettes Orthogonales Application à la Parole », Communication International IEEE 2005.
- [61] AMRANE ANIS ABDE EL AZIZ : « Détection de l'onde P de L'électrocardiogramme Par des algorithmes basés sur la transformée en Ondelette et modèle Markov caché », (Thèse magistère en électronique Université de Skikda).
- [62] A. Arneodo, F. Argoul, E. Bacry, J. Elezgaray and J.F. Muzy: « Ondelettes, multifractales et turbulences », (Diderot Editeur, Art et Sciences, Paris, 1995).
- [63] Y. Meyer: « Les Ondelettes: Algorithmes et Applications », (Armand Colin Editeur, Paris, 1994).
- [64] M. Barrat et O. Lepetit : « Calcul rapide de la transformée en ondelettes », Revue du traitement du signal, 1990, Vol. 8 n°1, pp. 43-49.
- [65] S. Mallat and W.L. Wang: « Singularity detection and processing with wavelets », IEEE Trans. On Information theory; 1992, Vol. 38, pp. 617-643.
- [66] I. D. Avramov: « 1 GHz voltage controlled oscillator using a SSBW/BGW combined mode resonator filter », Proc. of the 45 th Annual Symposium on frequency control, 1991, pp. 230-238.
- [67] C. Peixeiro and A. M. Barbosa: « Leaky and surface waves an anisotropic printed antenna structures », IEEE. Trans. On Antenna and Propagation, 1992, Vol. 40, pp. 566-569.

Annexe

Annexe

Les caractéristiques du cristal Niobate de Lithium (LiNbO₃)

• Symétrie des coefficients diélectriques élastiques et piézo-électriques [12,13,30] :

Exemples:

| Système Trigonal | Classe | |
|--|--------|--|
| Niobate de Lithium (LiNbO ₃) | 3m | |
| Tantalate de Lithium (LiTaO ₃) | 3m | |
| Corindon (AI2O ₃) | 3m | |
| Tellure (Te) | 32 | |
| Quartz (SiO ₂) | 32 | |

• Classe 3m:

Elasticité

Piézo-électricité

Permittivité

$$\begin{array}{lll} C_{15} = C_{16} = C_{25} = C_{26} = 0 & e_{11} = e_{12} = e_{13} = e_{14} = 0 \\ C_{34} = C_{35} = C_{36} = 0 & e_{23} = e_{24} = e_{25} = 0 \\ C_{45} = C_{46} = 0 & e_{34} = e_{35} = e_{36} = 0 \\ C_{11} = C_{22} & e_{16} = -e_{22} = e_{21} \\ C_{13} = C_{23} & e_{15} = e_{24} \\ C_{14} = -C_{24} = C_{56} \\ C_{44} = C_{55} \\ C_{66} = (C_{11} - C_{12})/2 \end{array}$$

• Classe $\overline{3}$ m:

Piézo-électricité nulle

$$e_{ij} = 0(tous\ i\ et\ j)$$

• Classe 32:

| Elasticité | Piézo-électricité | Permittivité |
|---|---|--|
| $C_{15} = C_{16} = C_{25} = C_{26} = 0$ | $e_{13} = e_{15} = e_{16} = 0$ | $\varepsilon_{12}=\varepsilon_{13}=\varepsilon_{23}=0$ |
| $C_{34} = C_{35} = C_{36}$ | $e_{21} = e_{22} = e_{23} = e_{24} = 0$ | $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$ |
| $C_{45} = C_{46} = 0$ | $e_{31} = e_{32} = e_{33} = e_{34} = e_{35} = e_{36} = 0$ | |
| $C_{11} = C_{22}$ | $e_{11} = -e_{12} = -e_{26}$ | |
| | $e_{14} = -e_{25}$ | |

Les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques de LiNbO₃ (Niobate de Lithium) classe 3m [12,13,39] :

Constantes élastiques :

$$C = \begin{bmatrix} 20,3 & 5,3 & 7,5 & 0,9 & 0 & 0 \\ 5,3 & 20,3 & 7,5 & -0,9 & 0 & 0 \\ 7,5 & 7,5 & 24,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9 & -0,9 & 0 & 6,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6,0 & 0,9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9 & 7,5 \end{bmatrix} \times 10^{10} N/m^2$$

Constantes Piézo-électricité:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3,7 & -2,5 \\ -2,5 & 2,5 & 0 & 3,7 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 1,3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C/m^2$$

Constantes diélectriques :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 38,9 & 0 & 0 \\ 0 & 38,9 & 0 \\ 0 & 0 & 25,7 \end{bmatrix} \times 10^{-11} F/m$$

Masse volumique:

$$ho = 4.7 \; 10^3 \; kg/m^3$$

Permittivité du vide :

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

Titre: Analyse du signal micro-onde Acoustique via la transformée en ondelettes

Dans ce travail nous proposons une technique d'analyse des micro-ondes acoustiques en utilisant comme outil d'analyse la fameuse transformée en ondelettes, cette dernière permet d'analyser le signal localement et de connaître ainsi ses caractéristiques de manière plus précise. Le signal à traiter représente la propagation des micro-ondes acoustique dans une structure piézoélectrique excitée par un transducteur interdigité lors de la propagation des ondes électroélastiques par déformation surfacique de cette structure. Comme application, ces structures sont utilisées pour la modélisation des différents composants électroniques en micro-ondes tels que : les filtres et Amplificateurs à ondes acoustiques.

Mots-clés : Signal micro-onde acoustique - Structure piézoélectrique - Transformée en ondelettes.

Abstract

<u>Title:</u> Analysis of the microwave signal via acoustic wavelet transform

In this work we propose a technique for analyzing microwave acoustic using as a analysis tool analysis the famous wavelet transform, it can analyze the signal locally and know its characteristics in a more precisely way. The signal to be processed represents the propagation of the microwaves acoustic in a piezoelectric structure excited by an interdigital transducer when the electro acoustic wave propagation by surface deformation of this structure. As an application, these structures are used for the modeling of various electronic components in microwave such as filters and Acoustic wave amplifiers.

<u>Keywords:</u> Microwave signal acoustic - Piezoelectric structure - Wavelet transform.

ملخص

العنوان : تحليل إشارة الموجات الصوتية عن طريق تحويل المويجات

في هذا العمل نقترح تقنية لتحليل الموجات الصوتية باستعمال كأداة للتحليل نظرية تحويل المويجات الشهيرة، هذه الأخيرة تسمح بتحليل الإشارة محليا و معرفة كذلك خصائصها بطريقة أكثر دقة. الإشارة المعالجة تمثل انتشار الموجات الصوتية في بنية كهروضغطية محثة بواسطة محرض خارجي خلال انتشار الموجات الكهربائية المرنة عبر تشوه سطح هذه البنية. كتطبيق، هذه الهياكل تستعمل لنمذجة المكونات الإلكترونية المختلفة مثل: المرشحات، المضخمات، الأمواج الصوتية.

كلمات مفتاحيه: إشارة الموجات الصوتية - بنية كهروضغطية - تحويل المويجات.