

N° d'ordre : /2013/DM

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE
Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTÈRE

En

Mécanique

Option : **CONSTRUCTION MÉCANIQUE**

Par

BAHLOUL Elhachemi

**Sélection optimale des outils de coupe pour l'évidement
des poches quelconques en vue de l'optimisation de
l'usinage**

Soutenu le : / / Devant le jury composé de

Mr B. BENMOHAMED	Professeur, Université de Batna	Président
Mr M. ASSAS	Professeur, Université de Batna	Rapporteur
Mr. H. MAZOUZ	Professeur, Université de Batna	Co-Encadreur
Mr R. MANAA	M. Conférences A, Université de Batna	Examineur
Mr A. BOUCHELAGHEM	Professeur, Université de Annaba	Examineur

Année Universitaire 2012 / 2013

Dédicaces

A :

ma famille

L'ensemble des enseignants

Tous mes collègues et amis sans exception.

Je dédie ce mémoire.

Remerciements

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à Mr. M. Assas, Professeur à l'Université de Batna, d'avoir accepté de diriger ce travail et qui, avec beaucoup de disponibilité, a suivi le développement. Je remercie également Mr. H. Mazouz Professeur à l'Université de Batna, d'avoir accepté d'être mon co-encadreur tout au long de ce travail. Je le remercie pour ses conseils toujours judicieux.

J'adresse ma profonde reconnaissance à Mr. B. Benmohamed Professeur à l'Université de Batna, d'avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Je tiens à associer à mes remerciements, Mr. R. Manaa, Maître de conférences à l'Université de Batna et Mr. A. Bouchelaghem, Professeur à l'Université de Annaba, d'avoir accepté de juger ce travail.

Je tiens aussi à remercier chaleureusement Mr A. Belloufi Maître-Assistant à l'Université de Ouargla, pour son aide concernant la réalisation du programme et pour ses qualités scientifiques et pédagogiques.

Mes pensées émues iront avec tendresse à ma mère, mes sœurs, ma femme et mes enfants auxquels j'exprime respectueusement ma profonde reconnaissance pour leur aide précieuse et soutien constant.

El hachemi Bahloul

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I

Etat de l'art sur les méthodes d'évidement des poches

I.1	Introduction	3
I.2	Le fraisage	3
I.2.1	Les machines de fraisage	4
I.2.2	Machines outils à Commande Numérique	5
I.2.2.1	Adaptation des machines outils à leur domaine d'application	5
I.2.2.2	Programmation de MOCN	5
I.2.2.3	Construction des MOCN trois et cinq axes	6
I.2.3	Les opérations de fraisage	8
I.2.3.1	Le fraisage périphérique	8
I.2.3.2	Le fraisage hémisphérique	8
I.2.4	Les différents types d'outils utilisés pour les opérations de fraisage en bout ...	9
I.2.4.1	Les fraises cylindriques	9
I.2.4.2	Les fraises hémisphériques	10
I.2.4.3	Les fraises toriques	10
I.2.4.4	Bilan sur les outils utilisés en fraisage en bout	12
I.3	Choix des outils et de leurs dimensions	12
I.4	Entrées et sorties de la matière	13
I.5	Modes d'usinage des poches	14
I.5.1	Le tréflage	14
I.5.1.1	Les caractéristiques de l'usinage par tréflage	15
I.5.1.2	Avantages et inconvénients	16
I.5.2	L'usinage trochoïdal	17
I.5.2.1	Les caractéristiques de l'usinage trochoïdal	18
I.6	Stratégies d'usinage des poches	19
I.6.1	Définition de la poche	19
I.6.2	Stratégie Zig Zag	19
I.6.3	Stratégie contours parallèles	20
I.6.4	Stratégie contour spirale	20

I.7	Le calcul des trajectoires d'usinage	21
I.8	Conclusion.....	22

Chapitre II

Approches pour la modélisation des trajectoires d'outils pour l'évidement de poches

II.1	Introduction	23
II.2	Modélisation analytique de trajectoires d'outils de coupe	23
II.2.1	Forme triangulaire quelconque.....	23
II.2.1.1	Modèle analytique de trajectoire d'outil de coupe pour la partie intérieure.....	24
II.2.2	Forme quadrilatère quelconque	31
II.2.2.1	Modèle analytique de trajectoire d'outil de coupe pour la partie intérieure.....	31
II.3	Forme quelconque	41
II.3.1.1	Stratégie contours parallèles	41
II.3.1.2	Modèle analytique de trajectoires d'outils pour l'usinage des coins	46
II.4	Conclusion.....	52

Chapitre III

Proposition d'une démarche de sélection optimale des outils de coupe

III.1	Introduction	52
III.2	Temps d'usinage.....	52
III.3	Formulation du modèle d'optimisation pour le choix des outils de coupe.....	53
III.3.1	Principe de formulation du modèle d'optimisation pour le choix des outils.....	53
III.3.1.1	Choix des variables du modèle	54
III.3.1.2	Formulation de l'objectif	54
III.3.1.3	Formulation des contraintes.....	54
III.4	Méthodologie d'optimisation	55
III.5	Traitement d'un exemple d'une poche	56
III.5.1	Contraintes dues a la géométrie	56
III.5.2	Calcul des paramètres du nouveau quadrilatère.....	57
III.5.3	Paramètres géométriques de la poche	59
III.5.4	Conditions de coupe.....	59
III.5.5	Sélection des outils de coupe : Résultats numériques.....	60
III.5.5.1	Simulation d'usinage pour la partie intérieure.....	60

III.5.5.2	Calcul du nombre de passe m	62
III.5.5.3	Graphes et commentaires	65
III.5.5.4	Résultats	65
III.6	Conclusion	66
Conclusion générale	66
Bibliographie		

Abréviations et symboles

<u>Symboles</u>	<u>Désignation</u>
$(L_{1j})(mm)$	Côtés de la poche
$r_i (mm)$	Rayons de raccordement
$\alpha_i(^{\circ})$	Angles de la poche
$H' (mm)$	Profondeur de la poche
$h(mm)$	Hauteur de balayage
$p(mm)$	L'incrément
n	Nombre d'incréments
ρ	Coefficient de recouvrement d'usinage
E	Coefficient de correction
$L_h (mm)$	Longueur des segments horizontaux
$L_{h1} (mm)$	Longueur des segments horizontaux (zone 1)
$L_{h2} (mm)$	Longueur des segments horizontaux (zone 2)
$L_m (mm)$	Longueur de la trajectoire entre incréments
$L_c (mm)$	Longueur de la trajectoire de contournage
$L_{pi} (mm)$	Longueur totale de la trajectoire de l'outil de coupe dans la partie intérieure
$X_t (mm)$	L'incrément de passage
$w (mm)$	Surépaisseur de matière dans le coin
$L_{coin} (mm)$	Longueur de la trajectoire dans le coin
$ap(mm)$	Profondeur de passe
m	Nombre de passe

<u>Symboles</u>	<u>Désignation</u>
L_p (mm)	Longueur total de trajectoire d'outil pour l'évidement de la poche
t_{pi} (min)	Temps d'usinage de la partie intérieure
t_{coin} (min)	Temps d'usinage du coin
v_f (mm / min)	Vitesse d'avance
v_c (m / min)	Vitesse de coupe
R_i (mm)	Rayon de la fraise utilisée dans la partie intérieure
R_3 (mm)	Rayon de la fraise utilisée dans les coins
f_z (mm / dent)	Avance par dent

Introduction générale

Introduction générale

Face à la concurrence internationale et l'accélération du progrès technique, les entreprises doivent continuellement améliorer leur productivité ainsi que la qualité de leurs produits. Les logiciels de conception et de fabrication assistée par ordinateur (CFAO) deviennent des outils indispensables, d'une part, pour l'automatisation de la production, d'autre part, pour la génération automatique du programme CN. Ces logiciels offrent actuellement un large éventail de typologies d'opérations associés à des générateurs de trajectoires d'usinage de plus en plus performants [1]. Cependant, une méthodologie permettant de réaliser un choix optimisé du processus d'usinage et ses différents paramètres devient nécessaire. Ceci permettra aux systèmes FAO de générer les trajectoires optimales de l'outil de coupe.

le choix de la stratégie d'usinage optimale reste à l'heure actuelle une problématique complexe faisant appel à de nombreux paramètres, dont il est difficile d'évaluer l'impact. De plus, peu de critères formels, obtenus par modélisation ou expérimentation, sont disponibles pour mesurer la pertinence du choix effectué. Si bien que les experts font appel à leurs savoir-faire et leur expérience pour déterminer les stratégies d'usinage employées.

Actuellement, plusieurs approches sont développées [2, 3,4]. Pour optimiser certains paramètres de coupe (vitesse de coupe, vitesse d'avance, profondeur de passe, etc..), en tenant compte d'un ou de plusieurs critères. Parmi ces approches on trouve le travail de T. Lim et al [5] qui décrit une méthode pour déterminer une combinaison optimale des outils de coupe pour l'usinage d'un volume de matière donné en 3D ou d'un contour en 2D. Le principe de la méthode consiste à rechercher, pour un contour donné, la section accessible par l'outil de coupe ainsi que le volume de matière résiduelle délaissé par le même outil. La mise en œuvre courante de cette procédure ne donne pas de résultats satisfaisants étant donné que plusieurs paramètres d'usinage ne sont pas pris en compte dans le processus de la sélection adoptée tel que la longueur du chemin de l'outil, le taux d'engagement de l'outil, etc. [6]

Le travail réalisé au cours de cette étude a pour objectif de proposer une méthode d'optimisation du choix des outils de coupe pour l'évidement des poches de contours quelconques, dans le cas d'ébauche sur une fraiseuse à commande numérique.

En vue d'appréhender la maîtrise de cette opération ainsi qu'à suivre la stratégie de trajectoire minimale pour réduire le temps d'usinage, le travail présenté dans ce mémoire s'articule de la façon suivante :

La première partie porte une étude bibliographique permet dans un premier temps de définir le procédé d'usinage, les outils et les machines à commandes numériques ensuite les modes et les stratégies d'usinage des poches de contours quelconques les plus reconnues.

La deuxième partie constitue le fondement du travail par la proposition d'un modèle analytique de calcul de trajectoires des stratégies d'usinage « Zig Zag , Contour parallèles et contour spirale » pour les différents types de contours de poches.

La troisième partie permet de faire le point sur la formulation du modèle d'optimisation pour la sélection des outils de coupe en se basant sur la fonction objective et les contraintes liés au problème, nous expliquons enfin les algorithmes développés et nous traitons un exemple d'usinage d'une poche de contour quelconque.

Enfin, nous concluons ce mémoire en analysant les principaux résultats de cette étude, quelques perspectives sont proposées tant au niveau de l'application de ce travail.

Chapitre I

*Etat de l'art sur les méthodes
d'évidement des poches*

I.1 Introduction

Depuis leur apparition, les techniques d'usinage ont subi de multiples améliorations. Les procédés de mise en forme des matériaux par enlèvement de matière n'ont cessé d'être remis en question afin de rester en phase avec les exigences industrielles, quelles soient économiques ou écologiques. Aujourd'hui, l'ingénieur de fabrication se doit donc de pouvoir répondre à une multitude de questions afin de réaliser rapidement des pièces avec la qualité demandée et à moindre coût. [7]

La mise en forme par enlèvement de matière est un procédé d'élaboration de pièce mécanique. Un outil de coupe enlève de la matière à une pièce dans le but de générer une nouvelle surface. Il existe différents types de configurations : la coupe orthogonale, la coupe oblique, la coupe tridimensionnelle. Ces différentes configurations sont appliquées aux procédés d'usinage tels que le rabotage, le tournage, le fraisage, le perçage, etc. [7]

Dans cette partie, nous présentons une synthèse bibliographique sur les modes d'usinage des poches ainsi que les principales stratégies de génération de trajectoires d'outils.

I.2 Le fraisage

Le fraisage est, dans son principe un procédé de fabrication mécanique par coupe (enlèvement de matière) faisant intervenir, en coordination le mouvement de rotation d'un outil à plusieurs arrête (mouvement de coupe) et l'avance rectiligne d'une pièce (dit mouvement d'avance) (Figure I.1). Aujourd'hui, toute fois on a également un déplacement de l'outil par rapport à la pièce, le quelle peut s'effectuer pratiquement dans n'importe quelle direction. L'outil de fraisage comporte plusieurs arrêtes de coupe dont chacune enlève une certaine quantité de métal sous forme de copeaux.

Les avantages du fraisage sont :

Un rendement élevé, un bon fini de surface et haute précision, ainsi qu'une grande souplesse au niveau de la génération de différentes formes. Le plus souvent, le fraisage est utilisé pour produire des surfaces planes, des épaulements et des gorge mais son efficacité en contournage va croissante grasse à l'utilisation des technique CNC (computer numerical controlled) [8].

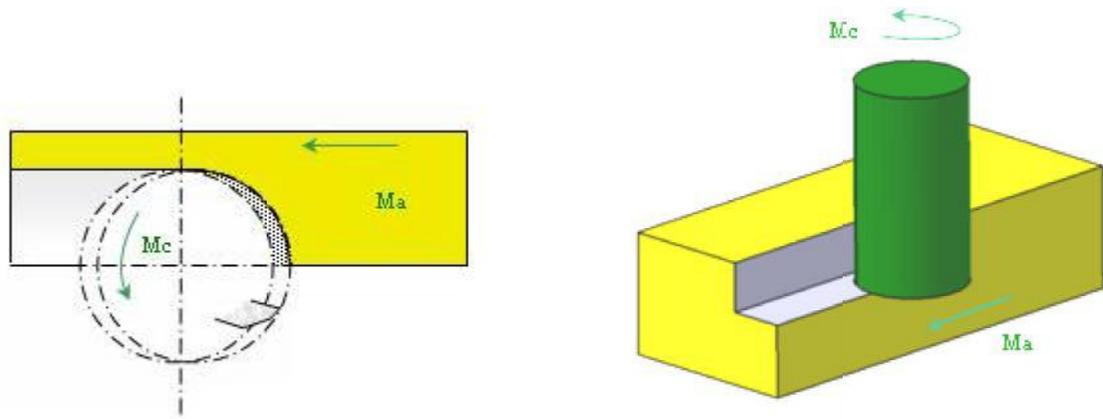


Figure I.1. Mouvements de coupe et d'avance en fraisage

I.2.1 Les machines de fraisage

Comme toutes machines outils il existe des fraiseuses traditionnelles et des fraiseuses a commande numérique où on distingue trois catégories :

Fraiseuses verticales, horizontales et fraiseuses universelles.

Pour l'usinage de cavités ou bien de poches les opérations sont recommandées sur des machines CN trois et cinq axes.



Figure I.2. Vue d'ensemble de la MOCN VERNE [10]



Figure I.3. Présentation du centre d'usinage Mikron UCP 710 [9]

I.2.2 Machines outils à Commande Numérique

I.2.2.1 Adaptation des machines outils à leur domaine d'application

Les composants principaux d'une machine outil ont connu des avancées technologiques importantes à la fin des années 1990. On peut citer par exemple le développement de broches à paliers magnétiques, de moteurs linéaires pour les axes de déplacement, de matériaux et de géométries spécifiques d'arêtes de coupe [11].

La structure des MOCN a aussi dû être reconçue pour aboutir à des bâtis rigides capables de supporter les fortes accélérations lors des changements de direction sans générer de vibrations, ainsi qu'à des carters offrant la protection requise lors de bris d'outil.

Toutefois, il n'est pas nécessaire pour une MOCN dédiée à l'UGV de cumuler l'ensemble des dernières technologies de composants pour être opérationnelle dans un contexte de production industrielle. A l'inverse, lors de la définition du cahier des charges d'une MOCN, il appartient en priorité de définir son domaine d'application pour déterminer les performances technico économiques optimales.

Pour cause, étant donné la variété de solutions technologiques possibles, la meilleure machine outil n'existe plus et toute caractéristique doit être évaluée en rapport avec le type d'application visé (morphologie de pièces, matériaux à usiner, tailles de lots, ...) [10].

I.2.2.2 Programmation de MOCN

Pour la programmation de MOCN, l'ensemble de la chaîne de processus CAO/FAO/CNC mérite une attention particulière.

Le système CAO génère la géométrie de la pièce souhaitée. À partir de ce fichier de données géométriques, le système FAO définit la stratégie d'usinage appropriée, avec les informations technologiques nécessaires.

Les données fournies par le système FAO sont généralement des fichiers APT ou CL que le Post processeur convertit en code CN exécutable [13].

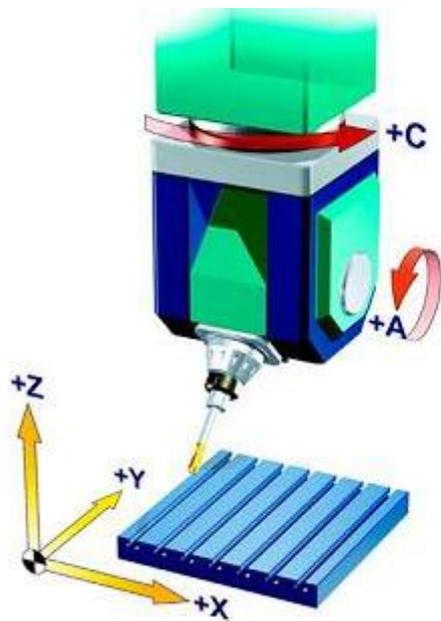
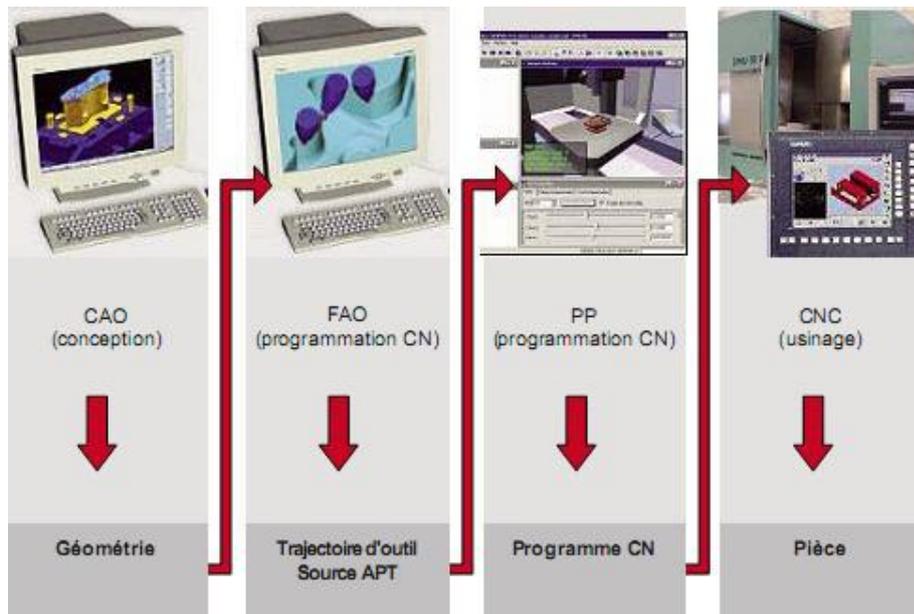


Figure I.5. Deux axes rotatifs dans la tête (avec fourche)

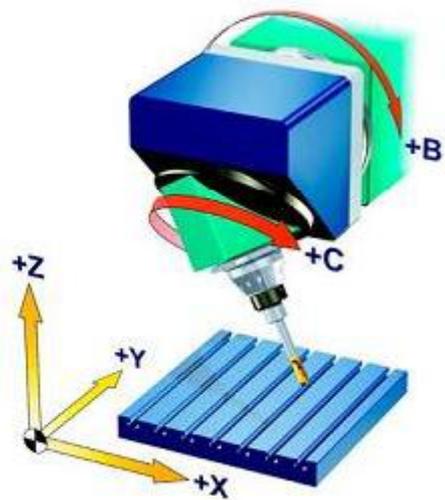


Figure I.6. Deux axes rotatifs dans la tête (avec nutation)

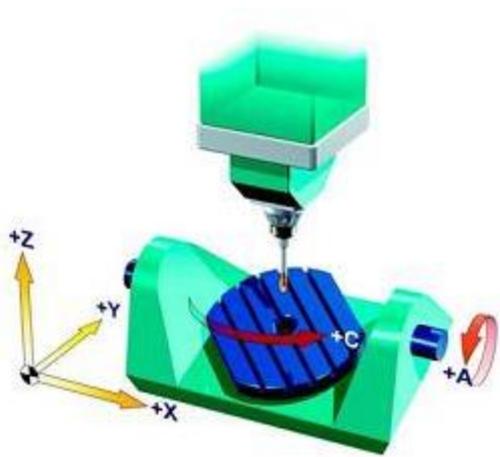


Figure I.7. Deux axes rotatifs dans la tête (avec rotation et orientation)

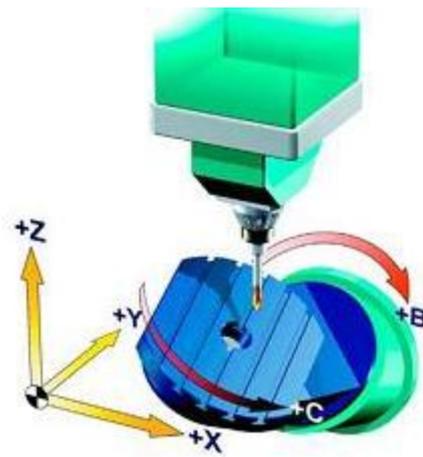


Figure I.8. Deux axes rotatifs dans la tête (avec nutation)

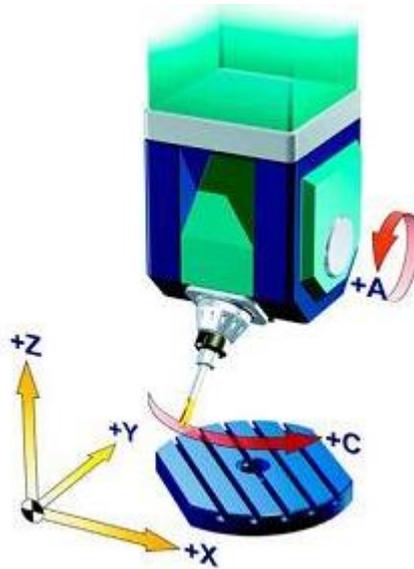


Figure I.9. Deux axes rotatifs dans la tête (avec fourche)

Axes rotatifs fixes, par exemple A, C (table)

Sur ces machines-outils, l'orientation de l'outil ou la position de la table sont modifiables entre autres par modification de la machine.

Les conditions de coupe de la fraise sont optimales, plus la fraise se déplace vers le haut ou le bord de la pièce, plus les conditions de coupe se dégradent.

L'orientation de la table permet d'obtenir des conditions de coupe idéales dans ce cas également, pour usiner complètement une surface de forme quelconque plusieurs orientations dans différentes directions sont souvent nécessaires [13].

I.2.3 Les opérations de fraisage

I.2.3.1 Le fraisage périphérique

La figure I.10 montre le fraisage périphérique et lorsque l'angle d'hélice λ_s de la fraise est nul il s'agira d'une coupe orthogonale.

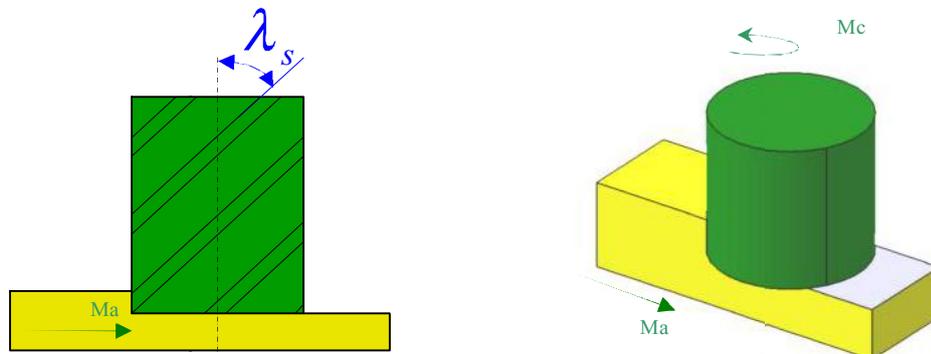


Figure I.10. Fraisage périphérique

I.2.3.2 Le fraisage hémisphérique

Il existe une position unique dans le fraisage périphérique (usinage à trois axes), où l'outil est tangent à la surface à une position donnée. Par contre pour le fraisage hémisphérique avec une machine à cinq axes, il existe une infinité de positions de l'outil qui est tangent à la surface en un point de contact.

La géométrie de la fraise hémisphérique, avec les deux degrés de libertés supplémentaires, permet d'optimiser l'orientation de l'outil et d'améliorer le processus de coupe, et par conséquent la qualité de l'état de surface micro géométrique de la pièce à usiner [4].

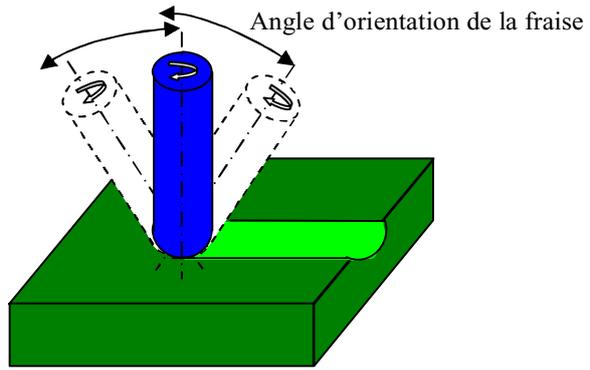
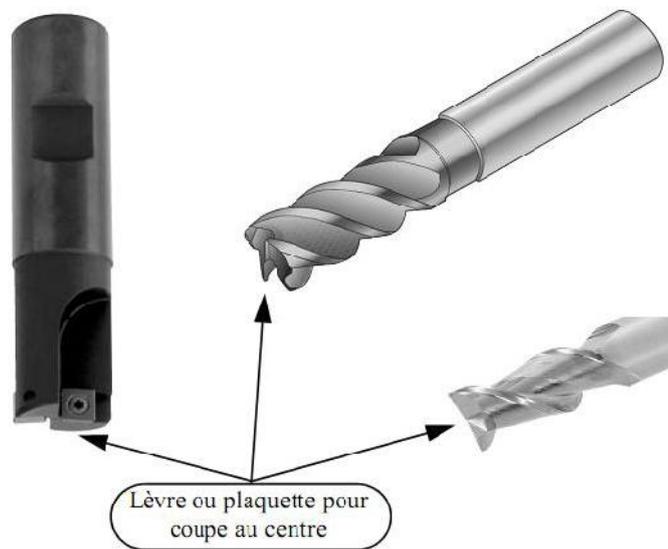
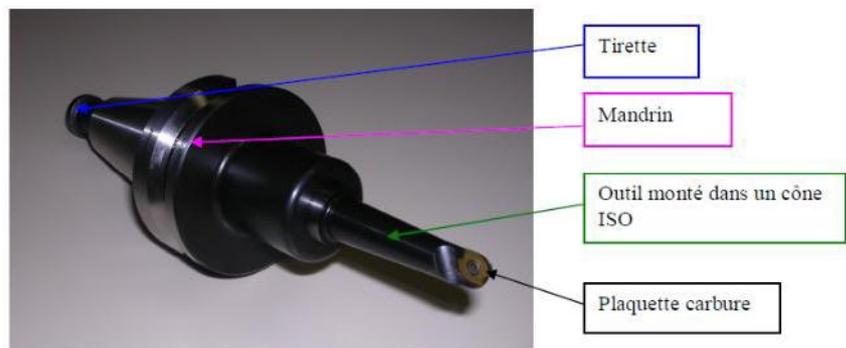


Figure I.11. Orientation de la fraise hémisphérique



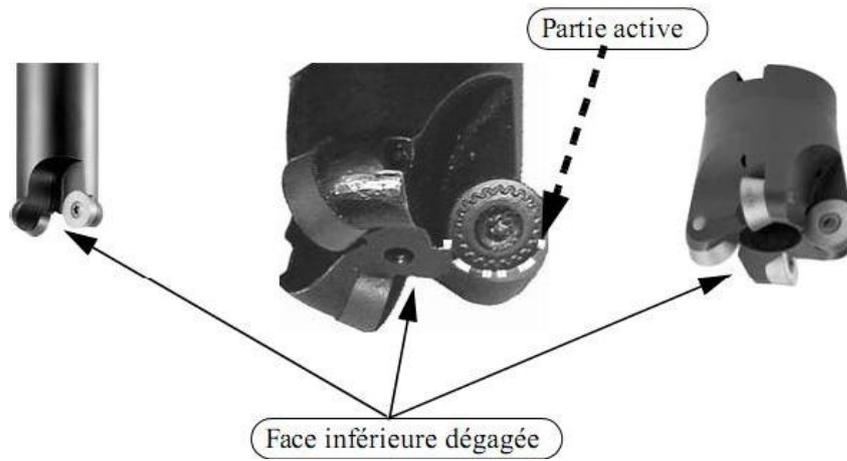
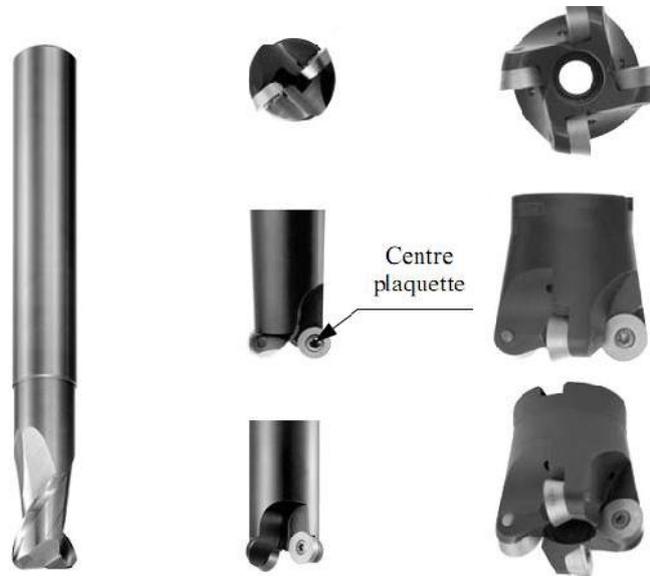


Tirette

Mandrin

Outil monté dans un cône ISO

Plaquette carbure





l'évidement ébauche avec une fraise de grand diamètre, puis avec une de plus petit diamètre, jusqu'à obtenir la forme attendue.

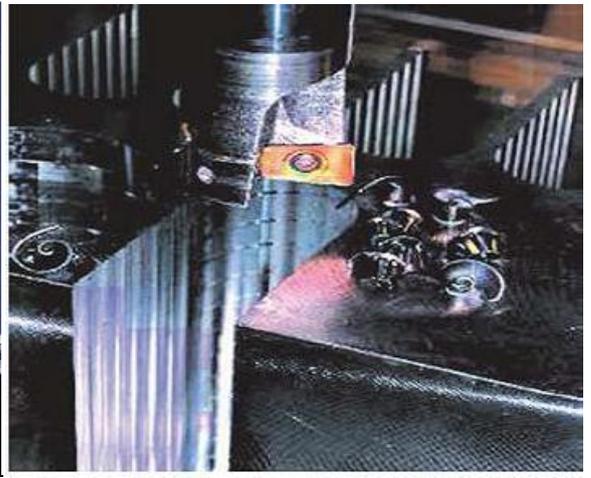
Ce choix est justifié par trois constats. Déjà la puissance disponible ne permet pas forcément d'utiliser des outils de grand diamètre au mieux de leur performance. Puis on considère que le temps d'arrêt d'une broche grande vitesse, de changement de l'outil et de re-stabilisation à haute fréquence de rotation est trop important, par rapport au gain apporté par l'emploi d'un outil de grand diamètre. Enfin, la précision des machines-outils à commande numérique permet actuellement de réaliser des cylindres par contournage ayant une cylindricité suffisante. On peut donc considérer les alésages de grand diamètre comme des poches à profil circulaire obtenu par interpolation circulaire. On assiste donc à une minimisation du nombre d'outils dans la phase d'usinage, chaque outil étant utilisé pour réaliser plusieurs formes.

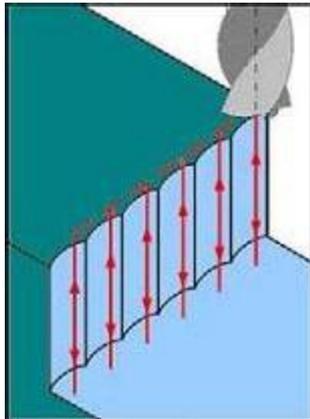
Il faut remarquer que cette règle repose uniquement sur l'analyse des performances dynamiques de la broche. Suivant celles-ci, une société pourrait conduire à un choix différent pour des raisons économiques. Néanmoins, il se poserait alors des problèmes d'usinage du fait des formes obtenues avec chaque outil. Si les diamètres sont différents, il n'est pas toujours possible de garantir des profondeurs de passe axiale constante [15].

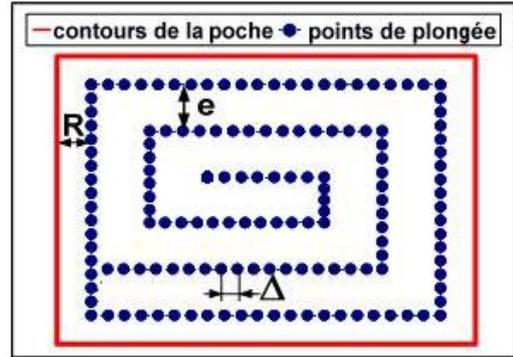
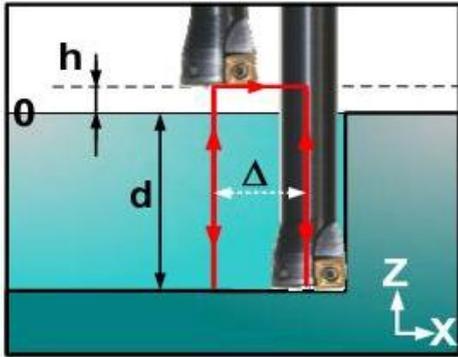
I.4 Entrées et sorties de la matière

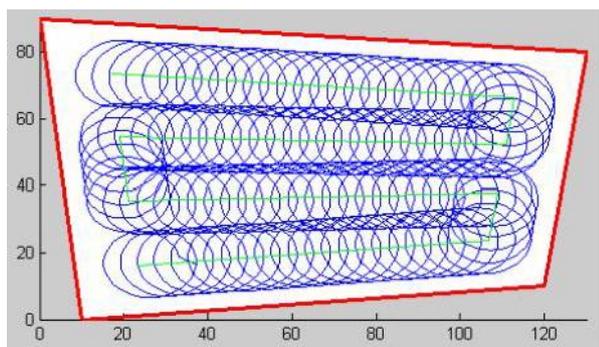
La principale contrainte associée à l'évidement des poches est de garantir le plus souvent possible une continuité de l'usinage pour assurer une continuité des sollicitations mécaniques appliquées à l'outil. Cela est totalement impossible à réaliser avec l'opération de perçage du trou de passage de la fraise qui ne sollicite pas l'outil dans des configurations normales et qui ne permet pas un refroidissement correct de l'outil.

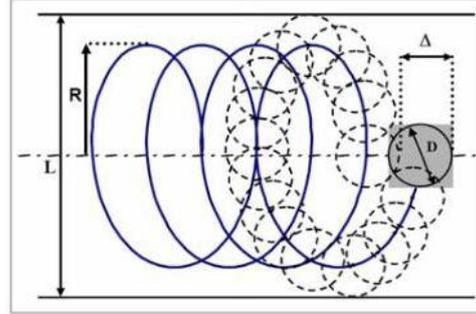
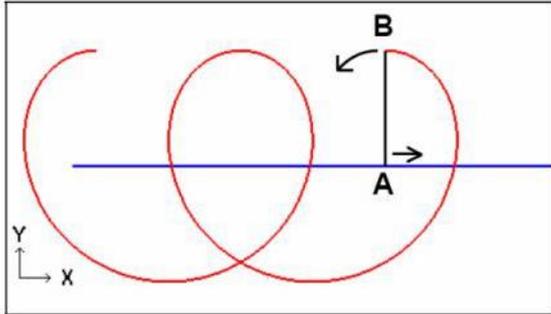
Pour pallier cela, on utilise une stratégie d'entrée en pleine matière en colimaçon ou en feuille morte. L'outil est donc toujours en mouvement durant le perçage du trou et la section de copeau est constante. L'outil fraise et ne perce pas. Par contre, cela impose des outils soit hémisphériques, soit toriques, qui évitent le talonnement durant la descente [15].











$$z = v t + R e^{i \omega t}$$

$$\begin{cases} x = v t + R (\omega t) \\ y = R \cdot \sin(\omega t) \end{cases}$$



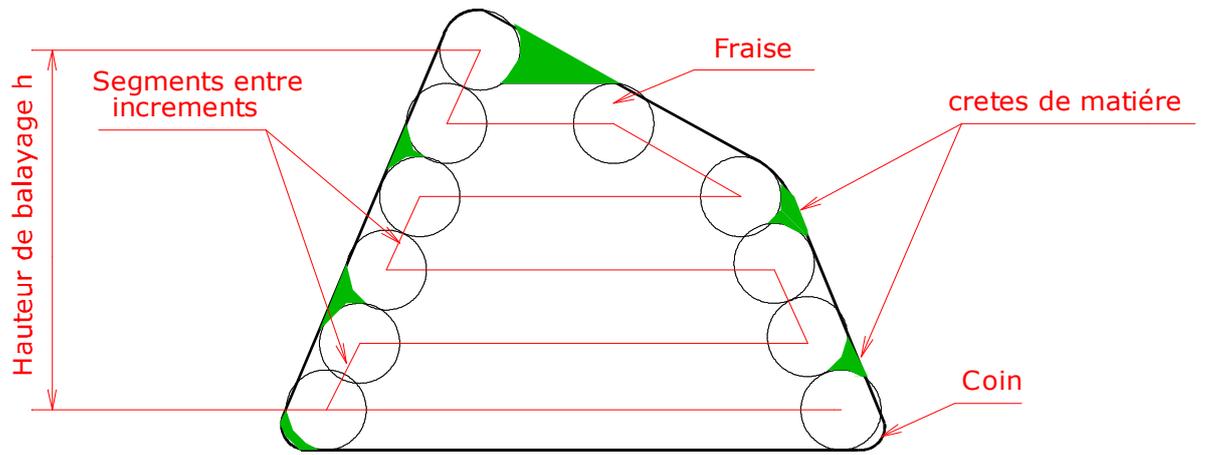


Figure I.23. Stratégie d'usinage en zigzag

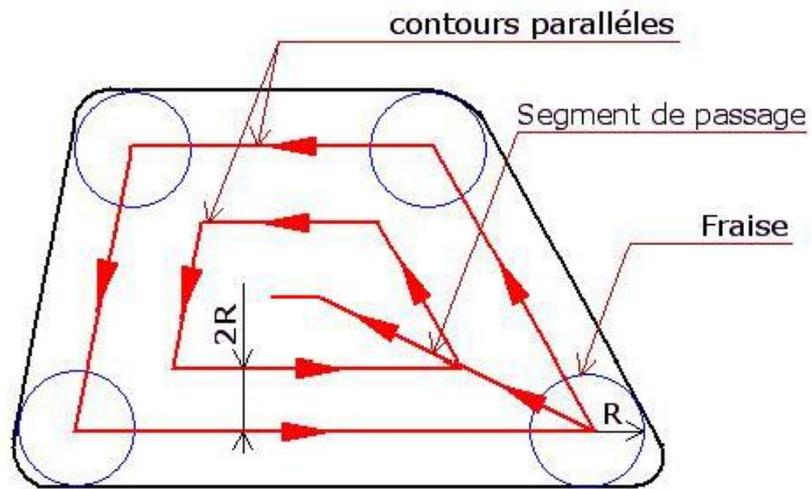


Figure I.24. Trajectoires de la stratégie contour parallèle.

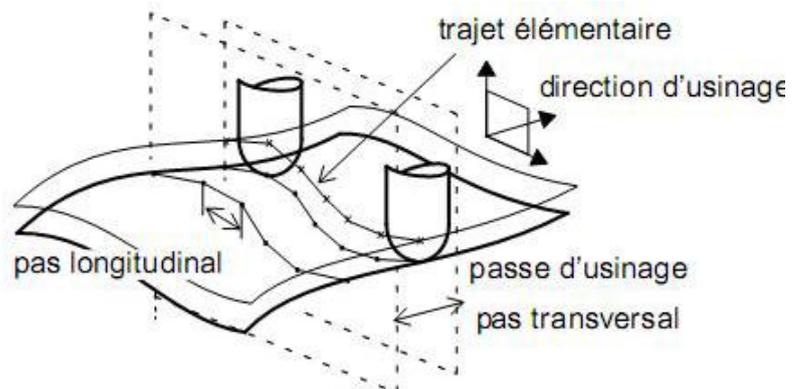
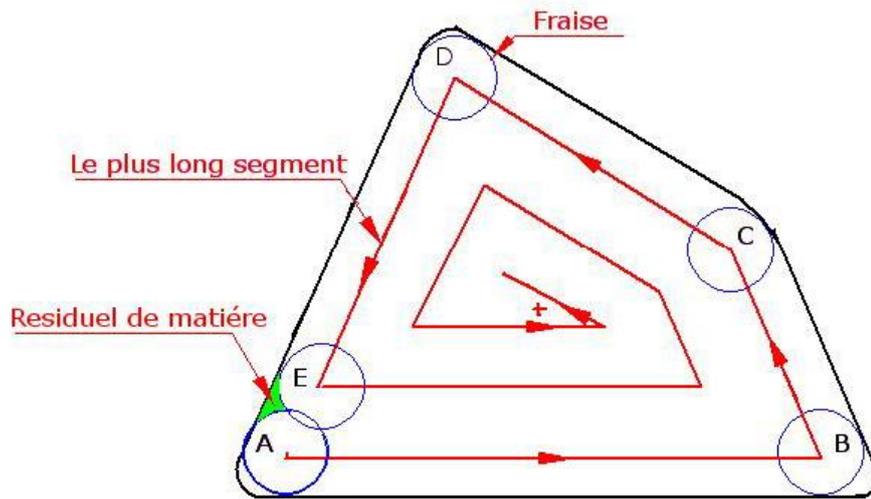


Figure I.26. Trajectoires d'usinage.

Au niveau géométrique, calculer un trajet est une opération qui vise à exprimer le mouvement d'un point fixe de l'outil, le centre ou l'extrémité, de façon à ce que la surface enveloppe du mouvement de l'outil soit confondue avec la surface à usiner aux tolérances d'usinage près. Autrement dit, calculer un trajet d'usinage revient à chercher tous les lieux de passage de l'outil, nécessaires et suffisants, qui permettent d'usiner la forme en respectant les paramètres de précision demandés. Ces lieux de passage appartiennent à une courbe théorique lieu des centres de l'outil. Par conséquent, ce calcul est une opération d'identification d'une courbe théorique sous un format compréhensible par le directeur de commande numérique. Comme dans toute opération d'identification, les fonctions importantes sont l'acquisition d'informations géométriques sur l'identifié et la mesure de la distance relative entre la courbe identifiante et l'identifié. L'identification est conduite de manière explicite par la recherche de l'équation de la courbe identifiante, ou de manière implicite par le calcul de points sur la courbe de proche en proche.

Ainsi, pour résoudre le problème du calcul de la trajectoire d'usinage, il faut donc :

- calculer la position du centre de l'outil en contact sur une zone particulière de la forme ;
- contrôler et gérer les interférences possibles entre l'outil et la surface à usiner,
- calculer une passe d'usinage, calculer le trajet par une accumulation de passes.

I.8 Conclusion

Nous avons présentés dans cette partie de notre étude les modes et les stratégies couramment utilisées dans l'usinage des poches après un aperçu sur les machines à commande numérique, leurs constructions et les différents types d'outils destinés au fraisage en bout pour pouvoir réaliser une modélisation de trajectoires des outils de coupe.

Chapitre II

*Approches pour la
modélisation des trajectoires
d'outils pour l'évidement de
poches*

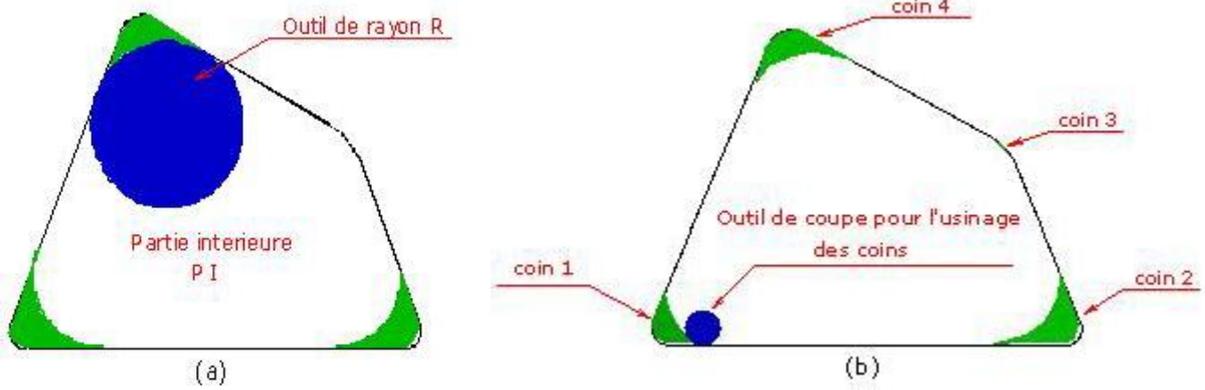


Figure II.1 Principe d'évidement de la poche

$(L_{01}, L_{02} \text{ et } L_{03})$

α_i

$r_i (i = 1, 2, 3)$

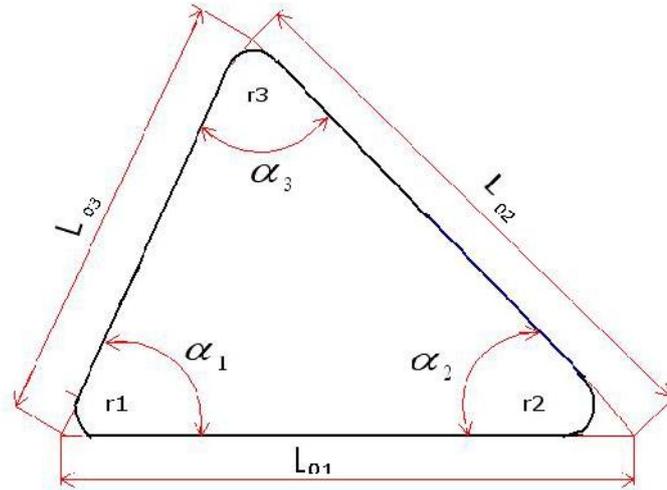


Figure II.2 Paramètres d'une poche de contour triangulaire

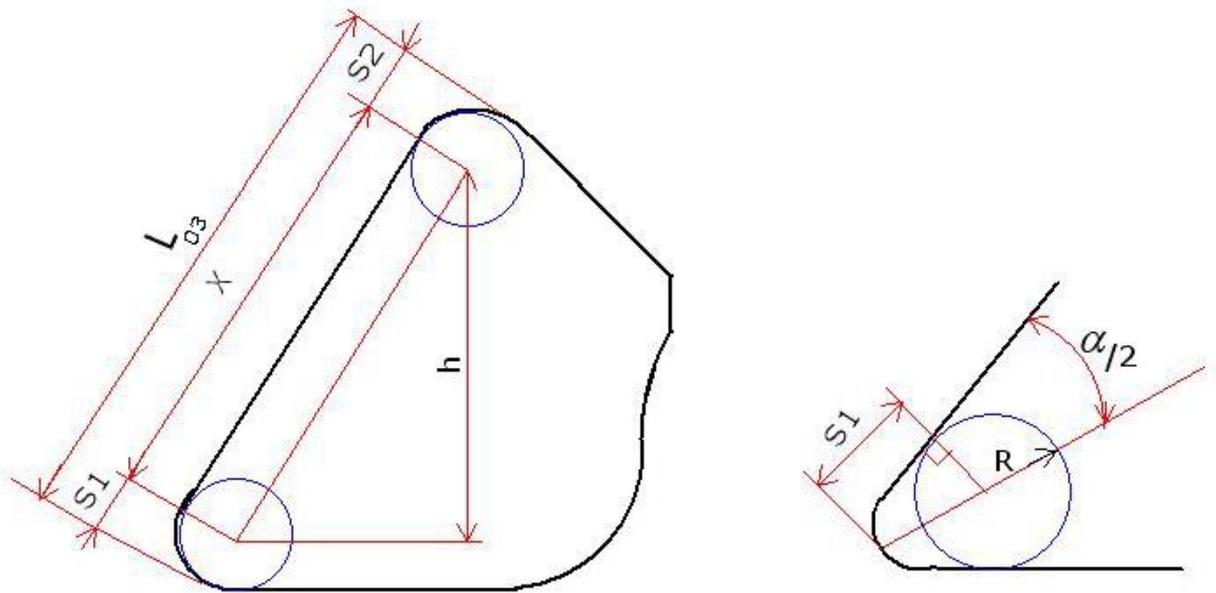


Figure II.3 Représentation géométrique de h

$$\sin \alpha_1 = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \sin \alpha_1$$

$$x = L_{03} - s_1 - s_2$$

et

$$\cotg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{s_1}{R} \Rightarrow s_1 = R \cotg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$$

Et la même chose pour s_2

$$s_2 = R \cotg\left(\frac{\alpha_3}{2}\right)$$

X devient

$$x = L_{03} - R \cotg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) - R \cotg\left(\frac{\alpha_3}{2}\right)$$

Alors

$$h = \left[L_{03} - R \cotg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) - R \cotg\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) \right] \sin \alpha_1 \quad (\text{II.1})$$

- Calcul de l'incrément (p)

Le nombre d'incréments est donné par l'équation suivante:

$$n = E\left(\frac{h}{2\rho R}\right) + 1 = E\left[\frac{\left[L_{03} - R \cotg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) - R \cotg\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) \right] \sin \alpha_1}{2\rho R}\right] + 1 \quad (\text{II.2})$$

Avec : $\rho < 1$

Calcul de E :

On distingue deux cas :

1^{er} cas : $\frac{h}{2\rho R} = k$ tel que k : nombre entier

$$\text{Alors } E\left(\frac{h}{2\rho R}\right) + 1 = \frac{h}{2\rho R} - 1 + 1 \Rightarrow E = 1 - \frac{2\rho R}{h}$$

2^{ème} cas : $\frac{h}{2\rho R} = k + \varepsilon$ tel que : ε : nombre réel compris entre 0 et 1.

$$L_{h1} = L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right)$$

Et $L_{h2} = L_{h1} - G_1 - G_2$

Alors que :

$$\cotg \alpha_1 = \frac{G_1}{p} \Rightarrow G_1 = p \cotg \alpha_1 \text{ et } G_2 = p \cotg \alpha_2$$

Donc :

$$L_{h2} = \left[L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - p(\cotg \alpha_1 + \cotg \alpha_2) \right]$$

⋮

$$L_{hi} = \left[L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - p(i-1)(\cotg \alpha_1 + \cotg \alpha_2) \right]$$

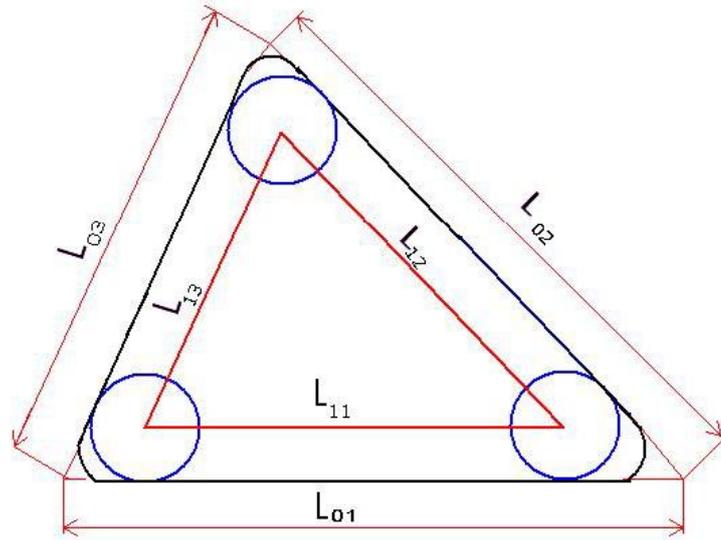
La longueur totale des segments horizontaux devient :

$$L_h = \sum_{i=1}^{n+1} \left[L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - p(i-1)(\cotg \alpha_1 + \cotg \alpha_2) \right] \quad (\text{II.4})$$

Avec : $n = \text{entier} \left(\frac{lv * \sin \alpha_2}{p} \right)$

Et : $lv = L_{02} - R * \cot \frac{\alpha_2}{2} - R * \cot \frac{\alpha_3}{2}$

- Modèle analytique de la trajectoire entre incréments L_m



$$L_m = \frac{L_{12}}{2} + \frac{L_{13}}{2}$$

$$L_{12} = L_{02} - R \left(\cot g \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_3}{2} \right) \right)$$

$$L_{13} = L_{03} - R \left(\cot g \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_3}{2} \right) \right)$$

$$L_m = \frac{1}{2} \left[L_{02} + L_{03} - R \left(\cot g \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) + 2 \cot g \left(\frac{\alpha_3}{2} \right) \right) \right]$$

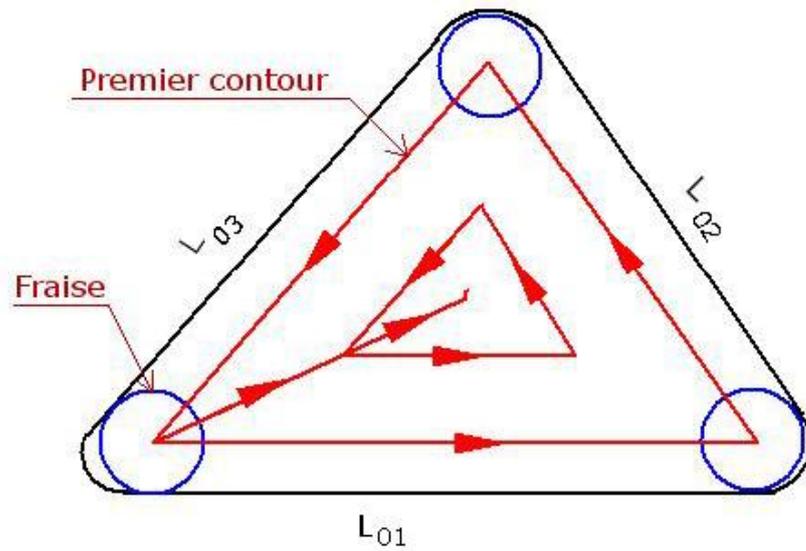
L_c

$$L_c = L_{11} + L_{12} + L_{13}$$

$$L_c = L_{01} + L_{02} + L_{03} - 2R \left(\cot g \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_3}{2} \right) \right)$$

L_{pi}

$$L_{pi} = L_h + L_m + L_c$$



n

$n :$

X_i

$$\sin \frac{\alpha_i}{2} = \frac{2\rho R}{X} \text{ d'ou } X = \frac{2\rho R}{\sin \frac{\alpha_i}{2}}$$

$$X_i = X \times n$$

$$L_{pi} = L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + n \dots + L_{i-1} + L_{i-2} + L_{i-3} + X$$

$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - Y \left(\cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) \right)$$

$i = 1, \dots, n \quad n :$

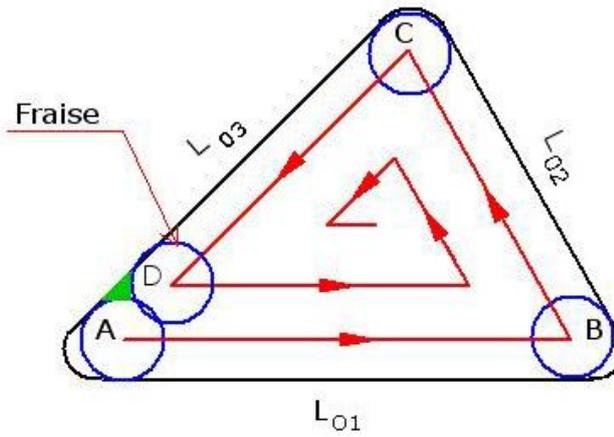
$j = 1, \dots, 3$

$j+1$

$j+1=1$

$$Y = R$$

$$Y = 2\rho R$$



n

$n :$

$$L_{pi} = L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + n \dots + L_1 + L_2 + L_3$$

$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - Y \left(\cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) \right)$$

$i = 1$ et $j = 3$

$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - Y \left(\cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) \right) + \overline{AD}$$

$$\overline{AD} = \frac{2\rho R}{\sin \alpha_1}$$

$(L_{01}, L_{02}, L_{03}$ et $L_{04})$

α_i

$r_i (i = 1, 2, 3, 4)$

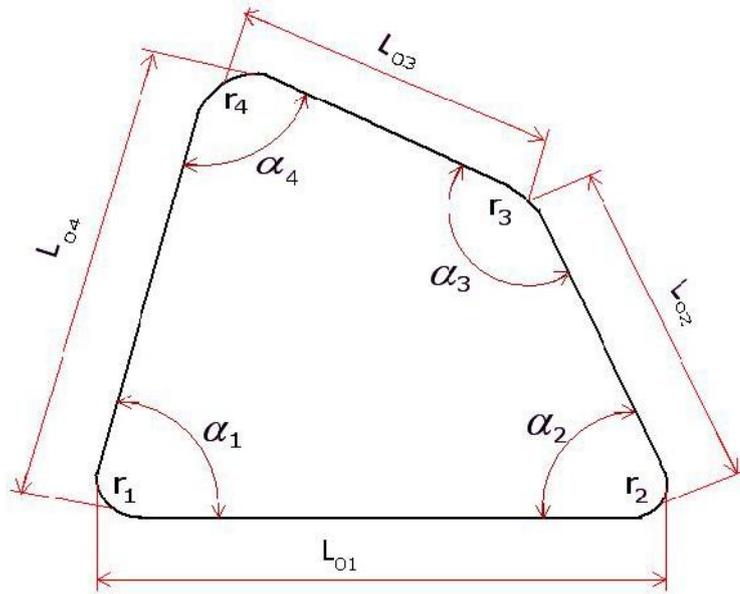


Figure II.8 Paramètres d'une poche de contour quadrilatère

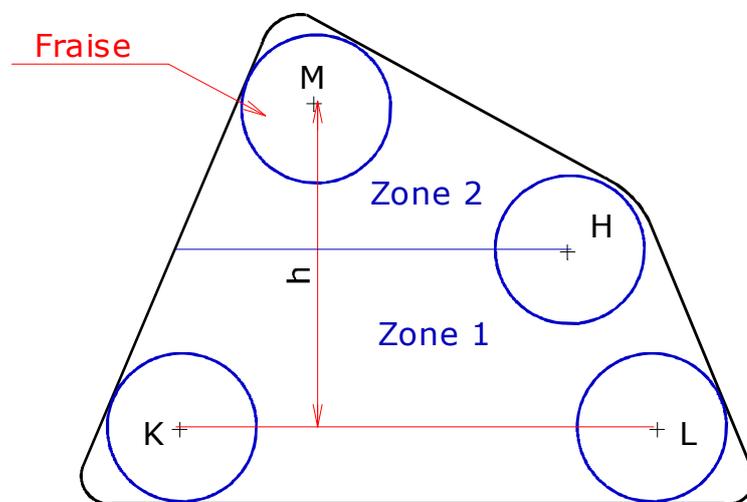


Figure II.9 Décomposition en zones

De même que dans la forme triangulaire le calcul de la hauteur h s'exprime par :

$$h = \left[L_{04} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) \right] \sin \alpha_1 \quad (\text{II.11})$$

- Calcul de l'incrément (p)

Le nombre d'incrément est donné par l'équation suivante:

$$n = E \left(\frac{h}{2\rho R} \right) + 1 = E \left[\frac{\left[L_{04} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) \right] \sin \alpha_1}{2\rho R} \right] + 1 \quad (\text{II.12})$$

L'incrément « p » entre deux passes est calculé pour un nombre entier « n », il est exprimé par l'équation (II.3).

$$p = \frac{\left[L_{04} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) \right] \sin \alpha_1}{n} \quad (\text{II.13})$$

Pour déterminer la longueur de la trajectoire d'un outil de coupe de rayon R on décompose la partie intérieure de la poche en deux zones (figure II.9). La longueur des segments horizontaux est déterminée zone par zone. On cherche pour chaque zone un modèle analytique pour calculer cette longueur, on aura L_h égale à la somme des L_{hzi} relatives à chaque zone :

$$L_h = L_{hz1} + L_{hz2} \quad (\text{II.14})$$

- Longueur des segments horizontaux de la zone (1) L_{hz1}

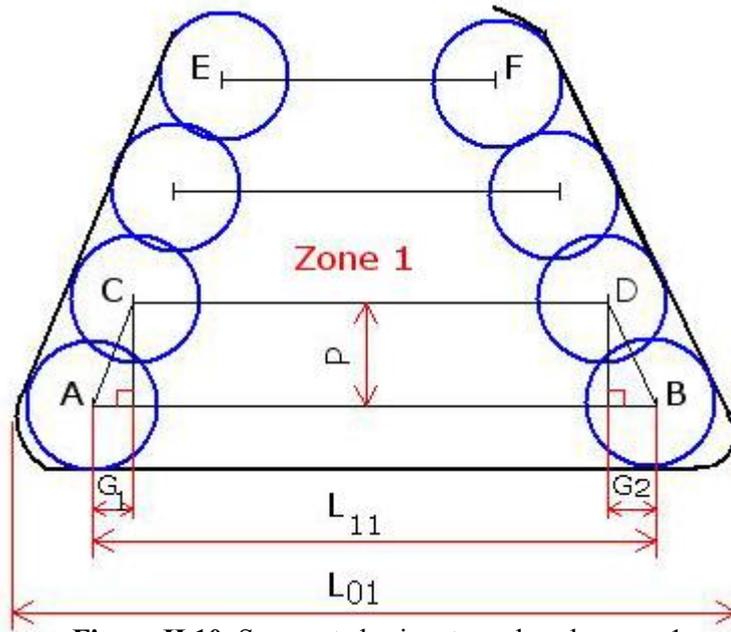


Figure II.10 Segments horizontaux dans la zone 1

n + 1

$$L_{hz1} = \overline{AB} + \overline{CD} + \dots + \overline{EF}$$

$$\overline{AB} = L_{11} = L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right)$$

$$\overline{CD} = L_{21} = L_{11} - G_1 - G_2$$

$$\cotg \alpha_1 = \frac{G_1}{p} \Rightarrow G_1 = p \cotg \alpha_1 \text{ et } G_2 = p \cotg \alpha_2$$

$$L_{21} = \left[L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - p(\cotg \alpha_1 + \cotg \alpha_2) \right]$$

$$\overline{EF} = L_{31} = L_{11} - L_{21} - G_1 - G_2$$

$$L_{hz1} = \sum_{i=1}^{n_1+1} \left[L_{01} - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - p(i-1)(\cotg \alpha_1 + \cotg \alpha_2) \right]$$

$$n_1 = \text{entier} \left(\frac{lv * \sin \alpha_2}{p} \right)$$

$$lv = L_{02} - R \left(\cot \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) + \cot g \left(\frac{\alpha_3}{2} \right) \right)$$

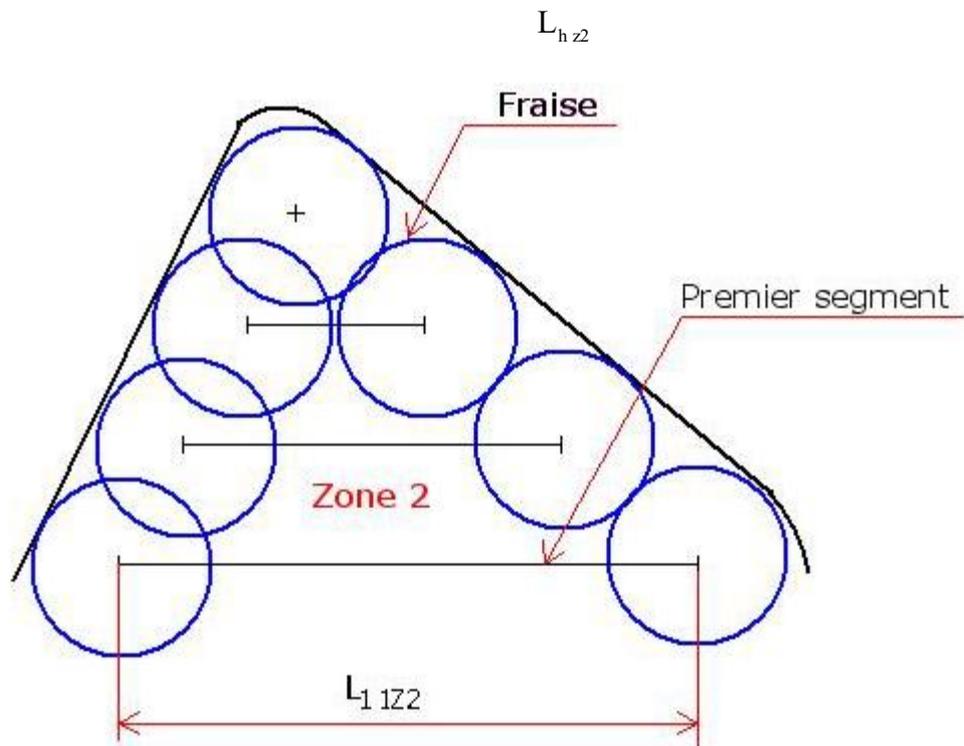


Figure II.11 Segments horizontaux dans la zone 2

L_{hz2}

L_{hz1}

L_{hz2}

$$L_{hz2} = \sum_{i=2}^{n_2+1} \left[L_{11z2} - p(i-1)(\cotg \alpha_1 + \cotg (\pi - (\alpha_1 + \alpha_4))) \right]$$

$$n_2 = n - n_1$$

$$\text{et } L_{11z2} = L_{01} - R * \cot \frac{\alpha_1}{2} - R * \cot \frac{\alpha_2}{2} - p * n_1 * (\cot \alpha_1 + \cot \alpha_2)$$

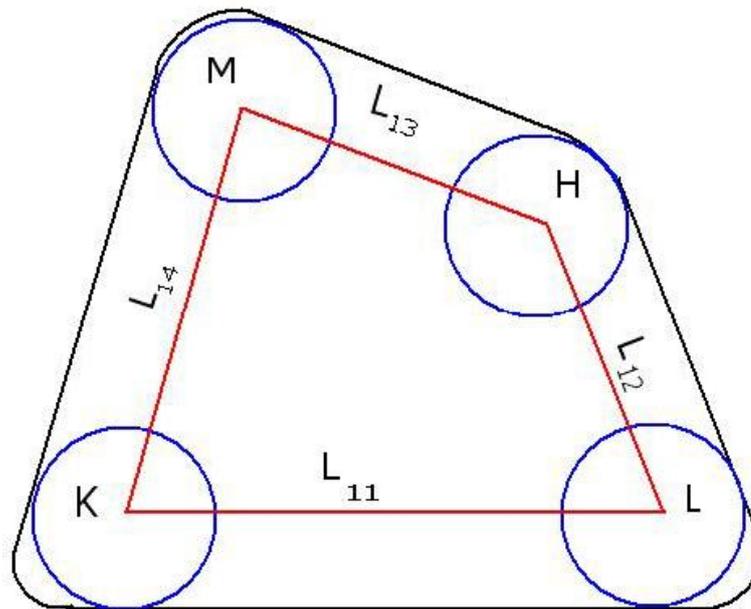
L_m L_m 

Figure II.12 Trajectoire entre incréments et de contournage.

$$L_m = \frac{L_{14}}{2} + \frac{L_{12}}{2} + \frac{L_{14}}{2}$$

$$\frac{\overline{KM}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\sin \alpha_1} \right)$$

$$\frac{\overline{LH}}{2} = \frac{1}{2} \left(b - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - s_1 \right)$$

$$\text{tang} \frac{(\pi - \alpha_3)}{2} = \frac{s_1}{R} \Rightarrow s_1 = R \text{ tang} \frac{(\pi - \alpha_3)}{2}$$

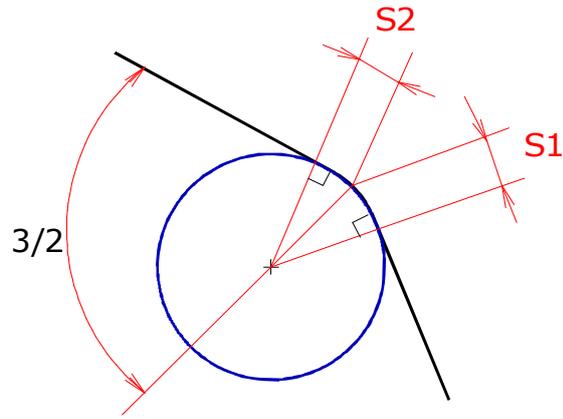


Figure II.13 Longueur de trajectoire au coin

$$\frac{\overline{LH}}{2} = \frac{1}{2} \left(b - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - R \tan \frac{(\pi - \alpha_3)}{2} \right)$$

$$\frac{\overline{HM}}{2} = \frac{1}{2} \left[c - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) - R \tan \left(\frac{\pi - \alpha_3}{2} \right) \right]$$

$$L_m = \frac{1}{2} \left[\frac{h}{\sin \alpha_1} + b - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - 2 R \tan \frac{(\pi - \alpha_3)}{2} + c - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) \right]$$

L_c

$$L_c = \overline{KL} + \overline{LH} + \overline{HM} + \overline{MK}$$

$$\overline{KL} = a - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right)$$

$$\overline{LH} = b - R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) - R \tan \frac{(\pi - \alpha_3)}{2}$$

$$\overline{HM} = c - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) - R \tan \left(\frac{\pi - \alpha_3}{2} \right)$$

$$\overline{MK} = \frac{h}{\sin \alpha_1}$$

$$L_c = \left[a - R \cotg \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) - 2R \cotg \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) + b - 2R \tan \frac{(\pi - \alpha_3)}{2} \right. \\ \left. + c - R \cotg \left(\frac{\alpha_4}{2} \right) + \frac{h}{\sin \alpha_1} \right]$$

L_{pi}

$$L_{pi} = L_h + L_m + L_c$$

$2\rho R$

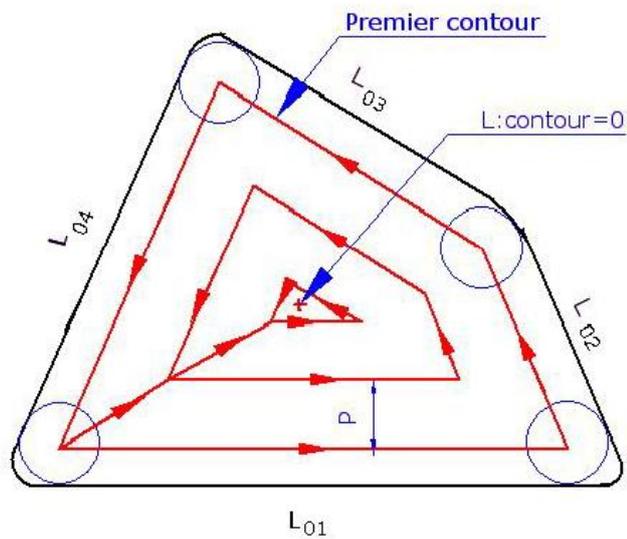


Figure II.14 Représentation des contours parallèles.

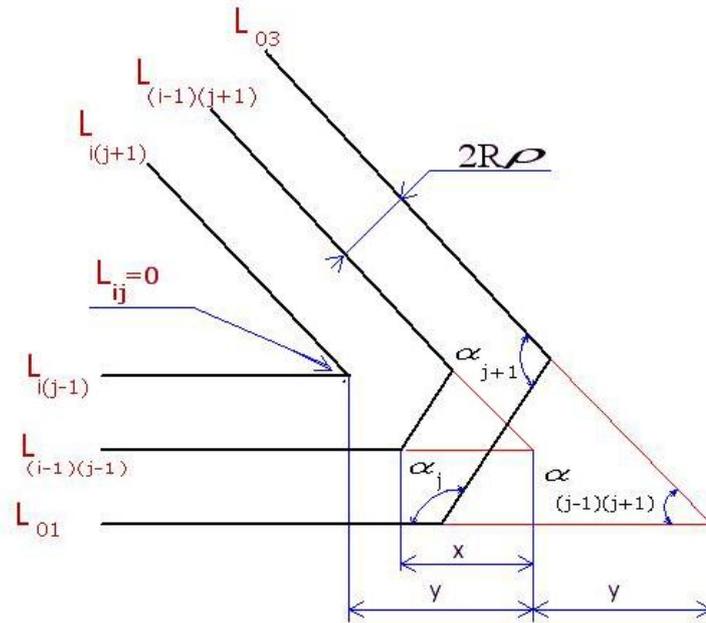
n

$n :$

X_t

$$X_t = X \times n$$

$$L_{pi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^4 L_{ij} + X_t$$



$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - Q \left(a \cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + b \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) - c \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_j}{2} \right) - d \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_{j+1}}{2} \right) \right)$$

$$\alpha_j < \pi$$

$$a = 1$$

$$c = 0$$

$$\alpha_{j+1} < \pi$$

$$b = 1$$

$$d = 0$$

$$\alpha_{j+1} > \pi$$

$$b = 0$$

$$d = 1$$

$$\alpha_j > \pi$$

$$\alpha_{j+1} < \pi$$

$$a = 0$$

$$b = 1$$

$$c = 1$$

$$d = 0$$

Avec :

$i = 1, \dots, n$ (n : Nombre de segments parallèles à chaque arrête).

$j = 1, \dots, 4$ (Nombre des segments du contour).

- Lorsque $j + 1$ dépasse le nombre des segments du contour (m) on pose $j + 1 = 1$ vu que le contour est fermé.
- Pour déterminer la longueur du premier contour on pose $B = R$ et $B = 2\rho R$ pour les autres contours.
- Le calcul s'arrête lorsque la longueur du dernier contour sera égale à zéro.
- Lorsque un segment disparaît ça valeur devient nul et le calcul des deux segments qu'ils l'attache sera modifier c'est-à-dire :

Si $L_{ij} \leq 0$ alors

$$L_{ij} = 0$$

$$L_{i(j+1)} = L_{i-1(j+1)} - 2\rho R \cot g \frac{\alpha_{(j-1)j+1}}{2} + L_{(i-1)j} \cos(\pi - \alpha_{j+1}) \left[1 + \sin(\pi - \alpha_{j+1}) \cot g \alpha_{(j-1)j+1} \right] \quad (\text{II.22})$$

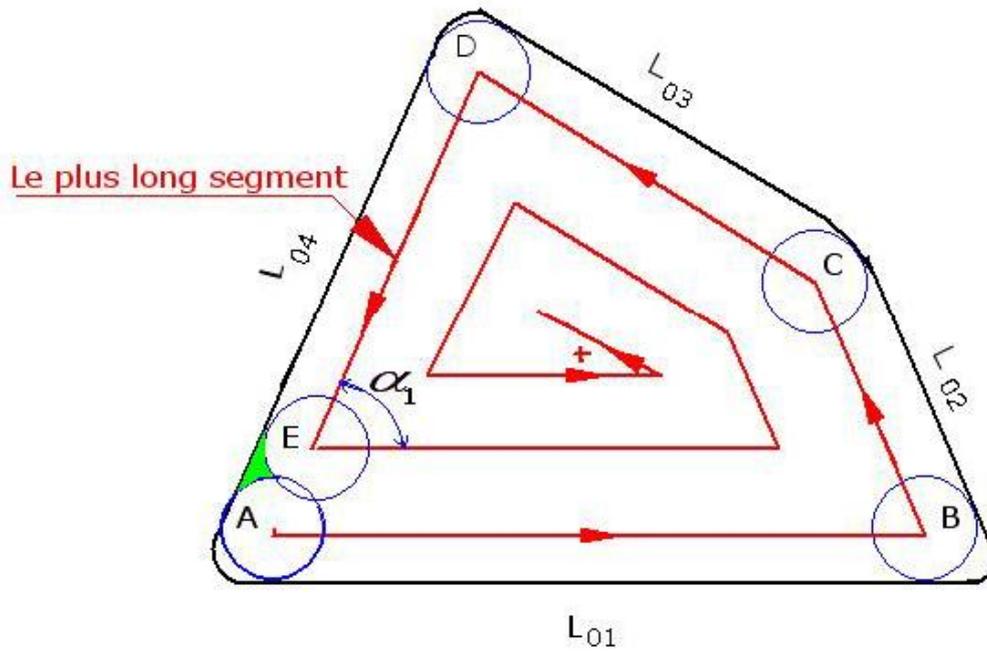
$$L_{i(j-1)} = L_{i-1(j-1)} - 2\rho R \cot g \frac{\alpha_{(j-1)j+1}}{2} + L_{(i-1)j} \cos(\pi - \alpha_j) \left[1 + \sin(\pi - \alpha_j) \cot g \alpha_{(j-1)j+1} \right] \quad (\text{II.23})$$

Tel que :

$$\alpha_{(j-1)j+1} = \alpha_j + \alpha_{j+1} - \pi$$

Fin si

$$\text{Avec : } \rho = \frac{\frac{\sin \alpha_{\min}}{2} + 1}{2} \quad (\text{II.24})$$



n

$n :$

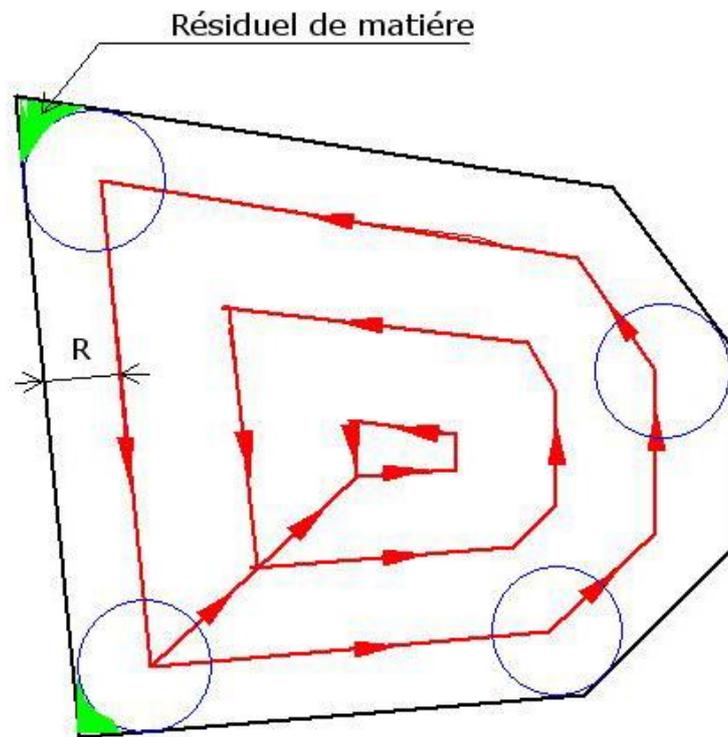
$$L_{pi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^4 L_{ij}$$

$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - B \left(a \cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + b \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) - c \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_j}{2} \right) - d \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_{j+1}}{2} \right) \right)$$

$$i = 1 \text{ et } j = 4$$

$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - B \left(a \cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + b \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) - c \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_j}{2} \right) - d \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_{j+1}}{2} \right) \right) + \overline{AE}$$

$$\overline{\Delta E} = \frac{2\rho R}{\sin \alpha_1}$$



n

n :

X_i

$X_i = X \times n$

$$L_{pi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m L_{ij} + X_t \quad (\text{II.25})$$

$$L_{ij} = L_{(i-1)j} - B \left(a \cot g \left(\frac{\alpha_j}{2} \right) + b \cot g \left(\frac{\alpha_{j+1}}{2} \right) - c \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_j}{2} \right) - d \cot g \left(\frac{\pi - \alpha_{j+1}}{2} \right) \right)$$

Si $\alpha_j < \pi$

$$a = 1$$

$$c = 0$$

Si $\alpha_{j+1} < \pi$

$$b = 1$$

$$d = 0$$

Si $\alpha_{j+1} > \pi$

$$b = 0$$

$$d = 1$$

Si $\alpha_j > \pi$

$$a = 0$$

$$c = 1$$

Si $\alpha_{j+1} < \pi$

$$b = 1$$

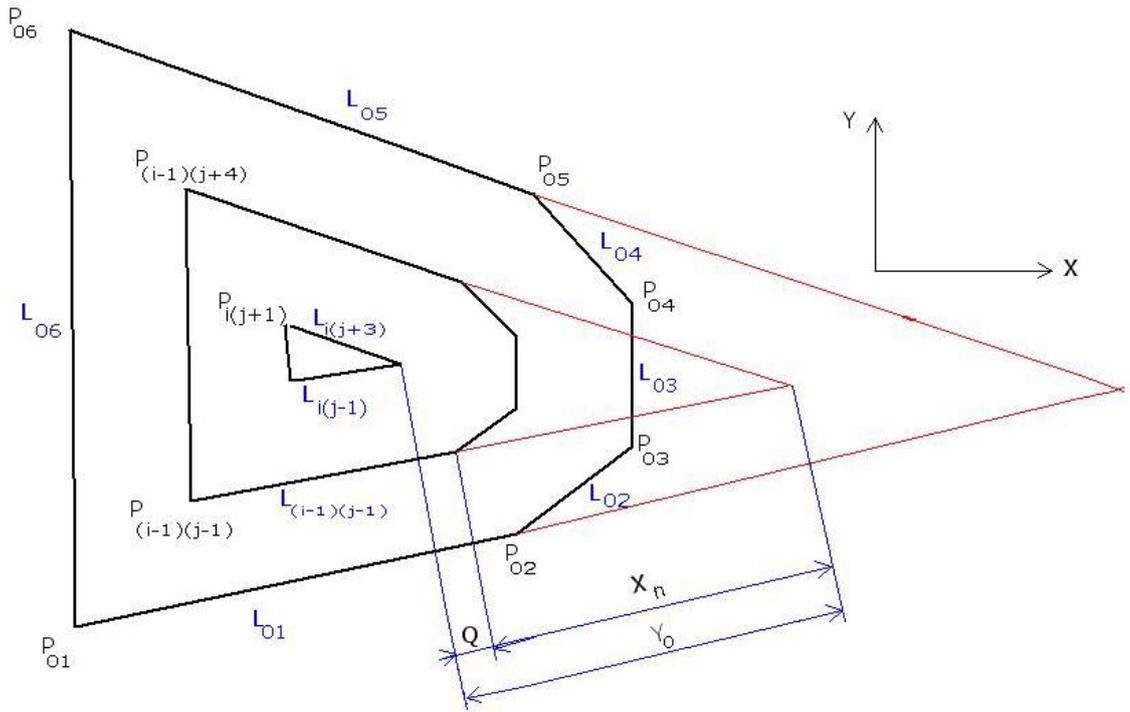
$$d = 0$$

Si $\alpha_{j+1} > \pi$

$$b = 0$$

$$d = 1$$

- Calcul des L_{ij} après disparition de plusieurs segments en série



$$L_{i(j-1)} = L_{(i-1)(j-1)} - Q$$

$$Q = y_0 - x_n$$

$$y_0 = a \cdot \cot g \frac{\alpha_{(j-1)(j+n)}}{2}$$

$$a = 2\rho R$$

$$x_n = b_1 + b_2 \quad b_1 = \cos(\theta) * \overline{P_{(i-1)j}P_{(i-1)(j+n)}}$$

$$\overline{P_{(i-1)j}P_{(i-1)(j+n)}} = \sqrt{\left(px_{(i-1)(j-1)} - px_{(i-1)j}\right)^2 + \left(py_{(i-1)(j-1)} - py_{(i-1)j}\right)^2}$$

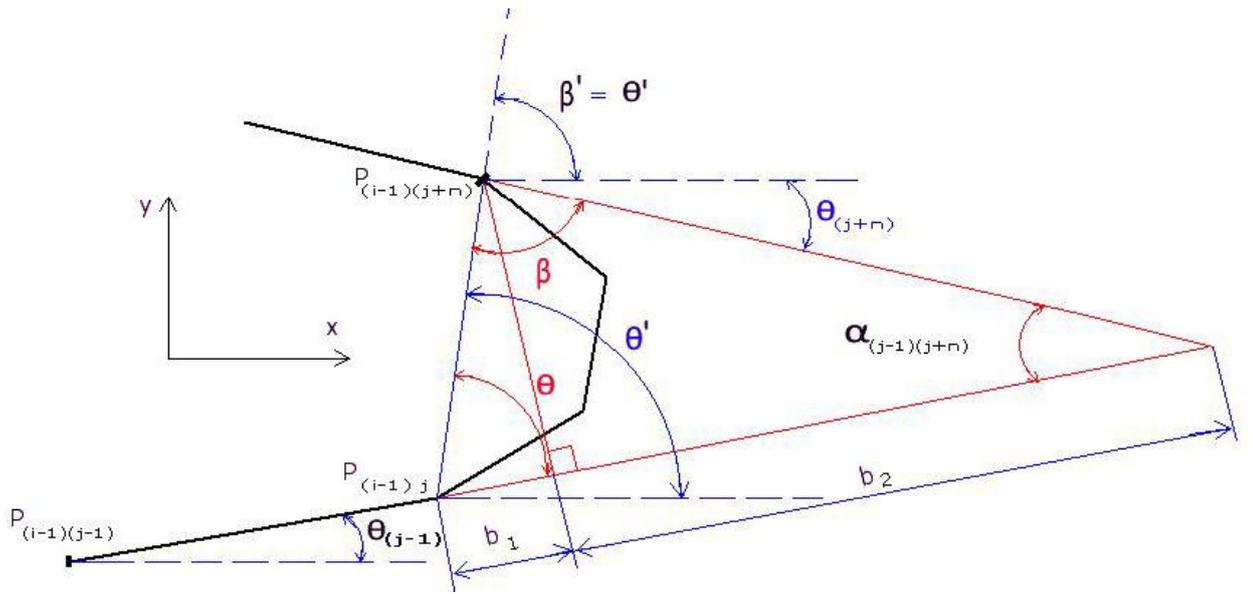
px

py

xy

$$P_{(i,j)} = P_{(i,j-1)} + L_{(i,j-1)}$$

$$P_{(i,1)} = P_{(i,n)} + L_{(i,n)}$$



$$\text{tang}(\theta') = \frac{Py_{(i-1)(j+n)} - Py_{(i-1)j}}{Px_{(i-1)(j+n)} - Px_{(i-1)j}}$$

$$\theta' = \text{Arc tang} \frac{Py_{(i-1)(j+n)} - Py_{(i-1)j}}{Px_{(i-1)(j+n)} - Px_{(i-1)j}}$$

$$\text{tang} \theta_{(j-1)} = \frac{Py_{(i-1)j} - Py_{(i-1)(j-1)}}{Px_{(i-1)j} - Px_{(i-1)(j-1)}}$$

$$\theta_{(j-1)} = \text{Arc tang} \frac{Py_{(i-1)j} - Py_{(i-1)(j-1)}}{Px_{(i-1)j} - Px_{(i-1)(j-1)}}$$

$$\theta = \theta' - \theta_{(j-1)} \quad \theta = \theta' - \theta_{(j-1)}$$

$$b_2 = b_1 \text{tang}(\theta) \text{cotg} \alpha_{(i-1)(j+n)}$$

$$L_{i(j+n)} = L_{(i-1)(j+n)} - Q'$$

$$Q' = y_0 - x_n'$$

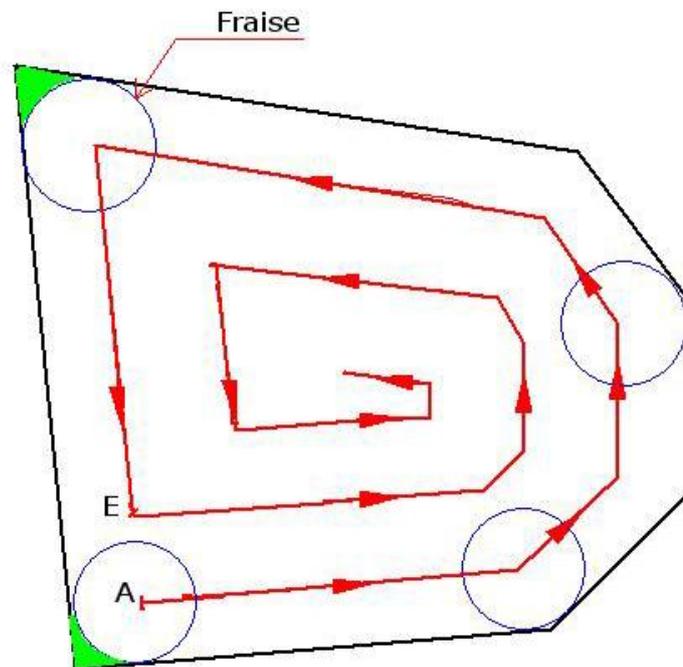
$$x_n' = b_1' + b_2' \quad b_1' = \cos(\beta) \cdot \overline{P_{(i-1)j} P_{(i-1)(j+n)}}$$

$$b_2' = b_1' \tan(\beta) \cotg \alpha_{(i-1)(j+n)}$$

$$\beta = -\theta' - \theta_{(j-1)}$$

$$\tan \theta_{(j+n)} = \frac{Py_{(i-1)(j+(n+1))} - Py_{(i-1)(j+n)}}{Px_{(i-1)(j+(n+1))} - Px_{(i-1)(j+n)}}$$

$$\theta_{(j+n)} = \text{Arc tang} \frac{Py_{(i-1)(j+(n+1))} - Py_{(i-1)(j+n)}}{Px_{(i-1)(j+(n+1))} - Px_{(i-1)(j+n)}}$$



$$L_{pi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m L_{ij} + \overline{AE}$$

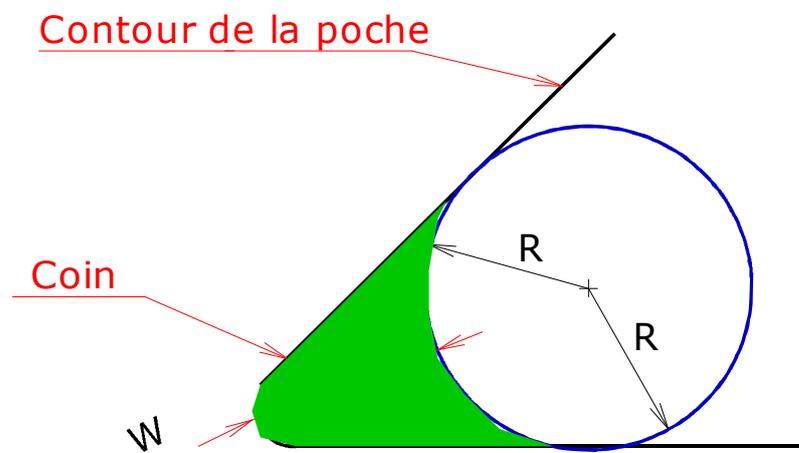
 w 

Figure II.21 Définition d'un coin.

 w

$w_i = w' + r_i$ tel que i représente le coin ciblé ($i = 1, \dots, m$)

$$\sin \frac{\alpha_i}{2} = \frac{R - r_i}{w' + R} = \frac{R - r_i}{R + w_i - r_i}$$

$$\Rightarrow R - r_i = \sin \frac{\alpha_i}{2} (R + w_i - r_i)$$

$$\Rightarrow \frac{R - r_i}{\sin \frac{\alpha_i}{2}} = R + w_i - r_i \Rightarrow w_i = \frac{R - r_i}{\sin \frac{\alpha_i}{2}} - R + r_i$$

$$w_i = (R - r_i) \left(\frac{1}{\sin \frac{\alpha_i}{2}} - 1 \right)$$

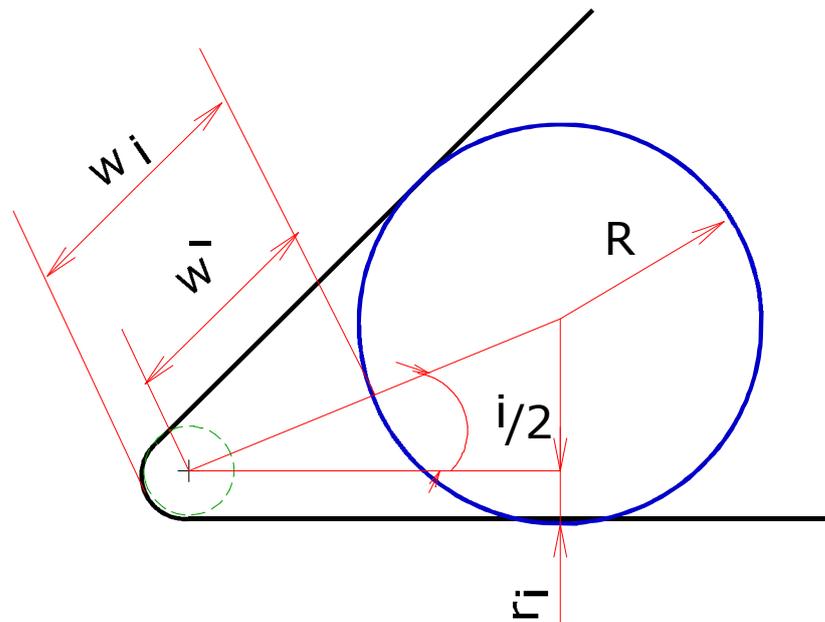


Figure II.22 Représentation de la surépaisseur w .

$$w_i < 2\rho R$$

$$r_i = R_1 \quad w_i < 2\rho R_1$$

$$L_{\text{coin}} = \overline{AB} + \overline{BC} \text{ avec } \overline{AB} = \overline{BC} \text{ donc } L_{\text{coin}} = 2\overline{AB}$$

$$\cotg \frac{\alpha_i}{2} = \frac{\overline{AB}}{R - R_1}$$

$$\overline{AB} = (R - R_1) \cotg \frac{\alpha_i}{2}$$

$$L_{\text{coin}} = 2(R - R_1) \cotg \frac{\alpha_i}{2}$$

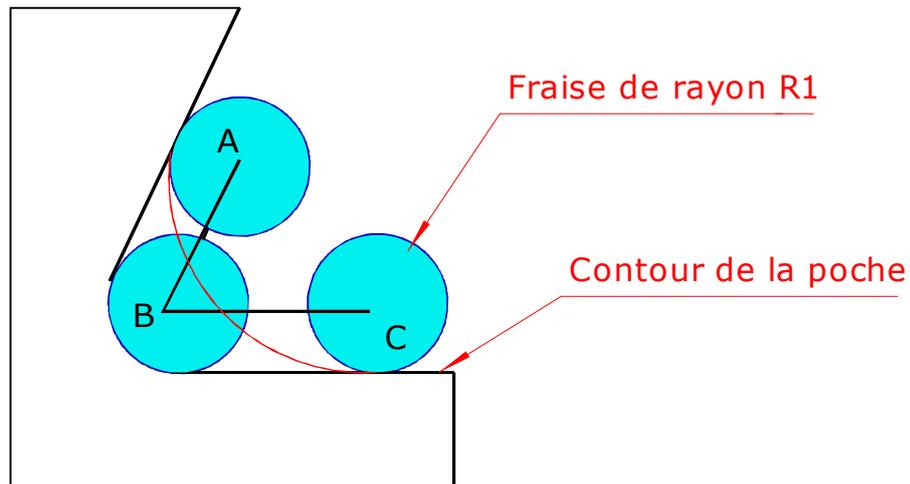


Figure II.23 Trajectoire de l'outil dans le 1^{er} cas.

$$R_1 < r_i \quad w_i < 2\rho R_1$$

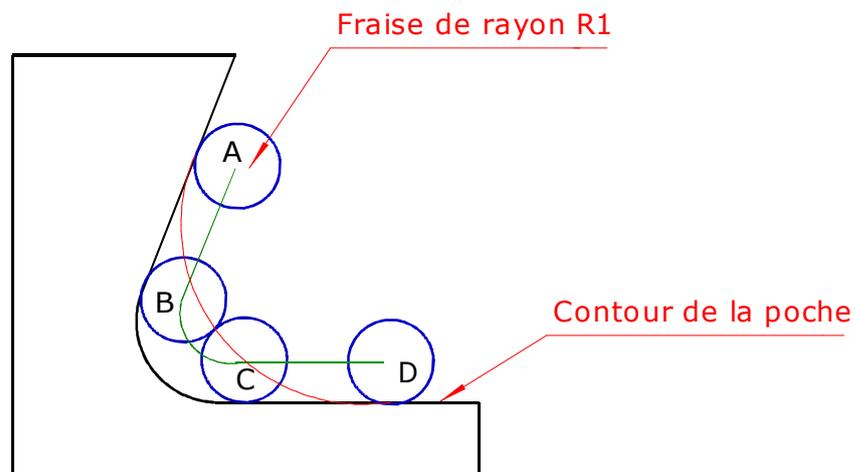


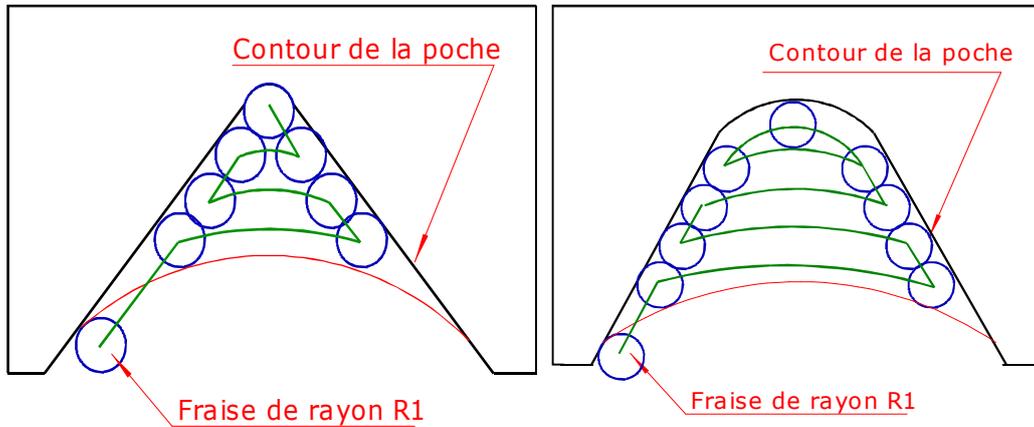
Figure II.24 Trajectoire de l'outil dans le 2^{ème} cas.

$$L_{\text{coin}} = 2(R - R_1) \cotg \frac{\alpha_i}{2} + (r_i - R_1)(\pi - \alpha_i)$$

$$w_i > 2\rho R_1 \quad R_1 = r_i$$

$$R_1 = r_i$$

$$R_1 < r_i$$



(a) $w_i > 2\rho R_1$ et $R_1 = r_i$.

(b) $w_i > 2\rho R_1$ et $R_1 < r_i$.

Figure II.25 Trajectoire de l'outil de coupe.

$$L_{\text{coin}} = L + L_m + L_c + L_{\text{arc}}$$

$$n_c = E\left(\frac{\overline{BC}}{2\rho R_1}\right) + 1$$

$$\overline{BC} = \overline{OB} - \overline{OD} - \overline{DC}$$

$$\sin \frac{\alpha_i}{2} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} \quad \overline{OA} = R - R_1$$

$$\overline{OB} = \frac{R - R_1}{\sin \frac{\alpha_i}{2}} \quad \overline{DC} = \rho R_1, \overline{OD} = R$$

$$\overline{BC} = \frac{R - R_1}{\sin \frac{\alpha_i}{2}} - (R + \rho R_1)$$

La longueur totale des arcs parallèles est exprimée par la relation suivante :

$$L = \sum_{i=1}^n L_i$$

De la (figure II.27)

$$L_1 = \overline{DC} = (R + \rho R_1) \gamma$$

$$\text{Avec : } \gamma = \pi - 2 \frac{\alpha_i}{2} - 2\theta$$

$$\text{Alors que : } \cos \theta = \frac{\overline{OB}}{\overline{OC}} = \frac{R - R_1}{R + \rho R_1} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + \rho R_1} \right)$$

$$\text{Donc : } \gamma = \pi - \alpha_i - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + \rho R_1} \right)$$

En remplaçons la valeur de γ , L_1 devient :

$$L_1 = (R + \rho R_1) \left[\pi - \alpha_i - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + \rho R_1} \right) \right]$$

Et :

$$L_2 = (R + 3\rho R_1) \left[\pi - \alpha_i - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + 3\rho R_1} \right) \right]$$

⋮

$$L_j = (R + (2i - 1)\rho R_1) \left[\pi - \alpha_i - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + (2i - 1)\rho R_1} \right) \right] \quad , j = 1, \dots, n_c$$

Alors la longueur totale est :

$$L = \sum_{j=1}^{n_c} \left[(R + (2i - 1)\rho R_1) \left[\pi - \alpha_i - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + (2i - 1)\rho R_1} \right) \right] \right] \quad (\text{II.32})$$

- Calcul de la longueur de la trajectoire entre incréments (L_m)

De la (figure II.27) la longueur entre incréments :

$$L_m = \frac{\overline{AC}}{2} + \frac{\overline{AD}}{2} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AB}$$

On a :

$$\operatorname{tang} \frac{\alpha_i}{2} = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{R - R_1}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{R - R_1}{\operatorname{tang} \frac{\alpha_i}{2}} = (R - R_1) \operatorname{côtg} \frac{\alpha_i}{2}$$

Alors :

$$L_m = (R - R_1) \operatorname{côtg} \frac{\alpha_i}{2} \quad (\text{II.33})$$

- Calcul de la longueur des segments du contour (L_c)

La longueur des segments du contour est exprimée par la relation suivante :

$$L_c = 2(R - R_1) \operatorname{côtg} \frac{\alpha_i}{2} \quad (\text{II.34})$$

Dans le cas où $R_1 < r_i$ (figure II. 25 b) l'outil termine l'usinage du coin par balayage suivant un arc de rayon $r_i - R_1$, la longueur (L_{arc}) de cet arc est exprimée par la relation suivante :

$$L_{\text{arc}} = (r_i - R_1)(\pi - \alpha_i) \quad (\text{II.35})$$

La longueur de trajet de l'outil dans le 3^{ème} cas est devenue :

$$L_{\text{coin}} = \left[\sum_{j=1}^{n_c} \left[(R + (2i - 1) \rho R_1) \left(\pi - \alpha_i - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R - R_1}{R + (2i - 1) \rho R_1} \right) \right) \right] \right] + 3(R - R_1) \operatorname{côtg} \frac{\alpha_i}{2} + (r_i - R_1)(\pi - \alpha_i) \quad (\text{II.36})$$

II.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons développé et présenter des modèles analytiques de calcul de trajectoires de l'outil de coupe pour l'évidement de la partie intérieure. Ces modèles sont basés sur les trois stratégies présentées dans le chapitre précédent ainsi qu'un modèle pour la reprise des coins, où nous avons pris en compte la valeur de la surépaisseur à enlever.

Ces modèles vont nous permettre de calculer le temps d'usinage selon les dimensions de la poche qui influençaient le choix des diamètres des fraises.

Chapitre III

*Proposition d'une démarche
de sélection optimale des outils
de coupe*

III.1 Introduction

L'optimisation des processus de fabrication à une place importante au niveau de la production industrielle dans le but principale est l'amélioration de la qualité des produits fabriqués et la réduction des coûts de production.

La stratégie d'optimisation proposée dans cette partie consiste à la formulation de la fonction objective en se basant sur le critère économique, le temps d'usinage en particulier, en tenant compte des contraintes technologiques, ainsi qu'un programme pour accéder aux résultats.

Ce programme est écrit en langage MATLAB.

III.2 Temps d'usinage

Dans notre étude, nous nous intéressons à calculer le temps de coupe en particulier en vue de déterminer les performances économiques d'usinage . Le temps d'usinage est défini par un ensemble de contraintes à la fois géométriques (dimensions de la pièce et de l'outil) et technologiques (stratégie d'usinage).

Les facteurs prépondérants pour calculer le temps d'usinage sont la vitesse d'avance et la longueur de coupe dans une première approche. La vitesse d'avance est un paramètre imposé par les conditions opératoires (vitesse de coupe et avance). Pour ce qui nous concerne, il est donc nécessaire de déterminer la longueur de coupe [15].

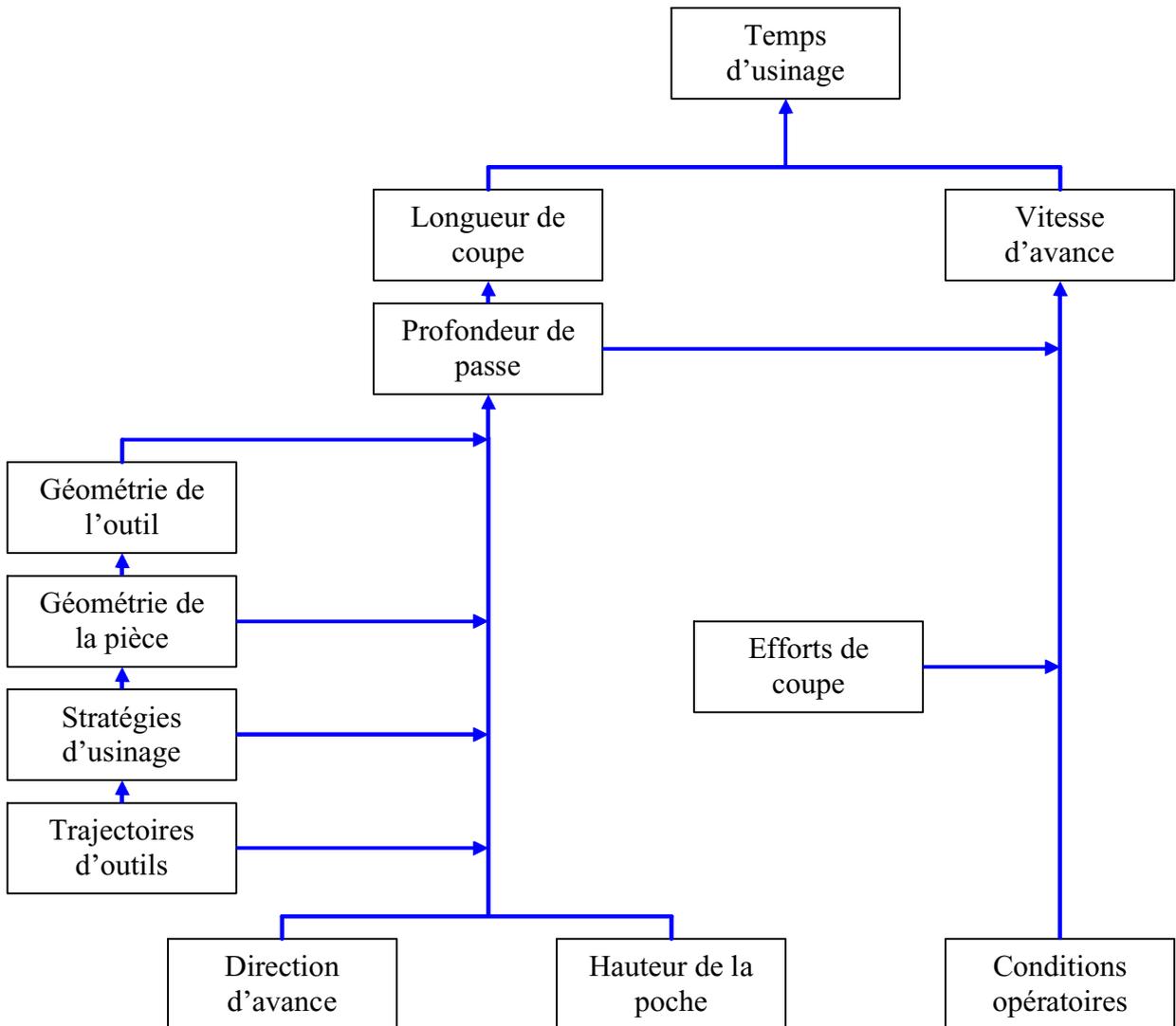


Figure III.1 Procédures de calcul du temps d'usinage.

III.3 Formulation du modèle d'optimisation pour le choix des outils de coupe

L'optique actuelle de la production mécanique est de chercher à obtenir une pièce avec un coût minimum. Ce but peut être atteint en jouant sur les stades de l'élaboration de la pièce :

- Conception de l'ensemble à fabriquer,
- Définition de la pièce,
- Choix de la gamme de fabrication.

III.3.1 Principe de formulation du modèle d'optimisation pour le choix des outils

La formulation mathématique d'un modèle d'optimisation comporte toujours trois étapes:

- Choix des variables du modèle,

- Formulation de l'objectif,
- Formulation des contraintes.

III.3.1.1 Choix des variables du modèle

Les variables utilisés dans les modèles d'optimisation du choix des outils de coupe sont : les rayons des fraises disponibles.

III.3.1.2 Formulation de l'objectif

En usinage les fonctions objectives diffèrent d'un problème à un autre.

- L'optimisation peut prendre comme objectif de :
 - Minimiser le coût de production,
 - Minimiser le temps de production,
 - Maximiser le débit de copeaux,
 - Minimiser la valeur de la rugosité,
 - Réduire les efforts de coupe etc.

Dans cette étude nous avons formulé les modèles de temps de coupe:

- Pour l'évidement de la partie intérieure

Le temps de coupe est calculé par la relation suivante :

$$t_{pi} = \frac{L_{pi}}{V_f} \quad (\text{III.1})$$

L_{pi} : La longueur parcourue par l'outil est calculée selon la stratégie choisie.

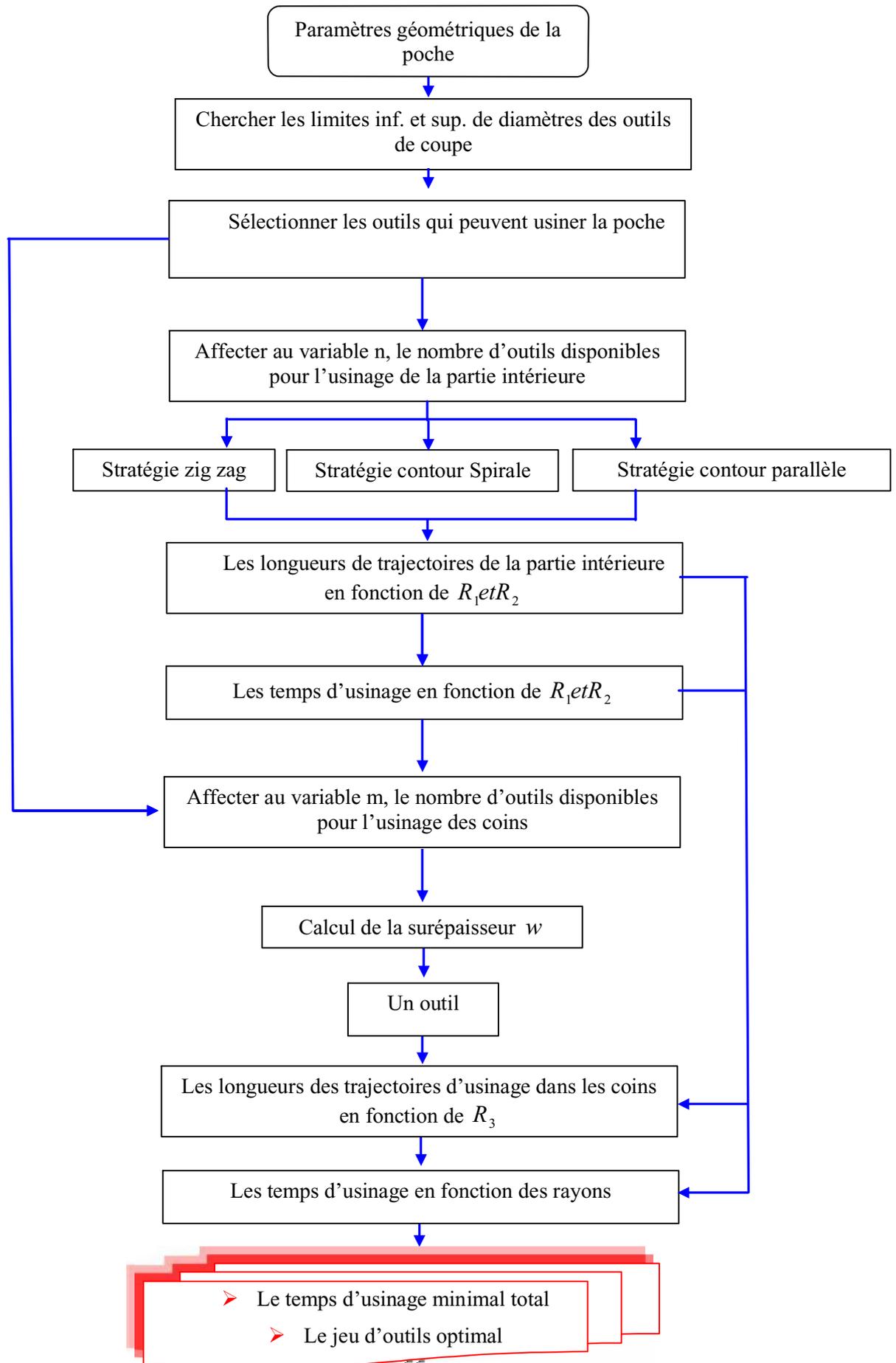
- Pour la reprise des coins

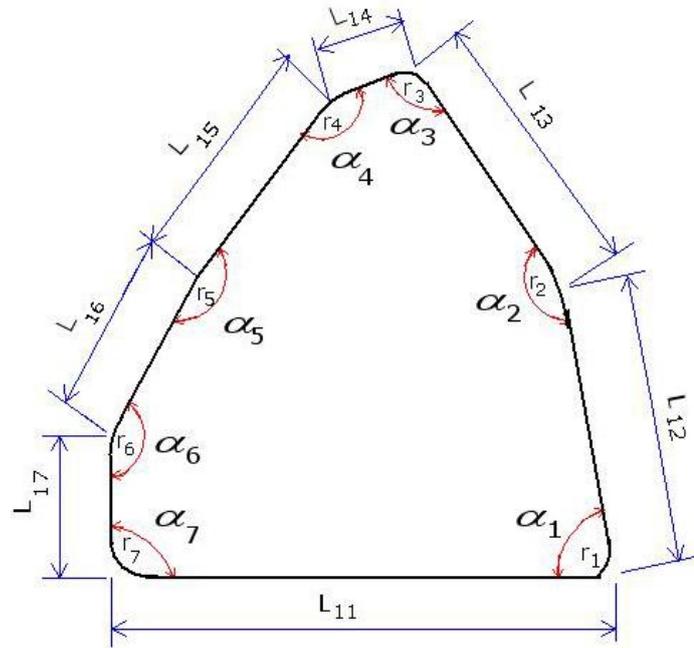
$$t_{coin} = \frac{L_{coin}}{V_f} \quad (\text{III.2})$$

III.3.1.3 Formulation des contraintes

Le problème du choix de l'outil de coupe consiste à déterminer des valeurs de diamètre de l'outil en prenant en compte les limites dues à la forme géométrique du contour de la poche à réaliser, ainsi que les magasins d'outils disponibles. Ces limites se traduisent par des contraintes sur la détermination des rayons

III.4 Méthodologie d'optimisation





$$2R \leq L_{12} \sin \alpha_1$$

$$R_c \leq r_{\min}$$

$$R_{J_{\min}} \leq R \leq R_{J_{\max}}$$

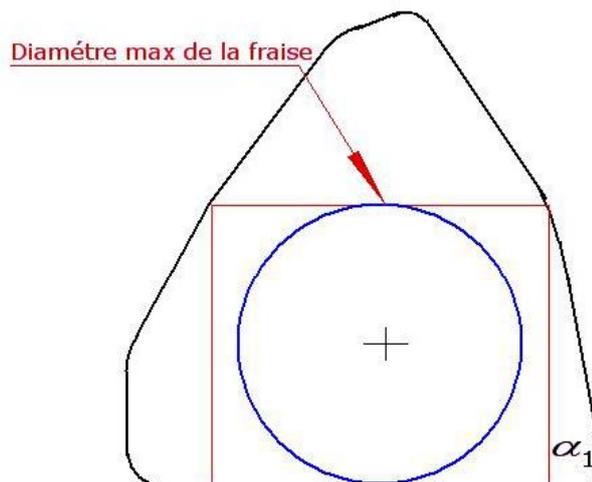
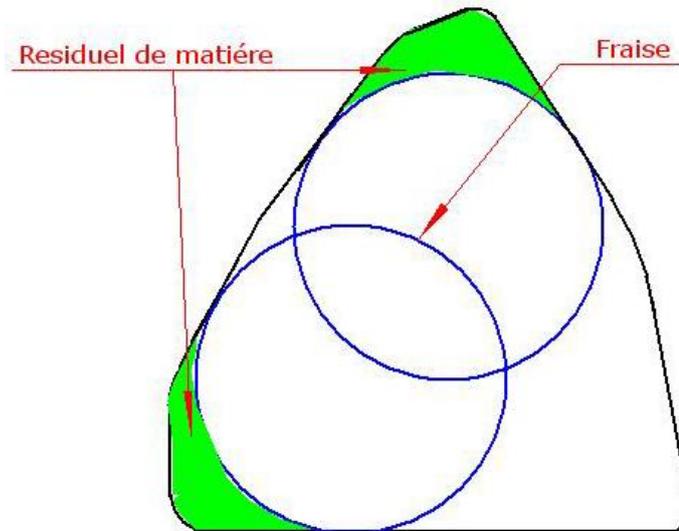


Figure III.4 Représentation des limites dues à la forme géométrique de la poche.



$$R_1 > \frac{L_{14}}{\cotg \frac{\alpha_3}{2} + \cotg \frac{\alpha_4}{2}}$$

$$\alpha_a = \alpha_d = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}$$

$$\overline{ad} = 2 * R * \sin\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right)$$

\overline{ab}

$$\sin(\pi - \alpha_4) = \frac{\overline{eb}}{\overline{cb}} \Rightarrow \overline{eb} = \overline{cb} * \sin(\pi - \alpha_4)$$

$$\sin(\beta) = \frac{\overline{eb}}{\overline{ob}} \Rightarrow \overline{ob} = \frac{\overline{eb}}{\sin(\beta)} = \frac{\overline{cb} * \sin(\pi - \alpha_4)}{\sin(\beta)}$$

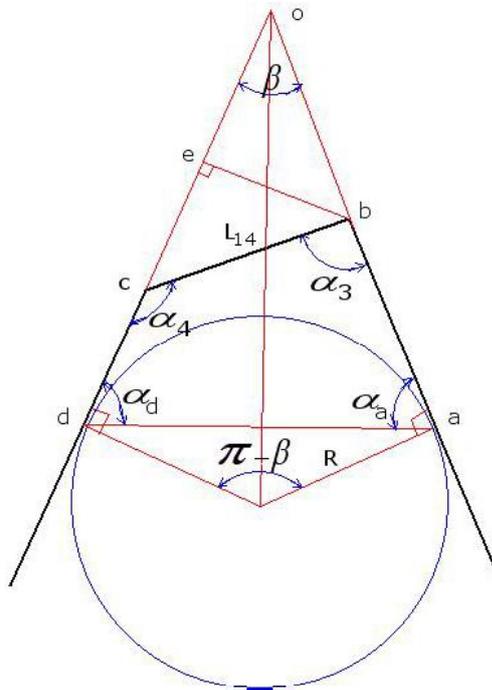
$$\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{R}{\overline{ob} + ab}$$

$$\overline{ab} = \frac{R}{\operatorname{tang}\left(\frac{\beta}{2}\right)} - \overline{ob} = \frac{R}{\operatorname{tang}\left(\frac{\beta}{2}\right)} - \frac{\overline{cb} * \sin(\pi - \alpha_4)}{\sin(\beta)}$$

$$\overline{cb} = L_{14}$$

$$\overline{ab} = \frac{R}{\operatorname{tang}\left(\frac{\beta}{2}\right)} - \frac{L_{14} * \sin(\pi - \alpha_4)}{\sin(\beta)}$$

$$\overline{cd} = \frac{R}{\operatorname{tang}\left(\frac{\beta}{2}\right)} - \frac{L_{14} * \sin(\pi - \alpha_3)}{\sin(\beta)}$$



$$R_{\max} \leq \frac{L_{14}}{\cotg \frac{\alpha_3}{2} + \cotg \frac{\alpha_4}{2}}$$

III.5.3 Paramètres géométriques de la poche

Les paramètres géométriques définissant la poche sont présentés dans le tableau 1.

Tableau III.1 Paramètres de la poche

Arrêtes (mm)						
L_{11}	L_{12}	L_{13}	L_{14}	L_{15}	L_{16}	L_{17}
50.6912	39.2574	44.9652	6.4600	23.1490	37.8062	22.6681
Angles °						
α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7
80.7126	169.8304	82.5460	148.4190	167.1547	159.8839	91.4555
Raccordements (mm)						
r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
4	8	4	8	8	8	4

III.5.4 Conditions de coupe

On considère dans cet exemple un jeu d'outils constitué de 14 outils. Nous présentons dans le tableau 2, les différents diamètres des outils ainsi que la numérotation associée (Les outils sont numérotés de 1 à 14 dans l'ordre croissant de diamètre).

Tableau III.2 Outils de coupe

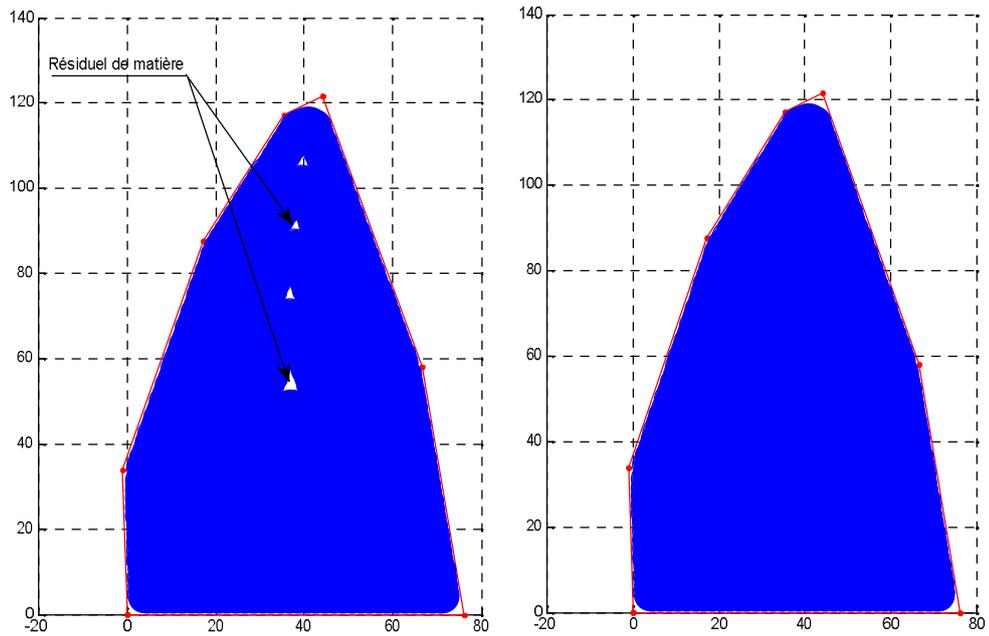
N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
d	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	30	32	36	40

Le tableau 3, est extrait du livre Mémotech [28], dont « d » représente le diamètre de l'outil en mm, « z » le nombre de dents de l'outil, « f_z » l'avance par dent en mm/dent. Ces valeurs sont données pour l'usinage des aciers non alliés : d'usage général, pour traitement thermique, la vitesse de coupe $V_c = 28 \text{ m/min}$. L'outil est en acier rapide supérieure ARS non revêtu.

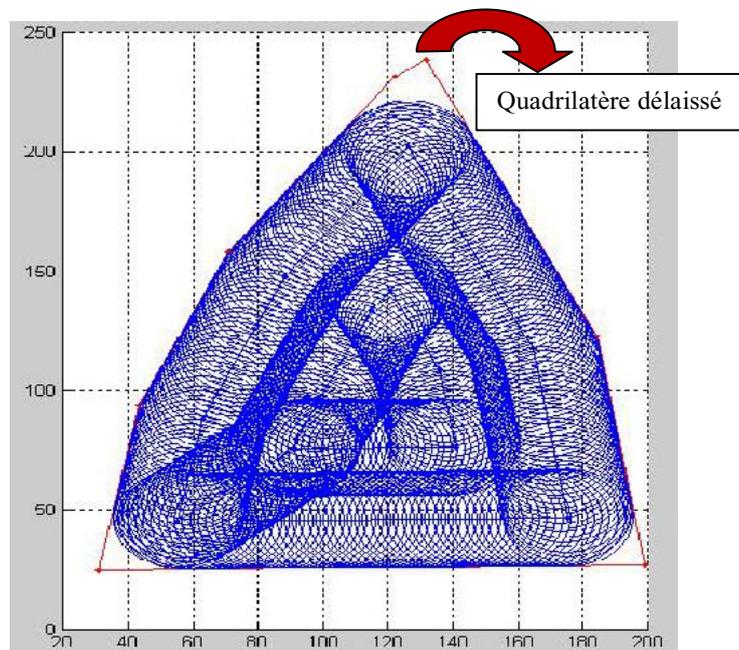
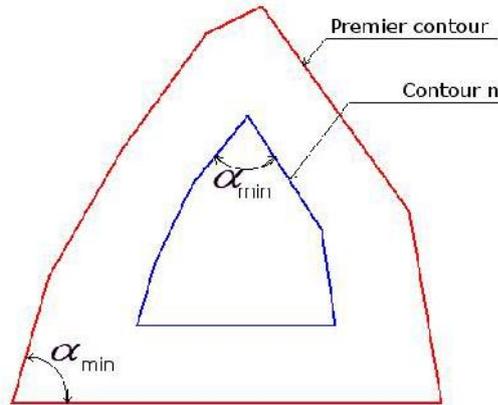
Pour un jeu d'outils donné le temps de changement d'outils doit être inclus dans le temps d'usinage global parce que l'usinage de la poche peut s'effectuer avec un, deux ou trois outils.

Tableau III.3 Conditions de coupe

d	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	30	32	36	40
z	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	6	6
$f_z (10^{-3} mm / dent)$	13	20	25	30	35	40	45	50	55	50	50	55	55	55



$$\rho = \frac{\sin \alpha_{\min} + 1}{2}$$



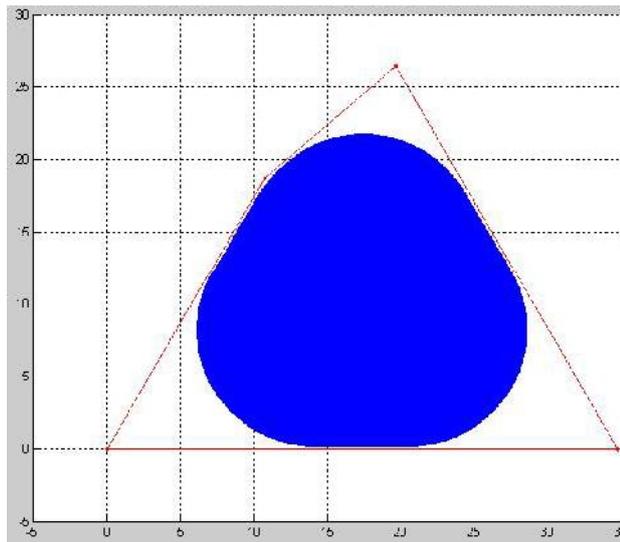


Figure III.10 Simulation d'usinage du nouveau quadrilatère

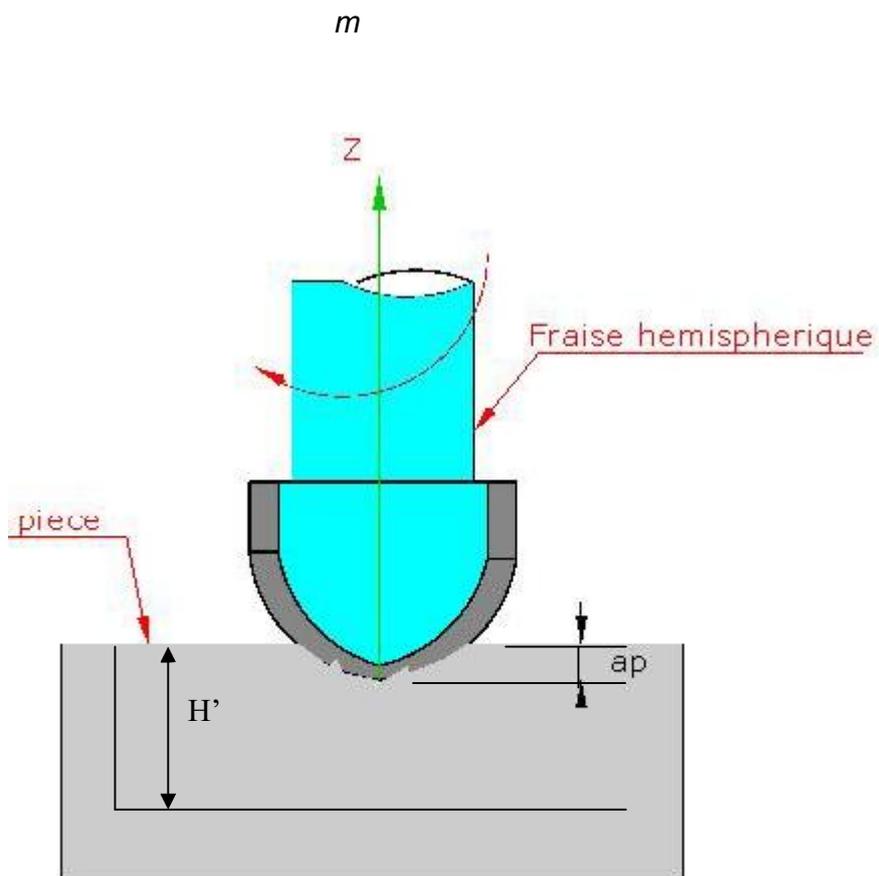
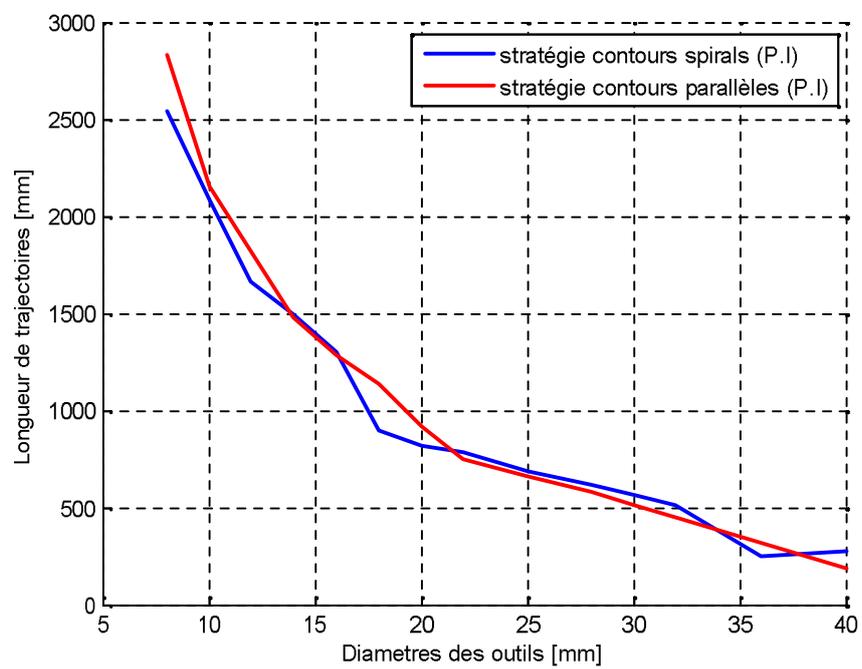
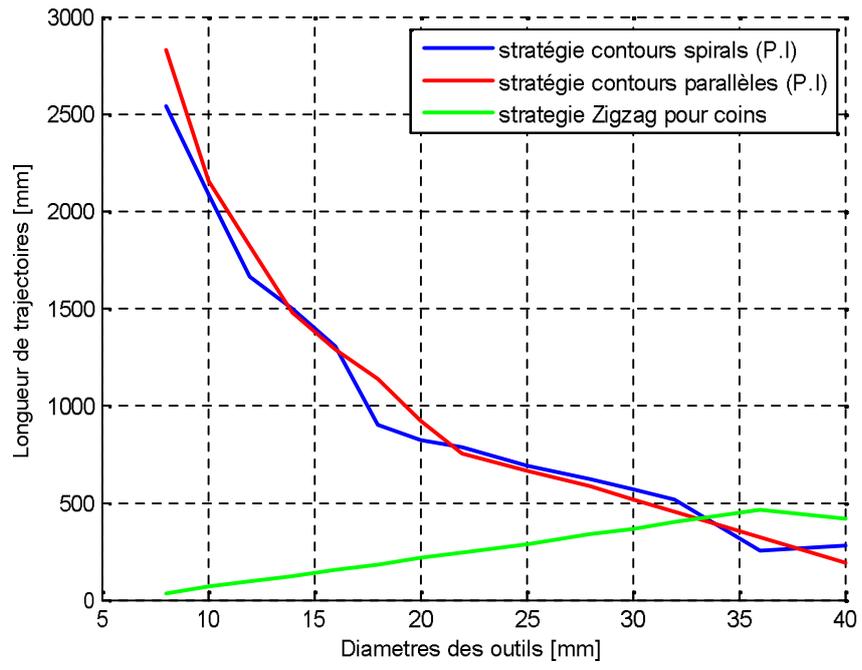


Figure III.11 Représentation de la profondeur de passe.

$$m = \frac{H'}{a_p}$$

$$L_p = \sum_{i=1}^m (L_{pi} + L_{coini})$$





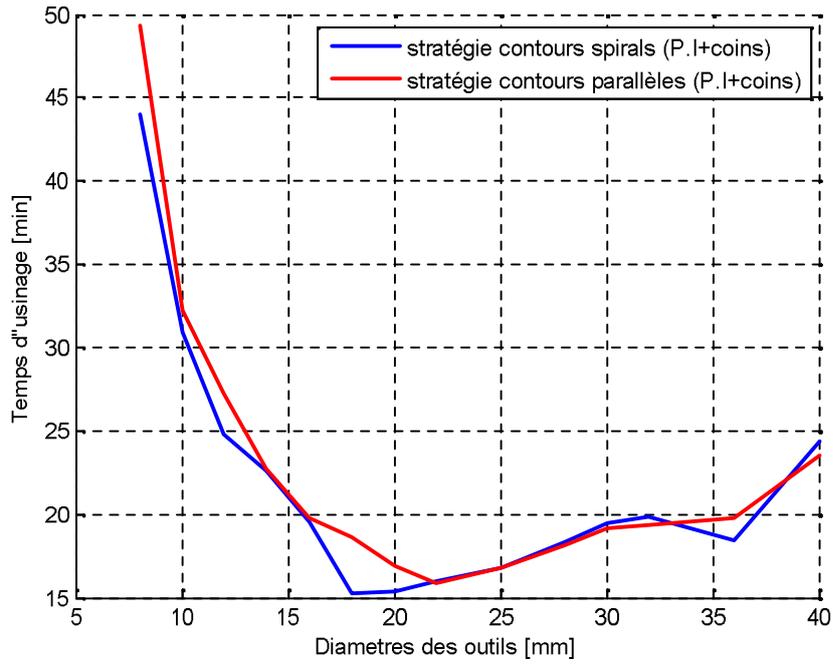


Tableau III.4 Résultats d'optimisation pour la stratégie contour parallèle.

	Temps minimal d'usinage de la poche (Sec)	Le rayon de l'outil optimal. (mm)
Partie intérieure	7.1868	11
Quadrilatère délaissé	2.3712	4
Coins	6.3063	4
Total	15.8643	

Tableau III.5 Résultats d'optimisation pour la stratégie contour spirale.

	Temps minimal d'usinage de la poche (Sec)	Le rayon de l'outil optimal. (mm)
Partie intérieure	7.8171	9
Quadrilatère délaissé	2.8547	4
Coins	4.6318	4
Total	15.3036	

III.6 Conclusion

A partir des résultats obtenus on remarque que le temps d'usinage minimal ne correspond pas à un outil de grand diamètre mais à un outil de diamètre optimal qui prend en considération les deux temps d'usinage « Partie intérieure, coins ».

La stratégie contour spirale est plus efficace que la stratégie contour parallèle dans l'évidement de la partie intérieure, elle permet de réduire le temps d'évidement de la poche, ainsi que le nombre de discontinuité du parcours de l'outil ce qui veut dire augmentation de production.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons abordé le problème de choix d'un jeu d'outils optimal pour l'évidement des poches de contours quelconques ayant des rayons de raccordements. Le processus d'usinage dans ce cas est défini par un cycle d'ébauche et un cycle de reprise des coins. En effet, nous avons développé des modèles analytiques pour calculer la longueur de la trajectoire des outils de coupe relative à chaque cycle d'usinage en se basant sur trois stratégies d'usinage.

Par la suite, nous avons présentés la méthode de résolution de choix optimal d'un jeu d'outil, basée sur le principe de minimisation de temps d'usinage. Un programme a été développé sous MATLAB pour la génération des résultats numériques, ainsi que la simulation des trajectoires de l'outil optimal ou on a confirmés que la stratégie contour spirale qui détermine le plus court chemin de l'outil avec réduction des discontinuités.

Bien que cette étude traite le cas d'une poche de contour polygonale avec des raccordements, la structure de la solution proposée pour le choix d'un jeu d'outil optimale, peut être aussi utilisée pour l'usinage de tous contours de formes quelconques.

Perspectives

Nous avons présentés une solution techniquement faisable et économiquement acceptable pour l'intégrer dans un site de production automatisé, l'intérêt étant la possibilité de disposer d'un système d'assistance au choix automatique et optimal d'un jeu d'outils adaptés à l'usinage des formes complexes.

Pour améliorer le processus d'optimisation du temps d'usinage dans l'évidement des poches, nous proposons de faire une recherche combinée en tenant compte des conditions de coupe surtout avec l'apparition de la nouvelle génération d'outils de coupe.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] **V. Pateloup, H. Chanal , E. Duc, P. Ray** “HSM pocketing tool path evaluation proposition of performance criteria”, International Journal of Machining and Machine ability of Materials, 2007
- [2] **K. Vijayakumar, G. Prabhakaran, P. Asokan, R. Saravanan,** “Optimization of multi-pass turning operations using ant colony system”, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43, (2003), 1633–1639.
- [3] **J. Wang, T. Kuriyagawa, X.P. Wei, D.M. Guo** “Optimization of cutting conditions for single pass turning operations using a deterministic approaches“ International Journal of Machine Tools & Manufacture 42 (2002) 1023 à1033, Mars 2002
- [4] **X. Yan, K. Shirase, M. Hirao and T. Yasui,** “Extraction and Optimisation of Cutting Conditions for 2 1/2 Axis Milling “, International Journal of Advanced Manufacturing technology, 2000, 695-699.
- [5] **T. Lim, J. Corney, J.M. Ritchie and D.E.R. Clark,** “Optimising automatic tool selection for 21/2D components“, ASME 2000 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Baltimore, Maryland, September10-13, 2000
- [6] **Z.Bouaziz,I. Hamza, and M. Haddar** “Optimization and selection of cutting tools for prismatic pockets in 2D1/2 “, Int. J. Simul. Model. Ecole Supérieure des Sciences et Techniques, Tunisia 2005
- [7] **R.Laheurte** “Application de la théorie du second gradient a la coupe des matériaux “, Thèse de doctorat N° 2935, Université Bordeaux 1, Ecole doctorale des sciences physiques et de l’ingénieur, Décembre 2004
- [8] **A.Nadji, M.Redjaimia, A.Yellou** “Etude de la connexion RS232 de la fraiseuse Emco compact 5CNC avec un PC “ Mémoire de fin d’étude, Sous la direction de S.Lamri et C.Derfouf, Université de Biskra 2007
- [9] **S. Lavernhe,** “Prise en compte des contraintes associées au couple MOCN en génération de trajectoires 5 axes UGV“ Thèse de doctorat, ENS de Cachan 2006
- [10] **M. Rauch,** “Optimisation de la programmation des MOCN application aux machines a structure parallèle “ Thèse de doctorat, Université de Nantes 2007
- [11] **E.Abele, M. Weigold, M. Roth,** “New Machine Tool Concept for High Speed Machining“ International Conference on High Speed Milling, San Sebastian (Espagne), 21-22 mars 2007
- [12] **Siemens,** “ Fabrication de pièces complexes en fraisage“ édition 04/2004, Siemens AG, 2004

- [13] **Siemens**, “Usinage d’outils et de moules, édition 08/2007“ Siemens AG, 2007
- [14] **P. Gilles**, “ Positionnement d’outil torique pour l’usinage de surfaces gauches en fraisage 5 axes avec équilibrage de l’effort de coupe transversal“ Thèse de doctorat, Université de Toulouse, Octobre 2008
- [15] **E. Duc**, “Usinage de formes, contribution à l’amélioration de la qualité des trajectoires d’usinage “, Thèse de doctorat ENS de Cachan 1998
- [16] **Copyright Sofetec**, “ De la technologie du tréflage“, article paru dans Machines Production 743 du 30/05/01, pp. 27, 2001
- [17] **Copyright Sofetec**, “ Du trèfle dans l’alu“, article paru dans Machines Production 813 du 15/04/05, pp. 27, 2005
- [18] **Mitsubishi Carbides**, “ indexable end mill for rough plunging PMR“, document technique, 2004
- [19] **Sandvik Coromant**, document technique d’usinage, 2004
- [20] **Copyright SESCOI France**, “ Ebauche HVR - (En plongeant) “, WorkNC-CAD, 2008
- [21] **TraMetal Copyright**, “ Fraisage: ébauche rapide par passes en plongée“, article paru dans la revue N° 90, Avril, 2005
- [22] **Mohamad Al-Ahmad**, “Industrialisation de procédé : Contribution a la maitrise de l’opération de tréflage ou fraisage vertical –Approche analytique et expérimentale“, Thèse de doctorat, ENSAM, Avril 2008
- [23] **S. Guérin**, “ Nouvelles Stratégies d’Usinage en Ebauche – Trochoïdes et Tréflage“, édition CETIM, 2004
- [24] **M. Otkur, I. Lazoglu**, “ Trochoidal milling“, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, Vol. 47 n°9, pp. 1324-1332
- [25] **J. Y. Hascoet, M. Rauch, J. Friant**, “Agility in Manufacture: improvement of the quality in incremental sheet forming“, International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Grenoble (France), 17-19 mai, 2006d, CD-Rom
- [26] **R. Laguionie**, “Programmation avancée des machines outils: Implémentation de l’usinage trochoïdal et du tréflage dans la chaîne numérique Step_Nc “ Thèse de Master Sma Université de Nantes 2007
- [27] **C. Lartigue, E. Duc, C. Tournier**, “Machining of free-form surfaces and geometrical specifications“, Proc Instn Mech Engrs, 1999, vol 213, p 21-27.
- [28] **C. Barlier, B. Poulet**, “Mémotech génie mécanique: Productique mécanique“, Deuxième édition – Editions CASTEILLA, 1999.

Résumé

Ce mémoire de magistère traite le problème de l'optimisation de l'usinage des poches de contour quelconque. Pour ce faire nous avons développés des modèles analytiques de génération de trajectoires ainsi qu'une méthodologie d'optimisation non linéaire permettant de rechercher le temps d'usinage minimal et outils en question pour l'évidement des poches de contours quelconques dans le cas du fraisage verticale et ceci en se basant sur les stratégies d'usinage de cavités les couramment utilisées. Nous avons comparé la stratégie contour spirale avec la stratégie contour parallèle afin de déterminer la stratégie d'usinage la plus efficace en termes de minimisation du temps d'usinage. Un programme a été développé sous MATLAB pour la génération des résultats numériques, ainsi que la simulation des trajectoires de l'outil optimal ou on a confirmés que la stratégie contour spirale détermine le plus court chemin de l'outil avec réduction des discontinuités ce qui réalise la minimisation du temps d'usinage.

Abstract:

This work consists of an optimization problem trying to minimizing the machining time of arbitrary shaped pockets. In this survey, we present a nonlinear optimization method permitting to search for the optimal machining time as well as the tools in question for the milling of arbitrary shaped pockets in the case of vertical milling, by basing on analytical models of generation of trajectories of machining. We have performed a comparison study between the spiral strategy and the parallel contour strategy in order to find the optimal machining strategy in terms of minimal machining time. We have developed a Matlab Code for the generation of the numerical results and the simulation of the minimal trajectories of the tools. We have confirmed that the spiral strategy gives the minimal time necessary for the machining.