



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET  
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE BATNA  
Faculté des Sciences de l'Ingénieur

## THESE

Préparée au

Département d'Electrotechnique

Présentée par

***Djamel RAHEM***

Pour obtenir le titre de

***Docteur d'Etat***

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU CHAMP MAGNETIQUE DANS  
DES PIECES FERROMGNETIQUES EN UTILISANT  
DES METHODES NUMERIQUES : APPLICATION A L'ANALYSE  
DES PERFORMANCES DES MACHINES A AIMANTS  
PERMANENTS ET A RELUCTANCE VARIABLE

Soutenue publiquement le 24 Décembre 2007, devant le Jury composé de :

Rachid ABDESSAMED	Professeur	Univ. Batna	Président
Mabrouk CHABANE	Maître de Conférences	Univ. Batna	Rapporteur
Kamel SRAIRI	Professeur	Univ. Biskra	Rapporteur
Med Said NAIT SAID	Professeur	Univ. Batna	Examineur
Mohamed KADJOU DJ	Maître de Conférences	Univ. Batna	Examineur
Amar GOLEA	Maître de Conférences	Univ. Biskra	Examineur
Malek BOUHARKAT	Maître de Conférences	Univ. Batna	Examineur

## **REMERCIEMENT**

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué sous la direction de Monsieur Mabrouk CHABANE, Maître Conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Batna, à qui je m'adresse mes sincères remerciements pour la confiance, la compréhension et les conseils précieux qu'il m'a toujours apportés.

J'adresse également mes plus grands remerciements à Monsieur Kamel SRAIRI , Professeur au Département d'Electrotechnique de l'Université de Biskra, pour avoir acceptés d'être le Co-directeur de cette Thèse, d'avoir dirigé mes travaux de recherche, pour ses encouragements, ses orientations et son soutien qui m'ont été d'une aide précieuse.

Je tiens vivement à remercier Monsieur Mohamed Elhachemi BENBOUZID, Professeur à l'Institut Universitaire de Technologie Brest (France), pour son aide précieuse et ses recommandations.

Je tiens à remercier Monsieur Rachid ABDESSAMED, Professeur au Département d'Electrotechnique de l'Université de Batna pour avoir accepté d'évaluer ce travail et pour l'honneur qu'il me fait en président ce jury.

Je suis également très reconnaissant à Med Said Monsieur NAIT SAID, Professeur au Département d'Electrotechnique de l'Université de Batna pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail, en acceptant de le juger, pour son aide et ses précieuses remarques.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Mohamed KADJOU DJ, Maître Conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Batna, qui m'a encouragé chaleureusement tout au long de mon travail et me fait l'honneur de participer au jury.

Je tiens à remercier Monsieur Amar GOLEA, Maître Conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Biskra pour avoir accepté d'évaluer ce travail et pour ses remarques judicieuses.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur Malik BOUHARKAT, Maître Conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Batna pour avoir fait l'honneur d'examiner ma thèse, pour ses conseils judicieux et ses encouragements.

Je tiens également à remercier mes amis et mes collègues : Le Professeur Nourredine Golea, Bara Kamel, Azoui Boubaker, Haddoun Abdelhakim, Dib Abderahmane, Ghédiri Abdelhalim, Kistrane Lamine et Khane Lotfi pour leurs aides et leurs soutiens.

Je tiens à remercier toutes personnes qui ont attribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

## TABLE DES MATIERES

Notation	Page
Introduction générale	01

### **Chapitre I** **ETUDE GENERALE DES MOTEURS BLDCM ET MRV**

I-1 Introduction.	08
I-2 Généralités sur les machines à aimants permanents.	08
I-2-1 Les différents types de machines à Aimants	09
I-2-1-1 Moteur à rotor intérieur	09
I-2-1-2 Moteur à rotor extérieur	09
I-2-1-3 Moteur à entrefer axial	09
I-2-2 Différents types de rotors du d'un moteur à aimants permanents	10
I-2-3 Généralités sur les machines à enroulements dans l'entrefer.	11
I-3 Présentation d'un BLDCM	12
I-4 Etude des aimants permanents	13
I-4-1 Propriétés générales	13
I-4-2 Différents types d'aimants.	14
I-5 Modèle d'un aimant permanent.	17
I-6 Généralités sur les machines à réluctance variable	17
I-6-1 Principe général de la réluctance variable	18
I-6-2 Création de l'effet moteur	19
I-6-3 Fonctionnement de la MRV.	10
I-6-4 Classification des structures du moteur MRV	20
Conclusion	22
Référence	23

### **Chapitre II** **DIMENSIONNEMENT ET OPTIMISATION DES MOTEURS** **A AIMANTS PERMANENTS**

II-1 Introduction	25
II-2 Modèle analytique	26
II-3 Rappel sur les équations du champ électromagnétique	26
II-4 Structure de la machine étudiée	28
II-5 Modèle d'étude	29
II-5-1 Présentation des aimants	29
II-5-2 Représentation des enroulements	30

#### **PARTIE A- Enroulement dans l'entrefer**

II-6 Calcul du potentiel vecteur et de l'induction magnétique	31
II-6-1 Calcul du potentiel vecteur dû aux aimants	31
II-6-2 Calcul du potentiel vecteur dû aux courants	33

II-6-3 Calcul de l'induction magnétique	35
II-6-3-1 Induction magnétique due aux aimants	36
II-6-3-2 Induction magnétique due aux courants	36
II-6-4 Calcul du couple	37
II-6-5 Calcul de la force électromotrice (FEM)	37
II-6-6 Calcul de la coénergie	39
<b>PARTIE B- Cas d'un stator encoché</b>	
II-7 Calcul du potentiel vecteur et de l'induction magnétique	41
II-7-1 Calcul du potentiel vecteur dû aux courants	41
II-7-2 Induction magnétique due aux courants	43
II-7-3 Calcul du couple	43
II-7-3 Calcul de la Force électromotrice (FEM)	44
II-7-4 Calcul de la coénergie	44
II-8 Influence des encoches	45
II-9 Optimisation du couple	46
II-9-1 Stator sans encoches	46
II-9-2 Cas d'un stator encoché.	47
II-10 Choix d'un prototype	47
II-11 Comparaison des deux structures	48
II-12 Calcul des champs magnétiques par une méthode numérique	53
II-12-1 Modèle et mise en équation en éléments finis	54
II-13 Méthode des volumes finis	54
II-13-1. Formes des volumes de contrôle dans la méthode des volumes finis	55
a. Formes simples	55
b. Formes complexes	56
II-13-2 Discrétisation de l'équation électromagnétique par la MVF	57
II-13-3 Résultats	58
Conclusion	62
Référence	63

### Chapitre III

#### Optimisation d'un moteur à reluctance variable

III-1 Introduction.	65
III-2 Rappel sur l'énergie et la coénergie.	65
III-2-1 Reluctance variable.	65
III-2-2 Energie et coénergie	66
III-3 Méthodes d'analyse de la MRV.	67
III-3-1 Modèle de l'inductance.	68
III-3-2 Modèle de la permeance	69
III-3-2-1 Calcul de la permeance max	71
III-3-2-2 Calcul de la permeance minimale	73
III-3-2-3 Calcul de la permeance équivalente	73
III-3-3 Calcul du flux	74
III-3-4 Calcul du couple	74

III-4 Optimisation d'une structure d'un MRV	74
Conclusion	85
Référence	86

## **Chapitre IV**

### **Commande et minimisation des pertes des moteurs BLDCM et MSAP**

IV- 1 Introduction	87
IV-2 Modélisation du moteur BLDCM ou MSAP	87
IV-2-1 Mises en Equations des systèmes	88
IV-2-2 Expression du couple	91
IV-2-2-1 Cas ou la fem est de forme sinusoïdale (MSAP)	91
IV-2-2-2 Cas ou la fem est de forme trapézoïdal (BLDCM)	91
IV- 2-3 Modélisation de la commande de l'onduleur	92
IV-3 Stratégies de commande du moteur à aimants permanents	95
IV-3-1 Commande par autopilotage	95
IV-3-2 Commande vectorielle	95
IV-3-3 Commande directe du couple (DTC)	95
IV-4 Commande vectorielle d'un moteur à aimants permanents	96
IV-4-1 Résultat de simulation	98
IV-5 Théorie de base du DTC d'une MSAP et BLDCM	105
IV-5-1 Contrôle du vecteur flux statorique	110
IV-5-2 Contrôle du couple électromagnétique	110
IV-5-3 Sélection du vecteur tension	110
IV-5-4 Estimation du flux statorique et du couple	111
IV-5-5 Tables de commutations	113
IV-5-6 Résultats et simulation	115
IV-6 Méthode de commande de l'énergie réactive et le couple (DRECT)	119
IV-6-1 Estimateur du flux	119
IV-6-2 Compérateurs du couple et énergie réactive	120
IV-6-3 Simulation et Résultats	120
IV-7 Optimisation des pertes d'un moteur à aimants	123
IV-7-1 Pertes dans les moteurs à aimants permanents.	124
IV-7-2 Modèle de base de minimisation des pertes	124
IV-7-3 Condition de minimisation de pertes	126
IV-7-4 Résultats de simulation.	127
IV-7-5 Commande avec optimisation énergétique	127
Conclusion	130
Référence	131

## **Chapitre V**

### **Commande et minimisation des pertes d'un MRV**

V-1 Introduction	133
V-2 Théorie de la DTC du MRV	133

---

## TABLE DES MATIERES

---

V-3 Sélection des vecteurs tensions	134
V-4 Résultats et simulation	136
V-5 Minimisation des pertes du MRV	139
V-5-1 Modèle de minimisation des pertes	139
V-5-2 Condition de minimisation des pertes	141
V-5-3 Résultats de simulation	142
Conclusion	147
Référence	148

### **Chapitre VI** **Application d'un MSAP dans un système** **solaire de pompage d'eau**

VI-1 Introduction	149
VI-2 Composition d'un système solaire de pompage d'eau	149
VI-3 Modèle d'un générateur PV	150
VI-4 Dimension d'un générateur PV	151
VI-5 Modèle Moteur-Pompe	151
VI-6 Analyse des performances du système	154
Conclusion	156
Référence	157
<b>Conclusion générale</b>	<b>158</b>
<b>Annexe</b>	<b>160</b>

## INTRODUCTION GENERALE

Les principes physiques de la conversion électromécanique de l'énergie, dans le champ électromagnétique et les concepts de machines opérationnelles qui en découlent, sont établis depuis plus d'un siècle. Pourtant, depuis l'avènement du collecteur électromécanique bientôt supplanté par le commutateur électronique, le domaine des machines et actionneurs électromécaniques a connu, au cours des dernières décennies un progrès technologique régulier, ouvrant la voie à l'ère du « tout électrique ». Sous la poussée de domaines d'applications tels que l'aéronautique, l'espace ou le secteur de l'armement, cette course technologique semble vivre aujourd'hui une accélération significative visant d'une part, la recherche de nouveaux actionneurs électromécaniques et d'autre part l'augmentation des performances (rendement de conversion, effort, puissance massique...).

Grâce aux nombreuses avancées technologiques, aussi bien dans le domaine des semi-conducteurs de puissance, de la conception des machines électriques, que dans les méthodes de traitement de l'énergie électrique, les applications de moyennes et fortes puissances à vitesse variable sont de plus en plus réalisées à base d'ensembles convertisseurs statiques - machines électriques. Ceci est d'autant plus vrai pour certaines applications industrielles à savoir les véhicules électriques, la propulsion navale, l'aéronautique,...etc. Pour ce type d'applications, de par leurs propriétés intrinsèques de puissance massique élevée, de pertes rotoriques faibles et d'inertie réduite, les machines synchrones à aimants permanents et les machines à reluctance variable sont parfaitement adaptées [1-3].

Les machines à aimants permanents ont été conçues depuis longtemps, mais c'est seulement au cours de ces dernières décennies, après la mise au point de nouveau matériaux pour la confection des aimants permanents possédant une grande énergie magnétique spécifique, qu'elles commencent à avoir un large emploi grâce aux avantages présentés à savoir : rapport élevé du couple/courant, rendement et facteur de puissance élevés, faible bruit et robustesse [3-8]. Ces progrès ont provoqué un intérêt grandissant pour la conception de nouvelles structures de machines à aimants permanents (Machine avec et sans pièces polaires et machine avec encoches et celles à enroulements logés dans l'entrefer).

La variation de la reluctance en tant que phénomène moteur est étudiée depuis un certain temps et a été naturellement appliquée dans un premier temps à des machines synchrones classiques à

stator lisse dépourvues d'excitation. Par la suite, de nombreuses études révélés des avantages très intéressant, en particulier le coût de fabrication et la fiabilité [9,10]. Les moteurs à reluctance variable, grâce aux progrès réalisés dans les dispositifs d'alimentation et de commande, ont connu une large application dans l'industrie, et plus particulièrement en traction électrique [11].

L'analyse du champ magnétique dans les moteurs à aimants permanents est une condition préalable et importante pour la détermination des performances des paramètres du moteur à savoir : le couple, la Fem, les inductances, les pertes, le bruit, les vibrations, etc. Cela nécessite aussi la connaissance de la distribution du champ dans l'entrefer qui est influencé par les grandeurs géométriques du moteur tel que : l'épaisseur d'entrefer, le nombre de pôles, le nombre d'encoches et les dimensions de l'aimant. Le développement des modèles permettant le calcul du champ magnétique a fait l'objet de plusieurs études.

N. Boules [12] a formulé un modèle en deux dimensions et en coordonnées polaire ou il utilise le concept des courants équivalents dans les bobines pour la détermination de l'allure de la densité du flux magnétique dans l'entrefer. Ce modèle est insuffisant pour décrire la distribution du champ magnétique surtout pour des structures de faible nombre d'encoches, puisque ce modèle ne tient pas compte de la distribution de l'aimantation de l'aimant (radiale ou tangentielle). Z. Q. Zhu [13] a présenté un modèle en 2D où le champ magnétique est calculé en résolvant une équation différentielle dans l'entrefer et dans l'aimant avec prise en compte de l'aimantation radiale de l'aimant. R. F. Rasmussen [14] a utilisé le même modèle que Zhu avec la considération de l'aimantation tangentielle de l'aimant. Laporte [15,16] a utilisé une méthode repose sur la résolution des équations de champ dans l'entrefer (en partant des équations de Maxwell) avec l'association d'une méthode semi numérique qui est les intégrales de frontières. La plupart de ces méthodes supposent que la perméabilité relative de l'aimant est égale à l'unité. Des méthodes récentes sont élaborées et prennent en considération le matériau et la perméabilité relative de l'aimant, (voir par exemple : A. P. Proca [17], Z. Q. Zhu [18], Amiliu Bogdan [19] , Xianghua Wang [20] et Damir ZarKo [21]).

Les méthodes analytiques restent un peu incapables de décrire parfaitement et en même temps, tous les phénomènes électriques, thermiques, magnétiques et mécaniques, de décrire la distribution spatiale et temporelle du champ magnétique et aussi de modéliser les phénomènes de saturation dans les moteurs à aimants permanents ou bien dans les moteurs à reluctance variable. Pour cela, l'appel aux méthodes numériques, à savoir, les éléments finis, les différences finies et



les volumes finis est nécessaire pour avoir un modèle complet de modélisation d'un moteur, (voir par exemple : M. Propescu [22], M. H. Nagrial [23] Christoph Shelensok [24] et Faris Inthar [25]).

La structure d'un moteur à aimants permanents sans encoches a été réalisé dans le but de diminuer les pertes fer et les ondulations du couple (réduire le couple de détente) [26-29].

Les applications des moteurs à aimants permanents et ceux à reluctance variable sont nombreux, on cite : la traction électrique [11,30], conversion d'énergie [31] et le système solaire de pompage d'eau [32-34]. Et vu que l'énergie solaire présente une source d'énergie inépuisable, non polluante et libre dans l'espace, son exploitation dans les systèmes de pompage d'eau et surtout dans les sites isolés fournit une solution très intéressante. Pour cela on a suggéré d'étudier un système de pompage solaire couplé à un moteur à aimants permanents.

### **Pourquoi La commande DTC (contrôle directe du couple) ?**

Vu que certains problèmes qui persistent lors du fonctionnement des moteurs à aimants permanents et MRV et que les méthodes analytiques basées sur les équations du champ (utilisées pour le dimensionnement et l'optimisation du moteur) n'arrivent pas à résoudre complètement comme par exemple : les oscillations du couple, les bruits acoustiques, le contrôle de la position du rotor avec ou sans capteur, le contrôle des pertes,... Et aussi certaines applications industrielles des moteurs à aimants permanents à des vitesses très grandes demandent un bon rapport couple/inertie et un rendement élevé [35,36]. Pour ces raisons, on a recours à des lois de commande qui nous permettent de trouver des solutions à ces problèmes ou au moins de minimiser leurs effets.

Plusieurs lois de commande existent : La commande vectorielle qui est toujours d'actualité, la commande DTC (contrôle directe du couple) qui a fait l'objet de plusieurs études [37-39], la commande par logique floue et la commande en utilisant les algorithmes génétiques [40].

### **Objectifs de la thèse**

L'objectif principal de cette thèse est la présentation des méthodes de conception des structures de machines à aimants permanents et à reluctance variable en développant des modèles analytiques associés à des modèles numériques. Par la suite, l'amélioration de leurs

performances dynamiques, à savoir, les oscillations du couple et la minimisation des pertes est obtenue par l'implantation de systèmes de commande simples et flexibles.

Une application industrielle pour un moteur à aimants permanents ou MRV, (Système solaire de pompage d'eau) peut illustrer les avantages intéressants présentés par ce type de moteurs.

### **Structure de la thèse**

Cette thèse est articulée sur les parties suivantes :

Le premier chapitre présente un aperçu général sur les moteurs à aimants permanents et à reluctance variable et sur leurs systèmes de détection de la position du rotor, ainsi que les différents types d'aimants permanents utilisés.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons une méthode de dimensionnement d'un moteur à aimants permanents basée sur un modèle analytique où les paramètres de la machine sont déduits à partir du calcul du champ magnétique. Par la suite, un modèle numérique est utilisé pour le calcul du champ, où on a étudié deux types de méthodes : éléments finis et volumes finis.

Dans le troisième chapitre, nous présentons une méthode analytique de dimensionnement d'un moteur à reluctance variable basée sur l'étude des inductances et des permeances.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude des différentes stratégies de commande d'un moteur à aimants permanents avec l'introduction d'un modèle de minimisation des pertes.

Dans le dernier chapitre, nous présentons une stratégie de commande directe du couple d'un moteur à reluctance variable et aussi un modèle d'optimisation des pertes.

Une application d'un moteur à aimants permanents dans un système solaire de pompage d'eau est illustrée dans l'annexe.

## REFERENCE

- [1] C. C. Chan, K. T. Chan and J. Z. Jiang “ Novel Permanent Magnet Motor Drives for Electric Vehicles “ IEEE Transaction on industriel Electronics Vol 43. No 2 Avril 1996.
- [2] I. Boldea, L. Tutelea and C. I. Pitic “ PM-Assisted Reluctance Synchronous Motor/generator (PM-RSM) for mild Hybrid Vehicles : Electromagnetic Design” IEEE Transaction on Industry Application; Vol 40. No 2. March 2004.
- [3] T. J. E. MILLER "Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives" Oxford Science publications 1993
- [4] J. R. Hendershot and T. J. E Miller “Design of Brushless Permanent Magnet Motors “ Oxford Science Publications 1994.
- [5] S. V. Zadeh “ Variable Flux Control of permanent Magnet Synchronous Motor Drives for Constant Torque Operation” IEEE Transaction on Power Electronics; Vol 16, NO 4, JULY 2001.
- [6] S. V. Zadeh and A. R. Ghassemi “ Design optimisation of permanent Magnet Synchronous Motor for high torque capability and low magnet volume” Electric Power Systems ELSEVEIR 2005.
- [7] M. A. Rahman and P. Zhou “ Analysis of Brushless Permanent Magnet Synchronous Motor” IEEE, Transaction on Industry Electronics; Vol 43 No 2 April 1996.
- [8] T.J. Miler, M. Poescu, C. Cossar and M. McGilp “ Performance Estimation of Interior permanent Magnet Brushless Motors Using the voltage Driven Flux MMf Diagram” IEEE, Transactions on Magnetic, Vol. 42, No 7, July 2006.
- [9] M. Moallem and C.M. Ong “Predicting the steady-State Performance of a Switched Reluctance Machine” Transaction on Industry Application Vol. 27 N° 6 Nov 1991.
- [10] Y. Lu. “Instantaneous Torque Control of Switched Reluctance Motors”. Thesis Master of science Degree August 2002.
- [11] Y. AMARA « Contribution à la conception et à la commande des machines synchrones à double excitation. Application au véhicule hybride ». Thèse de Doctorat de L'Université PARIS XI 2001
- [12] N. Boules “Two dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation” IEEE, Transaction on Industry applications, vol. IA-20, pp. 1267-1277, Sep./Oct.
- [13] Z. Q. Zhu and D. Howe “Instantaneous magnetic field distribution in Brushless Permanent Magnet DC motors, Part I: open-circuit field” IEEE, Transactions on Magnetic, Vol. 29, pp. 124-134, January 1993.
- [14] K. F. Rasmussen “Analytical Prediction of Magnetic Field from Surface Mounted Permanent Magnet Motor” In Proc. Int. Electrical Machines and Drives Conference. Seattle, WA, 1999, pp. 34-36.
- [15] B. Laporte, R. Ibtouene and M.Chabane, "Recherche de performances optimales pour une machine synchrone à aimants insérés par une méthode intégrale mettant en jeu une solution analytique". Journal of Physic III France 2, 1992.
- [16] B. Laporte and C. berenger “Permanent magnet synchronous machines owning windings in the airgap” International Conference on Electrical machines 1988.
- [17] A. B. Proca A. keyhani and A. Antably “Analytical Model for Permanent magnet Motors with Surface Mounted Magnets” In proceeding of: Electric Machines and Drives, IEMD '99.

- [18] Z. Q. Zhu, D. Howe, and C. C. Chan, “ Improved Analytical Model for Predicting the Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent-Magnet Machines “IEEE Transaction on Mag,etics, VOL. 38, NO. 1, January 2002
- [19] P. A. Bogdan, A. Keyhani, A. EL-Antably, W. Lu and M. Dai, “ Analytical Model for Permanent Magnet Motors With Surface Mounted Magnets” IEEE, Transactions on Energy Conversion, Vol. 18, NO-3, pp. 386-391, September 2003.
- [20] X. Wang, Q. Li, S. Wang and Q. Li “ Analytical calculation of Air-gap Magnetic Field Distribution and Instantaneous Characteristics of Brushless DC Motors” IEEE Transaction on Energy Conversion; Vol 18 No 3 Sep 2003.
- [21] D. Zarko, D. Ban and T. A. Lipo “Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent magnet Motor Using Complex Relative Air Gap Permeance” IEEE Transaction on Magnetics; Vol 42 No 7 July 2006.
- [22] M. Propescu, D. M. Ionel, T. J. Miler, S. J. dellinger and M. I. McGilp “ Improved finite element computations of torque in brushless permanent magnet motors” IEE Proc Electr Power Appl; Vol 152 No 2 March 2005.
- [23] K. Koibuchi and K. Sawa “A basic study for optimal Design of switched reluctance motor by finite element method” IEEE Transaction on Magnetics; Vol 33 No 2 March 1997.
- [24] C. Schlensok, M. Herranz and K. hameyer “Combined Numerical and Analytical Method for geometry Optimisation of a PM Motor” IEEE Transaction on Magnetics; Vol 42 No 4 April 2006.
- [25] F. I. Al-Naemi and A. J. Moses “ FEM modelling of rotor losses in PM Motors” Journal of Magnetism and Magnetic Materials 2006.
- [26] Y. S. Chen, Z. Q. Zhu and D. Howe “ Slotless Brushless Permanent Magnet Machines : Influence of Design Parameters” IEEE Transaction on Energy Conversion Vol 14 No 3 Sep 1999.
- [27] Y. S. Chen, Z. Q. Zhu and D. Howe “Optimisation of Slotless Brushless Permanent Magnet Machines” IEEE Transaction on Energy Conversion 1997.
- [28] T. Kosaka, N. Mtsui, T. Shikayama and R. Oguro “ Drive Characteristic of Slotless PM Motor “Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE pp: 894 - 899 vol.2.
- [29] Nicola Bianchi, Silverio Bolognani and Fabio Luise “ High Speed Drive Using a Slotless PM Motor” IEEE Power Electronics Conference. Germany 2004.
- [30] R. Masaki, S. Kaneko, M. Hombu, T. Sawada and S. Yoshihara “ Development of a Position Sensorless Control System on an Electric vehicle Driven by a Permanent Magnet Synchronous Motor” PCC OSAKA JAPAN IEEE 2002.
- [31] B. Tounsi « Etude comparative de groupes électrogènes embarqués à large gamme de vitesse variable associant machines à aimants permanents et conversion statique » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.Toulouse 2006.
- [32] D. P. Kothari, M. Kolhe, J.C. Joshi and K. Agbossou « Performance of Directly Coupled Photovoltaic Water Pumping System » CCECE, Montréal Mai 2003 IEEE.
- [33] M. Kolhe, S. Kolhe and J.C. Joshi “Determination of magnetic Field constant of DC permanent magnet motor powered by photovoltaic for maximum mechanical energy output “ Renewable Energy 21 (2000) 563-571.
- [34] H. Vasquez and J. K. Parker “A new simplified mathematical model for a switched reluctance motor in a variable speed pumping application” Mechatronics 14 (2004) .

- [35] P. Guglielmi, M. Pastorelli, G. Pellegrino and A. Vagati “ Position Sensorless Control Of Permanent magnet Assisted Synchronous Reluctance Motor” Transaction on Industry Application; Vol 40. No 2. March 2004
- [36] Z. Song, C. Jiang and X. Wei “ Sensorless control of surface permanent magnet synchronous motor using a new method” Energy conversion and management. ELSEVEIR 2006.
- [37] H. Ghassemi and S. V. zadeh “ A very fast direct torque control for interior permanent magnet synchronous motors start up” Energy Conversion and management ELSEVEIR 2005.
- [38] Y. Liu, Z. Q. Zhu and D. Howe “Direct Torque Control of Brushless DC Drives With Reduced Torque Ripple” Transaction on Industry Application; Vol 41. No 2. March 2004.
- [39] R. Shi, H. A. Toliyat and A. Antably “ A DSP Based Direct Torque Control of five phase Synchronous Reluctance Motor” Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2001. APEC 2001. Sixteenth Annual IEEE Volume: 2 pp 1077-1082.
- [40] M. Nasireddine, M. A. Abida and M. A. Rahmane “Real Time Performance Evaluation of a Genetic Algorithm Based Fuzzy Logic Controller for IPM Motor Drives”; Transaction on Industry Application; Vol 41. No 1. January/February 2005.

## **Chapitre I**

### **ETUDE GENERALE DES MOTEURS A AIMANTS PERMANENTS (BLDCM) ET A RELUCTANCE VARIABLE (MRV)**

#### **I-1 Introduction**

De nombreux processus industriels modernes nécessitent l'emploi des servomoteurs électriques, comme par exemple les techniques de positionnement qui interviennent en fabrication, montage ou exploitation des pièces mécaniques (usinage, assemblage,...). Jusqu'à ce jour pour la réalisation de ces servomoteurs, on a le plus souvent fait appel à des machines à courant continu à collecteur mécanique spécialement conçues pour ce genre d'application.

Les progrès réalisés ces vingt dernières années dans le domaine des matériaux magnétiques ainsi que dans celui des dispositifs électroniques d'alimentation ont ouvert de nouvelles voies d'investigation dans la conception des machines électriques. Les convertisseurs statiques ont permis l'utilisation des moteurs synchrones dans beaucoup d'applications, tandis que la mise au point d'aimants permanents de grande qualité, et de matériaux doux à faibles pertes, a abouti à la conception de machines très performantes, et aussi la possibilité de remplacer les moteurs à courant continu classiques par des moteurs possédant des caractéristiques similaires (excitation par des aimants permanents et élimination du système balais-collecteur). Ce dernier est remplacé par un commutateur électronique, ce qui réduit considérablement les problèmes de maintenance.

La machine à reluctance variable est aussi présentée comme une alternative aux structures classiques asynchrone ou synchrone, éventuellement hybrides pour des applications qui exigent des vitesses élevées et de hautes performances, dans une gamme de puissance assez étendue.

#### **I-2 Généralités sur les machines à aimants permanents**

L'utilisation des aimants permanents pour l'excitation des machines à courant continu trouve de nombreuses applications dans des domaines variés, tel que la robotique. L'association des convertisseurs électroniques à ce type de machines, qui remplace la commutation mécanique, a permis d'augmenter leurs champs d'applications industrielles. Parmi les avantages que présentent ce type de machines on peut citer [1-4]:

- La réduction de la taille et du poids de la machine (Encombrement réduit);
- La grande fiabilité (exp : très bon contrôle de la vitesse, longue durée de vie);

- La suppression du système Balais-Collecteur, ce qui réduit considérablement les problèmes liés à la maintenance.

Une bonne utilisation des machines nécessite une optimisation de l'aimant ainsi qu'un bon choix du type d'aimant permanent.

### **I-2-1 Différents types de machines à Aimants Permanents**

Le développement des aimants permanents a permis d'envisager plusieurs structures soit au niveau du stator, soit au niveau du rotor. La raison principale de cette diversité est que les utilisateurs ont tous des besoins spécifiques. Par exemple, pour la conception d'un servomoteur, l'inertie devra être la plus faible possible, afin de permettre une accélération et une décélération très rapides [1-6]. Il sera donc préférable d'utiliser un moteur à rotor intérieur avec des aimants à hautes énergies. Tandis que, pour une application où la vitesse doit rester constante, un moteur à rotor extérieur est préférable. Trois grandes familles existent, les moteurs à rotor intérieur, à rotor extérieur et à entrefer axial. Ces familles se décomposent, elles mêmes, en deux groupes: les machines à forme d'onde sinusoïdale et les machines à forme d'onde trapézoïdale.

#### **I-2-1-1 Moteur à rotor intérieur**

La figure (I-1-a) montre un exemple de moteur à rotor intérieur. Le rotor est constitué d'aimants assemblés sur une douille magnétique. Le stator est similaire à celui des machines triphasées à induction.

L'avantage majeur de cette structure est le rapport élevé couple/vitesse, mais il faut être en mesure de maintenir les aimants même à vitesse élevée.

#### **I-2-1-2 Moteur à rotor extérieur**

La figure (I-1-b) présente la section d'un moteur à rotor extérieur. Les tôles utilisées au stator ressemblent à celles de l'induit de la machine à courant continu avec balais. Ce type de stator est simple à bobiner, car le fil se bobine directement sur le stator section par section. Le rotor est constitué d'aimants permanents montés dans une cloche magnétique permettant la continuité du champ [1,7]. Cette structure est fréquemment utilisée dans les applications de ventilations à cause de son faible coût et sa facilité de fabrication.

#### **I-2-1-3 Moteur à entrefer axial**

Dans certaines applications à encombrement réduit, des machines à entrefer axial ont fait leur apparition (moteur de disque dur d'ordinateur, tables tournantes, ventilateur) [1-8]. Les aimants sont montés sur un disque magnétique mobile. Les bobines sont fixées, en général, sur le

circuit imprimé avec les composants électroniques. Sous le circuit une plaque métallique permet au champ de se refermer. La figure (I-1-c), représente une coupe d'un moteur à entrefer axial.

Ces machines ont, en général, un grand nombre de pôles et fonctionnent à basse vitesse (inférieure à 1000tr/min) afin d'éviter un échauffement excessif dû aux courants de Foucault.

Les avantages du moteur à aimants permanents et à entrefer axial sont :

- Le faible coût ;
- La forme plate ;
- L'absence du couple réactant à faible vitesse.

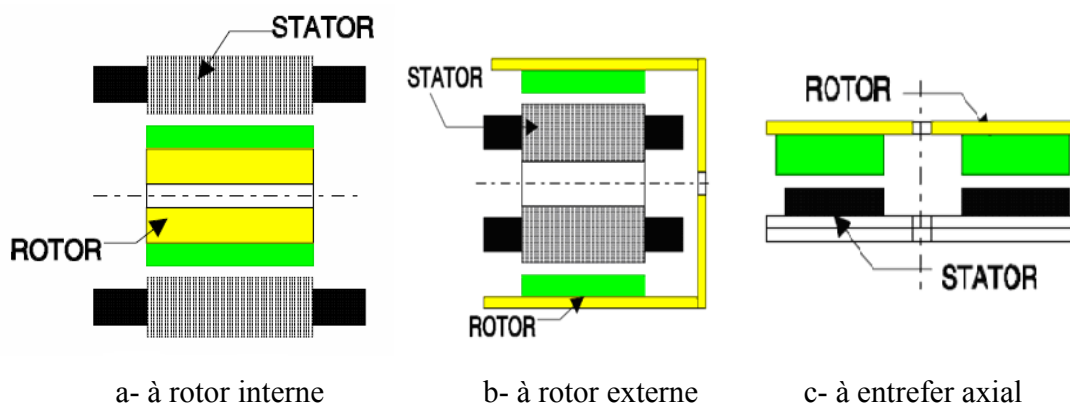


Figure (I-1) : Moteurs à aimants permanents

### I-2-2 Différents types de rotors d'un moteur à aimants permanents.

Nous pouvons distinguer les différents types de machines synchrones à aimants permanents principalement par la structure de leur rotor :

- Les machines sans pièces polaires comportent un rotor dont les aimants sont disposés directement contre la culasse magnétique tournante. Dans une structure à rotor interne, les aimants doivent être tenus par une frette et protégés de la corrosion. L'avantage de cette structure réside dans sa simplicité de réalisation, et aussi de la faible inductance de l'induit (pas d'effet de saillance).
- Les machines à pièces polaires permettent d'obtenir un couple massique supérieur à celui obtenu par des machines sans pièces polaires, même avec des aimants permanents moins performants. Cependant, la variation de la réluctance provenant de l'anisotropie du rotor contribue aussi à la production d'ondulations du couple. Du point de vue structurel, l'effet de saillance est dû aux pièces polaires collées aux aimants, ou à la disposition de ces derniers au rotor (aimants enterrés). C'est pourquoi, en vue d'une commande permettant de réduire les



ondulations de couple de façon active, sans avoir à prendre en compte l'effet de saillance et d'éventuels courants induits au rotor, il est préférable de choisir une structure sans pièces polaires à aimants permanents montés en surface.

Il faut aussi tenir compte des contraintes de réalisation (rotor intérieur ou extérieur) et des caractéristiques des aimants.

### I-2-3 Généralités sur les machines à enroulements dans l'entrefer

La disponibilité sur le marché de nouveaux aimants permanents à base de terres rares à haute énergie (Cobalt, Neodyme-fer-Bore) a donnée la possibilité d'étudier d'autres structures de moteurs à aimants permanents, tels que les moteurs à stator sans encoches, c'est-à-dire à enroulement dans l'entrefer. L'emploi des aimants à aimantation élevée dans une structure classique permet d'avoir une induction importante dans l'entrefer, ceci favorise une augmentation du couple, mais si ce flux est associé au flux de la réaction d'induit (en charge), il peut saturer les dents. Pour éviter ce problème (diminution des inductances de fuites et minimisation des ondulations du couple), il faut envisager l'élimination des dents, donc un moteur à enroulements dans l'entrefer (stator sans encoches, figure (I-3)).

Les premières applications des moteurs sans encoches remontent aux années 70 en URSS (moteurs à courant continu destinés à la traction) [9,10]. Ces dernières années, plusieurs études expérimentales ont été entamées dans des laboratoires de recherches pour trouver les meilleures caractéristiques possibles de ce type de moteurs (couple, puissance, rendement et prix) [11,12].

La réalisation de ces moteurs est simple par rapport aux moteurs à stator encoché, les bobines de l'enroulement sont préformées puis enrobées dans un manchon cylindrique par coulage d'un matériau du type résine epoxy, le manchon est ensuite glissé dans l'armature du stator et collé à cette dernière [1,9,10].

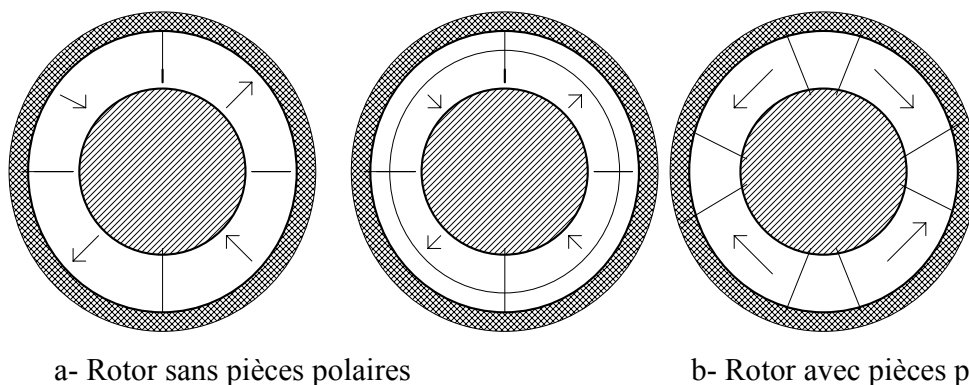


Figure (I-2) : Quelques configurations des rotors des machines à aimants permanents

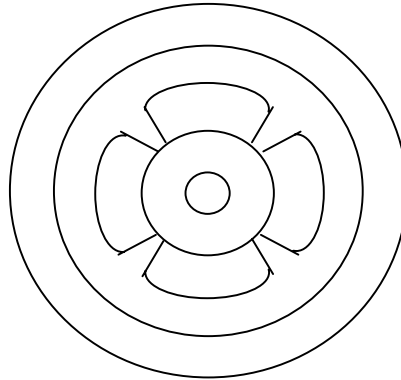


Figure (I-3) : Prototype d'un moteur sans encoches

### I-3 Présentation d'un BLDCM

Un moteur à courant continu à aimants permanents sans Balais est un moteur à courant continu excité par des aimants et dépourvu du système Balais-Collecteur, la fonction de ce dernier a été remplacée par un système de commutation électronique. Ces moteurs sont semblables aux moteurs synchrones à aimants permanents à la différence qu'ils contiennent dans leurs gabarits des systèmes de détection de la position du rotor ; on peut dire que c'est un moteur synchrone à aimants permanents autopiloté.

Un **BLDCM** est composé des éléments suivants :

**a- Moteur :** il est constitué d'un rotor à aimants permanents montés en paire de pôles et d'un stator à armature lisse (sans encoches) qui loge un enroulement polyphasé. De l'interaction des champs magnétiques dus aux courants et aux aimants permanents résulte un couple électromagnétique qui fait tourner le rotor de cette machine.

**b- Système de détection :** sa fonction est de détecter la position du rotor (localiser le champ magnétique) pour permettre la commutation des courants de phases de l'enroulement dans un bon sens et au bon moment. Cette tâche est assurée par un détecteur de position qui peut être un élément à effet Hall [13] (capteur optoélectronique ou magnétique).

**c- Système de commutation :** composé d'un convertisseur électronique (constitué généralement par des transistors), son rôle est de commuter les courants statoriques traversant les phases de l'enroulement en tenant compte de la position du rotor donnée par le capteur. Les transistors du convertisseur sont contrôlés par un circuit de commande en utilisant souvent la technique MLI (modulation par largeur d'impulsion).

## I-4 Etude des Aimants Permanents

Les performances de plus en plus élevées et les avantages que présentent les aimants permanents font de ces derniers des éléments de base dans l'industrie moderne. Leurs utilisations dans les machines électriques sont de plus en plus fréquentes. Cependant, les performances des machines utilisant des aimants permanents dépendent des propriétés magnétiques de ceux-ci. Les critères du choix de l'aimant sont à la fois techniques et économiques.

### I-4-1 Propriétés générales

Un aimant permanent et un corps ferromagnétique qui une fois aimanté conserve un certain état magnétique et fournit à l'espace qui l'entoure un flux magnétique continu.

L'aimant permanent est caractérisé par son cycle d'hystérésis  $B(H)$ , et plus particulièrement la portion ( $B>0, H<0$ ) de sa courbe de désaimantation (Figure (I-4)). Cette courbe est caractérisée par :

- l'induction rémanente  $B_r$ , c'est-à-dire l'induction résiduelle en circuit fermé ;
- le champ coercitif de l'induction  $H_{cB}$  qui est le champ démagnétisant annulant l'induction, plus sa valeur est élevée et plus l'aimant est stable ;
- le produit d'énergie volumique  $(BH)_{\max}$  ;
- les valeurs  $H_m$  et  $B_m$  du point de fonctionnement optimal M correspondant à  $(BH)_{\max}$  qui est inversement proportionnelle au volume de l'aimant. Donc pour un entrefer donné, le volume de l'aimant est d'autant plus faible que l'énergie spécifique est élevée ;
- La perméabilité de recule  $\mu_{\text{rec}}$  correspondant à la pente de la courbe  $B=f(H)$  au point  $B_r$ .

Pour les aimants, couramment utilisés dans les moteurs, la caractéristique principale est linéaire. Celle-ci est donc confondue avec les droites de recul.

A partir des critères qui différencient un aimant d'un autre, on peut faire un choix adéquat de l'aimant à utiliser dans la machine suivant un cahier de charges donné. Généralement, l'aimant le plus convenable est caractérisé par un cycle d'hystérésis suffisamment large de sorte qu'il conserve son aimantation même en présence d'un champ démagnétisant et présente une possibilité d'acquiescer dans un champ d'excitation convenable une aimantation de l'ordre du Tesla, c'est à dire que l'aimant possède une aimantation et un champ coercitif très élevés. D'autres facteurs entrent aussi dans le choix de l'aimant, tels que son coût et son comportement thermique.

Lorsqu'on utilise des aimants, il faut prendre garde à ne pas les démagnétiser. Si un champ externe trop intense est appliqué à l'aimant, il y a risque de désaimantation. Il faut toujours rester dans la partie linéaire de la courbe principale, afin de garder les performances optimales de l'aimant [14,15].

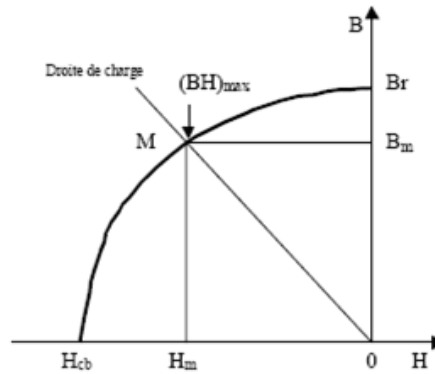


Figure (I-4) : Courbe de désaimantation d'un aimant.

#### I-4-2 Différents types d'aimants

Actuellement les types d'aimants permanents qu'on trouve sur le marché sont : les Alnicos, les Ferrites et ceux à base de terres rares. La Figure (I-5) illustre la courbe d'hystérésis de ces trois types [10-12].

**a- Aimants Alnico** : Ce sont les premiers aimants qui furent exploités et qui ont presque 55 ans d'existence [4]. Ils sont caractérisés par une forte aimantation et un faible champ coercitif. Les AlNiCo sont des alliages à base de fer, d'aluminium et de nickel, avec des additions de cobalt, cuivre ou de titane. Ils peuvent être isotropes ou anisotropes.

Pour les isotropes  $Br \approx 0.7$  T,  $H_{cJ}$  de 50 à 80 A/m et  $(BH)_{\max}$  de 12 à 18 KJ/m<sup>3</sup>.

**b- Aimants Ferrites** : Les ferrites sont des composés d'oxyde de fer, de baryum et de strontium. Ils sont obtenus par frittage et peuvent être isotropes ou anisotropes. Suivant la composition et le mode de fabrication, on obtient les propriétés suivantes :  $Br$  de 0.2 à 0.4 T,  $H_{cJ}$  de 140 à 300 A/m et  $(BH)_{\max}$  de 10 à 40 KJ/m<sup>3</sup>. Ces aimants possèdent des performances modestes mais ils se sont imposés dans de très nombreuses applications en raison de leur faible prix de revient et d'une rigidité magnétique élevée permettant de les utiliser dans les machines. En raison de la faible valeur d'aimantation rémanente, il faut cependant recourir à des structures complexes de machines, à concentration de flux, pour atteindre des couples massiques et volumiques élevés.

**c- Aimants à base de Terres-Rares** [16,17]: Apparus depuis plus d'une vingtaine d'années, ils connaissent une large application dans l'industrie suite à leurs avantages par rapport aux autres aimants. Ils sont capables de produire une énergie emmagasinée très élevée, une induction rémanente de l'ordre du Tesla et un champ coercitif fort. Pour cela ils sont les seuls matériaux magnétiques qui répondent aux conditions citées auparavant.

Deux grandes familles d'aimants à base de terres rares existent :

**- Les aimants samarium-cobalt:**

- Les aimants de type 1-5 ( $\text{SmCo}_5$ ) qui sont simple à fabriquer, se forment à haute température puisqu'ils sont métastables à température ambiante, et ils tendent à se décomposer spontanément au refroidissement. On évite cette décomposition en effectuant une trempe à partir d'une température supérieure à  $575^\circ\text{C}$ . Ce type d'aimant peut être utilisé jusqu'à environ  $250^\circ\text{C}$  et possède une bonne stabilité thermique.
- Les aimants de type 2-17 ( $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ ) moins coûteux et présentent une rémanence supérieure à celle des premiers. Ils sont utilisables jusqu'à une température de l'ordre de  $350^\circ\text{C}$ . Les aimants modernes de ce type contiennent de nombreux composés d'addition comme le fer, le cuivre et le zirconium.

**- Les aimants fer-néodyme-bore:** le matériau de base est constitué par le composé ternaire  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ . Ils possèdent une aimantation rémanente très élevée mais leur température de curie limite leurs performances. Les derniers travaux de recherches portent sur des additions convenables de cobalt et d'aluminium qui permettraient d'amener la température de curie au voisinage de  $490^\circ\text{C}$ .

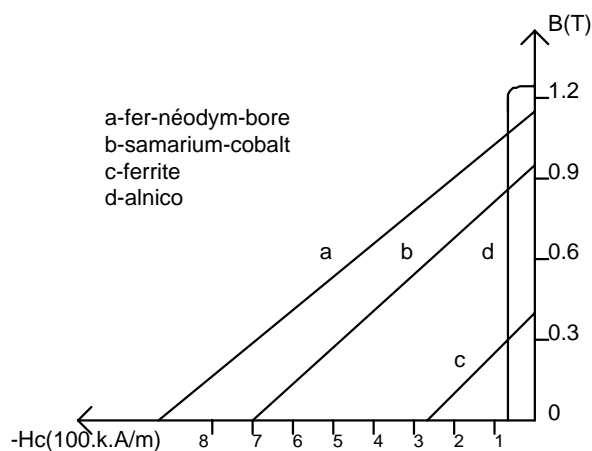


Figure (I-5) : Courbe B(H) des différents aimants permanents

Il faut souligner que les aimants permanents utilisés dans les machines électriques présentent une très grande rigidité magnétique (associée à une perméabilité magnétique dynamique proche de la perméabilité de l'air :  $\mu_0$ ) qui garantit une grande résistance à la désaimantation nécessaire pour les fonctionnements démagnétisants dans les machines.

Au regard des propriétés générales des différents aimants, les aimants permanents NdFeB présentent les meilleures performances (forte induction rémanente et un grand champ coercitif, donc, une importante énergie de stockage) par rapport aux autres aimants comme le montre le tableau (I-1). Cependant, pour un cahier des charges moins contraint en termes d'ondulations de couple, l'utilisation de ferrites avec un moteur à concentration de flux paraît être une alternative intéressante.

Les aimants permanents apportent au circuit un certain nombre d'avantages :

- Il est plus facile de maintenir un champ à peu près constant avec un aimant qu'avec du courant qu'il faut réguler ;
- A flux magnétique égale, le volume d'occupation est plus faible que celui d'une bobine;
- Absence totale de source d'énergie externe.

Propriétés	Unités	Alnico	Ferrite	Sm-Co	Nd-Fe-B
Champ rémanent $B_r$	Tesla	0.6 - 1.35	0.35 - 0.43	0.7 - 1.05	1.0 - 1.3
Champ coercitif $H_c$	KA/m	200 - 600	600 - 1700	1600 - 4000	2000 - 3000
Perméabilité relative		1.9 - 7	1.05 - 1.15	1.02 - 1.07	1.04 - 1.1
$(BH)_{\max}$	KJ/m <sup>3</sup>	20 - 100	24 - 36	140 - 220	180 - 320
Résistivité	$\mu\Omega\text{cm}$	47	$> 10^4$	86	150
Coefficient de température $B_r$	%/°C	-0.01 à -0.02	-0.2	-0.045 à 0.05	-0.08 à -0.15
Coefficient de température	$10^{-6}/^\circ\text{C}$	11.3	13	9	3.4
Température maximum de fonctionnement	°C	500 - 550	250	250 - 350	80 - 200
Densité	Kg/m <sup>3</sup>	7300	4900	8200	7400
Point de curie	°C	850	450	700 - 800	310 - 350

Tableau (I-1) Propriétés magnétiques des différents aimants [9,12,13]

### I-5 Modèle d'un aimant permanent

Un aimant permanent est représenté par un schéma équivalent (Figure (I-6)), il est modélisé par sa F.m.m interne  $E_0$  en série avec sa réluctance interne  $R_a$ . L'effet de fuite latérale est traduit par une réluctance  $R_f$  correspondante [1, 7, 15,18], voir annexe 1.

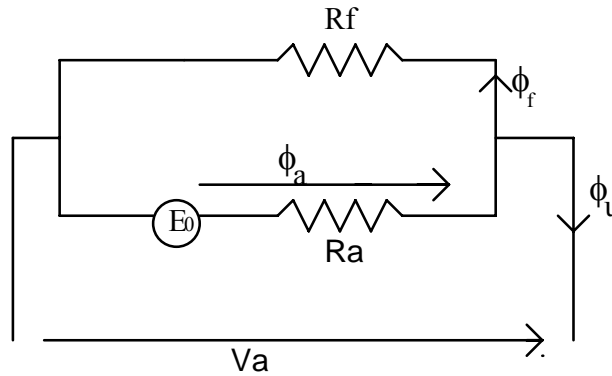


Figure (I-6) : Schéma équivalent d'un aimant permanent

### I-6 Généralités sur les machines à réluctance variable

L'effet de la réluctance variable est présent dans presque toute machine électrique, à cause de l'existence d'encoches portant les conducteurs. Cet effet est souvent un phénomène parasite par rapport au fonctionnement principal, mais dans les M.R.V, il joue un rôle fondamental. La variation de la réluctance avec la position mécanique de la pièce mobile est mise à profit pour transformer dans les MRV une puissance électrique en puissance mécanique et vis versa.

Les MRV sont connus depuis quelques années, mais ils ont trouvé un grand intérêt seulement ces vingt dernières années en association avec des alimentations électroniques de puissance pour de petits appareillages (par exemple moteur Pas à Pas) [18, 19,20]. L'emploi des MRV est envisagé actuellement pour des entraînements à grande vitesse de rotation (Moteur à rotor massif) ou au contraire pour des entraînements lents à couple élevé (machine vernier).

La machine à réluctance variable souffre du même problème que la machine asynchrone, la magnétisation du fer, nécessite l'apport de puissance réactive, ce qui dégrade le facteur de puissance [19, 21,22].

Les avantages que présentent les MRV [21, 23, 24]:

- Fabrication simple ;
- Machine robuste ;
- Possibilité de fonctionner sur une large plage de vitesse ;

- Bon rapport couple/masse ;
- Bon coefficient de bobinage.

Leurs inconvénients sont :

- Mauvais facteur de puissance ;
- Electronique de commande assez compliquée (nécessité d'un capteur de position) ;
- Présence non négligeable de bruit et de vibrations ;
- Surdimensionnement de l'alimentation.

Par ailleurs, la nature pulsatoire du couple et le bruit acoustique constituent les inconvénients principaux des MRV. Des travaux de recherches sont menés en vue d'y remédier [18, 19].

### I-6-1 Principe général de la réluctance variable

Un système de conversion électromécanique à réluctance variable comprend sous sa forme simple un circuit magnétique fixe, une pièce ferromagnétique mobile autour d'un axe et une source de forces magnétomotrice correspondant soit à des courants soit à des aimants permanents et des encochements fixes. La figure (1-7) schématise le modèle de base de la MRV. La position de la partie tournante est repérée par rapport à celle de la partie fixe par un angle  $\theta$ .

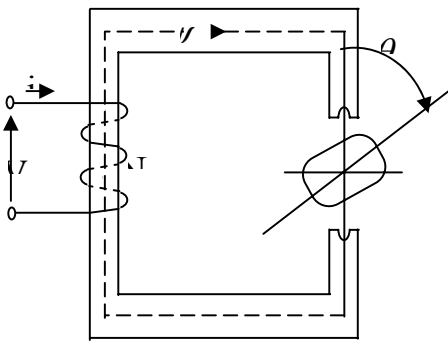


Figure (1-7) : Circuit magnétique à réluctance variable

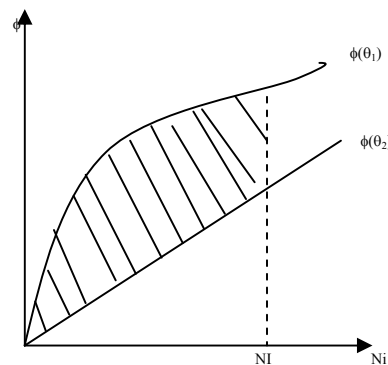


Figure (I-8) : Flux en fonction de la f.m.m pour diverses positions

Lorsque l'enroulement de  $N$  spires est parcouru par un courant  $i$ , le flux à travers le circuit magnétique pour une position donnée  $\theta$ , dépend de la f.m.m appliquée et de la réluctance totale de ce circuit.

$$\phi = \frac{N.i}{\mathfrak{R}} = Ni.P \quad (\text{I-1})$$



Où  $P = \frac{1}{\mathfrak{R}}$  est la perméance du circuit. Cette perméance varie avec la modification de la géométrie du système en fonction de la position angulaire  $\theta$  qui engendre une variation de la perméance, donc une variation de l'énergie magnétique associée. Donc, il existe un effort qui s'exerce sur la pièce mobile.

Compte tenu des symétries, présentées par la partie tournante, le maximum et minimum du flux et de la perméance correspondent respectivement à  $\theta_1=0$  ou  $\pi$  et  $\theta_2=\pm\pi/2$ . La figure (I-8) présente les deux courbes de la variation du flux en fonction de la f.m.m. Par conséquent la courbe relative à une position quelconque se situe entre les deux extrêmes [21, 25,26].

### 1-6-2 Création de l'effet moteur

Contrairement aux moteurs où les conducteurs se déplacent dans un champ magnétique et dont l'effet moteur est régi par la loi de Laplace :

$$d\vec{F} = i.d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (I-2)$$

Les moteurs à réluctance variable appartiennent à la famille des moteurs dont les conducteurs ne se trouvent pas dans la zone de l'entrefer. L'effet moteur résulte dans ce cas de la variation d'énergie magnétique qui est associée au déplacement.

En procédant à un bilan des énergies mises en jeu, on trouve l'expression analytique de la conversion de l'énergie électromagnétique en énergie mécanique, qui peut se présenter sous la forme suivante :

$$W = \frac{1}{2} i' \cdot \frac{dL}{d\theta} \cdot i \quad (I-3)$$

En se basant sur cette dernière relation, un système reluctant est caractérisé par les propriétés suivantes:

- Le couple est proportionnel au carré du courant; le système n'est donc pas linéaire dans sa conversion électromécanique ;
- La variation d'inductance doit être la plus grande possible afin d'obtenir un couple important;

Il faut donc recourir à des circuits ferromagnétiques présentant une grande perméabilité, et à une géométrie des zones d'entrefer assurant une modulation importante des perméances [21].

### I-6-3 Fonctionnement de la MRV.

On peut obtenir une structure typique à rotation permanente d'un moteur à reluctance variable en élaborant une structure polyphasée sur la base de la structure de la figure (I-7) en dentant la partie fixe (stator) et la partie mobile (rotor). La figure (I-9) présente une structure typique d'un MRV possédant 6 pôles dans le stator et 4 pôles dans le rotor. Généralement, le stator et le rotor présentent un grand nombre de dents identiques et régulièrement disposées. Le nombre de dents statoriques  $Z_s$  doit être comparable au nombre de dents rotoriques  $Z_r$ , mais ils ne sont pas égaux. Les irrégularités locales de l'entrefer dues à l'effet combiné des dentures du rotor et du stator sont à l'origine du couple principal.

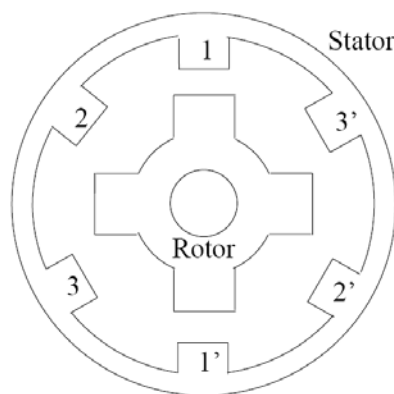


Figure (I-9) : MRV de type 6/4

En injectant un courant dans une phase, il résulte un couple qui tend à tourner le rotor dans une direction de façon à avoir toujours une inductance élevée. L'inductance dans ce type de moteur varie entre deux extrêmes ( $L_{\max}$  et  $L_{\min}$ ) comme le montre la figure (I-10) (Voir annexe 2). En excitant les phases statoriques dans des séquences bien déterminées avec un contrôle du champ magnétique, on peut contrôler le mouvement du rotor [26-28].

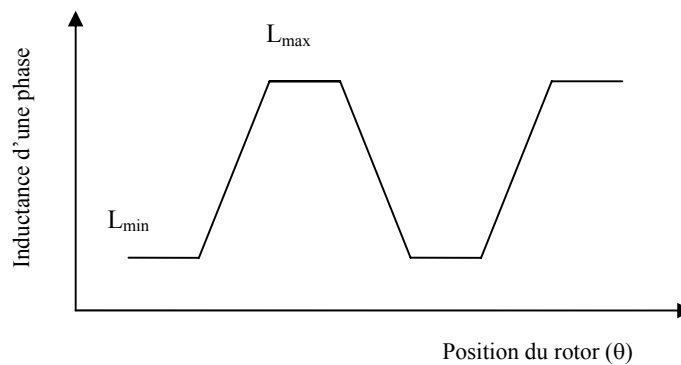


Figure (I-10) : Variation de l'inductance d'une phase en fonction de la position du rotor

#### I-6-4 Classification des structures MRV

Les structures MRV sont très variées. On peut distinguer deux types :

- Les machines à double denture où le rotor et le stator comportent des dents, figure (I-11).
- Les machines à simple denture qui présentent un stator lisse dans lequel sont creusées des encoches destinées à loger les conducteurs figure (I-12).

Ces deux types de machines peuvent être classées aussi en machines excitées et non excitées. L'excitation de la MRV est souvent réalisée par des aimants permanents et on l'appelle alors « les moteurs hybrides ».

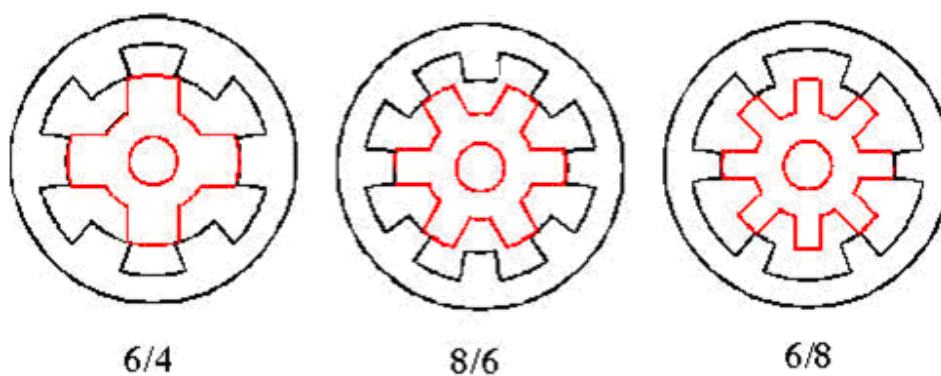


Figure (I-11) : Quelques structures d'un MRV à double denture

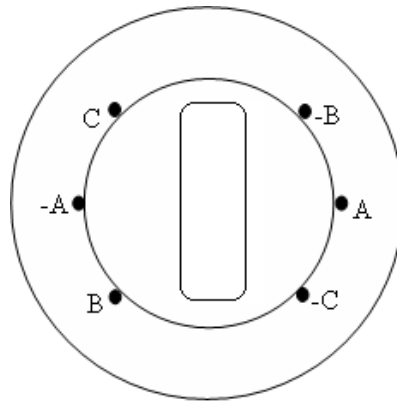


Figure (I-12) : MRV à simple denture

### I-7 Conclusion

Les moteurs à courant continu à aimants permanents sans balais-collecteur ont trouvé un intérêt grandissant et un domaine très large d'application, spécialement en servomoteur suite à leurs avantages tel que le rendement élevé, la diminution du volume et de la maintenance.

La structure d'un moteur à enroulement dans l'entrefer offre une diminution des ondulations de couple et des inductances de fuites et permet d'éliminer les problèmes liés aux dents (saturation, pertes,...).

Les performances de ces moteurs dépendent largement de la nature des aimants permanents utilisés, ces derniers ont connu beaucoup de développement surtout ceux à base de terres rares qui présentent un meilleur rapport qualité-prix, à l'exception des aimants permanents NdFeB qui sont sensibles à la température ( $>350^{\circ}\text{C}$ ).

Actuellement l'utilisation des machines MRV est largement répandue grâce à certains avantages qu'ils présentent à savoir, leur simplicité de construction et leur robustesse.

## REFERENCE

- [1] J. R. Hendershot and T. J. Miller "Design of Brushless Permanent Magnet Motors " Oxford Science Publications 1994.
- [2] C. C. Chan, K. T. Chan and J. Z. Jiang "Novel Permanent Magnet Motor Drives for Electric Vehicles" IEEE Transaction on Industry Electronics Vol 43. No 2. April 1996.
- [3] M. A. Rahman and P. Zhou " Analysis of Brushless Permanent Magnet Synchronous Motor" IEEE Transaction on Industry Electronics Vol 43 No 2 April 1996.
- [4] S. V. Zadeh and A. R. Ghassemi " Design optimisation of permanent Magnet Synchronous Motor for high torque capability and low magnet volume" Electric Power Systems ELSEVEIR 2005.
- [5] T. J. E. MILLER "Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives" Oxford Science Publications 1993.
- [6] T. Kenjo and S. Nagamori «Permanent-Magnet and Brushless DC Motors " Clarendon Presse. OXFORD 1985
- [7] F. Gillon " Modélisation et Optimisation par plans d'expériences d'un moteur à commutation électroniques" Thèse de Doctorat ; Université de Lille 1997.
- [8] T.J. Sokira, W. Jaffe « Brushless Dc Motors Electronic Commutation and Controls". Tab Books Inc U. S. A 1990.
- [9] D. E. Hesmandhalgh and D. Tipping " Slotless construction for small synchronous motors using samarium cobalt magnets ". IEEE Proc vol 129 pt.B N°5 Sep 1982.
- [10] C. Berenger " Contribution à l'étude d'une machine synchrone autopilotée à aimants permanents et à enroulement dans l'entrefer " Thèse de Doctorat INPL 1989.
- [11] B. Y. Dan Jones " Brushless DC Motor Magnetics in Both Tooth and Toothless configuration " I. M. E. S 1986.
- [12] N. Bianchi, S. Bolognani and F. Luise " High Speed Drive Using a Slotless PM Motor" IEEE Power Electronics Conference. Germany 2004.
- [13] G. Gauthier " Le capteur d'intensité à effet Hall" RGE Mai1984.
- [14] M. L. Mazenc, P. Mathieu and B. Davat " Utilisation des aimants permanents dans les machines à commutation électronique " Journées d'études SEE à Nancy 1983.
- [15] J.M.D. Coey « Permanent magnet applications » Journal of Magnetism and Magnetic Materials 248 ELSEVEIR (2002) 441–456.
- [16] P. Brissonneau. " Les aimants à base de terres rares: très performants, mais coûteux". RGE N°3 mars 1987.
- [17] B. MULTON « Application des aimants aux machines électriques » , Notes de cours 2005. Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [18] A. Rabih " Calcul et optimisation des machines hybrides à double excitation axiale. Dimensionnement et choix des aimants permanents". Thèse de Doctorat de l'I.N.P.L France, 1991.
- [19] L. GASC « Conception d'un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile Approches par la structure et par la commande » Thèse de Doctorat de L'I.N.P.L France 2004.
- [20] M. Moallem and C. M. Ong " Predicting the steady-State Performance of a Swirched Reluctance Machine" IEEE Transaction On Industry Application Vol. 27 N° 6 Nov 1991.
- [21] Y. Lu. "Instantaneous Torque Control of Switched Reluctance Motors". Thesis Master of Science Degree August 2002.
- [22] J. Reinert and S. Schröder " Power-Factor Correction for Switched Reluctance Drives " IEEE Transaction On Industrial Electronics; Vol. 49, No. 1, February 2002.

- [23] A. D. Cheok and N. Ertugrul “Use of Fuzzy Logic for Modeling, Estimation, and Prediction in Switched Reluctance Motor Drives “ IEEE Transaction On Industrial Electronics; Vol. 46, No. 6, December 1999.
- [24] Y. AMARA « Contribution à la conception et à la commande des machines synchrones à double excitation. Application au véhicule hybride ». Thèse de Doctorat de L’Université de PARIS XI 2001.
- [25] Z. Randong « Etude de l’optimisation de machines à reluctance variable » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.L France 1987.
- [26] F. M. Sargos « Etude théorique des performances des MRV » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.L Nancy 1981.
- [27] F. M. Tabar “ Etude d’une Machine Synchrone a Reluctance Variable Pour des Applications à Grande Vitesse” Thèse de Doctorat de L’I.N.P.L France 1986.
- [28] B. Multon, E. Houang and F. Camus “ Performance comparison of permanent-magnet Brushless DC and Doubly-salient variable reluctance motors for an urban electric vehicle” Electromotion Vol; 2, 1995.

## Chapitre II

### DIMENSIONNEMENT ET OPTIMISATION DES MOTEURS A AIMANTS PERMANENTS

#### II-1 Introduction

Le dimensionnement des machines électriques consiste à résoudre des équations mathématiques reliant deux types de paramètres : les paramètres descriptifs du système (grandeurs géométriques et constitutives) et les paramètres caractérisant le fonctionnement du système (par exemple la densité surfacique de courant). Il faut donc pouvoir évaluer quantitativement toutes les variables qui caractérisent le fonctionnement du moteur, et en particulier celles qui apparaissent dans le cahier des charges, en fonction des grandeurs descriptives du système.

Le dimensionnement du moteur comporte généralement deux étapes principales :

La première étape du dimensionnement consiste en un prédimensionnement sur la base d'un modèle analytique. Il s'agit des solutions symboliques exactes des équations physiques du moteur, en faisant au préalable des hypothèses simplificatrices sur la structure et les propriétés physiques de celui-ci.

Les modèles analytiques présentent les avantages suivants [1-3] :

- Ils sont rapides et permettent d'explorer au maximum l'espace des solutions dans un temps donné ;
- Ils favorisent une grande variation de tous les paramètres du modèle dans les limites de validité des équations, ce qui permet, par exemple, de dimensionner des moteurs de puissances très différentes dont tous les paramètres varient dans de grandes proportions ;
- Les équations symboliques contiennent un lien explicite entre tous les paramètres et les phénomènes physiques.

Ils sont adaptés aux calculs des performances moyennes, mais peu adaptés aux calculs des phénomènes locaux. Ainsi, ils permettent difficilement de modéliser des phénomènes tels que le couple de détente ou les saturations magnétiques locales.

La deuxième étape du dimensionnement fait appel aux modèles numériques. Les équations physiques de base du moteur sont résolues avec un faible niveau d'hypothèses en utilisant des algorithmes numériques lourds. La méthode des éléments finis et la méthode des différences

finies sont des exemples de méthodes numériques très utilisées, permettant la prise en compte des phénomènes électriques, magnétiques, mécaniques ou thermiques.

Conformément à cette démarche, nous avons mis au point une procédure de prédimensionnement sur la base d'un modèle analytique dont l'objectif est d'obtenir, directement à partir d'un cahier de charges, un moteur physiquement cohérent.

## II - 2 Modèle analytique

Ayant effectué les choix initiaux issus de l'analyse du cahier des charges et à partir des propriétés générales des différentes solutions, un module de dimensionnement basé sur un modèle analytique et des équations algébriques a été développé. A partir de l'expression du couple électromagnétique développé par l'interaction du flux des aimants et des courants et en considérant la loi de conservation du flux, il est possible de mettre en relation les grandeurs magnétiques et géométriques du moteur.

Le modèle analytique développé en bidimensionnel permet de déterminer le champ magnétique à partir du potentiel vecteur magnétique et des grandeurs externes de la machine.

## II-3 Rappel sur les équations du champ électromagnétique

Le fonctionnement de tout système électromagnétique est régi par les équations de Maxwell. Ces équations relient les cinq vecteurs  $\vec{H}, \vec{B}, \vec{E}, \vec{D}, \vec{J}$  qui sont respectivement les champs, les inductions (magnétique et électrique) et la densité de courant. On peut écrire ces équations en trois groupes dont chacun exprime les propriétés des champs ou des matériaux.

### a) Equations du couplage électromagnétique :

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-1})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-2})$$

En électrotechnique, la variation temporelle de la densité de courant électrique peut être négligée ainsi que les courants de déplacement en dehors des condensateurs, ce qui fait:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II-3})$$



**b) Equations de conservation du flux :**

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II-4})$$

$$\text{div } \vec{J} = 0 \quad (\text{II-5})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II-6})$$

**c) Propriétés des matériaux:**

On suppose que les matériaux sont isotropes et linéaires, leurs propriétés physiques se traduisent par :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II-7})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II-8})$$

où  $\mu$  et  $\sigma$  sont des coefficients scalaires constants.

L'étude d'un système électromagnétique consiste à déterminer le type de problème à résoudre. Dans un problème de magnétostatique, les équations des champs électrique et magnétique sont découplées et on utilise les équations suivantes:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II-9})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II-10})$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{II-11})$$

L'équation (II-9) entraîne l'existence d'un vecteur  $\vec{A}$  appelé potentiel vecteur magnétique, ou :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (\text{II-12})$$

Des relations (II-1) et (II-11), on peut exprimer le champ électrique par :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad } \Phi$$

Où  $\Phi$  est le potentiel électrique, il est de nature électrostatique ou électrocinétique. En l'absence de ce dernier, le champ  $\vec{E}$  est induit uniquement par la variation du champ magnétique de sorte que:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II-13})$$

Dans un milieu massif par exemple, il en résulte des courants induits, définis par leur densité:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II-14})$$

Dans un milieu de perméabilité constante, le potentiel vecteur vérifie l'équation:

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = -\sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II-15})$$

Pour que le potentiel vecteur  $\vec{A}$  soit déterminé d'une manière unique, il est nécessaire de définir  $\text{div } \vec{A}$ , que l'on prend en général égal à zéro. Ceci simplifie l'équation (II-15) à :

$$\Delta \vec{A} = -\sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu \cdot \vec{j} \quad (\text{II-16})$$

Ce problème d'étude est vectoriel et doit être projeté sur les trois axes de coordonnées, ce qui pose quelques problèmes en 3D. Cependant en 2D, lorsque l'une des composantes de l'induction est nulle ( $B_z=0$ ), le potentiel vecteur est orthogonal au plan d'étude ( $[x, y]$  ou  $[r, \theta]$ ) et ne comporte qu'une seule composante  $A_z$  suivant l'axe de rotation de la machine.

#### II-4 Structure de la machine étudiée.

Les figures (II-1-a et b) montrent une section de la structure du moteur à aimants permanents à étudier. Elles présentent des aimants permanents montés sur la surface d'un rotor lisse, et un enroulement triphasé à simple couche contenant une bobine par phase et par pôle logé dans l'entrefer ou bien dans des encoches. Les deux structures sont alimentées par un commutateur électronique qui délivre un courant de forme rectangulaire.

Les dimensions géométriques principales de la machine seront calculées et optimisées à partir d'un modèle analytique.

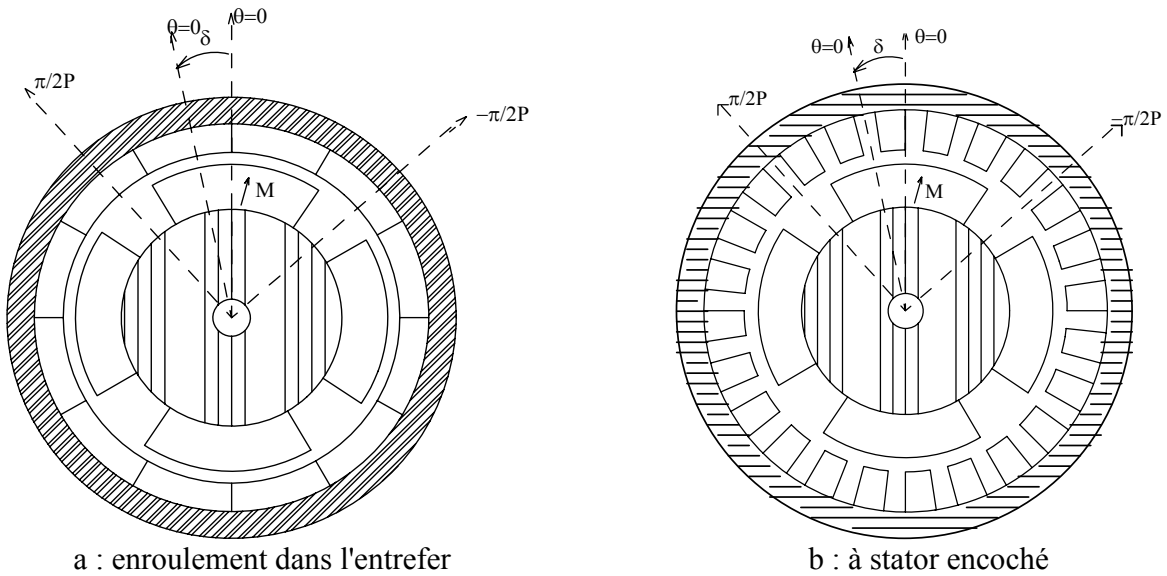


Figure (II-1) : Structure d'un moteur à aimants permanents

## II-5 Modèle d'étude

Le but de cette étude est d'optimiser les dimensions géométriques de ce moteur. Une étude tridimensionnelle étant très difficile, des hypothèses simplificatrices sont nécessaires [3-5] :

- Le modèle d'étude est bidimensionnel (les effets d'extrémités sont négligés).
- Les armatures rotorique et statorique présentent une perméabilité infinie (sauf dans le cas de calcul de l'induction magnétique dans la culasse).
- Les aimants permanents utilisés présentent une aimantation rigide et une perméabilité voisine de celle de l'air.

Dans le domaine du rotor, on choisit comme axe origine ( $\theta=0$ ) l'axe Sud-Nord d'un aimant permanent et dans le domaine du stator, on choisit comme axe origine ( $\theta'=0$ ) l'axe de symétrie d'une bobine (où d'une encoche dans le cas d'un stator avec encoches) alimentée par les courants positifs figure (II-1).

Un point est repéré dans le domaine du rotor par  $\theta$  et dans le domaine du stator par  $\theta'$  tel que :

$$\theta' = \theta + \delta \quad (II-17)$$

$\delta$  définit la position angulaire du rotor par rapport au stator, elle varie entre deux commutations et dans un fonctionnement autopiloté dans un intervalle de  $\pi/(3.p)$ .

### II-5-1 Présentation des aimants

L'aimant est présenté selon le modèle ampérien [ 5-7], il possède une aimantation rigide  $\vec{M}$  qui signifie qu'elle ne varie pas sous l'action des divers facteurs physiques (température, pression, etc.), et ne varie pas en particulier sous l'action d'une induction magnétique extérieure.

L'aimantation  $\vec{M}$  est de sens radial et varie en fonction de  $(1/r)$ . Ce modèle permet de considérer que l'induction magnétique produite par les aimants est équivalente à celle produite par des courants de densité superficielle:

$$\vec{j}_s = \vec{M} \wedge \vec{n} \quad (II-18)$$

située sur les flancs des aimants et dirigée suivant l'axe  $oz$ , et elle est égale en un point de rayon  $r$  à :

$$\begin{aligned} J_s &= \pm M(r) \\ &= \pm M \cdot \frac{r_m}{r} \end{aligned} \quad \text{pour } \theta = \pm \theta_0 \quad (II-19)$$

$M$  est l'aimantation au niveau du rayon moyen  $r_m = (r_0 + r_i)/2$  (Figure (II-2)).

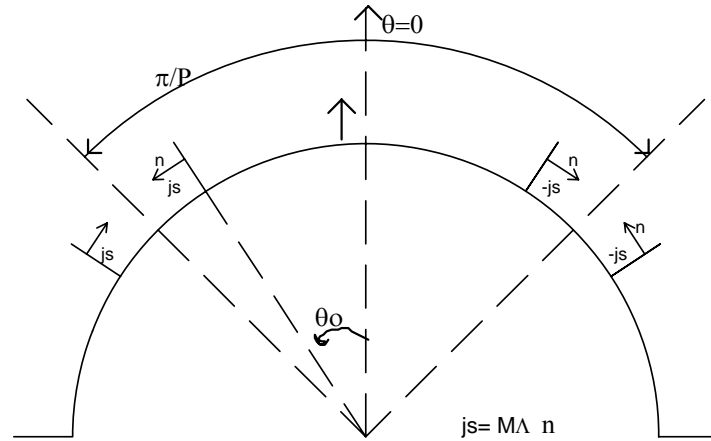


Figure (II-2) : Densité équivalente de courant superficiel pour le calcul de  $A_a$

### II-5-2 Représentation des enroulements

Dans cette étude, on suppose que les demi-bobines sont constituées suivant le même modèle. Chaque demi-bobine est constituée de  $N_s$  conducteurs occupant une surface  $S$ , et caractérisée par une densité de courant moyenne  $J_m$  correspondant au courant total  $N_s I$  parcourant les  $N_s$  conducteurs.

En réalité, le bobinage occupe une surface égale à  $(C_f * S)$ , où  $C_f$  est le coefficient de foisonnement du cuivre qui caractérise l'occupation des conducteurs par rapport à la surface totale.

Dans certaines applications, comme par exemple la détermination du champ magnétique intérieure créé par les enroulements, nous devons considérer la répartition réelle des fils dans les bobines.

## PARTIE A

### Enroulement dans l'entrefer

#### II-6 Calcul du potentiel vecteur et de l'induction magnétique

Dans cette partie, on calcule sous forme de série de Fourier [8-10] les expressions des potentiels vecteurs dus aux aimants et aux courants, puis on détermine le potentiel vecteur au niveau de la culasse. Les expressions de l'induction magnétique se déduisent facilement à partir de ce dernier.

##### II-6-1 Calcul du potentiel vecteur dû aux aimants

Le potentiel vecteur  $A_a$  admet les densités de courants superficielles  $J_s$  comme sources, et il vérifie la condition  $\partial A_a / \partial n = 0$  sur les différentes armatures [4, 9, 11].

$A_a$  possède deux composantes [6]:

$$A_a = A_{ao} + A_{ai}$$

$A_{ao}$  est le potentiel vecteur influençant dû aux aimants.

$A_{ai}$  est le potentiel vecteur influencé, il définit la réaction magnétique de l'armature et du fer (il est nul dans le cas de notre structure).

Le potentiel vecteur  $A_a$  est périodique et développable en série de Fourier, il a comme expression [3, 11-13]:

$$A_a(r, \theta) = \sum_k A_a(r) \cdot \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-20})$$

Pour le calcul de  $A_a$  on considère deux zones (figure (II-3)):

**Zone (1):** contenant les aimants ( $r_i < r < r_o$ ) et vérifiant l'équation  $\Delta A_a + \mu_o J_s = 0$ .

**Zone (2):** au dessus des aimants ( $r_o < r < r_a$ ) et vérifiant l'équation  $\Delta A_a = 0$ .

- **Zone (1):**

Dans cette zone, les aimants permanents admettent une densité superficielle de courant, périodique et développable en série de Fourier sous la forme [3, 5, 11]:

$$J_s(r, \theta) = \sum_k J_k(r) \cdot \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-21})$$

$$\text{Avec : } J_k(r) = \frac{4 \cdot p}{\pi} \cdot \frac{M \cdot r_m}{r^2} \cdot \sin((2k+1)p\theta_0) \quad (\text{II-22})$$

On a :

$$\Delta A + \mu_o j_s = 0$$

de sorte que :

$$\frac{d^2 A_a(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_a(r)}{dr} - \frac{(2k+1)^2 p^2}{r^2} A_a(r) + \mu_0 j_k = 0 \quad (\text{II-23})$$

La solution homogène de cette équation est donnée par :

$$A_{ah}(r) = \alpha_1 r^{(2k+1)p} + \alpha_2 r^{-(2k+1)p} \quad (\text{II-24})$$

La solution particulière est :

$$A_{ap}(r) = d_k = \frac{4M}{\pi} \frac{\mu_0 r_m}{p \cdot (2k+1)^2} \sin((2k+1)p\theta_0) \quad (\text{II-25})$$

Donc,

$$A_a(r) = \alpha_1 r^{(2k+1)p} + \alpha_2 r^{-(2k+1)p} + d_k \quad (\text{II-26})$$

En appliquant la condition aux limites  $\left. \frac{\partial A_a}{\partial r} \right|_{r=r_i} = 0$ , on obtient:

$$A_a(r) = \alpha_2 \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] + d_k \quad (\text{II-27})$$

• **Zone (2):**

L'absence de l'aimant signifie que le potentiel vecteur  $A_a$  vérifie l'équation :

$$\Delta A_a = 0$$

D'où,

$$A_a(r) = \beta_1 r^{(2k+1)p} + \beta_2 r^{-(2k+1)p} \quad (\text{II-28})$$

En appliquant la condition aux limites  $\left. \frac{\partial A_a}{\partial r} \right|_{r=r_a} = 0$ , on obtient :

$$A_a(r) = \beta_2 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{II-29})$$

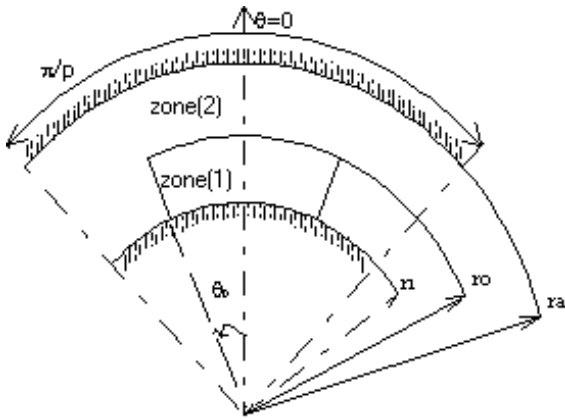


Figure (II-3) : Modèle d'étude de  $A_a$

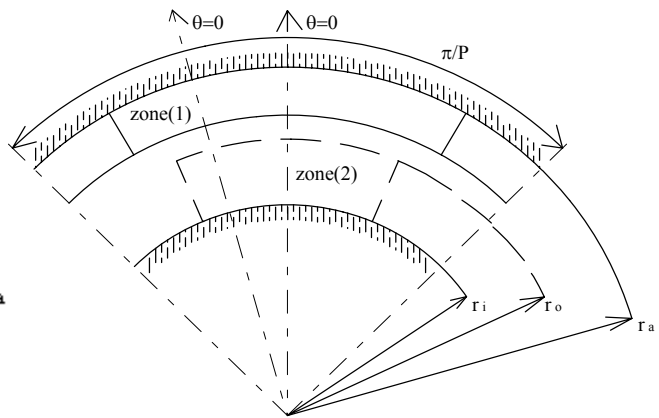


Figure (II-4) : Modèle d'étude de  $A_c$

Les constantes  $\beta_2$  et  $\alpha_2$  sont déterminées en fonction de  $d_k$  à partir des conditions de continuités suivantes:

$$\frac{\partial A_a(r)}{\partial r} \text{ et } A_a(r) \text{ continues pour } r = r_0.$$

on trouve :

$$\beta_2 = \frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\beta}{sh(2k+1)(\alpha + \beta)} \quad (\text{II-30})$$

$$\alpha_2 = -\frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\alpha}{sh(2k+1)(\alpha + \beta)} \quad (\text{II-31})$$

$$\text{avec, } \alpha = p \log\left(\frac{r_a}{r_0}\right); \quad \beta = p \log\left(\frac{r_0}{r_i}\right)$$

Finalement, le potentiel vecteur  $A_a$  dû aux aimants est :

- Dans la région (1) :

$$A_a(r, \theta) = \sum_k \left( -\frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\alpha}{sh((2k+1)(\alpha + \beta))} \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] + d_k \right) \cdot \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-32})$$

- Dans la région (2), on a:

$$A_a(r, \theta) = \sum_k \left( \frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\beta}{sh((2k+1)(\alpha + \beta))} \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \right) \cdot \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-33})$$

## II-6-2 Calcul du potentiel vecteur dû aux courants

Hors commutation, sous un pas polaire, on a deux tiers de l'enroulement alimentés (deux bobines sur trois), si on alimente le moteur par des courants en créneaux afin d'obtenir une forme trapézoïdale pour la fem. Mais dans le cas d'une forme sinusoïdale, les trois phases sont alimentées. On note NI les Ampères-tours répartis régulièrement sur chaque section d'une demi bobine, il en résulte un courant total de  $6NI$  parcourant l'enroulement durant une période de commutation.

Le potentiel vecteur  $A_c$  dû aux courants est déterminé dans deux zones (figure-II-4):

-Zone (1): contenant les bobines ( $r_0 < r < r_a$ ) et vérifiant l'équation  $\Delta A_c = \mu_0 j$ .

-Zone (2): au dessous des bobines ( $r_i < r < r_0$ ) et vérifiant l'équation  $\Delta A_c = 0$ .

Le potentiel  $A_c$  est périodique et développable en série de Fourier comme suit :

$$A_c(r, \theta) = \sum_k A_c(r) \cdot \cos((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-34})$$

• **Zone (1):**

L'enroulement est caractérisé par une densité de courant superficielle sur une surface S d'une demi-bobine égale à [14-16.]:

$$J_s = \sum_k j_{sk} \quad (\text{II-35})$$

$$\text{avec, } j_{sk} = \frac{2}{\pi S(2k+1)} \cdot (3NI) \cdot K_b \quad (\text{II-36})$$

$K_b$  est le coefficient de bobinage, égal à :

$$K_b = K_d \cdot K_e$$

$$K_b = \frac{\sin((2k+1)p \frac{\varepsilon}{2})}{(2k+1)p \frac{\varepsilon}{2}} \cdot \frac{\sin(2k+1)q \frac{\varphi}{2}}{q \sin(2k+1) \frac{\varphi}{2}} \quad (\text{II-37})$$

avec,

$\varphi$ , angle mécanique entre deux bobines.

$q$ , nombre de bobines par pôle et par phase.

$\varepsilon$ , pas d'une bobine.

Pour  $\varphi = \pi/3$  et  $q=1$  on a :  $K_b = \sin(2k+1)p\varepsilon / (2k+1)p\varepsilon$ , ainsi :

$$j_{sk} = \frac{2}{\pi S(2k+1)} \cdot (2NI) \cdot \frac{\sin(2k+1)p \frac{\varepsilon}{2}}{(2k+1)p \frac{\varepsilon}{2}} \quad (\text{II-38})$$

On résout l'équation suivante:

$$\Delta A_c = \mu_0 j_s$$

de sorte que:

$$\frac{d^2 A_c(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_c(r)}{dr} - \frac{(2k+1)^2 p^2}{r^2} A_c(r) + \mu_0 j_{sk} = 0 \quad (\text{II-39})$$

La solution homogène est:

$$A_{ch} = \alpha_3 r^{(2k+1)p} + \alpha_4 r^{-(2k+1)p} \quad (\text{II-40})$$

La solution particulière a deux formes :

-Pour  $(2k+1)p=2$  :

$$A_{cp} = -\frac{\mu_0 j_{sk}}{4} r^2 \ln(r) \quad (\text{II-41})$$

-Pour  $(2k+1)p \neq 2$  :

$$A_{cp} = \frac{\mu_0 j_{sk}}{[(2k+1)p]^2 - 4} r^2 \quad (\text{II-42})$$



• **Zone (2) :**

on a :  $\Delta A_c = 0$

La solution de cette équation est:

$$A_c = \beta_3 r^{(2k+1)p} + \beta_4 r^{-(2k+1)p} \quad (\text{II-43})$$

Les constantes  $\beta_3, \beta_4, \alpha_3, \alpha_4$  sont déterminées à partir des conditions aux limites suivantes:

\*  $\frac{\partial A_c(r)}{\partial r}$  et  $A_c$  continus pour  $r=r_0$

\*  $\frac{\partial A_c}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = 0$  dans la zone (1) et  $\frac{\partial A_c}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = 0$  dans la zone (2).

Le potentiel vecteur  $A_c(r, \theta)$  est exprimé par la formule suivante:

$$A_c(r, \theta) = \sum_k \left( \lambda_1 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] + \lambda_2 \right) \cdot \cos((2k+1)p\theta') \quad (\text{II-44})$$

Avec,

- Si  $(2k+1)p = 2$  :

$$\lambda_1 = \frac{\mu_0 j_{sk}}{8.m.sh(m'(\alpha + \beta))} \cdot \left( r_a^2 \cdot [2.\ln(r_a) + 1] e^{-m'(\alpha + \beta)} + m.r_0^2 \cdot \ln(r_0).sh(m'\beta) - r_0^2 \cdot [2.\ln(r_0) + 1] ch(m'\beta) \right) \quad (\text{II-45})$$

$$\lambda_2 = \frac{\mu_0 j_{sk}}{4.m} \cdot \left( -r^2.m.\ln(r) + r_a^2 \cdot \left( \frac{r}{r_a} \right)^m \cdot [2.\ln(r_a) + 1] \right) \quad (\text{II-46})$$

- Si  $(2k+1)p \neq 2$  :

$$\lambda_1 = \frac{\mu_0 j_{sk}}{m.(m^2 - 4).shm(\alpha + \beta)} \cdot \left( r_0^2 \cdot \left[ chm\beta - \frac{m}{2}.shm\beta \right] - r_a^2 \cdot e^{-m(\alpha + \beta)} \right) \quad (\text{II-47})$$

$$\lambda_2 = \frac{2.\mu_0 j_{sk}}{m^2 - 4} \cdot \left[ r_a^2 \cdot \left( \frac{r}{r_a} \right)^m + \frac{r^2}{2} \right] \quad (\text{II-48})$$

où  $m=(2k+1)p$  et  $m'=(2k+1)$ .

### II-6-3 Calcul de l'induction magnétique

L'induction magnétique totale est la somme des deux inductions dues aux aimants et aux courants. Elle contient deux composantes: l'induction radiale  $B_n$  et l'induction tangentielle  $B_\theta$  qui dérivent des potentiels vecteurs précédents :

$$B_n = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad \text{et} \quad B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r}$$

#### II-6-3-1 Induction magnétique due aux aimants

- **Induction radiale.**

$$B_{na}(r, \theta) = \sum_k \left( -\frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\alpha}{sh(2k+1)(\alpha+\beta)} \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] + d_k \right) \cdot \left( \frac{(2k+1)p}{r} \right) \cdot \cos((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-49})$$

ou,

$$B_{na}(r, \theta) = \sum_k \left( \frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\beta}{sh(2k+1)(\alpha+\beta)} \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \right) \cdot \left( \frac{(2k+1)p}{r} \right) \cdot \cos((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-50})$$

- **Induction tangentielle.**

$$B_{\theta a}(r, \theta) = \sum_k \left( \frac{d_k}{2} \frac{sh(2k+1)\alpha}{sh(2k+1)(\alpha+\beta)} \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} - \left( \frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \right) \cdot \left( \frac{(2k+1)p}{r} \right) \cdot \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{II-51})$$

#### II-6-3-2 Induction magnétique due aux courants

$$B_{nc}(r, \theta) = \sum_k \left( \lambda_1 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] + \lambda_2 \right) \cdot \left( -\frac{(2k+1)p}{r} \right) \sin((2k+1)p\theta') \quad (\text{II-52})$$

$$B_{\theta c}(r, \theta) = \sum_k \left( \lambda_1 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} - \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \right) \cdot \left( \frac{(2k+1)p}{r} \right) + \lambda_2' \cdot \cos((2k+1)p\theta') \quad (\text{II-53})$$

Les constantes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont données auparavant.

$\lambda_2'$  est la dérivée de  $\lambda_2$

### II-6-4 Calcul du couple

De l'interaction du champ magnétique dû aux aimants avec celui dû aux courants, résulte un couple électromagnétique faisant tourner le rotor. A partir du tenseur de maxwell, l'expression du couple électromagnétique au niveau du rayon  $r$  est donnée par [2, 11, 14,16]:

$$\Gamma = \frac{2}{\mu_0} \cdot p \cdot r \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial \theta} d\theta \quad (\text{II-54})$$

où,  $A = A_a + A_c$  est le potentiel vecteur total,  $A_a$  et  $A_c$  sont respectivement les potentiels vecteurs dus aux aimants et aux courants.

Dans cette expression, on distingue trois couples:

$$\begin{aligned} \Gamma_d &= \frac{2}{\mu_0} \cdot p \cdot r \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \frac{\partial A_a}{\partial r} \cdot \frac{\partial A_a}{\partial \theta} d\theta \\ \Gamma_{in} &= \frac{2}{\mu_0} \cdot p \cdot r \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \left( \frac{\partial A_a}{\partial r} \cdot \frac{\partial A_c}{\partial \theta} + \frac{\partial A_a}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial A_c}{\partial r} \right) d\theta \\ \Gamma_r &= \frac{2}{\mu_0} \cdot p \cdot r \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \frac{\partial A_c}{\partial r} \cdot \frac{\partial A_c}{\partial \theta} d\theta \end{aligned} \quad (\text{II-55})$$

Où,

\* $\Gamma_d$  est le couple de détente, il est dû à la forme géométrique des encoches statoriques, nul dans ce cas.

\* $\Gamma_{in}$  est le couple d'interaction aimants-courants.

\* $\Gamma_r$  est le couple de réluctance qui tient compte de la réaction magnétique du matériau (fer), nul dans le cas de notre structure (rotor lisse).

Par conséquent :  $\Gamma = \Gamma_{in}$ .

Donc, le couple  $\Gamma$  est égal à :

$$\Gamma = \frac{\pi}{\mu_0} \cdot l_u \cdot r \cdot p \cdot \sum_k (2k+1) \cdot [T_1 \cdot T_2 + T_3 \cdot T_4] \cos((2k+1)p\delta) \quad (\text{II-56})$$

où,

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{dk}{2} \cdot \frac{sh(2k+1)\beta}{sh((2k+1)(\alpha+\beta))} \cdot \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^m + \left( \frac{r_a}{r} \right)^m \right] \\ T_2 &= \lambda_1 \cdot \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^m - \left( \frac{r_a}{r} \right)^m \right] \cdot \frac{m}{r} + \lambda_2' \end{aligned}$$

$$T_3 = \frac{d_k}{2} \cdot \frac{sh(2k+1)\beta}{sh((2k+1)(\alpha+\beta))} \cdot \frac{m}{r} \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^m - \left( \frac{r_a}{r} \right)^m \right]$$

$$T_4 = \lambda_1 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^m + \left( \frac{r_a}{r} \right)^m \right] + \lambda_2$$

## II-6-5 Calcul de la force électromotrice (FEM)

La force électromotrice instantanée d'une phase est donnée par :

$$e(t) = \oint E \cdot dl \quad (\text{II-57})$$

où,  $E$  est le champ électromoteur qui est égal à  $(-\frac{\partial A}{\partial t})$ .

En utilisant la moyenne du potentiel vecteur  $A_a(r, \theta)$  par rapport à une surface  $S$  d'une demi-bobine, on aura comme expression de la FEM :

$$e(t) = -\frac{l_u}{S} \cdot \iint_S \frac{\partial A}{\partial t} \cdot ds \quad (\text{II-58})$$

Cette Fem est calculée pour un seul conducteur, pour une phase on multiplie par le nombre de conducteurs total ( $2pN$ ).

$$e(t) = -2 \cdot p \cdot N \cdot \frac{l_u}{S} \cdot \iint_S \frac{\partial A}{\partial t} \cdot ds \quad (\text{II-59})$$

où,  $S = \pi \cdot (r_a^2 - r_e^2) / 12$  avec  $r_a - r_e$  épaisseur d'enroulement,  $A$  est le potentiel vecteur dû aux aimants.

on pose :

$$\Phi = \frac{1}{S} \cdot \iint_S \frac{\partial A}{\partial t} \cdot ds \quad (\text{II-60})$$

où,  $\Phi$  est la moyenne du potentiel vecteur par rapport à la surface  $S$ .

$$\Phi = \frac{1}{S} \cdot \int_{r_e - \alpha_y}^{r_a} \int_{-\alpha_y}^{\alpha_y} A_a(r, \theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta'$$

avec  $\alpha_y = \pi/6p$  (pas d'une bobine).

$$\Phi = -\frac{1}{S} \sum_k \frac{1}{m} \cdot C_s \cdot C_{s1} \cdot \sin((2k+1)\frac{\pi}{6}) \cdot \sin((2k+1)p\delta) \quad (\text{II-61})$$

où,  $\delta$  est l'angle de position du rotor, il est lié au temps par la vitesse rotorique  $\omega$  par la relation:

$$\delta = \omega_r t$$

$$e(t) = -2 \cdot p \cdot N \cdot l_u \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$= \frac{4 \cdot N}{S} \cdot \omega_s \cdot l_u \sum_k C_s \cdot C_{s1} \cdot \sin((2k+1) \frac{\pi}{6}) \cdot \cos((2k+1) \omega_s t) \quad (\text{II-62})$$

avec,

$$C_s = \beta_2 = \frac{dk}{2} \cdot \frac{\text{sh}(2k+1)\beta}{\text{sh}((2k+1) \cdot (\alpha + \beta))} \quad , \quad \omega_s = \frac{2\pi p N_r}{60}$$

$$C_{s1} = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{r_a^4 - r_e^4}{r_a^2} + r_a^2 \cdot \ln(r_a/r_e) & \text{si } (2k+1)p = 2 \\ \frac{1}{m+2} \cdot \frac{r_a^{m+2} - r_e^{m+2}}{r_a^m} + \frac{1}{2-m} \cdot (r_a^{2-m} - r_e^{2-m}) & \text{si } (2k+1)p \neq 2 \end{cases}$$

La deuxième phase est décalée de  $4\pi/3$ , sa Fem est :

$$e_2(t) = \frac{2 \cdot p \cdot N}{S} \cdot l_u \cdot \int_{r_e^{-\alpha_y + (4\pi/3)p}}^{r_a^{\alpha_y + (4\pi/3)p}} \int A_a(r, \theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta' \quad (\text{II-63})$$

La troisième phase est décalée de  $2\pi/3$ , sa Fem est calculée par :

$$e_3(t) = \frac{2 \cdot p \cdot N}{S} \cdot l_u \cdot \int_{r_e^{-\alpha_y + (2\pi/3)p}}^{r_a^{\alpha_y + (2\pi/3)p}} \int A_a(r, \theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta' \quad (\text{II-64})$$

On peut écrire e(t) sous la forme :

$$e(t) = \sum_k E_n \cdot \cos((2k+1) \omega_s t) \quad (\text{II-65})$$

$$\text{Avec : } E_n = \frac{4 \cdot N}{S} \cdot \omega_s \cdot l_u \cdot C_s \cdot C_{s1} \cdot \sin((2k+1) \frac{\pi}{6})$$

### II-6-6 Calcul de la coénergie

Pour un enroulement parcouru par un courant I de densité superficielle  $J_s$ , soumis à un champs magnétique dû aux aimants de densité superficielle  $J_s(r, \theta)$ , la coénergie magnétique est donnée par [1,13]:

$$W_c = \iiint_{\tau} A \cdot j_s \cdot d\tau \quad (\text{II-66})$$

où  $d\tau = dl \cdot ds$

Pour une longueur  $l_u$  fixe de la machine, l'équation (II-66) devient :

$$W_c = l_u \cdot \iint_s A \cdot j_s \cdot ds \quad (\text{II-67})$$

La coénergie  $W_c$  est obtenue de deux façons :

- En considérant l'interaction du champ magnétique dû aux aimants et la densité de courant de l'enroulement.

$$W_{ca} = l_u \iint_s A_a \cdot j_s \cdot ds \quad (\text{II-68})$$

- En considérant l'interaction du champ magnétique dû aux courants et la densité superficielle de courant des aimants et en intégrant sur les flancs des aimants.

$$W_{cc} = l_u \int_l A_c \cdot j_s(r, \theta) \cdot dl \quad (\text{II-69})$$

Nous utilisons la première expression afin de déterminer cette énergie (les deux formules conduisent au même résultat).

$$W_c = l_u \int_{r_e - \pi/2p}^{r_a} \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} A_a(r, \theta) \cdot j_s \cdot r \cdot dr \cdot d\theta'$$

En intégrant, on déduit l'expression de la coénergie par:

$$W_c = l_u \sum_k j_{sk} \cdot C_s \cdot C_{s1} \cdot \frac{-2}{(2k+1)p} \cdot \sin(k \cdot \pi / 2) \sin((2k+1)p\delta) \quad (\text{II-70})$$

La coénergie totale est multipliée par  $2p$ .

A partir de cette expression, on peut tirer le couple par une simple dérivée par rapport à l'angle de position du rotor  $\delta$ .

$$\Gamma = - \frac{\partial W_c}{\partial \delta} \quad (\text{II-71})$$

En appliquant cette formule, on obtient :

$$\Gamma = -2 \cdot p \cdot l_u \cdot \sum_k (2k+1) \cdot j_{sk} \cdot C_s \cdot C_{s1} \cdot \frac{-2}{(2k+1)p} \cdot \sin(k \cdot \pi / 2) \cos((2k+1)p\delta) \quad (\text{II-72})$$

## PARTIE B

### Cas d'un stator encoché

Dans ce cas, on utilise le même modèle d'étude avec l'hypothèse de ramener les courants statoriques aux isthmes d'encoches (on suppose que le stator est lisse). Les différentes grandeurs sont calculées aussi à partir du potentiel vecteur magnétique.

#### II-7 Calcul du potentiel vecteur et de l'induction magnétique

Le potentiel vecteur magnétique est calculé de la même façon que dans le cas d'une machine à enroulement dans l'entrefer.

##### II-7-1 Calcul du potentiel vecteur dû aux courants

Dans ce cas, on aura hors commutation pour une forme trapézoïdale de la fem, quatre encoches sur six alimentées par un courant  $I$ , c'est à dire deux tiers du pas polaire figure (II-5). Mais dans le cas d'une forme sinusoïdale, les trois phases sont conductrices. On note  $N_s I$  les ampères-tours repartis dans chaque section d'une encoche, on aura donc un courant total de  $6N_s I$  parcourant l'enroulement pendant une période de commutation.

D'après l'hypothèse des courants ramenés au droit des isthmes d'encoches, la densité superficielle du courant développable en série de Fourier est donnée par:

$$j'_s = \sum_k j'_{sk} \quad (\text{II-73})$$

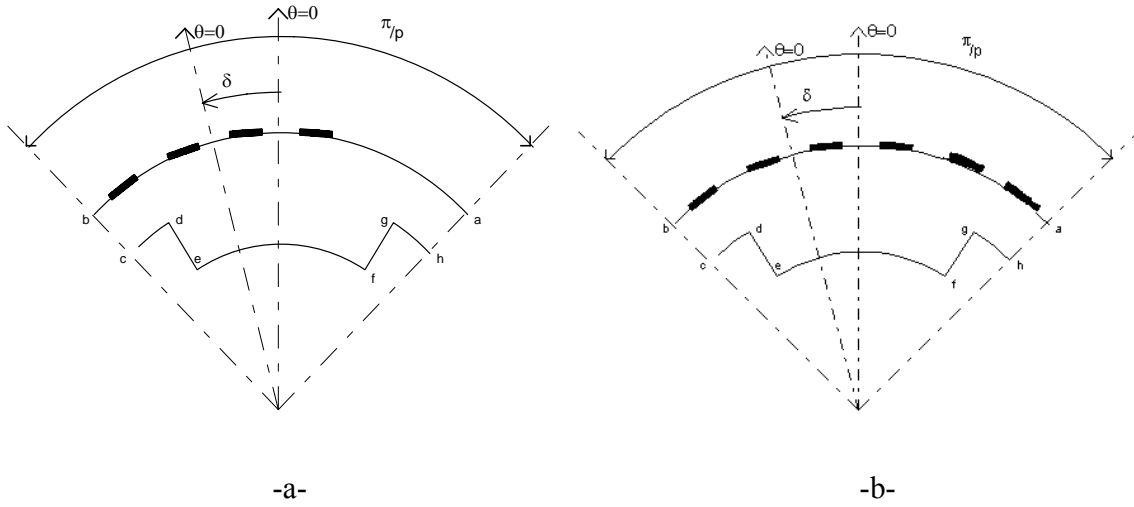
$$\text{où} \quad j'_{sk} = \frac{2}{\pi} \cdot K_b(k) \cdot 6N_s I \quad (\text{II-74})$$

$K_b(k)$  est le coefficient de bobinage qui est égal à :

$$K_b(k) = \frac{\sin(2k+1)\frac{\mathcal{E}}{2}}{(2k+1)\frac{\mathcal{E}}{2}} \cdot \frac{\sin(2k+1)q\frac{\varphi}{2}}{q\sin(2k+1)\frac{\varphi}{2}} \quad (\text{II-75})$$

Avec :

- $q$  nombre d'encoches par pôle et par phase ( $q = 2$ );
- $\mathcal{E}$  est l'ouverture d'une encoche (en supposant que la largeur d'une encoche est la même que la largeur de la dent  $\mathcal{E} = \pi/24$ ;
- $\varphi$  est l'angle entre deux encoches ( $\varphi = \pi/12$ ).


 Figure (II-5) : Modèle d'étude de  $A_c$  (a- forme trapez, b- forme sinus)

Le potentiel vecteur  $A_c(r, \theta')$  s'écrit :

$$A_c(r, \theta') = \sum_k A_c(r) \cdot \cos((2k+1)\theta') \quad (\text{II-76})$$

$A_c(r, \theta')$  vérifie l'équation  $\Delta A_c = 0$  dans le domaine  $[a, b, c, d, e, f, g, a]$  présenté par la figure(II-4), et avec les conditions aux limites  $\frac{\partial A_c}{\partial r} = 0$  sur le contour excepté sur l'arc  $[a, b]$  où il vérifie  $\frac{\partial A_c}{\partial r} = \mu_0 j_{s1} (j_{s1} = j'_s/r)$ .

Donc,

$$\frac{d^2 A_c(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_c(r)}{dr} - \frac{(2k+1)^2 p^2}{r^2} A_c(r) = 0 \quad (\text{II-77})$$

Cette équation admet comme solution :

$$A_c(r) = a_1 \cdot r^{(2k+1)p} + a_2 \cdot r^{-(2k+1)p} \quad (\text{II-78})$$

$a_1$  et  $a_2$  sont les constantes d'intégration déterminées par les conditions aux limites suivantes:

$$\left. \frac{\partial A_c}{\partial r} \right|_{r=r_a} = \mu_0 j'_{sk} \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_c}{\partial r} \right|_{r=r_i} = 0$$

L'expression du potentiel vecteur magnétique dû aux courants est :

$$A_c(r, \theta') = \sum_k \frac{\mu_0 \cdot j'_{sk} \cdot r_a}{m \cdot \text{sh}(2k+1)\alpha} \cdot \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^m + \left( \frac{r_i}{r} \right)^m \right] \cdot \cos((2k+1)p\theta') \quad (\text{II-79})$$

avec  $m = (2k+1)p$  et  $\alpha = p \cdot \ln(r_a/r_i)$



### II-7-2 Induction magnétique d ue aux courants.

- **Induction tangentielle :**

$$B_{c\theta}(r, \theta') = \sum_k \frac{\mu_0 \cdot j'_{sk} \cdot r_a}{m \cdot sh(2k+1)\alpha} \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^m - \left( \frac{r_i}{r} \right)^m \right] \cdot \frac{m}{r} \cdot \cos((2k+1)p\theta') \quad (\text{II-80})$$

- **Induction radiale :**

$$B_{cn}(r, \theta') = \sum_k \frac{\mu_0 \cdot j'_{sk} \cdot r_a}{m \cdot sh(2k+1)\alpha} \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^m + \left( \frac{r_i}{r} \right)^m \right] \cdot \frac{m}{r} \cdot \sin((2k+1)p\theta') \quad (\text{II-81})$$

### II-7-3 Calcul du couple

Le couple électromagnétique développé par la machine est calculé au niveau de l'arc [a,b] à la surface du stator en utilisant le moment de la force due à la composante  $H_t \cdot B_n$  du tenseur de maxwell ( $H_t$  est  $B_n$  sont l'intensité du champ tangentielle et l'induction magnétique normale ), ou en résonnant sur la densité de force volumique  $\vec{J} \wedge \vec{B}$  qui devient ici une densité superficielle.

Le couple est obtenu en appliquant la formule suivante [6,18] :

$$\Gamma = 2 \cdot p \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \frac{\partial A}{\partial \theta} \cdot j'_s \cdot d\theta \quad (\text{II-82})$$

où  $A$  est le potentiel vecteur total  $A = A_a + A_c$  ( $A_c$  est le potentiel vecteur dû aux courants et  $A_a$  est celui dû aux aimants).

Dans cette expression on peut distinguer le couple de reluctance  $\Gamma_r$  qui est nul et le couple d'interaction aimants courants  $\Gamma_{in}$ , avec :

$$\Gamma_r = 2 \cdot p \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \frac{\partial A_c}{\partial \theta} \cdot j'_s \cdot d\theta \quad (\text{II-83})$$

$$\Gamma_{in} = 2 \cdot p \cdot l_u \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} \frac{\partial A_a}{\partial \theta} \cdot j'_s \cdot d\theta \quad (\text{II-84})$$

En intégrant la formule (II-82) , on obtient comme expression du couple :

$$\Gamma = 4 \cdot p \cdot l_u \cdot \sum_k j'_{sk} \cdot \frac{dk}{2} \cdot \frac{sh(2k+1)\beta}{sh((2k+1)(\alpha + \beta))} \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^m + \left( \frac{r_a}{r} \right)^m \right] \cdot \cos((2k+1)p\delta) \quad (\text{II-85})$$

### II-7-3 Calcul de la Force électromotrice (FEM)

La FEM est exprimée par la formule suivante :

$$e(t) = -4.p.N_s \cdot \frac{l_u}{S_e} \cdot \iint_s \frac{\partial A_a}{\partial t} \cdot ds \quad (\text{II-86})$$

avec  $S_e = \pi.(r'_a{}^2 - r_e{}^2) / 48$

$S_e$  est la surface d'une encoche,  $r'_a - r_e$  est l'épaisseur de l'encoche.

On pose :

$$\phi' = \frac{1}{S_e} \cdot \int_{r_e - \pi/24p}^{r_a} \int_{-\pi/24p}^{\pi/24p} A_a \cdot r \cdot dr \cdot d\theta'$$

on obtient :

$$\phi' = -\frac{2}{S_e} \sum_k \frac{1}{m} \cdot C_s \cdot C_{s1} \cdot \sin(2k+1) \frac{\pi}{24} \cdot \sin(2k+1) p \delta \quad (\text{II-87})$$

Avec  $\delta = \omega_r \cdot t$ , on obtient comme expression de la FEM :

$$e(t) = \frac{8.N_s}{S_e} \cdot \omega_s \cdot l_u \sum_k C_s \cdot C_{s1} \cdot \sin(2k+1) \frac{\pi}{24} \cdot \cos(2k+1) \omega t \quad (\text{II-88})$$

$C_s$  et  $C_{s1}$  sont donnés dans la partie précédente.

On peut écrire cette FEM de la façon suivante :

$$e(t) = \sum_k E'_n \cdot \cos((2k+1) \cdot \omega_s \cdot t) \quad (\text{II-89})$$

Où,  $E'_n = \frac{8.N_s}{S_e} \cdot \omega_s \cdot l_u \cdot C_s \cdot C_{s1} \cdot \sin((2k+1) \frac{\pi}{24})$

### II-7-4 Calcul de la coénergie

On utilise la formule suivante pour calculer la coénergie :

$$W_c = l_u \cdot \int_{r_e - \pi/12p}^{r'_a} \int_{-\pi/12p}^{\pi/12p} A_a(r, \theta) \cdot j_{s2} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta' \quad (\text{II-90})$$

$A_a(r, \theta)$  est donnée par l'expression (II-31) et  $j_{s2} = j'_s / S_d$  ( $S_d$  est la surface d'un pas dentaire puisque on ramène les courants au droit d'isthme d'encoche).

Donc, l'expression de la coénergie est :

$$W_c = l_u \cdot \sum_k \frac{j'_{sk}}{S_d} \cdot C_{s1} \cdot C_s \cdot \frac{2}{(2k+1)p} \cdot \sin(k \cdot \frac{\pi}{12}) \cdot \sin(2k+1) p \delta \quad (\text{II-91})$$

## II-8 Influence des encoches

La présence des encoches influe en général sur le flux total et sa répartition dans l'entrefer et l'aimant [13, 19,21]. On peut estimer cette influence par l'introduction du coefficient de Carter et la permeance relative des encoches.

Pour le calcul du flux, on introduit une valeur  $g''$  de l'entrefer ou :

$$g'' = g + (K_c - 1)g' \quad (\text{II-92})$$

$g'$  est l'entrefer effectif et  $K_c$  le coefficient de Carter avec [3,5] :

$$g' = g + h_m / \mu_r \quad (\text{II-93})$$

$$K_c = \frac{\tau_e}{\tau_e - \delta \cdot g'}$$

$$\tau_e = \frac{2\pi R_s}{N_e} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{h_e}{2g'} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{h_e}{2g'} \right) - \ln \sqrt{1 + \left( \frac{h_e}{2g'} \right)^2} \right]$$

$g$  est l'entrefer,  $h_e$  la largeur d'encoche,  $N_e$  le nombre d'encoche et  $h_m$  est l'épaisseur d'aimant.

La permeance relative de l'encoche peut être déduite à partir de l'équation [2,9, 12] :

$$\lambda_r = \frac{g + \frac{h_m}{\mu_r}}{g + \frac{\pi}{2} r_l + \frac{h_m}{\mu_r}} \quad (\text{II-94})$$

Ou,  $r_l$  est la distance entre le point d'évaluation du flux et la dent proche.

Le champ magnétique dans l'entrefer est égal :

$$B_a(r, \theta) = B_{aslotless}(\theta_r) \cdot \lambda_r \quad (\text{II-95})$$

$B_{aslotless}$  est le champ magnétique pour un stator sans encoches.

## II-9 Optimisation du couple

Afin de déterminer les différentes dimensions du moteur, certaines grandeurs sont imposées à savoir :

- Nombre de paires de pôles : 2
- Diamètre extérieur du moteur : 72 mm
- Entrefer mécanique : 1 mm

- Induction rémanente de l'aimant NdFeB à 20°C : 1.23T
- Résistivité du cuivre à 20°C :  $1.78 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
- Masse volumique du cuivre : 8940 kg/m<sup>3</sup>
- Masse volumique de l'aimant NdFeB : 7400 kg/m<sup>3</sup>
- Vitesse maximale du moteur : 3000 tr/mn
- Puissance utile : 780 watt

### II-9-1 Stator sans encoches

Puisque la relation du couple obtenue est une fonction des paramètres géométriques du moteur, on cherche la valeur optimale de ce couple en tenant compte des paramètres imposés ainsi que des dimensions de la machine qui influent sur cette valeur plus particulièrement les dimensions des aimants permanents.

Comme la puissance utile est imposée par le cahier de charges et elle est de l'ordre de 780 W. Donc, il faut obtenir un couple moyen égal à  $p.P_u/\omega$  (environ 2.48 N.m pour le cas d'un moteur sans encoches); ce qui nécessite une minimisation du volume des aimants vu le prix élevé de ces derniers.

En faisant varier le couple en fonction de l'épaisseur des aimants ( $e_a$ ) (les autres paramètres étant maintenus constants), on constate que le couple croît tant que l'épaisseur des aimants est inférieure ou égale à 4.5mm, au delà la variation est négligeable (Figure-II.6-).

Les figures (II-7-9) illustrent la variation du couple en fonction des dimensions citées auparavant et montrent qu'on peut obtenir la valeur maximale du couple recherché avec des valeurs de  $e_c = 2.7-3.3mm$ ,  $e_a = 3-5mm$  avec une ouverture des aimants de l'ordre de 77.7% à 83.33%. La hauteur de la culasse (celle-ci est calculée pour une valeur de l'induction magnétique de l'ordre de 1.1 T).

Pour déduire les valeurs de  $e_c$ ,  $e_a$  et l'ouverture des aimants, il faut tenir compte du prix des aimants permanents; d'où on a intérêt à choisir une épaisseur d'aimant convenable. L'épaisseur de l'enroulement est choisi en tenant compte des pertes dans l'enroulement, ou on a intérêt de les réduire afin d'améliorer le rendement de la machine.

La figure (II-10) montre la variation du couple en fonction de l'ouverture des aimants (les épaisseurs des aimants et des enroulements étant fixées). Le couple croît tant que l'ouverture est inférieure à 83.33%.

La figure (II.11) présente les ondulations du couple, où on peut déduire un taux d'ondulation peu élevé.

La figure (II-12) montre l'allure du couple en fonction de la position du rotor, où on a un maximum pour  $\delta = 0$  et un minimum pour  $\delta = \pi/2$ .

Les figures (II-13-15) montrent le potentiel vecteur magnétique ainsi que l'induction magnétique (radiale et tangentielle) au niveau des enroulements et au niveau des aimants. On déduit que la forme de l'induction magnétique due aux aimants est presque trapézoïdale, par conséquent celle due aux courants est très faible d'allure proche de la sinusoïde. On constate aussi l'effet des harmoniques sur les composantes tangentielles.

La figure (II-16) montre l'allure de la force électromotrice en tenant compte des harmoniques.

### **II-9-2 Cas d'un stator encoché.**

La détermination des paramètres d'un moteur, dans le cas où l'enroulement est logé dans les encoches est effectuée de la même manière que dans le cas précédent, en partant du modèle analytique étudié. On peut fixer un cahier de charges et optimiser le couple, par la suite on détermine les différentes grandeurs du moteur.

L'objectif est de dimensionner un moteur à stator encoché afin de le comparer avec le moteur à stator sans encoches. Pour accomplir cette tâche, on impose le même cahier de charges que celui du premier cas.

Les figures (II-17,18) montrent la variation du couple en fonction de l'épaisseur et l'ouverture des aimants, on constate qu'à partir d'une épaisseur d'aimant égale à 5 mm et une ouverture de 77% la variation du couple est négligeable.

### **II-10 Choix d'un prototype**

En tenant compte de la dépendance du couple des autres paramètres de la machine tels que le nombre de conducteurs et le courant de phase et des conditions citées précédemment, on

cherche à obtenir des dimensions raisonnables de l'aimant et de l'enroulement en respectant le cahier de charges donné.

Après optimisation, on obtient les dimensions d'un prototype pour les deux structures du moteur à aimants permanents.

Paramètre	Valeur	
	Stator sans encoches	Stator avec encoches
- Diamètre extérieur	72 mm	72 mm
- Diamètre intérieur du rotor	40mm	40mm
- Diamètre de l'arbre du rotor	15mm	15mm
- Epaisseur des aimants	4mm	4mm
- Ouverture des aimants	82%	80%
- Epaisseur de l'enroulement	3 mm	3 mm
- Longueur utile	144 mm	144 mm
- Induction magnétique dans l'entrefer	0.57 T	0.798 T
- Nombre de spires par phase	54	56
- Courant de phase	6.58 A	6.34 A
- Couple moyen	2.45 N.m	2.57 N.m
- Force électromotrice par phase	64.34 V	76.32 V
- Densité moyenne du courant	2.77 A/mm <sup>2</sup>	5.38 A/mm <sup>2</sup>
- Puissance utile	780 Watt	780 W
- Résistance d'enroulement par phase	0.82 $\Omega$	0.85 $\Omega$
- Inductance de phase	0.010 H	0.012 H

### II-11 Comparaison des deux structures

Les résultats obtenus montrent que la structure avec encoches est meilleure que celle à enroulement dans l'entrefer (induction magnétique, couple, fem, puissance sont supérieurs à celles des structures sans encoches). L'induction magnétique au niveau des enroulements est supérieure à celle du premier cas, cela est dû à l'augmentation de l'entrefer magnétique dans la structure de l'enroulement logé dans l'entrefer ce qui diminue l'induction.

Pour le couple, l'augmentation est due à la présence du fer dans les dents statoriques.

L'avantage que présente le stator non encoché: est la diminution de l'inductance de phase et de taux d'ondulation du couple par rapport au stator encoché. La présence des encoches augmente les inductances de fuites.

Les figures (II.19-21) montrent les ondulations du couple, l'induction magnétique et le couple dans les deux cas.

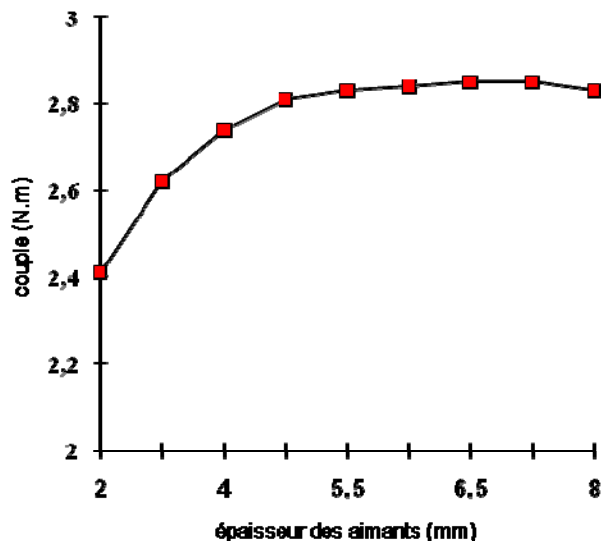


Figure (II-6) : Variation du couple en fonction de l'épaisseur des aimants avec une ouverture des aimants de 83.33%

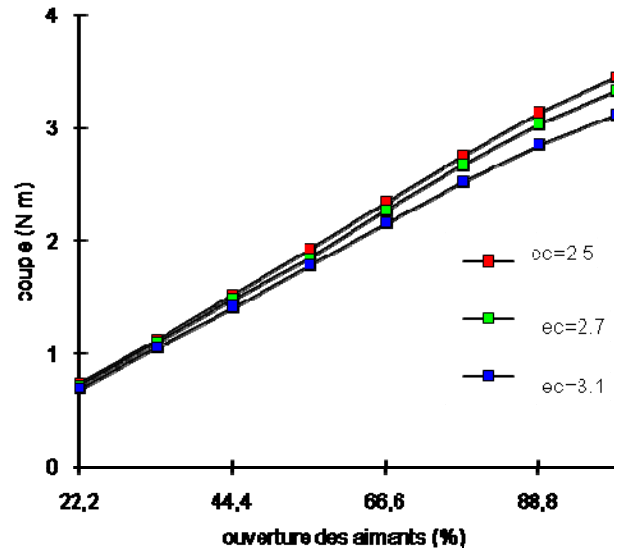


Figure (II-8) : Variation du couple en fonction de l'ouverture des aimants pour différentes épaisseurs de l'enroulement (mm)

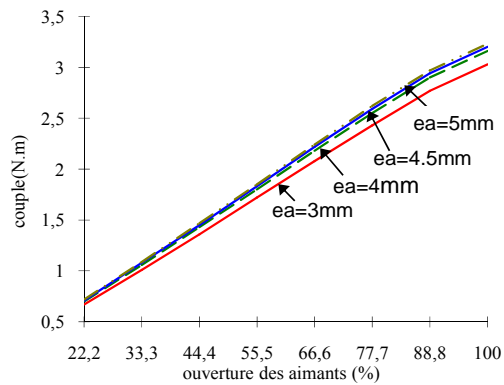


Figure (II-7) : Variation du couple en fonction de l'ouverture des aimants pour différentes épaisseurs des aimants

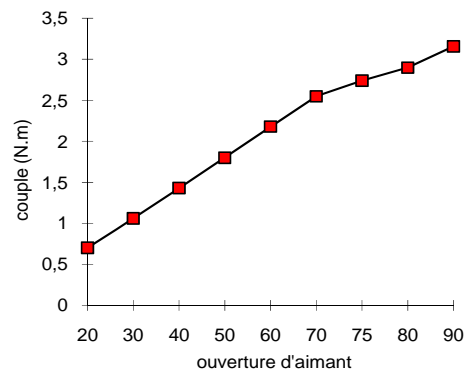


Figure (II-10) : Variation du couple en fonction de l'ouverture d'aimant

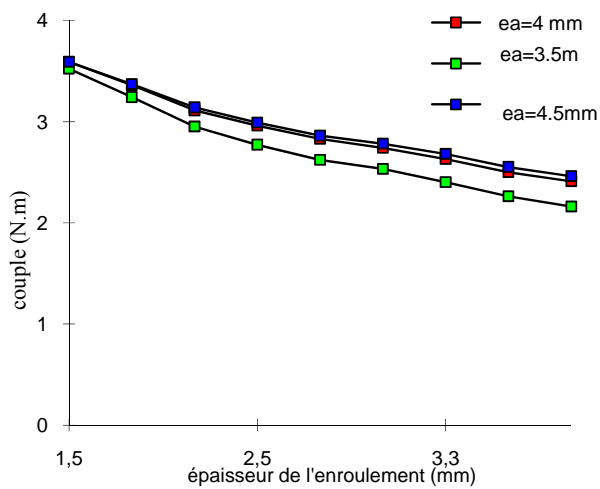


Figure (II-9) : Variation du couple en fonction de l'épaisseur du bobinage pour différentes épaisseurs des aimants

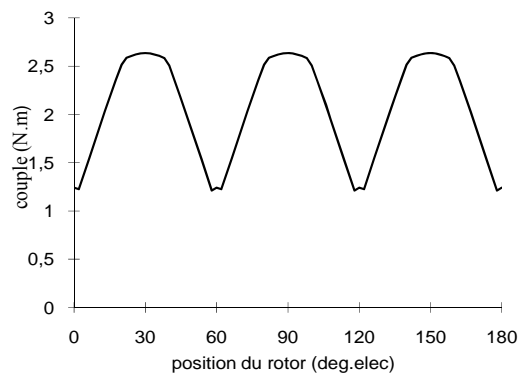


Figure (II-11) : Variation du couple en fonction de la position du rotor (Ondulation du couple de période  $\pi/3p$ )



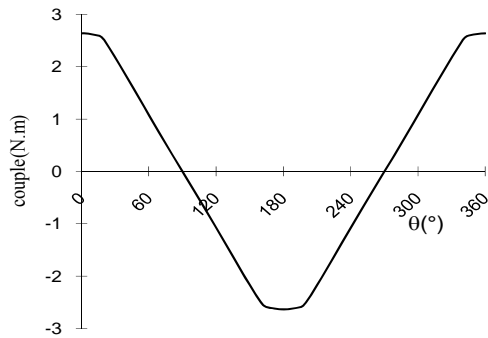


Figure (II-12) : Variation du couple en fonction de la position du rotor

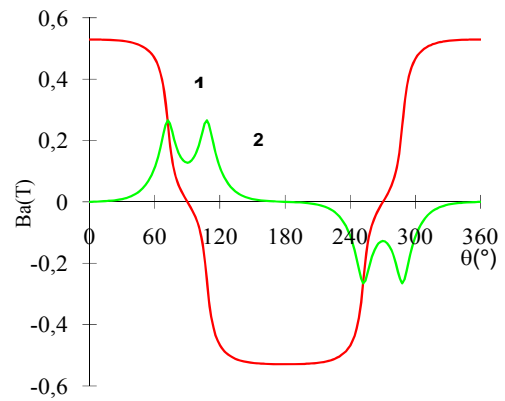


Figure (II-14) : Induction magnétique radiale (1) et tangentielle (2) due aux aimants

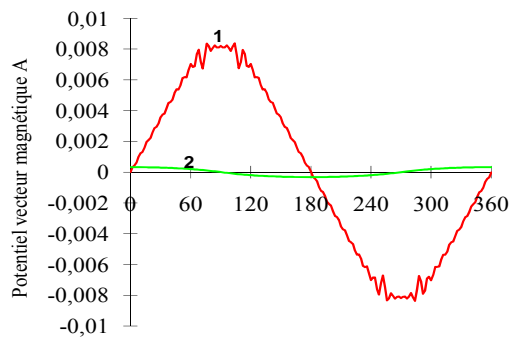


Figure (II-13) : Potentiel vecteur 1) dû aux aimants 2) dû aux courants

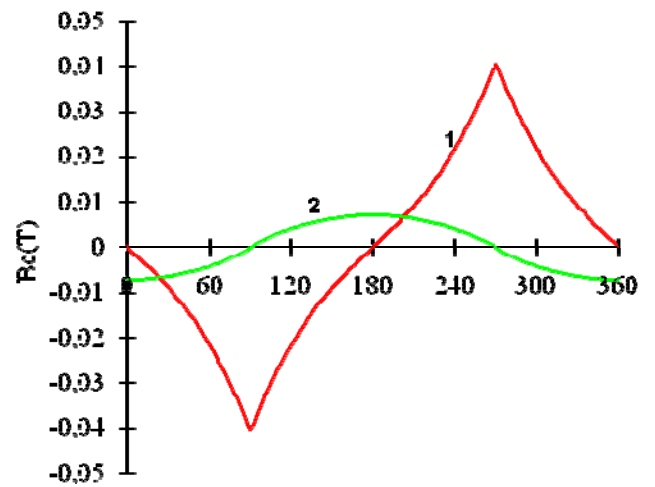


Figure (II-15) : Induction magnétique radiale (2) et tangentielle (1) dues aux courants

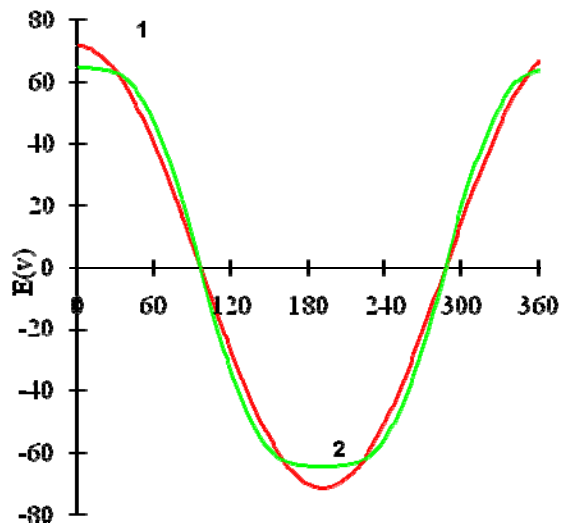


Figure (II-16) : Force électromotrice d'une phase  
1) sans harmoniques 2) avec harmoniques

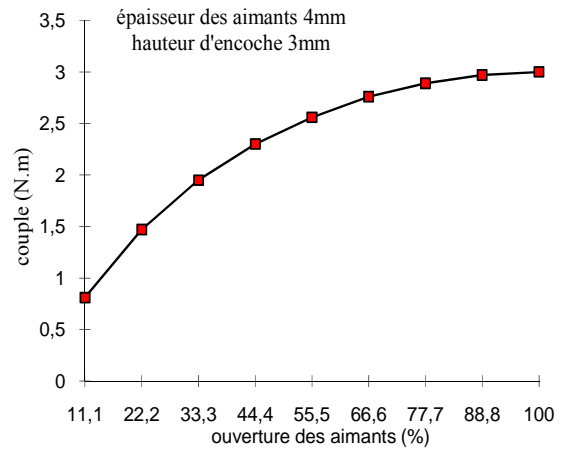


Figure (II-18) : Variation du couple en fonction de l'ouverture d'aimant

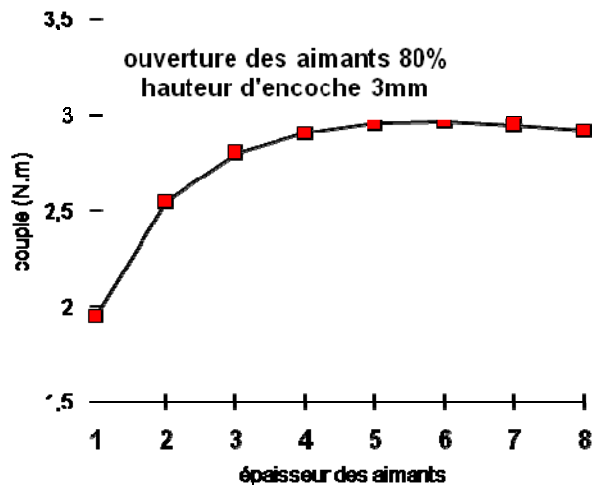


Figure (II-17) : Variation du couple en fonction d'épaisseur d'aimant

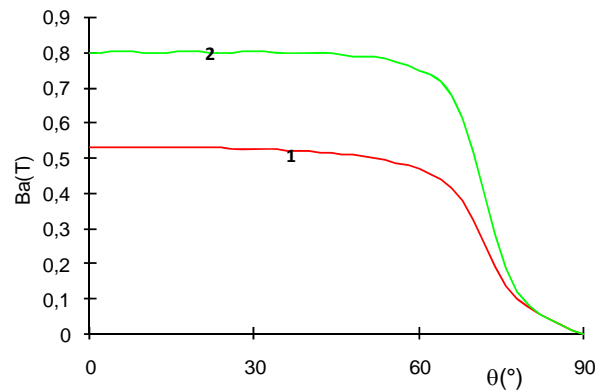


Figure (II-20) : Induction magnétique radiale au niveau des enroulements  
1) stator sans encoches 2) stator avec encoches

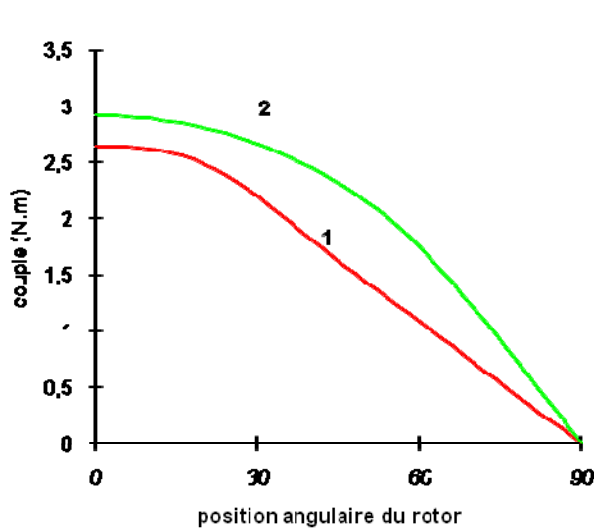


Figure (II.19) : Couple en fonction de la position du rotor 1) stator sans encoches 2) stator avec encoches

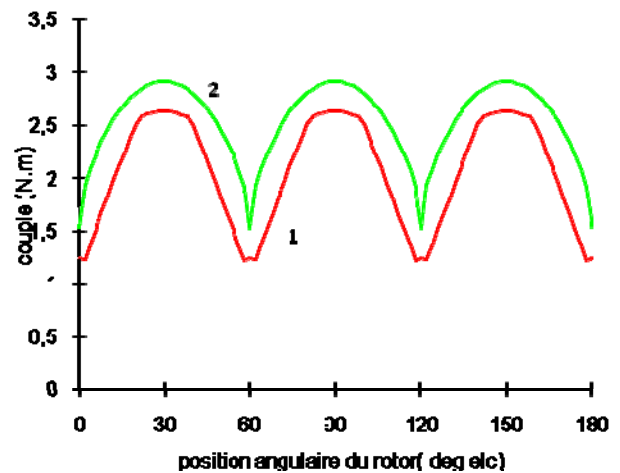


Figure (II-21): Couple en fonction de la position du rotor  
1) stator sans encoches 2) stator avec encoches

## II-12. Calcul du champ magnétique par une Méthode numérique

Dans tout problème physique, la mise en équation constitue la phase préliminaire à une bonne prédiction des phénomènes. Dans le domaine de l'électromagnétisme, les équations décrivant la physique du problème sont connues sous le nom d'équations de Maxwell associées aux lois expérimentales du comportement des milieux qui sont décrits dans le paragraphe II-3, elles apportent la connaissance complète des grandeurs physiques mises en œuvre.

Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais la prise en compte de toutes ces équations pour une résolution complète est très difficile. De plus, suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découpent alors en donnant naissance à des modèles beaucoup plus simples.

En l'absence de solutions analytiques, le recours à l'approximation pour la résolution des équations électromagnétiques s'avère nécessaire. Un calcul numérique des solutions approchées du problème électromagnétique fournit une information sur ces phénomènes bien plus précise, détaillée, exploitable et bien plus économique que des expérimentations grandeur nature ou réduite lorsque ces dernières sont possibles. Les méthodes numériques de discrétisation utilisées pour la résolution des équations mathématiques établies, consistent à ramener la résolution des

équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution des champs électromagnétique (potentiel vecteur magnétique).

Il existe quatre principales méthodes numériques qui sont :

- Méthode des différences finis qui est la plus ancienne [22].
- Méthode des éléments finis qui a été en premier lieu utilisé en mécanique, c'est seulement en 1970 qu'elle est introduite en électrotechnique.
- Méthode des intégrale de frontières qui est basée sur l'utilisation des équation de Green, elle peut être associée avec une solution analytique (méthode semi-numérique).
- Méthode des volumes finis qui est déduite à partir de la méthode des éléments finis, basée sur un nouveau maillage qui permet d'adapter cette méthode aux formes géométriques complexes.

### II-12-1. Modèle et mise en équations en éléments finis

La méthode des éléments finis est une technique très répandue dans les applications pour le calcul du champ magnétique pour les différents types de moteurs électriques. Elle consiste à chercher une solution approchée à partir d'une discrétisation du domaine d'étude.

L'application de la méthode des éléments finis (MEF) pour le calcul du champ magnétique est basée sur la résolution de l'équation suivante [23-25]:

$$Rot\left(\frac{1}{\mu}\right)Rot\vec{A} + J\omega_s\chi\vec{A} = \vec{J}_c \quad (II-96)$$

Avec :  $\omega_s$  vitesse angulaire ;  $\chi$  conductivité ;  $\vec{A}$  potentiel vecteur magnétique et  $\vec{J}_c$  vecteur densité de courant.

Pour un problème en magnétostatique on a  $\omega_s$  est nul d'où :

$$Rot\left(\frac{1}{\mu}\right)Rot\vec{A} = \vec{J}_c \quad (II-97)$$

### II-12-2. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis (MVF) se déduit à partir de la méthode des éléments finis. On résout l'équation aux dérivées partielles de manière approchée sur un maillage. Ce maillage est

constitué de volumes finis. Les volumes finis sont des petits volumes (en 3D, des surfaces en 2D, des segments en 1D) dont la réunion forme le domaine d'étude. Les volumes finis peuvent être construits autour de points d'un maillage initial, mais pas nécessairement.

Les méthodes de volumes finis ont été mises au point initialement pour des lois de conservation, mais des développements récents permettent à présent de les utiliser pour des équations elliptiques et paraboliques [27,28]. Ces équations aux dérivées partielles contiennent des termes de divergence. Les intégrales de volume d'un terme de divergence sont transformées en intégrales de surface en utilisant le théorème flux-divergence. Ces termes de flux sont ensuite évalués aux interfaces entre les volumes finis. On utilise une fonction de flux numérique pour faire une approximation des flux aux interfaces [27-30].

Comme le flux entrant dans un volume donné est égal au flux sortant du volume adjacent, ces méthodes sont conservatives. Ce qui est particulièrement important lorsqu'on résout des lois de conservation.

Un autre avantage de la méthode des volumes finis est qu'elle est facilement utilisable avec des maillages non-structurés. En effet, la formulation d'une méthode de volumes finis ne tient aucun compte de la complexité du maillage, pour ce qui est de la discrétisation des lois de conservation.

### **II-12-2-1 Formes des volumes de contrôle en deux dimensions dans la méthode des volumes finis [26,28,29]**

#### **a. Formes simples**

Le volume de contrôle utilisé est de forme rectangulaire et chaque volume élémentaire entoure un nœud principal P limité par des nœuds voisins (E, W, S, N) et quatre interfaces (e, w, s, n). Ce type ne permet la modélisation des phénomènes électromagnétiques que pour des géométries simples, il est incapable de résoudre les problèmes électromagnétiques de géométries complexes. Pour résoudre ce problème on doit utiliser d'autres types de volumes de contrôle de formes complexes.

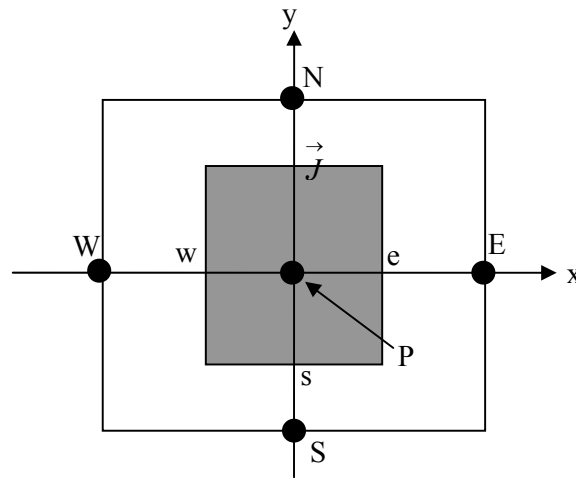


Figure (II-22) : Volume élémentaire dans le plan  $(x, y)$ .

### b. Formes complexes

Il existe plusieurs types des volumes de contrôle sur lesquels la solution est approchée : Par exemple, pour un maillage composé de triangles, il est possible de définir de plusieurs façons les volumes sur lesquels la solution est approchée en moyenne comme présentés par la figure (II-23).

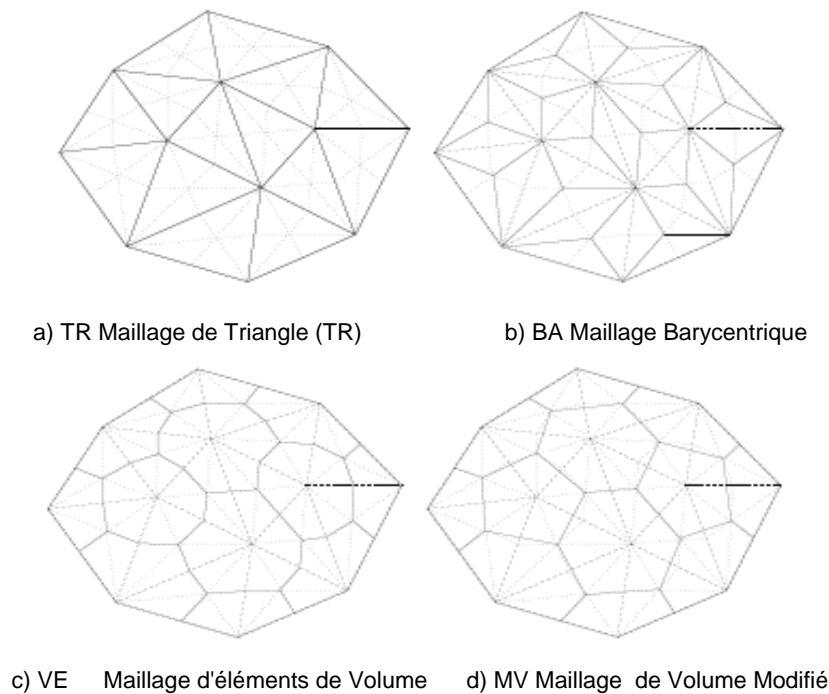


Figure (II-23) : Volumes de contrôle (TR), (BA), (VE), (MV) construits sur un maillage donné.

### II-12-2-2. Discrétisation de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis

Le modèle magnétostatique, dont le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps, implique que le champ électrique  $\vec{E}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$  seront découplés. Le modèle magnétostatique est exprimé par l'équation suivante :

$$\text{grad}(\text{div}\vec{A}) - \text{Rot}(\nu \text{Rot}\vec{A}) = \vec{J} \quad (\text{II-98})$$

Avec :

$\vec{A}$  : Le potentiel vecteur magnétique [T.m],

$\nu$  : La réductivité magnétique [ $\text{m.H}^{-1}$ ],

$\vec{J}$  : La densité du courant [ $\text{A.m}^{-2}$ ].

On s'intéresse à la résolution numérique de l'équation (II-98), où le courant a deux composantes suivant les axes x et y pour le premier dispositif d'étude, et à une seule composante suivant l'axe z pour le deuxième et le troisième dispositifs d'étude.

Pour construire le volume de contrôle de type MV, on doit suivre les étapes suivantes :

- Une première discrétisation sous forme de triangles élémentaires à l'aide d'un mailleur automatique de MATLAB,
- On reliant les centres de gravité de chaque deux triangles voisins.
- On obtient le nouveau volume élémentaire qui est illustré dans la figure (II-24).

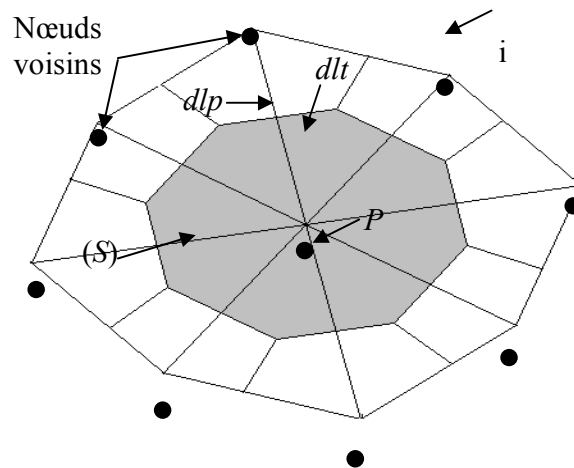


Figure (II-24) : Volumes élémentaires

Chaque volume élémentaire entoure un point dit principal ( $P$ ) et il est délimité dans notre cas par des segments ( $dlt$ ), le nombre de ces derniers est égal aux nombre des nœuds voisins ( $N$ ) de chaque nœud principal. L'intégrale de l'équation (II-98) sur ce volume élémentaire donne [28,29]:

$$\sum_{i=1}^N v_{pi} \frac{A_i - A_p}{dlp_i} dlt_i \sin\left(\vec{dlt}_i, \vec{dlp}_i\right) = -J\Delta S \quad (\text{II-99})$$

Le développement de cette formule conduit à une équation algébrique avec les inconnues  $A_p$  et  $A_i$  :

$$\left( \sum_{i=1}^N v_{pi} \frac{dlt_i}{dlp_i} \sin\left(\vec{dlt}_i, \vec{dlp}_i\right) \right) A_p = \sum_{i=1}^N \left( v_{pi} \frac{dlt_i}{dlp_i} \sin\left(\vec{dlt}_i, \vec{dlp}_i\right) A_i \right) + J\Delta S \quad (\text{II-100})$$

### II-12-3 Résultats

Suite à la symétrie du moteur BLDCM, on étudie seulement une structure pour un seul pôle présenté par la figure (II-25).

La figure (II-26) illustre le type de maillage utilisé pour la résolution de l'équation différentielle (II-97) et qui est de type triangulaire.

La figure (II-27) présente la distribution du potentiel vecteur sous un pas polaire et qui donne un aspect général sur l'influence de l'aimant sur la topologie spatial du champ magnétique et sa distribution dans le moteur et aussi son ordre de grandeur, ce qui est illustré aussi par la figure (II-28).

Nous constatons que le résultat obtenu pour le champ magnétique par la MEF est comparable à celui obtenu par la méthode analytique (Figure (II-29)), ce qui donne une validité pour les résultats issus de la méthode analytique pour le dimensionnement du moteur.

On considère la structure du moteur BLDCM présentée par la figure (II-30). Le maillage par la méthode des volumes finis et la distribution des lignes de champ sont donnés par les figures (II-31- 33).



La figure (II-34) montre la variation du potentiel vecteur en fonction du rayon du moteur, où on déduit que la valeur du potentiel est la même trouvée par la méthode analytique.

On conclut que la méthode des volumes finis illustre mieux la distribution des lignes de champ dans l'entrefer par rapport à la méthode des éléments finis grâce au maillage utilisé.

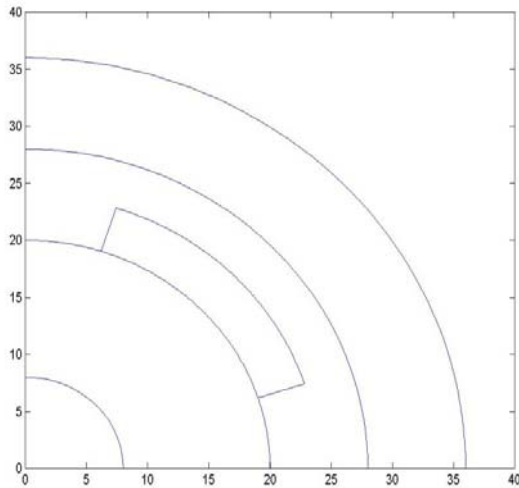


Figure (II-25) : Géométrie pour un pas polaire

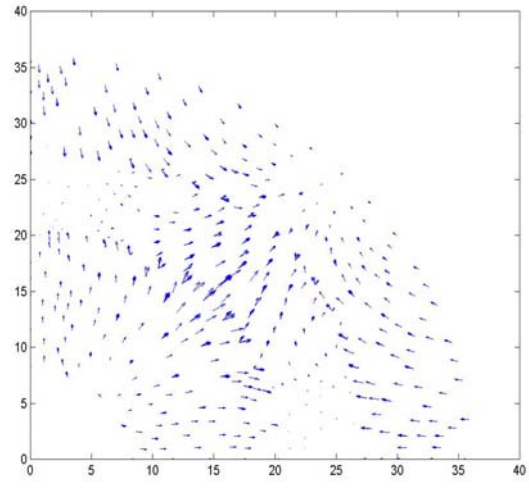


Figure (II-27) : Les vecteurs champs

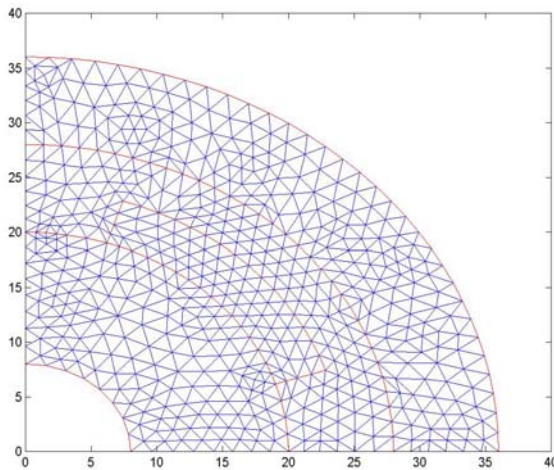


Figure (II-26) : Maillage par éléments finis du moteur BLDCM

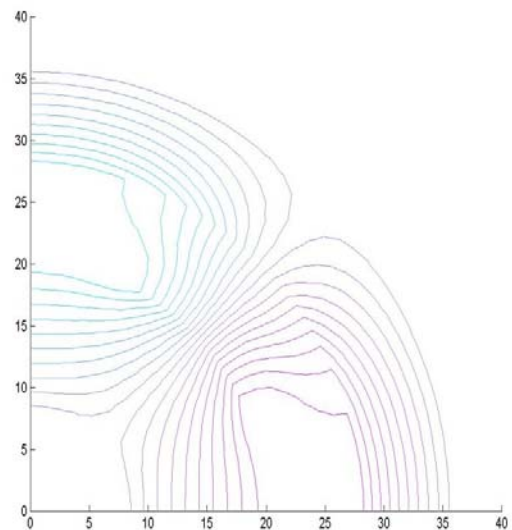


Figure (II-28) : Les lignes équipotentielles

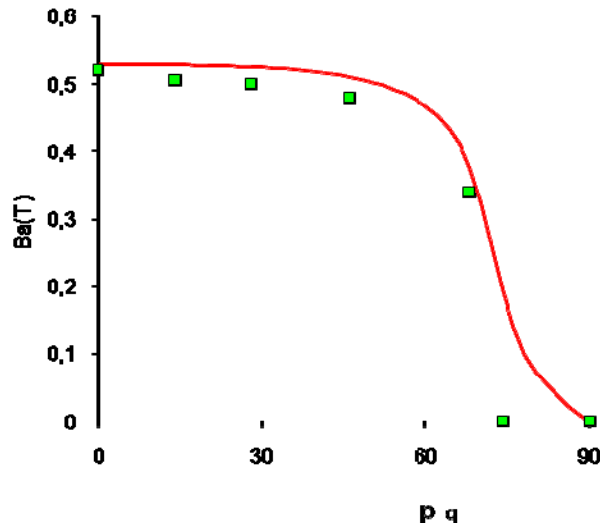


Figure (II-29): Induction magnétique radiale  
■ MEF - analytique

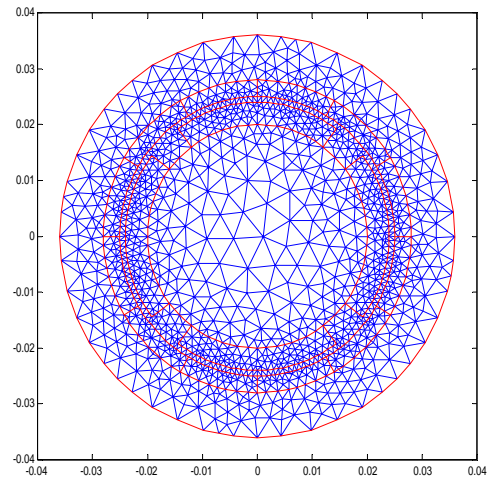


Figure (II-31) : Maillage en volumes finis du moteur BLDCM

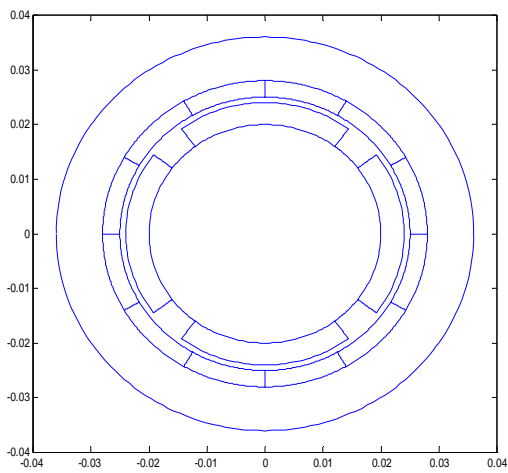


Figure (II-30) Géométrie du moteur BLDCM

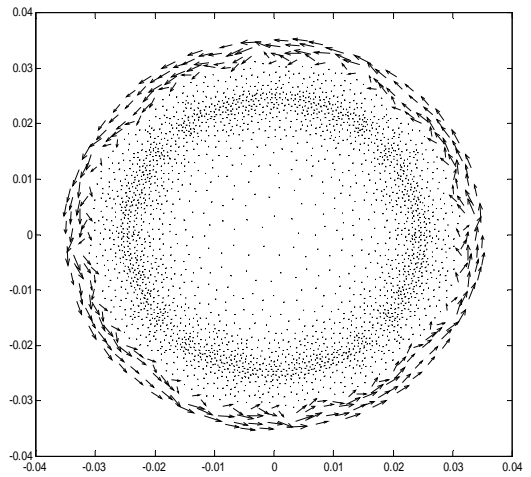


Figure (II-32) : Les vecteurs champs

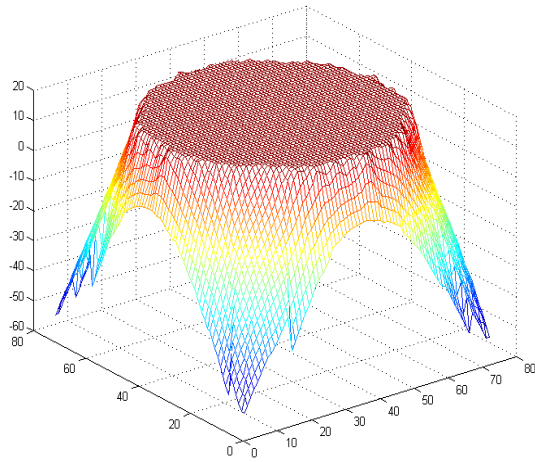


Figure (II-33) : Maillage en volumes finis du moteur BLDCM vue en 3D

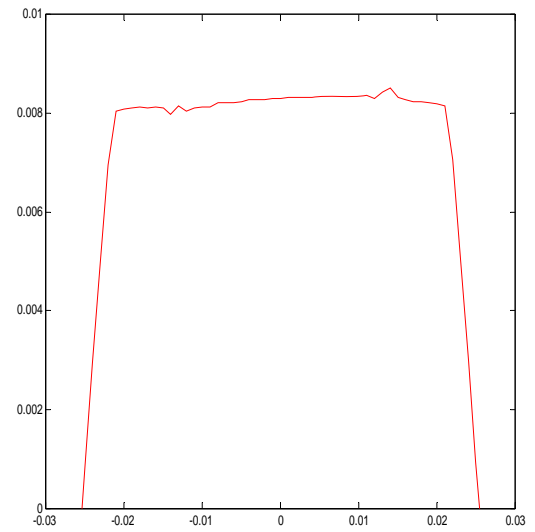


Figure (II-34) : Variation du potentiel vecteur magnétique en fonction du rayon du moteur

## **II-14 Conclusion**

- Les Modèles analytiques utilisés pour le dimensionnement des moteurs à aimants permanents et ceux à reluctance variable sont simples, économiques et suitabilityes pour ce genre de moteur.
- Le modèle de dimensionnement est en 2D et en coordonnées polaires. Les expressions du champ magnétique et du couple sont en fonction des paramètres géométriques du moteur ce qui permet une estimation d'un prototype du moteur.
- Les moteurs à aimants permanents sans encoches sont conçus pour des types d'application qui ne demande pas un fort couple.
- Les résultats obtenus par les méthodes numériques sont voisines à ceux obtenus par les méthodes analytiques ce qui donne une validité à ces résultats analytiques. Ces méthodes nous renseignent mieux sur la distribution et la répartition du champ magnétique dans l'entrefer et l'aimant

### **REFERENCES**

- [1] j. R Hendershot and Miller T. J. E., “ Design of Brushless Permanent Magnet Motors “ Magna Physics and Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [2] A. P. Bogdan, A. Keyhani., A. EL-Antably., W. Lu and M. Dai, “ Analytical Model for Permanent Magnet Motors With Surface Mounted Magnets” IEEE, Transactions on Energy Conversion, Vol. 18, NO-3, pp. 386-391, September 2003.
- [3] Z. Q. Zhu, D. Howe, and C. C. Chan, “Improved Analytical Model for Predicting the Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent-Magnet Machines “IEEE Transactions on Magnetic, VOL. 38, NO. 1, January 2002
- [4] K. F. Rasmussen. “Analytical Prediction of Magnetic Field from Surface Mounted Permanent Magnet Motor” In Proc. Int. Electrical Machines and Drives Conference. Seattle, WA, 1999, pp. 34-36.
- [5] Z. Q. Zhu and D. Howe “Instantaneous magnetic field distribution in Brushless Permanent Magnet DC motors, Part I: open-circuit field” IEEE, Transactions on Magnetic, Vol. 29, pp. 124-134, January 1993.
- [6] B. Laporte, R. Ibtouene and M. Chabane, "Recherche de performances optimales pour une machine synchrone à aimants insérés par une méthode intégrale mettant en jeu une solution analytique". Journal of Physic III France 2, 1992.
- [7] Y.S. Chen, Z.Q. Zhu and D. Howe “ Slotless Brushless Permanent Magnet Machines: Influence of Design Parameters “IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 3, September 1999.
- [8] N. Boules “ Two dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation” IEEE, Transaction on Industry applications, vol. IA-20, pp. 1267-1277, Sep./Oct. 1984.
- [9] A. B. Proca A. keyhani and A. Antably “ Analytical Model for Permanent magnet Motors with Surface Mounted Magnets” In proceeding of: Electric Machines and Drives, 1999. IEMD '99 .
- [10] J. E Gieras “ Analytical Approach to cogging Torque Calculation of PM Brushless Motors”“, Transaction on Industry applications, Vol. 40, NO 5 pp. 1310-1316, Sep./Oct. 2004.
- [11] D. Rahem, K. Srairi, S. M. Mimoune, M. Chabane, S. Srairi and A. Miraoui “ COUPLED ANALYTICAL AND NUMERICAL PREDICTIONS OF PERMANENT MAGNET MOTORS PARAMETERS WITH ELECTRONIC COMMUTATION” . ICEM 2004 KRACOW, POLAND.
- [12] Y.S. Chen, Z.Q. Zhu and D. Howe “ Optimisation of Slotless Brushless Permanent Magnet Machines “ 1997 IEEE. TB2-5.1-5.3
- [13] X. Wang and Q. Li “ “ Analytical Calculation of Air gap Magnetic Field Distribution and Instantaneous Characteristic of Brushless DC Motors “IEEE, Transactions on Magnetic, Vol. 18, No 3 pp. 424-4342 Sept 2003.
- [14] C. Berenger " Contribution à l'étude d'une machine synchrone autopilotée à aimants permanents et à enroulement dans l'entrefer " Thèse de Doctorat INPL France 1989.
- [15] K. Sridhar “ Electromagnetic Models for Slotless PM Synchronous Motor Drives “ IEEE 1995.
- [16] R. Cordon, R. Slemon and X. Liu “ Modeling and design Optimisation of Permanent magnet Motor” Electrical machine and Power System 1992.
- [17] C. Hwang and C. Chang “ Design and analysis of a high power density and high efficiency permanent magnet DC motor” ELSEVIER Journal of Magnetism and Magnetism Materials, vol. 209, pp. 234-236, 2000.

- [18]-D. Rahem, K. Srairi, M.E.H. Benbouzid and M. Chabane “Analysis model for coupled permanent-magnet motor with electronic commutation and water pump powered by photovoltaic array” *Electromotion Journal* Number 3, Sept 2006.
- [19] Z. Q. Zhu and D. Howe “Instantaneous magnetic field distribution in Brushless Permanent Magnet DC motors, Part III: Effect of Stator Slotting” *IEEE, Transactions on Magnetic*, Vol. 29, pp. 124-134, January 1993.
- [20] F. Deng “Commutation - Caused Eddy-Current Losses in Permanent Magnet Brushless DC Motors” *IEEE Transaction on Magnetics* Vol. 33 No 5 Sep 1997.
- [21] D. Zarko, D. Ban and T. A. Lipo “Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap Of a Surface Permanent magnet Motor Using Complex Relative Air Gap Permeance” *IEEE Transaction on Magnetics* Vol 42 No 7 July 2006.
- [22] A. Kostadiris, C. Soras and V. Makios “Magnetostatic Analysis of a Brushless DC Motor Using a Two Dimensionnel Partial Differentiel Equation Solver” *2001Computer Application Endeneering* 2001. pp 93-100.
- [23] M. Propescu, D. M. Ionel, T.J. Miler, S. J. dellinger and M. I. McGilp “Improved finite element computations of torque in brushless permanent magnet motors” *IEE Proc Electr Power Appl* Vol 152 No 2 March 2005.
- [24] C. Schlensook, M. Herranz and K. hameyer “Combined Numerical and Analytical Method for geometry Optimisation of a PM Motor” *IEEE Transaction on Magnetics* Vol 42 No 4 April 2006.
- [25] F. I. Al-Naemi and A. J. Moses “FEM modelling of rotor losses in PM Motors” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 2006.
- [26] F. Pascal, "Sur des méthodes d'approximation effectives et d'analyse numérique pour les équations de la mécanique des fluides," *Habilitation à diriger des recherches. Spécialité mathématique. Université de Paris sud. Centre d'ORSAY*, 2002.
- [27] K. Srairi, M. Féliachi and Z. Ren, “Electromagnetic Actuator Behavior Analysis Using Finite Element and Parameterization Methods,” *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 31, No. 6, pp. 3497-3499, November 1995.
- [28] F. Benkhaldoun and R. Vilsmeier, «Finite volumes for complex applications,” *Rouen 1996. Hermes. Paris*.
- [29] M. L. Khene, K. Srairi, S. M. Mimoune et L. Alloui “Utilisation du Maillage en Volumes Finis Modifiés pour la Modélisation Bidimensionnelle des Phénomènes Electromagnétiques dans les Dispositifs Electriques » *PCSE'06 OEB Algérie* 20006.
- [30] M. Meroth, T. Gerber, C. D. Munz, P. L. Levin and A. J. Shwab, "Numerical solution of nonstationary charge coupled problems," *Elseivier. Journal of Electrostatics* 45(1999), 177-198.

## Chapitre III

### Optimisation d'un moteur à reluctance variable (MRV)

#### III-1 Introduction.

Les MRV sont des ensembles trop complexes, plusieurs lois interviennent dans leurs fonctionnements. Pour qu'il soit possible de déterminer directement les grandeurs magnétiques ou électriques qui les caractérisent, il est nécessaire de définir des modèles fiables pour les analyser. Dans ce cas, on peut utiliser des méthodes numériques ou bien des méthodes analytiques ; seulement ces dernières sont limitées à des géométries simples, elles permettent de simplifier le problème et de donner une explication globale des phénomènes. Néanmoins, on peut associer les deux techniques afin d'obtenir des résultats plus précis. Puisque, en général, la détermination des réluctances de chaque partie magnétique est la base de l'étude des MRV, on utilise pour le dimensionnement et l'optimisation d'un moteur à reluctance variable une méthode analytique basée sur le calcul des perméances et des inductances.

#### III-2 Rappel sur l'énergie et la coénergie.

##### III-2-1 Reluctance variable.

Pour un circuit magnétique, la reluctance est donnée par :

$$\mathfrak{R} = \frac{F}{\phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{l}{\mu S} \quad (\text{III-1})$$

Avec ;  $\mathfrak{R}$  est la reluctance,  $F$  force magnétomotrice (mmf),  $H$  intensité du champ magnétique dans l'entrefer,  $l$  et  $S$  la longueur et la section du circuit magnétique,  $B$  induction magnétique et  $\mu$  perméabilité relative du matériau.

La reluctance du circuit magnétique varie en fonction de la position du rotor selon la variation des paramètres  $l$ ,  $S$  et  $\mu$ .

Dans les MRV, l'inductance  $L$  est généralement utilisée avec la reluctance pour la représentation du modèle du moteur. La relation entre l'inductance et la reluctance est :

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (\text{III-2})$$

Où ;  $i$  est le courant de phase et  $N$  le nombre de spires par phase.

Quand le pôle rotorique est aligné avec celui du stator, le couple n'existe pas puisque les lignes de champ sont perpendiculaires sur la surface. Dans cette position, l'inductance a une valeur maximale tandis que la reluctance est minimale. Dans le cas où les deux pôles ne sont

pas alignés, la reluctance à une valeur maximale. La figure (III-1) présente la variation de l'inductance en fonction de la position du rotor. A partir de l'angle  $\theta_2$  le chevauchement entre les pôles stator et rotor commence jusqu'à un angle  $\theta_3$  où le pôle stator recouvre totalement le pôle rotor. Entre les angles  $\theta_2$  et  $\theta_3$ , l'inductance varie linéairement avec la position du rotor jusqu'à une valeur  $L_{\max}$ . A partir de l'angle  $\theta_4$  le chevauchement entre les deux pôles arrive à sa fin et l'inductance commence à diminuer jusqu'à sa valeur minimale ( $L_{\min}$ ) [1,2].

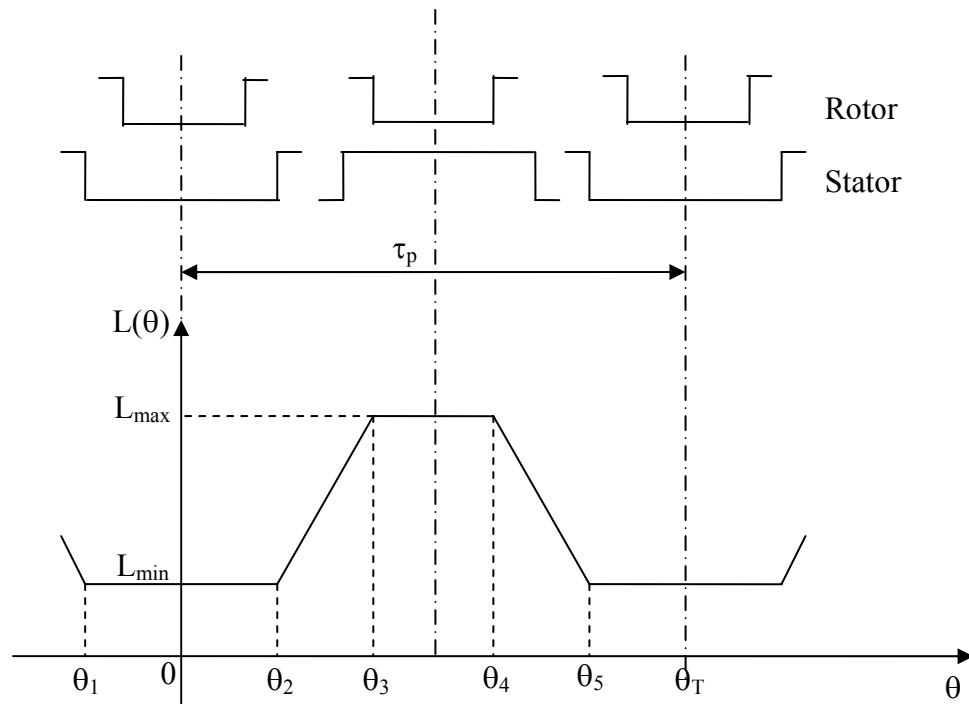


Figure (III-1) : Variation de l'inductance en fonction de la position du rotor

### III-2-2 Energie et coénergie

L'énergie et la coénergie magnétique pour un moteur tournant sont définies par les relations [3-5] :

$$W_m = \int_0^{i_0} i(\theta, i) d\phi \quad (\text{III-3})$$

$$W_c = \int_0^{\phi_0} i.d\phi(\theta, i) \quad (\text{III-4})$$



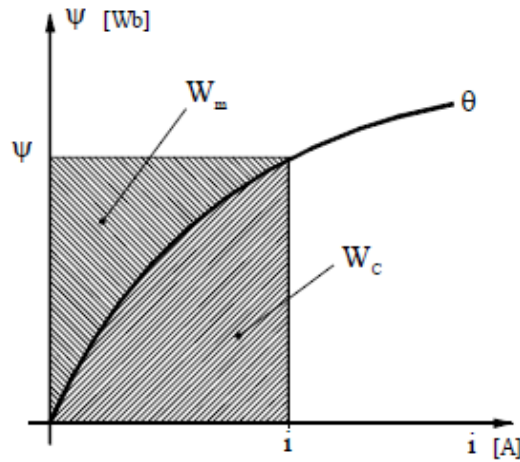


Figure (III-2) : Définition de l'énergie et de la coénergie

Pour un déplacement  $\Delta\theta$ , le flux se déplace entre deux positions ( $\theta_a, \theta_b$ ) se qui résulte en un travail mécanique  $\Delta W_{mc}$  qui peut être exprimé par :

$$\Delta W_{mc} = \Gamma \cdot \Delta\theta \quad (\text{III-5})$$

Donc, le couple  $\Gamma$  est définit par l'équation :

$$\Gamma = \frac{\Delta W_{mc}}{\Delta\theta} = \frac{\int_0^i \phi(\theta_a, i) di - \int_0^i \phi(\theta_b, i) di}{\Delta\theta} \quad (\text{III-6})$$

Pour un courant  $i$  et  $\Delta\theta \rightarrow 0$ , le couple instantané est obtenu par l'expression :

$$\Gamma = \frac{\partial}{\partial\theta} \int_0^i \phi(\theta, i) di \quad (\text{III-7})$$

Le flux  $\phi$  est égal à :

$$\phi(\theta, i) = L(\theta) i \quad (\text{III-8})$$

Donc, l'expression (III-7) devient :

$$\Gamma = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta} \quad (\text{III-9})$$

### III-3 Méthodes d'analyse de la MRV

Généralement, nous utilisons des méthodes numériques pour la résolution des systèmes d'équation aux dérivées partielles de l'électromagnétiques et pour l'optimisation du moteur MRV. Pour cette étude, nous allons présenter des modèles analytiques simples et susceptibles de donner des résultats satisfaisants.

**III-3-1 Modèle de l'inductance.**

A partir de la figure (III-1), on peut tirer les équations de l'inductance comme suit :

$$\begin{aligned}
 0 \rightarrow \theta_2 : L(\theta) &= L_{\min} \\
 \theta_2 \rightarrow \theta_3 : L(\theta) &= \frac{L_{\max} - L_{\min}}{\theta_3 - \theta_2} \theta + \frac{L_{\max} \theta_3 - L_{\min} \theta_2}{\theta_3 - \theta_2} \\
 \theta_3 \rightarrow \theta_4 : L(\theta) &= L_{\max} \\
 \theta_4 \rightarrow \theta_5 : L(\theta) &= \frac{L_{\max} - L_{\min}}{\theta_5 - \theta_4} \theta + \frac{L_{\max} \theta_5 - L_{\min} \theta_4}{\theta_5 - \theta_4} \\
 \theta_5 \rightarrow \theta_T : L(\theta) &= L_{\min}
 \end{aligned} \tag{III-10}$$

Nous remarquons que l'équation de l'inductance est périodique, donc développable en série de Fourier [6-8] :

$$L(\theta) = a_0 + \sum_n \left( a_n \cos n \frac{2\pi\theta}{\theta_T} + b_n \sin n \frac{2\pi\theta}{\theta_T} \right) \tag{III-11}$$

Comme la forme de  $L(\theta)$  est symétrique,  $b_n=0$ , donc :

$$L(\theta) = a_0 + \sum_n \left( a_n \cos n \frac{2\pi\theta}{\theta_T} \right) \tag{III-12}$$

Les coefficients  $a_0$  et  $a_n$  sont donnés par les expressions suivantes:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T L(\theta) d\theta \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T L(\theta) \cos n \frac{2\pi\theta}{\theta_T} d\theta \tag{III-13}$$

Soit :

$$a_0 = \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \left[ \begin{aligned} & L_{\min} \theta_2 + \frac{(L_{\min} + L_{\max})(\theta_3^2 + \theta_2^2)}{2(\theta_3 - \theta_2)} + (L_{\min} \theta_3 - L_{\max} \theta_2) + L_{\max} (\theta_4 - \theta_3) \\ & + \frac{(L_{\min} + L_{\max})(\theta_5^2 + \theta_4^2)}{2(\theta_5 - \theta_4)} + (L_{\min} \theta_5 - L_{\max} \theta_4) + L_{\min} (\theta_T - \theta_5) \end{aligned} \right] \tag{III-14}$$

$$\begin{aligned}
a_n = & \frac{2}{\theta_T} \left[ L_{\min} \frac{\theta_T}{2\pi n} \sin \frac{2\pi n \theta_2}{\theta_T} \right] + \left[ \frac{L_{\max} - L_{\min}}{\theta_3 - \theta_2} \left\{ \frac{\theta_T}{2\pi n} \left( \theta_1 \sin \frac{2\pi n \theta_3}{\theta_T} - \theta_T \sin \frac{2\pi n \theta_1}{\theta_T} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \left( \frac{\theta_T}{2\pi n} \right)^2 \left( \sin \frac{2\pi n \theta_3}{\theta_T} - \sin \frac{2\pi n \theta_1}{\theta_T} \right) \right\} \right] \\
& + \left[ \frac{L_{\min} \theta_3 - L_{\max} \theta_2}{\theta_3 - \theta_2} \frac{\theta_T}{2\pi n} \left( \sin \frac{2\pi n \theta_4}{\theta_T} - \sin \frac{2\pi n \theta_3}{\theta_T} \right) \right] + L_{\max} \frac{\theta_T}{2\pi n} \left( \sin \frac{2\pi n \theta_4}{\theta_T} - \sin \frac{2\pi n \theta_3}{\theta_T} \right) \\
& + \left[ \frac{L_{\min} - L_{\max}}{\theta_5 - \theta_4} \left\{ \frac{\theta_T}{2\pi n} \left( \theta_5 \sin \frac{2\pi n \theta_5}{\theta_T} - \theta_4 \sin \frac{2\pi n \theta_4}{\theta_T} \right) + \left( \frac{\theta_T}{2\pi n} \right)^2 \left( \sin \frac{2\pi n \theta_5}{\theta_T} - \sin \frac{2\pi n \theta_4}{\theta_T} \right) \right\} \right] \\
& + \left[ \frac{L_{\max} \theta_5 - L_{\min} \theta_4}{\theta_5 - \theta_4} \frac{\theta_T}{2\pi n} \left( \sin \frac{2\pi n \theta_5}{\theta_T} - \sin \frac{2\pi n \theta_4}{\theta_T} \right) \right] + L_{\min} \frac{\theta_T}{2\pi n} \left( \sin \frac{2\pi n \theta_5}{\theta_T} - \sin \frac{2\pi n \theta_4}{\theta_T} \right)
\end{aligned} \tag{III-15}$$

On peut déduire les inductances  $L_{\max}$  et  $L_{\min}$  en utilisant les formules classiques suivantes [9] :

$$L_{\max} = N^2 \frac{D_s L_u \pi \mu_0}{8 N_r N_s e} \tag{III-16}$$

$$L_{\min} = N^2 \frac{D_s L_u \pi \mu_0 + 4 L_u N_r N_s R_{pr} \mu_0}{4 N_r N_s R_{pr}} \tag{III-17}$$

Avec :

- $D_s$  diamètre intérieur du stator ;
- $L_u$  longueur du rotor ;
- $N_r$  nombre de pôles rotorique ;
- $N_s$  nombre de pôles statorique ;
- $e$  l'entrefer ;
- $R_{pr}$  hauteur du pôle rotorique.

Le couple est déduit à partir de l'équation (III-8) :

$$\Gamma = \frac{1}{2} i^2 \sum_n \frac{-\theta_T}{2\pi n} \sin \frac{2\pi n}{\theta_T} \theta \tag{III-18}$$

$n$  est le nombre d'harmoniques

### III-3-2. Modèle de la perméance

La détermination des perméances de chaque partie du circuit magnétique est à la base de l'étude de la machine à reluctance variable. Pour le calcul de la perméance, on étudie seulement un pas dentaire qui constitue du point de vue magnétique un domaine élémentaire,

puisque ce qui se passe dans ce domaine représente ce qui se passera dans les autres parties de la machine (cette étude est valable lorsque la machine possède les mêmes pas dentaires au stator et au rotor) [9-11].

Les hypothèses prises dans cette étude sont :

- La perméabilité des tôles magnétiques est infinie.
- La profondeur de l'encoche est infinie.
- On considère la machine à étudier comme ayant une longueur infinie.

La structure du moteur MRV à étudier est de type 6/8 présentée par la figure (III-3).

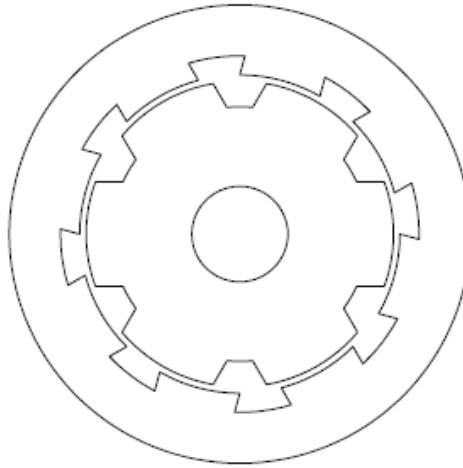


Figure (III-3) : Structure d'un MRV de type 6/8.

La perméance est définie à partir de la reluctance selon l'équation :

$$P = \frac{1}{\Re} = \frac{\mu_0 S}{l} \quad (\text{III-19})$$

La perméance comme l'inductance varie en fonction de la position du rotor. En effet, elle varie entre deux valeurs (  $P_{max}$  et  $P_{min}$  ). Un développement linéaire d'un pas dentaire (dents statorique et rotorique) est présenté par la figure (III-4).

La perméance d'un pas dentaire peut s'écrire :

$$P(V_m, \theta) = \frac{\phi(V_m, \theta)}{V_m} \quad (\text{III-20})$$

Où,  $\phi$  est le flux traversant un pas dentaire,  $V_m$  représente la différence de potentiel magnétique.

Puisque la variation de la perméance est périodique, on peut la décomposer en série de Fourier [10-16]:

$$P(V_m, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(V_m) \cos n\theta \quad (\text{III-21})$$

En se limitant au 1<sup>er</sup> harmonique, on obtient :

$$P(V_m, \theta) = P_0 + P_1(V_m) \cdot \cos \theta \quad (\text{III-22})$$

Les deux fonctions  $P_0$  et  $P_1$  sont choisies selon les deux positions ( $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ ), puisque ces deux positions sont les limites de l'énergie transmise sur un pas dentaire.

On peut écrire l'expression précédente sous la forme :

$$P(V_m, \theta) = \frac{P(V_m, 0) + P(V_m, \pi)}{2} + \frac{P(V_m, 0) - P(V_m, \pi)}{2} \cdot \cos(\theta) \quad (\text{III-23})$$

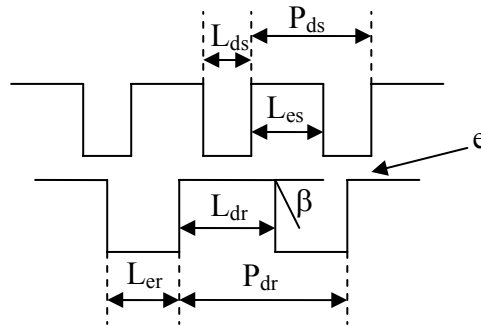


Figure (III-4) : Développement linéaire simplifié des dents statorique et rotorique

Avec :

- $L_{es}$  largeur d'encoche statorique ;  $L_{er}$  largeur d'encoche rotorique ;  $L_{ds}$  largeur de la dent statorique ;  $L_{dr}$  largeur de la dent rotorique ;  $P_{dr}$  pas dentaire rotorique ;  $P_{ds}$  pas dentaire statorique.
- $\beta \geq 1$  radian, angle d'inclinaison de la paroi introduite dans le cas d'une approximation des lignes de champ, où on approche ces lignes par des segments rectilignes dans l'entrefer et arcs de cercles dans les encoches. Cette hypothèse est valable tant que l'entrefer est faible [ 9,10].

### III-3-2-1 Calcul de la perméance max.

Lorsque les dents statorique et rotorique sont face à face, nous avons une perméance maximale. Afin de calculer cette perméance, on divise le domaine d'étude en quatre sous domaines selon la distribution des lignes de champ comme la figure (III-5). Par la suite, on calcule la perméance de chaque sous domaine.

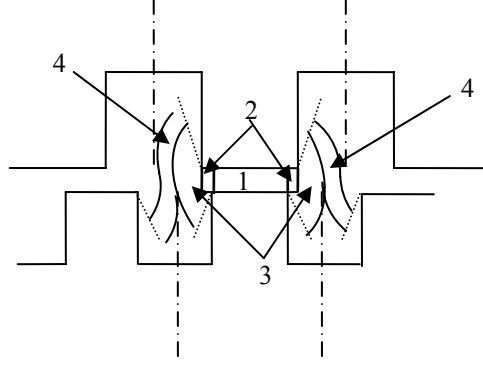


Figure (III-5) : Modèle de calcul de la perméance maximale.

- La perméance du domaine 1 est :

$$P_{\max 1} = \frac{\mu_0 \cdot L_{dr}}{e} \quad (\text{III-24})$$

- La perméance du domaine 2 est :

$$P_{\max 2} = \int_0^{(L_{ds}-L_{dr})/2} 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{dx}{e + \beta x} = \mu_0 \cdot \frac{2}{\beta} \cdot \log \left( 1 + \beta \frac{L_{ds} - L_{dr}}{2e} \right) \quad (\text{III-25})$$

- La perméance du domaine 3 est :

$$\begin{aligned} P_{\max 3} &= \int_0^{(L_{ds}-L_{dr})/2} 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{dx}{\beta x + e + \beta(x + (L_{ds} - L_{dr})/2)} \\ &= \frac{\mu_0}{\beta} \cdot \left\{ \log \left( 1 + \beta \frac{P_{dr} - L_{dr} - L_{er}}{2e} \right) - \log \left( 1 + \beta \frac{L_{ds} - L_{dr}}{2e} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{III-26})$$

- La perméance du domaine 4 est :

$$\begin{aligned} P_{\max 4} &= \int_0^{(P_{ds}-P_{dr})/2} 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{dx}{\beta(x + (P_{dr} - L_{ds})/2) + e + \beta(L_{es}/2 - x)} \\ &= \frac{2 \cdot \mu_0}{\beta} \cdot \frac{(P_{ds} - P_{dr})}{\beta(P_{dr} - L_{ds} + L_{er}) + 2e} \end{aligned} \quad (\text{III-27})$$

Alors, la perméance maximale du pas dentaire est :

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \sum_{i=1}^4 (P_{\max})_i \\ &= \mu_0 \left\{ \frac{L_{dr}}{e} + \frac{1}{\beta} \log \left( 1 + \beta \frac{L_{ds} - L_{dr}}{2e} \right) + \frac{1}{\beta} \log \left( 1 + \beta \frac{P_{dr} - L_{ds} + L_{er}}{2e} \right) + \frac{2 \cdot (P_{ds} - P_{dr})}{\beta(P_{dr} - L_{ds} + L_{er}) + 2e} \right\} \end{aligned} \quad (\text{III-28})$$

### III-3-2-2 Calcul de la perméance minimale

Dans ce cas, la dent est en face d'une encoche, de la même façon on divise le pas dentaire en trois domaines différents (figure : III-6).

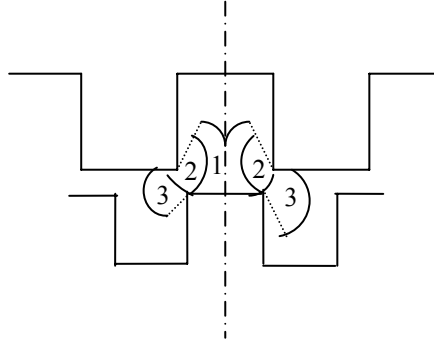


Figure (III-6) : Modèle de calcul de la perméance minimale.

- La perméance minimale du domaine 1 est :

$$P_{\min 1} = \int_0^{L_{ds}/2} 2 \cdot \mu_0 \frac{dx}{e + \beta(x + (L_{er} - L_{ds})/2)}$$

$$= \mu_0 \frac{2}{\beta} \log \frac{2e + \beta L_{er}}{2e + \beta(L_{er} - L_{ds})} \quad (\text{III-29})$$

- La perméance minimale du domaine 2 est :

$$P_{\min 2} = \int 2 \cdot \mu_0 \frac{dx}{e + \beta x + \beta((L_{es} - L_{ds})/2 - x)}$$

$$= \mu_0 \frac{2(L_{er} - L_{ds})}{2e + \beta(L_{er} - L_{ds})} \quad (\text{III-30})$$

- La perméance minimale du domaine 3 est :

$$P_{\min 3} = \int 2 \cdot \mu_0 \frac{dx}{e + \beta(x + (L_{er} - L_{ds})/2)}$$

$$= \frac{2 \cdot \mu_0}{\beta} \log \frac{2e + \beta L_{es}}{2e + \beta(L_{er} - L_{ds})} \quad (\text{III-31})$$

La somme des trois perméances nous donne la perméance minimale d'un pas dentaire.

### III-2-2-3 Calcul de la perméance équivalente

La perméance d'un pas dentaire est donnée par l'équation (III-23) pour le premier harmonique. On peut écrire que :

$$P(V_m, 0) = P_{\max} \quad \text{et} \quad P(V_m, \pi) = P_{\min}$$

Donc, on obtient :

$$P(F, \theta) = \frac{P_{\min} + P_{\max}}{2} + \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} \cdot \cos(\theta) \quad (\text{III-32})$$

La permeance d'un pas dentaire est :

$$P_t(V_m, \theta) = Z \cdot P(V_m, \theta) \quad (\text{III-33})$$

Z est le nombre des dents dans le pas dentaire.

### III-2-3 Calcul du flux.

La reluctance totale d'un circuit fer-entrefer est à tout moment :

$$\mathfrak{R} = \frac{V_m(t)}{\phi(V_m, \theta)} \quad (\text{III-34})$$

Ce qui fait que la relation entre la permeance et le flux est :

$$\phi(V_m, \theta) = V_m(t) \cdot P(V_m, \theta) \quad (\text{III-35})$$

En considérant l'équation (III-31), on peut écrire le flux sous la forme :

$$\phi(V_m, \theta) = V_m(t) \cdot \left[ \frac{P_{\min} + P_{\max}}{2} + \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} \cdot \cos(\theta) \right] \quad (\text{III-36})$$

En tenant compte des harmoniques, le flux est de la forme :

$$\phi(V_m, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(V_m) \cos n\theta \quad (\text{III-37})$$

### III-2-4 Calcul du couple.

A partir des équations (III-7) et (III-8), on écrit :

$$\Gamma = \frac{1}{2} \cdot V_m^2 \cdot \frac{dP(V_m, \theta)}{d\theta} \quad (\text{III-38})$$

D'où on obtient, le couple instantané pour un nombre de dents rotorique  $Z_r$  et une fem constante  $V_{m0}$ :

$$\Gamma = \frac{Z_r}{2} \cdot V_{m0}^2 \cdot P_1(V_{m0}) \cdot \sin(Z_r \cdot \theta) \quad (\text{III-39})$$

## III-3 Optimisation d'une structure d'un MRV

En se basant sur les deux modèles précédents, on peut faire une analyse appropriée sur les MRV. Les grandeurs à optimiser, sont le couple, la permeance et le flux en fonctions soit des grandeurs géométriques du moteur, à savoir le nombre de dents statorique et rotorique qui



sont liées par la relation :  $Z_s - Z_r = \pm p$  ( $p$  est le nombre de paire de pôles), les valeurs des pas dentaires (stator ou rotor), l'entrefer ainsi que la fem.

Les figures (III-7,8 et 9) présentent la variation de la permeance, le flux et l'inductance en fonction de la position, en tenant compte des harmoniques.

L'allure de la permeance d'un pas dentaire est illustrée sur la figure (III-10), ou elle varie entre deux valeurs extrêmes  $P_{max}$  et  $P_{min..}$ , dont les valeurs sont influés par différents paramètres de la machine à savoir l'entrefer (figure-III.11,14), où on remarque que pour de faibles épaisseurs d'entrefer on obtient des valeurs importantes que ce soit de la permeance, du flux ou du couple (figure -12,13 et 21). Cela est due à la présence du flux de fuite qui augmente au fur est à mesure que l'entrefer décroît. Le nombre de dents statorique et rotorique influe aussi sur les allures du couple, permeance et le flux. De l'augmentation des nombres de dents rotorique résulte une croissance du couple et du flux (figure- III, 18, 19,20). La vitesse de la machine augmente avec le croisement des nombres de dents, comme on le voit sur les figures présentant l'allure de l'inductance (figure-III.22, 23).

Le flux ou le couple sont proportionnelles à la fem, dont l'influence apparait dans la zone linéaire puisque la saturation est négligée.

En prenant  $\beta=1.1$  (pour une inclinaison de la dent), on remarque à travers la figure (III-24) la diminution du taux d'harmoniques par rapport aux dents rectangulaires.

Donc, on peut dire que pour le moteur MRV, plusieurs paramètres sont mises en jeu pour son optimisation, ce qui nous oblige à bien définir les caractéristiques du moteur et le type d'application.

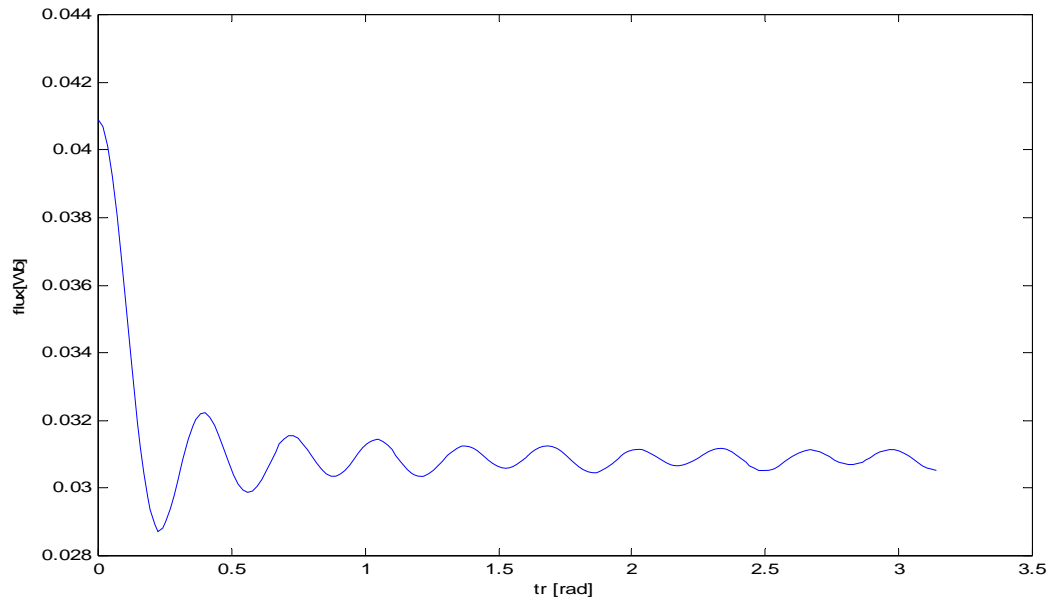


Figure (III-7) : Variation du flux pour un nombre d'harmoniques  $n=100$

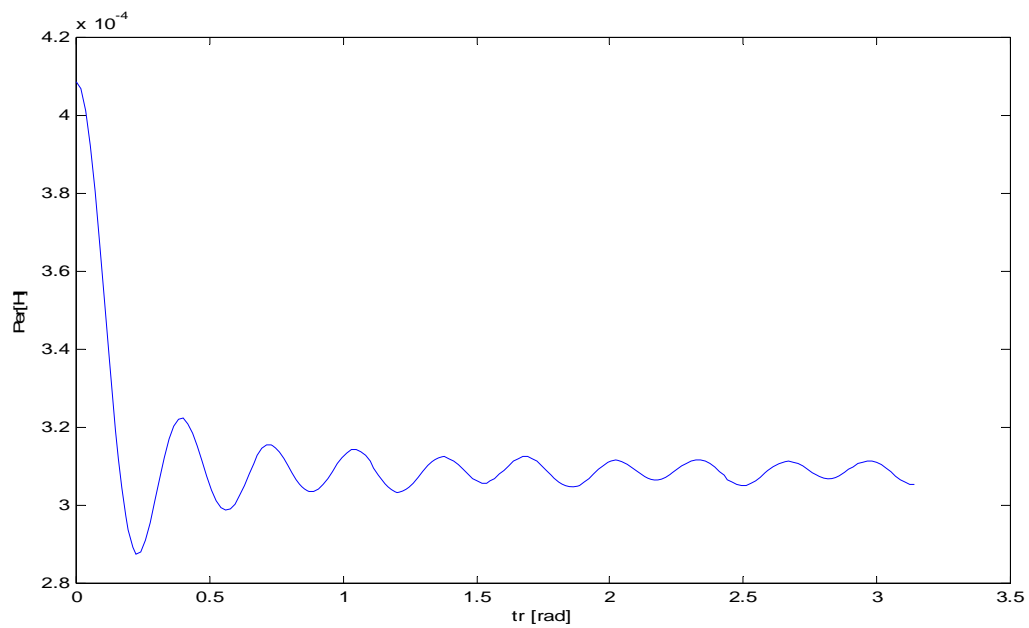


Figure (III-8) : Variation de la permeance pour un nombre d'harmoniques  $n=100$

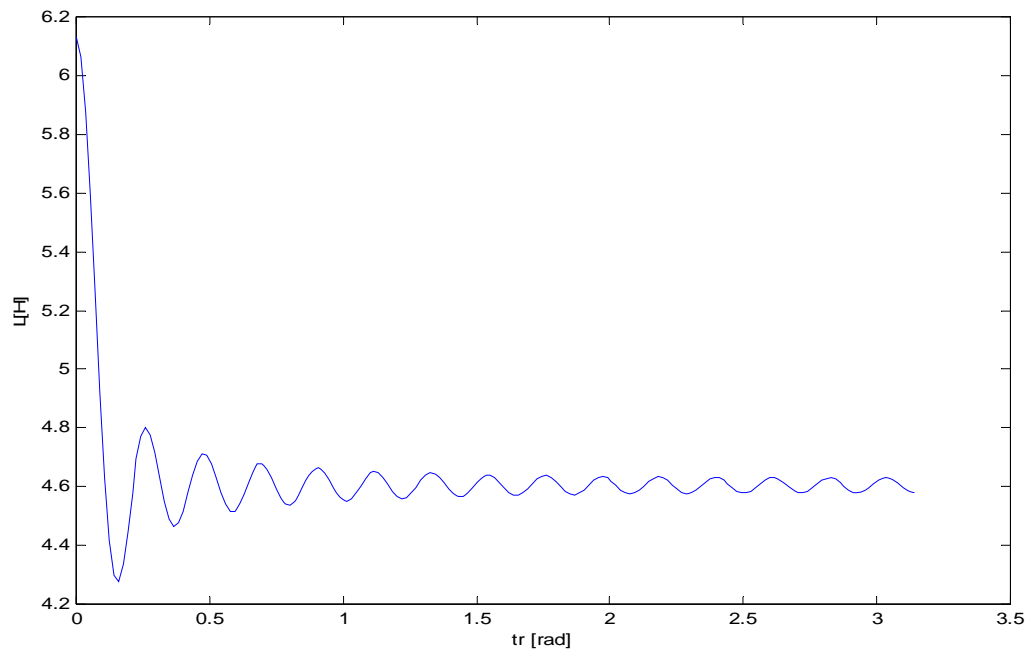


Figure (III-9) : Variation de l'inductance pour un nombre d'harmoniques  $n=100$

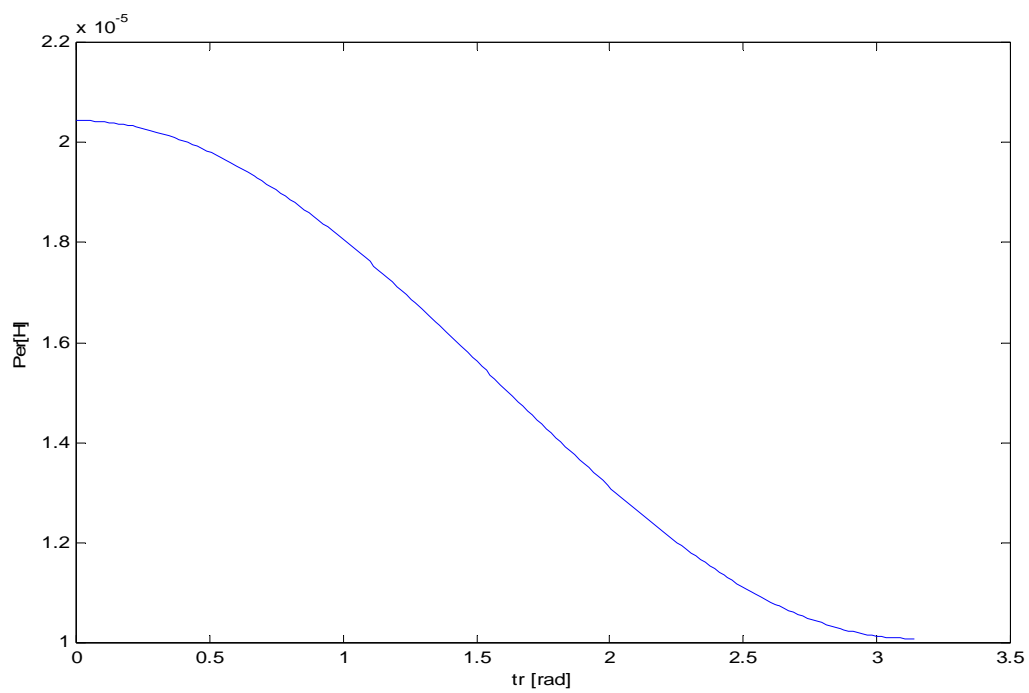


Figure (III-10) : Variation de la permeance en fonction de la position

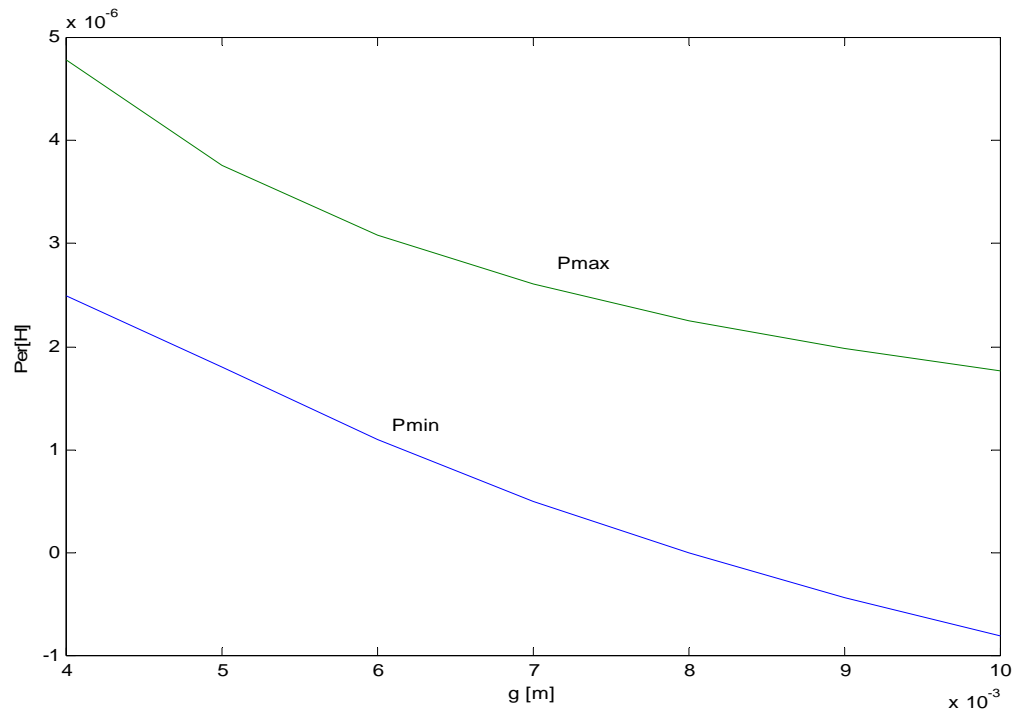


Figure (III-11) : Variation de la perméance  $P_{\max}$  et  $P_{\min}$  en fonction de l'entrefer

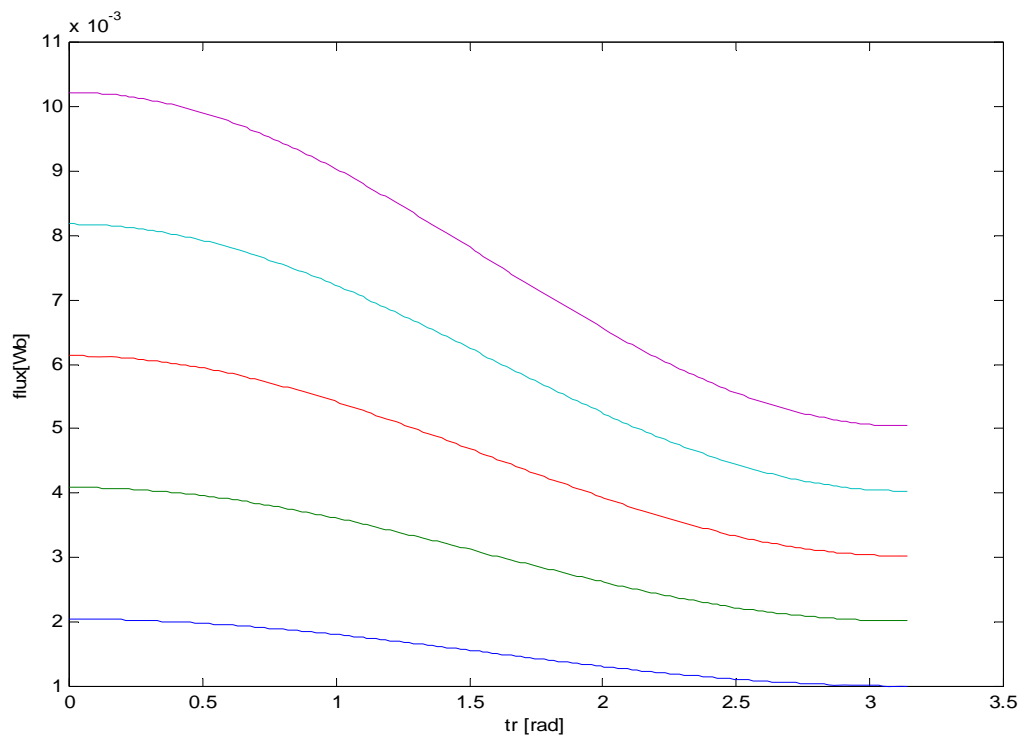


Figure (III-12) : Variation du flux en fonction de la position pour différentes valeurs de la fem

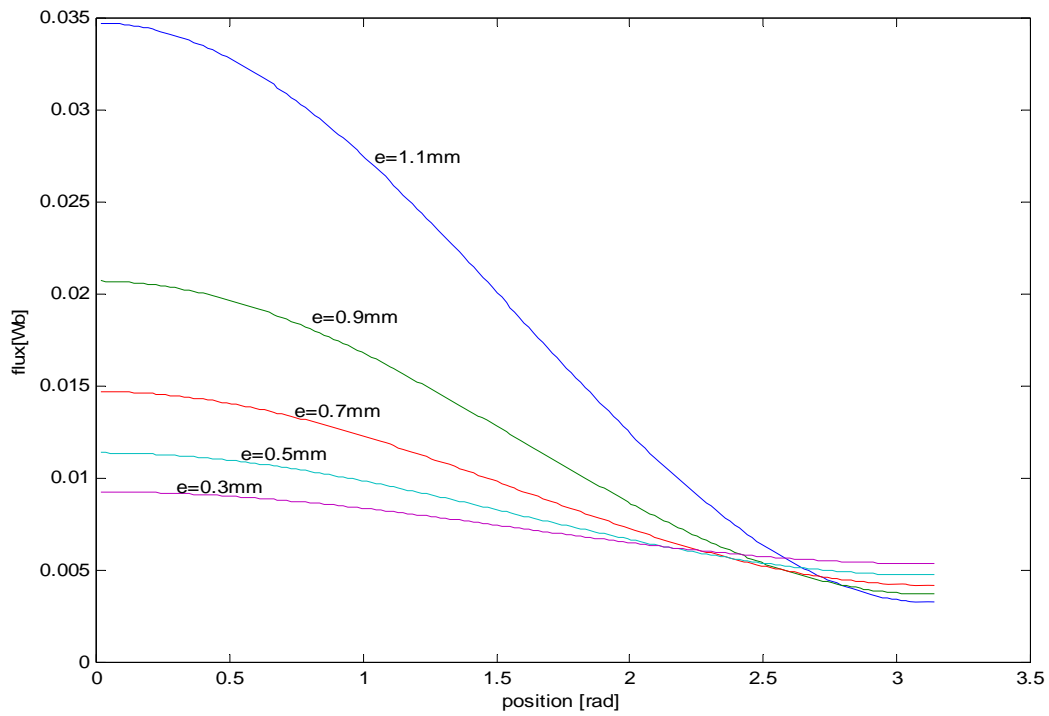


Figure (III-13) : Variation du flux en fonction de la position pour différentes valeurs de l'entrefer

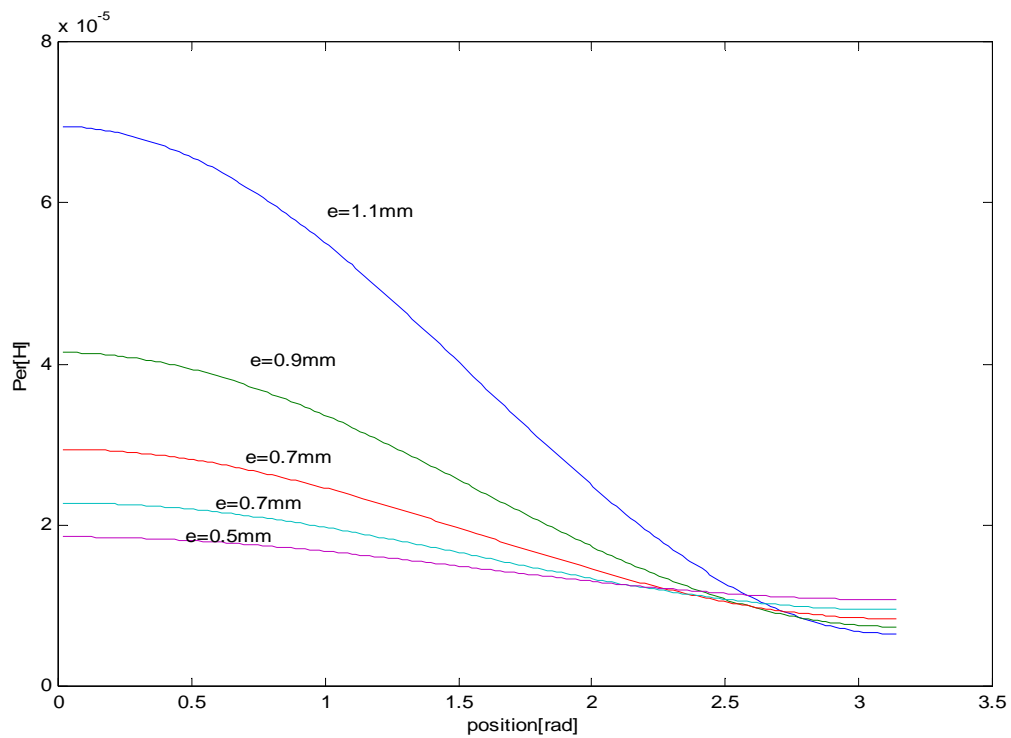


Figure (III-14) : Variation de la permeance en fonction de la position pour différentes valeurs de l'entrefer

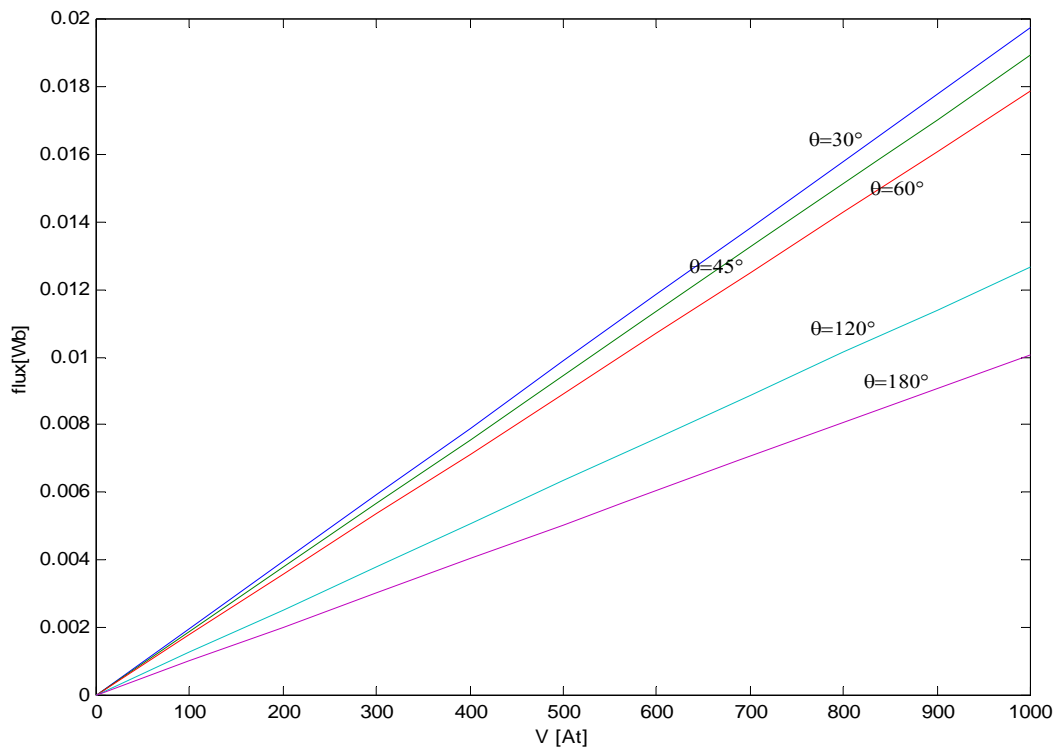


Figure (III-15) : Variation du flux en fonction de la fem pour différentes valeurs de la position

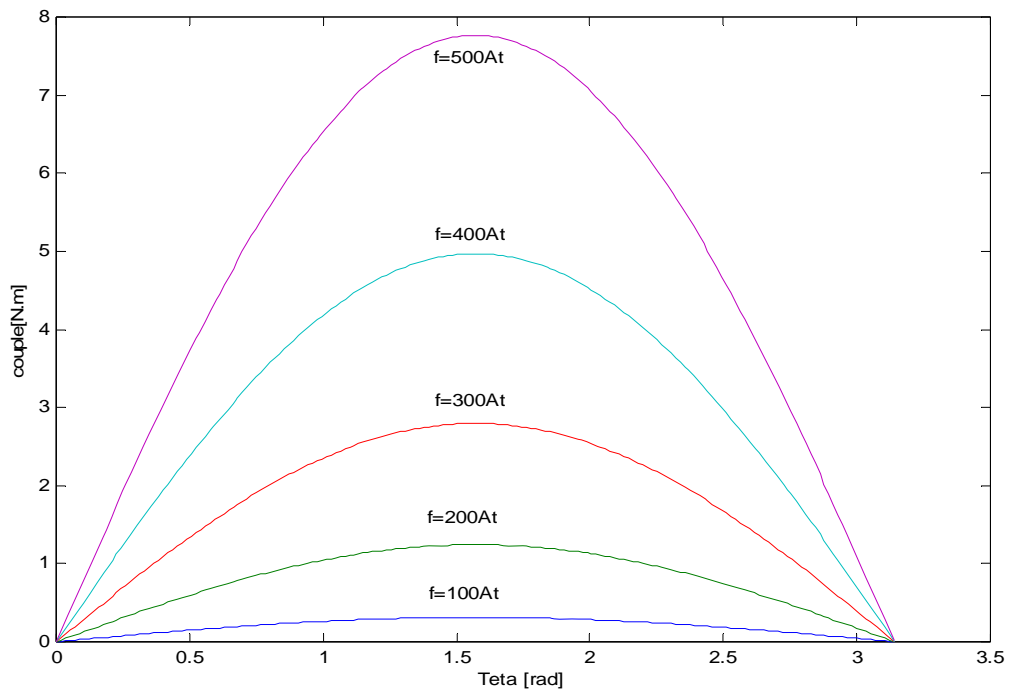


Figure (III-16) : Variation du couple en fonction de la position pour différentes valeurs de la fem

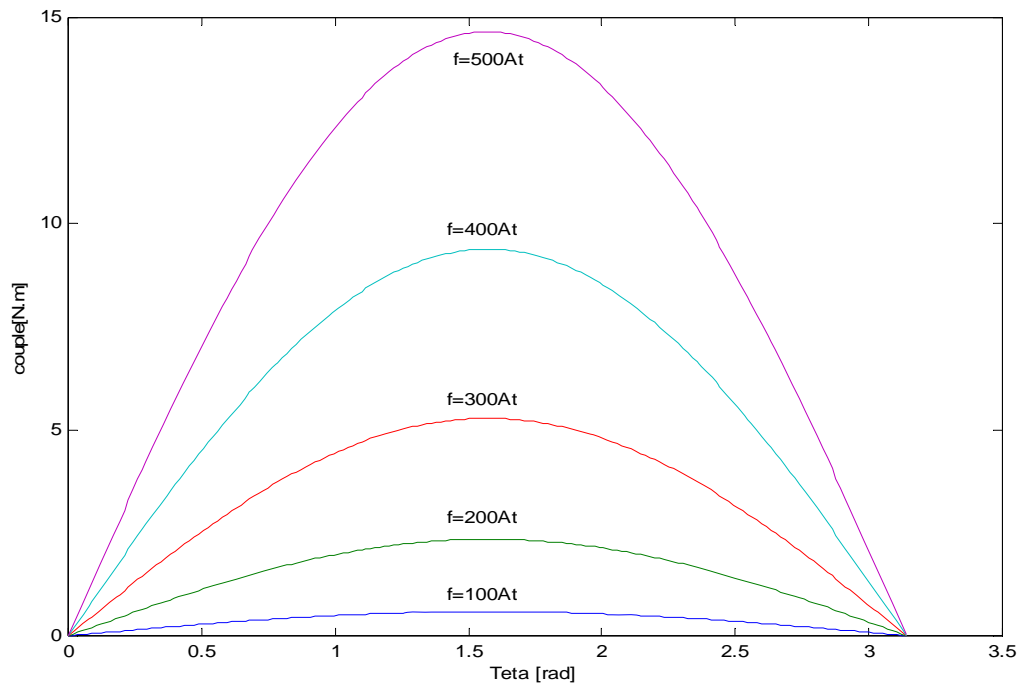


Figure (III-17) : Variation du couple en fonction de la position pour différentes valeurs de la fem avec  $P_{dr}/L_{er}=4$

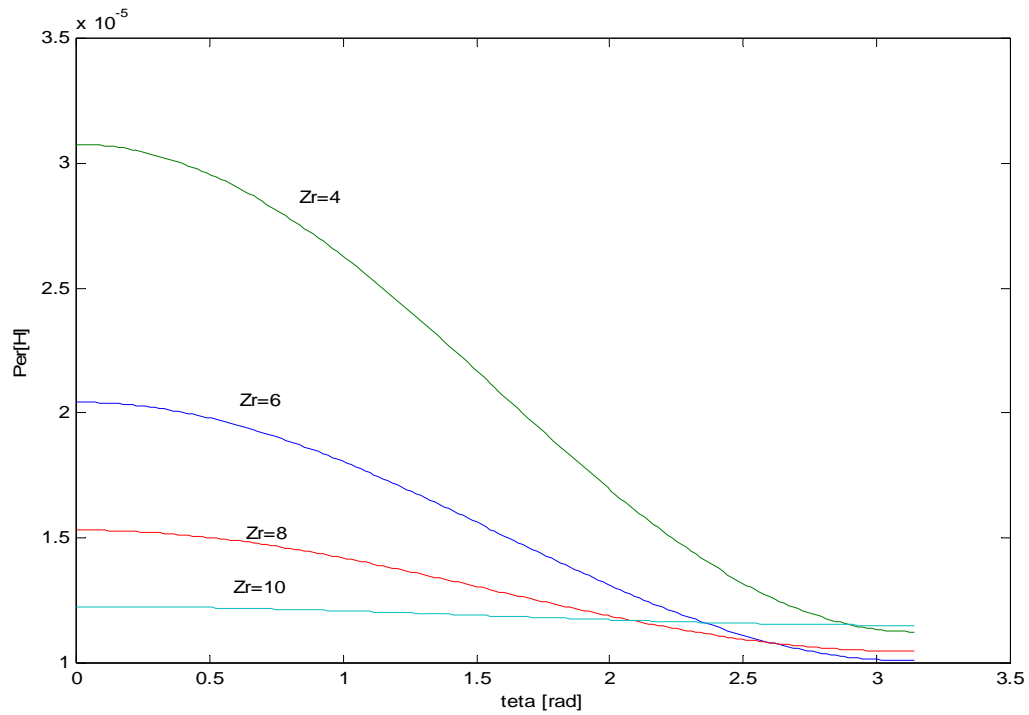


Figure (III-18) : Variation de la permeance en fonction de la position pour différentes valeurs de  $Z_r$

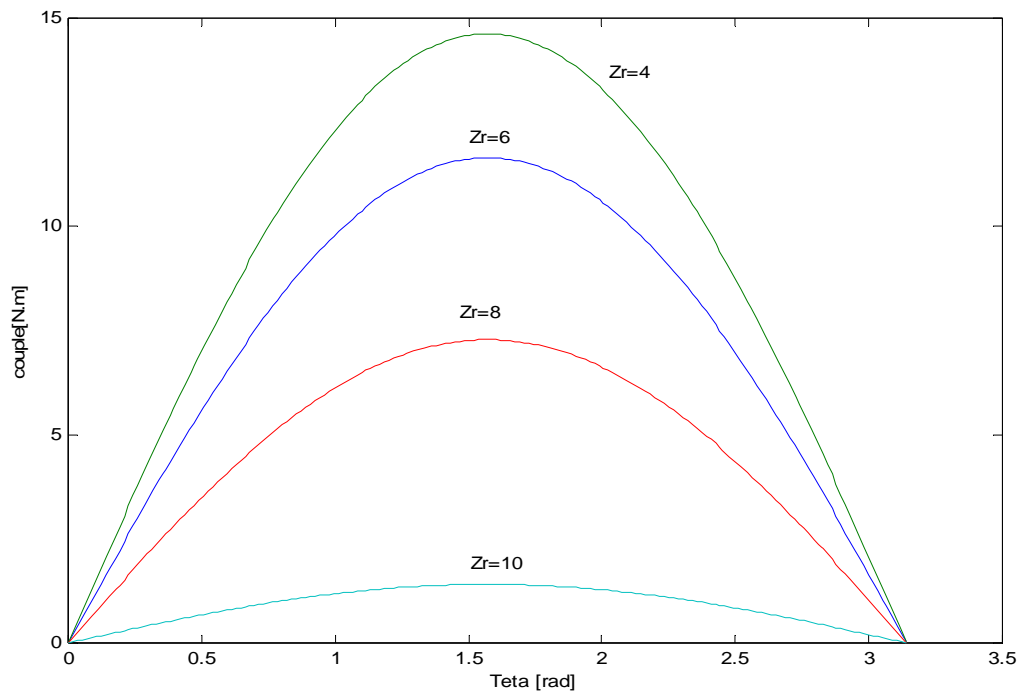


Figure (III-19) : Variation du couple en fonction de la position pour différentes valeurs de  $Z_r$

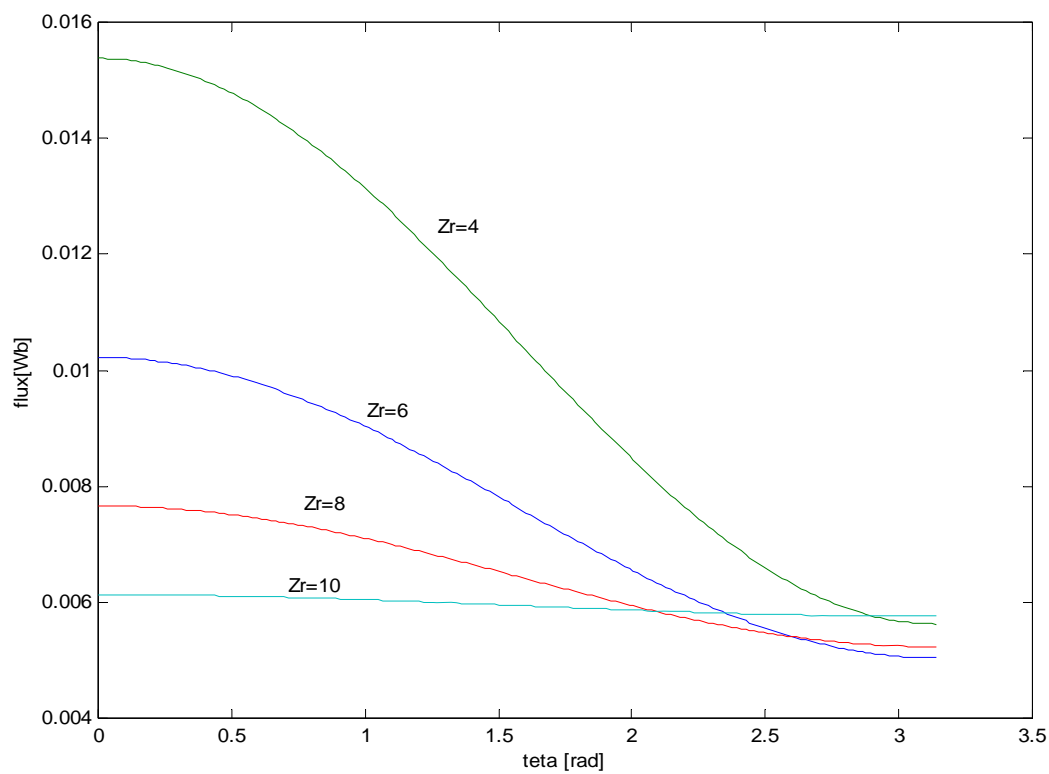


Figure (III-20) : Variation du flux en fonction de la position pour différentes valeurs de  $Z_r$



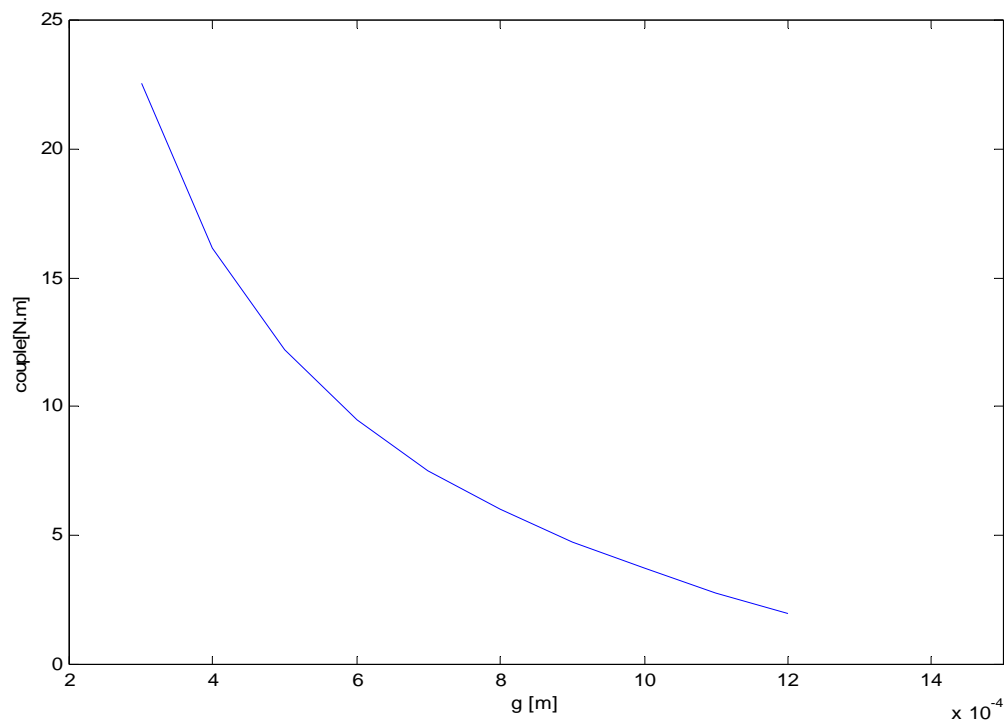
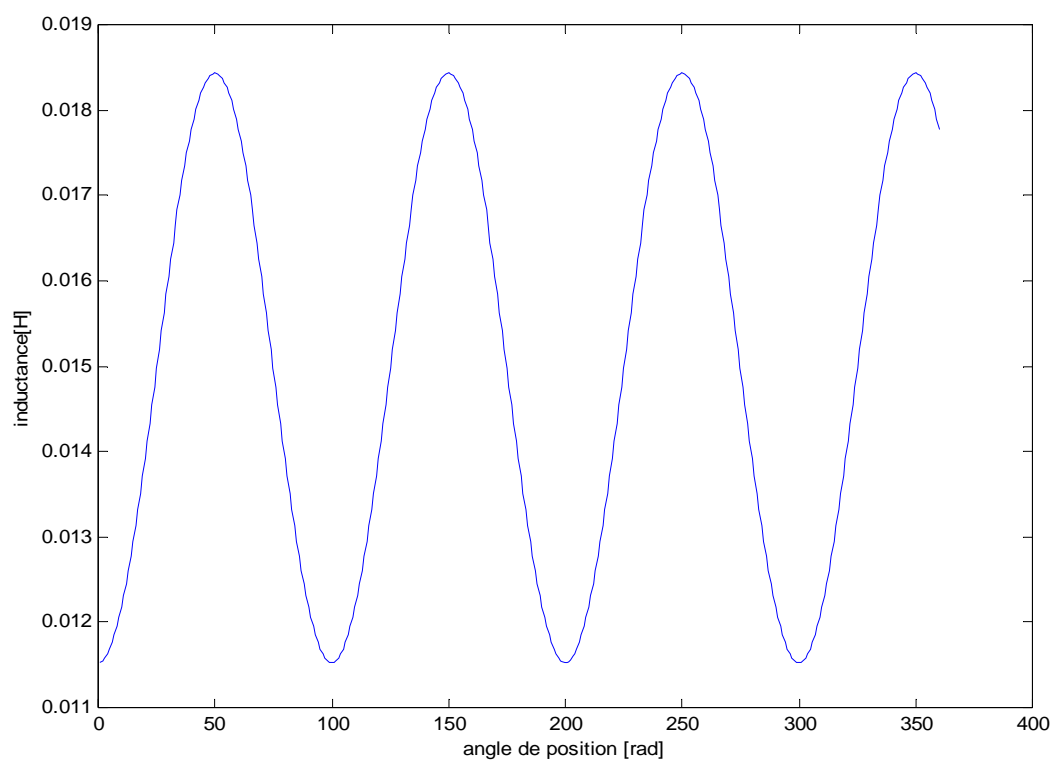


Figure (III-21) : Variation du couple en fonction de l'entrefer

Figure (III-22) : Variation de l'inductance en fonction de la position pour  $Z_r=4$  et  $Z_s=6$ .

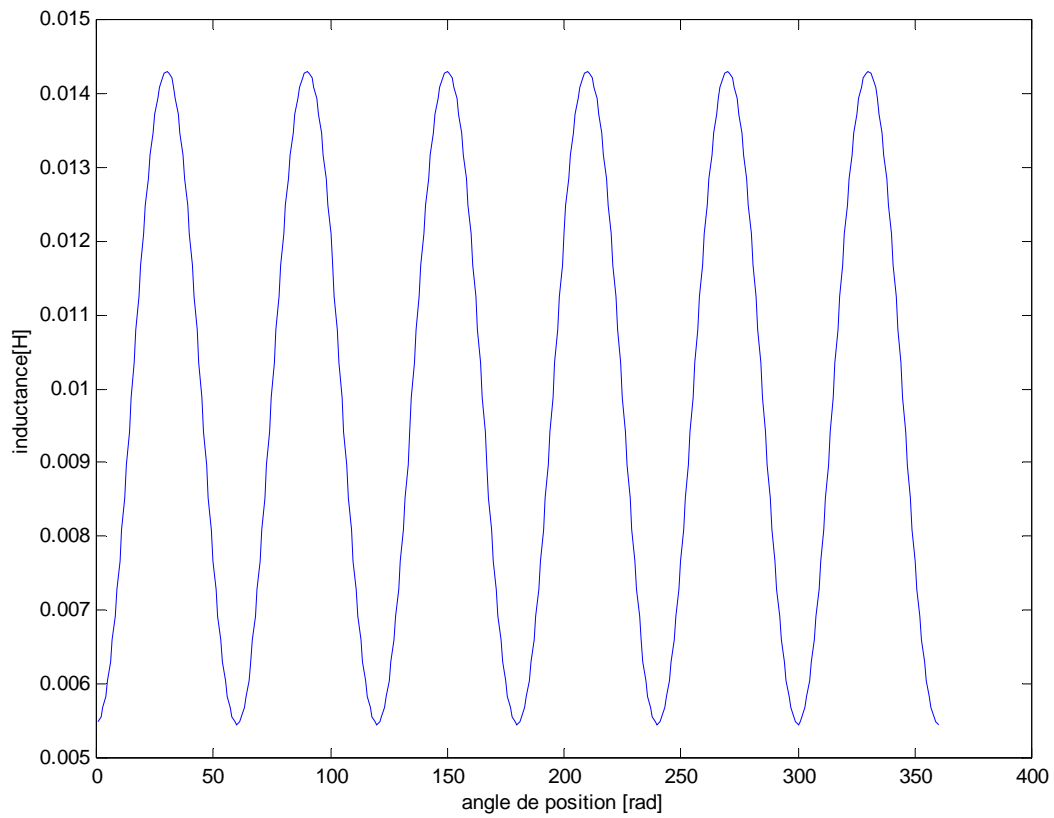


Figure (III-23) : Variation de l'inductance en fonction de la position pour  $Z_r=6$  et  $Z_s=8$ .

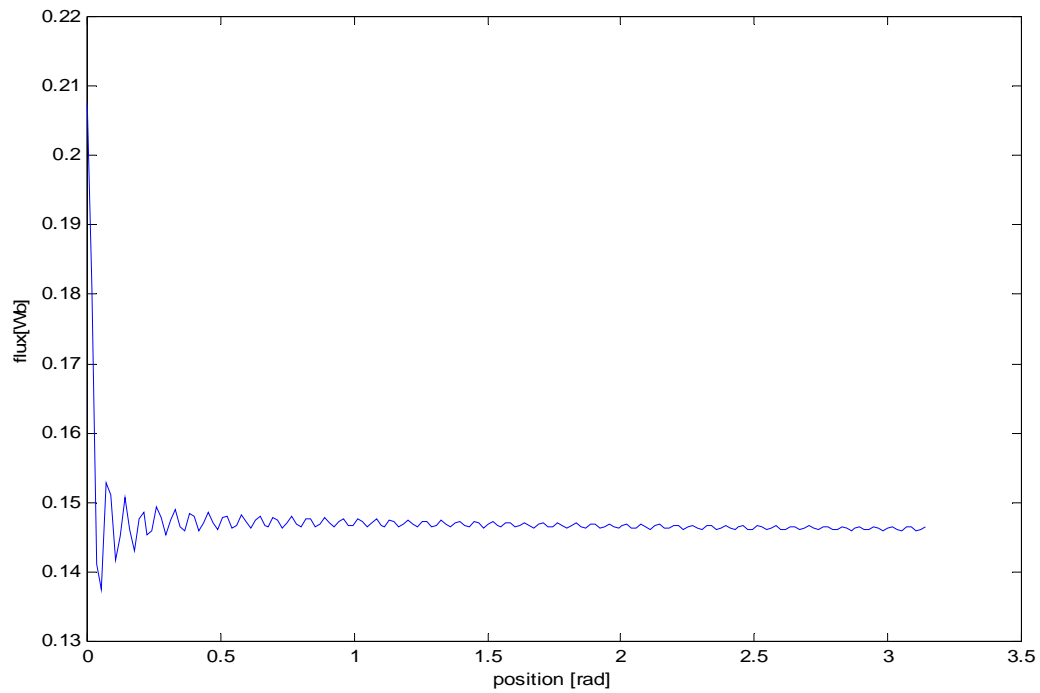


Figure (III-24) : Variation de la permeance en fonction de la position pour  $\beta = 1.1$

**III-4 Conclusion**

Le modèle utilisé pour l'optimisation d'un moteur à reluctance variable est basé sur une méthode analytique. Il est simple, rapide et souple.

Les modèles analytiques utilisés sont basés sur l'approximation des lignes des champs dans l'entrefer en utilisant la théorie classique des circuits magnétiques (calcul de l'inductance et de la perméance). Ils offrent la possibilité d'analyser d'une façon simple le fonctionnement du MRV ainsi que l'influence de ces paramètres sur ses caractéristiques plus particulièrement le couple, le flux et l'inductance.

### REFERENCE

- [1] Y. Lu. "Instantaneous Torque Control of Switched Reluctance Motors". Thesis Master of science Degree August 2002.
- [2] F. M. sargos, E. J. Gudefion and P. Zaskalicky " Etude analytique du fonctionnement des moteurs à reluctance alimentés à fréquence variable" J. Phys III France 5 1995.
- [3] S. Dufour " Calcul numérique des paramètres externes de la machine à reluctance variable" Thèse de Doctorat de l'INPL 1997.
- [4] M. Moallem and C. M. Ong " Predicting the steady-State Performance of a Switched Reluctance Machine" Transaction On Industry Application Vol. 27 N° 6 Nov 1991.
- [5] F. M. Sargos « Etude théorique des performances des MRV » Thèse de Doctorat de L'I.N.P.L Nancy 1981.
- [6] C. C. Kim , J. Hur and D. S. Hyun " Simulation of a Switched Reluctance Motors Using Matlab / M.File" 28th Annual Conference IECON 02 Industrial Electronics Society, IEEE 2002 Vol. 2 1066 pp. 1071-2002.
- [7] H. Vasquez and J. K. Parker "A new simplified mathematical model for a switched reluctance motor in a variable speed pumping application" Mechatronics 14 (2004) .
- [8] K. Tomoyoshi and K. Sawa " A basic study for optimal Design of switched reluctance motor by finite element method" IEEE Transaction on Magnetics Vol 33 No 2 March 1997.
- [9] H. C. Lovat « Analytical model of a classical switched reluctance motor » IEE Proc Power Appl Vol 152. No 2 march 2005.
- [10] Z. Randong « Etude de l'optimisation de machines à reluctance variable » Thèse de Doctorat de L'I.N.P.L France 1987.
- [11] P. Materu and R. Krishnan "Analytical Prediction of SRM Inductance Profile and steady state average torque" Industry Applications Society; Annual Meeting, 1990 IEEE Vol.1 pp 214 – 223.
- [12] S. A. Hossain and I. Hussain "Modelling, Simulation and Control of switched Reluctance Motor Drives" 28th Annual Conference IECON 02 Industrial Electronics Society, IEEE 2003 Vol. 3 pp 2447 - 2452.
- [13] T. J. E. MILLER "Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives" Oxford Science Publications 1993
- [14] N.C. Sahoo, S.K. Panda, P.K. Dash " A current modulation scheme for direct torque control of switched reluctance motor using fuzzy logic" Mechatronics 10 (2000) 353-370.
- [15] K. Nakamura, K. Kimura, O. Ichinokura " Electromagnetic and motion- coupled analysis for switched reluctance motor based on reluctance network analysis" Journal of Magnetism and Magnetic Materials 290–291 (2005) 1309–1312.
- [16] J. Reinert and S. Schröder " Power-Factor Correction for Switched Reluctance Drives "IEEE TransactionS on Idustriel Electronics, Vol. 49, No. 1, February 2002.
- [17] D. Matt et J. F. Llibre « Performances comparées des machines à aimants et à reluctance variable. Maximisation du couple massique ou volumique » J. Phys III France 5 1995.
- [18] F. M. Tabar " Etude d'une Machine Synchrone a Reluctance Variable Pour des Application a Grande Vitesse" Thèse de Doctorat de L'I.N.P.L France 1986.

## Chapitre IV

### Commande et minimisation des pertes des moteurs BLDCM et MSAP

#### IV- 1 Introduction

La modélisation des systèmes en électrotechnique est à la fois très complexes et relativement simple. En effet, les systèmes étudiés sont non linéaires et de géométrie souvent complexe, ce qui incitent les concepteurs à employer des modèles simplifiés, valables dans un domaine réduit.

Le modèle le plus fréquemment utilisé est analytique, car il permet une représentation globale des phénomènes et donne un éclaircissement sur le fonctionnement de la machine. Plusieurs modèles analytiques existent (diagramme à réactance synchrone, diagramme de Poitier, diagramme de Blondel, modèle de Park,...).

Pour étudier la commande, nous exploitons des modèles à paramètres localisés. Globalement, nous souhaitons obtenir des équations différentielles qui nous permettent de décrire et de simuler le comportement du moteur et aussi d'obtenir un meilleur contrôle des régimes transitoires en assurant un asservissement précis de la vitesse.

#### IV-2 Modélisation du moteur BLDCM ou MSAP

La mise en forme d'un modèle mathématique basé sur des équations différentielles pour un moteur BLDCM ou MSAP facilite largement son étude en vue de sa commande dans les différents régimes de fonctionnement. Cependant, ce type de modèle nécessite des hypothèses simplificatrices qui permettent une exploitation plus aisée. Les hypothèses adoptées sont [1-4]:

- La perméabilité des aimants étant voisine de celle de l'air. On peut considérer que les moteurs synchrones à aimants permanents sans pièces polaires à aimants montés en surface, comme des moteurs à entrefer large et constant (machine à pôles lisses).
- L'inductance de l'induit est donc constante et présente en général une faible valeur.
- Compte tenu de la largeur de l'entrefer, les flux propres induits par les courants circulant dans les bobinages seront faibles par comparaison aux flux induits par les aimants du rotor.
- On peut donc négliger les effets de la réaction d'induit sur la saturation des matériaux magnétiques.
- L'incidence de la température sur la valeur des résistances ainsi que de l'effet de peau sont négligés.

- On néglige également l'influence du point de fonctionnement de la machine sur la répartition des flux.

#### IV-2-1 Mises en Equations des machines.

L'enroulement statorique comporte trois phases identiques décalées entre elles d'un angle de  $2\pi/3$  électrique et appelées respectivement  $a, b, c$  ainsi que l'illustre la figure (IV-1). On notera  $\omega$  la pulsation des courants statoriques,  $\Omega$  la vitesse angulaire du rotor ( $\omega = p \cdot \Omega$ ).

Les tensions aux bornes des trois phases  $V_j (j=a, b, c)$  s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{ta} \\ \psi_{tb} \\ \psi_{tc} \end{bmatrix} \quad (\text{IV-1})$$

avec :  $R$  la résistance des bobinages statoriques,  $I_j$  les courants circulant dans les bobinages des trois phases,  $\psi_j$  les flux totaux induits à travers chacun des bobinages.

La figure (IV-1) présente le diagramme des enroulements pour une machine à aimants permanents. L'axe d'aimantation rotorique est noté  $d$  : axe direct ou longitudinal. L'axe interpolaire est noté  $q$  : axe en quadrature ou transversal.

Les hypothèses usuellement adoptées sont :

- d'une part, on considère que la répartition du champ inducteur dans l'entrefer ainsi que les forces magnétomotrices sont sinusoïdales ;
- d'autre part, on considère que le circuit magnétique est linéaire (absence de saturation).

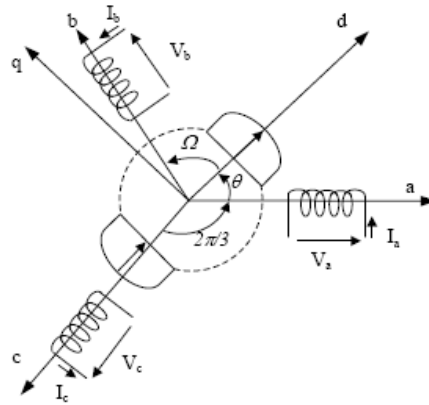


Figure (IV-1): Représentation d'une machine synchrone bipolaire à aimants permanents

Dans ces conditions, on peut écrire les flux totaux  $\psi_{ij}$  induits à travers chacun des bobinages comme la somme des flux  $\phi_j$  induits par les aimants du rotor et des flux produits par les courants circulant dans les phases du stator [5-8].

$$\begin{bmatrix} \psi_{ta} \\ \psi_{tb} \\ \psi_{tc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix} = [L][I_j] + [\phi_j] \quad (\text{IV-2})$$

Avec ;  $M_{ab} = M_{ba}$  et  $\begin{cases} M_{ab} = M_{ac} = M_{bc} = M = cte \\ L_a = L_b = L_c = l = cte \end{cases}$   
 $M_{ac} = M_{ca}$   
 $M_{bc} = M_{cb}$

La symétrie de  $[L]$  provient de la symétrie triphasée de la machine, et comme nous avons une machine à pôles lisses non saturée, les paramètres  $L_i$  et  $M_{ij}$  sont constants.

Les tensions statoriques s'écrivent alors :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + [L] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (\text{IV-3})$$

Avec :  $e_j = \frac{d\phi_j}{dt} = \omega \cdot \phi'_j$  la force électromotrice.

$\phi'_j$  représente la dérivée du flux induit par les aimants.

Dans le cas des machines à distribution de flux sinusoïdale, les flux induits par les aimants du rotor s'expriment sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_a = \phi_m \cos(p\theta) \\ \phi_b = \phi_m \cos\left(p\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \phi_c = \phi_m \cos\left(p\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{IV-4})$$

avec :  $\phi_m$  la valeur crête du flux à vide dans l'entrefer.

Il convient ici de noter que si le flux est sinusoïdal, la dérivée sera également sinusoïdale et ceci n'engendrera pas d'harmonique de couple supplémentaire. Les seules ondulations de couple apparentes seront alors liées à une distorsion des courants ou à des harmoniques liés au couple de détente.

Dans le cas des machines à distribution de flux non sinusoïdale, la forme d'onde de la fem peut être décomposée en série de Fourier. A cause de ses symétries, elle ne contient aucun harmonique de rang pair et on peut écrire [3,10]:

$$\phi'_j = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{(2n-1)} \cdot \sin[(2n-1)p\theta] \Rightarrow e_j = \sum_{n=1}^{\infty} \omega \cdot \phi_{(2n-1)} \cdot \sin[(2n-1)p\theta] \quad (\text{IV-5})$$

avec :  $\omega.\phi_{(2n-1)}$  l'amplitude de l'harmonique de rang  $(2n-1)$  de la Fem.

Cette relation fait apparaître les harmoniques de rang  $(2n-1)$  qui pourront se combiner avec les harmoniques de courant pour générer des harmoniques de couple.

La dernière relation complétant le modèle du moteur est l'équation mécanique définie par la relation :

$$\Gamma = J \frac{d\Omega}{dt} + f.\Omega + \Gamma_r \quad (IV-6)$$

avec :  $J$  l'inertie des parties tournantes,  $f$  le frottement visqueux,  $\Omega$  la vitesse angulaire mécanique du rotor et  $\Gamma_r$  le couple de charge.

Comme les enroulements statoriques sont montés en étoile à neutre isolé, la somme instantanée des courants statoriques est nulle, de sorte qu'il n'y a pas de courant homopolaire. Par conséquent, s'il existe une composante homopolaire de tension ou de flux, elle n'intervient pas dans le couple. Le comportement de la machine est donc représenté par deux variables indépendantes. En appliquant la transformation restreinte de Concordia, on obtient :

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{bmatrix} \quad (IV-7)$$

et ;

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-8)$$

$V_d, V_q, I_d$  et  $I_q$  sont les composantes direct et en quadrature de tension et de courant.  $\psi_d$  et  $\psi_q$  sont les composantes directe et en quadrature du flux.

Dans les machines synchrones à répartition sinusoïdale des conducteurs,  $\psi_d$  et  $\psi_q$  sont fonctions linéaires des courants  $I_d$  et  $I_q$  [11-14]:

$$\begin{cases} \psi_d = L_d \cdot I_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q \cdot I_q \end{cases} \quad (IV-9)$$

$L_d$  et  $L_q$  sont les inductances directe et en quadrature et  $\psi_f$  représente le flux des aimants à travers le circuit équivalent direct. En reportant les expressions des flux dans l'équation (IV-8) on aboutit à :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \quad (IV-10)$$

$e_d$  et  $e_q$  sont les composantes directe et en quadrature de f.e.m. données par :

$$\begin{cases} e_d = 0 \\ e_q = p \psi_f \Omega \end{cases} \quad (IV-11)$$



## IV-2-2 Expression du couple

### IV-2-2-1 Cas où la fem est de forme sinusoïdale (MSAP)

Le couple électromécanique développé par les machines synchrones à f.e.m. sinusoïdale peut être donné par la relation suivante [15-17]:

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{3}{2} p (\psi_{\alpha} i_{\beta} - \psi_{\beta} i_{\alpha}) \\
 &= \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \\
 &= \frac{3}{2} p (\psi_f - (L_q - L_d) i_d) i_q
 \end{aligned} \tag{IV-12}$$

L'expression du couple comprend deux termes :

- Le premier terme:  $\Gamma_p = p \psi_f i_q$  qui est le couple principal ;
- Le second terme :  $\Gamma_r = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q$  est le couple relucant qui dépend de la différence entre l'inductance transversale et longitudinale.

Généralement,  $L_q > L_d$  puisque le flux transversale ne traverse pas l'aimant mais la pièce polaire. Pour un moteur à aimants permanents sans pièces polaires (sans pôles saillants) :  $L_q = L_d$ .

La relation du couple (IV-13) est applicable dans le cas d'un moteur à aimants permanents dont la forme de la fem est sinusoïdale (moteur synchrone à aimants permanents) ou bien pour le fondamental de la fem dans le cas d'un moteur à aimant permanents dont la forme de la fem est trapézoïdale ( Brushless DC Motors).

### IV-2-2-2 Cas où la fem est de forme trapézoïdale (BLDCM)

En général, pour un moteur à aimant permanents dont la forme de la fem est trapézoïdale, on peut utiliser la relation suivante [3 ,16] :

- Pour un moteur à pôles saillants :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p \left[ \left( \frac{d\phi_{rd}}{d\theta} - \phi_{rq} \right) i_d + \left( \frac{d\phi_{rq}}{d\theta} + \phi_{rd} \right) i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \right] \tag{IV-13}$$

- Pour un moteur sans pôles saillants :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p \left[ \left( \frac{d\phi_{rd}}{d\theta} - \phi_{rq} \right) i_d + \left( \frac{d\phi_{rq}}{d\theta} + \phi_{rd} \right) i_q \right] \tag{IV-14}$$

dont :

$$\begin{aligned}\phi_{rd} &= \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{(2n-1)} \cdot \cos[(2n-1)p\theta] \\ \phi_{rq} &= \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{(2n-1)} \cdot \sin[(2n-1)p\theta]\end{aligned}\tag{IV-15}$$

Où,  $\phi_{(2n-1)}$  est l'amplitude de l'harmoniques (2n-1).

Pour simplifier le calcul de l'équation (IV-14), on peut déterminer le terme de l'intégrale en fonction de la fem en supposant quelle est proportionnelle à la vitesse.

La représentation fonctionnelle du modèle de Park des MSAP est illustrée sur la figure (IV-2).

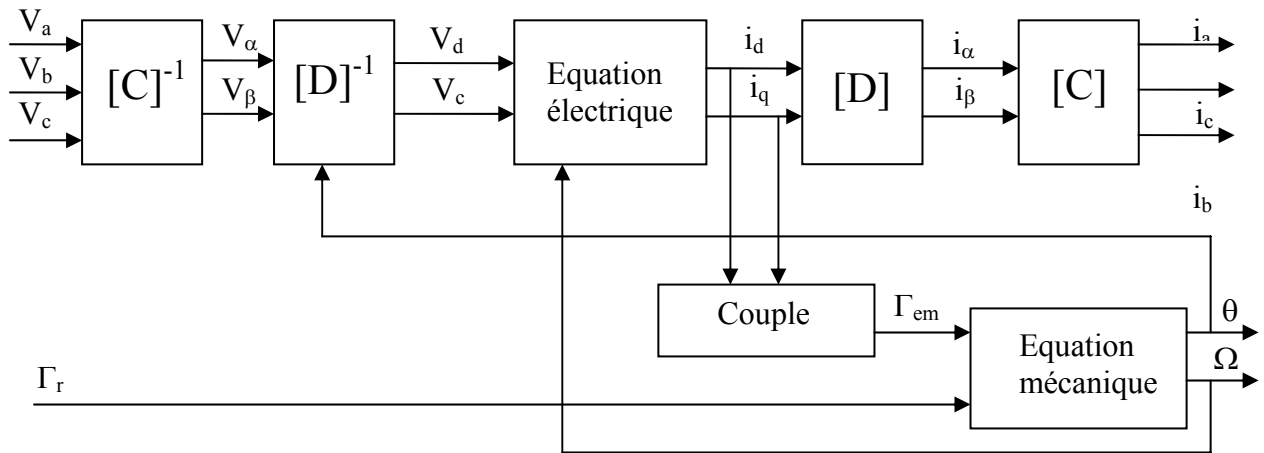


Figure (IV-2) : Schéma fonctionnel du modèle de Park.

### IV- 2.3 Modélisation de la commande de l'onduleur

Les onduleurs de tension alimentent les machines à courant alternatif à partir d'une source de tension continue. Ils permettent d'imposer aux bornes de la machine des tensions d'amplitude et de fréquence réglables pour la commande. Une machine triphasée sans liaison de neutre est alimentée par un onduleur de tension à trois bras comprenant chacun deux cellules de commutation. Chaque cellule est composée d'un interrupteur, commandé à l'amorçage et au blocage et d'une diode antiparallèle. Le principe consiste à faire fonctionner l'onduleur à fréquence fixe en modulant le rapport cyclique au moyen d'un régulateur. La MLI a fait l'objet de nombreuses publications depuis déjà fort longtemps où on trouvera une présentation des différents aspects. La MLI présente plusieurs degrés de liberté utilisables dans le choix de la forme d'onde de tension appliquée à la machine. Ces degrés de liberté agissent soit au niveau de la période de la MLI, soit au niveau de la fréquence de la modulante et ceci dans le but d'étendre la zone de linéarité de l'onduleur, ou de réduire les pertes

onduleur, ou bien de réduire le bruit acoustique. Suivant les besoins de l'application, différentes MLI peuvent être mises en oeuvre. Dans le cadre de cette étude, nous utiliserons la MLI régulière : dans ce cas, trois ondes modulantes de référence sont échantillonnées à des instants réguliers de période de découpage, puis comparées à une onde porteuse triangulaire de même fréquence et d'amplitude ( $E/2$ ). La période d'échantillonnage des tensions de références est considérée égale à celle de la porteuse. De ce fait, les ordres de commutation découlant de la comparaison de ces deux ondes sont symétriquement répartis par rapport à la demi-période de découpage. Les intersections de ces deux signaux génèrent directement les ordres de commande des bras de l'onduleur.

Pour un onduleur de tension alimenté par une source continue d'amplitude supposée constante  $E$ . On déduit l'expression des tensions par rapport au point milieu fictif 0 en fonction des tensions statoriques et du potentiel du neutre  $V_{N0}$  par rapport au point milieu de la source, soit :

$$V_{A0} + V_{B0} + V_{C0} = \frac{E}{3} \left( u_1 + u_2 + u_3 - \frac{3}{2} \right) = V_1 + V_2 + V_3 + 3V_{N0} \quad (\text{IV-16})$$

Lorsque le signal sinusoïdal de référence dépasse le signal triangulaire, le signal modulé est 1. Dans ce cas,  $u_i = 1$ , sinon le signal modulé est 0. A tout instant, la tension modulée s'écrit [18-20] :

$$\begin{cases} V_{A0} = \frac{E}{2}(2u_1 - 1) \\ V_{B0} = \frac{E}{2}(2u_2 - 1) \\ V_{C0} = \frac{E}{2}(2u_3 - 1) \end{cases} \quad (\text{IV-17})$$

Avec :

$$V_1 = V_{A0} - V_{N0}$$

$$V_2 = V_{B0} - V_{N0}$$

$$V_3 = V_{C0} - V_{N0}$$

Avec cette configuration on parle d'une modulation bipolaire,  $V_{j0}$  peut prendre deux valeurs  $E/2$  ou  $-E/2$ .

Les tensions statoriques sont définies par la relation :

$$V_j = [L] \frac{d}{dt} I_j + [R] I_j + e_j \quad (\text{IV-18})$$

avec :  $V_j$  la tension appliquée par l'onduleur à la phase  $j$ .

Puisque on peut rencontrer deux types de formes de fem, on a :

**1-** Dans le cas où la fem est de forme sinusoïdale, on écrit :

$$\sum_{j=1}^3 e_j = 0 \quad \text{soit} \quad \sum_{j=1}^3 V_j = 0$$

$$V_{N0} = \frac{E}{3} \left( u_1 + u_2 + u_3 - \frac{3}{2} \right)$$

Les expressions des tensions simples sont :

$$\begin{cases} V_1 = \frac{E}{3} (2u_1 - u_2 - u_3) \\ V_2 = \frac{E}{3} (2u_2 - u_1 - u_3) \\ V_3 = \frac{E}{3} (2u_3 - u_2 - u_1) \end{cases} \quad (\text{IV-19})$$

2- Dans le cas où la fem est de forme non sinusoïdale, on écrit :

$$\sum_{j=1}^3 e_j \neq 0 \quad \text{soit} \quad \sum_{j=1}^3 e_j = \sum_{j=1}^3 V_j$$

$$V_{N0} = \frac{E}{3} \left( u_1 + u_2 + u_3 - \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 e_j$$

Les expressions des tensions simples sont :

$$\begin{cases} V_1 = \frac{E}{3} (2u_1 - u_2 - u_3) + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 e_j \\ V_2 = \frac{E}{3} (2u_2 - u_1 - u_3) + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 e_j \\ V_3 = \frac{E}{3} (2u_3 - u_2 - u_1) + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 e_j \end{cases} \quad (\text{IV-20})$$

### Remarque :

L'utilisation de la MLI pose un problème concernant les ondulations de courant, et pour les réduire plusieurs possibilités sont envisageables :

- Augmentation de l'inductance : il est courant d'utiliser des pièces polaires, ces dernières permettent de réduire l'entrefer magnétique et donc d'augmenter l'inductance synchrone. Cependant, l'insertion de pièces polaires génère un couple de réluctance.
- Ajout d'inductance en série sur chaque phase : ceci permet d'augmenter artificiellement l'inductance synchrone. Cependant, pour un encombrement réduit, cette solution n'est pas envisageable.
- Augmentation de la fréquence de découpage.

### **IV-3 Stratégies de commande du moteur à aimants permanents**

Plusieurs types de commande sont utilisés pour le contrôle du moteur à aimants permanents, dont on cite :

#### **IV-3-1 Commande par autopilotage**

La variation de la vitesse d'une machine synchrone est obtenue par le réglage de la fréquence d'alimentation. La fréquence de commutation du convertisseur statique assurant l'alimentation de la machine est asservie à la vitesse du rotor. De plus, les impulsions des convertisseurs sont synchronisées sur la position du rotor. Cette commande constitue l'autopilotage. Ce type de machine entraîne un capteur de position qui permet la détection de la position du rotor par rapport au stator, et aussi délivré des signaux à une fréquence synchronisée avec la fréquence de rotation du moteur et amorcent les gâchettes des interrupteurs du convertisseur.

#### **IV-3-2 Commande vectorielle**

Cette technique permet de représenter le moteur à aimants permanents par un système d'équations vectorielles, ce qui permet de faire un contrôle du couple par le biais de la régulation du courant sur les axes d et q (puisque le couple électromagnétique est proportionnel au courant de l'induit pour une valeur constante du flux).

Ce type de commande permet une amélioration du temps de réponse et un réglage rapide du couple. Mais, elle ne prend pas en considération la variation des paramètres internes de la machine ce qui est un inconvénient majeur de la commande vectorielle.

#### **IV-3-3 Commande directe du couple (DTC)**

La commande directe du couple (Direct Torque Control) appliquée aux machines asynchrone est apparue dans la moitié des années 80 (en 1986 Takahashi et Noguchi, puis Depenbroch qui a publié l'idée du DTC pour un moteur à Induction).

Le principe de la commande DTC est la régulation directe du couple de la machine par l'application des différents vecteurs de tension de l'onduleur, qui détermine son état. Les deux variables contrôlées sont : le flux statorique et le couple électromagnétique, qui sont commandées par des régulateurs à hystérésis. Donc, il s'agit de maintenir les grandeurs du flux statorique et le couple électromagnétique à l'intérieur de leurs bandes d'hystérésis. La sortie de ces régulateurs détermine le vecteur de tension optimal à appliquer à chaque instant de commutation.

Les caractéristiques générales d'une commande directe du couple sont [16 ,21] :

- La commande directe du couple et du flux, à partir de la sélection des vecteurs optimaux de commutation de l'onduleur.
- La commande indirecte des intensités de tensions du stator de la machine.
- L'obtention des flux statoriques proches des formes sinusoïdales.
- Une réponse dynamique de la machine très rapide.
- L'existence des oscillations de couple qui dépendent de la largeur des bandes des régulateurs à hystérésis.
- La fréquence de commutation de l'onduleur dépend de l'amplitude des bandes d'hystérésis.

Les avantages que présente cette commande sont :

- Ne nécessite pas des calculs dans le repère rotorique (d,q).
- Il n'est pas nécessaire de faire un découplage des courants par rapport aux tensions de commande, comme dans le cas de la commande vectorielle.
- De n'avoir qu'un seul régulateur, celui de la boucle externe de vitesse.
- Il n'est pas nécessaire de connaître avec une grande précision l'angle de position rotorique, car seule l'information de secteur dans lequel se trouve le vecteur du flux statorique est nécessaire.

#### **IV-4 Commande vectorielle d'un moteur à aimants permanents**

La technique de la commande vectorielle est utilisée pour établir un modèle linéaire et transformer la machine à aimants permanents en une structure équivalente à la machine à courant continu à excitation séparée.

La figure (IV-3) montre que la position instantanée du rotor, et par conséquent le flux rotorique, est située à un angle  $\theta_s$  par rapport à l'axe  $\alpha$  du référentiel  $(\alpha, \beta)$  lié au stator. L'application de la commande vectorielle nécessite que l'axe du courant  $i_{qs}$  soit en quadrature par rapport au flux rotorique. Par conséquent, la composante  $i_{ds}$  du courant statorique doit être colinéaire au flux rotorique. Si le courant  $i_{ds}$  est dans la même direction que le flux rotorique, le flux statorique suivant l'axe d s'ajoute au flux des aimants, ce qui donne une augmentation au flux d'entrefer. D'autre part, si le courant  $i_{ds}$  est négatif, le flux statorique sera en opposition à celui du rotor, ce qui donne une diminution du flux d'entrefer (défluxage).

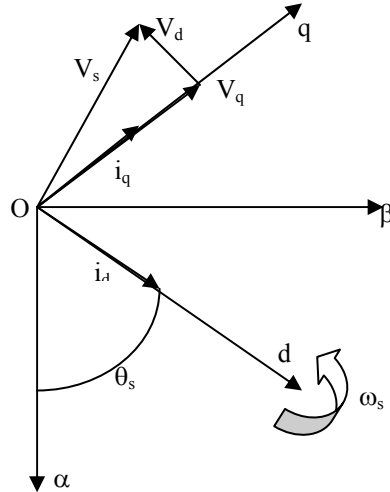


Figure (IV-3) : Diagramme de phase de la machine à aimants permanents dans le référentiel (d,q) lié au champ tournant

La stratégie de commande souvent utilisée consiste à maintenir le courant  $i_d$  à une valeur nulle et à réguler la vitesse et /ou la position par le courant  $i_q$  via la tension  $V_q$ . Lorsque le courant  $i_d$  est nul, le modèle du moteur synchrone à aimants permanents se réduit, en ce qui concerne l'axe q, à un modèle équivalent à celui d'un moteur à courant continu à excitation indépendante.

Maintenir la valeur du courant  $i_d$  égale à zéro permet d'obtenir, pour une amplitude donnée des courants statoriques, un couple maximum. Cette stratégie peut cependant entraîner une détérioration sensible du facteur de puissance dans le cas des machines à aimants permanents à pôles saillants où le coefficient de saillance ( $L_q/L_d$ ) est nettement supérieur à l'unité. Donc, il est préférable dans ces cas d'envisager d'autres lois de commande que nous allons voir par la suite. Un schéma bloc de commande d'entraînement à vitesse variable pour une machine à aimants permanents, basé sur la technique de la commande vectorielle est présenté par la figure (IV-4).

Si le courant  $i_d = 0$ , les deux équations concernant le flux (IV-9) est le couple (IV-11) deviennent :

$$\begin{cases} \psi_d = \psi_f \\ \psi_q = L_q \cdot i_q \end{cases} \quad (IV-21)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_p &= p \psi_f i_q \\ &= K_t \cdot i_q \end{aligned} \quad (IV-22)$$

Avec,  $K_t = p \psi_f$  constante du couple.

La vitesse est réglée par un régulateur PI avec deux degrés de liberté qui permet de fixer des caractéristiques dynamiques pour un point de fonctionnement. Les paramètres du régulateur sont donnés par une approche analytique [13,20] :

$$K_i = \frac{4.J}{\tau^2} \quad (\text{IV-23})$$

La constante du temps  $\tau$  est choisie en fonction de la constante du temps statorique dans l'axe q donnée par  $L_q/R_s$ , qui caractérise la dynamique du couple. Par conséquent :

$$K_p = K_i \cdot \tau \quad (\text{IV-24})$$

Lorsque la machine est entraînée à une vitesse supérieure à la vitesse nominale, le variateur fonctionne dans le mode défluxé ou le flux d'entrefer est réduit par l'introduction d'un courant  $i_d$  négatif qui crée un flux en opposition à celui dû aux aimants.

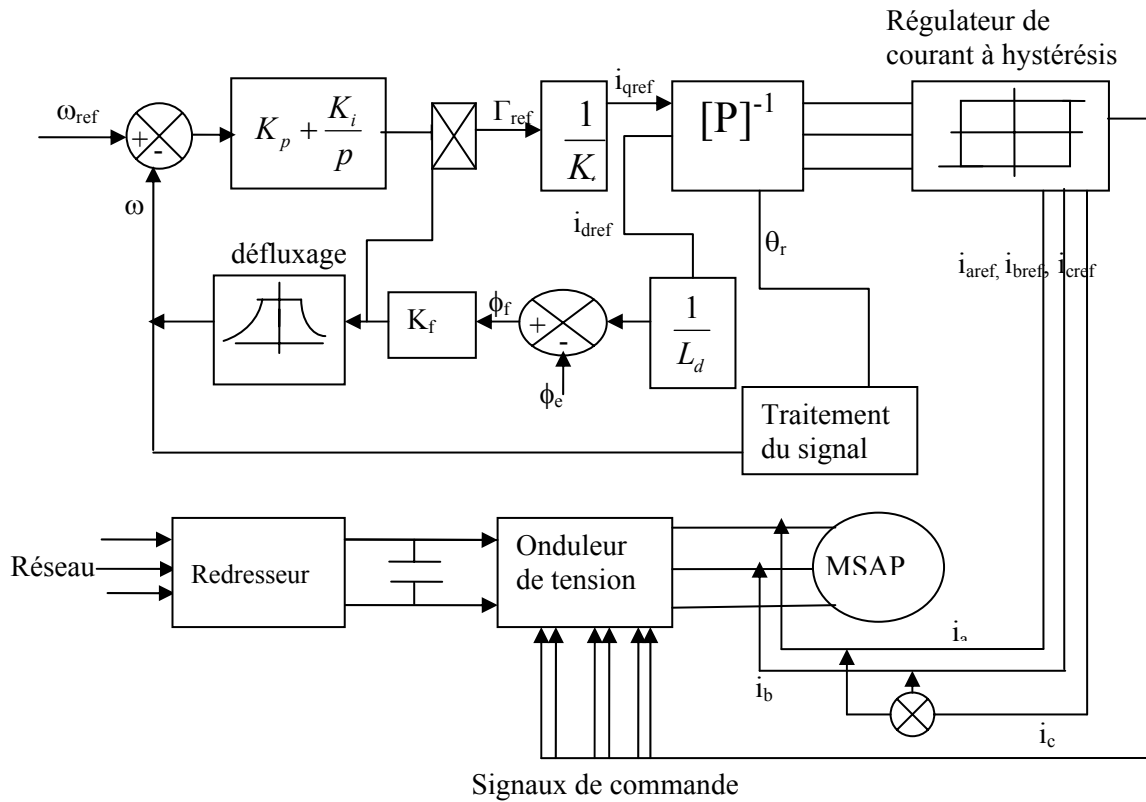


Figure (IV-4) : Système d'entraînement à vitesse variable pour une machine à aimants permanents

#### IV-4-1 Résultat de simulation.

Les résultats de simulation du système avec onduleur sont donnés par les figures (IV-5-13), pour les deux types du moteur à aimants permanents :

- Moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) avec et sans pôles saillants.



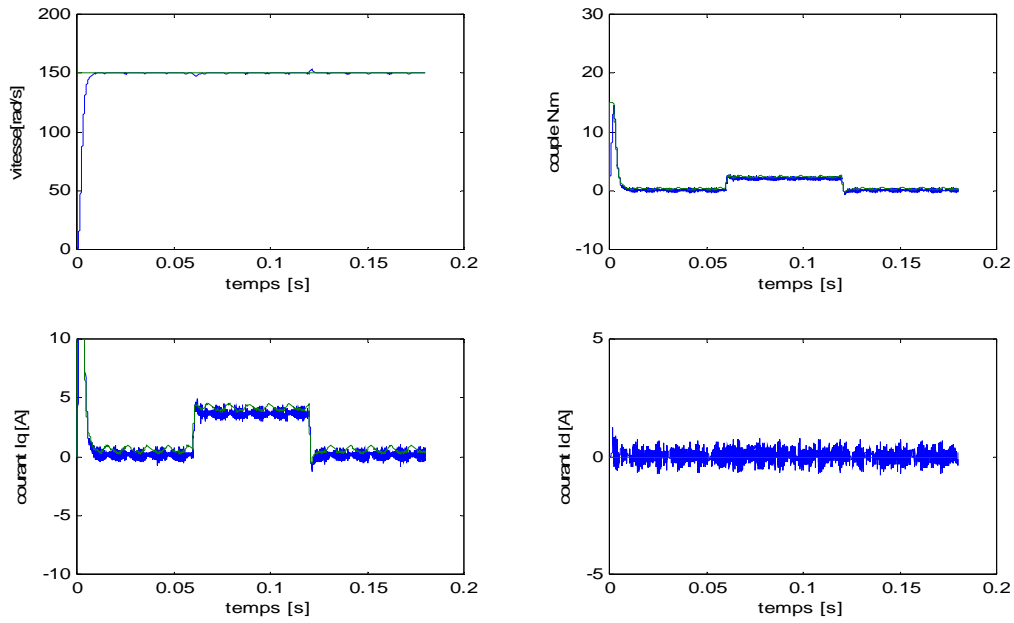
- Moteur à aimants permanents à courant continu (Brushless DC Motor) avec et sans pôles saillants.

Pour le fonctionnement en mode normal, avec un bon choix de la constante de temps  $\tau$  (choix des paramètres du régulateur PI), nous constatons que le système pour les deux types de moteurs répond toujours sans dépassement, sauf dans le cas d'introduction d'un couple résistant (en charge) où on a un dépassement très petit avec un temps très court. On obtient aussi un dépassement de la vitesse au cours du démarrage du moteur pour une constante du temps élevée. Aussi, la réponse des composantes vectorielles du courant statorique montre bien le découplage introduit par la commande vectorielle de la machine ( $i_d=0$ ) avec le couple électromagnétique qui dépend seulement de la composante  $i_q$ .

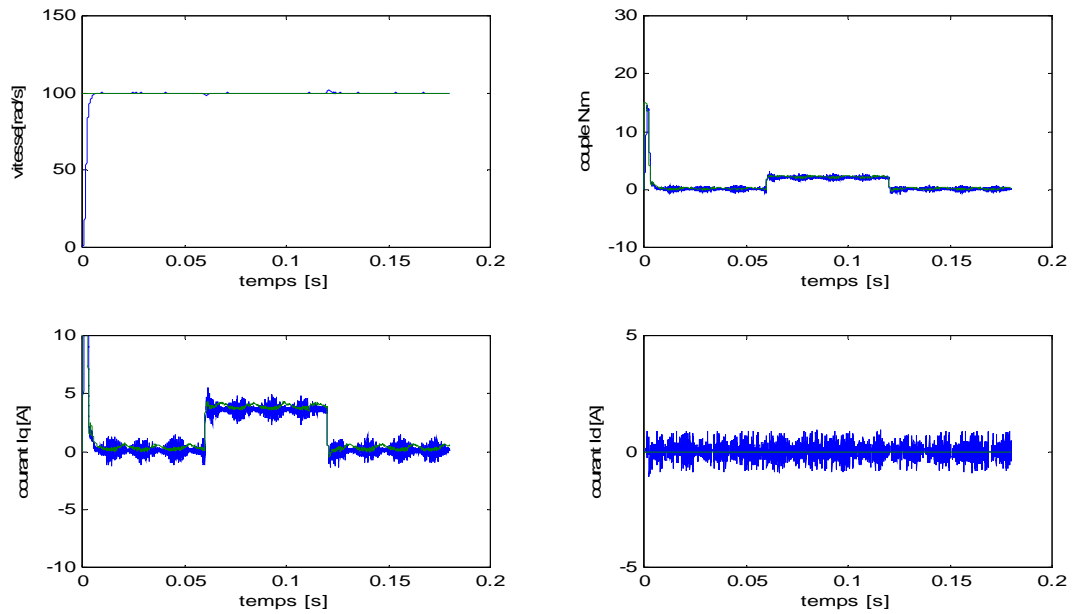
La figure (IV-7) illustre le fonctionnement du moteur en mode défluxé, où on constate qu'avec une vitesse de référence de  $\Omega_{ref}= 250$  rad/s, le système répond pratiquement sans dépassement avec un temps de réponse plus long que dans le cas du mode normal à cause du défluxage qui provoque un courant  $i_d$  négatif.

Les figures (VI-9-11) présentent les réponses en vitesse, couple et courant pour un moteur BLDC pour différentes constantes de temps et couples de référence. D'après ces figures, on observe l'effet de ces paramètres sur les réponses du système particulièrement sur le temps de réponse et les ondulations.

A partir des figures (IV-12,13), on constate que le moteur à aimants permanent avec pôles saillants présente des ondulations de couple plus importante par rapport à celui sans pôles saillants, ce qui constitue un avantage pour ce moteur.



A



B

Figure (IV-5) : Résultats de simulation pour la commande d'un MSAP :-A avec et B sans pôles saillants **a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$  (Mode normale avec  $\tau=0.0019s$ )

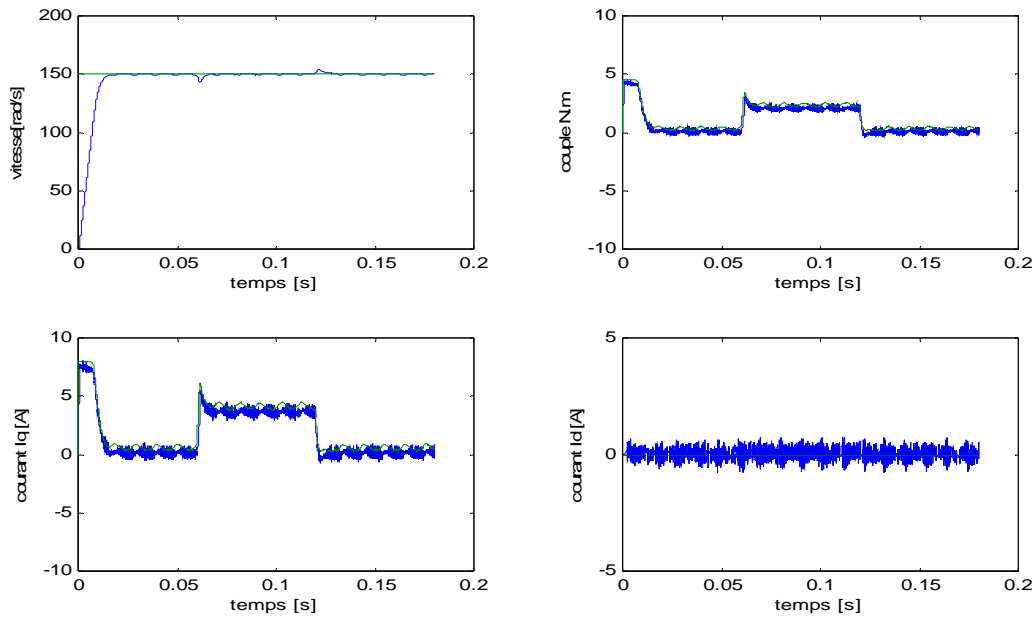


Figure (IV-6) : Résultats de simulation pour la commande d'un MSAP avec pôles saillants  
**a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$   
 (Mode normale avec  $\tau=0.0032s$ )

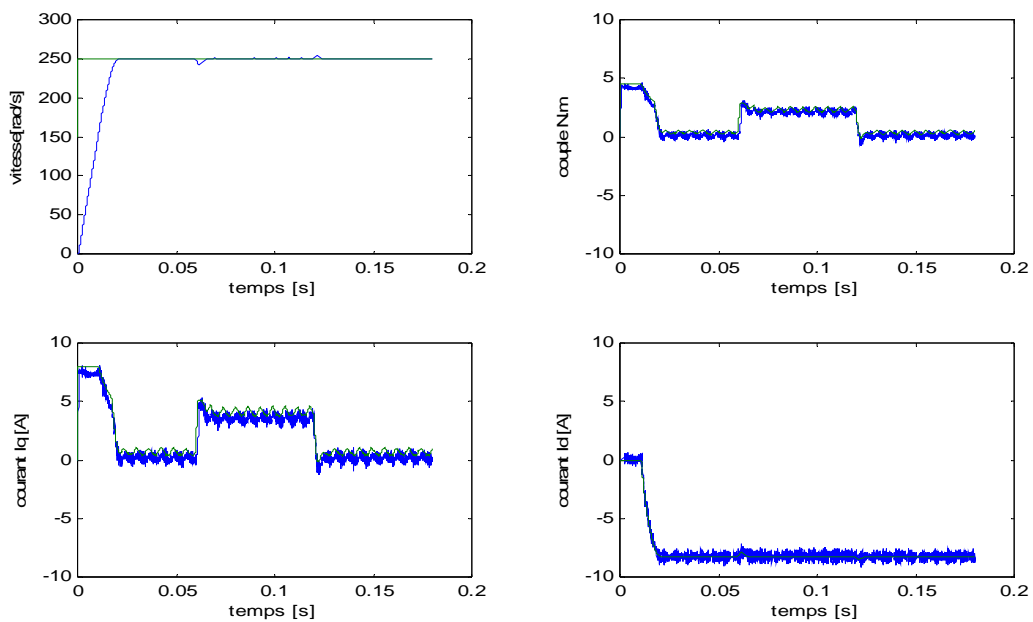


Figure (IV-7) : Résultats de simulation pour la commande d'un MSAP avec pôles saillants  
**a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$   
 (Mode défluxé avec  $\tau=0.0019s$ )

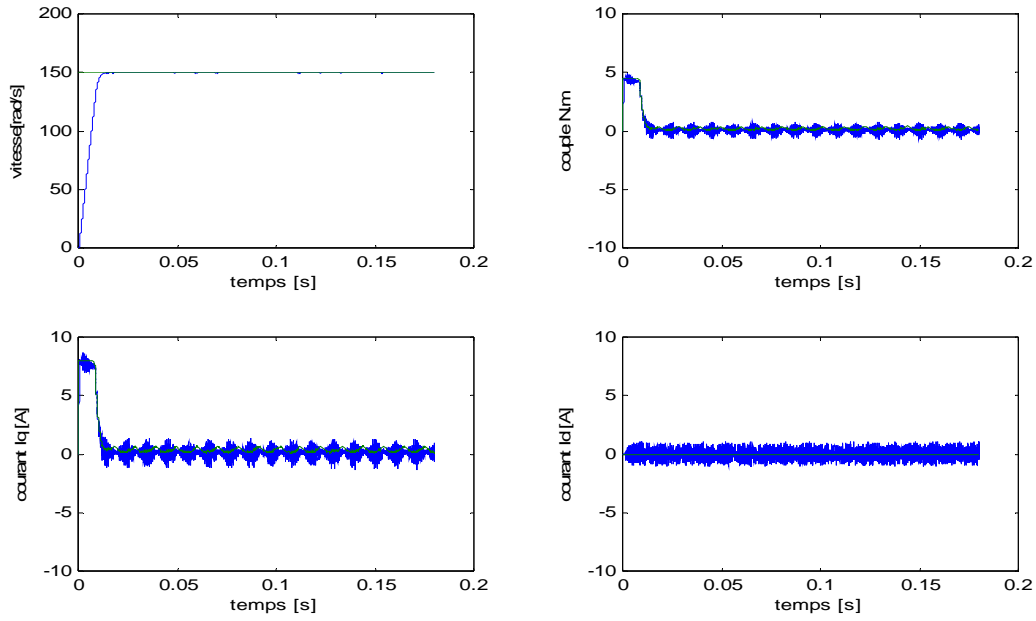


Figure (IV-8) : Résultats de simulation pour la commande d'un MSAP avec pole saillants  
**a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$   
 (Mode normale avec  $\tau=0.0019s$  et  $\Gamma_r=0$ )

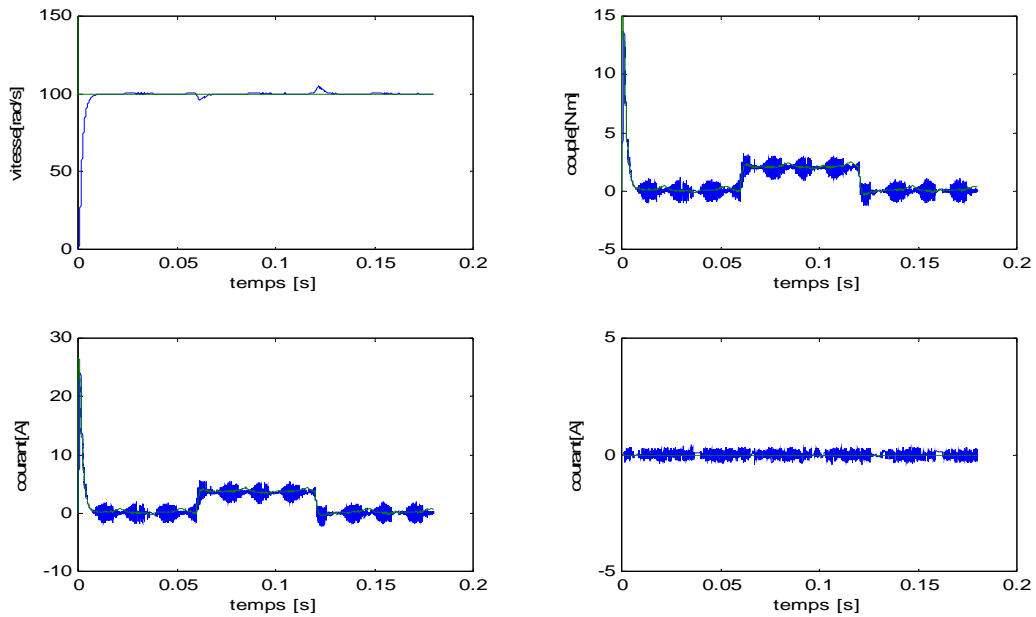


Figure (IV-9) : Résultats de simulation pour la commande d'un BLDCM avec pôles saillants  
**a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$   
 (Mode normale avec  $\tau=0.0031s$ )

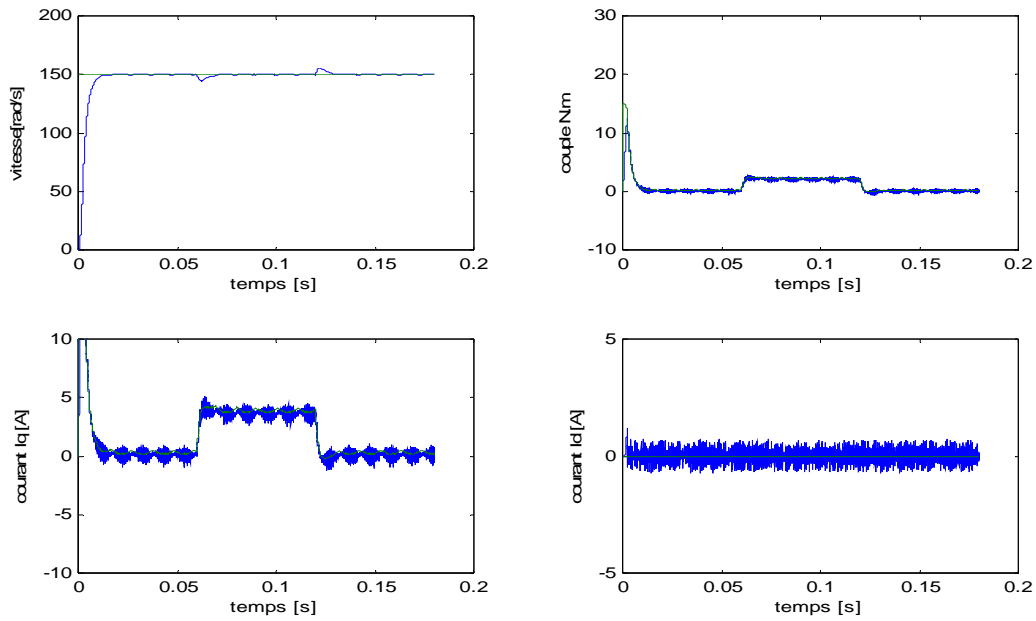


Figure (IV-10) : Résultats de simulation pour la commande d'un BLDCM sans pôles saillants  
**a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$   
 (Mode normale avec  $\tau=0.0041s$ )

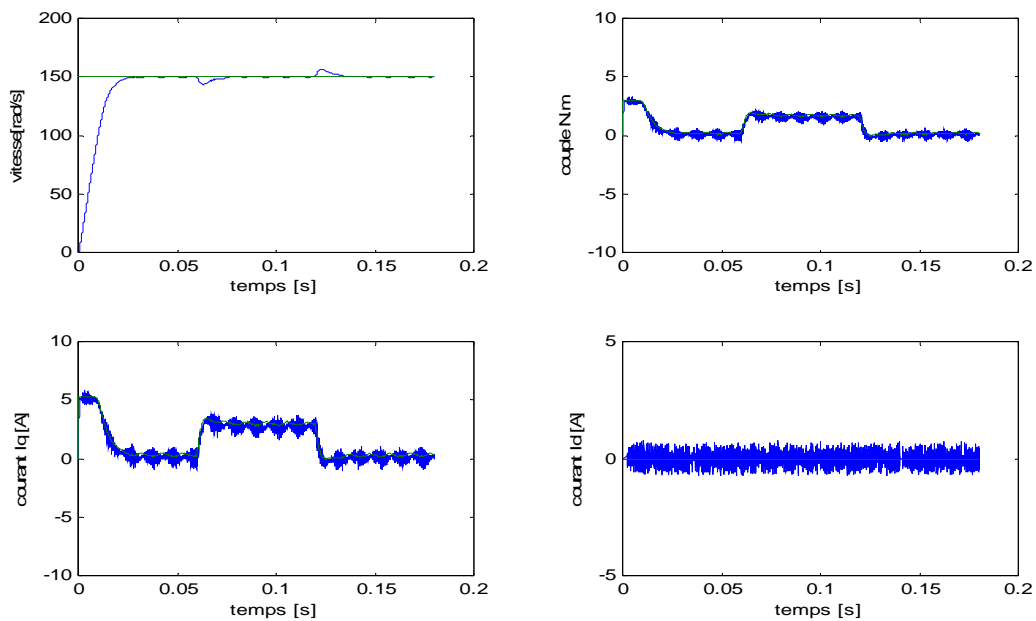


Figure (IV-11) : Résultats de simulation pour la commande d'un BLDCM sans pôles saillants  
**a-** vitesse de rotation, **b-** couple électromagnétique, **c-** courant  $i_q$ , **d-** courant  $i_d$   
 (Mode normale avec  $\tau=0.0062s$ )

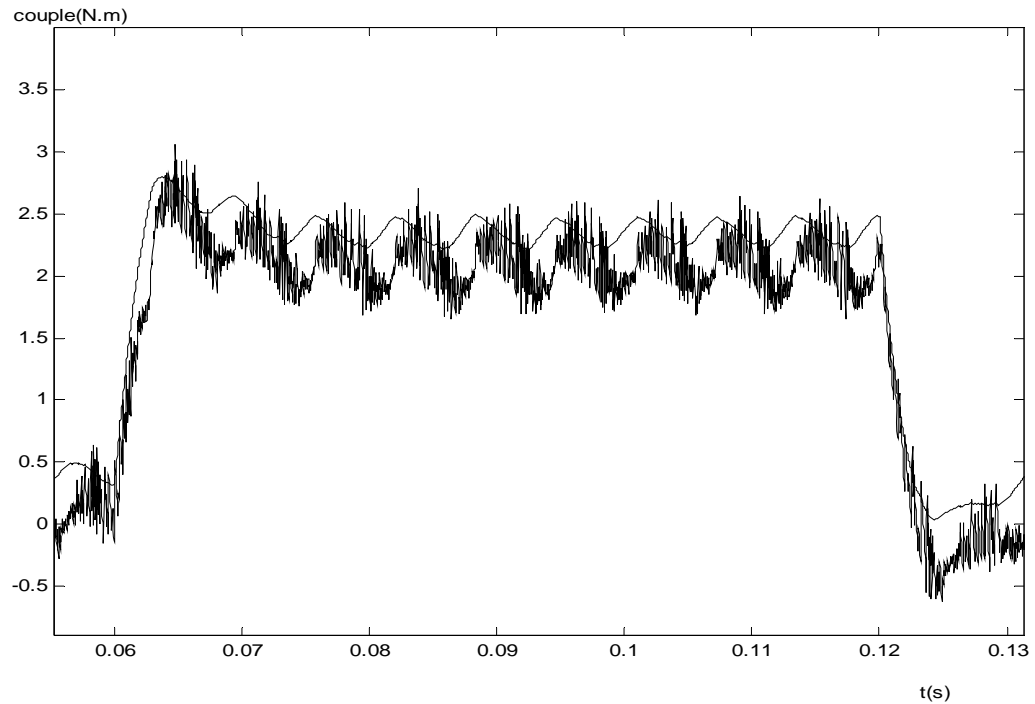


Figure (IV- 12) :– Couple électromagnétique d'un moteur à aimants permanents à pôles saillants

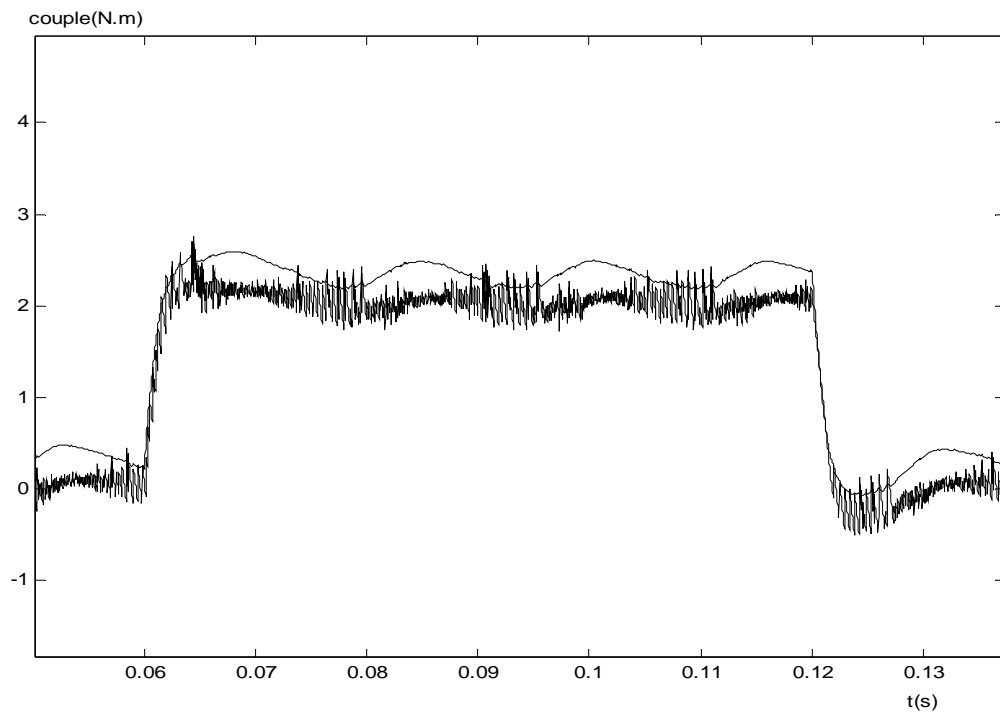


Figure (IV- 13): Couple électromagnétique d'un moteur à aimants permanents sans pôles saillants

#### IV. 5. Théorie de base du DTC des MSAP et BLDCM.

Le flux statorique  $\phi_{sj}$  et le flux rotorique  $\phi_{rj}$  peuvent être représentés dans les référentiels statorique  $(\alpha\beta)$ , rotorique  $(dq)$  ou bien le référentiel  $(xy)$  comme il est illustré sur la figure (IV-14).

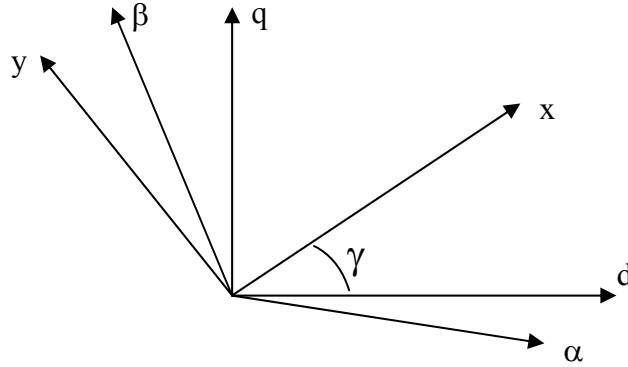


Figure (IV-14) : Le flux statorique et rotorique dans différents référentiels.

L'angle entre le flux statorique et le flux rotorique  $\gamma$  est l'angle de charge quand la résistance statorique est négligée. Pendant le régime permanent, le flux statorique et le flux rotorique tournent à la vitesse de synchronisme,  $\gamma$  est constante et elle correspond au couple de charge. En régime transitoire, le flux statorique et le flux rotorique tournent à des vitesses différentes d'où  $\gamma$  varie. Puisque la constante du temps électrique est normalement inférieure à la constante du temps mécanique, la vitesse de rotation du flux statorique par rapport au flux rotorique peut changer facilement. L'équation du couple électromagnétique est exprimée dans le référentiel  $(dq)$  en termes de flux statorique et son angle par rapport au flux rotorique comme suit [2,16,21,22]:

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{4} \frac{p|\phi_s|}{L_d L_q} [2\psi_f L_q \sin \gamma - |\phi_s| (L_q - L_d) \sin 2\gamma] \quad (IV-25)$$

Pour une MSAP à pôles lisses,  $L_d = L_q = L_s$ , l'équation (IV-25) peut être simplifiée comme suit :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} \frac{p|\phi_s|}{L_s} [\psi_f \sin \gamma] \quad (IV-26)$$

En général, le couple électromagnétique d'un moteur à aimants permanents dans le repère  $(d-q)$  peut être exprimé par :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p \cdot \left[ \left( \frac{dL_d}{d\theta} i_{ds} + \frac{d\phi_{dr}}{d\theta} - \phi_{qs} \right) i_{ds} + \left( \frac{dL_q}{d\theta} i_{qs} + \frac{d\phi_{qr}}{d\theta} + \phi_{ds} \right) i_{qs} \right] \quad (IV-27)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \phi_{ds} &= L_d i_{ds} + \phi_{ds} \\ \phi_{qs} &= L_q i_{qs} + \phi_{qr} \end{aligned} \quad (IV-28)$$

$i_{ds}$  et  $i_{qs}$  les courants selon les axes d et q,  $\phi_{qs}$ ,  $\phi_{ds}$ ,  $\phi_{qr}$  et  $\phi_{dr}$  sont les composantes du flux statorique et rotorique selon les axes d-q.

Si les inductances  $L_d$  et  $L_q$  sont constantes (cas général pour les moteurs à aimants permanents monté en surface), l'équation (IV-27) devient :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p \cdot \left[ \left( \frac{d\phi_{dr}}{d\theta} - \phi_{qs} \right) i_{ds} + \left( \frac{d\phi_{qr}}{d\theta} + \phi_{ds} \right) i_{qs} + (L_d - L_q) i_{qs} i_{ds} \right] \quad (IV-29)$$

A partir de cette équation, on déduit deux cas :

**a-** Si la variation du flux est sinusoïdale :

$\phi_{dr}$  est constant et  $\phi_{qr} = 0$ , d'où :

$$\frac{d\phi_{dr}}{d\theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\phi_{qr}}{d\theta} = 0$$

Le couple électromagnétique se simplifie aux équations données en (IV-25).

**b-** Si la variation du flux est non sinusoïdale :

$$\frac{d\phi_{rd}}{d\theta} \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\phi_{rq}}{d\theta} \neq 0$$

Le couple électromagnétique est donné par les relations (IV-27,29), ou bien par :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p \cdot \left[ \left( \frac{d\phi_{r\beta}}{d\theta} \right) i_{s\alpha} + \left( \frac{d\phi_{r\beta}}{d\theta} \right) i_{s\beta} \right] \quad (IV-30)$$

Cette équation est donnée dans le cas d'un moteur à pôles lisses.

La dérivée du couple par rapport au temps est toujours positive si  $\gamma$  est limitée à l'intervalle  $[\pi/2, -\pi/2]$ , ce qui implique que l'augmentation du couple est proportionnel à l'augmentation de l'angle  $\gamma$ . Par conséquent, le flux statorique doit être contrôlé en contrôlant la vitesse de rotation et en maintenant son amplitude constante pour avoir le maximum du couple [16].



Il est important d'étudier la relation entre l'amplitude du flux statorique et la dérivée du couple. La condition pour la quelle  $\frac{d\Gamma_{em}}{dt}$  est positive, est donnée par :

$$|\phi_s| < \frac{L_q}{L_q - L_d} \psi_f \quad (IV-31)$$

L'amplitude du flux statorique doit être choisie conformément à l'équation (IV-31) si une bonne réponse dynamique est désirée. L'amplitude et la vitesse de rotation du flux peuvent être contrôlées par le choix du vecteur tension statorique approprié.

Le vecteur tension  $V_s$  délivré par l'onduleur de tension triphasé à deux niveaux, le vecteur courant ainsi que le vecteur flux sont définis par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} V_s &= \sqrt{\frac{2}{3}} (V_a + aV_b + a^2V_c) \\ I_s &= \sqrt{\frac{2}{3}} (I_a + aI_b + a^2I_c) \\ \phi_s &= \sqrt{\frac{2}{3}} (\phi_a + a\phi_b + a^2\phi_c) \end{aligned} \quad (IV-32)$$

Avec les conditions :

$$V_a + V_b + V_c = 0 \quad , \quad I_a + I_b + I_c = 0 \quad \text{et} \quad \phi_a + \phi_b + \phi_c = 0$$

$$\text{Où ; } a = e^{j2\pi/3} \text{ et } a^2 = e^{j4\pi/3}$$

$V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  sont les valeurs instantanées des tensions entre le primaire et la ligne neutre.

- **Cas d'un flux sinusoïdal.**

Quand l'enroulement primaire du moteur est alimenté par un onduleur de tension, les tensions  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  sont déterminées par les états des trois interrupteurs,  $S_a$ ,  $S_b$  et  $S_c$  :

$$S_j \text{ (j = a, b, c)}$$

$S_j = 1$ : interrupteur du haut Fermé et interrupteur du bas ouvert.

$S_j = 0$ : interrupteur du haut Ouvert et interrupteur du bas fermé.

On peut écrire aussi ce vecteur de tension, sous la forme:

$$V_s = \sqrt{\frac{2}{3}} U_0 (S_a + aS_b + a^2S_c) \quad (IV-33)$$

La combinaison des trois grandeurs booléennes  $S_a$ ,  $S_b$  et  $S_c$  permet de générer huit positions du vecteur  $V_s$  dont deux correspondent au vecteur nul (figure (IV-15-a)).

- **Cas d'un flux non sinusoïdal.**

Mais, dans le cas où le flux n'est pas sinusoïdal, les vecteurs tensions  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  sont déterminés par les états des six interrupteurs,  $S_1$ ,  $S_2$ , ...,  $S_6$ . Puisque dans ce cas là si l'interrupteur du haut est fermé cela ne veut pas dire que l'interrupteur du bas est ouvert comme le cas du moteur MSAP figure (IV-15-b).

$S_j=1$ : interrupteur Fermé.

$S_j=0$ : interrupteur Ouvert.

On peut écrire aussi le vecteur tension sous la forme:

$$V_s = \sqrt{\frac{2}{3}} U_0 (S_{1,4} + a S_{2,5} + a^2 S_{3,6}) \quad (\text{IV-34})$$

La combinaison des six grandeurs booléennes  $S_{1,4}$ ,  $S_{2,5}$  et  $S_{3,6}$  permet de générer huit positions du vecteur  $V_s$  dont deux correspondent au vecteur nul (figure(IV-15-b)).

Les états des interrupteurs de l'onduleur nécessitent pour leur présentation six chiffres [16] (chaque interrupteur est présenté par un chiffre 1 ou 0 . Les tensions  $V_1$ ,  $V_2$ ,... et  $V_6$  sont représentées par des signaux de commutation dont leurs combinaisons est (100 001), (001 001), (011 000), (010 010), (000 110), (100 100)).

Dans ce cas, généralement on a deux phases qui sont alimentées dans chaque période de commutation. Le tableau (IV-1) détermine les courants de phases en fonction de la position du rotor.

Position du rotor $\beta$	$i_a$	$I_b$	$i_c$
$0 < \beta < 30$	0	$-i_{DC}$	$i_{DC}$
$30 < \beta < 90$	$i_{DC}$	$-i_{DC}$	0
$90 < \beta < 150$	$i_{DC}$	0	$-i_{DC}$
$150 < \beta < 210$	0	$i_{DC}$	$-i_{DC}$
$210 < \beta < 270$	$-i_{DC}$	$i_{DC}$	0
$270 < \beta < 330$	$-i_{DC}$	0	$i_{DC}$
$330 < \beta < 0$	0	$-i_{DC}$	$i_{DC}$

Tableau –IV.1- Courants de phase en fonction de la position du rotor.  
 $i_{DC}$  courant de l'onduleur

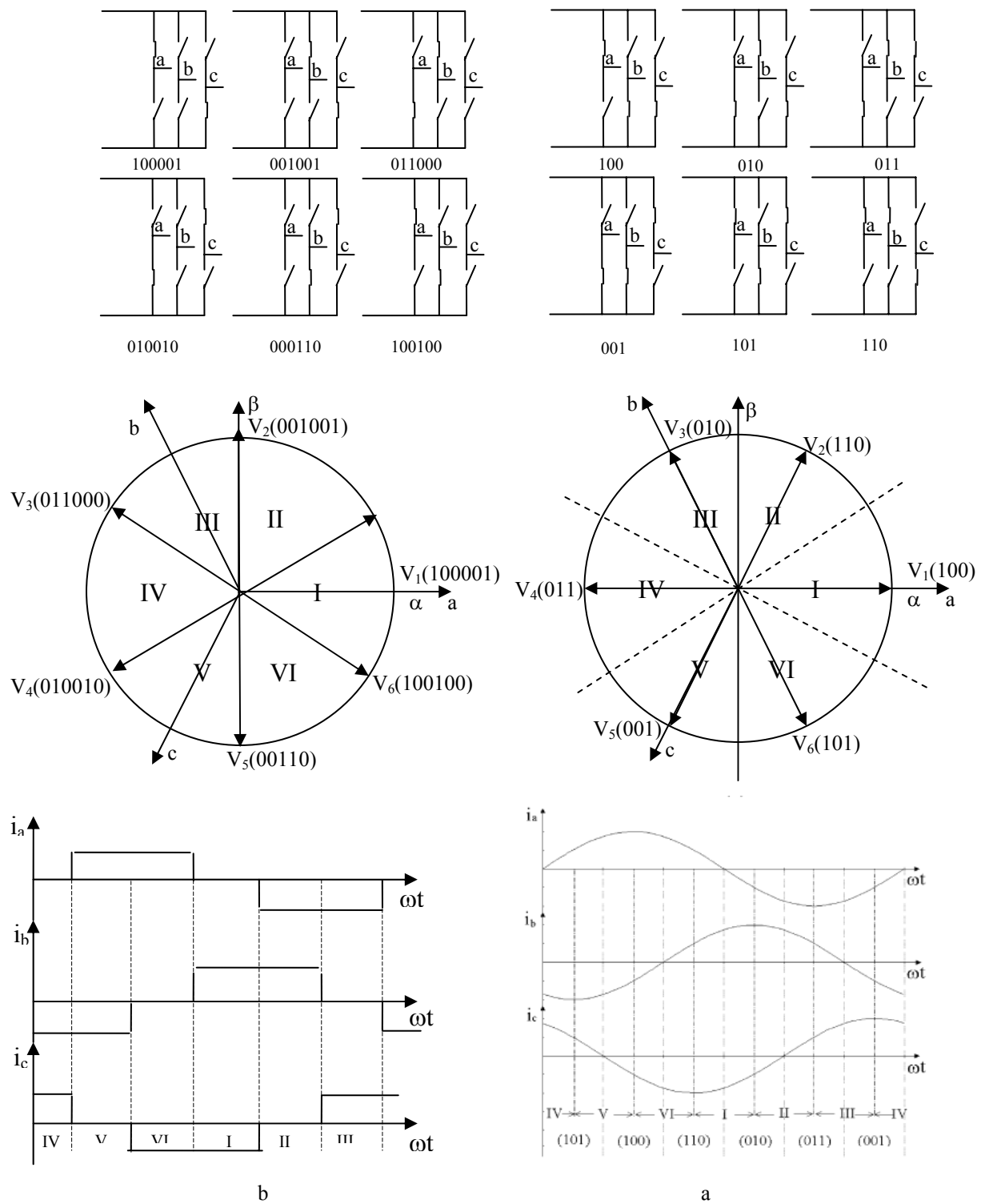


Figure (IV-15) : Vecteurs de tensions non nuls à la sortie de l'onduleur  
a- Fem sinusoïdale b- Fem Trapézoïdale

#### IV. 5. 1. Contrôle du vecteur flux statorique

Le contrôle direct du couple est basé sur le contrôle du flux statorique. L'expression du flux statorique est la suivante :

$$\phi_s = \int_0^t (V_s + R_s I_s) dt \quad (IV-35)$$

Durant une période d'échantillonnage  $T$ , le vecteur de tension appliqué au moteur reste constant. En négligeant la chute de tension due à la résistance statorique, on trouve l'équation :

$$\phi_s(t+T) = V_s T + \phi_s(t) \quad (IV-36)$$

Dans le cas d'une MSAP, le flux statorique changera même quand les vecteurs de tensions nuls sont appliqués du fait que l'aimant tourne avec le rotor. Par conséquent les vecteurs de tensions nuls ne sont pas utilisés pour contrôler le flux statorique.

En d'autres termes,  $\phi_s$  devrait être toujours en mouvement par rapport au flux rotorique [12,16]. Pour un vecteur de tension donné, on peut faire suivre à l'extrémité du vecteur flux la trajectoire désirée.

#### IV. 5. 2. Contrôle du couple électromagnétique

Le réglage le plus favorable du couple, indépendamment de celui du flux, correspond à celui de l'angle  $\gamma$ . Il suffit de régler la position du vecteur flux statorique dans les axes  $\alpha\beta$ .

Suivant le comportement de l'amplitude et de la phase de  $\phi_s$ , on choisit le vecteur tension approprié à la commande. Ainsi, par exemple, pour faire augmenter rapidement (respectivement diminué) le couple, il faut appliquer un vecteur tension de forte amplitude en quadrature avance par rapport à  $\phi_s$ . L'application du vecteur tension parallèle, composante directe, à  $\phi_s$ , ou d'une séquence nulle bloque la variation de phase de ce dernier par rapport à celle du flux rotorique (diminution de l'angle  $\gamma$  ce qui implique la diminution du couple électromagnétique [2,15,21]).

#### IV. 5. 3. Sélection du vecteur tension

Afin de fixer l'amplitude du vecteur flux statorique, l'extrémité du vecteur flux doit avoir une trajectoire circulaire. Pour cela, le vecteur tension appliqué doit être toujours perpendiculaire au vecteur flux. Mais comme on n'a que huit vecteurs, ce qui oblige le contrôle de l'amplitude du flux autour de la valeur souhaitée. Ainsi en sélectionnant un vecteur tension approprié, l'extrémité du flux statorique peut être contrôlée et déplacée de

manière à maintenir l'amplitude du vecteur flux à l'intérieur d'une certaine fourchette. Le choix de  $V_s$  dépend de la variation souhaitée pour le module et la vitesse de rotation du flux et par conséquent pour le couple. On délimite généralement l'espace d'évolution de  $\phi_s$  dans le référentiel fixe (stator) en le décomposant en six régions symétriques par rapport aux directions de tensions non nulles. La position du flux dans ces zones est déterminée à partir de ses composantes. La position initiale du flux statorique ne peut être nulle pour une MSAP. Elle peut être obtenue à partir d'un capteur de position ou par d'autres moyens.

Les performances du système de contrôle dépendent de la précision dans l'estimation de ces valeurs [12,23].

Le synoptique de commande DTC est présenté par la figure (IV.16). La figure (IV-17) présente le schéma de commande d'un Brushless DC motor BLDCM.

### III. 5. 4. Estimation du flux statorique et du couple

L'amplitude du flux statorique est estimée à partir de ces composantes suivant les axes  $(\alpha\beta)$ , soit [16]:

$$\begin{aligned}
 |\phi_s| &= \sqrt{\phi_{s\alpha}^2 + \phi_{s\beta}^2} \\
 \phi_{s\alpha} &= \int_0^t (V_{s\alpha} - R_s I_{s\alpha}) dt \\
 \phi_{s\beta} &= \int_0^t (V_{s\beta} - R_s I_{s\beta}) dt
 \end{aligned} \tag{IV-37}$$

$$\begin{aligned}
 I_{s\alpha} &= \sqrt{\frac{2}{3}} i_a \\
 I_{s\beta} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (2i_b - i_c)
 \end{aligned} \tag{IV-38}$$

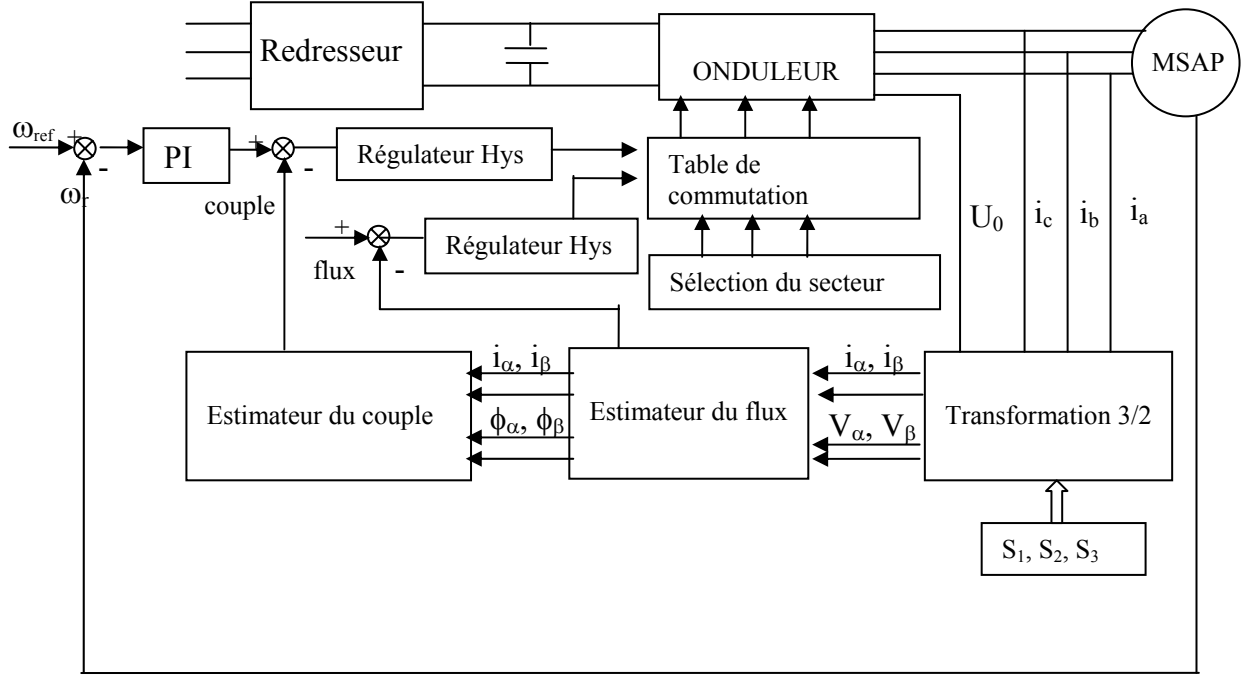


Figure (IV-16) : Synoptique de la commande DTC d'un MSAP

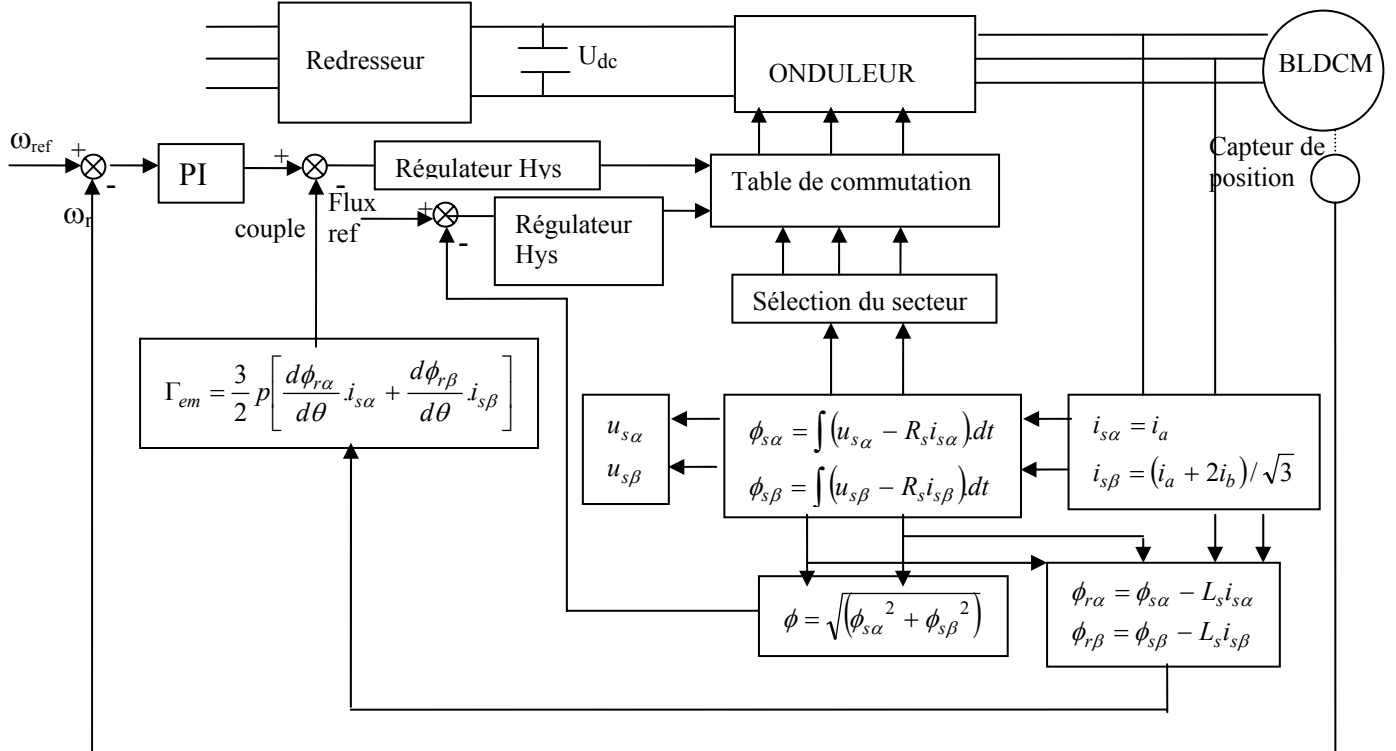


Figure (IV-17) : Schémas de commande par DTC d'un BLDCM

On reconstruit les composantes du vecteur tension à partir de la mesure de la tension d'entrée de l'onduleur, des états des interrupteurs et en appliquant la transformation de Concordia.

$$\begin{aligned} V_{s\alpha} &= \sqrt{\frac{2}{3}} V_0 (S_1 - 1/2(S_2 + S_3)) \\ V_{s\beta} &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 (S_2 - S_3) \end{aligned} \quad (IV-39)$$

En comparant le signe des composantes du vecteur flux et le rapport entre ces composantes et l'amplitude du flux, le numéro de la zone dans laquelle se trouve le vecteur flux statorique peut être obtenu.

Le couple électromagnétique peut être estimé pour tout les types de machines synchrones à partir des grandeurs estimées du flux  $\phi_a$  et  $\phi_b$  et des grandeurs mesurées du courant  $I_a$  et  $I_b$ .

Dans le cas où la forme du flux est trapézoïdale, les vecteurs tensions seront estimés en fonction des six états des interrupteurs de l'onduleur ( $S_1, \dots, S_6$ ) et les grandeurs du courant et de tensions seront :

$$\begin{aligned} I_{s\alpha} &= i_a \\ I_{s\beta} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (2i_b + i_a) \end{aligned} \quad (IV-40)$$

$$\begin{aligned} V_{s\alpha} &= \sqrt{\frac{2}{3}} V_0 ((S_{1,4}) - 1/2((S_{2,5}) + (S_{3,6}))) \\ V_{s\beta} &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 ((S_{2,5}) - (S_{3,6})) \end{aligned} \quad (IV-41)$$

#### IV. 5. 5. Tables de commutations

Les tables de commutations sont élaborées en fonction des sorties des correcteurs à hystérésis du flux et celui du couple et de la zone de position du vecteur flux statorique comme le montre le tableau (IV-2).

Les vecteurs  $V_0$  et  $V_7$  sont choisis alternativement pour minimiser le nombre de commutation dans les bras de l'onduleur.

Pour des vitesses faibles on choisi la table sans vecteur nul (Table. IV. 2.a) tandis que pour des vitesses élevées on choisi la table avec vecteurs nuls (Table IV.2.b). Dans le cas où le moteur tourne dans les deux sens de rotation on choisi la table (IV.3).

Pour un moteur BLDCM dont la fem est de forme trapézoïdale, le couple est estimé avec un correcteur à deux niveaux, par contre celui du flux est à trois niveaux. La table de commutation est donnée par le tableau (IV-4).

Flux	Couple	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$\phi=1$	$\tau=1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$
	$\tau=0$	$V_6$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$
$\phi=0$	$\tau=1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$
	$\tau=0$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$

a

Flux	Couple	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$\phi=1$	$\tau=1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$
	$\tau=0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$
$\phi=0$	$\tau=1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$
	$\tau=0$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$

b

Tableau- IV. 2- Table de commutation à deux niveaux

a- sans vecteur nul

b- avec vecteur nul

c-

Flux	Couple	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$\phi=1$	$\tau=-1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$
	$\tau=0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$
	$\tau=1$	$V_6$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$
$\phi=0$	$\tau=1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$
	$\tau=0$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$
	$\tau=-1$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$

Tableau- IV.3- Table de commutation avec comparateur à trois niveaux du couple.



couple	Flux	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$\tau=1$	$\tau=1$	$V_1$ (100001)	$V_2$ (001001)	$V_3$ (011000)	$V_4$ (010010)	$V_5$ (000110)	$V_6$ (100100)
	$\tau=0$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$
	$\tau=-1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$
$\tau=0$	$\tau=1$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
	$\tau=0$	$V_0$	$V_0$	$V_0$	$V_0$	$V_0$	$V_0$
	$\tau=-1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$

Tableau- IV. 4- Table de commutation pour un moteur BLDCM dont la fem est de forme trapézoïdale

#### IV-5-6. Résultats et simulation

La figure (IV-18), montre la réponse du système de contrôle à l'application d'une charge de 2N.m, et d'une vitesse de référence de 150rad/sec. Pour cet essai en charge on a utilisé une table de commutation sans vecteurs nuls à deux niveaux. Le couple et la vitesse suivent bien leurs références avec une dynamique très rapide. On peut remarquer aussi que le comparateur à hystérésis a permis de maintenir l'extrémité du flux statorique dans la bande d'hystérésis d'où la trajectoire du flux statorique est pratiquement circulaire est d'amplitude 0.3.

A un temps donné, on fait un changement brusque du couple résistant (de 2 à 2.5) N.m (figure(IV-19)). On remarque que le système répond rapidement à ce changement aux niveaux de la vitesse et du couple, le flux garde une amplitude fixe. On peut remarquer la même chose pour un changement du couple résistant de 1 à 1.5 N.m (figure (IV-20)).

La figure (IV-21) présente la réponse du système de contrôle à l'application d'une charge de 1N.m, et d'une vitesse de référence de 150rad/sec. Pour cet essai en charge on a utilisé une table de commutation avec vecteurs nuls à deux niveaux. On voit bien que le couple et la vitesse suivent bien leurs références avec une dynamique très rapide par rapport au cas précédent (Sans vecteur nul) avec une minimisation des ondulations du couple. Le courant  $I_q$  suit bien le couple.

L'effet de la résistance statorique sur les réponses du système est presque négligeable, ce qui est montré sur la figure (IV-22).

La figure (IV-23) montre l'allure des courants de phase qui sont de type créneaux en fonction de la position du rotor.

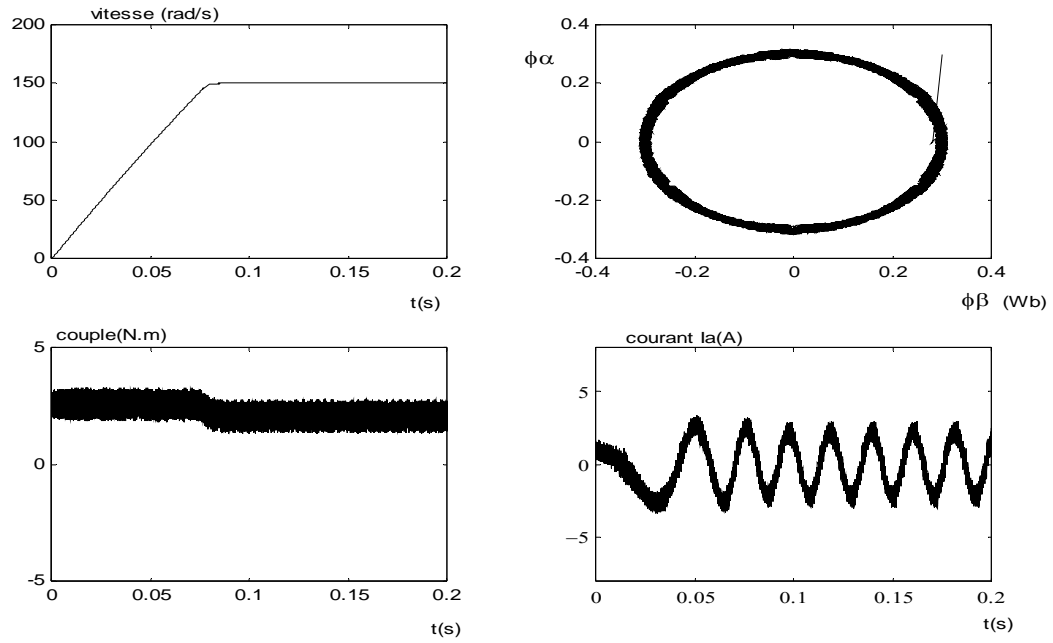


Figure (IV-18) : Réponse du système à un démarrage en charge

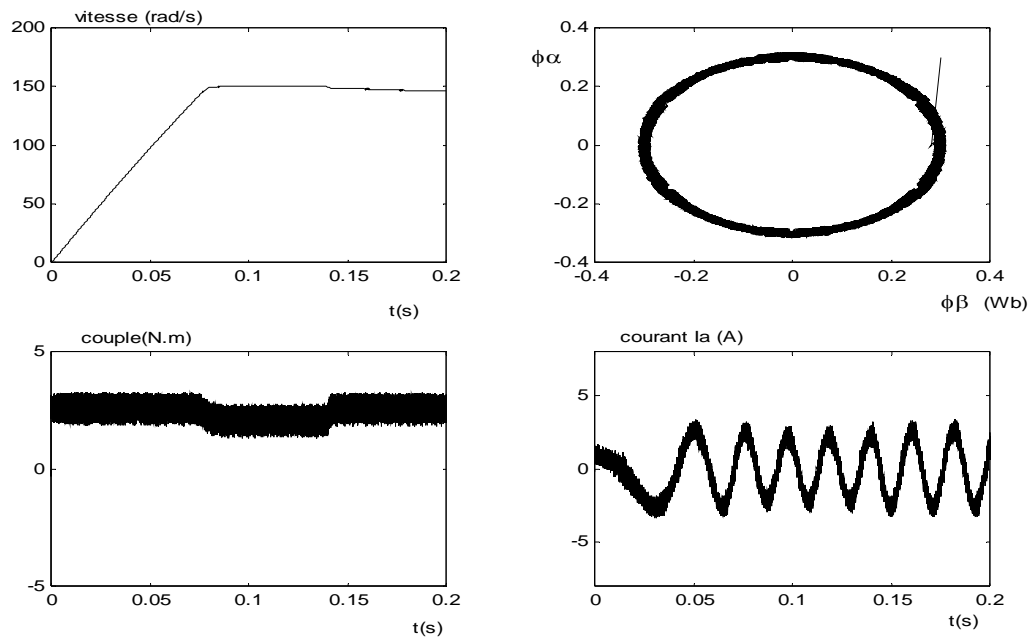


Figure (IV-19) : Réponse du système à un démarrage en charge avec changement brusque du couple résistant

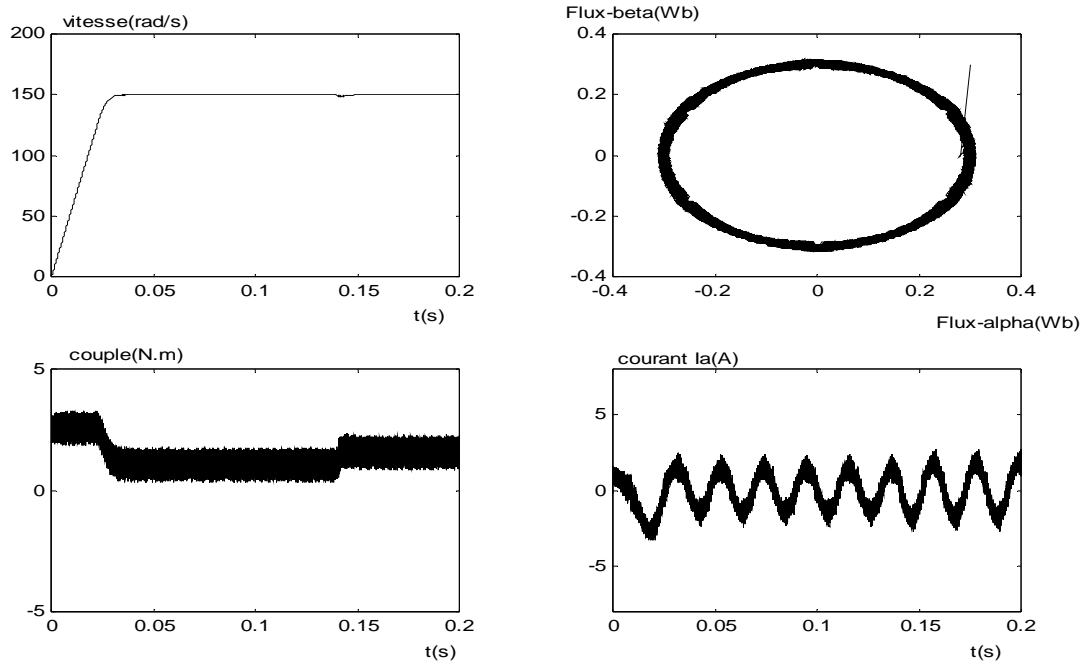


Figure (IV-20) : Réponse du système à un démarrage en charge avec changement brusque du couple résistant avec  $C_r=1\text{N.m}$

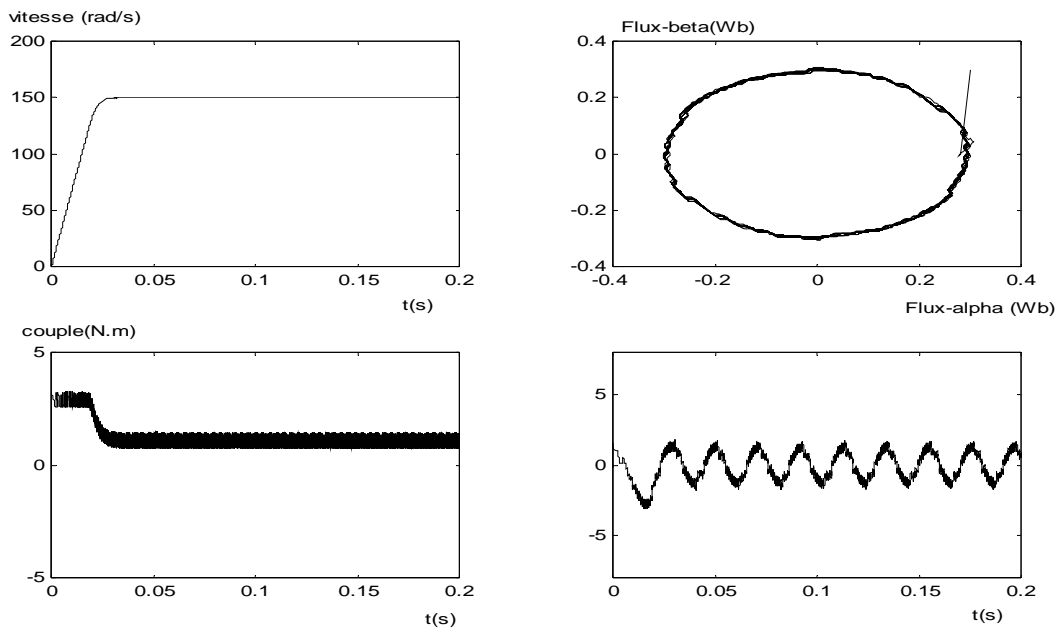


Figure (IV-21) : Réponse du système à un démarrage en charge en tenant compte du vecteur nul

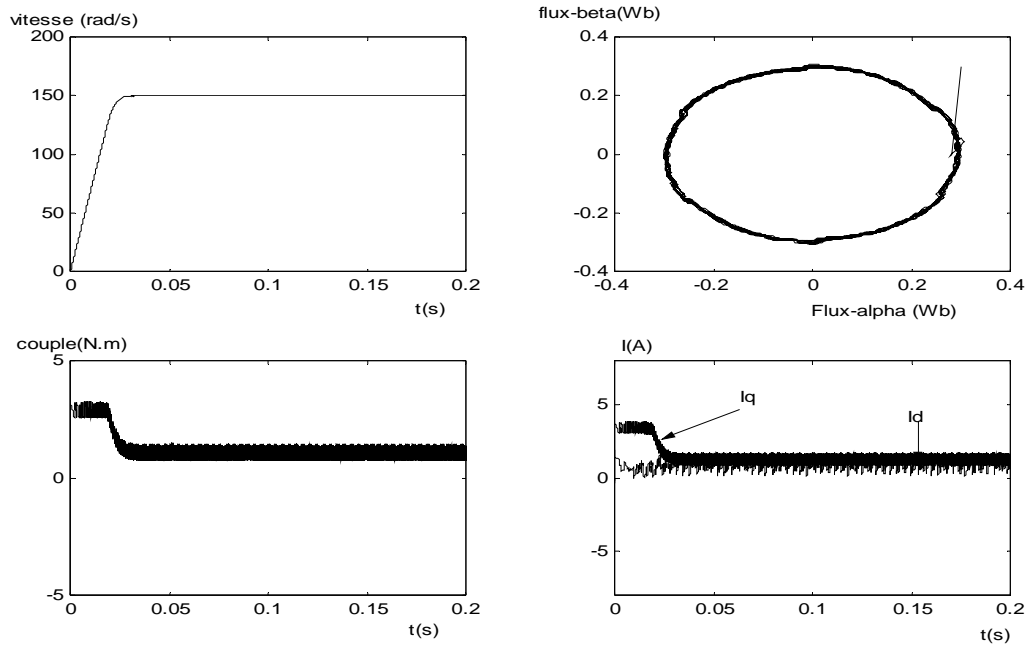


Figure (IV-22) : Réponse du système à un démarrage en charge avec  $C_r=1\text{N.m}$  et une augmentation de la résistance statorique de 50%

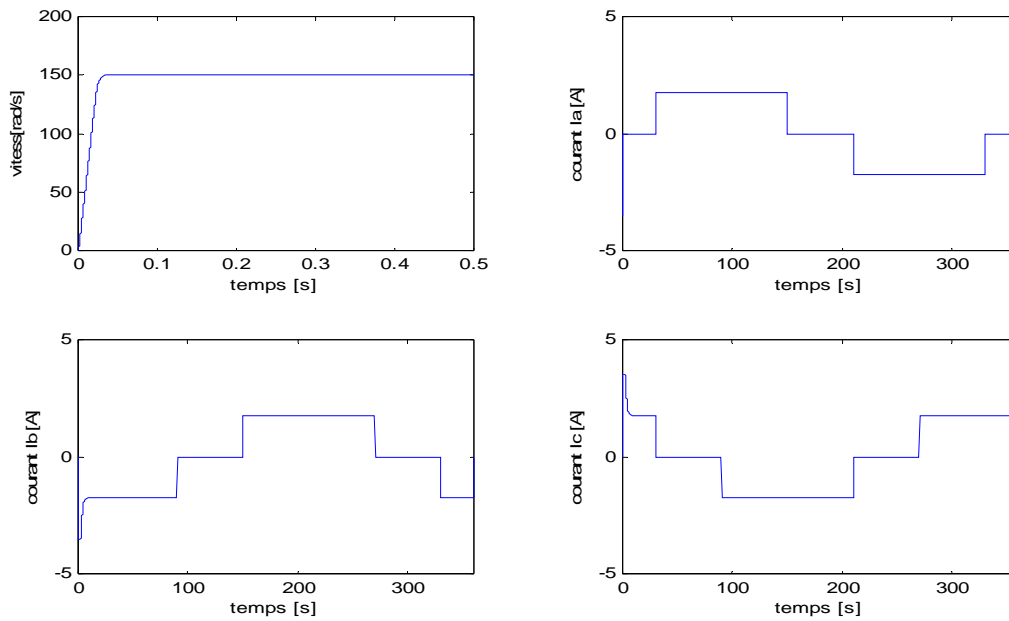


Figure (IV-23) : Courants de phase en fonction de la position du rotor

### IV-6 Méthode de commande de l'énergie réactive et du couple (DIRECT)

C'est une nouvelle méthode de commande DTC basée sur le contrôle de la puissance réactive du moteur et du couple (Direct reactive energy and Torque control) au lieu du flux et couple dans la méthode classique DTC. Cette méthode est intervenue suite aux difficultés posées par la commande DTC du MSAP ou BLDCM qui sont [21-23]:

- Inductance d'enroulement faible.
- Faible moment d'inertie.
- Valeur du flux magnétique constante.

Les équations des tensions, courants et flux sont données par l'équation (IV-32). L'énergie du moteur peut être exprimée par la relation [24]:

$$W = \frac{3}{2} p (\phi_\alpha i_\alpha + \phi_\beta i_\beta) \quad (\text{IV-42})$$

Le couple électromagnétique est :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p (\phi_\alpha i_\beta - \phi_\beta i_\alpha) \quad (\text{IV-43})$$

Le contrôle du système consiste à contrôler deux vecteurs simultanément :

- Contrôle de l'énergie réactive en introduisant l'estimateur du flux, l'estimateur et le comparateur de l'énergie.
- Contrôle du couple électromagnétique en introduisant un estimateur du flux, un estimateur et comparateur du couple.

L'estimation de l'énergie réactive et du couple est basée sur des valeurs mesurées des tensions et des courants.

#### IV-6-1 Estimateur du flux.

Le flux est calculé par l'expression :

$$\begin{aligned} \phi_\alpha &= \int (V_\alpha - R_s i_\alpha) dt \\ \phi_\beta &= \int (V_\beta - R_s i_\beta) dt \end{aligned} \quad (\text{IV-44})$$

Avec :

$$\begin{aligned} i_\alpha &= i_a & i_\beta &= \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + 2i_b) \\ V_\alpha &= V_a & V_\beta &= \frac{1}{\sqrt{3}} (V_a + 2V_b) \end{aligned} \quad (\text{IV-45})$$

On peut estimer le flux par la proposition d'un pur intégrateur pour des basses fréquences statoriques :

$$\begin{aligned}\phi_\alpha(t + \Delta t) &= \sum \left( V_\alpha - R_s i_s - \frac{1}{\Gamma} \phi_\alpha(t) \right) \cdot \Delta t \\ \phi_\beta(t + \Delta t) &= \sum \left( V_\beta - R_s i_\beta - \frac{1}{\Gamma} \phi_\beta(t) \right) \cdot \Delta t\end{aligned}\tag{IV-46}$$

$\Delta t$  temps d'échantillonnage.

Les estimateurs du couple et énergie réactive sont décrit par les produits vectoriel et scalaire du vecteur courant et vecteur flux donnés selon les axes ( $\alpha$   $\beta$ ) et selon les équations (IV-40,41).

#### IV-6-2. Comparateurs du couple et énergie réactive.

Les signaux de références du couple et l'énergie couvrent les intervalles ( $-W_{max}$  et  $W_{max}$ ) et ( $-\Gamma_{max}$  et  $\Gamma_{max}$ ). L'erreur de l'énergie réactive qui est défini par la différence de la valeur estimée et la référence est délivrée au comparateur d'énergie qui donne deux sorties :

$$\begin{aligned}W_{ref} - W > 0 &\Rightarrow dW = 1 \\ W_{ref} - W < 0 &\Rightarrow dW = 0\end{aligned}\tag{IV-47}$$

La même chose pour le comparateur du couple où :

$$\begin{aligned}\Gamma_{ref} - \Gamma > 0 &\Rightarrow d\Gamma = 1 \\ \Gamma_{ref} - \Gamma < 0 &\Rightarrow d\Gamma = 0\end{aligned}\tag{IV-48}$$

Les sorties des comparateurs vont définir le secteur pour la tension d'alimentation d'entrée appliquée pour le moteur et qui est choisie à partir d'une table de commutation et de six vecteurs de tensions avec six secteurs de fonctionnement où chaque secteur d'une durée de 60° électrique.

La table de commutation est donnée par la table (IV-5).

La figure (IV-24) présente le schéma de commande proposé d'un contrôle direct d'énergie et du couple pour le moteur MSAP.

#### IV-6-3 Simulation et Résultats.

Les figures (IV-25-27) présentent les réponses du système en charge, où on peut conclure que le système répond plus rapidement par rapport au cas précédent, seulement il présente des bandes d'hystérésis plus large surtout pour le couple.

Couple	Energie	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$d\Gamma=1$	$dW=1$	$V_2 (110)$	$V_3 (010)$	$V_4 (011)$	$V_5 (001)$	$V_6 (101)$	$V_1 (100)$
	$dW=0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$
$d\Gamma=0$	$dW=1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$
	$dW=0$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$

Tableau- IV. 5- Table de commutation Pour un moteur BLDCM pour correcteur à deux niveaux

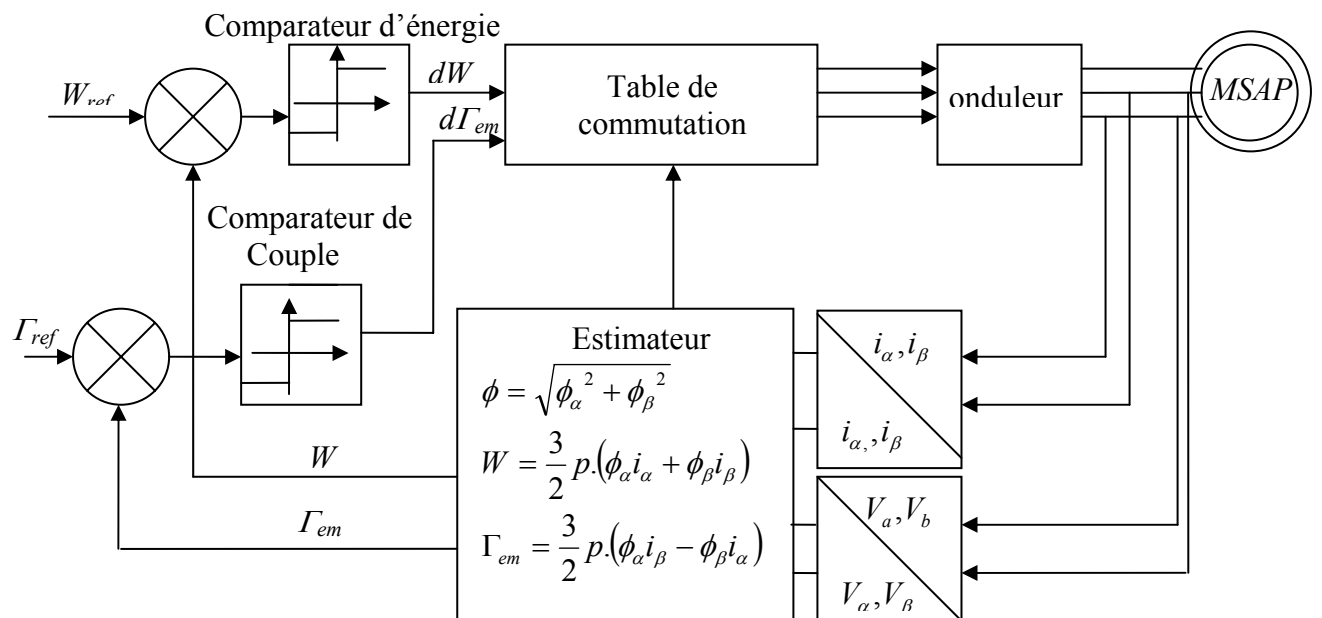


Figure (IV-24) : Schémas de commande proposé de DRETC d'un MSAP

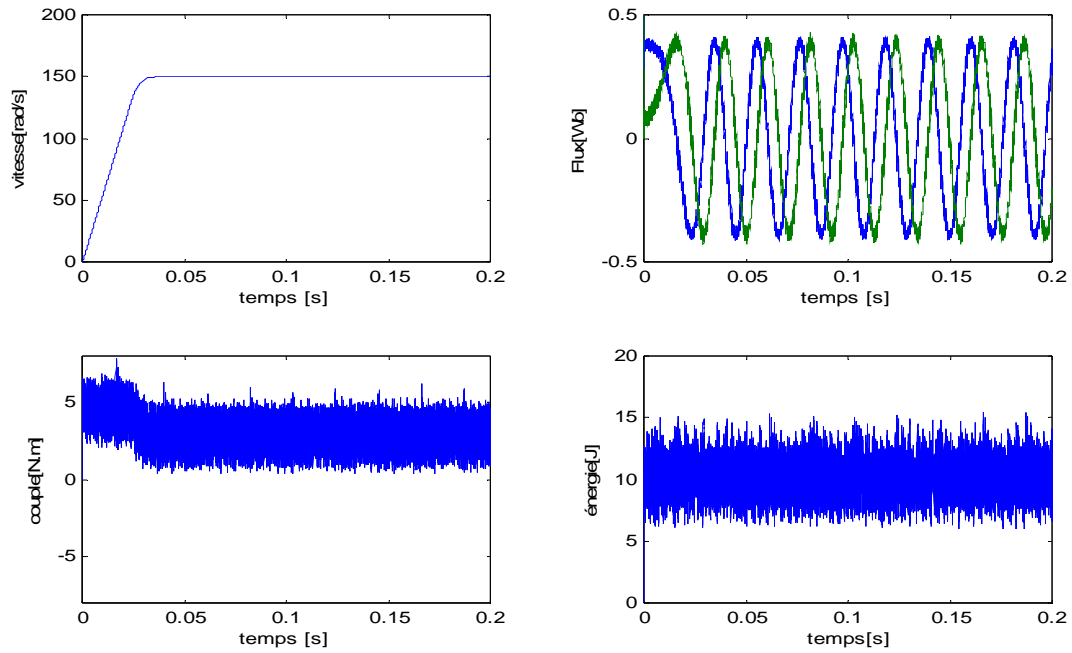


Figure (IV-25) : Réponse du système à un démarrage en charge

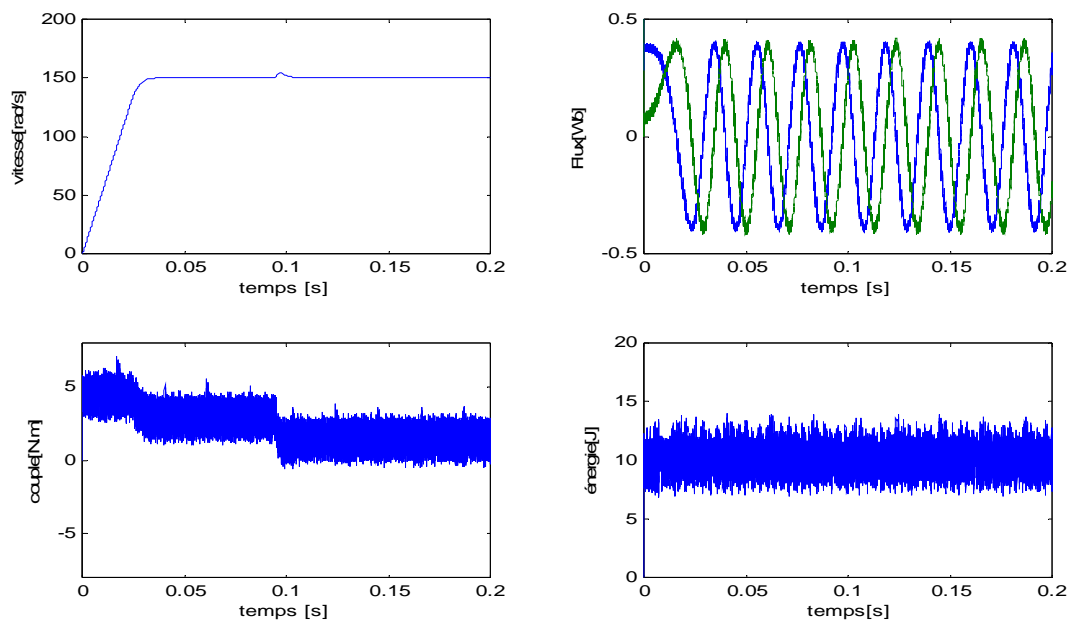


Figure (IV-26) : Réponse du système à un démarrage en charge avec changement brusque du couple résistant



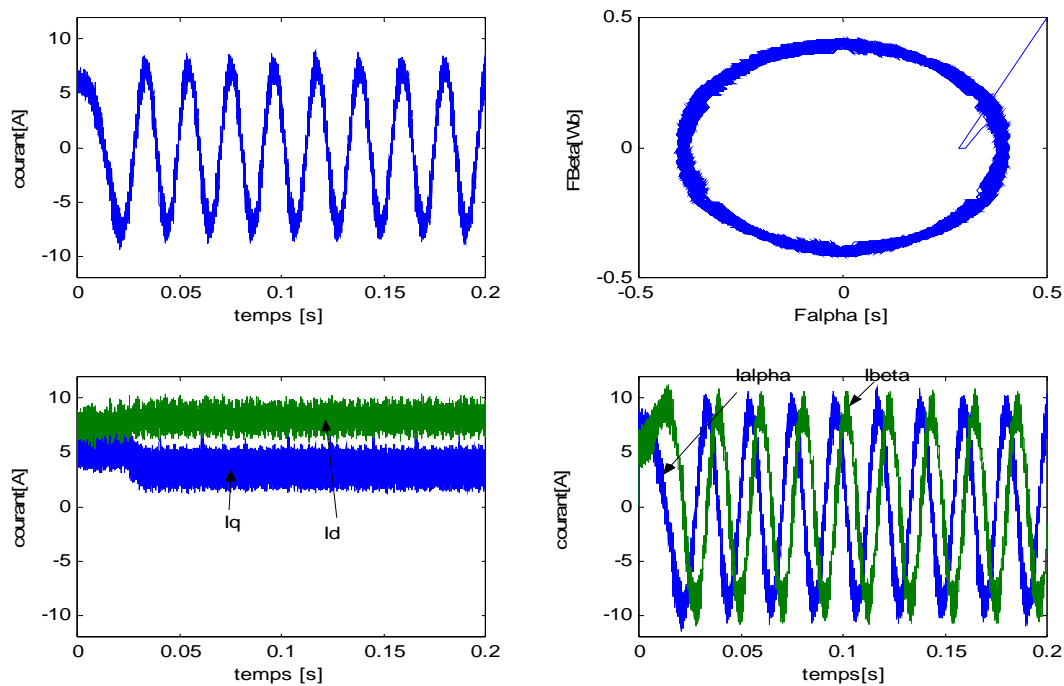


Figure (IV-27) : Réponse du système à un démarrage en charge

#### IV-7. Optimisation des pertes d'un MSAP

Le moteur à aimants permanents alimenté par un onduleur est actuellement largement utilisé dans diverses applications industrielles, cela revient à ces avantages intéressants (chapitre I) plus particulièrement le rendement élevé.

Dans les applications industrielles dont le temps d'opération est continu tel que les véhicule électrique, le rendement est une performance très importante. Donc, il est souhaitable de contrôler le rendement de ces moteurs ce qui conduit à minimiser leurs pertes en utilisant des méthodes de contrôle et d'optimisation efficace.

La plus part des stratégies de contrôle des pertes utilisent des modèles dans le système d'axe (d,q), en optimisant les pertes par l'annulation de la composante du courant de phase selon l'axe d ( $I_d = 0$ ). Ce modèle optimise les pertes, mais il ne donne pas des résultats satisfaisants. Par conséquent, des méthodes récentes sont proposées afin d'améliorer le rendement par le contrôle du courant  $I_d$  [25-27].

### IV-7-1. Pertes dans les moteurs à aimants permanents

Les pertes dans les moteurs à aimants permanents consistent aux pertes Joules, pertes fer et les pertes mécaniques. Ces derniers, dépendent de la vitesse et ils sont incontournables. Par contre, les pertes fer et les pertes Joule sont incontrôlables.

Les pertes Joule peuvent être minimisées par le contrôle du vecteur de courant dans le but de produire un couple max. Les pertes fer peuvent être minimisées par le contrôle du flux, puisque ces pertes sont proportionnelles à l'induction magnétique produite suivant l'équation [28,29]:

$$P_{fer} = K_h \omega_s B^n + K_{ed} B^2 \omega_s^2 \quad (IV-49)$$

Avec,  $\omega_s$  fréquence du stator,  $K_h$  et  $K_{ed}$  des constantes d'hystérésis et des courants de Foucault,  $B$  est l'induction magnétique et  $n$  constante de STEINMETZ. Ces constantes dépendent du type du matériau utilisé, et peuvent être obtenues à partir des courbes données par le constructeur. Par exemple, pour le Silicone :  $K_h = 40-55$ ,  $n=1.8-2.0$  et  $K_{ed}=0.04-0.07$  [28-29].

Généralement cette expression est utilisée dans le cas où la fem est sinusoïdale. Dans le cas où la fem est non sinusoïdale, les pertes hystérésis dépendent seulement de la densité du flux magnétique, et pour les pertes par courant de Foucault, on peut les exprimer par la relation [29]:

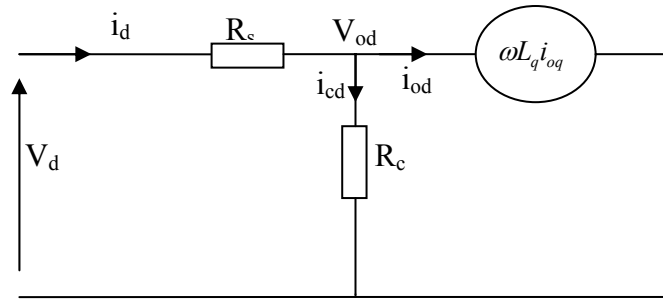
$$P_{ed} = \frac{2K_{ed}}{T} \int_0^T \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (IV-50)$$

Où,  $T$  est la période, ( $T=1/f$ ).

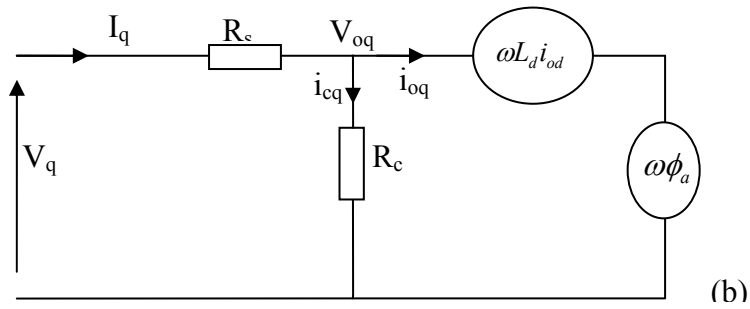
Le modèle que nous allons étudier propose un contrôle optimal du vecteur courant pour la minimisation des pertes.

### IV-7-2. Modèle de base de minimisation des pertes

En premier lieu, on représente le moteur à aimants permanents par un circuit électrique équivalent dans le système d'axe  $d$  et  $q$  et qui est illustré par la figure (IV-28). Ce schéma équivalent inclut l'effet des pertes fer et Joule, où la résistance  $R_s$  présente l'effet des pertes Joule et la résistance  $R_c$  présente l'effet des pertes fer.



(a)



(b)

Figure (IV-28) : Circuit équivalent d'un moteur à aimants permanents.

**a-** circuit équivalent selon l'axe d. **b-** circuit équivalent selon l'axe q.

Selon cette figure, on peut écrire le système d'équation des tensions par l'expression [25-30]:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{bmatrix} + \left( 1 + \frac{R_s}{R_c} \right) \begin{bmatrix} v_{od} \\ v_{oq} \end{bmatrix} \quad (\text{IV-51})$$

$$\begin{bmatrix} v_{od} \\ v_{oq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega L_q \\ \omega L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \phi_a \end{bmatrix} \quad (\text{IV-52})$$

Avec ;

$$i_{od} = i_d - i_{cd}, \quad i_{oq} = i_q - i_{cq} \quad (\text{IV-53})$$

$$i_{cd} = -\frac{\omega \lambda L_d i_{oq}}{R_c}, \quad i_{cq} = \frac{\omega (\phi_a + L_d i_{od})}{R_s} \quad (\text{IV-54})$$

Avec ;

$i_d, i_q$  composantes selon les axes d et q du courant.  $i_{cd}, i_{cq}$  composantes selon les axes d et q du courant des pertes fer.  $v_d, v_q$  composantes selon les axes d et q de la tension.

$L_d, L_q$  composantes selon les axes  $d$  et  $q$  de l'inductance.  $R_s, R_c$  résistance statorique de phase et résistance des pertes fer.  $\lambda$  Coefficient de saillance ou  $\lambda = L_q/L_d$ .

$\phi_a = \sqrt{3}\phi_e$ ,  $\phi_e$  est le flux dû aux aimants permanents.

Le courant de phase  $I_a$ , la tension nominale  $V_a$  et le couple s'expriment par les relations suivantes :

$$I_a = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \quad (IV-55)$$

$$\begin{aligned} V_a &= \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \\ &= \sqrt{(R_s i_d - \omega \lambda L_d i_{oq})^2 + (R_s i_q + \omega(\phi_a + L_d i_{od}))^2} \end{aligned} \quad (IV-56)$$

$$\Gamma = p\phi_a i_{oq} + p(1-\lambda)L_d i_{od} i_{oq} \quad (IV-57)$$

Donc, à partir du circuit équivalent et des équations précédentes, on peut exprimer les différentes pertes par :

- **Pertes Joule :** 
$$P_j = R_s (i_d^2 + i_q^2) = R_s \left\{ \left( i_{od} - \frac{\omega \lambda L_d i_{oq}}{R_c} \right)^2 + \left( i_{oq} + \frac{\omega(\phi_a + L_d i_{od})}{R_c} \right)^2 \right\} \quad (IV-58)$$

- **Pertes fer :** 
$$\begin{aligned} P_{fer} &= R_c (i_{cd}^2 + i_{cq}^2) \\ &= \frac{\omega^2 (\lambda L_d i_{oq})^2}{R_c} + \frac{\omega^2 (\phi_a + L_d i_{od})^2}{R_c} \end{aligned} \quad (IV-59)$$

- **Pertes mécanique :** 
$$P_{mec} = f_{mec} \omega_r \quad (IV-60)$$

Ou,  $f_{mec}$  est le frottement et  $\omega_r = \omega/p$ .

Les pertes totales sont :

$$P = P_j + P_{fer} + P_{mec}$$

### IV-7-3. Condition de minimisation de pertes

Comme les pertes mécaniques sont incontrôlables, on peut seulement contrôler les pertes électriques par le contrôle du courant  $i_d$ . D'après les équations précédentes, on peut exprimer les pertes électriques ( $P_e = P_{fer} + P_j$ ) en fonction de  $i_{od}$ ,  $\Gamma$  et  $\omega$ .

$$P_e = R_s \left\{ \left( i_{od} - \frac{\omega \lambda L_d i_{oq}}{R_c} \right)^2 + \left( i_{oq} + \frac{\omega(\phi_a + L_d i_{od})}{R_c} \right)^2 \right\} + \frac{\omega^2 (\lambda L_d i_{oq})^2}{R_c} + \frac{\omega^2 (\phi_a + L_d i_{od})^2}{R_c} \quad (IV-61)$$

$$\text{Avec ; } i_{oq} = \frac{\Gamma}{p\phi_a + p(1-\lambda)L_d i_{od}}$$

Pour un fonctionnement stable où le couple et la vitesse sont constants, les pertes électriques sont fonction seulement de  $i_{od}$ . A partir de la figure (IV-29), on peut voir que les pertes électriques acceptent une valeur optimale du courant  $i_{od}$  qui les minimisent.

La condition de minimisation de ces pertes est donnée par [29,31,32]:

$$\frac{\partial P_e}{\partial i_{od}} = 0 \quad (IV-62)$$

On obtient :

- Pour un moteur à aimants sans saillance :

$$i_{od} = \frac{\omega^2 L_d (R_s + R_c) \phi_a}{R^s R_{c2} + \omega_2 L_d^2 (R_s + R_c)} \quad (IV-63)$$

- Pour un moteur à aimants avec saillance [31,33]:

$$i_{od} = \frac{L_d - L_q}{\Gamma} \frac{R_s R_c + L_q^2 \cdot \omega^2}{R_s R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} i_{oq}^3 - \frac{\omega^2 L_d (R_s + R_c) \phi_a}{R^s R_{c2} + \omega_2 L_d^2 (R_s + R_c)} \quad (IV-64)$$

On peut faire une approximation de :  $R_s + R^c \approx R_c$  puisque  $R^c \gg R_s$ .

#### IV-7-4 Résultats de simulation

La figure (IV-29) présente la variation des pertes en fonction du courant  $I_d$ , ou on remarque que la courbe des pertes possède un minimum (pour  $I_d \cong -2A$ ). Le courant  $I_q$  varie en fonction de  $I_d$  d'une façon presque linéaire. On montre aussi que, les pertes des moteurs à aimants permanents à pôles saillants sont un peu élevées par rapport à celui à pôles lisses.

Le résultat de l'optimisation des pertes pour les deux cas ( $I_d = 0$  et  $I_d \neq 0$ ) est illustré par la figure (IV- 30), où on voit bien que le rendement pour un courant  $I_{dopt}$  ( $I_d \neq 0$ ) est élevé par rapport au cas de  $I^d = 0$ , puisque les pertes ( Joules et fer) sont minimisées.

On démontre par la figure (IV- 31) l'influence de la résistance statorique sur le rendement et les pertes, où une augmentation de 50% de la résistance implique une diminution de l'ordre de 10% du rendement.

#### IV-7-5 Commande avec optimisation énergétique

Le principe de cette commande est de remplacer le courant  $I_d$  calculé dans la commande vectorielle ou bien la DTC par le courant  $I_d$  optimal, celui trouvé par l'optimisation des pertes, dans le but d'obtenir le bon de fonctionnement optimal du moteur pour un meilleur rendement et des performances dynamiques très satisfaisantes. On remarque

à travers la figure (IV-32) l'effet de courant  $i_{odop}$  sur les allures des couples et du courant, où on a une minimisation des ondulations de couple surtout en régime permanent. Le système répond rapidement et la vitesse suit bien sa consigne.

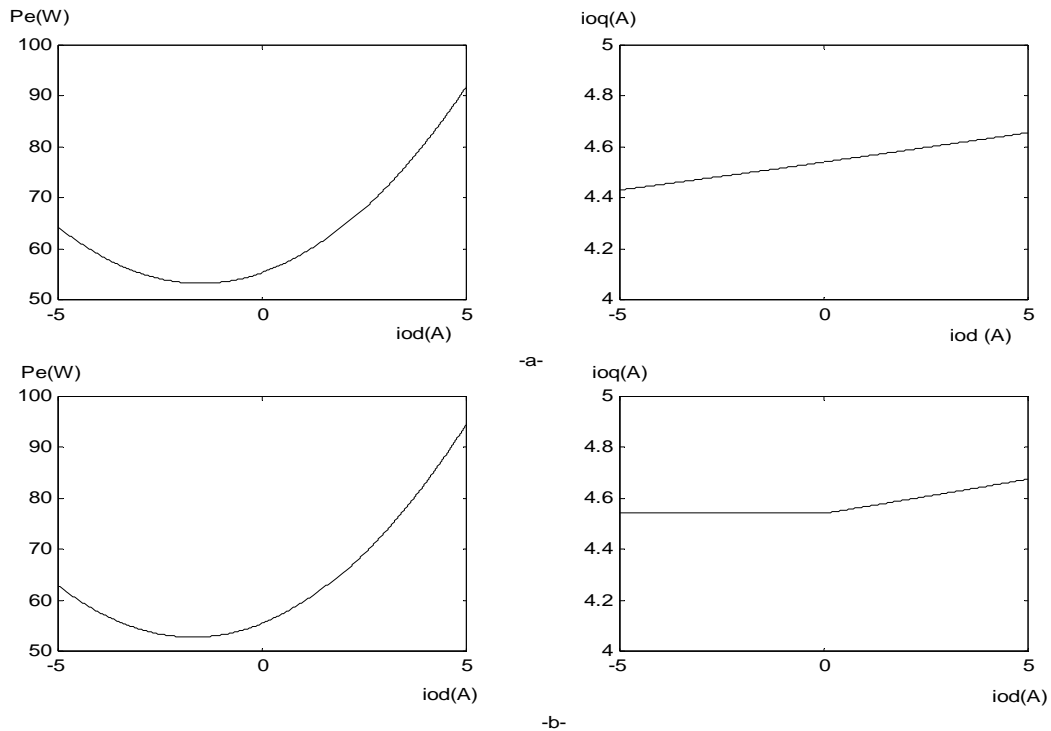


Figure (IV-29) : Variation des pertes et du courant  $I_q$  en fonction du courant  $I_{od}$

a- Moteur à pôles saillants b- moteur à pôles lisses

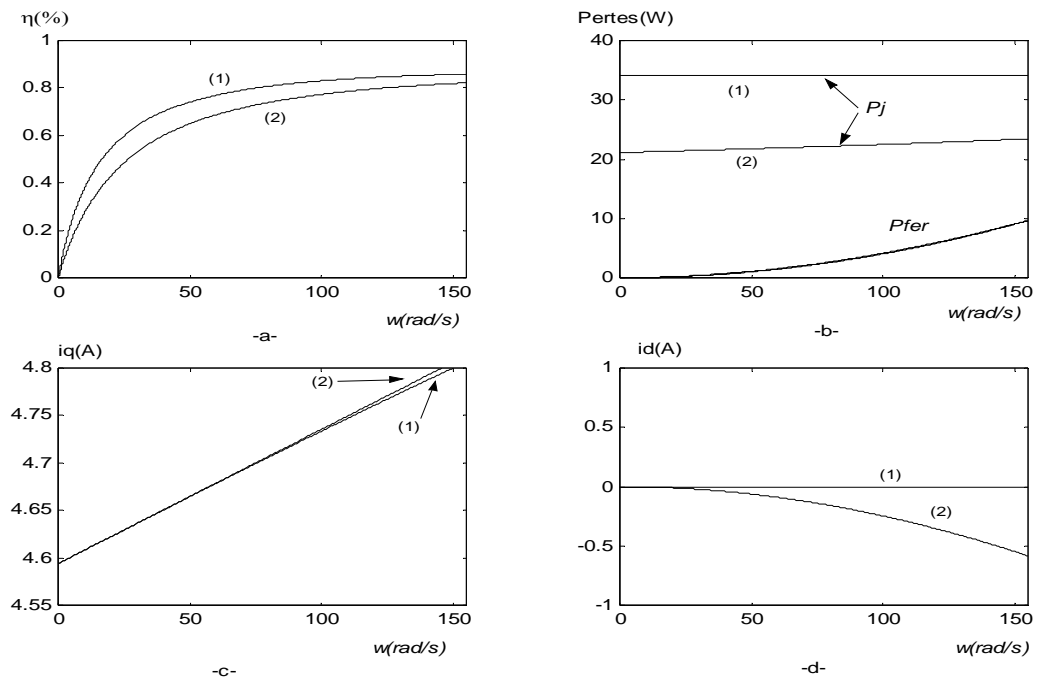


Figure (IV-30) : Variation des pertes (Joules et fer) et des courants ( $I_q$  et  $I_d$ )

en fonction de la vitesse : 1-  $I_d \neq 0$  2-  $I_d = 0$

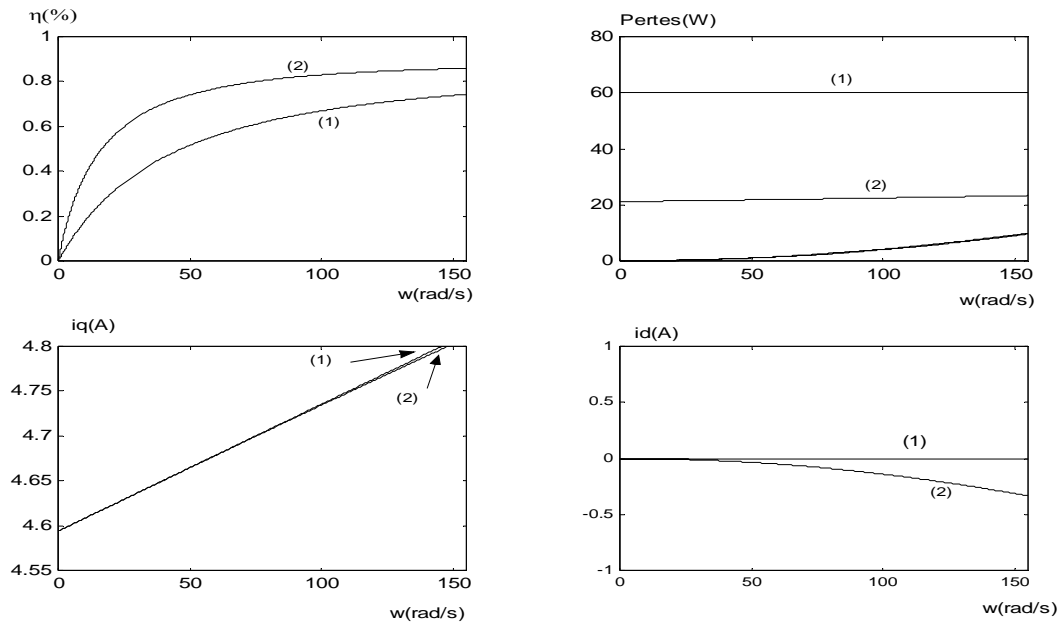


Figure (IV-31) : Variation des pertes (Joules et fer) et des courants ( $I_q$  et  $I_d$ )  
en fonction de la vitesse pour  $R_s = 1.5 \Omega$  : 1-  $I_d \neq 0$  2-  $I_d = 0$

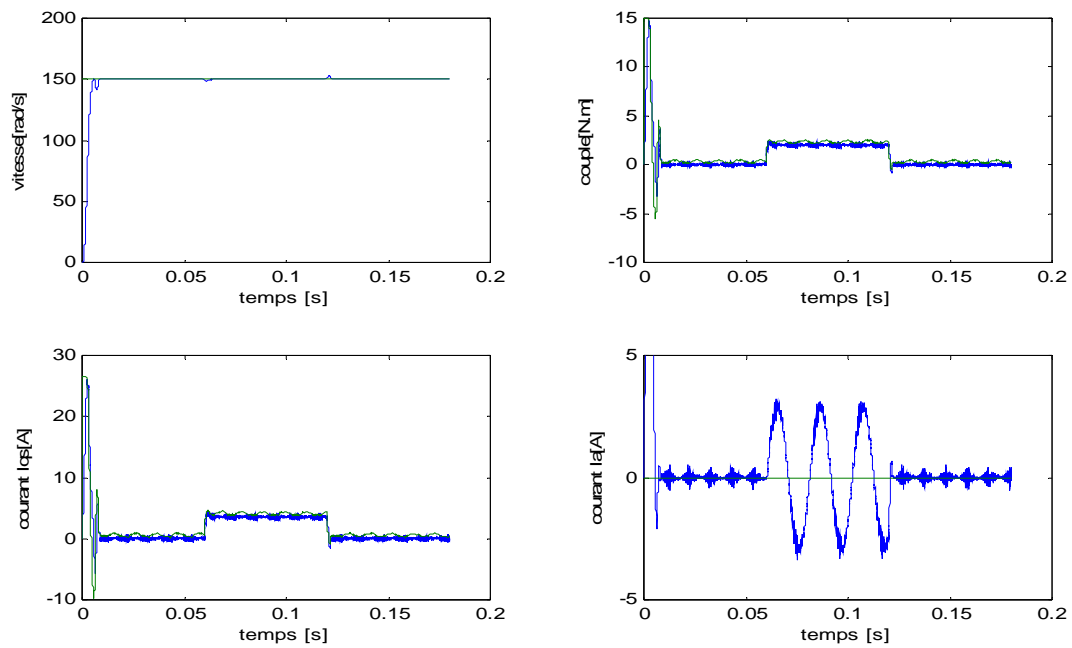


Figure (IV-32) : Réponse du système à un démarrage en charge avec  $I_{dopt}$

### IV.8 Conclusion

On peut conclure à partir de cette étude que :

- La commande vectorielle améliore le temps de réponse et permet d'avoir un réglage rapide du couple.
- La commande DTC dépend essentiellement de la précision de l'estimation du flux ainsi que de la table de commutation.
- L'utilisation d'une table avec vecteur nulle permet de réduire les ondulations du couple mieux que celle sans vecteur nul.
- Le contrôle direct du couple en tenant compte de la puissance réactive du moteur au lieu du flux améliore les performances dynamiques du moteur, puisque il tien compte de certains paramètres que la DTC classique les ignore comme la valeur du flux magnétique, constante dans le cas de la DTC.
- L'amélioration du rendement du moteur est obtenue en minimisant les pertes totales par la recherche du courant optimal  $i_{od}$  avec la condition  $\partial P_e / \partial i_{od} = 0$ . Cette méthode donne des résultats très satisfaisants par rapport au cas dont  $i_{od} = 0$ .



### REFERENCE

- [1] S. V. Zadeh and A. R. Ghassemi “ Design optimisation of permanent Magnet Synchronous Motor for high torque capability and low magnet volume” Electric Power Systems ELSEVEIR 2005.
- [2] L. GASC « Conception d’un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile Approches par la structure et par la commande » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.L France 2004.
- [3] J. X. Shen, Z. Q. Zhu and David Howe “Sensorless Flux-Weakening Control of Permanent-Magnet Brushless Machines Using Third Harmonic Back EMF” IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. 40, Nl. 6, Nov/Dec 2004 .
- [4] C. Stancu, S. Hiti and F. Biais “Maximum Torque Ampere Control of A saturated Surface Mounted Permanent Magnet Motor” 2002 IEEE.
- [5] S. J. Wang, C. H. Fang and S. K. Lin “ A flux estimation method for a permanent magnet synchronous motor” Journal of Magnetism and Magnetic Materials ELSEVEIR 2004.
- [6] Z. Song, Z. H. C. Jiang et X. Wei “ Sensorless control of surface permanent magnet synchronous motor using a new method” Energy conversion and Management 47 2006. ELSEVEIR.
- [7] B. N. MOBARAKEH « Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines à aimants permanents ; Méthodes Convergence, Robustesse, Identification en ligne des paramètres » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.L France 2001.
- [8] B. Tounsi « Etude comparative de groupes électrogènes embarqués à large gamme de vitesse variable associant machines à aimants permanents et conversion statique » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.Toulouse 2006.
- [9] J. Luukko “ Direct torque control of permanent magnet synchronous machine – analysis and implementation” Thesis lapperenta 2000.
- [10] C. De Angelo, Guillermo Bossio, Jorge Solsona, Guillermo O. Garcia and Marcia Ines Valla « A Rotor Position and Observer for Permanent Magnet Motors With Nonsinusoidal EMF Waveform” IEEE Transaction Industrial Electronics. Vol 52. N° 3 June 2005.
- [11] G. Sellier, J. F.Thomas, G. Cimuca, M. Radulescu et B. Robyns « High-Speed Performance Prediction of Three Phase Electronically Commutated Permanent Magnet Motors »
- [12] C. T. Pan and J. H. Liaw “A Robust Field-Weakening Control Strategy for Surface-Mounted Permanent-Magnet Motor Drives” IEEE Transaction on Energy Conversion, Vol. 20, No. 4, December 2005
- [13] A. Debernadinis « Etude et Optimisation d’un Ensemble Alternateur à aimants permanents / Redresseur commandé. Application à un Véhicule Hybride » Thèse de Doctorat de L’I.N.P.L France 2000.
- [14] B Robyns, Y. Fu, F. Labrique et H. Buyse « Commande numérique de moteurs synchrones à aimants permanents de faible puissance » J. Phys III France 5 pp : 1255-1268, 1995.
- [15] H. Nakai, H. Ohtani and Y. Inaguma « Development and testing of the torque control for the permanent magnet synchronous motor » IEEE Transaction Industrial Electronics. Vol 52. N° 3. 2005.
- [16] Y. Liu, Z. Q. Zhu and D. Howe “Direct Torque Control of Brushless DC Drives With Reduced Torque Ripple” IEEE Transaction Industry Applications, Vol.41, No.2, March/April 2005.

- [17] J. L., P. Wu, H. Yu Bai et X. Huang “ Application of fuzzy Control in Direct Torque Control of Permanent Magnet Synchronous Motor” The 5<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation, June 15-19 2004 . China. IEEE.
- [18] N. Bernard “ Machine Synchrone: de la boucle ouverte à l'autopilotage” Revue 3EI, N°3 Sept 2002 pp 24-39, Cachan France.
- [19] J. Hendershot and T. J. E Miller., “ Design of Brushless Permanent Magnet Motors “ Magna Physics and Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [20] A. Golea “ Contribution to the development of a design Methodology for electrical machines drives “ Thèse de Doctorat ENGP Grenoble France 1994.
- [21] H. Ghassemi and S. V. zadeh “ A very fast direct torque control for interior permanent magnet synchronous motors start up” Energy Conversion and management ELSEVEIR 2005.
- [22] T.J. Miler, M. Poescu, C. Cossar and M. McGilp “ Performance Estimation of Interior permanent Magnet Brushless Motors Using the voltage Driven Flux MMf Diagram” IEEE, Transactions on Magnetic, Vol. 42, No 7, July 2006.
- [23] S. V. Zadeh “ Variable Flux Control of permanent Magnet Synchronous Motor Drives for Constant Torque Operation” IEEE Transaction on Power Electronics Vol 16, NO 4, JULY 2001.
- [24] M. Janaszek “New method of direct reactive energy and torque control for permanent magnet synchronous motor” Bulletin of the Polish Academy of Science Technical Vol 54. NO 3. 2006
- [25] S. Morimito, Y. T. Takeda and T. Hirasu “Loss Minimisation Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Drives” IEEE Transaction Industrial Electronics. Vol 41. N°5 OCT 1994.
- [26] B. J. Chalmer et D. Fiee « Performance of Interior Type Permanent Magnet alternator » IEE Proc Electr Power Appl Vol 141 No 4 , July 1994.
- [27] C. Mademlis, J. Xypteras and N. Margaritis “ Loss Minimisation in Surface Permanent Magnet Synchronous Motor Drives” ” IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. 47, Nl. 1, February 2000.
- [28] N. Hemati and M. C. Leu “ A Complete Model Characterisation of Brushless DC Motors” IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. 28 , Nl.1, January/February 1992.
- [29] C. Mi, Gordon and R. Bonert “ Modeling of iron losses of Permanent –Magnet Synchronous Motors” IEEE Transaction on Industry Applications Vol 39, No 3 May 2003.
- [30] C. Mademlis and N. Margaritis “ Loss Minimisation in Vector Controlled Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drives” IEEE Transaction Industrial Electronics. Vol 49. N° 6 Dec . 2002.
- [31] C. Mademlis , I. Kioskeridis and N. Margaritis “ Optimal efficiency Control Strategy for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drives” IEEE Transaction on Energy Conversion, Vol. 19, No. 4, December 2004.
- [32] F. F. Bernal, A. G. Cerrada and R. Faure “ Model Based Loss Minimisation for DC and AC Vector Controlled Motors Including Core Saturation” IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. 36 , No.3, May/June 2000.

## Chapitre V

### Commande et minimisation des pertes d'un MRV

#### V-1 Introduction.

Les MRV présentent plusieurs avantages par rapport aux moteurs à induction ou aux moteurs à aimants permanents, à savoir : simplicité de commande, absence des pertes rotoriques, simplicité de construction,..., ce qui les favorisent dans certaines applications industrielles comme la traction électrique. Pour cela, pour l'obtention des performances dynamiques élevées avec précision de ce type de moteurs, il est très intéressant d'optimiser leurs rendements et de contrôler leurs paramètres (vitesse, flux et couple). La méthode du contrôle direct du couple est une solution fiable pour répondre à ces exigences.

#### V-2 Théorie de la DTC du MRV

Le principe de base de la DTC pour le MRV est le même principe utilisé dans le cas d'un MSAP avec quelques modifications. Donc, on s'intéresse seulement aux équations définissant le MRV, le coté onduleur est bien décrit dans le cas du MSAP.

On peut présenter un moteur à reluctance variable dans le système d'axes de rotation (dq) par la figure (V-1).

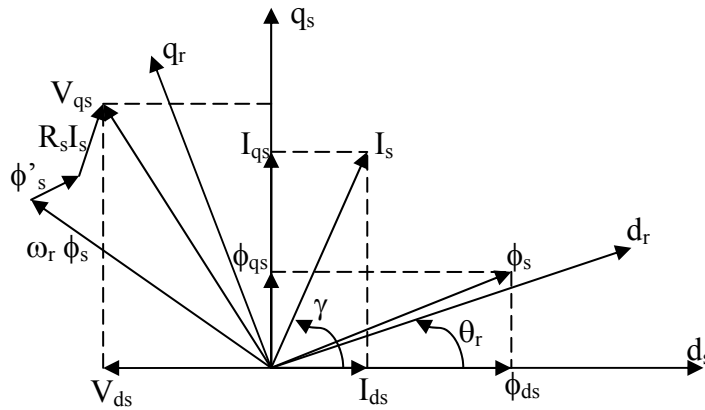


Figure (V-1) : Diagramme vectoriel d'un MRV

A partir de ce diagramme, on peut tirer les équations selon les axes (dq) [1-4] :

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_r & 0 \\ 0 & \omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{qs} \\ \phi_{ds} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} \quad (V-1)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d \cdot I_{ds} \\ L_q \cdot I_{qs} \end{bmatrix} \quad (V-2)$$

$$\phi_s = \sqrt{\phi_{ds}^2 + \phi_{qs}^2} = I_s \sqrt{L_q^2 \cdot \sin^2(\gamma) + L_d^2 \cdot \cos^2(\gamma)} \quad (V-3)$$

Avec ;  $L_d$ ,  $L_q$  et  $L_s$  sont respectivement les inductances directe et en quadrature (selon d et q) et l'inductance de fuite.

$R_s$  est la résistance statorique par phase et  $\omega_r$  la vitesse de rotation.

Le principe de la DTC est le contrôle de l'amplitude et de la vitesse de rotation du flux statorique. Donc, le calcul du flux statorique est très important, il est déterminé à partir du courant statorique, la tension et l'angle rotorique  $\theta_r$ .

Le contrôle direct du couple est basé sur l'orientation du flux statorique. L'expression du flux statorique est la suivante [5-7]:

$$\begin{aligned} \phi_{ds} &= \int_0^t (V_{ds} - R_s I_{ds}) dt \\ \phi_{qs} &= \int_0^t (V_{qs} - R_s I_{qs}) dt \end{aligned} \quad (V-4)$$

Pendant une période d'échantillonnage  $T$ , le vecteur tension appliqué au moteur reste constant :

$$\begin{aligned} \phi_{ds}(t+T) &= (V_{ds} - R_s I_{ds})T + \phi_{ds}(t) \\ \phi_{qs}(t+T) &= (V_{qs} - R_s I_{qs})T + \phi_{qs}(t) \end{aligned} \quad (V-5)$$

Pour une bonne estimation du flux, on peut placer un régulateur de flux de telle façon que les équations précédentes peuvent être écrites sous la forme [3,5]:

$$\begin{aligned} \phi_{ds} &= \int_0^t \left[ (V_{ds} - R_s I_{ds}) + \Delta \phi_{ds} \left( k_1 + \frac{k_2}{p} \right) \right] dt \\ \phi_{qs} &= \int_0^t \left[ (V_{qs} - R_s I_{qs}) + \Delta \phi_{qs} \left( k_1 + \frac{k_2}{p} \right) \right] dt \end{aligned} \quad (V-6)$$

Où,  $k_1$  et  $k_2$  sont les paramètres du régulateur.

L'équation du couple électromagnétique est exprimée dans le référentiel (dq) en termes de flux et de courants statorique comme suit :

$$\Gamma_e = \frac{3}{2} p (\phi_{ds} I_{qs} - \phi_{qs} I_{ds}) \quad (V-7)$$

A partir de ces équations, le modèle de la DTC du MRV est construit.

### V-3 Sélection des vecteurs tensions

Les vecteurs tensions de commutation sont sélectionnés à partir d'une table de commutation en se basant sur les valeurs du flux et du couple. On a huit vecteurs de tensions

dont six vecteurs sont non nuls ( $V_1, V_2, \dots, V_6$ ) et deux vecteurs nuls ( $V_7$  et  $V_0$ ). On peut définir ces vecteurs tensions à partir des sorties des comparateurs d'hystérésis des flux et du couple.

L'erreur du flux qui est définie par la différence de la valeur estimée et la référence est délivrée au comparateur d'hystérésis du flux qui donne deux sorties :

$$\begin{aligned}\phi_{ref} - \phi > 0 &\Rightarrow d\phi = 1 \\ \phi_{ref} - \phi < 0 &\Rightarrow d\phi = 0\end{aligned}\tag{V-8}$$

La même chose pour le comparateur d'hystérésis du couple où :

$$\begin{aligned}\Gamma_{ref} - \Gamma_e > 0 &\Rightarrow d\Gamma = 1 \\ \Gamma_{ref} - \Gamma_e < 0 &\Rightarrow d\Gamma = 0\end{aligned}\tag{V-9}$$

On peut utiliser un comparateur à trois niveaux pour le couple:

$$\begin{aligned}\Gamma_{ref} - \Gamma_e > 0 &\Rightarrow d\Gamma = 1 \\ \Gamma_{ref} - \Gamma_e = 0 &\Rightarrow d\Gamma = 0 \\ \Gamma_{ref} - \Gamma_e < 0 &\Rightarrow d\Gamma = -1\end{aligned}\tag{V-10}$$

La table de commutation est donnée par la table (V-1).

Couple	Flux	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
$d\Gamma=1$	$d\phi=1$	$V_2 (110)$	$V_3 (010)$	$V_4 (011)$	$V_5 (001)$	$V_6 (101)$	$V_1 (100)$
	$d\phi=0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$
$d\Gamma=0$	$d\phi=1$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_1$	$V_2$
	$d\phi=0$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$	$V_0$	$V_7$

Tableau- V.1- Table de commutation Pour un moteur MRV  
pour correcteur à deux niveaux

La figure (V-2) présente le schéma de commande proposé d'un contrôle direct d'énergie et de couple pour le moteur MSAP.

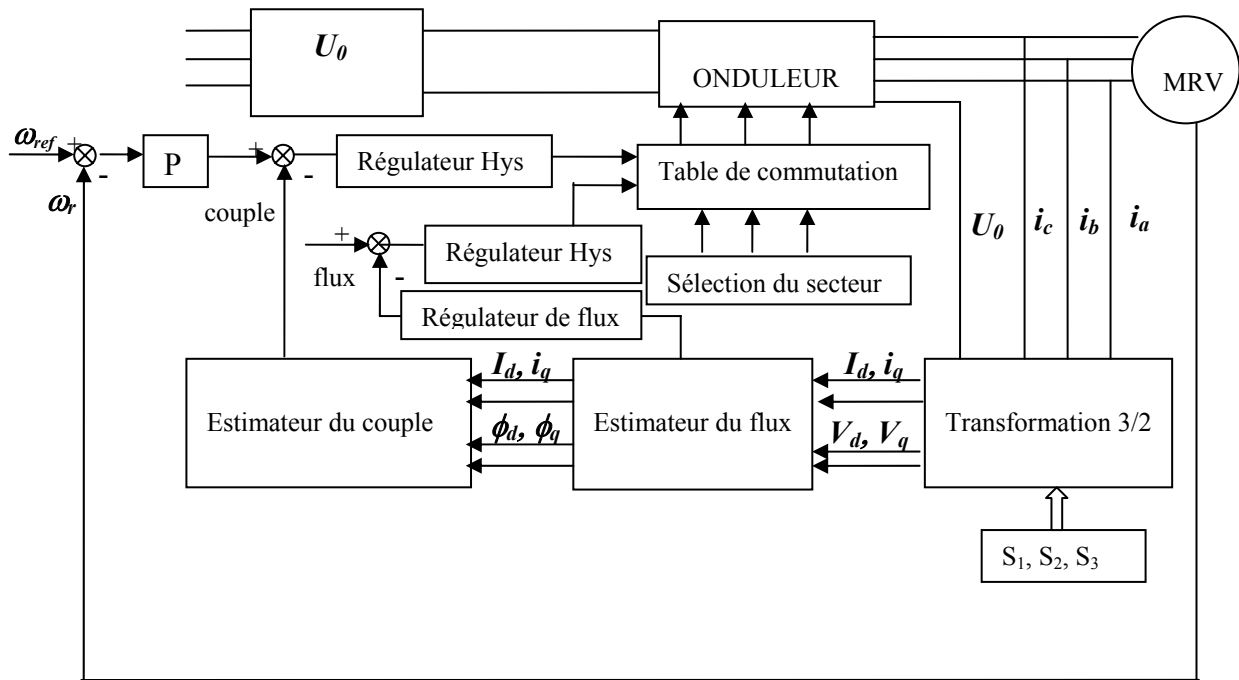


Figure (V-2) : Le synoptique de commande DTC d'un MRV

#### V-4 Résultats et simulation.

Pour l'application de la commande DTC sur le MRV, on a choisi un moteur dont les paramètres sont représentés par le tableau V-2:

Moment d'inertie	0.003	Couple max (N.m)	4
Vitesse (tr/mn)	2400	Inductance $L_d$ (mH)	72
Résistance $R_s$ (Ohm)	1	Inductance $L_q$ (mH)	28

Tableau V-2 : Paramètres du MRV

La figure (V. 3) montre la réponse du système à vide, la vitesse de référence est de 250rad/sec. Le couple et la vitesse suivent bien leurs références avec une dynamique très rapide. On peut remarquer aussi que le comparateur à hystérésis a permis de maintenir l'extrémité du flux statorique dans la bande d'hystérésis d'où une trajectoire du flux statorique pratiquement circulaire est d'amplitude 0.2.

La figure (V.4) présente la réponse du système pour une charge de 1.5 N.m et une vitesse de référence de 250rad/sec. On voit bien que le couple et la vitesse suivent bien leurs références avec une dynamique rapide ; seulement on remarque la présence des ondulations au niveau du couple et du courant durant le régime transitoire.

L'effet de la résistance statorique sur les réponses du système est presque négligeable, ce qui est montré sur la figure (V-5).

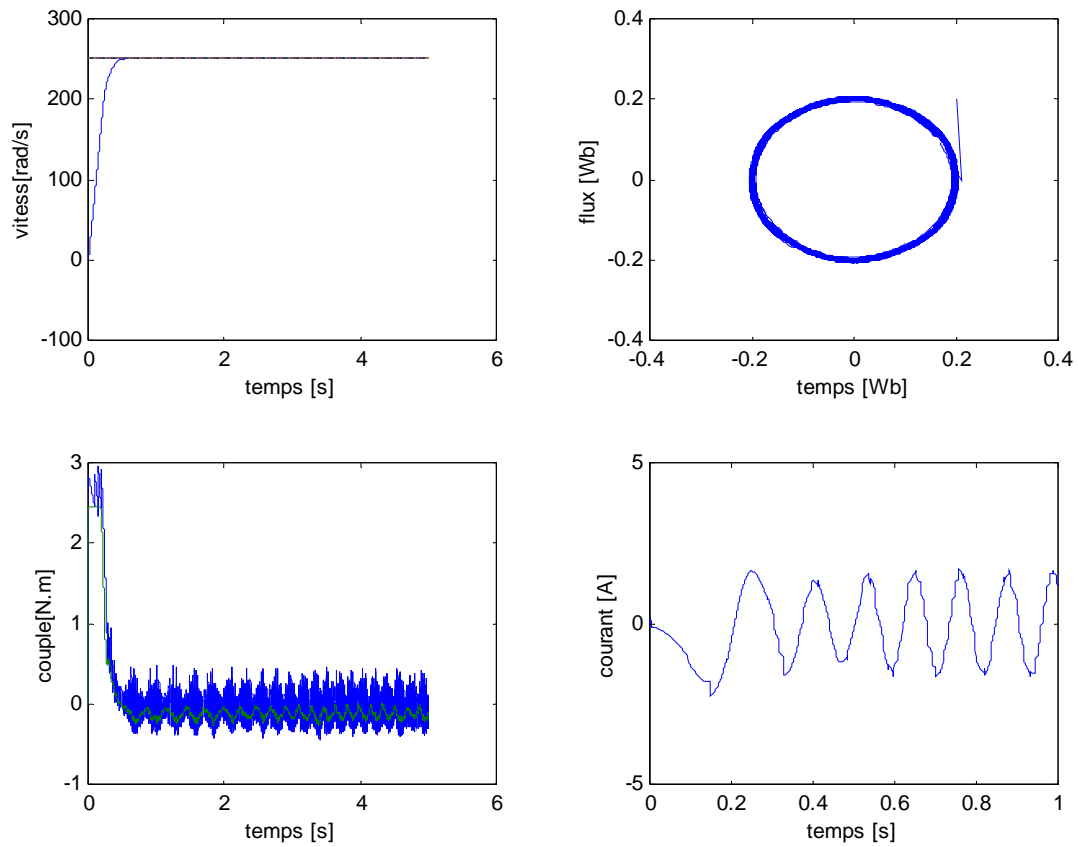


Figure (V-3) : Réponse du système à un démarrage à vide

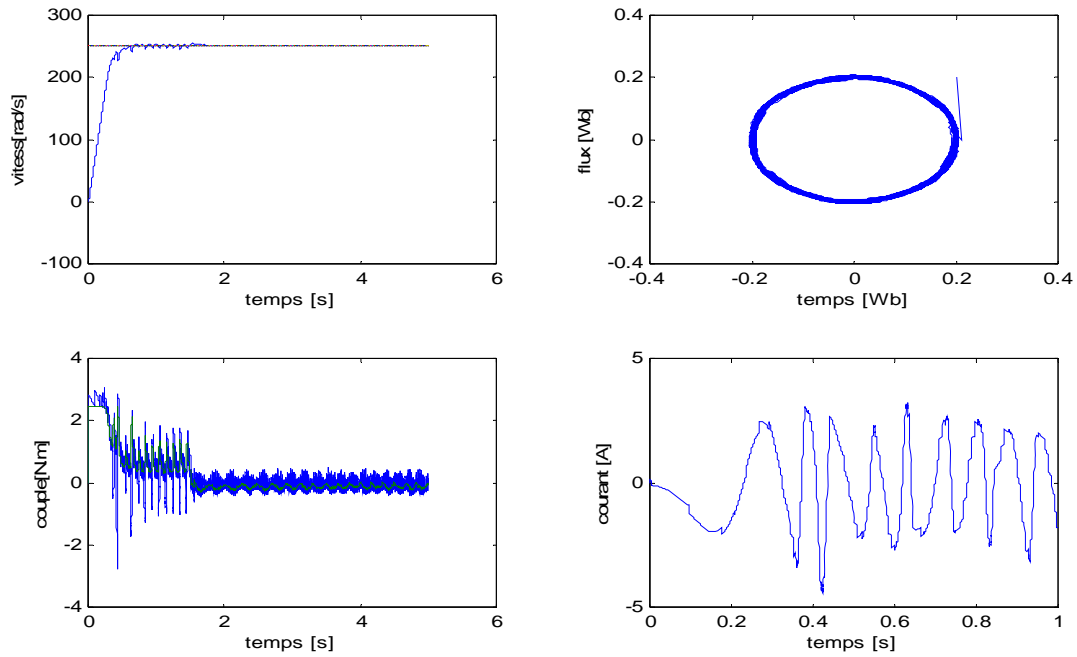


Figure (V-4) : Réponse du système à un démarrage en charge

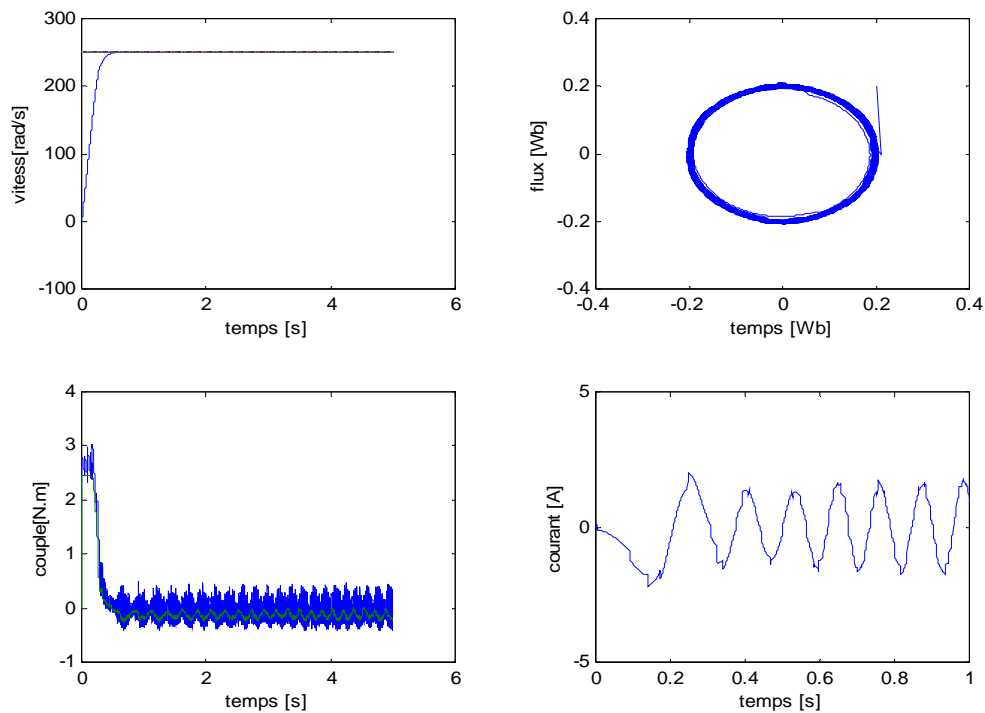


Figure (V-5) : Réponse du système à un démarrage à vide avec changement de la valeur de la résistance



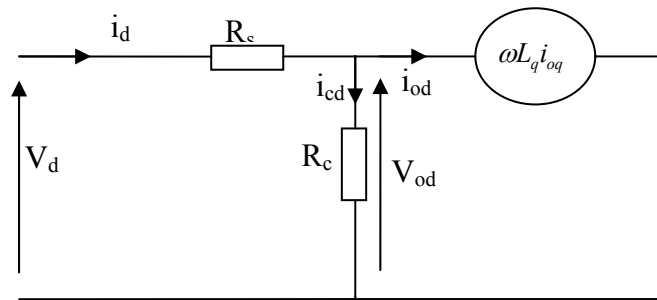
### V-5 Minimisation des pertes du MRV.

L'étude des pertes dans le MRV particulièrement les pertes fer et Joules nous permet de mieux contrôler le couple en tenant compte de ces pertes. Plusieurs types de modèles de minimisation de pertes ont été proposés [8-10]. Dans ce chapitre on présente une technique basée sur des solutions analytiques qui permettent d'optimiser le rendement du MRV .

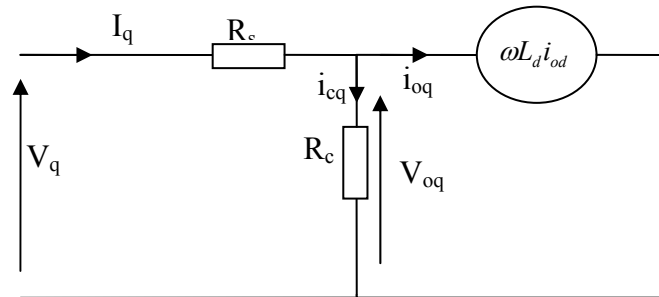
#### V-5-1 Modèle de minimisation des pertes.

Le MRV est un moteur ne présentant aucune excitation au rotor, il est seulement excité par l'enroulement distribué sur le stator. Le couple est développé par la variation de la reluctance en fonction de la position du rotor.

Les figures (V-6) présentent un schéma équivalent selon les axes (d,q) du MRV.



(a)



(b)

Figure (V-6) : Circuit équivalent d'un MRV.

a- circuit équivalent selon l'axe d.

b- circuit équivalent selon l'axe q.

Ce schéma équivalent est le même que celui d'un MSAP avec  $\phi_a = 0$ .

Le couple électromagnétique est donné par [1-12]:

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_{od} i_{oq} \quad (V-11)$$

Le courant est donné par :

$$I_s = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \quad (V-12)$$

Comme dans le cas du moteur à aimants permanents, on peut estimer les pertes dans les pertes Joules, les pertes fer et les pertes mécaniques, elles sont données par les relations :

- **Pertes Joule :**

$$\begin{aligned} P_j &= R_s \cdot I_s^2 \\ &= R_s \cdot (I_d^2 + I_q^2) \end{aligned} \quad (V-13)$$

$$P_j = R_s \cdot \left[ \left( i_{od} - \frac{\omega L_q i_{oq}}{R_c} \right)^2 + \left( i_{oq} + \frac{\omega L_d i_{od}}{R_c} \right)^2 \right]$$

- **Pertes fer :**

Sont la somme des pertes Hystérésis et des pertes par courant de Foucault [12] :

$$P_{fe} = C_H \cdot f \cdot \phi_m^2 + C_d f^2 \cdot \phi_m^2 \quad (V-14)$$

Ou,  $\phi_m$  flux magnétique dans l'entrefer et qui est égale à :

$$\phi_m = \sqrt{(L_{md} \cdot I_d)^2 + (L_{mq} \cdot I_q)^2} \quad (V-15)$$

Donc, on obtient :

$$P_{fer} = C_{fe} f^\beta L_{mq}^2 \cdot (k^2 I_d^2 + I_q^2) \quad (V-16)$$

Avec :  $\beta = 1.3 \div 1.6$

$$C_{fe} = \frac{C_H f + C_d f^2}{f^\beta} \quad \text{Coefficient des pertes fer.}$$

Avec :  $L_{mq}$  et  $L_{md}$  sont les inductances magnétisantes selon les axes d et q,  $f$  fréquence d'alimentation,  $k$  le rapport  $L_q/L_d$  et  $R_c$  représente la résistance des pertes fer.

On peut utiliser la formule suivante pour le calcul des pertes fer :

$$\begin{aligned} P_{fer} &= \frac{V_{od}^2 + V_{oq}^2}{R_c} = \frac{\omega^2}{R_c} \phi_m^2 \\ &= \frac{\omega^2}{R_c} \cdot [(L_q \cdot i_{oq})^2 + (L_d \cdot i_{od})^2] \end{aligned} \quad (V-17)$$

- **Pertes mécaniques :**

$$P_{mec} = C_m \omega_r^2 \quad (V-18)$$

Avec :  $C_m$  constante des pertes mécaniques.

A partir de ces équations, on déduit l'expression des pertes totales à minimiser sans introduire les pertes mécaniques qui sont fonction de la vitesse de rotation :

$$P_T = R_s \cdot \left[ \left( i_{od} - \frac{\omega L_q i_{oq}}{R_c} \right)^2 + \left( i_{oq} + \frac{\omega L_d i_{od}}{R_c} \right)^2 \right] + \frac{\omega^2}{R_c} \cdot [(L_q i_{oq})^2 + (L_d i_{od})^2] \quad (V-19)$$

### V-5-2. Condition de minimisation des pertes.

On peut minimiser les pertes par le contrôle du courant et de la tension. Pour un fonctionnement stable où le couple et la vitesse sont constants, les pertes électriques sont fonction seulement de  $i_{od}$ .

La condition de minimisation de ces pertes est donnée par:

$$\frac{\partial P_T}{\partial i_{od}} = 0 \quad (V-20)$$

La valeur optimale du courant  $i_{od}$  pour minimiser les pertes données par l'équation (V-19) est déterminée par la résolution de l'équation [8,12]:

$$i_{od}^4 = \frac{\Gamma^2 \cdot (L_d - L_q) \{ R_s \cdot R_c^2 + (R_s + R_c) \cdot (\omega L_q)^2 \}}{(L_d - L_q) \{ R_s R_c^2 + (R_s + R_c) \cdot (\omega L_d)^2 \}} \quad (V-21)$$

On peut déterminer le courant  $i_{oq}$  par la tangente de l'angle des courants :

$$\tan \alpha = \frac{i_{oq}}{i_{od}} = \sqrt{\frac{R_s \cdot R_c^2 + \omega^2 \cdot L_d^2 \cdot (R_s + R_c)}{R_s \cdot R_c^2 + \omega^2 \cdot L_q^2 \cdot (R_s + R_c)}} \quad (V-22)$$

On remarque que l'angle  $\alpha$  ne dépend que de la vitesse et  $(L_d, L_q)$ . Donc, on peut écrire que [12-14] :

$$i_{oq} = k(\omega) \cdot i_{od} \quad (V-23)$$

$k(\omega)$  est une fonction de la vitesse.

On peut exprimer  $k$  en fonction du rapport des inductances  $L_d$  et  $L_q$  ou :  $k = \frac{L_d}{L_q}$

Par conséquents on peut déduire le rendement par :

$$\eta = \frac{\Gamma \cdot \omega}{\Gamma \cdot \omega + R_s \cdot i_s^2 + v_o^2 / R_c} \quad (V-24)$$

Ou,  $i_s = i_d + ji_q$  et  $v_0 = v_{od} + jv_{oq}$

En introduisant les relations du couple, du courant et de la tension, le rendement est donné par :

$$\eta = \frac{(L_d - L_q)k.\omega}{(L_d - L_q)k.\omega + R_{se} + \omega^2 / R_{ce}} \quad (V-25)$$

Avec ;

On remarque que le rendement ne dépend pas du couple, mais seulement du rapport  $k$  est la vitesse de rotation  $\omega$ .

### V-5-3 Résultats de simulation

Les figures (V-7-9) présentent la variation des pertes et du courant en fonction du courant  $i_{od}$ , non optimisés, ou on remarque que les pertes sont influées par la variation de ce courant et aussi elles acceptent une valeur minimale pour un courant  $i_{od}$ .

En optimisant le courant  $i_{od}$ , on obtient des résultats très satisfaisants pour le rendement et les pertes, ceci est illustré par les courbes (V-10-13). On observe bien sur ces courbes la diminution des pertes surtout les pertes Joules ce qui influe directement sur le rendement.

On remarque que l'influence du couple sur le rendement est négligeable (figure-V-14).

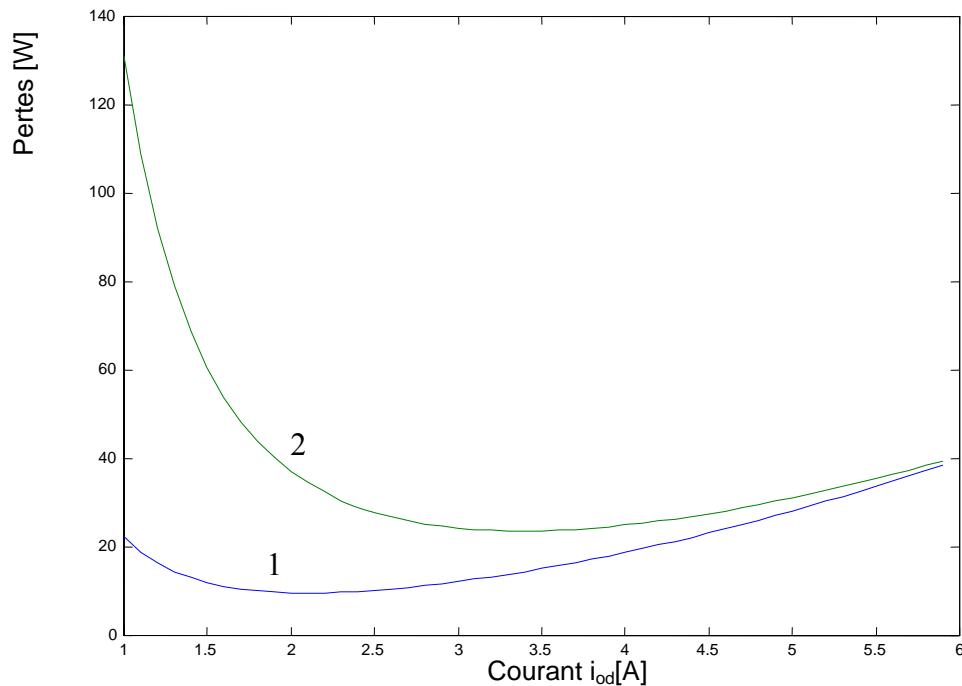


Figure (V-8) : Variation des pertes fer (1) et pertes joule (2) en fonction du courant  $i_{od}$

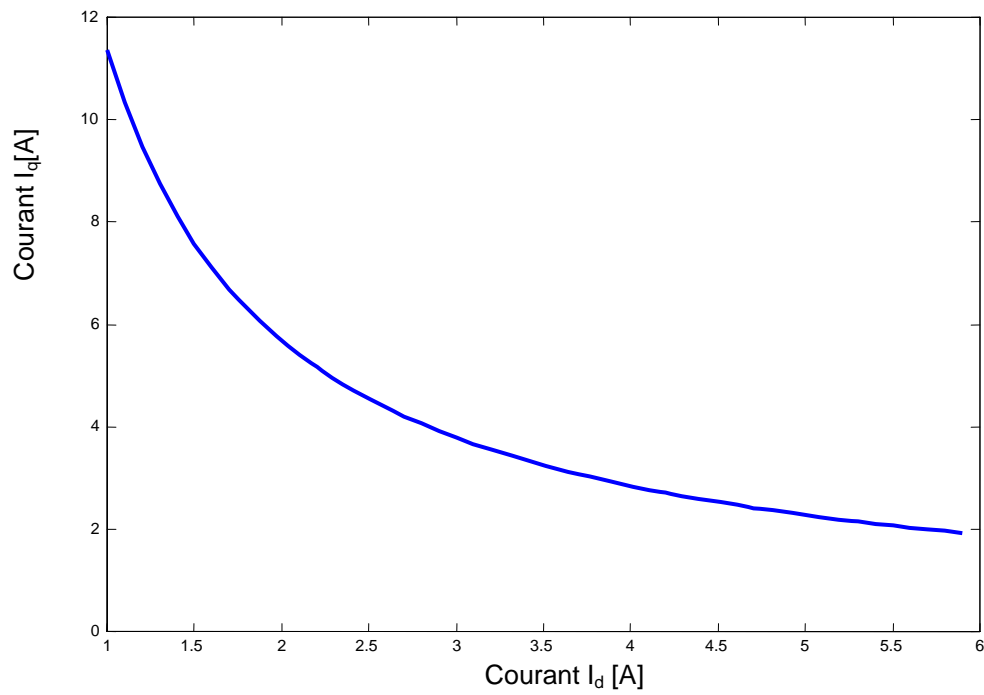


Figure (V-9) : Variation du courant  $i_{oq}$  en fonction du courant  $i_{od}$

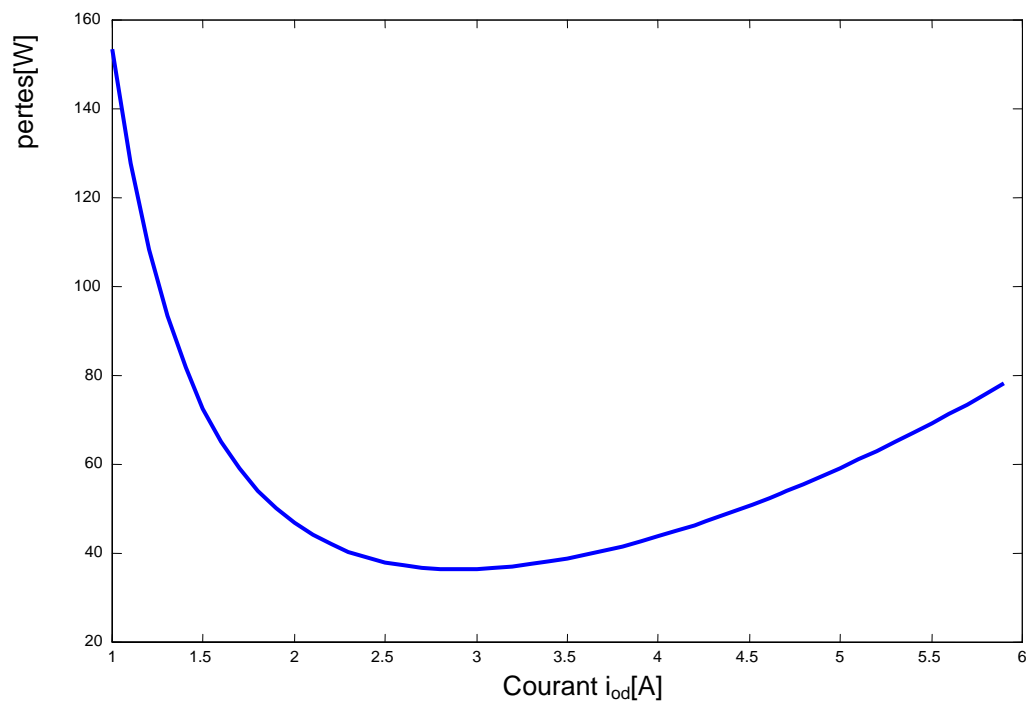


Figure (V-10) : Variation des pertes totales en fonction du courant  $i_{od}$

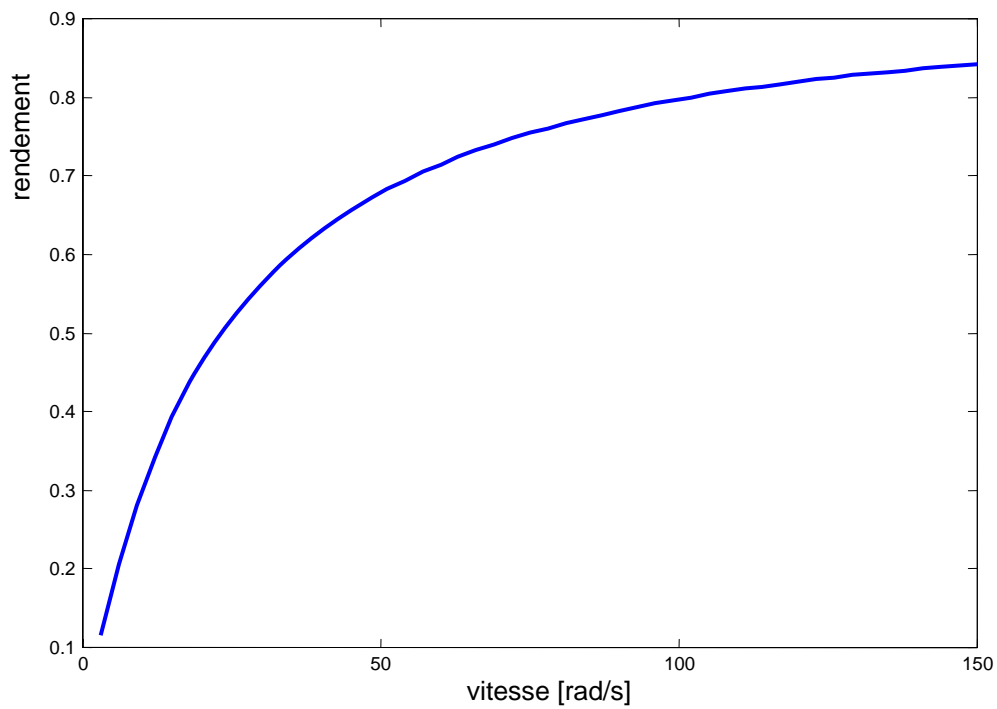


Figure (V-11) : Variation du rendement en fonction de la vitesse

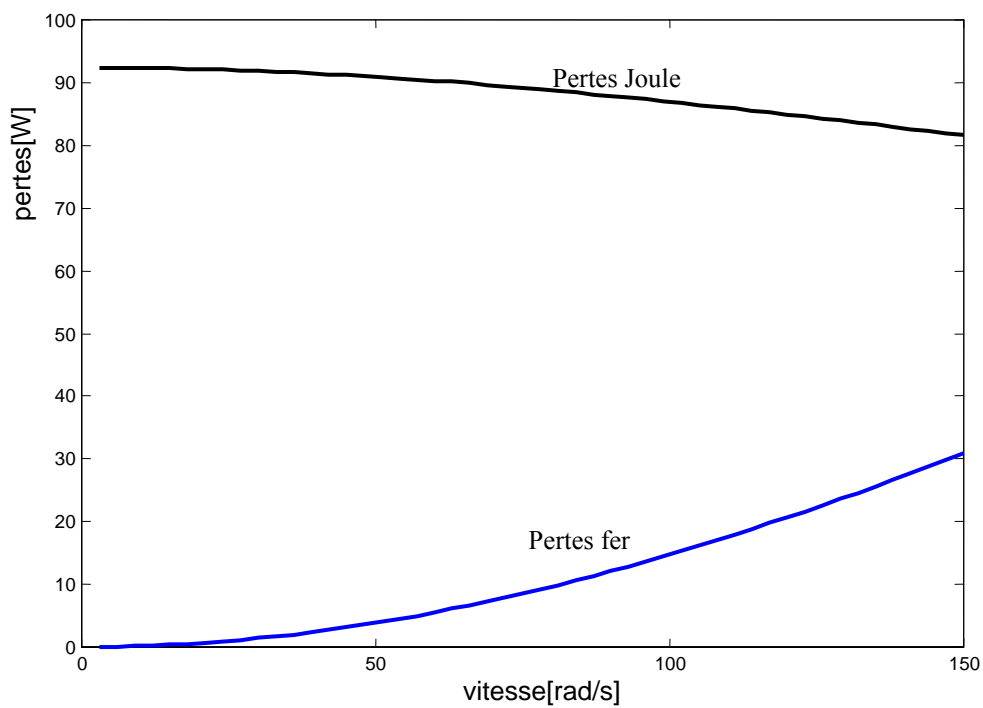


Figure (V-12) : Variation des pertes (fer et joules) optimisées en fonction de la vitesse

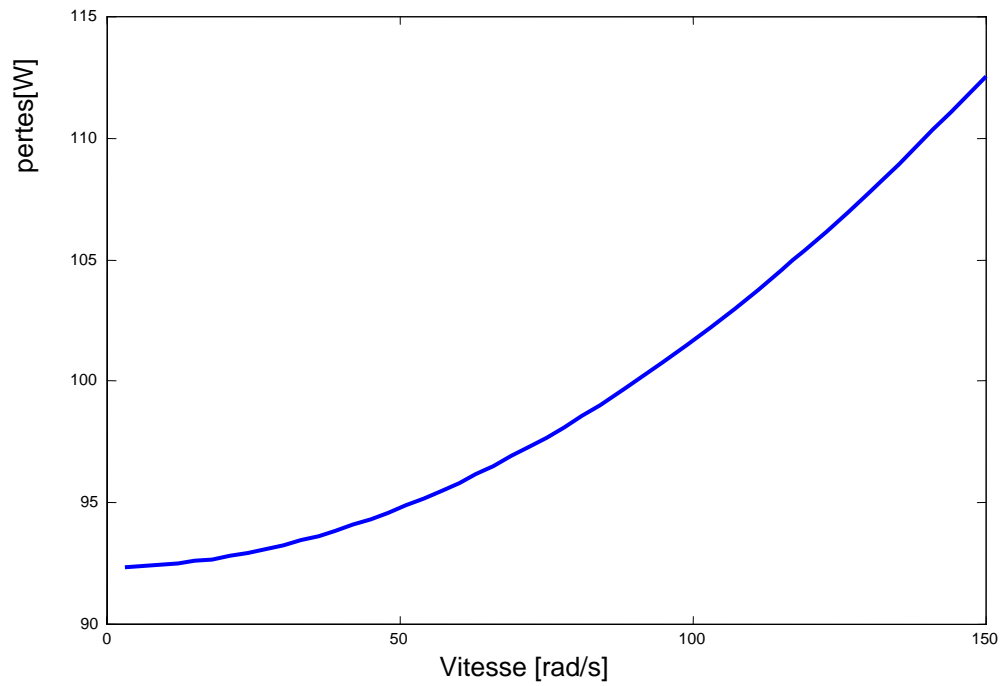


Figure (V-13) : Variation des pertes totale minimisées en fonction de la vitesse

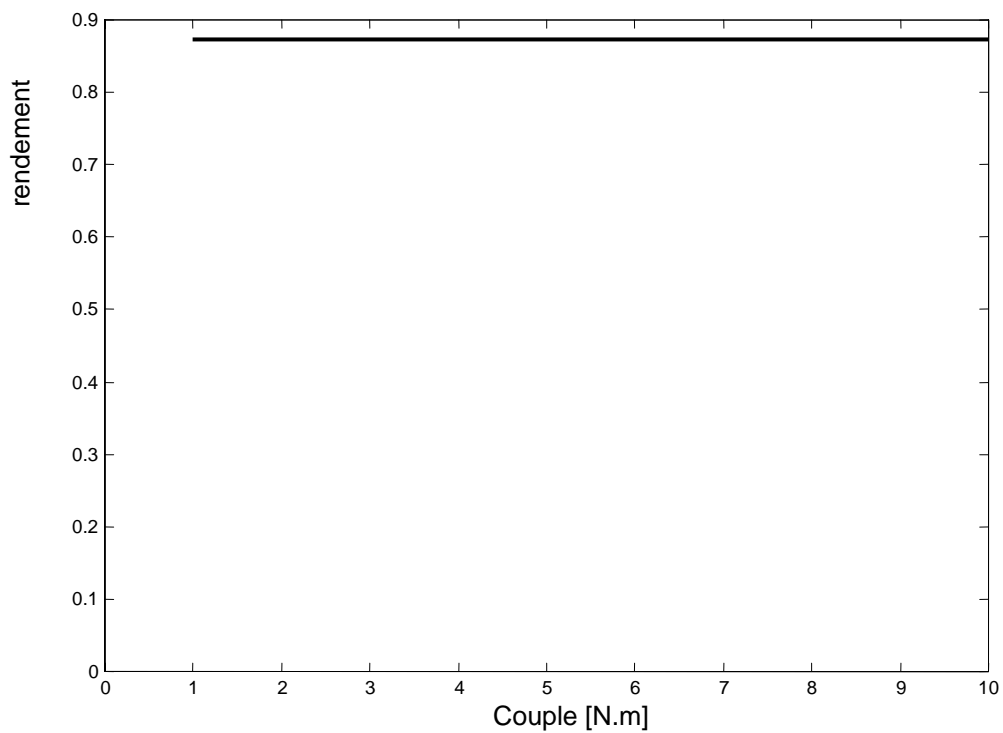


Figure (V-14) : Variation du rendement en fonction du couple

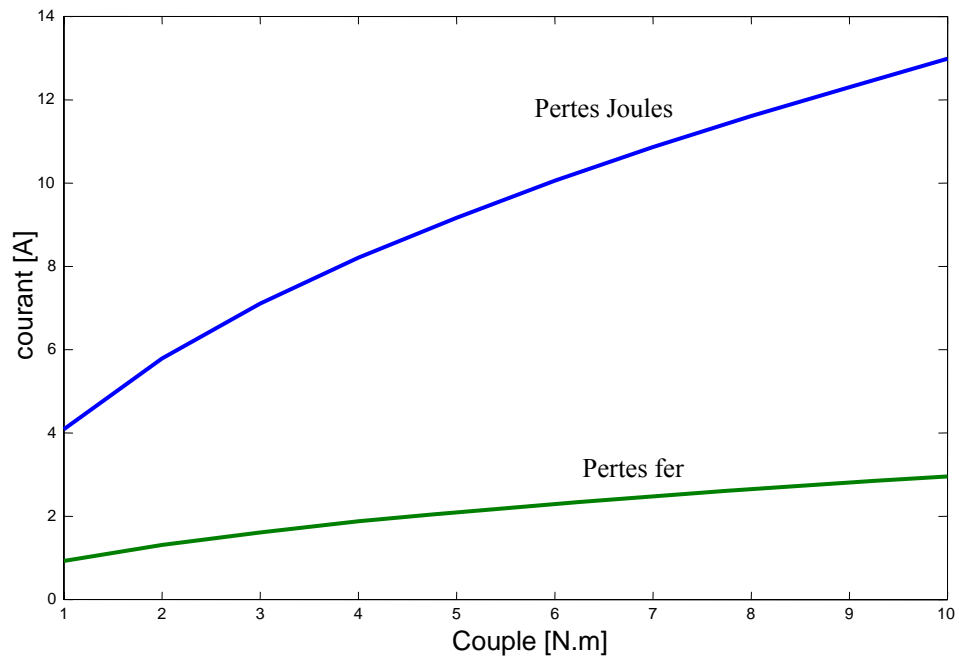


Figure (V-15) : Variation des courants  $i_{od}$  et  $i_{oq}$  en fonction du couple

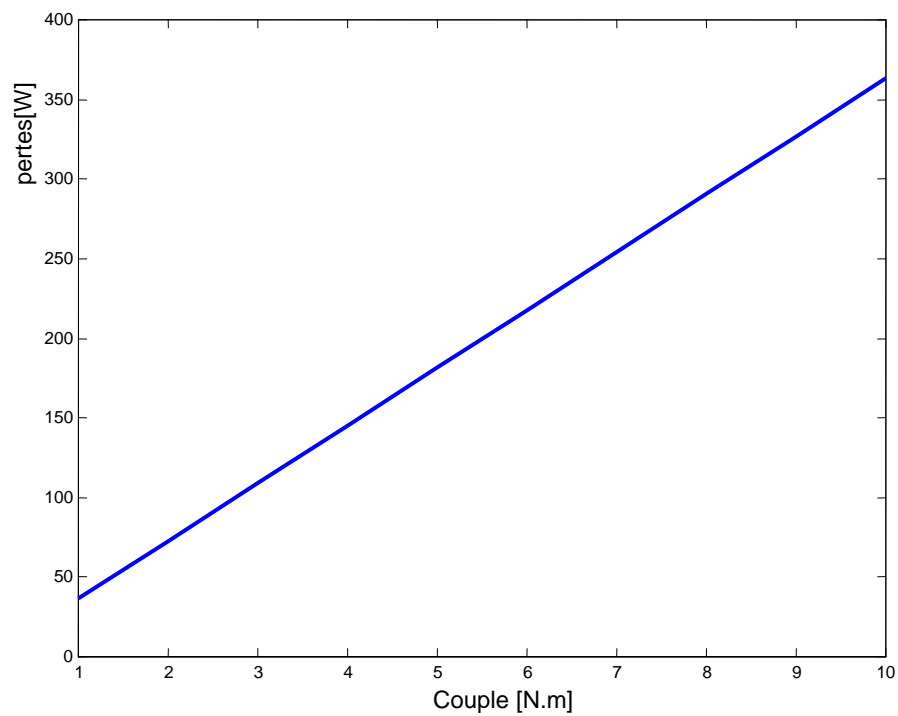


Figure (V-16) : Variation des pertes en fonction du couple



**V-6 Conclusion.**

Dans ce chapitre, nous avons présenté la commande directe du couple d'un MRV qui donne un bon contrôle de la vitesse et du couple à partir du contrôle du flux. Ceci nous permet de mieux contrôler par la suite la position du moteur sans utiliser un capteur de position.

Le modèle utilisé pour la minimisation des pertes du MRV permet d'optimiser le rendement du moteur par le contrôle de la composante du courant  $i_{od}$  selon l'axe d. On peut trouver des résultats meilleurs en implantant ce modèle dans un algorithme de commande (commande vectorielle par exemple).

### Références

- [1] L. Xu and J. Yao "A Compensated Vector Control Scheme of a Synchronous Reluctance Motor Including Saturation and Iron Losses" IEEE Transaction on Industry Applications Vol 28, No 6 Nov 1992 pp 1330-1338.
- [2] R. E. Betz, M. Jovanovic, R. Lagerquist and T. J. E. Miller "Aspects of the Control of Synchronous Reluctance Machines Including Saturation and Iron Losses" IEEE 1994.
- [3] R. Shi, H. A. Toliyat and A. Antably "A DSP Based Direct Torque Control of five phase Synchronous Reluctance Motor" Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC 2001. IEEE Vol. 2 pp 1077-1082.
- [4] N. Inanc "Phase current modulation of switched reluctance motor to minimize torque ripple" Electric Power Systems Research 61 (2002) 51-55.
- [5] M. Ehsani and K. R. Ramani "Direct Control Strategie Based on Sensing Inductance in Switched Reluctance Motors" IEEE Transaction on Power Electronics Vol. 11. N°1, Jan 1996.
- [6] Yinghui Lu. "Instantaneous Torque Control of Switched Reluctance Motors". Thesis Master of Science Degree August 2002.
- [7] M. H. Kim, N. H. Kim, D. H. Kim, S. Okuma and J. C. Hung "A position sensorless Control System of Reluctance Synchronous Motor with Direct Torque Control". Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics, ISIE 2002. .IEEE 2002. Vol 4 pp. 1148 - 1153.
- [8] F. F. Bernal, A. G. Cerrada and R. Faure « Efficient Control of Reluctance Synchronous Machines », Industrial Electronics Society, 1998.. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE IECON '98 Vol 2 pp 923-928.
- [9] S. Morimoto, M. Sanada and Y. Takeda "Optimum Efficiency Operation of Synchronous Reluctance Motor without Current sensor"; Power Electronics and variable Speed, 18-19 September 2000, IEE 2000 pp 506-511.
- [10] T. Matsuo, A. El Antably and T. A. Lipo "A New Control Strategy for Optimum-Efficiency Operation of a Synchronous Reluctance Motor" IEEE Transaction on Industry Applications Vol 33 No 5 Sept 1997 pp 1146-1153.
- [11] J. C. Kim, J. S. Jung and D. S. Hyun "Vector Control Scheme of Synchronous Reluctance Motor Considering Iron Core Loss" IEEE Transaction on Magnetics Vol. 34 . NO 5. Sept 1998.
- [12] I. Kioskeridis and C. Mademlis "Energy efficiency Optimisation in Synchronous reluctance motor drives "IEE Proc-Electr Power Appl. Vol 150 N°:2 Mars 2003.
- [13] J. Reinert and S. Schröder "Power-Factor Correction for Switched Reluctance Drives "IEEE Transaction on industry Electronics, VOL. 49, NO.1, February 2002.
- [14] S. H. Mao, M. C. Tsai "An analysis of the optimum operating point for a switched reluctance motor" Journal of Magnetism and Magnetic Materials 282 (2004) 53-56.

## Chapitre VI

### Application du MSAP dans un système solaire de pompage d'eau

#### VI-1 Introduction.

Les moteurs à aimants permanents sont considérés parmi les meilleurs types de moteurs qui présentent un rendement élevé, simplicité de commande, faible maintenance par rapport aux moteurs conventionnels, et aussi leur diversité d'application de variation de vitesse spécialement les moteurs à faible inertie alimentés par des onduleurs de tensions. Ces performances ont donné un intérêt grandissant pour leurs utilisations dans les systèmes solaires de pompage d'eau, et plus particulièrement dans des sites isolés vu l'absence de l'énergie électrique.

#### VI-2 Composition d'un système solaire de pompage d'eau

Le pompage de l'eau est l'une des applications les plus courantes utilisant l'énergie solaire pour l'irrigation ou l'alimentation en eau potable. Ce système comprend essentiellement (figure (VI-1)):

- Une source électrique qui est le générateur photovoltaïque;
- Un moteur;
- Une pompe;
- Une source d'eau.

D'autres éléments peuvent être associés dans ce système et qui dépendent de sa technique de conception, tels que :

- Un équipement électronique ( système de commande " MPPT", onduleur,...);
- Un équipement de stockage (Accumulateur, réservoir, ..).

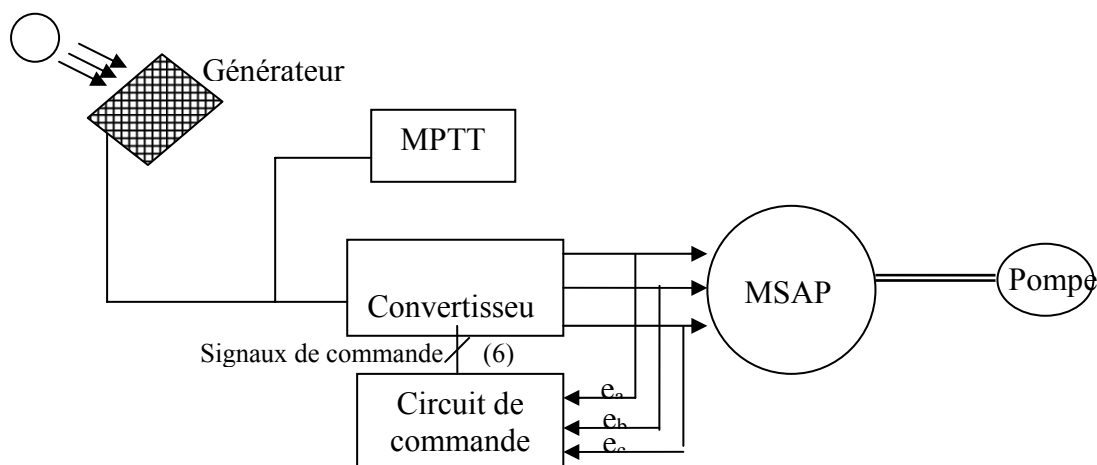


Figure (VI-1) : Système solaire de pompage d'eau

### VI-3 Modèle d'un générateur PV.

Le circuit équivalent d'un module solaire est illustré par la figure (VI-2).

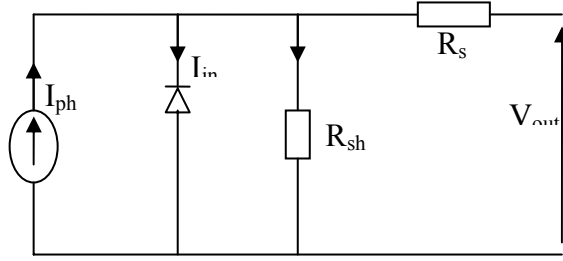


Figure (VI-2) : Circuit équivalent d'un module solaire

Où,  $I_{ph}$  est photon courant,  $I_{in}$  courant de la diode,  $R_{sh}$  résistance parallèle et  $R_s$  la résistance séries.

La caractéristique  $I(V)$  d'un module pour un éclairement de référence  $E_{ref}$  peut être approximer par les équations [1-3]:

$$I_m = I_{cc} - a[\exp((V_m + R_s I_m) / b) - 1] \quad (VI-1)$$

$$\text{Avec; } b = [V_{op} + I_{op} R_s - V_{co}] / \ln[1 - I_{op} / I_{cc}] \quad (VI-2)$$

$$a = [I_{cc} - I_{op}] \exp(-(V_{op} + I_{op} R_s) / b) \quad (VI-3)$$

Où;  $I_m$  Courant du module;  $V_m$  tension du module;  $I_{cc}$  courant de court-circuit;  $V_{co}$  tension du circuit ouvert;  $V_{op}$  tension optimale et  $I_{op}$  courant optimal.

Pour d'autres valeurs d'éclairements et de températures, on a :

$$\begin{aligned} I'_m &= I_m + \Delta I \\ V'_m &= V_m + \Delta V \end{aligned} \quad (VI-4)$$

$$\text{ou : } \Delta I = \alpha_t (E_c / E_{ref}) \Delta T + [(E_c / E_{ref}) - 1] I_{cc} \quad (VI-5)$$

$$\Delta V = -\beta_t \Delta T - R_s \Delta I \quad (VI-6)$$

Avec:

- $\alpha_t$  est le coefficient de température de variation du courant (pour un éclairement  $E_{ref}$ ) ;
- $\beta_t$  is est le coefficient de température de variation de la tension (pour un éclairement  $E_{ref}$ ).
- $\Delta T = T - T_{ref}$ ,  $T$  est la température de fonction, et  $T_{ref}$  la température de référence..

Pour un générateur, la caractéristique  $I(V)$  est :

$$I_g = N_{mp} * I'_m \quad \text{and} \quad V_g = N_{ms} * V'_m \quad (VI-7)$$

Où  $N_{mp}$  est le nombre de modules en parallèle et  $N_{ms}$  le nombre de modules en série.

#### VI-4 Dimension d'un générateur PV.

La puissance que doit fournir un générateur PV est calculée en fonction de la puissance demandée par l'ensemble moteur-pompe. Donc, les dimensions de ce générateur sont en fonction de la puissance délivrée au moteur, le rendement du générateur et l'éclairement. La surface effective du générateur est donnée par l'équation suivante [5] :

$$A_g = \frac{N_h.100.P_{ab}}{N_g.E_c.10^3} \quad (VI-8)$$

où, -  $N_h$ ,  $N_g$  et le  $E_c$  sont le nombre d'heures de fonctionnement de la charge (moteur-pompe) par jour (7 heures par jour), le rendement du générateur et l'éclairement moyen quotidien (la valeur moyenne annuelle est de 5.56kwh/m²[1]).

Le nombre de modules est :

$$N_m = \frac{A_g}{A_m} \quad (VI-9)$$

ou,  $A_m$  est la surface effective du module.

Le rendement du générateur est donné par [1],[6]:

$$\eta_g = \eta_m.F_{pa}.F_{pc}.F_{pt} \quad (VI-10)$$

Avec : -  $\eta_m$  est le rendement du module;

- $F_{pa}$  est le facteur de désadaptation entre le point de travail du moteur est le point de puissance maximale (on le prend de l'ordre de 0.9);
- $F_{pc}$  est le facteur dû à la dispersion des caractéristiques des modules (0.98);
- $F_{pt}$  est le facteur déperdition dû à l'influence des caractéristiques des modules (0.91)

#### VI-5 Modèle Moteur-Pompe.

Le moteur utilisé dans ce système de pompage doit être déterminé en fonction de la puissance de la pompe. Pour mieux définir le type de moteur, il faut tenir compte de certains facteurs:

- Source d'alimentation (générateur photovoltaïque);
- Type de pompe;
- Mode d'accouplement (directe, par courroie...etc).

Le moteur est alimenté par une tension et un courant qui sont fournis par le générateur PV selon l'équation de fonctionnement:

$$\begin{aligned} U &= R_s.I + E \\ E &= K_E \omega \end{aligned} \quad (VI-11)$$

Avec,  $R_s$  est la résistance de phase du moteur,  $E$  la force électromotrice d'une phase et  $K_E$  constante de la fem. Le changement d'éclairement peut causer des changements dans ces valeurs.

Le couple électromagnétique est exprimé par :

$$\Gamma_{em} = K_T I \quad (\text{VI-12})$$

Ou,  $K_T$  est la constante du couple et  $I$  le courant de phase.

A partir des relations précédentes, on peut déduire la relation couple-vitesse du moteur dans l'état stable qui est :

$$\omega = \frac{U - (\Gamma_{em} / K_T) R_s}{K_E} \quad (\text{VI-13})$$

L'équation dynamique du moteur est :

$$\Gamma_{em} - \Gamma_L = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega + \Gamma_p \quad (\text{VI-14})$$

$\Gamma_L$  est le couple de charge,  $f$  est coefficient de frottement et  $\Gamma_p$  est le couple des pertes.

Le couple de charge est donné par la relation [5] :

$$\Gamma_L = a + b\omega^2 \quad (\text{VI-15})$$

Les constantes  $a$  et  $b$  dépend de la charge qui est la pompe.

La puissance absorbée  $P_p$  d'une pompe est la puissance absorbée au niveau de l'accouplement ou de l'arbre de la pompe. Elle est déterminée d'après la formule suivante [2-5] :

$$P_p = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_p} \quad (\text{VI-16})$$

avec: -  $Q$  est le débit en  $\text{m}^3/\text{s}$ ;

-  $H$  est la hauteur d'élévation totale en m;

-  $\rho$  est la densité de l'eau en  $\text{Kg}/\text{m}^3$ ;

-  $\eta_p$  est le rendement de la pompe.

-  $g$  est la pesanteur en  $\text{m}/\text{s}^2$

Donc, on peut écrire l'équation du couple de charge comme suit :

$$\Gamma_L = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\omega} \quad (\text{VI-17})$$

L'installation d'une pompe dans un système de pompage exige la connaissance de ces paramètres qui nous permettent de déterminer son point de fonctionnement (débit nominal  $Q_n$  et la hauteur d'élévation totale  $H$  assurés pour une vitesse de rotation nominale  $\omega$ ). Le

comportement de la pompe pour des conditions différentes peut être défini par des courbes caractéristiques permettant de déduire le point de fonctionnement de la pompe et qui sont : courbe hauteur -débit ( $H = f(Q)$ ), courbe de puissance-débit ( $P = f(Q)$ ) [1-8].

$$\begin{aligned} H &= a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2 \\ P &= b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2 \\ H &= c_0 + c_1 Q^2 \end{aligned} \quad (\text{VI-18})$$

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, c_0$  et  $c_1$  sont des constantes en fonction des dimensions de la pompe.

La dernière relation présente la hauteur nécessaire pour la canalisation de la pompe en fonction du débit.

La relation liant le débit et la hauteur est donnée par :

$$n_q = \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \cdot N_r \quad (\text{VI-19})$$

avec : -  $N_r$  est la vitesse (tr/mn);

-  $n_q$  est la vitesse spécifique de la pompe (pour des aubes à simple courbure, elle est inférieure à 30tr/mn).

Pour une pompe centrifuge, le rendement global peut atteindre 0.9 dans le cas de pompes importantes, mais il peut descendre jusqu'à 0.4 s'il s'agit de très petites pompes [12].

Le rendement de la pompe est exprimé par:

$$\eta_p = \frac{m \cdot g \cdot H}{\Gamma_L \cdot \omega} \quad (\text{VI-20})$$

Où  $m$  est la masse du débit.

Le rendement du générateur PV est donné en fonction de la tension et du courant délivrés :

$$\eta_g = \frac{V \cdot I}{A_g \cdot E_c} \quad (\text{VI-21})$$

Le rendement du système moteur-pompe est donné par :

$$\eta_{mp} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{V \cdot I} \quad (\text{VI-22})$$

Et par conséquent le rendement global du system est :

$$\eta = \eta_g \cdot \eta_{mp} \quad (\text{VI-23})$$

La puissance de la pompe est liée à la puissance mécanique du moteur par la relation :

$$P = P_m \cdot \eta_t \quad (\text{VI-24})$$

avec,  $\eta_t$  est le rendement de transmission.

### VI-6 Analyse des performances du système.

A partir du modèle décrit, on peut analyser les performances d'un système solaire de pompage d'eau utilisant un moteur à aimants permanents couplé à une pompe centrifuge.

La figure (VI-3) présente la variation de la tension délivrée par le générateur en fonction du courant pour divers types d'éclairement, où l'effet de l'éclairement est proportionnel aux courants et tensions délivrées par le générateur PV.

La figure (VI-4) illustre l'effet de la température sur la courbe  $I(V)$ . Le point de fonctionnement optimal du système solaire de pompage d'eau dépend de la caractéristique  $I(V)$  et des conditions climatiques (éclairement et température).

La figure (VI-5) présente la variation de la hauteur d'élévation en fonction du débit de la pompe pour diverses vitesses de rotation. On atteint des débits élevés pour des vitesses grandes et des hauteurs faibles.

La figure (VI-6) présente la variation de l'éclairement en fonction du temps où l'intensité d'ensoleillement élevée est obtenue vers le midi.

Les figures (VI-7,8) présentent le rendement du système, du moteur et du générateur, où on déduit l'influence du rendement du générateur PV sur le rendement global du système, ce qui insiste sur le choix du type de module utilisé.

La figure (VI-9) illustre la variation du débit d'eau en fonction de l'éclairement, où il faut un minimum de radiation solaire pour que l'eau débite.

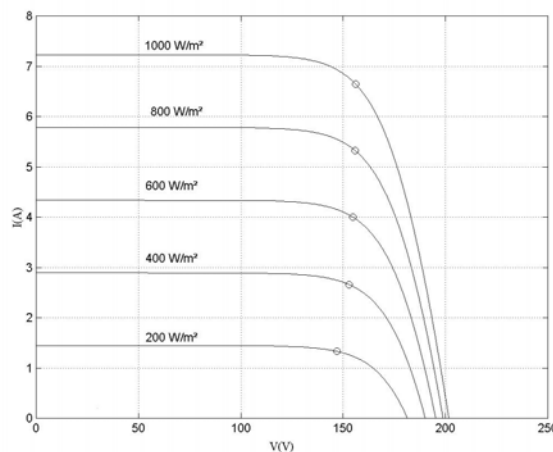


Figure (VI-3) : Caractéristique  $I(V)$  du générateur PV

(27 modules pour  $T = 25^\circ C$ ), o: courbe avec MPPT.



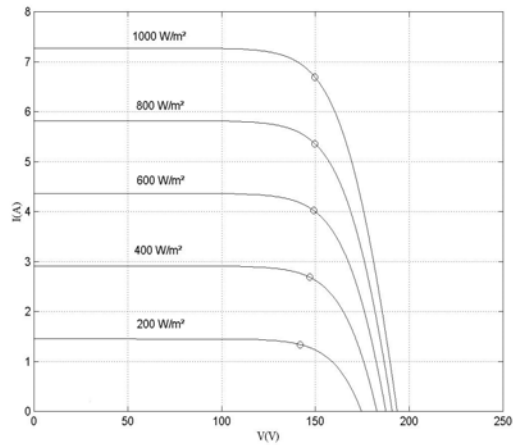


Figure (VI-4) : Caractéristique I(V) du générateur PV  
(27 modules pour  $T = 35^{\circ}\text{C}$ ), o: courbe avec MPPT

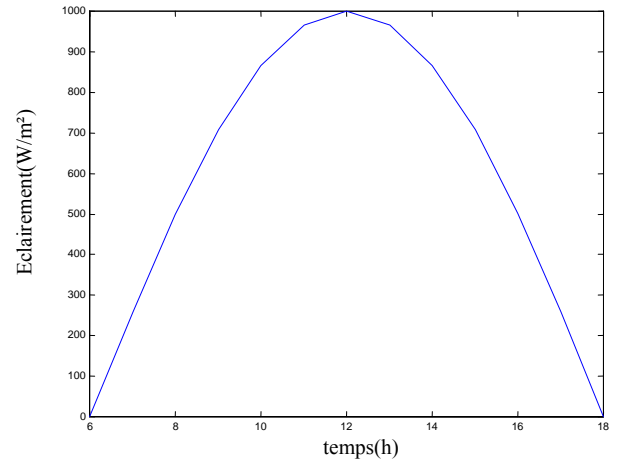


Figure (VI-6) : Variation de l'éclairement durant une journée

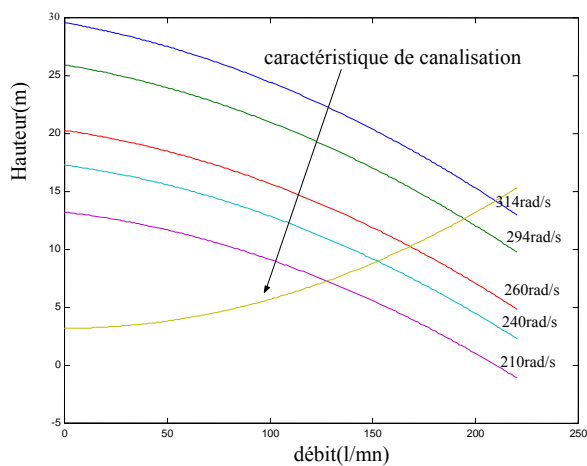


Figure (VI-5) : Hauteur de la pompe en fonction du débit pour diverse vitesse de rotation

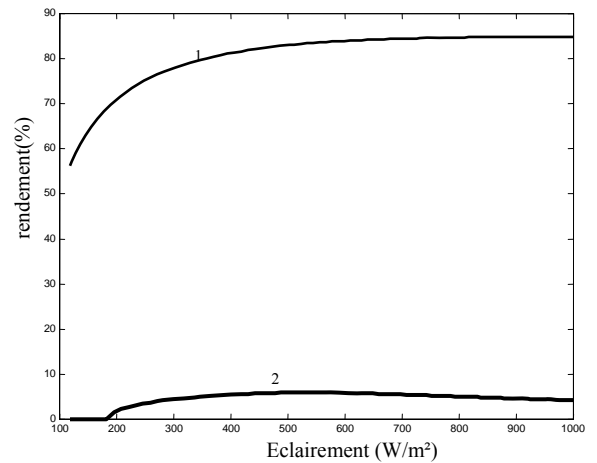


Figure (VI-7) : Rendement du système (2) et moteur (1) en fonction de l'éclairement

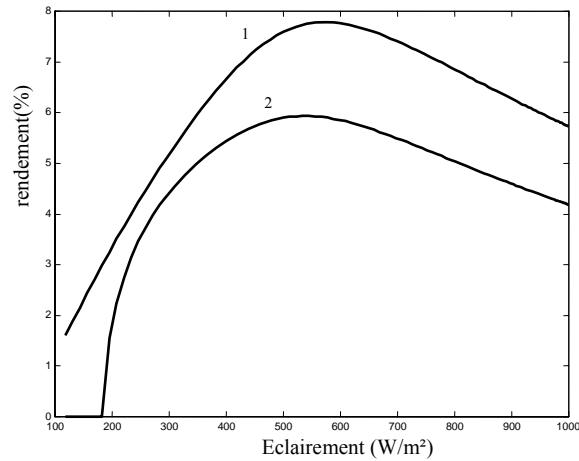


Figure (VI-8) : Rendement du système (1) et du générateur PV (2) en fonction de l'éclairement

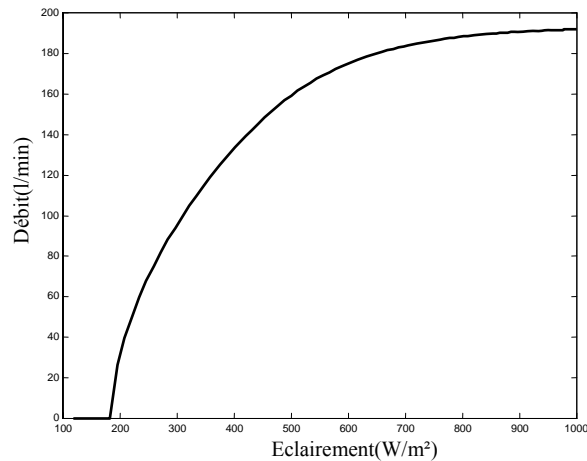


Figure (VI-9) : Variation du débit de la pompe en fonction de l'éclairement

## Conclusion.

L'application de l'énergie solaire pour alimenter un moteur à aimants permanents couplé à une pompe donne des résultats très encourageantes (spécialement dans le domaine d'irrigation où d'alimentation en eau potable), et surtout c'est le moteur fonctionne à sa puissance maximale et la pompe possède un rendement très élevée (de l'ordre de 70 à 80 %). Le changement de l'éclairement et la température influe sur le point de fonctionnement du moteur, suite aux variations de la tension et du courant, et par conséquent sur la puissance absorbée par le moteur. Donc, il faut prévoir un système de commande (M.P.P.T) qui maintient le point de fonctionnement du système de pompage au point optimal du générateur PV.

**REFERENCES**

- [1] M. R. Patel. "Wind and Solar Power Systems" CRC Press Washington, 1999
- [2] D Langridge, W Lawrance and B Wichert «High efficiency solar pumping system using a BDC motor" 12th European photovoltaic Solar Energy Conference. 11-15 Avril 1994 Amsterdam.
- [3] C.L.Putta Swamy, B.Singh and B.P.Singh «Dynamic performance of a permanent magnet brushless DC motor powered by a PV array water pumping". Solar Energy Materials and Solar Cells. Vol 26 N°2 February 1995.
- [4] H. Hadi, S. Tokuda and S. Rahardjo "Evaluation of performance of photovoltaic system with maximum power point (MPP)" Solar Energy Material & Solar Cells 75. ELSEVIER 2003., pp. 673-678 .
- [5] D. P. Kothari, M. Kolhe, J.C. Joshi and K. Agbossou « Performance of Directly Coupled Photovoltaic Water Pumping System » CCECE, Montréal Mai 2003 IEEE.
- [6] H. Suehrcke, J. Appelbaum and B. Reshef "Modeling a Permanent Magnet DC Motor/Centrifugal Pump Assembly in a Photovoltaic Energy System" Solar Energy , ELSEVIER 1997Vol. 59, Nos. 1-3, pp.37-42.
- [7] B. singh, C.L. P. Swamy and B. P. Singh "analysis and development of a low-cost permanent magnet brushless DC motor drive for PV-array fed water pumping system" Solar Energy Material and Solar Cells 51 (1998) 55-67 ELSEVEIR
- [8] M. Kolhe, S. Kolhe and J.C. Joshi "Determination of magnetic Field constant of DC permanent magnet motor powered by photovoltaic for maximum mechanical energy output " Renewable Energy 21 (2000) 563-571.
- [9] H. B. Metwally and W. R. Anis " Performance Analysis of PV Pumping System using Switched Reluctance Motor Drives " Solar Energy Vol 56 N°2 161-168, 1996.
- [10] H. Vasquez and J. K. Parker "A new simplified mathematical model for a switched reluctance motor in a variable speed pumping application" Mechatronics 14 (2004) .
- [11] V. Badescu " Dynamic model of a complex system including PV cells, electric battery, electrical motor and water pump " Renewable Energy (2003).
- [12] A. Hadj Arab, F. Chenlo, K. Mukadam and J. L. Balenzategui "Performance of PV water pumping systems " Renewable Energy 18(1999) 191-204 Published by Elsevier Science .
- [13] " Détermination des pompes centrifuges" Pompes Guinard April/1992 KSB.

## Conclusion générale

Le travail présenté consiste à élaborer un modèle de modélisation des moteurs à aimants permanents et ceux à reluctance variable. Le choix de la machine synchrone à aimants et le moteur à reluctance variable résulte du constat qu'à l'heure actuelle la supériorité des machines à aimants et les MRV est prouvée dans plusieurs domaines industriels par rapport à d'autres types de machines.

Le modèle étudié concernant le moteur à aimants permanents repose sur une méthode analytique basée sur la résolution des équations différentielles dont la variable est le potentiel vecteur magnétique. Ce modèle qui est bidimensionnel, a permis de déterminer facilement les dimensions géométriques, les caractéristiques principales du moteur et de déduire le champ magnétique pour deux types de structures étudiées du moteur à aimants permanents (machine à enroulements dans l'entrefer ou logé dans les encoches).

Le choix d'un moteur à enroulements dans l'entrefer est justifié pour le but de diminuer les inductances de fuites et les ondulations du couple particulièrement pour des petites puissances qui ne demandent pas un fort couple.

Le modèle de perméance utilisé pour l'optimisation des MRV permet de mieux décrire le fonctionnement de ces moteurs, et aussi de concevoir des types de structures selon les dimensions géométriques imposées.

Le recours à l'utilisation des méthodes numériques dans la modélisation, particulièrement la méthode des volumes finis, permet mieux d'étudier le comportement électromagnétique du moteur, la distribution spatiale des lignes de champ et aussi de valider les modèles analytiques utilisés.

Pour l'amélioration des performances dynamiques des moteurs à aimants permanents et les MRV, nous avons utilisé certaines stratégies de commande à savoir : la commande vectorielle, le contrôle direct du couple (DTC) et la commande de l'énergie et du couple (DRECT). Ces lois de commande utilisées, nous ont permis d'améliorer les performances des moteurs MSAP, BLDCM et MRV, et aussi de contrôler le couple et la vitesse afin d'avoir des réponses dynamiques très rapides, surtout pour la vitesse, et de réduire les oscillations du couple.

La robustesse de la commande DTC réside dans la définition des consignes externes, le vecteur flux statorique, le couple ou bien l'énergie. Aussi, la simplicité d'obtenir les grandeurs estimées pour le bouclage de contrôle et l'implantation et le choix des correcteurs constitue un critère important pour l'amélioration des performances d'une commande.

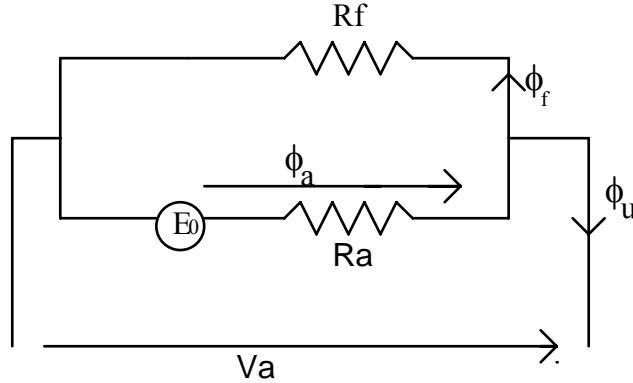
Plusieurs techniques existent pour la minimisation des pertes des machines (particulièrement les pertes fer et les pertes Joules) et qui ont été l'objet de plusieurs études. La technique utilisée dans cette étude repose sur l'optimisation du courant  $i_{od}$ , vu que ces pertes sont

variables en fonction de ce courant. Certaines techniques annulent le courant  $i_{od}$ , où on obtient une amélioration des pertes, mais en cherchant la valeur optimale de ce courant pour un minimum de pertes, nous pouvons mieux améliorer le rendement des machines à aimants permanents et les MRV et par la suite on peut améliorer le contrôle de ces types de machines. L'application d'un moteur à aimants permanents dans un système solaire de pompage d'eau est très intéressant, il ne pose pas de problèmes de maintenance (absence des balais), et il est spécialement conçu pour l'entraînement d'une pompe centrifuge ne demandant pas un couple fort.

## ANNEXE 1

### MODELE D'UN AIMANT PERMANENT

Un aimant permanent est représenté par le schéma équivalent suivant :



Avec ;  $E_0$  F.m.m interne,  $R_a$  réluctance interne et  $R_f$  réluctance traduisant l'effet de fuite.

Compte tenu des fuites de l'aimant, le flux  $\phi_a$  émis par ce dernier se partage en un flux utile  $\phi_u$  dans l'entrefer et un flux de fuite  $\phi_f$ , où :

$$\phi_a = \phi_u + \phi_f$$

$$E_0 = H_a * L_a$$

$$R_a = L_a / (S_a * \mu_a)$$

La F.m.m externe fournie par l'aimant est :

$$V_a = R_f * \phi_f = E_0 - R_a * \phi_a$$

où : -  $L_a$  est sa longueur ;

-  $H_a$  est son intensité ;

-  $S_a$  est sa surface ;

-  $\mu_a$  est sa perméabilité.

La perméance d'un aimant  $P_m$  est donnée par :

$$P_m = \frac{\mu_r \mu_0 S_a}{h_a}$$

Où ;  $h_a$  est l'épaisseur de l'aimant et  $\mu_r$  est sa perméabilité relative.

Dans un aimant le champ magnétique est la composition d'un champ de polarisation intrinsèque au matériau magnétique ( $M$ ) et d'un champ externe ( $H_m$ ).

La courbe intrinsèque donne l'aimantation permanente  $B_r$ . Ces paramètres sont liés entre eux par les formules de base :

$$B_a = \mu_0 H_a + B_r$$

$$B_r = \mu_0 M$$

$$B_a = \mu_0 (H_a + M)$$

Avec ;

L'obtention d'un champ magnétique au sein d'un matériau nécessite l'apport d'une énergie  $W$  dite magnétisante qui est proportionnelle au volume du matériau :

$$\frac{\partial W}{\partial v} = \int_0^B H dB \quad J/m^3$$

L'énergie stockable dans un milieu de perméabilité  $\mu$  (caractéristique linéaire) est:

$$\frac{\partial W}{\partial v} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} BH$$

Soient  $H_a$  et  $B_a$  le champ et l'induction dans l'aimant et  $H_e$  et  $B_e$  le champ et l'induction dans l'entrefer. En utilisant le Théorème d'Ampère et la loi de conservation de flux, nous obtenons la droite de charge (D) de l'aimant:

$$\phi = B_e.S_e = B_a.S_a$$

$$2.H_a.h_m + 2.H_e.e = 0$$

La droite de charge est :

$$B_a = -\mu_0 \cdot \frac{S_e}{S_a} - \frac{h_m}{e} \cdot H_a$$

L'intersection de la courbe d'aimantation et de la droite de charge détermine le point de fonctionnement du circuit magnétique.

Si on assimile la courbe d'aimantation à une droite on peut écrire :

$$B_a = \frac{B_r}{H_e} \cdot H_a + B_r$$

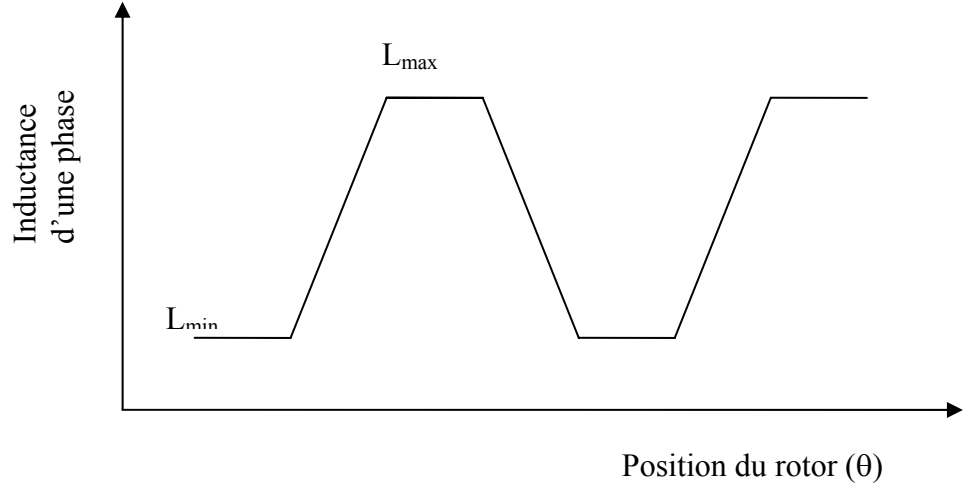
Ce qui permet de déterminer la valeur du champ dans l'aimant :

$$B_{\max} = B_r \cdot \frac{1}{1 + \frac{S_a}{S_e} \cdot \frac{e}{h_m} \cdot \frac{B_r}{\mu_0 H_e}}$$

## ANNEXE 2

### Variation de l'inductance d'une phase en fonction de la position du rotor

La variation de l'inductance d'une phase d'un moteur à reluctance variable peut être traduite par la figure suivante :



A un instant donné, la f.m.m appliquée de part et d'autre de la denture peut s'écrire :

$$V(\theta_s) = \sum_m V_m \cdot \cos mP\theta_s + \sum_n V_n \cos nP'\theta_s$$

Si on appelle  $G(V, \theta)$  la perméance par unité de surface des tubes de flux traversant l'entrefer, la double périodicité des denture du stator et du rotor permet d'écrire :

$$G(\theta_s, \theta) = \sum_p \sum_q G_{pq}(V) \cdot \cos pZ_s \theta_s \cdot \cos qZ_r \theta_r$$

Avec ;

- $\theta_s$  et  $\theta_r$  les abscisses angulaire respectivement sur le stator et le rotor, ou :  $\theta_s = \theta_r + \theta$  et  $\theta$  l'angle de décalage du rotor par rapport au stator.
- $P$  nombre de paire de pôles par phase statorique.
- $P'$  nombre de paire de pôles du bobinage d'excitation.

En supposant que les matériaux sont linéaires, on peut écrire la coénergie magnétique par :

$$W_c = \frac{\Re}{2} \cdot \int_0^{2\pi} V^2(\theta_s) \cdot G(\theta_s, \theta) \cdot d\theta_s$$

Pour que le couple  $\Gamma = \frac{\partial W_c}{\partial \theta}$  soit non nul, la condition nécessaire est :

$$|pZ_s \pm qZ_r| = |mP \pm nP'| \quad (I-6)$$

Cette condition change selon le type du moteur MRV, par exemple pour les MRV non excité, on a :  $|Z_s - Z_r| = 2p$ .



### ANNEXE 3

#### Calcul des Inductances $L_{ph}$ , $L_d$ et $L_q$

##### I- Calcul de l'inductance d'une phase :

On peut déduire l'inductance à partir de l'expression de l'énergie par:

$$W_C = \frac{1}{2} \cdot L_{ph} \cdot I^2$$

donc,

$$L_{ph} = 2 \cdot W_C / I^2$$

$W_C$  est donnée par l'équation (II-70) dans le cas d'un stator sans encoches et par l'équation (II-91) le cas d'un stator avec encoches.

##### II- Moteur avec pôles saillants

###### 1- Calcul de $L_d$

La réactance synchrone totale selon l'axe d est :

$$X_d = X_{ad} + X_\sigma$$

Où ;  $X_{ad}$  est la réactance d'entrefer et  $X_\sigma$  est la réactance de fuite.

$$X_{ad} = \frac{6\mu_0 D L_t f}{p^2 g_d''} \cdot (k_b \cdot N_{ph})^2$$

$$X_\sigma = \frac{\mu_0 \cdot L_t \cdot N^2 \cdot h}{3 \cdot w_e} \cdot \omega$$

Avec :

$$g_d'' = \frac{k_c \cdot g}{k_{lad} - \frac{k_1 \cdot k_{ad}}{1 + P_m \cdot R_g}}$$

$$k_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \sin \frac{\alpha \pi}{2} \quad k_{ad} = \frac{\sin(\alpha \pi / 2)}{\alpha \pi / 2}$$

$$k_{lad} = \alpha + \frac{\sin \alpha \pi}{\pi}$$

$$R_g = \frac{k_c \cdot g}{\mu_0 \cdot A_g} \quad P_m = P_{m0} \cdot (1 + P_{rl}) \quad P_{rl} = P_l / P_{m0}$$

$$P_{m0} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_m}{h_m} \quad P_l = \frac{1 - f_l}{f_l \cdot R_g} \quad f_l = \frac{\phi_g}{\phi_m}$$

###### 2- Calcul de $L_q$

La réactance synchrone totale selon l'axe q est :

$$X_q = X_{aq} + X_\sigma$$

Où ;  $X_{aq}$  est la réactance d'entrefer et  $X_\sigma$  est la réactance de fuite.

$$X_{aq} = \frac{6\mu_0 D L_t f}{p^2 g_q''} (k_b \cdot N_{ph})^2$$

$$X_\sigma = \frac{\mu_0 \cdot L_t \cdot N^2 \cdot h}{3 \cdot w_e} \cdot \omega$$

Avec :

$$g_q'' = \frac{k_c \cdot g}{k_{1aq}}$$

$$k_{1aq} = \alpha - \frac{\sin \alpha \pi}{\pi}$$

Où ;

$\alpha$  ouverture d'une bobine ;  $k_c$  est le coefficient de carter ;  $L_t$  est la longueur effective du rotor ;  $N_{ph}$  est le nombre de spire par phase ;  $N$  nombre de conducteur ;  $h_m$  hauteur de l'aimant ;  $w_e$  largeur d'encoche ;  $h$  hauteur d'encoche ;  $A_g$  surface d'entrefer ;  $A_m$  surface de l'aimant ;  $R_g$  reluctance d'entrefer ;  $P_{m0}$  permeance de l'aimant ;  $P_l$  permeance de fuite ;  $K_b$  coefficient de bobinage ;  $\phi_g$  flux d'entrefer ;  $\phi_m$  flux d'aimant ;

$g_d''$  est l'entrefer selon l'axe d ;  $g_q''$  est l'entrefer selon l'axe q ;  $\mu_r$  est la perméabilité relative.

## II- Moteur sans pôles saillants

Dans ce cas  $L_d = L_q = L_s$  et  $X_q = X_d = X_s$

$$X_s = \frac{6\mu_0 D L_t f}{p^2 g} (k_b \cdot N_{ph})^2 + X_\sigma$$

$$g'' = k_c \cdot g + \frac{h_m}{\mu_r}$$

## Reference

- [1] C. C. Hwang, S. M. Chang, C. T. pan and T.Y. Chang “ Estimation of parameters of interior permanent magnet synchronous motors”. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 239 Elsevier 2002.
- [2] J. R. Hendershot and T. Miller “Design of Brushless Permanent Magnet Motors “ OXFORD SCIENCE PUBLICATIONS 1994.
- [3] K. Atallah, Z. Q. Zhu, D. Howe and T. S. Birch “ Armature Reaction Field and Winding Inductances of Slotless Permanent Magnet Brushless Machines “ IEEE Transaction on Magnetic Vol 34 No 5 Sep 1998.
- [4] S. V. Zadeh and A.R. Ghasemi “ Desing optimisation of permanent magnet synchronous motors for high torque capability and low magnet volume” Electronic Power System Research 74 2005. ELSEVEIR.
- [5] S. J. Wang and S. K. Lin “Analytical Prediction of the Incremental Inductance of Permanent Magnet Synchronous Motors” IEEE Transaction on Magnetic Vol 40 No 4 July 2004.
- [6] Z. Q. Zhu and D. Howa “ Winding Inductance of Brushless Machines with Surface Mounted Magnets “ IEEE 1997.

## ملخص

برزت أنواع جديدة من المحركات الكهربائية مثل المحركات ذات المغناطيس الدائم و المحركات ذات المقاومة المتغيرة بشكل لافت في ميدان صناعة المحركات و هذا راجع للتطور الذي حصل في تكنولوجيا المواد و في إلكترونيك الاستطاعة. تستعمل هذه المحركات في تطبيقات صناعية عديدة خاصة في : الروبوتيك ، الفضاء و الطاقة الشمسية نظرا للمزايا التي توفرها كإنتاج عزم كهرومغناطيسي وفعالية عالين و سهولة الصيانة. إن المحركات ذات التيار المستمر و المغناطيس الدائم ( *BLDCM* ) مثيرة جدا للاهتمام للمزايا التي تقدمها مثل: انخفاض الوزن، انعدام شبه كلي للصيانة، انخفاض إشارات التشويش و مراقبة سلسلة للمحرك. في هذه الأطروحة ، تم تطوير نموذج رياضي لإيجاد الأبعاد المثلى و حساب العناصر المميزة لكل من *BLDCM* و *MRV* (الحقل المغناطيسي ، العزم الكهرومغناطيسي، ضياع الطاقة ... ) . ويستند هذا النموذج على نهج تحليلي مرتبط مع طريقة رقمية (طريقة العناصر المحدودة وطريقة الحجم المحدود) . نظرا لوجود بعض المشاكل التي تطرأ أثناء تشغيل المحركات ذات المغناطيس الدائم و *MRV* وهي : استعمال نماذج غير خطية ، التذبذبات في العزم الكهرومغناطيسي ، التشويش، مراقبة وضعية العضو الدوار للمحرك مع أو بدون جهاز استشعار، يتحتم علينا استخدام أساليب مراقبة و تحكم تسمح لنا بإيجاد حلول لهذه المشاكل و تحسين أداء هذه المحركات. توجد العديد من أساليب المراقبة و التحكم: التحكم ذو المنحى الشعاعي و الذي لا يزال يستعمل لحد الآن، *(FOC)* التحكم المباشر في العزم *(DTC)* و هو موضوع للعديد من الدراسات و الأبحاث و كذلك تقنية التحكم في الطاقة والعزم معا *(DIRECT)* .

**كلمات دليلة:** المغناطيس الدائم، المقاومة المتغيرة، توتر شعاعي، تحكم شعاعي، *DTC*, *DIRECT*

## Résumé.

De nouveaux types de moteurs électriques comme les moteurs à aimants permanents et les moteurs à reluctance variable sont apparus grâce aux développements qu'a connus la technologie des matériaux ainsi que l'électronique de puissance. Ces types de moteurs ont connus large emploi dans l'industrie particulièrement dans : la robotique, aérospatiale et dans les systèmes photovoltaïque, suite à leurs avantages à savoir : couple et rendement élevés, maintenance facile, inertie réduite...

Les moteurs à courants continu à aimants permanents et à commutation électronique (*BLDCM*) offrent des avantages très intéressants à savoir : diminution du poids, maintenance et bruit réduits, bon contrôle.

Dans cette thèse, un modèle mathématique est développé pour l'optimisation des dimensions de la machine et le calcul des paramètres des *BLDCM* et *MRV* (induction magnétique, couple électromagnétique, pertes, ...). Ce modèle est basé sur une méthode analytique associée avec une méthode numérique (éléments finis et volumes finis).

Vue que, certains problèmes qui persistent lors du fonctionnement des moteurs à aimants permanents et *MRV* à savoir : la non linéarité du modèle, les oscillations du couple, les bruits acoustiques, le contrôle de la position du rotor avec ou sans capteur, on a recours à des lois de commande qui nous permettent de trouver des solutions à ces problèmes et d'améliorer les performances de ces moteurs. Plusieurs lois de commande existent : La commande vectorielle qui est toujours d'actualité, la commande *DTC* (contrôle directe du couple) qui a fait l'objet de plusieurs études et la commande de l'énergie réactive et le couple (*DIRECT*).

**Mots clés :** Aimants Permanents, Reluctance variable, Potentiel vecteur, Commande vectorielle, *DTC*, *DIRECT*, Photovoltaïque.

## Abstract.

New types of electric motors like permanent magnet motors and switched reluctance motors have emerged due to the development in engineering material technology. They motors have large applications in industrial systems particularly in robotic, aerospace and in photovoltaic ones due to their inherent advantages including high torque production, efficiency reliability and easy maintenance.

The brushless DC motors with electronic commutation (*BLDCM*) offers small size weight, low noise and maintenance, good reliability and controllability. The brushless DC motors are replacing brushed motors in many applications.

In this thesis, a model is developed for optimization of machine dimensions and calculating the parameters of *BLDCM* and *MRV* (magnet flux density, electromagnetic torque, losses,). This model is based on analytical methods combined with numerical method (finite element and finite volumes).

There are serious nonlinear and variables strongly coupling characteristic in PMSM, *BLDCM* and SRM, there are lots of difficulties to model and control. In this thesis , a different control strategies were proposed : (field-oriented control (*FOC*), direct torque control (*DTC*) and direct reactive energy and torque control (*DIRECT*)) for amelioration the performances of permanent magnet motor and variable reluctance motor such as, the ripple in the torque and stator flux, efficiency....

**Keywords :** Permanent magnet, reluctance variable, potential vector, OC, *DTC*, *DIRECT*, photovoltaic.