

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université de Batna**

---

## **Thèse**

**Présentée au Département d'Electronique**  
**Faculté des Sciences de l'Ingénieur**  
**Pour l'Obtention du Diplôme de**

**Docteur Es Science en Electronique**  
**Option: Contrôle**

par

**BENZID Redha**

## **Thème**

**Ondelettes et Statistiques d'Ordre Supérieur**  
**Appliquées aux Signaux Uni et Bidimensionnels**

Soutenue le: 15 Septembre 2005  
Devant le jury d'examen composé de :

<b>Mohamed Boulemden</b>	Professeur	Université de Batna	Président
<b>Mohamed Khamadja</b>	Professeur	Université de Constantine	Examinateur
<b>Farid Marir</b>	Professeur	Université de Constantine	Rapporteur
<b>Noureddine Bouguechal</b>	Professeur	Université de Batna	Co-rapporteur
<b>Djamel Chikouche</b>	Maitre de conférences	Université de Sétif	Examinateur
<b>Djamel Benatia</b>	Maitre de conférences	Université de Batna	Examinateur

---

## Remerciements

*Ma profonde gratitude est envers mon créateur le tout puissant qui m'a toujours guidé dans ma vie et qui m'a fait savoir que la science est le flambeau qui mène à la vraie connaissance de sa majesté.*

*Je tiens à remercier les membres du jury pour l'intérêt porté à cette thèse :*

- *Professeur **Mohamed Boulemden** de l'université de BATNA qui m'a honoré par sa présence en qualité de président de jury ;*
- *Professeur **Farid Marir** de l'université de CONSTANTINE, mon directeur de thèse qu'il trouve ici ma sincère reconnaissance pour sa patience, sa compétence, ses remarques et suggestions pertinentes ;*
- *Professeur **Noureddine Bouguechal** de l'université de BATNA, mon co-directeur de thèse que j'ai beaucoup appris de lui ;*
- *Professeur **Mohamed Khamadja** de l'université de CONSTANTINE qu'il trouve ici ma sincère reconnaissance de bien vouloir accepter de juger le travail achevé*
- *Docteur **Djamel Benatia** de l'université de BATNA qui m'a honoré avec son acceptation de juger le travail effectué.*
- *Et enfin de l'université de SETIF, le docteur **Djamel Chikouche** qui m'a honoré d'expériser le travail en qualité d'examineur.*

*Toute personne qui a été disponible pour un soutien matériel ou moral et profondément remerciée.*

<b>Introduction Générale.....</b>	<b>01</b>
<b>I. Généralités sur les ondelettes.....</b>	<b>04</b>
I. 1. Introduction.....	04
I. 2. Caractéristiques d'ondelettes.....	05
I. 2. 1. Condition d'admissibilité.....	06
I.2. 2. Illustration du changement d'échelle et de la translation.....	06
I.2. 3. L'algorithme de l'implémentation de la transformée d'ondelettes continue CWT.....	07
I. 3. Analyse multirésolution.....	08
I. 4. Algorithme de MALLAT.....	09
I. 5. Architecture Pyramidale.....	11
I. 6. Paquet d'ondelettes .....	12
I. 7. Conclusion.....	13
<b>II. Applications des ondelettes.....</b>	<b>14</b>
II. 1. Introduction .....	14
II. 2. Le zooming.....	15
II. 3. La compression.....	18
II. 3. 1. Définition de la compression.....	19
II. 3. 2. L'Entropie.....	19
II. 3. 3 Comment agissent les ondelettes.....	21
II. 3. 4 La quantification.....	21
II. 3. 5. Le codage de source.....	21
II. 3. 6. Compression d'ECG.....	22
II. 3. 7. Compression audio.....	25
II. 3. 8. Compression d'Image.....	31
II. 4. Le débruitage par ondelette.....	36
II. 4. 1. Principe et algorithme de base donné par DONOHO.....	36
II. 4. 2. Mise en œuvre pour l'ECG.....	38
II. 5. Tatouage Numérique.....	39
II. 5. 1. Définition du tatouage.....	40
II. 5. 2. Insertion temporelle ou spatiale.....	41
II. 5. 3. Insertion invisible dans le domaine de la transformée d'ondelette...	42
II. 6. Conclusion.....	47

**III. Théorie des statistiques d'ordre supérieur..... 48**

III.1 Introduction..... 48

III. 2. Variable aléatoire réelle scalaire..... 48

III. 3. Notions de moments et de cumulants..... 49

III. 4. Variables aléatoires multidimensionnelles..... 51

III. 5. Caractéristiques des moments et des cumulants..... 52

III. 5. 1. La linéarité..... 52

III. 5. 2. Invariance par translation..... 53

III. 5. 3. Indépendance..... 53

III. 6. Estimation des moments et des cumulants..... 53

III. 6. 1. Estimation des moments..... 54

III. 6. 2. Estimation des cumulants..... 54

III. 6. 3. Estimation de l'asymétrie et du kurtosis..... 54

III. 7. Polyspectre..... 55

III. 8. Conclusion..... 56

**IV. Mise en œuvre des statistiques d'ordre supérieur..... 57**

IV. 1. Introduction..... 57

IV. 2. La séparation de sources : C'est quoi ?..... 57

IV. 3. Types de mélanges de sources..... 58

IV. 4. Application..... 59

IV. 5. Concept du cumulant..... 59

IV. 6. Méthodologie..... 60

IV. 7. simulation..... 62

IV. 8. Commentaires..... 63

IV. 9. Conclusion..... 64

**Conclusion Générale..... 65**

**Bibliographie..... 68**

**ANNEXES..... 75**

**A..... 75**

**B..... 82**

---

## *Introduction Générale*

---

Les ondelettes (wavelets) et les statistiques d'ordre supérieur (Higher Order Statistics) sont des outils parmi les plus récents du traitement du signal et qui datent de quelques décennies seulement. Ils permettent à l'utilisateur d'effectuer une analyse robuste et mènent à une variété d'applications.

Concernant l'ondelette, celle ci, représente un maillon important d'une chaîne comprenant principalement :

- La transformée de Fourier (T.F.) qui est l'outil le plus connu et le plus ancien ;
- La transformée de Fourier à court terme (T.F.C.T.) qui a vu le jour pour palier au problème lié à la perte complète de l'information temporelle lors de l'application de la TF ;
- L'ondelette quand à elle, permet d'utiliser la notion temps-échelle impliquant, contrairement à la TFCT, des fenêtres d'analyse de longueurs dynamiques.

Les problématiques liées aux ondelettes et qui sont traitées dans cette thèse sont :

- La compression : pour celle ci et en se basant sur le processus du seuillage, on a essayé de mettre en œuvre des algorithmes de compression

contrôlables. C'est à dire, en fixant d'avance une mesure de qualité, le seuillage est accompli jusqu'à atteindre, avec une erreur tolérable, cette mesure. Pour atteindre cette dernière et du fait que les mesures de qualité utilisées sont monotones en fonction du seuil, on est amené à utiliser les méthodes numériques usuelles pour résoudre le problème très connu  $f(x)=0$ . Ce problème se projète comme étant :  $PRD(TH)-FPRD=0$  et  $PSNR(TH)-FPSNR=0$ , pour les signaux unidimensionnels  $\quad$ représentants l'ElectroCardioGramme et les signaux audibles, tandis que l'image (le signal bidimensionnel) est lié au problème  $PSNR(TH)-FPSNR=0$ . PRD est le Percentage Rms Difference. Le PSNR est largement connu. TH est un seuil (threshold), FPRD (Fixed PRD) et FPSNR (Fixed PSNR) sont les mesures désirées, fixés d'avance par l'utilisateur.

- Le débruitage : Le professeur DONOHO de (STANFORD UNIVERSITY) a donné une solution au problème lié au signal contaminé par un bruit gaussien à valeur moyenne nulle. Sous la même hypothèse, on montre par l'application d'un seuil ampérique supérieur à celui de DONOHO que le seuillage est meilleur qu'en appliquant  $TH_{DONOHO}$ .
- Le tatouage numérique (Watermarking) : On a essayé de résoudre le problème robustesse/invisibilité causé par l'insertion d'un tatouage dans l'image.
- Le zooming : Le problème est l'applicabilité des ondelettes pour l'agrandissement et la réduction des images.

À propos des statistiques d'ordre supérieur (S.O.S.), elles sont considérées comme une extension à celles du deuxième ordre classique. Cet outil définissant dans le domaine temporel des cumulants (combinaison de moments d'ordre supérieur ou égal à deux) et dans le domaine fréquentiel des polyspectres permettant une analyse bien robuste par rapport à l'analyse classique d'ordre 2.

Le problème à résoudre, en appliquant les S.O.S., est celui de la séparation de sources (Signaux biomédicaux).

Le présent manuscrit est subdivisé en deux parties. Chacune est dédiée à un outil et Il est structuré comme suit:

- ✓ La présente introduction générale ;
- ✓ **Chapitre I**: Donnant une introduction théorique et quelques propriétés caractérisant les ondelettes ;
- ✓ **Chapitre II** : Dans ce chapitre, seront montrées quelques applications de la transformée d'ondelettes.
- ✓ **Chapitre III** : Dans ce chapitre on donne les définitions et les relations nécessaires concernant les statistiques d'ordre supérieur ;
- ✓ **Chapitre IV** : Ce dernier chapitre présentera une application concernant la séparation de sources par statistiques d'ordre supérieur.

Enfin, le manuscrit est clôturé par une conclusion générale résumant le travail effectué ainsi que les perspectives.

---

## *Généralités sur les ondelettes*

---

### **I.1. Introduction**

Il est bien connu que la transformée de Fourier donnée comme étant une généralisation de la série de Fourier caractérisant les signaux périodiques - a l'inconvénient majeure d'ignorer complètement la contribution temporelle exacte d'une fréquence dans un signal.

En pensant à résoudre ce problème, GABOR en 1946 a introduit la transformée de Fourier à court terme. Cette dernière se base sur le fenêtrage (Windowing). Il s'agit de segmenter en tranche de temps fixes le signal à analyser pour appliquer par la suite la TF à chaque tranche. Cette manière d'analyse à mener à un compromis difficile à satisfaire. Ce critère à mener aux constatations suivantes :

- Fenêtre de temps longue  $\Rightarrow$  une bonne résolution fréquentielle contre une résolution temporelle pauvre.

- Dans le cas inverse, une fenêtre de temps courte  
⇒ une résolution fréquentielle pauvre contre  
une résolution temporelle plus ou moins précise.

La suite logique qui devrait résoudre ce problème a été l'élaboration de l'outil puissant dénommé par la transformée en ondelettes (wavelets).

Les domaines d'applications qui ne cessent de s'accroître, depuis la télécommunication à la médecine en passant par l'analyse des divers phénomènes physiques tels que : les signaux sismiques, l'océanographie, la prospection géologique,..., démontrent d'une manière concluante la puissance de cet outil.

On ce qui suit des définitions mathématiques essentielles seront présentées.

## **I.2. Caractérisation d'ondelettes**

Les ondelettes (wavelets) sont issues de ce qu'on appelle onde mère (mother wave). On aboutira à représenter n'importe quel signal  $L^2$ , par une base d'ondelettes qui ne sont que des versions dilatées et translatées de l'onde mère. La représentation d'un signal continu  $x(t)$  par une base d'ondelettes est donnée par, [DAU92] [POU99]:

$$x(t) = \sum W(a,b) \cdot \psi_{a,b}(t) \quad (I.1)$$

où  $W(a,b)$  est la pondération (le poids) de la contribution de l'ondelette  $\psi_{a,b}$  liée à l'onde mère par :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{I.2})$$

$a$  : est l'échelle et  $b$  : est la translation. La pondération de chaque ondelette est décrite par :

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{a,b}^*(t) \cdot dt \quad (\text{I.3})$$

### I.2.1 Condition d'admissibilité

Les ondelettes doivent être  $L^2$  c'est à dire carré intégrable et vérifier la condition d'admissibilité [DAU92], [POU99] :

$$\psi(\omega) \Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) e^{-j\omega t} dt \Big|_{\omega=0} \quad (\text{I.4})$$

Cette condition est nécessaire pour assurer d'avoir le signal d'origine  $x(t)$  à partir de la transformée inverse d'ondelettes.

### I.2.2 Illustration du changement d'échelle et de la translation

Le changement d'échelle sert à compresser ou dilater l'onde mère, ce qui mène à analyser les hautes fréquences ou les basses respectivement contenues dans un signal.

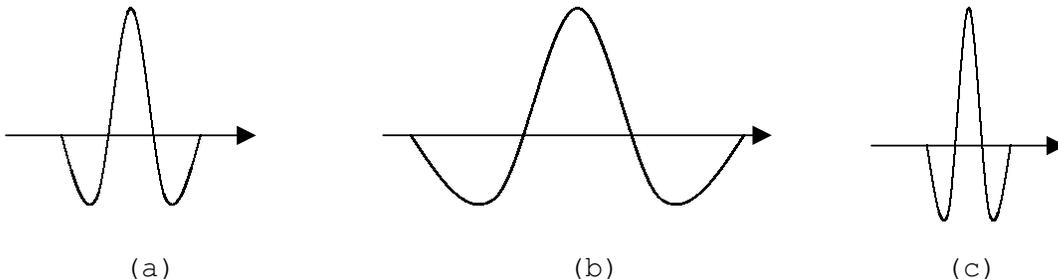


Figure I.1. illustration de la variation du facteur d'échelle. (a) L'onde mère ; (b) L'ondelette pour  $0 < a < 1$  ; (c) L'ondelette pour  $a > 1$

Le facteur d'échelle est lié à la fenêtre analysante de l'ondelette. Une longue fenêtre veut dire une vue globale tandis qu'une courte veut dire une vue de détails.

La translation est l'opération de glissement de l'ondelette tout au long du signal. C'est la technique similaire à celle de TFCT de GABOR.

### **I.2.3 L'algorithme d'implémentation de la transformée d'ondelettes continue CWT**

L'implémentation de la transformée d'ondelettes continue peut se résumer en [MIS96] :

**ETAPE 1 :** Prendre l'ondelette et la comparer au segment du signal en cours. (ceci en débutant par le premier segment du signal).

**ETAPE 2 :** Calculer le coefficient  $W(a,b)$ .

**ETAPE 3 :** Translater l'ondelette ; répéter ETAPE 1 à ETAPE2 jusqu'à balayer tout le signal.

**ETAPE 4 :** Dilater ou compresser l'ondelette et répéter ETAPE 3.

**ETAPE 5 :** Répéter ETAPE 4 pour toutes les échelles choisies.

La transformée discrète en ondelettes est issue de la version continue, à la différence de cette dernière, la TOD utilise un facteur d'échelle et une translation discrétisés. On appelle transformée en ondelettes discrète dyadique toute base d'ondelettes travaillant avec un facteur d'échelle  $a=2^i$ . Il est clair que la TOD est pratique en implémentation sur tout système numérique (PC, DSP, CARTE à  $\mu P$ ..).

Il est à noter que la transformée en ondelette continue TOC est aussi implantable sur les systèmes digitaux avec un lourd calcul provenant de la nature continue du facteur d'échelle et de la dilatation (Toutes les valeurs sont possibles).

### I.3. Analyse multirésolution

L'analyse en multi-résolution permet d'analyser un signal en différentes bandes de fréquences, ce qui permet une vue de la plus fine à la plus grossière.

Soit  $\varphi$  la fonction échelle. Elle doit être  $L^2$  et ayant une moyenne non nulle.

On forme une base de fonctions d'échelle pour tout  $i \in \mathbb{Z}$  comme suit :

$$\varphi_{i,j}(t) = 2^{-i/2} \varphi(2^{-i}t - j) \quad (\text{I.5})$$

et de la même manière la base d'ondelette :

$$\psi_{i,j}(t) = 2^{-i/2} \psi(2^{-i}t - j) \quad (\text{I.6})$$

Le facteur d'échelle dyadique mène à :

$$\varphi(t) = \sum_j h(j) \varphi(2t - j) \quad (\text{I.7})$$

$$\psi(t) = \sum_j g(j) \varphi(2t - j) \quad (\text{I.8})$$

(I.7) et (I.8) représentent la décomposition de la fonction échelle et de l'ondelette en combinaisons linéaires de la fonction échelle à la résolution haute suivante directement [DAU92], [POU99].

On note que  $h(j)$  et  $g(j)$  sont les filtres passe bas et passe haut respectivement lors d'une décomposition par ondelettes.

#### I.4. Algorithme de MALLAT

Cet algorithme est schématisé par la structure suivante :

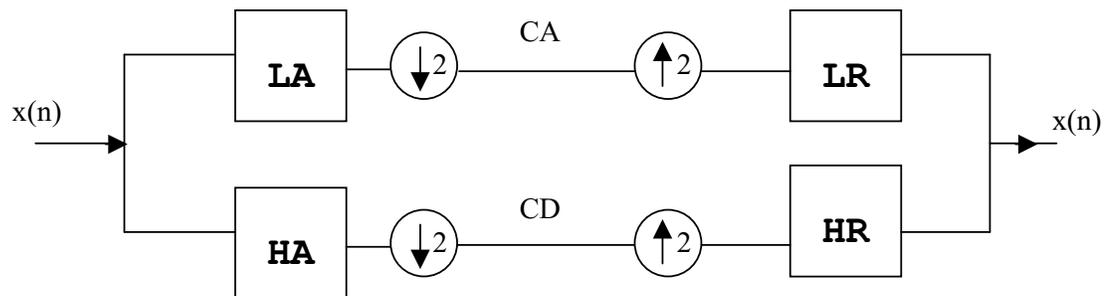


Figure I.2. Algorithme de MALLAT uni-dimensionnel

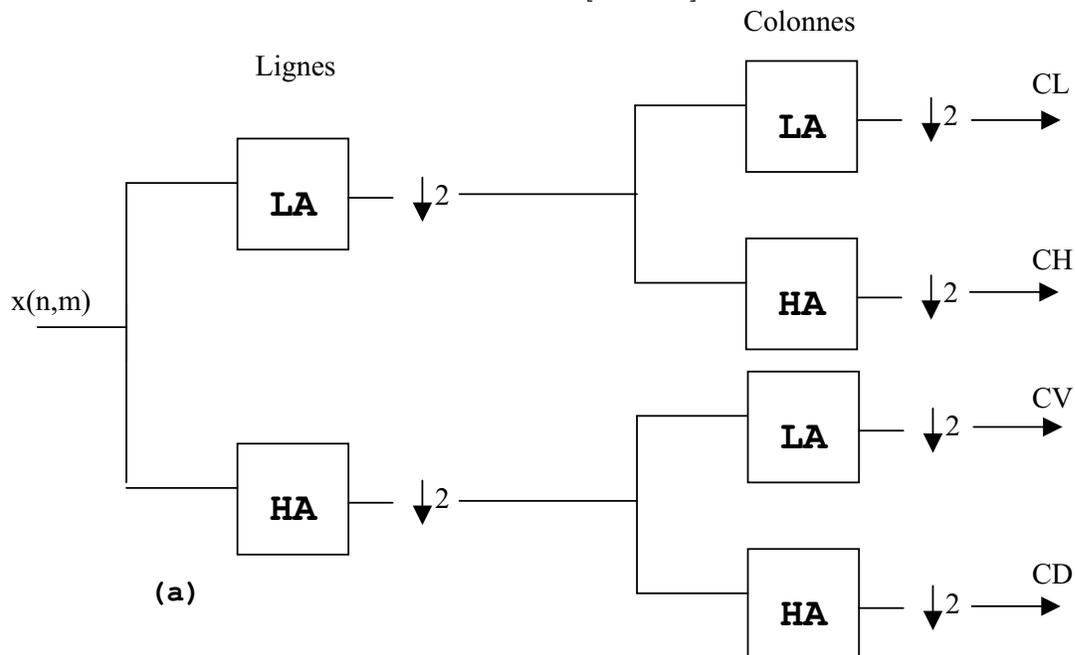
Le signal  $x(n)$  est décomposé par les deux filtres d'analyse LA (filtre basses fréquences) et HA (filtre hautes fréquences) pour donner deux vecteurs respectivement CA (Coefficients ondelette d'approximation) et CD (Coefficients ondelette de détails). Tous les deux sont de taille approximativement égale à la moitié du vecteur d'origine. Ceci est dû au fait de l'opération de décimation par 2 (downsampling). [MIS96]

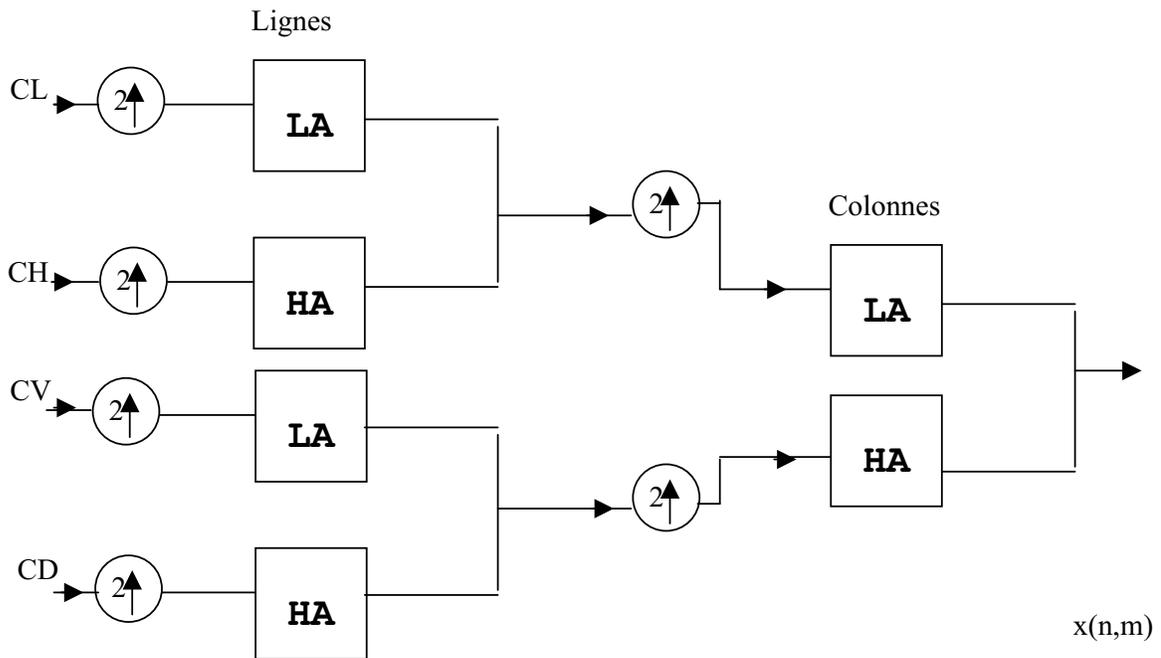
La reconstruction parfaite est théoriquement possible. Les deux vecteurs CA et CD, en les faisant passer par un sur échantillonnage (upsampling) puis un filtrage

respectivement par les filtres LR (filtre passe bas de reconstruction) LH (filtres passe haut de reconstruction) donnent en somme le vecteur d'origine  $x(n)$ .

Cette décomposition/reconstruction est appelée décomposition/reconstruction en banc de filtres. Elle est caractéristique aux signaux unidimensionnels. Le quadruple (LA, HA, LR et HR) forme un banc de filtres miroirs en quadrature.

Le schéma montrant la décomposition des signaux bi-dimensionnels tels que l'image est présentée par la figure I.3. Cette architecture est adaptée à l'analyse des signaux bi-dimensionnels et spécialement à l'image. Après une décomposition d'une image (par exemple) de taille  $N \times M$  et après la décimation, quatre sous-images (sub-images) résultent dénotant C (les coefficients d'approximations), CH (les coefficients de détails horizontaux), CV (les coefficients de détails verticaux) et CD (les coefficients de détails diagonaux). La reconstruction est l'opération similaire mais inversement. [MIS96]





(b)

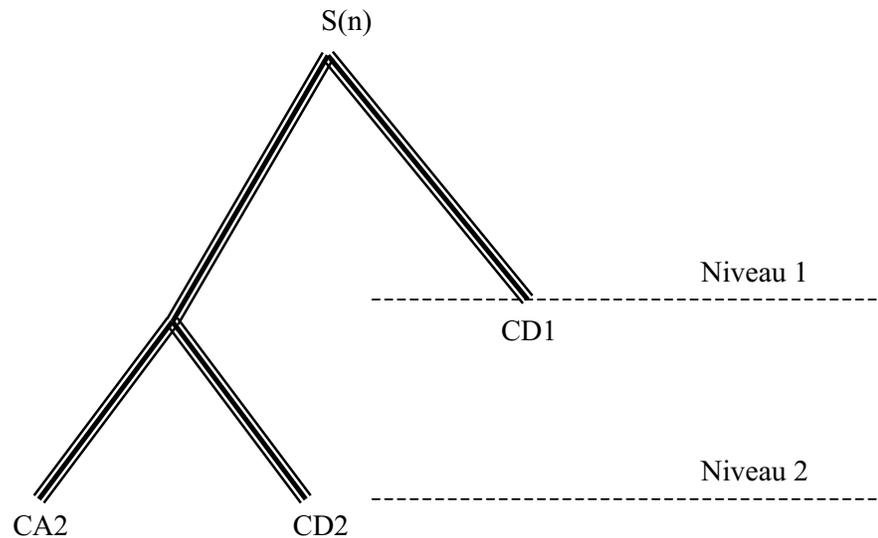
**Figure I.3. Algorithme de MALLAT bi-dimensionnel****(a) Décomposition ; (b) Reconstruction.**

Récemment, Les images médicales volumétriques ainsi que la vidéo ont fait l'objet d'une analyse par ondelette selon l'algorithme de MALLAT extensible au cas du 3D. Dans le cas des images volumétriques le troisième axe et Z, tandis que pour la vidéo ce n'est que le temps.

### I.5. Architecture Pyramidale

L'architecture pyramidale se base sur la décomposition du signal en deux signaux : approximations et détails. Le signal approximations est à son tour décomposé et ainsi de suite.

La figure I.4 illustre cette stratégie. [MIS96]



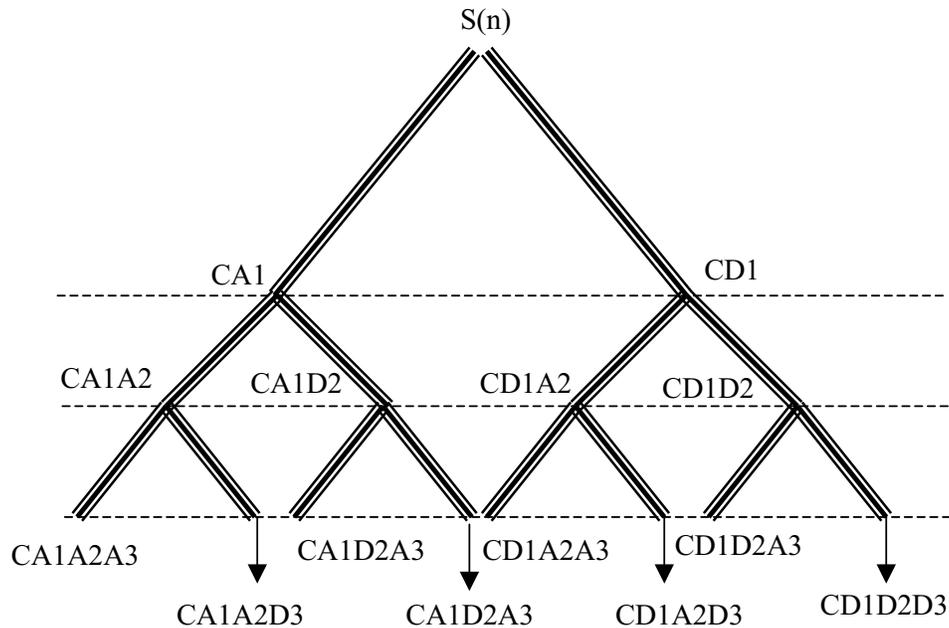
**Figure I.4. Décomposition pyramidale de profondeur 2.**

Ce schéma illustre la décomposition d'une profondeur (depth) de 2 niveaux.  $S(n)$  est le signal original de taille  $N$ .  $CA2$  est le signal basses fréquences de taille  $N/2$  ainsi que  $CD2$  les coefficients détails (hautes fréquences) au niveau 2.  $CD1$  représente les coefficients détails du niveau de décomposition 1.

### **I.6. Paquet d'ondelettes**

Cette architecture est similaire à la pyramidale, mais à chaque niveau de profondeur  $i$  on associe après la décomposition, deux fils (children) au niveau  $i+1$ . [MIS96]

La figure I.5 montre une décomposition jusqu'au niveau 3 en paquets.



**Figure I.5. Décomposition en paquets d'ondelettes de profondeur 3.**

### I.7. Conclusion

Ce chapitre a été consacré essentiellement à faire un tour d'horizon sur les ondelettes. Il donne un aperçu rapide sur la notion échelle, les caractéristiques principales que doit vérifier une onde mère ainsi que le célèbre algorithme de MALLAT.

L'architecture pyramidale et l'architecture en paquets d'ondelettes sont illustrées aussi.

Il est à noter que le chapitre suivant sera la mise en œuvre de l'outil exposé.

---

---

## *Applications des Ondelettes*

---

---

### **II.1. Introduction**

Les applications des ondelettes sont innombrables. Grâce à des caractéristiques spécifiques, les ondelettes sont considérées comme l'un des outils les plus dominants et couvrant une variété immense d'applications d'engineering, parmi lesquelles nous citons :

- La compression [BEN2003],[LU2000],[SAI96] ;
- Le dé-bruitage [STA2002],[ZHA98];
- Les opérations de traitement d'images telles que l'extraction de contours ;
- L'authentification, le tatouage numérique, la cryptographie et bien d'autres domaines [YANG2003].

En ce qui suit on montre nos contributions qui vont essayer de mettre en œuvre cet outil performant.



est décomposée par la transformée directe d'ondelette, en quatre sous images  $(L_{i+1}, H_{i+1}, V_{i+1}, D_{i+1})$ . Les réductions sont prises comme étant les  $L_{i+1}$ .

Si on passe d'un niveau  $i+1$   $(L_{i+1}, H_{i+1}, V_{i+1}, D_{i+1})$  à un niveau  $i$ , par la transformée inverse d'ondelette, on aura une sous image  $L_i$  agrandie de 400% par rapport à l'une des quatre sous images. En se basant sur ce principe on passe d'une image d'origine, supposée comme étant  $L_0$ , (avec supposition que  $H_0=0, V_0=0, D_0=0$ ), à une image agrandie -comme précédemment prescrit- de 400% et ainsi de suite. La richesse des familles d'ondelettes offre une variétés d'interpolateurs- décimateurs d'images.

Cette technique peut trouver l'application dans l'imagerie médicale, le prospection aérienne, la vidéo, les logiciels de traitement d'images etc.

Le figure suivante montre le principe d'agrandissement d'une image de 400%.

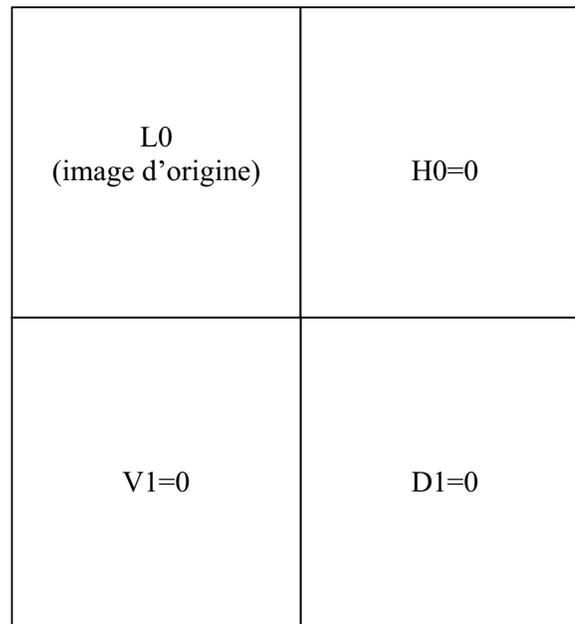


Figure II.2. Schéma d'agrandissement d'un facteur de 2.

Figure II.3 montre une réduction de 25%.

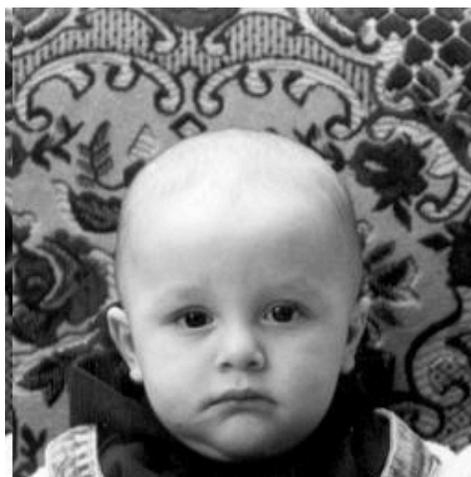
original image



**Figure II.3. Réduction de 25%.**

La figure II.4 quand à elle montre des agrandissements de 200%.

original image





**Figure II.4 agrandissement de 400%.**

### **II.3. La compression**

L'une des applications les plus répandues des ondelettes est la compression des signaux unidimensionnels

tels que : L'audible [YAN2003],[MMC99],[NOL97], L'ECG [MIA2002],[WAN97], L'EMG , le signal sismique et bien d'autres applications.

Pour le cas des signaux bidimensionnels on cite deux travaux de référence (**EZW** [SHA93] et **SPIHT** [SAI96]) parmi un archive de travaux innombrables. Ces deux travaux de référence ont mené à l'apparition de la norme de compression pour les images fixes (STILL IMAGE COMPRESSION) appelée **JPEG 2000** [BAT2003].

Le cas des travaux de compression tridimensionnels a été aussi d'une grande envergure surtout après l'apparition des codecs orientés vidéo (ensemble d'images évolutives dans le temps) ainsi que ceux dernièrement orientés images médicales **3D**.

### **II.3.1. Définition de la compression.**

Ce sujet mérite d'être bien encadré avec une définition simple. Donc, la compression (synonyme du codage : Coding) est l'art de manipuler un ensemble de données initiales par un codage donné pour gagner de l'espace de stockage. Notons que la compression a deux axes principaux : compression avec perte (lossy compression) et celle sans perte (lossless compression).

### **II.3.2. L'Entropie**

Dans la théorie d'information on suppose un fichier ou un ensemble de données comme étant une **source d'information**. Cette dernière est considérée comme un ensemble de séquences (caractères) issues d'un **alphabet** caractéristique à cette source. Chaque caractère de

l'alphabet est délivré avec une fréquence  $P_i$ . La quantité d'information moyenne apportée par cette source (fichier par exemple) est appelée l'entropie. Elle est donnée par :

$$H = -\sum_i P_i \log_2(P_i) \quad (\text{II.1})$$

Ce résultat est maximal quand la source d'information présente un alphabet formé de caractères équiprobables.

Nous pouvons citer les remarques suivantes:

- Le codage **ASCII** utilisé dans les PC (Personnel Computer) est un codage non optimal (au sens de la compression), du fait qu'il suppose qu'une source d'information (fichier) est constituée d'un alphabet de 256 caractères ce qui n'est pas vrai dans la plus part des cas.
- L'entropie d'ordre 0 est la mesure indiquant qu'il n'existe pas une méthode de compression sans perte qui peut descendre au dessous. Donc, dans le meilleur cas une méthode de codage converge vers l'entropie.
- Pour descendre au dessous de l'entropie on agit sur la source d'information avec une méthode de compression avec perte mais ça entraîne le dilemme (taux de compression - Distorsion). Il faut choisir de satisfaire ce compromis d'une manière équitale appropriée à l'application envisagée.

### **II.3.3. Comment agissent les ondelettes**

La compression basée sur les transformées (Transform Based Compression) (ondelette, cosinus discret, HADAMARD...) est caractérisée par la grande capacité de concentrer l'énergie du signal autour de peu de coefficients. La transformée d'ondelettes concentre l'information pertinemment dans les basses fréquences.

### **II.3.4. La Quantification**

Les coefficients résultants sont en réalité de type réel. La première approximation des coefficients est le « rounding off », c'est à dire, approximer chaque coefficient réel par un autre de type entier le plus proche possible. Ceci n'est guère suffisant, des travaux font appel à la quantification scalaire uniforme ou non uniforme, d'autres font appel à la quantification vectorielle.

Cette optique ne se prétend guère être complète, car il existe d'autres techniques d'approximation telles que : la méthode LPC, par réseaux de neurones, par BTC (Block Truncation Coding etc...).

### **II.3.5. Le codage de source**

Cette étape est facultative mais, elle améliore le taux de compression « compression ratio : CR » d'une

manière confirmée. On peut citer les algorithmes de base les plus utilisés tels que :

- **HUFFMAN** : Son principe est basé sur une étude statistique définie par la PDF (Probability Density Function). Le code le plus fréquent est attribué à un nouveau code contenant le nombre minimal de bits possible et ainsi de suite.
- **RLE** : Cette méthode est plus adaptée au signaux où une répétition spatiale d'un code est remarquée, comme dans le cas des images par exemple.
- **LZW** : Cette méthode est de type dictionnaire. Elle cherche les répétitions de « mots » au lieu de codes.
- **Arithmétique** : c'est une méthode qui traite les données comme des entités binaires.

### II.3.6. Compression d'ECG

Notre première contribution dans le domaine des signaux unidimensionnels concerne les signaux biomédicaux. Il s'agit de l'ElectroCardioGramme (**ECG**). L'ECG est l'enregistrement de l'activité électrique du cœur.

Pour acquérir le signal ECG, un enregistrement différentiel entre deux points du corps est effectué. Traditionnellement chaque prise de deux points est appelée dérivation (LEAD). [BER2000]

EINTHOVEN a défini trois dérivations appelées I, II et III. Voir figure II.5:

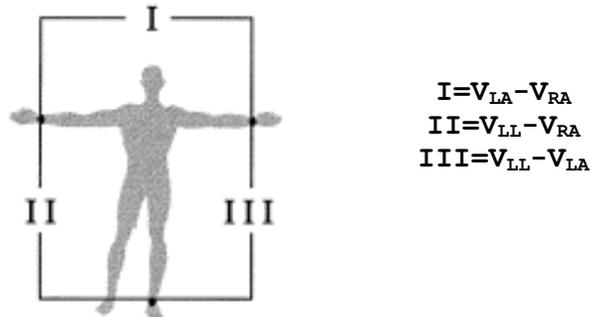


Figure II.5. Illustration des dérivations cardiaques I, II et III

Une autre illustration montre une prise d'un ECG (Lead II)

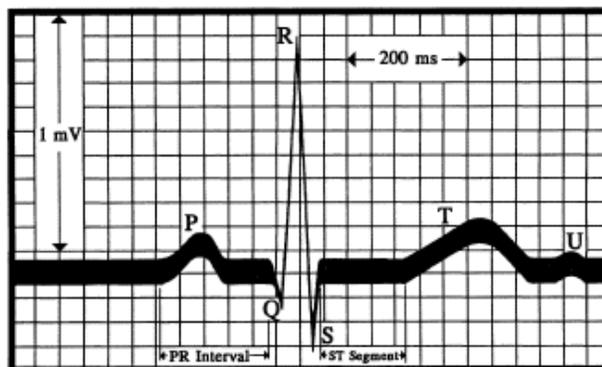


Figure II.6. Un enregistrement d'une dérivation II normale

La particularité de ce type de signaux, c'est qu'ils doivent être compressés dans le cas irréversible (la compression avec perte) sous des contraintes de qualité sévères. Plusieurs mesures de qualité ont été définies telles que :

- WDD [ZIG2000];
- NCC [TAK93];
- PRD [LU2000].

Notre contribution a été basée sur les ondelettes et sur le phénomène du seuillage (thresholding). Les signaux ECG sont issus de la base de données célèbre et de référence **MIT-BIH ARRHYTHMIA**. Chaque signal est de 11 bits de résolution et de fréquence d'échantillonnage de 360 Hz.

Notre algorithme est simple :

***ETAPE 1 : Décomposition du signal ECG -à valeur moyenne nulle- par ondelettes.***

***ETAPE 2 : Seuillage des coefficients.***

***ETAPE 3 : Génération des coefficients Non-Zéro dans un seul vecteur.***

***ETAPE 4 : Génération de la table binaire d'index localisant chronologiquement les Non-Zéros.***

***ETAPE 5 : Quantification scalaire linéaire des Non-Zéros.***

***ETAPE 6 : Codage de HUFMMAN des Non-Zéros quantifiés ainsi que la table d'index.***

La première étape consiste à décomposer le signal en utilisant l'architecture d'ondelette pyramidale jusqu'au niveau 6.

Pour Le seuillage des coefficients, il s'agit de trouver un pourcentage de coefficients négligeables (**PCOZ**) en fonction du seuil TH et ceci en utilisant la dichotomie.

La dichotomie est détaillée par la suite :

#### ETAPE 0: Initialisation

- Fixer en avance une valeur désirée dite PCOZF à atteindre par PCOZ.
- Sélectionner l'intervalle de recherche  $[TH_{\min}, TH_{\max}]$
- Donner la précision de convergence  $\varepsilon$ .
- Calculer  $TH = \frac{TH_{\min} + TH_{\max}}{2}$

#### ETAPE 1: Seuillage

- Mettre à zéro tous les coefficients inférieurs ou égaux à TH.

#### ETAPE 2 : Calcul du PCOZ (TH)

- Calculer le PCOZ du signal seuillé pour la valeur courante de TH.

#### ETAPE 3: Mise à jour de TH

- Si  $(PCOZ < PCOZF)$  alors  $TH_{\min} = TH$ , Sinon  $TH_{\max} = TH$
- $TH = \frac{TH_{\min} + TH_{\max}}{2}$

#### ETAPE 4: Condition de terminaison

- si  $|PCOZ - PCOZF| > \varepsilon$  aller à ETAPE 1, Sinon STOP.

La fonction PCOZ(TH) est donnée par :

$$PCOZ(TH) = \frac{COZ}{\dim CO} \times 100$$

Où  $COZ$  est l'ensemble de coefficients d'ondelette inférieurs ou égaux à TH.  $CO$  est tout l'ensemble de coefficients d'ondelettes.

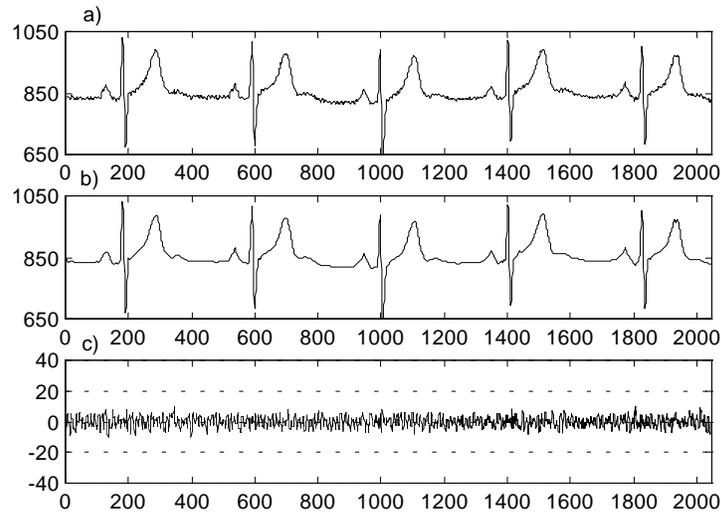
Après l'étape de seuillage, deux vecteurs sont générés :

- Le vecteur de coefficients dominants ( $>TH$ ) ;
- La table d'indexes référant chronologiquement les coefficients non-zéro.

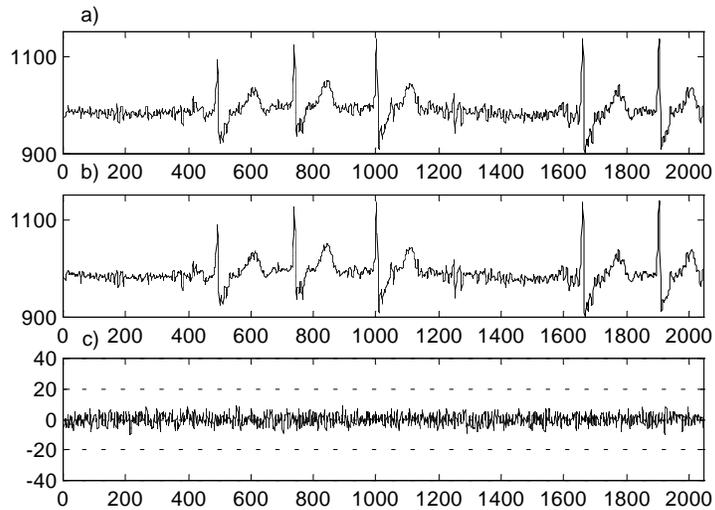
Le vecteur des coefficients dominants est ensuite quantifié par un quantificateur linéaire de taille 8 bits. Dans l'étape finale le vecteur quantifié et la table d'indexes sont codés par le codage de HUFFMAN.

Dans ce qui suit on présente quelques résultats utilisant quelques signaux type d'ARRYTHMIA. Ces derniers sont parmi les plus utilisés dans la littérature couvrant ce domaine. Ces signaux sont : 100, 101, 102 103,107,109, 111, 115, 117, 118 et 119 sans oublier le 232. La durée prise de chaque signal utilisé est de deux minutes soit (43200 échantillons).

Quelques résultats visuels sont présentés dans les figures II.7 et II.8.



**Figure II.7 Résultats du signal 117.**



**Figure II.8 Résultats du signal 232.**

La figure II.7 montre les résultats visuels du record 117. Le taux de compression (TC) est de 13.18:1 pour un PRD=1.9034. Le PRD (Percentage of Root mean squared Difference) a été calculé de la même manière que [LU2000].

$$PRD = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \hat{x}(n))^2}{\sum_{n=1}^N (x(n) - 1024)^2}} \times 100 \quad (\text{II.2})$$

Tandis que la figure II.8. montre les résultats du signal 232. Le TC est de 9.04:1 pour un PRD de 0.3005. Le PRD est calculé directement sans la retranchée de 1024.

On donne en ce qui suit un tableau montrant l'évolution du TC et du PRD en fonction du Pourcentage des Coefficients d'Ondelettes mis à Zéros (PCOZ) pour les 11 signaux de [LU2000].

PCOZ	80%	85%	90%	91%	92%	93%	94%
CR	7.05	8.28	10.89	11.62	12.46	13.49	14.74
PRD	2.64	2.88	3.46	3.73	4.15	4.80	5.76

**Tableau II.1. Evolution du TC et du PRD en fonction du PCOZ.**

Des résultats comparatifs de quelques méthodes à ceux de notre méthode proposée sont montrés au tableau II.2.

Méthodes	Signaux	CR	PRD (%)	PCOZ (%)
Méthode Proposée	117	20.67:1	4.9994	94.5
	119	17.43:1	5.1268	95
	232	9.04:1	0.2981	88
LU, (SPIHT) [LU2000]	117	8:1	1.18	-
	119	21.6:1	5	-
Hilton [HIL97]	117	8:1	2.6	-
Djohn [LU2000]	117	8:1	3.9	-
Rajoub [RAJ2002]	117	10.7996:1	0.4808	-
	232	4.3141:1	0.3005	-

**Table II.2. Résultats comparatifs**

Ces résultats montrent que notre méthode proposée est considérée comme supérieure ou concurrente à plusieurs méthodes publiées dans des revues de renommée établie. Il

est à noter que plusieurs ondes mères ont été utilisées, et la biorthogonale 4.4 donne les meilleurs résultats.

### II.3.7. Compression audio

Le signal audible est tout signal dont la propagation dans un milieu favorable tels que l'air peut être captée par l'oreille humaine.

Le son audible peut s'étaler jusqu'à une fréquence de 22 KHz.

Le tableau II.3 donne des normes PCM de prise du signal audio. [NOL97]

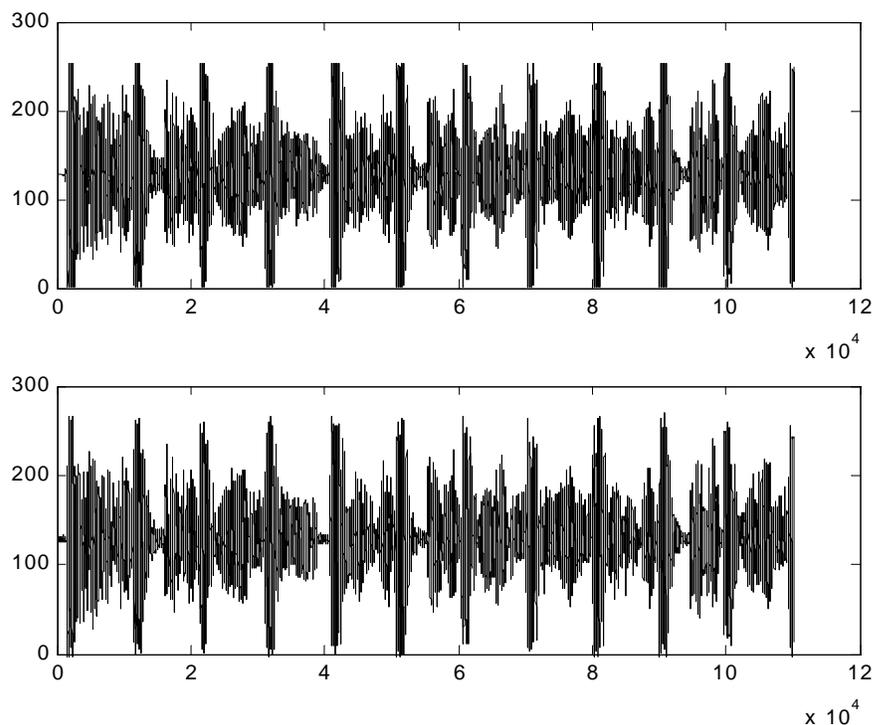
	<b>Bande de fréquence (Hz)</b>	<b>Fréquence D'échantillonnage (KHz)</b>	<b>PCM BITS par Echantillon</b>	<b>Cadence PCM (Kbps)</b>
<b>Parole- téléphone</b>	300-3400	8	8	64
<b>Parole-large bande</b>	50-7000	16	8	128
<b>Audio- moyenne bande</b>	10-11000	24	16	384
<b>Audio-large bande</b>	10-22000	48	16	768

**Tableau II.3. L'étendue fréquentielle de la fréquence audible par l'oreille humaine.**

Une large gamme de techniques de compression de signaux audibles est disponible dans la littérature spécialisée.

Les normes standards les plus connues sont : Le MPEG/AUDIO et la norme MP3 [MMC99],[NOL97],[PAN95].

Le schéma utilisé dans le cas du signal ECG est implémenté aussi pour le signal audible. La décomposition est faite en utilisant aussi l'onde mère « bior4.4 » et en choisissant l'architecture pyramidale et la profondeur jusqu'au niveau 6. Le principe repose sur le seuillage et le codage des NON-Zeros -après quantification linéaire de 8 bits- et la table d'indexes avec le codage de Huffman. En ce qui suit on montre le résultat de la compression. Le signal choisi est de fréquence de 22050 Hz, de résolution 8 bits. Le signal est celui du système d'exploitation Windows et qui se nomme audio3.wav. On note que la durée prise est de 5 secondes, soit 110250 échantillons.



**Figure II.9 Segment du signal audio3.wav. Original et reconstruit.**

Ce signal est compressé avec un taux de compression de 12.33 :1 avec un PSNR=31.44 dB. Le PSNR est donné par :

$$PSNR=20.\log_{10}\left(\frac{255}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_N(x_i-\hat{x}_i)^2}}\right) \quad (\text{II.3})$$

### II.3.8. Compression d'image

La compression d'images est l'une des branches de cette discipline qui s'est emparée de la plus grande part de publications. Elle couvre des domaines d'applications variés depuis les images numériques diffusées dans les médias numériques de stockage jusqu'au WEB ou aussi récemment sur la HDTV (High Definition TeleVision).

Notre algorithme proposé a l'avantage majeur qui est la contrôlabilité .C'est à dire, on fixe d'avance un critère ou une qualité de contrôle et la compression sera accomplie en tenant en compte ce dernier. Dans notre cas ce critère est le PSNR précédemment définit dans la section de la compression audio.

L'algorithme est donné comme suit:

**ETAPE 1 :** Décomposition de l'image -à valeur moyenne nulle- par ondelettes bidimensionnelles.

**ETAPE 2 :** Seuillage des coefficients.

**ETAPE 3 :** Génération des coefficients Non-Zéro dans un seul vecteur.

**ETAPE 4 :** Génération de la table binaire d'indexes localisant chronologiquement les Non-Zéros.

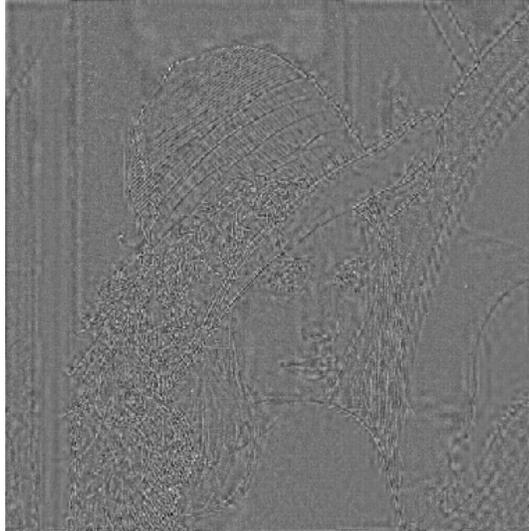
**ETAPE 5 :** Quantification scalaire linéaire des Non-Zéros.

**ETAPE 6 :** Codage de **HUFFMAN** des Non-Zéros quantifiés et de la table d'indexes par **RLE** puis par **HUFFMAN**.

Après la décomposition de l'image par l'ondelette bidimensionnelle bior4.4, on fait passer les coefficients résultants par un seuillage itératif jusqu'à ce que le PSNR objectif soit atteint avec la précision donnée. Alors, comme dans le cas bidimensionnel le vecteur NonZeros et quantifié par un quantificateur scalaire linéaire de 8 bits puis codé par le codage de HUFFMAN. Tandis que, la table binaire des indexes est transformée en une table de 8 bits (T8). Celle ci est codée par un codage systématique formé de deux parties. La première partie est un code valide de T8 et ( sa taille est de 8 bits). L'autre (de taille 4 bits) représente la répétition du code . Par la suite, la chaîne résultante est codée par le codage HUFFMAN. On présente quelques résultats en ce qui suit :



Figure II.10 lena512. Originale et reconstruite.

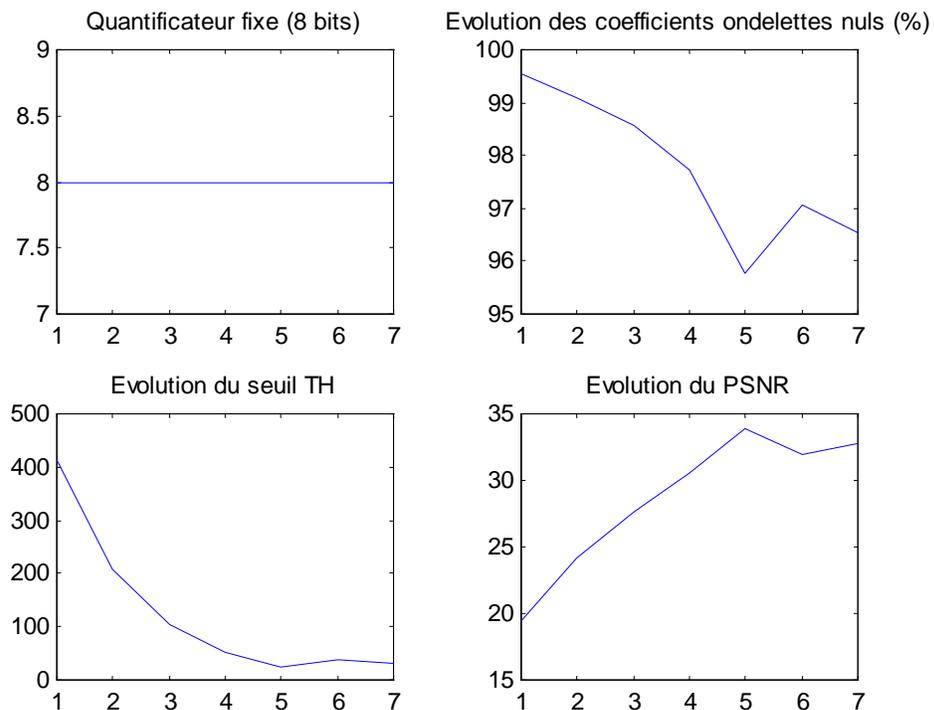


**Figure II.11 lena512. L'erreur résultante.**

On remarque d'après les deux figures II.10 et II.11 que les résultats sont d'une qualité visuelle approuvable. Les résultats sont : Un taux de compression TC de 19.01 :1 soit environ 0.42 bits/pixel pour un PSNR fixé d'avance à 33 dB. Après quelques itérations de l'algorithme de la bisection (dichotomie), le PSNR rencontré est de 32.76 dB pour un seuil de 32.33. Après quantification des coefficients d'ondelettes non nuls, le PSNR est devenu 32.72 dB. Le pourcentage des coefficients d'ondelettes nuls est de 96.53%. Ce résultat démontre la grande capacité de compression des ondelettes, mais, il est à noter qu'il faut toujours, tenir en compte, lors d'une mise en œuvre d'une méthode de compression basée sur les transformées :

- La stratégie de quantification.

- La manière du sauvegarde de la table d'indexés.
- L'attribution ou l'allocation de bits suffisants aux coefficients pour garantir une qualité désirée.
- Choisir un ou des critère de mesure de qualité les plus adéquats possibles à l'application de compression à envisager.



**Figure II.12 Lena512. Présentation de l'évolution des paramètres (Q, PCOZ, TH, PSNR) .**

La figure II.12 montre l'évolution du paramètre PSNR (TH) partant de 19.42 ( première itération IT) jusqu'à converger à 32.76 (7<sup>ième</sup> itération) (en utilisant la dichotomie). Le threshold de 413.87 ( première IT) à 32.33 (7<sup>ième</sup> IT) et enfin le pourcentage des coefficients d'ondelettes nuls PCOZ ou PZWC (Percentage of the zeroed Wavelet coefficient) de 99.58% (1 IT) à 96.53% (7<sup>ième</sup> IT). Le paramètre Q du

quantificateur est fixé à 8 bits. D'autres résultats sont donnés dans l'annexe A.

#### **II.4. Le débruitage par ondelette**

Dans la littérature récente beaucoup de méthodes sont développées dans le but de débruiter des signaux contaminés. Dans le domaine des ondelettes, ce terme signifie la rejection du bruit par un seuillage adéquat [DON95].

##### **II.4.1. Principe et algorithme de base donné par DONOHO**

DONOHO, propose de débruiter un signal contaminé par un bruit gaussien. Le bruit est supposé à valeur moyenne nulle et à variance  $\sigma^2$  connue [DON95].

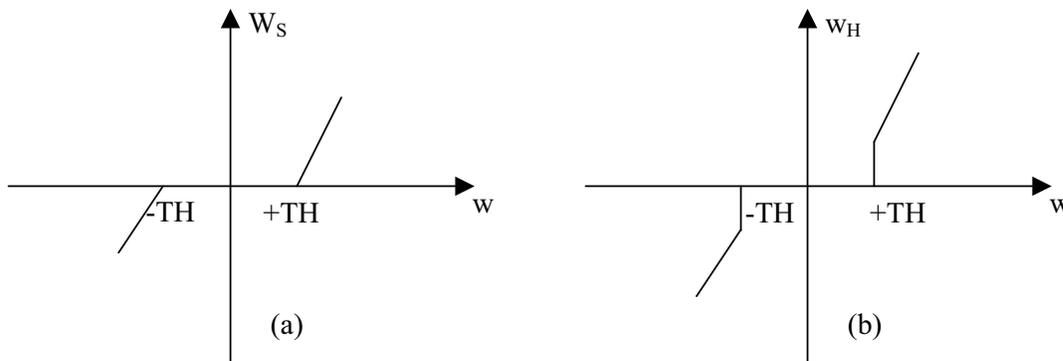
***ETAPE 1 :** Décomposition du signal -à valeur moyenne nulle- par ondelettes.*

***ETAPE 2 :** Seuillage des coefficients de détails par le seuil de DONOHO.*

***ETAPE 3 :** Reconstruction du signal par l'application inverse de la transformée en ondelettes.*

DONOHO dans son schéma de débruitage suppose que le bruit contaminant le signal utile se concentre dans le domaine des ondelettes dans les détails. Il est à noter que la solution donnée par DONOHO est caractéristique à un bruit de distribution gaussienne.

DONOHO présente aussi deux types de seuillage de coefficients d'ondelettes dénotés par : 'SOFT thresholding' et 'HARD thresholding'. Ils sont illustrés



**Figure II.13** Seuillage de DONOHO. (a) Soft, (b) Hard.

Ces deux types de seuillage sont donnés par:

$$W_s = \begin{cases} W+TH & \text{if } W \leq -TH \\ 0 & \text{if } |W| \leq TH \\ W-TH & \text{if } W \geq TH \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

$$W_H = \begin{cases} W & \text{if } |W| > TH \\ 0 & \text{if } |W| \leq TH \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

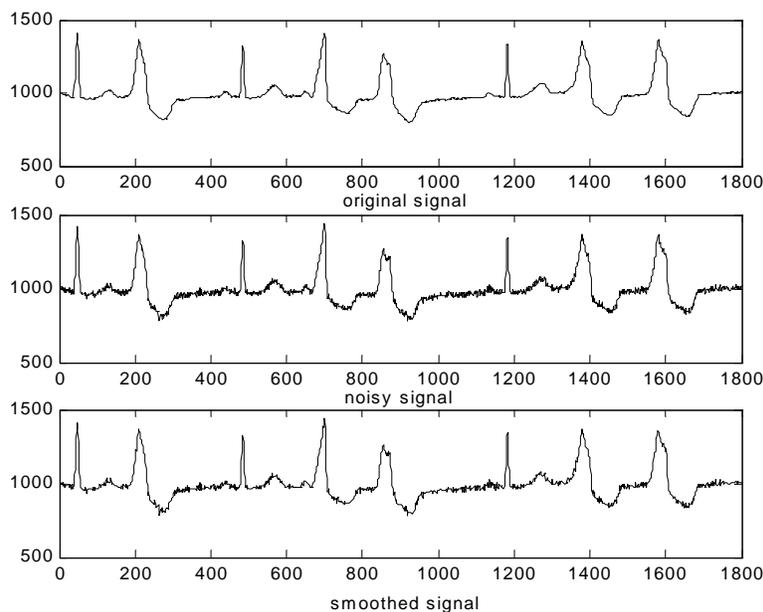
Où: TH est le threshold (seuil). W, représente le coefficient de détail du signal bruité (the noisy signal).  $W_s$  est le coefficient résultant du seuillage SOFT et enfin le  $W_H$  représente le coefficient résultant du seuillage HARD.

### II.4.3. Mise en œuvre pour l'ECG

L'implémentation de l'algorithme de DONOHO est appliquée au signal ECG. Comme première simulation nous allons voir l'efficacité de l'algorithme de DONOHO connaissant la variance du bruit gaussien.

En ce qui suit on présente le résultat de simulation utilisant le principal résultat de DONOHO. Le seuil TH est choisi comme étant :

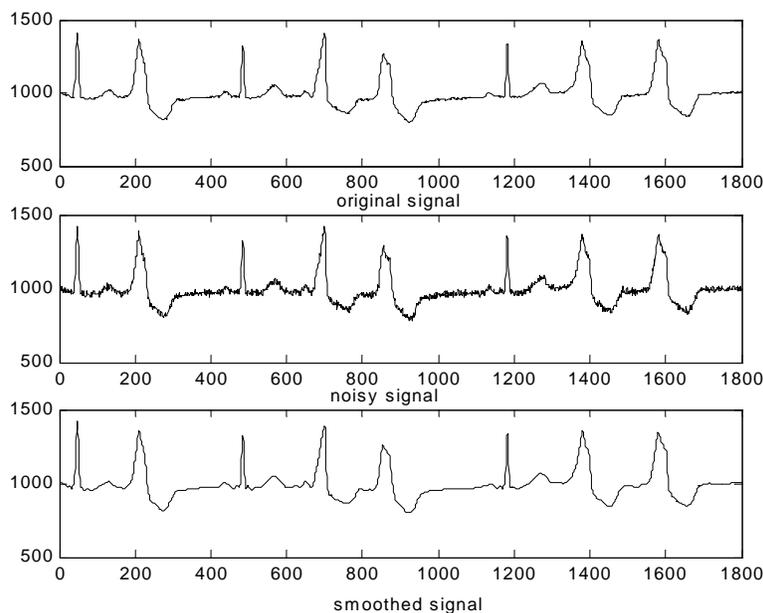
$$TH = \sigma \sqrt{2 \cdot \log(N)} \quad (\text{II.6})$$



**Figure II.14** Seuillage de DONOHO. Variance du bruit gaussien = 10.

On remarque qu'en pratique le signal débruité reste encore contaminé d'une manière visible. La question qu'on se pose est : Le résultat de DONOHO -basé sur l'optimisation- est-il satisfaisant pratiquement?

Dans la figure II.15, on montre que pour le même signal contaminé par le même bruit de variance 10, le résultat est visiblement meilleur en choisissant un seuil  $> TH_{DONOHO}$ .



**Figure II.15** Seuillage de DONOHO ampérique. Variance du bruit gaussien = 10.

### II.5. Tatouage numérique

Sachant que l'accroissement accru de l'échange d'information numérique et essentiellement sur le WEB, le tatouage numérique plus connu sous son nom anglo-saxon « Digital Watermarking » est maintenant considéré comme une branche largement attractive à un grand nombre de

chercheurs. Cette discipline assure la protection de la **IP** « The Intellectuel Property » de tout genre de violation. On peut citer quelques travaux qui ont traité le sujet tels que dans [DIT2001], [KAE2000] et le travail de référence [COX97].

### **II.5.1. Définition du tatouage**

Le watermarking est tout simplement l'insertion d'une information supplémentaire dans l'information utile dans le but de protéger la propriété intellectuelle. Un film, une image, une base de donnée sonore, méritent d'être protégés contre toute attaque innocente ou malicieuse. [KAT2000]

Le watermarking jusqu'à l'heure actuelle est composé de deux catégories qui sont :

- Le Watermarking visible : Comme par exemple l'insertion d'un logo ou toute autre information indiquant la propriété intellectuelle comme dans un film, dans une image ou une prise sonore etc...[KAT2000]
- Le watermarking invisible : Cette catégorie est liée à l'insertion de l'emprunte indiquant la propriété dans l'information utile d'une manière imperceptible. [KAT2000]

Notre concentration va être menée sur le watermarking invisible. Ce type doit satisfaire les exigences majeures suivantes :

- Robustesse : Contre toute attaque quelle soit intensionnelle ou préméditée.

- Imperceptibilité : Donc, l'information de l'IP doit être imperceptible ce qui laisse l'information utile presque intacte.
- Simplicité de l'insertion et de la vérification.

L'insertion de l'information IP elle même peut être achevée d'une manière directe (temporelle: exemple dans le cas unidimensionnel , ou spatiale : dans le cas des images.

### II.5.2. Insertion temporelle ou spatiale.

Dans cette section on présente un principe qui suppose que l'image médicale est notre propriété et qu'une image IP est insérée pour une fin publicitaire.

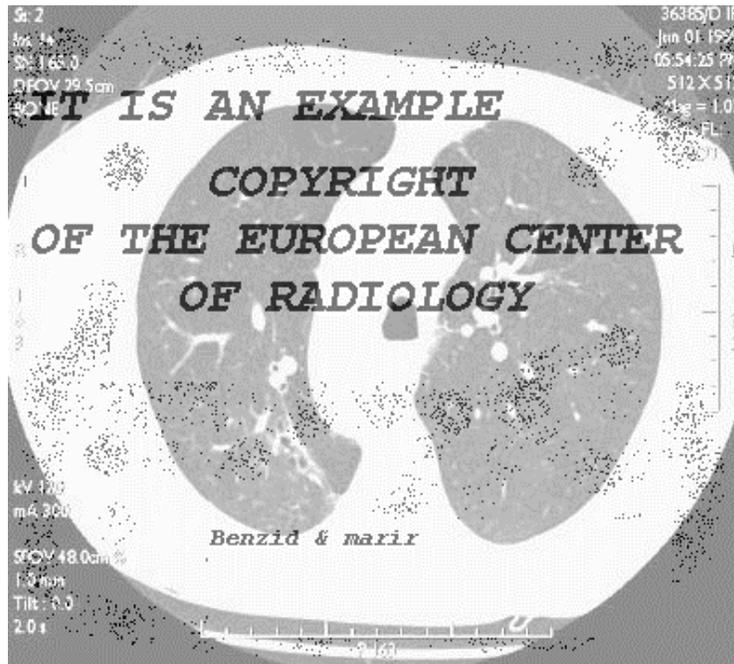


Figure II.16. Watermarking visible par morphing.

### II.5.3. Insertion invisible dans le domaine de la transformée d'ondelette

Différents travaux [COX1997], [kaewkamnerd2000] [niu2000] effectuent un tatouage numérique dans le domaine des transformées. En se basant sur le travail de COX et al on a développé une variante qui vérifie au mieux le compromis robustesse/ imperceptibilité. La méthode proposée consiste à insérer un watermark  $W=\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$  de longueur  $N$  et de distribution  $N(0,1)$  sur un intervalle de coefficients d'ondelettes choisi en utilisant l'équation de la fameuse mesure de qualité utilisée surtout en imagerie et définie comme suit :

$$PSNR=20.\log_{10}\left(\frac{255}{RMSE}\right) \quad (II.7)$$

Le PSNR est le « Peak Signal to Noise Ratio ».

Le RMSE dénote le « Root Mean Squared Errors ».

Le RMSE est défini en impliquant l'image originale et l'image seuillée. Le seuillage ici est utilisé de manière à ce que tous les coefficients d'ondelettes dont la valeur absolue est inférieure ou égale à un seuil TH seront mis à zéro. Le seuillage agit sur des copy des coefficients d'ondelettes et non sur les originaux. L'algorithme est fondé sur le fait que le watermarking est de plus en plus robuste en l'insérant sur les coefficients les plus dominants mais en dépit de la qualité d'image tatouée. Sur la base de cette optique on est amené à définir un intervalle moyen « middle » qui vérifie au mieux le compromis robustesse/ imperceptibilité. Il est à noter qu'après une décomposition pyramidale utilisant l'onde mère

« HAAR » on utilise la sous bande d'approximation. Ceci est traduit par la résolution numérique de deux équations :

$$PSNR(TH_1) - PSNR_1 = 0 \quad (II.8)$$

$$PSNR(TH_2) - PSNR_2 = 0 \quad (II.9)$$

Où :  $PSNR(TH_1)$  et  $PSNR(TH_2)$  sont deux fonctions des seuils  $TH_1$  et  $TH_2$  respectivement.  $PSNR_1$  et  $PSNR_2$  ( $PSNR_1 > PSNR_2$ ) sont deux valeurs fixées d'avance. Ils sont choisis relativement petits pour mener à trouver deux seuils  $TH_1$  et  $TH_2$  (relativement grands) qui définissent les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle à être affecté par le tatouage. Après le tatouage le PSNR sera calculé de manière à impliquer cette fois-ci l'image originale et l'image tatouée « Watermarked Image ».

L'insertion obéit à l'équation :

$$WCA_2 = (1 + \alpha \cdot W) \cdot CA_2 \quad (II.10)$$

$CA_2$  : Sont les coefficients d'ondelettes (sous-bande A2) contenus dans l'intervalle  $[TH_1, TH_2]$ .

$\alpha$  : Est un indice de contrôle d'insertion.

$WCA_2$  : Sont les coefficients après le « watermarkage ».

L'évaluation des performances utilise la fonction de similarité « The Similarity Function » définie par :

$$SIM(W, W^*) = \frac{W^* \cdot W}{\sqrt{W^* \cdot W^*}} \quad (II.11)$$

$W$  et  $W^*$  dénotent le tatouage original et l'extrait.

L'image de test est l'image Lena 512x512 à 256 niveaux de gris. La figure (II.17) montre la comparaison visuelle entre l'algorithme proposé et celui de COX et al.



(a)



(b)



(c)



(d)

**Figure II.17. Watermarking robuste invisible. (a) et (c) l'image originale ; (b) L'image tatouée par l'algorithme proposé ; (d) L'image tatouée par l'algorithme de COX .**

On peut remarquer que pour une même longueur du tatouage et un même facteur d'insertion, la qualité visuelle de l'algorithme proposé est meilleure que celle de COX et al. La figure (II.18) illustre le processus d'insertion :



**Figure II.18. Processus d'insertion dans la sous bande d'approximation. La couleur noire indique la position des coefficients tatoués.**

La mesure mathématique de robustesse est résumée par le tableau (II. 4). Les attaques sont :

- La compression JPEG 2000 (à 0.2, 0.5 et 1 bit/pixel) ;
- La compression JPEG DCT (Q=10%, Q=0.30% et Q=75%) ;
- Redimensionnement par un facteur de  $\frac{1}{2}$  ;
- Cropping de la portion centrale de l'image;
- Le filtrage « «Median » »

Type of attack	Similarity	NCC
No attack (Correct watermark)	43.0452	1.00
1000 wrong watermarks	Max SIM <3.1087	Max NCC <0.0717
JPEG2000 (0.2 bit/pixel)	12.0904	0.2800
JPEG2000 (0.5 bit/pixel)	27.1485	0.6307
JPEG2000 (1 bit/pixel)	38.4893	0.8941
JPEG DCT (Q=10%) (No smoothing)	12.7124	0.3027
JPEG DCT (Q=30%) (No smoothing)	34.1500	0.7931
JPEG DCT (Q=75%) (No smoothing)	41.6930	0.9690
0.5 Image scaling	20.3193	0.4724
Cropping [X_128_Y_128_X_383_Y_383]	15.1909	0.3520
Median filter with pixel neighborhood window 5x5	16.5669	0.3863

**Tableau II.4. Résultats de robustesse contre différentes attaques.**

Le tableau montre que l'algorithme est bien robuste contre les 5 attaques. Donc on peut conclure que notre algorithme proposé vérifie mieux, que celui de [COX1997], le compromis robustesse invisibilité sous les mêmes conditions (la même longueur et le même facteur de contrôle d'insertion).

## II.6. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre quelques applications contribuant dans le domaine de la compression. Des commentaires concernant le débruitage de DONOHO ainsi qu'un algorithme simple et efficace concernant le watermarking invisible dans le domaine d'ondelettes.

---

## *Théorie des Statistiques d'ordre supérieur*

---

### III.1. Introduction

Les statistiques d'ordre supérieur S.O.S. (Higher Order Statistics :H.O.S.) sont une extension et un complément des statistiques d'ordre 2. Les S.O.S. sont fondées sur ce qui est appelé les cumulants qui sont à leur tour basés sur les moments. L'analyse temporelle basée sur les S.O.S. a engagé une définition nouvelle multidimensionnelle de l'analyse spectrale.

### III.2. Variable aléatoire réelle scalaire

Soit une variable aléatoire V.A.  $x$ . On définit la fonction de répartition par [LAC97]:

$$F_x(u) = \text{Prob}(x \leq u) = \int_{-\infty}^u f_x(t) dt \quad (\text{III.1})$$

$f_x$  dénote la densité de probabilité ceci est lorsque la variable est continue. Une généralisation au cas discret est donnée par :

$$F_X(u_k) = \sum_{k > r} \Pr(x = u_r) \quad (\text{III.2})$$

où  $u_k$  représente les états possibles de la variable discrète  $x$ .

On définit également l'espérance d'une fonction aléatoire notée  $g(x)$  par :

$$E(g(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) f_x(u) du \quad (\text{III.3})$$

Elle est donnée aussi par :

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) p_x(u) du \quad (\text{III.4})$$

On donne également les définitions de la première et de la deuxième fonction caractéristique comme suit :

Première fonction caractéristique :

$$\Phi_x(v) = E \left[ e^{jvX} \right], \quad (\text{III.5})$$

$\Phi_x(v)$  est la transformée de Fourier de la densité de probabilité. [LAC97]

$$\Phi_x(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jvu} p_x(u) du. \quad (\text{III.6})$$

La seconde fonction caractéristique est donnée par :

$$\Psi_x(v) = \log(\Phi_x(v)) \quad (\text{III.7})$$

### III. 3. Notions de moments et de cumulants

La définition des moments d'ordre  $r$  est donnée par :

$$\mu_{x(r)} = E(x^r) \quad (\text{III.8})$$

Et  $\mu'_{x(r)}$  les moments centrés sont donnés par :

$$\mu'_{x(r)} = \mathbb{E} \left[ (x - \mu_{x(1)})^r \right]. \quad (\text{III.9})$$

Les moments et les cumulants peuvent être issus à partir du développement de TAYLOR des deux fonctions caractéristiques comme suit [LAC97]:

$$\mu_{x(r)} = (-j)^r \left. \frac{d^r \Phi_x(v)}{dv^r} \right|_{v=0} = E \left[ x^r \right] \quad (\text{III.10})$$

$$K_{x(r)} = (-j)^r \left. \frac{d^r \Psi_x(v)}{dv^r} \right|_{v=0} = \text{Cum}[x, x, \dots, x],$$

Les cumulants d'ordre r peuvent être donnés à partir des moments inférieurs ou égaux à r comme suit:

$$K_{x(1)} = \mu_{x(1)},$$

$$K_{x(2)} = \mu'_{x(2)} = \mu_{x(2)} - \mu_{x(1)}^2,$$

$$K_{x(3)} = \mu'_{x(3)} = \mu_{x(3)} - 3\mu_{x(1)}\mu_{x(2)} + 2\mu_{x(1)}^3,$$

$$K_{x(4)} = \mu_{x(4)} - 4\mu_{x(3)}\mu_{x(1)} - 3\mu_{x(2)}^2 + 12\mu_{x(2)}\mu_{x(1)}^2 - 6\mu_{x(1)}^4$$

La version des V.A centrées est:

$$K_{x(1)} = 0.$$

$$K_{x(2)} = E[x^2].$$

$$K_{x(3)} = E[x^3].$$

$$K_{x(4)} = E[x^4] - 3E[x^2]^2.$$

Une variable x gaussienne a une seconde fonction caractéristique polynomiale du deuxième ordre. [LAC97]

$$\Psi_x(v) = \mu_{x(1)} v - \frac{1}{2} \mu_{x(2)} v^2 \quad (\text{III.11})$$

Ce qui implique que les cumulants d'ordre supérieur à 2 sont nuls.

La version standardisée d'une variable aléatoire est donnée par [LAC97]:

$$\tilde{x} = \frac{x - \mu}{\sqrt{\frac{k_{x(2)}}{k_{x(1)}}}} \quad (\text{III.12})$$

Cette variable aléatoire est centrée (moment nul) et de variance unitaire.

l'asymétrie. est nulle si la densité de probabilité de  $x$  possède un axe de symétrie. Le cumulants standardisé d'ordre 4 est le facteur d'aplatissement ou kurtosis.

Pour une variable aléatoire  $x$  centrée, l'asymétrie et kurtosis s'écrivent [LAC97]:

$$k_{x(3)} = \frac{E[x^3]}{E[x^2]^{3/2}} \quad (\text{III.13})$$

$$k_{x(4)} = \frac{E[x^4]}{E[x^2]^2} - 3$$

#### III. 4. Variables aléatoires multidimensionnelles

Les variables aléatoires à plusieurs dimensions sont représentées par le vecteur colonne  $X^T = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ .

Les définitions telles que fonctions caractéristiques sont extensibles au cas multidimensionnel.

On donne par la suite des notations illustratives [LAC97]:

$K_{x(2)ij} = \text{Cum} [x_i, x_j]$  , cumulant croisé d'ordre 2

$K_{xijk} = \text{Cum} [x_i, x_j, x_k] = K_{x(3)}$ ,

$K_{xiii} = \text{Cum} [x_i, x_i, x_i] = K_{xi(3)}$ , Sont des cumulants d'ordre 3

Ainsi que :

$K_{xhijk} = \text{Cum} [x_h, x_i, x_j, x_k] = K_{x(4)}$ ,

$K_{xiiij} = \text{Cum} [x_i, x_i, x_i, x_i] = K_{xi(4)}$ , sont des cumulants croisés d'ordre 4.

Pour une variable complexe  $z$ . Les moments sont écrits :

$$\mu_{z(p)}^{(q)} = E \left[ z^p z^{*q} \right] \quad (\text{III.14})$$

et ces cumulants :

$$k_{z(p)}^{(q)} = \text{Cum} \left[ \underbrace{z, \dots, z}_p, \underbrace{z^*, \dots, z^*}_q \right] \quad (\text{III.15})$$

### III. 5. Caractéristiques des moments et des cumulants

Ce point présente quelques propriétés très importantes à savoir :

#### III. 5.1. La linéarité

Quelles que soient les variables aléatoires  $x, y, z_1, \dots, z_p$ , réelles ou complexes, scalaires ou multidimensionnelles, indépendantes ou non, nous avons :

$$\begin{aligned} \text{Cum}[x+y, z_1, \dots, z_p] &= \text{Cum}[x, z_1, \dots, z_p] + \text{Cum}[y, z_1, \dots, z_p] \\ \text{Cum}[\lambda x, z_1, \dots, z_p] &= \lambda \text{Cum}[x, z_1, \dots, z_p] \end{aligned} \quad (\text{III. 16})$$

### III. 5.2. Invariance par translation

Les cumulants sont invariants par translation déterministe : si  $y=x+t$ , où  $t$  est déterministe, alors les cumulants d'ordre supérieur ou égal à 2 de  $y$  sont identiques à ceux de  $x$ . Exemple du cumulante d'ordre 3 :

$$\text{Cum}[y, y, y] = \text{Cum}[x+t, x+t, x+t] = \text{Cum}[x, x, x]$$

### III. 5.3. Indépendance

L'indépendance entre les variables aléatoires mène à ce que les cumulants croisés soient définis par [LAC97] :

$$k_{z_{i_1}, \dots, i_n, j_1, \dots, j_p} = \text{Cum}[x_{i_1}, \dots, x_{i_n}, y_{j_1}, \dots, y_{j_p}] = (-j)^r \frac{\partial^r \Psi_z(u, v)}{\partial u_{i_1} \dots \partial u_{i_n} \partial v_{j_1} \partial v_{j_p}} \Big|_{v=0}$$

Sont nuls.

### III. 6. Estimation des moments et cumulants

L'estimation est la technique utilisée pour approcher un paramètre donné inconnu  $\theta$  théorique par le biais d'un estimateur  $\hat{\theta}$ .

- L'estimateur doit être non biaisé. C'est à dire

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

- Consistant :

$$\text{var}(\hat{\theta}) = 0$$

### III.6.1. Estimation des moments

Soit  $x$  une variable aléatoire scalaire centrée, et  $x_n$ ,  $1 \leq n \leq N$ , la  $N^{\text{ième}}$  réalisation de  $x$ . L'estimateur le plus simple des moments d'ordre  $r$  de  $x$  est alors. [LAC97]

$$\mu_{(r)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n^r \quad (\text{III. 17})$$

C'est un estimateur non biaisé et consistant.

### III.6.2. Estimation des cumulants

Nous nous concentrons sur le cumulant d'ordre 4 centré qui s'écrit en fonction des moments selon :

$$k_{(4)} = \mu_{(4)} - 3\mu_{(2)}^2$$

Son estimateur est donné par :

$$\hat{k}_{(4)} = \hat{\mu}_{(4)} - 3\hat{\mu}_{(2)}^2 \quad (\text{III. 18})$$

Cet estimateur est biaisé. Toutefois, le biais tend vers 0 lorsque le nombre d'échantillons tend vers l'infini. On utilise l'estimateur **k-statistiques** là où la taille de l'échantillon est petite. [LAC97]

### III.6.3. Estimation de l'asymétrie et du kurtosis

L'asymétrie et le kurtosis, qui sont des grandeurs standardisées, sont estimés par les grandeurs biaisées suivantes [LAC97]:

$$\hat{k}_{x(3)} = \frac{\hat{k}^{(3)}}{\hat{k}^{(2)^{3/2}}} \quad (\text{III. 19})$$

$$\hat{k}_{x(4)} = \frac{\hat{k}^{(4)}}{\hat{k}^{(2)^2}}$$

### III. 7. Polyspectre

On donne le spectre par [POU99], [VAS2000] :

$$C_2^x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} c_2^x(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \quad (\text{III. 20})$$

de même le bispectre par [POU99], [VAS2000] :

$$C_3^x(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} c_3^x(\tau_1, \tau_2) e^{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \quad (\text{III. 21})$$

et le trispectre par [POU99], [VAS2000] :

$$C_4^x(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} c_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) e^{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2 + \omega_3\tau_3)} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \quad (\text{III. 22})$$

$c_2^x(\tau)$ ,  $c_3^x(\tau_1, \tau_2)$  et  $c_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  représentent respectivement la covariance, les cumulants d'ordre deux et trois.

L'estimation des grandeurs spectrales peut se faire d'une manière directe ou indirecte, non paramétrique ou paramétrique.

**III. 8. Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté les relations de base et les concepts généraux des statistiques d'ordre supérieur. Le chapitre suivant présentera la mise en œuvre des S.O. S. pour la séparation de sources (signaux ECG maternel et celui du fœtus).

---

## **Mise En œuvre des Statistiques d'ordre supérieur**

---

---

### **IV.1. Introduction**

Les applications des S.O.S. sont rencontrées dans une variété de domaines. Notre concentration, dans ce chapitre, portera sur l'une des applications la plus connue qui est la séparation des deux signaux dénotés par **MECG** (Mother Electro-cardiogram) et **FECG** (Fœtal ECG).

### **IV. 2. La Séparation de sources : c'est quoi?**

La séparation aveugle de sources est l'ensemble de techniques utilisées pour retrouver (estimer) des éléments (signaux) élémentaires inconnus de la seule information issue d'un ensemble de signaux mélangés, captés par des capteurs dont le nombre doit être supérieur ou égal au nombre de sources à estimer [LAC97].

Une variété d'applications de cette technique a été mise en place [BEN2004], [ASA2003], [LIA2003], [PAR2002] et nous incitons le lecteur intéressé à consulter [CIC2002].

### IV.3. Types de mélanges de sources

Il existe trois modèles de mélanges linéaires à savoir [LAC97], [CIC2002] :

- Le modèle instantané donné par :

$$O(t) = A.I(t) + N(t) \quad (\text{IV.1})$$

Où :

A est une matrice  $K \times P$  ( $K$  capteurs et  $P$  sources),  $I$  sont les  $P$  sources à estimer, Les  $K$  signaux captés par les capteurs et enfin  $N(t)$  est le vecteur bruit.

- Le modèle spectral :

$$O(v) = A(v).I(v) + N(v) \quad (\text{IV.2})$$

A est une matrice  $K \times P$  rassemblant toutes les fonctions de transfert entre les  $P$  sources et les  $K$  capteurs.

Le dernier type est le modèle convolutif. Il est présenté par :

$$o_j(t) = \sum_{p=1}^P \int a_{jp}(t-\tau) \cdot i(\tau) \cdot d\tau \quad \forall j=1, \dots, K \quad (\text{IV.3})$$

#### IV.4. Application

Le problème à résoudre [MAN96] est modélisé sous forme matricielle par (IV.4) :

$$O=MI \quad (IV.4)$$

Où :

- $O=[O_1 O_2]^T$  représente un vecteur constitué de deux signaux d'observation captés par les deux capteurs disponibles.
- $M=\begin{bmatrix} 1 & m_{12} \\ m_{21} & 1 \end{bmatrix}$  est le modèle de la matrice de mixture inconnue à estimer.
- $I=[I_1 I_2]^T$  est le vecteur des deux sources inconnues à estimer. Elles sont supposées à valeurs moyennes nulles.

Il est à noter qu'il y a deux indéterminations :

- La puissance de chaque source ne peut être estimée.
- Le signe de chaque source aussi reste indéterminé.

Une hypothèse très importante est à poser, c'est que les deux sources sont indépendantes et non-gaussiennes, faute de quoi la séparation sera impossible par la méthode qui va être exposée.

#### IV.5. Concept du cumulant

La motivation qui nous incite à présenter ce concept une autre fois est que l'estimation des deux sources repose sur des cumulants d'ordre 4.

Soit la variable aléatoire  $x$  de densité de probabilité  $p(x)$ . On donne :

$$\Phi_x(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jvu} p_x(u) du. \quad (\text{IV.5})$$

et

$$\Psi_x(v) = \log(\Phi_x(v)) \quad (\text{IV.6})$$

qui sont respectivement la première et la deuxième fonctions caractéristiques.

Les cumulants d'ordre  $r$ , sont les coefficients du développement en série de TAYLOR au voisinage de 0 de la deuxième fonction caractéristique.

$$K_{x(r)} = (-j)^r \left. \frac{d^r \Psi_x(v)}{dv^r} \right|_{v=0} = \text{Cum} \left[ \underbrace{X, X, \dots, X}_r \text{ fois} \right] \quad (\text{IV.7})$$

Les caractéristiques essentielles des cumulants sont résumées en quelques points :

- La multi-linéarité.
- Les cumulants d'ordre supérieur ou égale à 3 d'une variable de distribution gaussienne sont nuls.
- Invariance par translation.
- Cumulant croisé d'un vecteur aléatoire dont deux ou plus de ces composantes sont indépendantes est nul.

#### IV.6. Méthodologie

On suppose que la matrice du mélange est régulière.  
C.A.D. :  $1 - m_{12} m_{21} \neq 0$ .

On donne les cumulants d'ordre 4 des deux entrées inconnues par :  $\beta_k = cum(I_k^4)$

On donne les définitions des cumulants croisés du vecteur des signaux observés par :  $cum_{ki}(O_1, O_2) = cum(O_1^k, O_2^i) = C_{ki}$ .

Et l'ensemble des cumulants croisés et les cumulants d'ordre 4 :

$$C_{31} = m_{21} \beta_1 + m_{12}^3 \beta_2 \quad (IV.8)$$

$$C_{13} = m_{21}^3 \beta_1 + m_{12} \beta_2 \quad (IV.9)$$

$$C_{22} = m_{21}^2 \beta_1 + m_{12}^2 \beta_2 \quad (IV.10)$$

$$C_{40} = \beta_1 + m_{12}^4 \beta_2 \quad (IV.11)$$

$$C_{04} = m_{21}^4 \beta_1 + \beta_2 \quad (IV.12)$$

En combinant les équations avec élimination des cumulants des entrées (inconnues). On aboutira à une équation polynomiale du 4 ième ordre en fonction de  $m_{21}$  :

$$a_4 m_{21}^4 + a_3 m_{21}^3 + a_2 m_{21}^2 + a_1 m_{21} + a_0 = 0 \quad (IV.13)$$

avec :

$$a_4 = C_{40} C_{13}^2 - C_{22}^3, \quad a_3 = 2 \cdot C_{13} \cdot (C_{22}^2 - C_{40} C_{04}),$$

$$a_2 = C_{40} C_{04}^2 + C_{04} C_{22}^2 - 2 \cdot C_{22} C_{13}^2 \text{ et enfin}$$

$$a_0 = C_{04} \cdot (C_{13}^2 - C_{22} C_{04}).$$

Après la résolution de cette équation on aura à trouver  $m_{12}$  par :

$$m_{12} = \frac{C_{13} - C_{22} \cdot m_{21}}{C_{04} - C_{13} \cdot m_{21}} \quad (IV.14)$$

### IV.7. Simulation

L'implémentation de cette méthode est appliquée à un signal MEEG simulant celui de la mère (Record 121) et celui du fœtus FEKG (simulé par le record 117).

Ces deux signaux ECG sont issus de la base de données ARRYTHMIA-BIH de Massachusetts Institut of Technology (MIT). Chaque signal ECG est caractérisé par une fréquence d'échantillonnage de 360 Hz et de résolution de 11 bits.

La matrice de mixture réelle est donnée par :

$M = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.80 \\ 0.35 & 0.64 \end{bmatrix}$ . La solution choisie Après résolution du

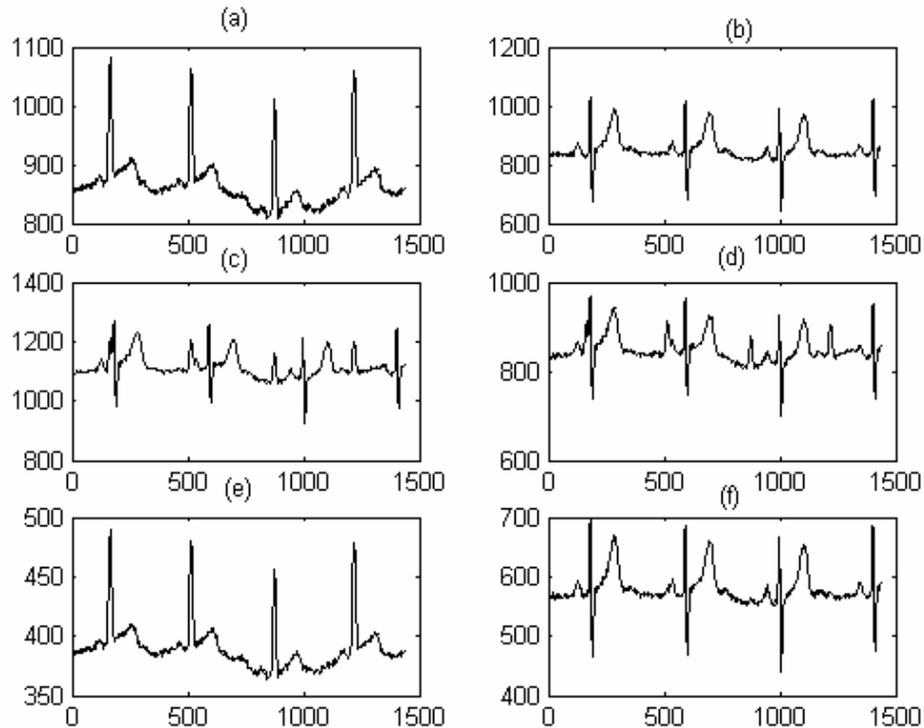
polynôme est  $m_{21} = 0.6901$  dont la matrice modèle estimée est :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1.2509 \\ 0.6901 & 1 \end{bmatrix}$$

La figure IV.1 illustre les résultats de la simulation. On remarque bien que les deux capteurs captent les deux signaux ECG complètement mélangés (voire figure IV.1 (c), (d)). Tandis que la séparation par cette méthode basée sur les cumulants montre d'une manière confirmée l'efficacité de la séparation par les statistiques d'ordre supérieur (figure IV.1 (e), (f)).

La simulation montre aussi l'indétermination portée sur l'amplitude.

Notons que si l'une ou les deux sources est/sont gaussienne(s) alors , la séparation est impossible par cette méthode.



**Figure IV.1** Résultats de la séparation. (a), (b) signaux originaux (maternel et fœtal) inconnus à estimer. (c), (d) les mélanges Captés par les deux capteurs. (e), (f) signaux séparés (estimés).

#### IV.8. Commentaires

L'article publié par Ali Mansour et Christian Jutten [MAN96], nous donne 4 solutions. On peut se permettre de se poser une question légitime :

⇒ Comment choisir une parmi les quatre solutions possibles ?

L'indépendance  $\Rightarrow$  la décorrélation. Donc, on choisi la solution qui donne une corrélation minimale.

#### **IV.9. Conclusion**

Dans ce chapitre, on a exposé un exemple largement connu de l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur. Il s'agit de la séparation instantanée des MECG et FECG. Nous soulignons la petite contribution concernant la règle de la décision pour l'obtention de la bonne solution.

## **Conclusion Générale**

---

---

### **Conclusions**

Nous pouvons résumer le travail accompli en :

- ✓ Le débruitage par ondelettes : L'application choisie concerne les signaux ECG. Notre remarque portée est qu'on pourra trouver un seuil supérieur à celui de DONOHO et qui donne un débruitage meilleur.
  
- ✓ La compression : Cette application a été mise en oeuvre sur différents signaux : unidimensionnel (ECG, Audible) et bidimensionnel (image). Ces algorithmes sont contrôlables du fait que les mesures de qualité sont monotones en fonction du seuil TH.
  
- ✓ Le watermarking (tatouage numérique) : Le travail effectué concernant cette application se récapitule en l'élaboration d'un algorithme de tatouage numérique invisible basé sur les ondelettes. Notre contribution est caractérisée par sa simplicité et surtout par sa robustesse contre la plus part des attaques malicieuses qui tentent de dénier le vrai propriétaire de son « bien numérique ». Cette méthode qui est une variante de [COX97] vérifie mieux le compromis robustesse/invisibilité que le standard de COX.

- ✓ La séparation de sources : Cette application a utilisé l'algorithme publié [MAN96] pour séparer les signaux ECG. Notre contribution a concerné le choix de la valeur menant à la meilleure matrice séparatrice.

### **Perspectives**

On peut résumer les perspectives en ce qui suit :

- ✓ La compression Vidéo contrôlée : Il est clair que ce type de media est d'une grande utilisation (Films, Vidéo- Conférences...). Les ondelettes par leurs propriétés importantes peuvent mener à des algorithmes d'une qualité incontestable.
- ✓ Le tatouage de la vidéo : Marquer la vidéo par un marquage robuste aux attaques malicieuses fera épargner beaucoup d'argents aux firmes créatrices de tout genre de vidéo. On spécifie le tatouage aveugle (Blind Watermarking)
- ✓ Utiliser le tatouage de COX appelé « Informed coding embedding » pour le tatouage [MIL2004].
- ✓ Elaboration d'une carte d'acquisition et utilisant des DSP (tels que :DSPIC 30F) ou sur FPGA en y intégrant des algorithmes de séparation des signaux MECG/FECG.

- ✓ Sous l'hypothèse de DONOHO qu'un signal contaminé par un bruit gaussien -de valeur moyenne nulle- peut être débruité en faisant seuiller les coefficients de détails par le seuil spécifique de [DON95], on propose un algorithme de seuillage itératif faisant lier les ondelettes et les S.O.S. (Voir Annexe B).
  
- ✓ Le débruitage du signal ECG en utilisant les curvelets [STA2002].

## *Bibliographie*

---

### **Chapitre I**

- [POU99] A. D. Poularikas, "The handbook of formulas and tables for signal processing", Chap. 42, CRC Press LLC, 1999.
- [MIS96] M. Misiti, Y. Misiti et al "Wavelet toolbox user's guide", Mathworks, 1996.
- [DAU92] I. Daubechies, "Ten lectures on wavelets", SIAM publishing, 1992.

### **Chapitre II**

- [BEN2003] R. Benzid, F. Marir, A. Boussaad, M. Benyoucef et D. Arar, " Fixed percentage of wavelet coefficients to be zeroed for ECG

- compression", IEE Electronics letters, Vol. 39, N° 11, p. 830-831, 2003.
- [MIA2002]** S.G. Miaou, C. L. Lin, " A quality-on-demand algorithm for wavelet-based compression of electrocardiogram signals", IEEE trans. Biomedical engineering, Vol. 49, N° 9, p.233-239, 2002.
- [RAJ2002]** B. A. Rajoub," An efficient coding algorithm for the compression of ECG signals using the wavelet transform", IEEE Trans. Biomedical engineering, Vol. 49, p. 355-362.
- [LU2000]** Z. Lu, D. Y. Kim et W. A. Pearlman , "Wavelet compression of ECG signals by the set partitioning in hierarchical trees algorithm", IEEE Trans. Biomedical engineering, Vol. 47,N° 7 ,p.849-856.
- [BER2000]** J. E. Berbari, "The biomedical engineering handbook", chap. 13, 2 ième édition, CRC Press,2000.
- [ZIG2000]** Y. Zigel, A. Cohen and A. Katz , "The weighted diagnostic distortion (WDD) measure for ECG signal compression", IEEE Trans. Biomedical engineering, Vol. 47,N° ,p.1422-1430.
- [HIL97]** M. L. Hilton , "Wavelet and wavelet packet compression of electrocardiograms", IEEE Trans. Biomedical engineering, Vol. 44,N° 5, p. 394-402, 1997.

**[WAN97]** B. Wang & G. Yuan , "Compression of ECG by vector quantization", IEEE engineering in medicine & biology, p. 23-26, 1997.

**[TAK93]** K. Takahashi S. Takeuchi et N. Ohsawa , "Performance evaluation of ECG compression algorithms by reconstruction error and diagnostic response", IEICE Trans. Information and systems, Vol. E76-d,N° 12 ,p. 1404-1410.

---

**[YAN2003]** D. Yang, H. Ai et al , "High-Fidelity multichannel audio coding with karhunen-loève transform", IEEE Trans. Speech and audio processing, Vol. 11,N° 4 ,p. 365-380.

**[MMC99]** M. Mccandless, "The MP3 revolution", IEEE Intelligent systems, p. 8-9, 1999.

**[NOL97]** P. Noll, "Mpeg digital audio coding", IEEE Signal processing magazine, p 59-81, 1997.

**[PAN95]** D. Pan, "A tutorial on mpeg/audio compression", IEEE Multimedia, p 60-74, 1995.

---

**[BAT2003]** S. Battiato et al , "Analysis and characterization of JPEG 2000 standard for imaging devices", IEEE Trans. Consumer electronics, Vol. 49,N° 4 ,p. 773-779, 2003.

---

---

**[Sai96]** A. Said et W. A. Perlman , "A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees", IEEE Trans. Circuits & systems for video technology, Vol. 6, N° 4 ,p. 243-250, 1996.

**[SHA93]** J. M. Shapiro , "Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients", IEEE Trans. Signal processing, Vol. 41, N° 12 ,p. 3445-3462, 1993.

---

**[STA2002]** J. L. Starck et al , "The curvelet transform for image denoising", IEEE Trans. Image processing, Vol. 11, N° 6 ,p. 670-684, 2002.

**[ZHA98]** X. P. Zhang et M. D. Desai , "Adaptive denoising based on SURE risk", IEEE Signal processing letters, Vol. 5, N° 10 ,p. 265-267, 1996.

**[Don95]** D. L. Donoho , "De-noising by soft-thresholding", IEEE Trans. Information theory, Vol. 41, N° 3 ,p. 613-627, 1995.

---

**[MIL2004]** Matt L. Miller, Gwenaël J. Doërr, and Ingemar J. Cox, , "Applying informed coding and embedding to design a robust high-capacity watermark", IEEE Trans. Image processing, Vol. 13, N° 6 ,p. 792-807, 2004.

---

---

- [YANG2003]** S. H. Yang, "Filter evaluation for dwt-domain image watermarking", IEE Electronics letters, Vol. 39, N° 24, 2003.
- [DIT2001]** J. Dittmann et al, "Using cryptographic and watermarking algorithms", IEEE Multimedia, ,p. 54-65, 2001.
- [Kae2000]** N. kaewkamnerd et N. R. Rao, "wavelet based image adaptive watermarking scheme", IEE electronics letters, Vol. 36, N° 4 ,p. 312-313, 2000.
- [KAT2000]** S. Katzenbeisser et F. A. P. Petitcolas, "Information Hiding Techniques for Steganography and Digital watermarking", 2 ième édition, Artech House, 2000.
- [NIU2000]** X. M. Niu et al, "", IEE Electronics letters, Vol. 36, N° 13 ,p. 1108-1110, 2000.
- [COX97]** I. J. Cox et al, "Secure spread spectrum watermarking for multimedia", IEEE Trans. Image processing, Vol. 6, N° 12 ,p. 613-627, 1997.

### **Chapitre III**

- [VAS2000]** S. V. Vaseghi, "Advanced digital signal processing and noise reduction", chap 15, 2<sup>ième</sup> édition, Jhon Wiley & Sons, 2000.
- [POU99]** A. D. Poularikas, "The handbook of formulas and tables for signal processing", Chap. 39, CRC Press LLC, 1999.
- [LAC97]** J. L. Lacoume, P. O. Amblard et P. Common, "Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal", Masson, 1997.

### **Chapitre IV**

- [BEN2004]** R. Benzid, F. Marir, "Séparation aveugle de sources à mixture instantanée: solution directe", Premier congrès international sur le génie électrique CIGE'04, pp.113-115.
- [ASA2003]** F. Asano et al, "Combined Approach of Array Processing and Independent Component Analysis for Blind Separation of Acoustic Signals", IEEE. Trans. on Speech and Audio processing, vol. 11, No 3, pp. 204-215, May, 2003.
- [LIA2003]** H. Liao and D. Niebur, "Load Profile Estimation in Electric Transmission Networks Using Independent Component Analysis", IEEE.

Tans. Power Syst. , vol. 18, No 2, pp. 707-715, May ,2003.

**[CIC2002]** A. Cichocki , S. I. Amari Adaptive Blind Signal and Image Processing, Ed. Wiley, 2002.

**[PAR2002]** A. Paraschiv-Ionescu, C. Jutten and G. Bouvier, "Source Separation Based Processing for Integrated Hall Sensor Arrays ", IEEE. J. Sensors , vol. 2, No 6, pp. 663-673, December ,2002.

**[LAC97]** J. L. Lacoume, P. O. Amblard et P. Common, "Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal", Masson,1997.

**[MAN96]** A. Mansour and C. Jutten, " A Direct Solution for Blind Separation of Sources", IEEE. Tans. Signal. Process. , vol. 44, No 3, pp. 746-748, March ,1996.

## **ANNEXE A**

Dans cette annexe on présente quelques résultats visuels en utilisant l'onde mère 'HAAR' représentant :

- L'image originale ;
- L'image reconstruite ;
- La (lookup table) (binaire) référant en noir les coefficients dominants, (supérieurs au seuil TH), et en blanc les coefficients négligés (inférieurs ou égaux au seuil TH) ;
- L'image représentant les coefficients ondelettes suillés issus de la décomposition pyramidale de l'image jusqu'au niveau 3.

Ainsi que quelques statistiques concernant :

- Le seuil (**TH**) ;
- Le nombre de coefficients d'ondelettes total (**COT**) ;
- Le nombre de coefficients d'ondelettes négligeables ( $\leq$  TH) dénoté par (**COZ**) ;
- Le nombre de coefficients d'ondelettes dominants ( $>$ TH) dénoté par (**CONZ**) ;
- LE PSNR de l'image reconstruite.

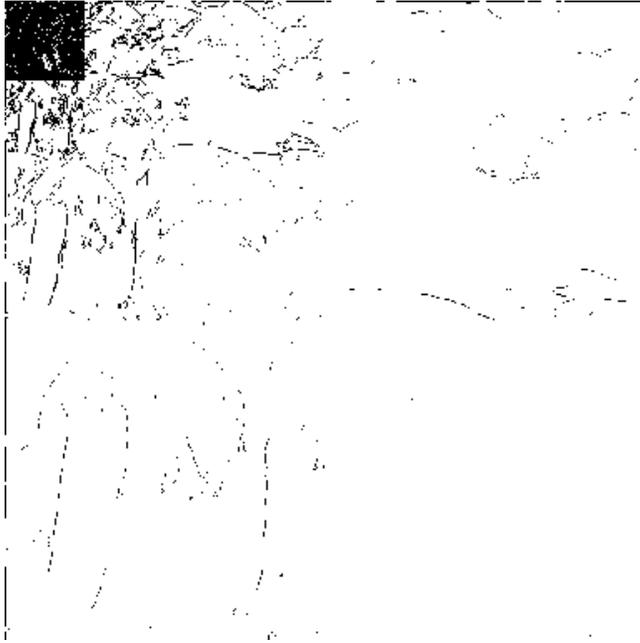
Il est notable que la transformée en ondelettes et le seuillage sont appliqués sur l'image originale mais après soustraction de la valeur moyenne. Ceci mène à une image reconstruite à valeur moyenne nulle. Le PSNR est calculé après l'addition aux images originale et reconstruite (aux valeurs moyennes nulles) la valeur moyenne précédemment retranchée.



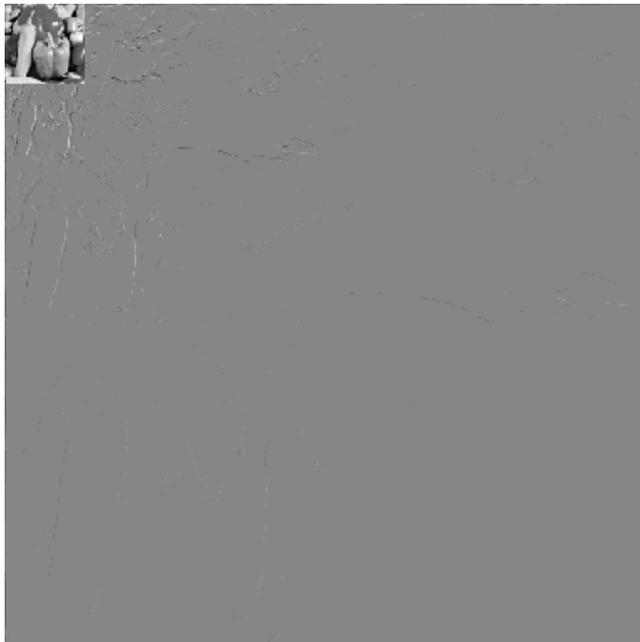
Image peppers 512x512 originale



Image peppers 512x512 seuillée



La lookup table de peepers 512x512



Décomposition pyramidale jusqu'au  
niveau 3 de l'image peppers

TH	COT	CONZ	COZ	PSNR
50	262144 (100%)	8943 (3.41%)	253201 (96.59%)	29.80 dB

**Statistiques concernant les coefficients ondelettes de l'image peppers 512x512.**

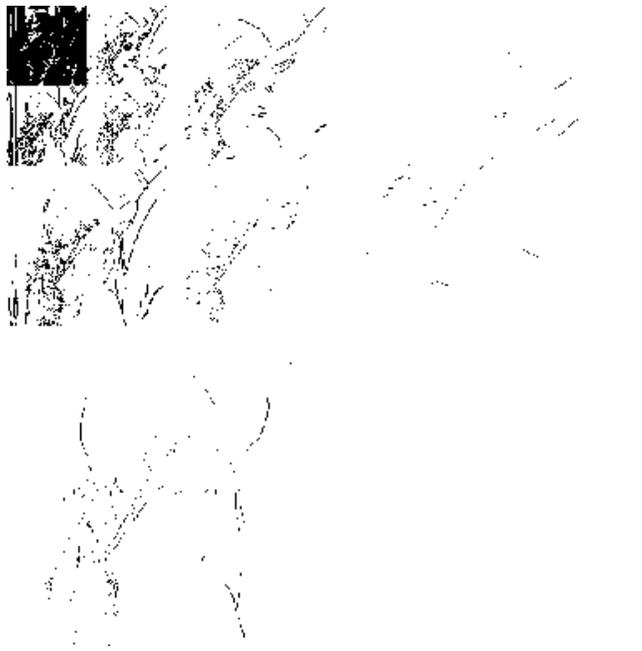
L'image type suivante est l'image lena 512x512.



**Image Lena 512x512 originale**



**Image lena 512x512 seuillée**



**La lookup table de peepers 512x512**

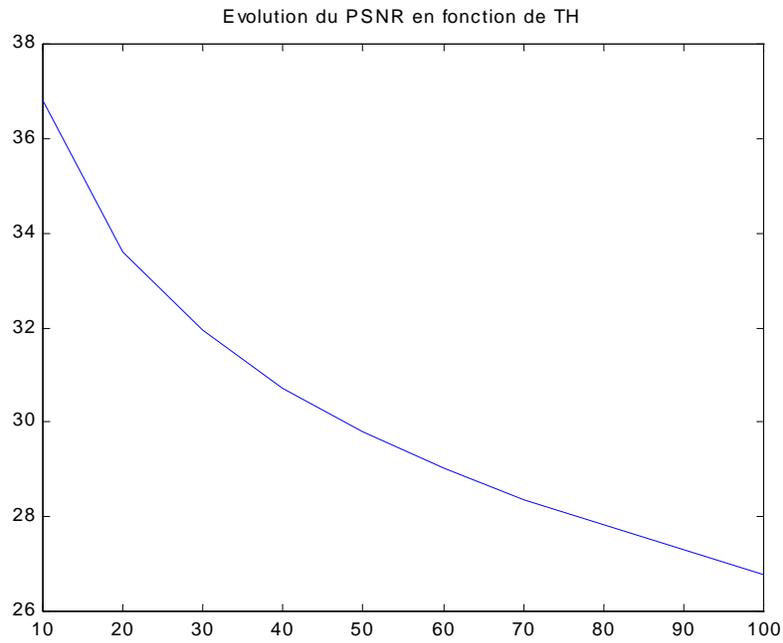
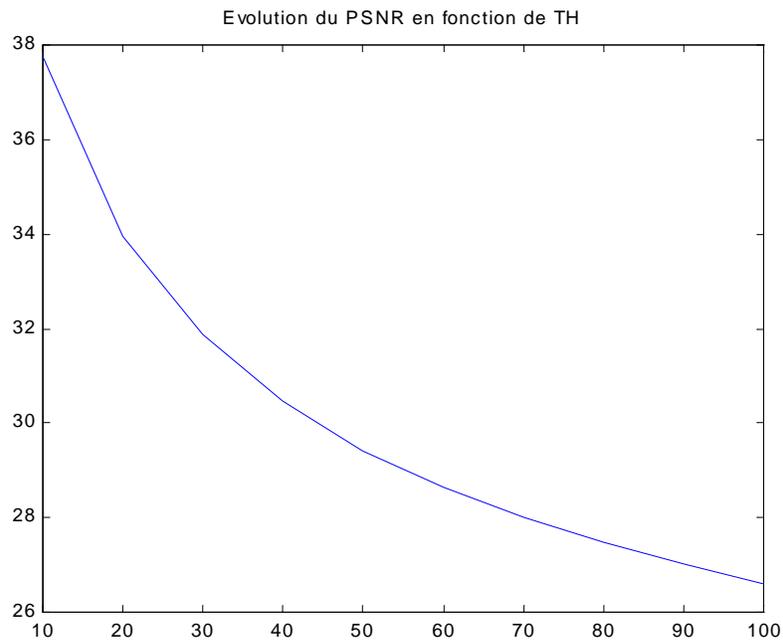


**Décomposition pyramidale jusqu'au  
niveau 3 de l'image Lena**

<b>TH</b>	<b>COT</b>	<b>CONZ</b>	<b>COZ</b>	<b>PSNR</b>
50	262144 (100%)	8290 (3.16%)	253854 (96.84%)	29.41 dB

**Statistiques concernant les coefficients ondelettes  
de l'image Lena 512x512.**

On ce qui suit on donne l'évolution du PSNR(TH) en fonction de TH, des deux images Peppers512 et de Lena512.

**Peppers512****Lena512**

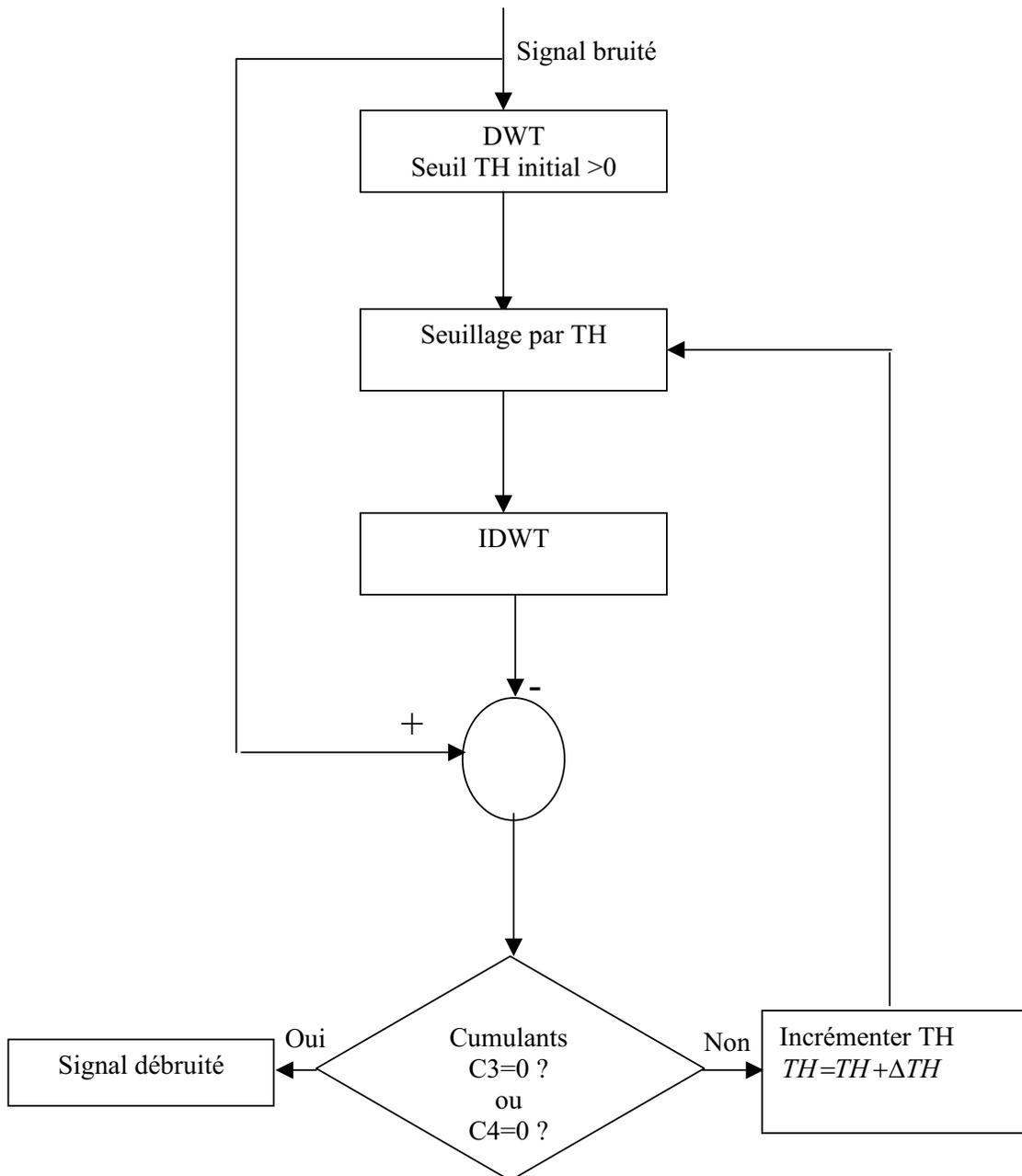
D'après ces deux graphes, on remarque qu'il est possible d'utiliser des méthodes numériques (telle que la Bisection) pour résoudre  $PSNR(TH) - FPSNR = 0$  avec une précision  $\varepsilon$ .

## ***ANNEXE B***

Sous l'hypothèse de DONOHO qu'un signal bruité par un bruit gaussien -à valeur moyenne nulle- peut être débruité en appliquant un seuil adéquat. L'algorithme hybride (ondelette/ S.O.S.) proposé agit par un seuillage itératif -qui s'incrémente à chaque fois par un incrément  $\Delta TH$ - sur les coefficients d'ondelettes du signal bruité. La condition d'arrêt est basée sur les caractéristiques S.O.S de l'erreur. Cette dernière est la différence entre le signal bruité et le signal seuillé.

L'algorithme peut être mis en arrêt en exploitant la caractéristique que les cumulants supérieurs ( $\geq 3$ ) d'un signal gaussien (l'erreur dans notre cas) sont négligeables (nuls).

L'organigramme suivant illustre cet algorithme :



## ملخص:

في هذه الأطروحة، قدمنا تطبيقات عدة للموجات، وتتمثل هذه التطبيقات في تصغير وتكبير الصور الثابتة، ضغط المعطيات الخاص بالإشارات الأحادية البعد (النبض الكهربائي للقلب والصوت)، والثنائية البعد المتمثلة في الصور، إزالة الضجيج، وأخيرا الوشم الرقمي. فيما يخص الإحصاءات ذات النظام الأعلى فقد طبقت من أجل فصل المنابع.

**كلمات مفتاحية:** الموجات، الإحصاءات ذات النظام الأعلى، ضغط المعطيات، إزالة الضجيج، الوشم الرقمي، فصل المنابع.

## Summary

In this thesis several applications concerning the wavelets transform have been presented. These latter are: The still image zooming; one-dimensional data compression (of ECG and audible signals) and bi-dimensional data compression (of still images); signals denoising and finally the digital watermarking. Concerning the higher order statistics, the application presented was the blind sources separation.

**Key Words:** Wavelets transform, Higher order statistics (H.O.S.), Data compression, Signal denoising, Digital watermarking, source separation.

## Résumé

Dans cette thèse différentes applications, concernant la transformée en ondelettes, ont été présentées. Ces applications sont: Le zooming des images; La compression unidimensionnelle (de l'ECG et des signaux audibles) et la compression bidimensionnelle (des images fixes); Le débruitage des signaux et finalement le tatouage numérique. Concernant les statistiques d'ordre supérieur, l'application présentée est la séparation aveugle de sources.

**Mot-clés:** Transformée en ondelettes, Statistiques d'Ordre supérieur (S.O.S), Compression de Données, Débruitage, Tatouage Numérique, Séparation de sources.