

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université El-Hadj Lakhder – BATNA –

THESE

Présentée au Département des Sciences de la Matière

Faculté des Sciences

Pour obtenir le diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

EN PHYSIQUE

Option : PHYSIQUE ENERGETIQUE

Par **Ibtissem HANNACHI**

Thème

APPLICATION DES PROCESSUS STOCHASTIQUES AUX PROPRIETES RADIATIVES ET DE TRANSPORT DANS LES PLASMAS DE TOKAMAK

Pr. Abdelhamid BOULDJEDRI (Lab. PRIMALAB, Univ. Batna)

Pr. Mohammed Tayeb MEFTAH (Lab. RPPS, Univ. Ouagla)

Pr. Roland STAMM (Lab. PIIM, Univ. Aix-Marseille)

Pr. Fethi KHELFAOUI (Lab. RPPS, Univ. Ouagla)

Pr. Abdellatif TAHRAOUI (USTHB)

Pr. Abdelaziz SID (Lab. PRIMALAB, Univ. Batna)

Président

Directeur de thèse

Co-Directeur de thèse

Examineur

Examineur

Examineur

Remerciements

Ce travail a été effectué en collaboration avec le Laboratoire de Rayonnement et Plasmas et Physique des Surfaces, LRPPS à Ouargla, et le laboratoire de Physique des Interactions Ioniques et Moléculaires (PIIM) à Marseille.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mes directeurs de thèse, monsieur le professeur Mohammed Tayeb MEFTAÏH du LRPPS) et monsieur le professeur Roland STAMM de l'Université d'Aix-Marseille. Ces professeurs ont accepté de prendre la direction de cette thèse, transformant ainsi les difficultés rencontrées en une expérience enrichissante. Je les remercie pour toute l'aide qu'ils m'ont apportée au cours de ces dernière années, aide qui m'a permis d'avancer et d'arriver au bout de ce travail grâce à tout le temps qu'ils m'ont consacré. Vous m'avez incité et appris à travailler plus intensément et avec une rigueur scientifique. Vous m'avez initié aux subtilités de la physique atomique et de la physique des plasmas. Merci encore pour votre aide et votre soutien.

Je tiens également à remercier énormément les membres de jury, et j'ai beaucoup apprécié qu'ils aient pris le temps pour moi de se déplacer pour assister à mon jury, lire et commenter ma thèse. Pour cela je remercie du fond du cœur: le professeur Abdelhamid BOULJEDRI de l'université de Batna, qui a bien voulu être le président de jury, le professeur Abdelaziz SID de l'université de Batna, le professeur Fethi KHELFAOUI de l'université d'Ouargla, et le professeur Abdellatif TAHRAOUI de l'université d'Alger.

Je profite aussi de cette occasion pour remercier les membres de l'équipe Diagnostics les Gaz et Plasmas (DGP) du laboratoire PIIM, alors dirigée par le Professeur Roland STAMM, qui m'ont accueilli pour quatre séjours de recherche. Je n'oublie pas en particulier l'aide

des professeurs Hubert CAPES, Annette CALISTI, Yannick MARANDET et Joël ROSATO.

J'ai un profond sentiment de gratitude à mes meilleurs amis en Algérie, en France et en Allemagne pour leur soutien moral et leurs encouragements constants. Ils étaient là quand j'avais besoin d'eux dans les moments difficiles. Je voudrais citer en particulier Salima Zerguine et Abdellatif Maatof pour leurs encouragements judicieux, merci énormément.

Enfin un grand remerciement à mes parents, à mes proches qui ont cru en moi, à mes sœurs, mon frère, ma tante pour leur patience et leur soutien pendant la période de la préparation de ma thèse.

Table des matières

INTRODUCTION.....	9
1. PRESENTATION DES PROCESSUS STOCHASTIQUES	14
1.1 Introduction	14
1.2 Rappel sur la théorie des probabilités et les processus stochastique	14
1.2.1 Notions préliminaires	15
1.2.2 Processus stochastique indépendant.....	16
1.2.3 Processus de Markov :.....	17
1.2.4 Processus de renouvellement.....	20
1.3 Théorie de marche au hasard continue en temps et équation maitresse non markovienne ...	21
1.3.1 Marche au hasard.....	21
1.3.2 Distribution des temps d'attente (WTD)	22
1.3.3 Equation cinétique intégrale pour la probabilité conditionnée dans un cas stationnaire	24
1.3.4 Hypothèse Kangourou	26
1.3.5 Stationnarité du Processus Stochastique.....	27
1.4 Fonction d'autocorrélation	31
1.5 Conclusion.....	32
2 PROFIL STARK DES RAIES SPECTRALES	35
2.1 Introduction	35
2.2 Mécanismes d'élargissement des raies spectrales	35
2.2.1 Elargissement expérimental.....	36
2.2.2 Elargissement naturel	36
2.2.3 Elargissement Doppler	36
2.2.4 Elargissement par les collisions (ou élargissement de pression)	37
2.3 Elargissement Stark.....	37
2.3.1 Fonction d'autocorrélation du dipôle et profil de raies Stark	37
2.3.2 Equation d'évolution atomique : l'équation de Schrödinger	38
2.3.3 Potentiel d'interaction $V(t)$	39

2.3.4	Approximation d'impact et quasistatique.....	40
2.4	Processus stochastique pour la spectroscopie.....	42
2.4.1	La méthode du Microchamp modèle (MMM).....	42
2.4.2	Le processus de renouvellement appliqué à l'élargissement Stark des raies.....	43
2.4.3	Calcul de la fonction d'autocorrélation du microchamp électrique.....	44
2.5	Conclusion.....	50
3	CALCULS DES RAIES DE LYMAN AVEC UN PROCESSUS STOCHASTIQUE.....	52
3.1	Introduction	52
3.2	Calcul des raies de Lyman avec le processus Kangourou	53
3.2.1	Méthode de calcul KP pour les raies de Lyman	53
3.3	Simulation du processus stochastique	55
3.4	Comportement des profils de raie Stark avec la densité.....	56
3.5	Processus normal –Weibull	63
3.6	Conclusion.....	64
4.	EFFET DE LA TURBULENCE FORTE DE LANGMUIR.....	67
4.1	Introduction	67
4.2	Ondes linéaire dans un plasma non magnétisé	68
4.3	Effets non linéaires dans un plasma : la force pondéromotrice	69
4.4	Effets non linéaires entre ondes dans les plasmas	69
4.5	Le plasma comme milieu diélectrique.....	70
4.6	Les équations de Zhakarov	71
4.7	La turbulence forte de Langmuir	72
4.8	Effet de la turbulence forte de Langmuir sur un profil spectral	74
4.9	Un processus de renouvellement pour les histoires de champ appliqué au calcul d'un profil de raie	77
4.10	Résultats : paquets d'ondes planes	79
4.11	Résultats : paquets d'ondes lorentziens.....	83
4.12	Conclusion.....	86
	CONCLUSION	90
	REFERENCES.....	93

"Our physical world ... is a world of instabilities and fluctuations...."

I. Prigogine

"Nothing happens until something moves."

Albert Einstein

INTRODUCTION

La spectroscopie des plasmas étudie toutes les propriétés des rayonnements émis par les particules du plasma. Ces rayonnements ne dépendent pas uniquement de la physique atomique des émetteurs isolés, mais aussi des caractéristiques du plasma qui entoure l'émetteur. Cette dépendance est due essentiellement à l'interaction des ions et des électrons avec les autres particules du plasma via le potentiel de Coulomb à longue portée. Un émetteur atomique ou ionique est donc en permanence sous l'influence des perturbations créées par ses voisins, et ceci est reflété de multiples façons dans le détail du rayonnement. L'interaction avec les particules chargées contrôle la population des états liés, déplace et élargit les niveaux d'énergie, abaisse le potentiel d'ionisation des espèces atomiques, et est la cause d'une émission de rayonnement continu, comme de l'émission de raies qui sont normalement interdites.

Différents types de rayonnement sont observés dans un plasma. Le rayonnement de raie correspond à des transitions atomiques entre des états liés d'atomes ou d'ions. On peut mesurer le spectre de ces raies spectrales dont les détails révèlent les propriétés physiques du milieu environnant. On observe un rayonnement libre-lié quand un électron du continu recombine avec un ion. Le spectre mesuré montre une structure liée aux niveaux d'énergie inférieurs des transitions. Le rayonnement libre-libre se produit par exemple quand un électron libre se déplace au voisinage d'un ion. L'accélération de l'électron libre dans le champ de l'ion crée un rayonnement continu très visible dans le spectre des plasmas chauds.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec l'équipe diagnostic dans les gaz et plasmas du laboratoire de Physique des Interactions Ioniques et Moléculaires à Marseille, qui modélise ces rayonnements en prenant en compte la présence d'un plasma dans un état qu'on pose *a priori*. En comparant à un spectre expérimental, le rayonnement devient alors un instrument qui permet de déterminer les caractéristiques du plasma. Cette démarche est utilisée en astrophysique, pour les plasmas de laboratoire, mais aussi pour les plasmas chauds de la fusion thermonucléaire. Elle est d'autant plus précise qu'on a bien identifié et modélisé avec la physique quantique et statistique les mécanismes physiques du rayonnement couplé au plasma. La spectroscopie des plasmas participe aujourd'hui à l'exploration des problèmes

scientifiques les plus difficiles et ambitieux en physique de l'interaction rayonnement-matière. Les domaines de plasma concernés sont les plasmas d'astrophysique, les plasmas de décharges électriques créés en laboratoire, les plasmas obtenus par interaction avec un laser, et les plasmas de fusion par confinement inertiel ou magnétique.

La contribution de cette thèse à l'amélioration du diagnostic des plasmas consiste en l'utilisation de processus stochastiques pour modéliser le mécanisme d'interaction entre le plasma et l'atome émettant des raies spectrales.

Dans un premier chapitre, nous allons présenter les processus stochastiques à partir de la théorie des probabilités. Nous allons introduire les densités de probabilité jointe et réduite, les processus de Markov, et allons établir l'équation maîtresse pour les probabilités de transition. En introduisant les processus de renouvellement, nous insisterons sur la nécessité du choix d'une distribution du temps d'attente (ou WTD pour "Waiting Time Distribution"), qui caractérise le temps passé dans un état entre deux renouvellements. Grâce à la théorie de la marche au hasard continue en temps (ou CTRW pour « Continuous Time Random Walk »), nous pourrons poser les relations qui vont assurer la stationnarité du processus stochastique. Ce paragraphe se termine avec une discussion sur la possibilité d'utilisation de processus stochastiques avec mémoire.

Les mécanismes d'élargissement des raies spectrales sont présentés dans le chapitre 2 en insistant sur l'élargissement Stark dans les plasmas. Le formalisme d'élargissement Stark est rappelé, avec les cas limites où la perturbation de l'émetteur est rapide (cas impact), et celui où la perturbation est lente (cas statique). Des méthodes de calcul du profil de raie sont rappelées : méthode du microchamp modèle, simulation numérique ab-initio, ainsi que le processus de renouvellement que nous utilisons. Un processus stochastique avec mémoire, utilisant des fonctions de densité de probabilité normale et Weibull est décrit.

Les résultats présentés au chapitre 3 utilisent des processus stochastiques, et sont appliqués aux premières raies de la série de Lyman. On considère d'abord le cas d'un plasma à l'équilibre pour lequel nous utilisons un processus de renouvellement qui modélise le champ électrique des ions du plasma. Les premières raies de Lyman de l'hydrogène sont calculées à l'aide du processus stochastique Kangourou en utilisant une approche analytique, et une technique de simulation numérique pour l'effet de la composante ionique seule. Ceci va permettre de comparer les résultats du modèle stochastique aux limites impact et statique d'une part, et à une simulation ab-initio d'autre part.

Des conditions où on sort de l'équilibre à cause de la turbulence forte de Langmuir sont discutées au chapitre 4. Ce régime qui couple non linéairement les ondes de plasma est décrit avec ses principales caractéristiques spatiales et temporelles connues. Il est étudié ici car on soupçonne que les propriétés radiatives et de transport du plasma sont alors fortement modifiées. Un modèle stochastique simple est proposé pour la forme du champ électrique qu'on peut trouver dans ce type de plasma turbulent. Des calculs de la raie Lyman- α sont effectués pour mettre en évidence les possibles effets de la turbulence de Langmuir sur un profil de raie.

Fluctuation phenomena are the "tip of the iceberg" revealing the existence, behind even the most quiescent appearing macroscopic states, of an underlying world of agitated, ever changing microscopic processes.

E.W. Montroll

1. PRESENTATION DES PROCESSUS STOCHASTIQUES

1.1 Introduction

Tout processus dont l'évolution temporelle peut être analysée en termes de probabilité est dit processus stochastique [1]. Les processus stochastiques ont été appliqués dans de nombreux domaines tels que l'ingénierie, la physique, l'électronique, ...

Il existe de nombreux exemples de processus stochastiques (aléatoires) dans des situations physiques: accélération au sol en raison d'un tremblement de terre, charges de vent sur les structures, etc. . Dans ce travail de physique nous nous intéressons principalement à la modélisation des propriétés radiatives et de transport d'un plasma soumis à des fluctuations aléatoires de ses paramètres. Nous pourrions en général caractériser ces fluctuations par leurs propriétés statistiques. Notre processus stochastique utilisera les propriétés statiques et dynamiques connues pour la fluctuation.

Un processus stochastique est une fonction de deux variables: le paramètre t et le paramètre de probabilité Y . Un processus stochastique est donc un modèle mathématique d'un processus dynamique dont la dépendance d'un paramètre t est régie par des lois probabilistes. Nous rappellerons dans la suite les bases de la théorie des probabilités et des processus stochastiques.

1.2 Rappel sur la théorie des probabilités et les processus stochastiques

La théorie des probabilités est utilisée pour décrire une situation pour laquelle nous ne connaissons pas la valeur exacte d'une variable, mais dont nous avons une idée de la probabilité relative de ses valeurs possibles. Cette quantité inconnue Y est appelée une variable aléatoire.

Bon nombre de phénomènes physiques se décrivent par l'évolution d'une ou plusieurs grandeurs au cours de temps. A un instant donné, ces grandeurs présentent souvent un caractère imprévisible, aléatoire, et il est naturel de les représenter par une variable aléatoire. L'évolution du phénomène est décrite par l'ensemble de variables aléatoires modélisant le phénomène à chaque instant. Cet ensemble de variables aléatoires forme un processus stochastique ou aléatoire. Par exemple le mouvement Brownien des particules, la position d'un piston soumis au choc des molécules d'un gaz ou le nombre de photons absorbés ou émis par un atome.

On définit un processus stochastique comme une suite $\{Y(t), t \in \mathfrak{R}\}$ de variables aléatoires indicées par le temps t discret ou continu à valeurs dans un espace \mathfrak{R} ou appelé « espace d'états », « chaîne », « espace des phases » ou « espace des échantillons » et telles que les distributions jointes de

$$Y(t_1), Y(t_2), \dots, Y(t_n); t_1 < t_2 < \dots < t_n$$

sont déterminées. Cet ensemble peut être discret, ou continu dans un intervalle donné. La variable stochastique est aussi définie par une distribution de probabilité sur cet ensemble qui est donnée par une fonction non négative $P(y)$ pour une chaîne continue,

$$P(y) \geq 0, \tag{1.1}$$

telle que la probabilité que Y ait une valeur entre y et $y + dy$ est égale à

$$P(y < Y < y + dy) = P(y)dy, \tag{1.2}$$

avec une condition de normalisation :

$$\int P(y)dy = 1, \tag{1.3}$$

où l'intégrale est étendue sur toute la chaîne.

1.2.1 Notions préliminaires

Moyenne

La valeur moyenne de toute fonction $f(y)$ définie sur le même espace d'états sera notée $\langle f(y) \rangle$ et vaut

$$\langle f(y) \rangle = \int f(y)P(y)dy. \tag{1.4}$$

Moment de n-ième ordre

Le moment de n-ième ordre de la variable stochastique Y est donné par

$$\mu_n = \langle Y^n \rangle, \quad (1.5)$$

où μ_1 est le moment d'ordre 1 de Y qui n'est autre que sa moyenne statique.

Ecart-type

Il est défini par

$$\sigma = \langle [Y - \langle Y \rangle]^2 \rangle^{\frac{1}{2}}. \quad (1.6)$$

Variance

$$\sigma^2 = \langle [Y - \langle Y \rangle]^2 \rangle, \quad (1.7)$$

$$= \mu_2 - \mu_1^2. \quad (1.8)$$

Densité de probabilité jointe - Densité de probabilité réduite

La fonction $P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n)$ est définie comme la densité de probabilité jointe que les valeurs stochastiques $Y(t_i)$ aient des valeurs bien déterminées Y_i aux temps t_i où $i = 1, 2, \dots, n$, avec la condition de normalisation

$$\int dY_1 dY_2 \dots dY_n P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n) = 1. \quad (1.9)$$

On définit aussi la densité de probabilité réduite par la relation

$$P_r(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_r, t_r) = \int dY_1 dY_2 \dots dY_{r-1} P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n). \quad (1.10)$$

On démontre qu'une description complète du processus stochastique est contenue dans un ensemble de probabilités jointes $\{P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n); n = 1, 2, 3, \dots\}$.

1.2.2 Processus stochastique indépendant

Le cas le plus simple est celui d'une suite de variables aléatoire indépendantes. Ce sont des variables aléatoires qui n'ont aucune influence les unes sur les autres [2].

On considère une fonction du temps $Y(t)$ dont la chaîne est un ensemble infini de valeurs $\{Y_n, n = 1, 2, 3, \dots\}$ qui sont des variables stochastiques. On dit que la fonction $Y(t)$ définit un processus stochastique indépendant si la connaissance d'une ou plusieurs de ces variables stochastiques ne donne aucune information supplémentaire sur le reste des variables stochastiques de la chaîne. Une définition plus formelle peut être donnée à l'aide de la probabilité jointe. Les variables stochastiques $Y(t_i) = Y_i$, avec $i = 1, 2, \dots, n$, sont indépendantes si pour toutes les valeurs de n , toutes les probabilités $P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n)$ peuvent être factorisées en un produit de probabilités contenant une seule variable,

$$P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n) = P_1(Y_1, t_1)P_1(Y_2, t_2) \dots P_1(Y_n, t_n). \quad (1.11)$$

Dans le cas où le processus est défini sur un continuum, la probabilité $P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n)$ doit être remplacée par la densité de probabilité, appelée aussi distribution de probabilité, qui sera notée $p_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n)$. La différence entre ces deux quantités est que la probabilité est un nombre sans dimension alors que la densité de probabilité possède la dimension [variable stochastique]⁻¹. Par conséquent la quantité $p_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n)dY_1dY_2 \dots dY_n$ est une probabilité. On peut donc écrire

$$\begin{aligned} p_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n)dY_1dY_2 \dots dY_n \\ = P_n\{Y_1 < Y(t_1) < Y_1 + dY_1; Y_2 < Y(t_2) < Y_2 + dY_2; \dots; Y_n < Y(t_n) \\ < Y_n + dY_n\}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

On définit l'indépendance de ce processus exactement de la même façon que pour le cas des variables dénombrables. Pour toute valeur de n , la relation d'indépendance est définie par

$$p_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n) = p_1(Y_1, t_1)p_1(Y_2, t_2) \dots p_1(Y_n, t_n). \quad (1.13)$$

Un processus qui n'est pas indépendant possède des corrélations entre au moins certaines variables de la chaîne.

1.2.3 Processus de Markov :

La chaîne de Markov est un processus à temps discret (tableau 1.1). La définition d'un processus de Markov ou markovien, du nom du mathématicien russe Andreï Markov (1856-1922), est que l'évènement (Y_n, t_n) ne dépend que du précédent (Y_{n-1}, t_{n-1}) . On dit de façon imagée que le futur est indépendant de l'histoire du système, ou encore que le processus est sans mémoire [2].

		Espace d'état	
		Discret	Continu
Temps	Discret	Modèles de chaîne de Markov	Modèles de séries chronologiques
	Continu	Processus ponctuels	Equations différentielles stochastiques

Tableau 1 – *Classifications des modèles stochastiques (Cox et Miller, 1965).*

De manière générale, un processus de Markov est un processus dont la loi de probabilité qui gouverne les états futurs du processus ne dépend du passé du processus que par l'état présent de celui-ci. La propriété de Markov est en fait la transposition probabiliste des principes de

physique qui énoncent que dans un champ de force, la trajectoire future d'une particule ne dépend de la trajectoire passée que par la position et la vitesse à l'instant présent [3].

Le processus de Markov est une généralisation des processus indépendants. En effet, ce processus fournit un modèle simple pour la dépendance entre les variables stochastiques. Pour définir le processus de Markov, il est nécessaire de définir les probabilités conditionnelles (appelées aussi densités des probabilités conditionnelles). Pour ainsi faire, nous allons considérer n variables temporelles successives t_i telle que $t_i < t_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n - 1$.

Probabilité conditionnelle

On définit la probabilité conditionnelle $P_{1|n-1}(Y_n, t_n | Y_{n-1}, t_{n-1}; Y_{n-2}, t_{n-2}; \dots; Y_1, t_1)$ qui est la probabilité que $Y(t_n) = Y_n$ conditionnée par l'information que $Y(t_1) = Y_1, Y(t_2) = Y_2, \dots, Y(t_n) = Y_n$ par

$$P_{1|n-1}(Y_n, t_n | Y_{n-1}, t_{n-1}; Y_{n-2}, t_{n-2}; \dots; Y_1, t_1) = \frac{P_n}{P_{n-1}}. \quad (1.14)$$

La chaîne de Markov $\{Y(t_n), t_n \in \mathfrak{R}\}$ peut être interprétée comme une marche au hasard dans l'espace des états \mathfrak{R} . La propriété de Markov signifie que connaissant l'état Y_{n-1} , la loi du prochain état Y_n ne dépend pas des états depuis l'instant 1 jusqu'à l'instant $n - 2$. On dit que conditionnellement au présent, le futur ne dépend pas du passé [4].

Probabilité de transition

La probabilité de transition de l'état Y_n à l'état Y_1 entre les instants t_n et t_1 est désignée par $P_{1|1}(Y_n, t_n | Y_1, t_1)$.

On dit que $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est processus de Markov si :

$$P_{1|n-1}(Y_n, t_n | Y_{n-1}, t_{n-1}; Y_{n-2}, t_{n-2}; \dots; Y_1, t_1) = P_{1|1}(Y_n, t_n | Y_{n-1}, t_{n-1}). \quad (1.15)$$

A partir de ces définitions on déduit les relations suivantes

$$P_2(Y_1, t_1; Y_2, t_2) = P_{1|1}(Y_2, t_2 | Y_1, t_1)P_1(Y_1, t_1), \quad (1.16)$$

$$P_1(Y_2, t_2) = \int P_{1|1}(Y_2, t_2 | Y_1, t_1)P_1(Y_1, t_1)dY_1, \quad (1.17)$$

Avec

$$\int P_{1|1}(Y_2, t_2 | Y_1, t_1)dY_2 = 1. \quad (1.18)$$

De façon semblable en utilisant P_3 , on obtient

$$P_3(Y_1, t_1; Y_2, t_2; Y_3, t_3) = P_{1|2}(Y_3, t_3 | Y_1, t_1; Y_2, t_2)P_1(Y_1, t_1; Y_2, t_2). \quad (1.19)$$

et

$$P_2(Y_1, t_1; Y_3, t_3) = \int P_{1|2}(Y_3, t_3 | Y_1, t_1; Y_2, t_2) P_1(Y_1, t_1; Y_2, t_2) dY_2. \quad (1.20)$$

On remplace maintenant P_2 par (1.16) dans (1.20), pour obtenir la relation suivante

$$P_{1|1}(Y_3, t_3 | Y_1, t_1) = \int P_{1|2}(Y_3, t_3 | Y_1, t_1; Y_2, t_2) P_{1|1}(Y_2, t_2 | Y_1, t_1) dY_2. \quad (1.21)$$

Approximation de Markov et Equation Maitresse

Lorsque le processus stochastique reste invariant par translation temporelle, la probabilité de transition $P_{1|1}(Y, t | Y_1, t_1)$ ne dépend que de $t - t_1$. Elle sera notée

$$P_{1|1}(Y, t | Y_1, t_1) \equiv P_{t-t_1}(Y, Y_1). \quad (1.22)$$

Dans ce cas en reportant (1.15) dans (1.21), on obtient l'équation dite de Chapman – Kolmogorov ou de Bachelier

$$P_{t+\Delta t}(Y, Y_1) = \int P_{\Delta t}(Y, Y') P_t(Y', Y_1) dY', \quad (1.23)$$

qui constitue une relation permettant de chaîner les probabilités conditionnées $P_t(Y, Y')$ entre elles, à des instants successifs.

Pour établir une équation d'évolution pour $P_t(Y, Y_1)$, on utilise la relation de Chapman-Kolmogorov (1.23). On forme la différence $P_{t+\Delta t}(Y, Y_1) - P_t(Y, Y_1)$ puis on calcule la dérivée temporelle en prenant la limite lorsque $\Delta t \rightarrow 0$. On décompose ensuite $P_t(Y, Y_1)$ autour de sa valeur pour $t = 0$. Dans cette limite on écrit

$$P_{\Delta t}(Y, Y_1) = A(Y) \delta(Y, Y_1) + \Delta t W(Y, Y_1), \quad (1.24)$$

où $W(Y, Y_1)$ représente un taux de transition de Y_1 vers Y et où $A(Y)$ s'exprime en terme de W grâce à la relation de normalisation (1.18)

$$A(Y) = 1 - \Delta t \int W(Y, -Y_1) dY_1. \quad (1.25)$$

Finalement on obtient l'équation différentielle suivante, appelée équation maitresse :

$$\frac{\partial P_t(Y, Y_1)}{\partial t} = \int W(Y, Y_1) P_t(Y', Y_1) dY' - \int W(Y', Y) P_t(Y, Y_1) dY', \quad (1.26)$$

avec une condition initiale issue de (1.24)

$$P_{t=0}(Y, Y_1) = \delta(Y, -Y_1). \quad (1.27)$$

A l'aide de (1.26) et (1.27), on peut obtenir une équation similaire pour $P(Y, t)$.

1.2.4 Processus de renouvellement

Les processus de renouvellement permettent par exemple de modéliser les instants successifs de renouvellement d'un matériel. Soit un matériel mis en service à l'instant initial et remplacé par du matériel neuf identique à chaque panne. Lorsque la durée de réparation est négligeable devant les durées de bon fonctionnement, la succession des instants de renouvellement du matériel forment un processus dit de renouvellement.

Une lampe par exemple est installée à l'instant $t = 0$, puis grille à $t = t_1$ où elle est remplacée. La nouvelle ampoule grille à $t = t_1 + t_2$ puis est à nouveau remplacée à $t = t_1 + t_2 + t_3 + \dots$ etc. La densité de renouvellement indique quand une ampoule doit être remplacée en moyenne. Si $\varphi_Y(t)$ représente la densité de probabilité pour la durée de vie d'une lampe ou plus généralement la distribution du temps d'attente, que l'on note WTD pour "Waiting Time Distribution", entre deux événements, la densité de renouvellement $n_Y(t)$ obéit à l'équation suivante [5, 6].

$$n_Y(t) = \varphi_Y(t) + \int_0^t d\tau \varphi_Y(t - \tau)n_Y(\tau). \quad (1.28)$$

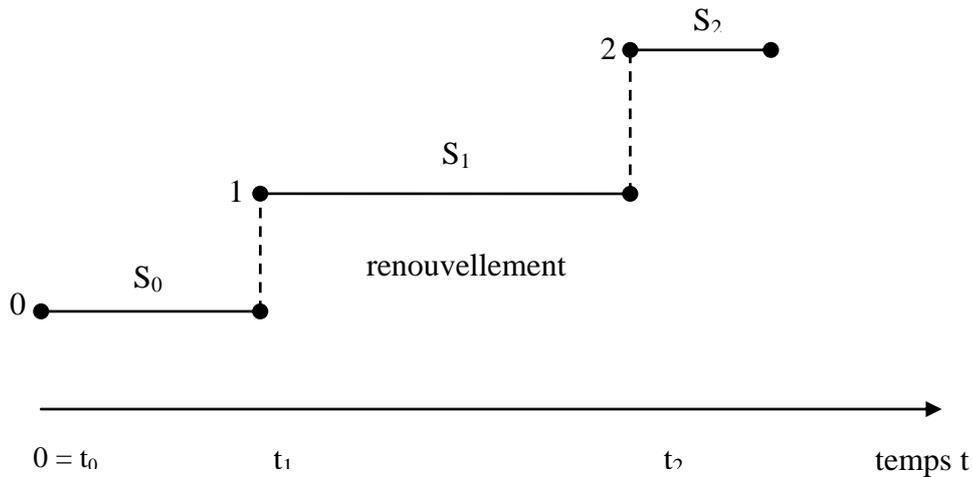


Figure 1.1 – *Processus de renouvellement.*

Le premier terme suppose qu'un seul événement s'est produit pendant l'intervalle de temps t . Le second terme prend en compte la possibilité qu'un nombre arbitraire d'évènements se produisent. Dans le cas où $\varphi_Y(t)$ suit une loi exponentielle (on parle alors aussi de processus de Poisson), la densité de renouvellement est constante. Avec $\varphi_Y(t) = \nu \exp(-\nu t)$, on trouve $n_Y(t) = \nu$. Ainsi dans le cas d'un processus de Poisson, la densité de renouvellement est une constante égale à l'inverse du temps moyen entre deux évènements. La Figure 1.1 suivante illustre cet aspect. D'après la théorie de renouvellement, pour un processus stationnaire la densité de renouvellement est constante quel que soit le temps t . Ceci se traduit par la relation

$$\frac{d}{dt}n_Y(t) = 0. \quad (1.29)$$

D'après la propriété de la transformation de Laplace (TL) d'une dérivée [7], cette quantité est équivalente à

$$s \tilde{n}_Y(s) - n_Y(0) = 0, \quad (1.30)$$

où $\tilde{n}_Y(s)$ est la TL de $n_Y(t)$ qui se transforme d'après la relation (1.28) en

$$\tilde{n}_Y(s) = \frac{\tilde{\varphi}_Y(s)}{1 - \tilde{\varphi}_Y(s)}. \quad (1.31)$$

En injectant la relation (1.31) dans (1.30) et en appliquant la TL inverse, on peut en tirer l'expression de la WTD $\varphi_Y(t)$

$$\varphi_Y(t) = \varphi_Y(0) \exp[-\varphi_Y(0)t], \quad (1.32)$$

où $\varphi_Y(0)$ est la valeur initiale indépendante du temps de la WTD mais qui dépend généralement de la variable stochastique Y . On la désigne dans la suite par ν_Y . Cette quantité exprime physiquement la fréquence des sauts des variables stochastiques Y . avec cette notation, la relation (1.32) devient

$$\varphi_Y(t) = \nu_Y \exp(-\nu_Y t). \quad (1.33)$$

Remarques

1. La quantité $\frac{d}{dt}Y(t)$ s'interprète physiquement comme l'intensité du processus. En particulier, cette intensité est nulle quand il s'agit d'un processus stationnaire.
2. La relation (1.32) représente la dynamique du processus qui suit dans ce cas une distribution de Poisson.
3. Dans le cas général, la dynamique d'un processus est régie par une WTD non poissonnienne. En d'autres termes, la stationnarité d'un processus due à une WTD poissonnienne représente un cas particulier.

1.3 Théorie de marche au hasard continue en temps et équation maitresse non markovienne

1.3.1 Marche au hasard

La marche au hasard est un modèle mathématique d'un système possédant une dynamique discrète composée d'une succession de pas aléatoires. A chaque instant, le futur du système dépend de son état présent, mais pas de son passé (le système perd la mémoire).

Ainsi, la marche aléatoire décrite en faisant un pas à gauche ou à droite chaque fois qu'on obtient pile ou face, respectivement, en lançant une pièce de monnaie un grand nombre de fois indépendamment dans les mêmes conditions, est une chaîne de Markov [2].

La définition la plus simple d'une marche aléatoire ou marche au hasard, est qu'elle est une suite d'un certain nombre de variables stochastiques [8]. On considère un ensemble de n

variables stochastiques Y_1, Y_2, \dots, Y_n . La terminologie "marche au hasard à n pas" sera par conséquent définie par la suite

$$Y = Y_1, Y_2, \dots, Y_n. \quad (1.34)$$

La théorie de la marche au hasard à temps continu, souvent appelée CTRW (Continuous Time Random Walks theory), a été introduite par Montroll et Weiss pour la physique de l'état solide [9]. En effet, un certain nombre de problèmes en physique du solide sont directement ou indirectement liés à divers aspects de la marche au hasard sur des réseaux. On peut citer par exemple le problème physique de la diffusion dans les réseaux réguliers ou désordonnés. La CTRW sera appliquée à la physique des plasmas pour l'étude et la modélisation des fluctuations à l'équilibre et hors équilibre thermodynamique.

Dans le problème qui nous intéresse, l'évolution d'un champ plasma fluctuant est modélisée par un processus stochastique $Y(t)$. En particulier, $Y(t)$ représente le microchamp électrique, aussi bien à l'équilibre que hors équilibre thermodynamique. Dans cette partie, on va établir l'équation cinétique intégrale pour la probabilité conditionnée dans le cas stationnaire.

1.3.2 Distribution des temps d'attente (WTD)

Nous utilisons la théorie du CTRW en nous inspirant de l'approche de Haus et Kehr [10]. Cette théorie a pour objectif de construire une équation d'évolution pour $P(Y, t)$ ou pour la probabilité conditionnée $P_t(Y, Y')$, appelée aussi équation Maitresse.

Le champ plasma Y est supposé être un processus stochastique qui effectue une marche au hasard dans le temps. Notre processus stochastique traité avec la théorie CTRW est un processus de renouvellement. Le champ plasma est initialement (à $t = 0$) égal à Y_1 et reste constant jusqu'au temps t_1 où il saute à Y_2 . Y_2 attend jusqu'au temps t_2 où il saute à Y_3 et ainsi de suite, le processus est alors renouvelé. La quantité clé est la densité de probabilité de transition stationnaire $\Psi_t(Y', Y)$ qui représente la densité de probabilité pour que la variable stochastique passe de la valeur Y à Y' durant le temps t et en un seul saut. Cette quantité est normalisée

$$\int dY \int_0^\infty dt \Psi_t(Y, Y') = 1. \quad (1.35)$$

La distribution du temps d'attente avant un saut $\varphi_Y(t)$ se déduit par la relation suivante

$$\int dY' \Psi_t(Y', Y) = \varphi_Y(t). \quad (1.36)$$

La distribution de temps d'attente $\varphi_Y(t)$ doit d'être positive, et quand elle est intégrée sur tous les temps, sa valeur doit être normalisée. Il est utile introduire la probabilité de ne pas faire un saut durant le temps t de séjour dans l'état décrit par le champ Y :

$$\Phi_Y(t) = 1 - \int_0^t dt' \varphi_Y(t')$$

$$= \int_t^\infty dt' \varphi_Y(t'). \quad (1.37)$$

Dans le domaine de Laplace la probabilité de séjour est :

$$\tilde{\Phi}(t) = [1 - \tilde{\varphi}(t)]/s$$

Dans le cas d'un processus de Poisson la probabilité de séjour est $\varphi(t) = \exp(-t/\tau)$. Le facteur $1/\tau$ est la densité de probabilité. On suppose ici que le premier moment de la WTD existe,

$$\bar{t} = \int_0^\infty dt' t' \varphi(t')$$

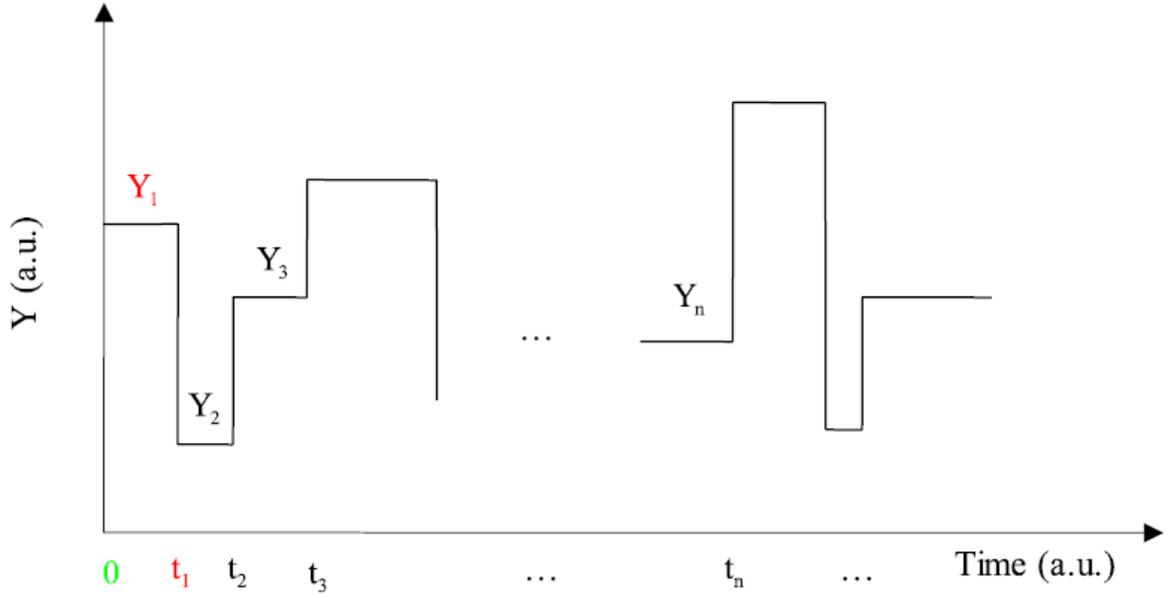


Figure 1.2 – Figure schématique de l'évolution d'un paramètre plasma modélisée par des paliers séparés par des sauts instantanés. Les points t_i dans l'axe des temps représentent les temps de saut du paramètre plasma. Les temps $\delta t_i = t_i - t_{i-1}$ sont appelés temps d'attente.

Le processus est décrit par la Figure 1.2. Dans la CTRW, le nombre de sauts n effectués par la variable stochastique dans un intervalle de temps $[0, t]$ est une variable aléatoire.

Autrement dit, le temps t est lui même une variable stochastique. C'est ce qui fait des processus stochastiques traités par la CTRW, des processus non-Markoviens en général. Dans la CTRW, les temps d'attente $\delta t_1, \delta t_2, \dots$ et les champs Y_1, Y_2, \dots sont des variables stochastiques mutuellement indépendantes et distribuées identiquement sauf pour le premier saut qui nécessite un traitement particulier, afin d'assurer la stationnarité du processus [11]. Le temps d'attente δt_1 et le premier champ Y_1 sont distribués respectivement suivant une WTD $h_Y(t)$ et une PDF $P(Y)$. Les temps d'attente $\delta t_2, \delta t_3, \dots$ ont une WTD commune désignée par $\varphi_Y(t)$. Les champs correspondants Y_1, Y_2, \dots sont distribués suivant une PDF commune $Q(Y)$. Une telle marche au hasard est souvent appelée CTRW découplée, puisque les longueurs des sauts sont statistiquement indépendantes des temps d'attente.

Dans la suite, cette technique va être appliquée pour une large classe de processus stochastiques, appelée processus kangourou (KP) [12, 13, 14] pour laquelle la PDF et la fonction d'autocorrélation sont choisies d'une manière arbitraire.

1.3.3 Equation cinétique intégrale pour la probabilité conditionnée dans un cas stationnaire

On rappelle qu'une équation cinétique décrit l'évolution spatiale et temporelle de la probabilité à une échelle plus grossière que l'échelle microscopique. En particulier, l'échelle temporelle caractéristique τ doit être plus grande que l'échelle de temps microscopique δt représentée ici par un intervalle entre deux temps successifs $\delta t = t_{i+1} - t_i$.

Partons maintenant du cas général d'un processus stationnaire, c'est-à-dire qu'on considère une WTD non poissonnienne. On peut écrire la probabilité de trouver Y au temps t à l'aide de l'expression de la probabilité conditionnée $P_t(Y, Y')$ dans le cas d'un processus stationnaire. Pour cela, on désigne par

$$\Psi_t^i(Y, Y'); i = 0, 1, 2, \dots \quad (1.38)$$

la densité de probabilité de transition de Y' à Y durant un temps t en un nombre i de sauts. Par suite, la densité de probabilité de transition de Y' à Y en une infinité de sauts vérifie la relation

$$\Psi_t(Y, Y') = \sum_0^{\infty} \Psi_t^i(Y, Y'). \quad (1.39)$$

On distingue, en particulier, la densité de probabilité de transition avant de faire un saut ($i = 0$) qui est un produit de fonctions de Dirac pour les champs et pour le temps

$$\Psi_t^0(Y, Y') = \delta(Y - Y')\delta(t). \quad (1.40)$$

En effet, si à l'origine des temps ($t = 0$) le champ initial Y' est égal au champ final Y , alors il est bien clair que l'intégrale de $\Psi_t^0(Y, Y')$ est égale à l'unité. D'autre part, la stationnarité du processus exige que la quantité (1.38) soit traitée différemment pour le premier saut que pour les sauts ultérieurs du champ plasma. La densité de probabilité de transition pour le premier saut ($i = 1$) avec une WTD particulière $h_{Y'}(t)$ s'écrit quant à elle

$$\Psi_t^1(Y, Y') = h_{Y'}(t)Q(Y). \quad (1.41)$$

Pour arriver au champ Y à l'instant t , étant à Y' à $t = 0$, en plusieurs sauts ($i \geq 2$), la densité de probabilité de transition vérifie la relation de récurrence

$$\Psi_t^{i+1}(Y, Y') = \int dY_1 \int_0^t dt' \Psi_{t-t'}(Y, Y_1) \Psi_{t-t'}^i(Y_1, Y'), \quad (1.42)$$

où

$$\Psi_{t-t'}(Y, Y_1) = \varphi_{Y_1}(t - t')Q(Y). \quad (1.43)$$

Ce processus est illustré par la Figure 1.3 ci-dessous. En utilisant les relations (1.40), (1.41) et (1.42), la densité de probabilité de transition en une infinité de sauts (1.39), de Y' à Y peut s'écrire

$$\Psi_t(Y, Y') = \delta(Y - Y')\delta t + h_{Y'}(t)Q(Y) + \sum_{i \geq 2} \int dY_1 \int_0^t dt' \Psi_{t-t'}(Y, Y_1) \Psi_{t'}^i(Y_1, Y'). \quad (1.44)$$

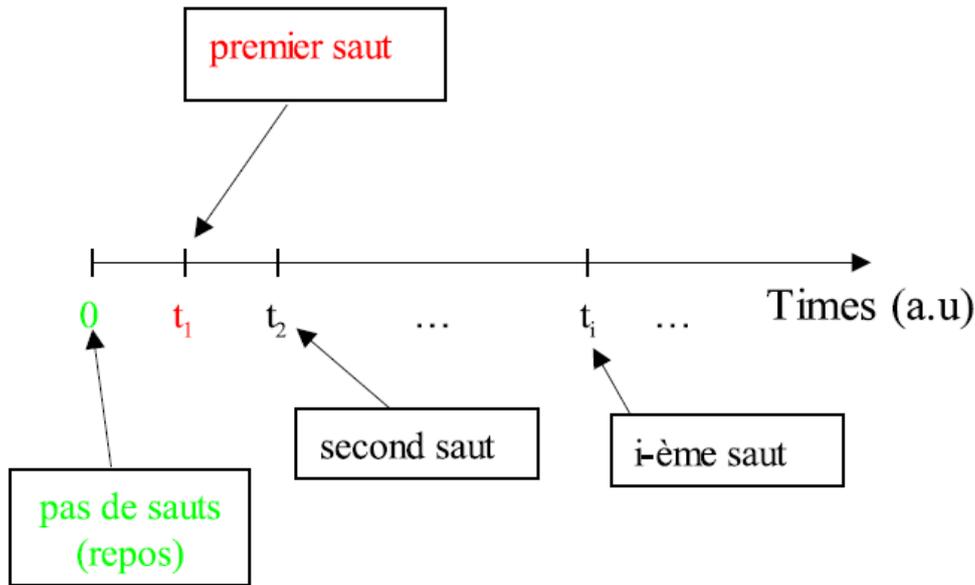


Figure 1.3 – On distingue trois cas différents : en vert, la variable stochastique est au repos; en rouge, le premier saut possède des caractéristiques statistiques particulières et en noir, les sauts effectués après le premier saut possèdent des caractéristiques statistiques communes.

La probabilité conditionnée totale $P_t(Y, Y')$ s'écrit alors :

$$P_t(Y, Y') = \int_0^t dt' \bar{\Phi}_Y(t - t') \Psi_{t'}^0(Y, Y') + \int_0^t dt' \Phi_Y(t - t') \Psi_{t'}(Y, Y'), \quad (1.45)$$

où $\bar{\Phi}_Y(t - t')$ est la probabilité de ne pas faire un saut avant le premier saut. La transformée de Laplace de la probabilité conditionnée donne :

$$\tilde{P}_s(Y, Y') = \tilde{\Phi}_Y(s) \delta(Y - y') + \tilde{\Phi}_Y(s) \tilde{h}_{Y'}(s) Q(Y) \frac{1}{1 - \int dY \tilde{\varphi}_Y(s) Q(Y)}. \quad (1.46)$$

La transformée de Laplace de la probabilité d'avoir le champ Y au temps t , s'écrit dans ces conditions

$$\tilde{P}(Y, s) = \tilde{\Phi}_Y(s) P(Y, 0) + \frac{\tilde{\Phi}_Y(s) Q(Y)}{1 - \int dY \tilde{\varphi}_Y(s)} \int dY' \tilde{h}_{Y'}(s) P(Y', 0). \quad (1.47)$$

1.3.4 Hypothèse Kangourou

L'équation maitresse que nous venons d'obtenir dépend de deux fonctions de distribution $\Psi_t(Y, Y')$ et $\bar{\Psi}_t(Y, Y')$ qui doivent être spécifiées. Nous nous intéressons maintenant à une simplification de cette équation obtenue lorsque l'on factorise les deux densités de probabilité de transition comme suit

$$\Psi_t(Y, Y') = q(Y)\varphi_{Y'}(t),$$

$$\bar{\Psi}_t(Y, Y') = q(Y)\bar{\varphi}_{Y'}(t). \quad (1.48)$$

Les deux distributions du temps d'attente sont supposées connues et $q(Y)$ désigne la densité de probabilité d'obtenir la valeur Y juste après un saut. Cette dernière quantité, pour l'instant inconnue, sera déterminée ultérieurement en fonction des distributions du temps d'attente choisies. Cette factorisation conduit à supposer qu'après un temps d'attente qui ne dépend que de l'état initial Y' , la transition vers la valeur Y s'effectue instantanément avec une loi de probabilité qui ne dépend que de l'état final Y (Figure 1.3). Cette approximation sera appelée dans la suite hypothèse Kangourou, en référence au processus Kangourou défini notamment par Van Kampen. En utilisant cette factorisation, l'opérateur de mémoire se factorise également

$$\tilde{W}_s(Y, Y') = q(Y) \frac{\tilde{\varphi}_{Y'}(s)}{\Phi_{Y'}(s)}, \quad (1.49)$$

soit encore

$$\tilde{W}_s(Y, Y') = sq(Y)\tilde{n}_{Y'}(s), \quad (1.50)$$

où l'on a fait apparaître en $\tilde{n}_{Y'}(s)$, la TL de la densité de renouvellement $n_{Y'}(s)$, généralisation de la densité introduite précédemment (voir 1.28). Elle est associée ici à la loi $\varphi_{Y'}(t)$

$$n_{Y'}(t) = \varphi_{Y'}(t) + \int_0^t d\tau \varphi_{Y'}(t - \tau) n_{Y'}(\tau). \quad (1.51)$$

Il faut noter que dans le cas d'une distribution du temps d'attente exponentielle $\varphi_{Y'}(t) = \nu_{Y'} \exp(-\nu_{Y'} t)$, la densité de renouvellement étant indépendante du temps, on retrouve un taux de transition factorisé indépendant du temps

$$W(Y, Y') = q(Y)\nu_{Y'}. \quad (1.52)$$

L'équation maitresse correspondante est locale en temps puisque l'on vérifie

$$W_t(Y, Y') = W(Y, Y')\delta t. \quad (1.53)$$

Le processus stochastique dont le taux de transition se factorise de cette façon, est appelé par Van Kampen [15], processus Kangourou.

1.3.5 Stationnarité du Processus Stochastique

Définition

Processus stationnaire

Les processus stationnaires forment une famille très importante de processus issus de l'observation de phénomènes naturels dont l'évolution est indépendante des instants d'observation. Un processus stochastique $\{Y(t), t \in \mathfrak{R}\}$ est dit stationnaire pour tout $n = 1, 2, \dots$ et tout t_1, t_2, \dots, t_n dans \mathfrak{R} et $\tau > 0$ si :

$$P_n(Y_1, t_1; Y_2, t_2; \dots; Y_n, t_n) = P_n(Y_1, t_1 + \tau; Y_2, t_2 + \tau; \dots; Y_n, t_n + \tau). \quad (1.54)$$

Physiquement, la stationnarité signifie que le processus est probabilistiquement à l'équilibre, et que les instants où on observe le processus n'ont aucune importance [3].

Processus de Poisson

De nombreux phénomènes aléatoires se manifestent par des arrivées survenant une par une à des instants aléatoires successifs.

Le processus de Poisson décrit le comportement du nombre d'évènements se produisant dans un laps de temps fixé, si ces évènements se produisent avec une fréquence moyenne connue et indépendamment du temps écoulé depuis l'évènement précédent [16].

La suite des temps d'émission de photons d'un élément radioactif sont des suites de temps aléatoires qui ont les mêmes propriétés probabilistes : les temps d'interarrivée sont des variables aléatoires indépendantes de même loi exponentielle. On donne à ce modèle, rencontré fréquemment en pratique, le nom de processus de Poisson, car la loi de Poisson joue un rôle important dans les caractéristiques de ce processus.

La loi exponentielle est l'ingrédient de base pour modéliser des temps d'attente d'évènements imprévisibles. Elle est donnée par la relation

$$\varphi_Y(t) = \varphi(t) = \nu \exp(-\nu t). \quad (1.55)$$

Une variable aléatoire de loi exponentielle représente une durée, typiquement le temps d'attente d'un évènement ou une durée de vie. La propriété des lois exponentielles est d'être sans mémoire [4].

Vérification de la stationnarité du processus de Poisson

La WTD est indépendante du champ plasma Y ($\phi_Y(t) = \phi(t)$). Cette quantité est une fonction exponentielle donnée par la relation

$$\varphi(t) = \nu \exp(-\nu t). \quad (1.56)$$

La TL de $\varphi(t)$ donne

$$\tilde{\varphi}(s) = \frac{\nu}{s + \nu}, \quad (1.57)$$

d'où la TL de la densité de renouvellement $n(t)$

$$\tilde{n}(s) = \frac{\nu}{s}, \quad (1.58)$$

où ν désigne ici la fréquence des sauts du champ plasma. On peut facilement remarquer que la densité de renouvellement est constante pour ce type de processus et vaut, par transformée de Laplace inverse de (1.58)

$$n(t) = \nu, \quad (1.59)$$

d'où la stationnarité du processus.

Stationnarité du processus dans un cas général

Pour conserver la stationnarité du processus pour des WTD non poissonniennes, il faut modifier cette dernière pour la condition initiale en remplaçant $\varphi_Y(t)$ par $h_Y(t)$. En effet, pour un tel processus le premier saut à partir d'un temps aléatoire d'observation possède une densité $h_Y(t)$ qui diffère de la densité $\varphi_Y(t)$ qui décrit les intervalles de temps entre tous les sauts ultérieurs. En d'autres termes, le premier saut est un saut singulier dans la chaîne des sauts du champ Y . Ceci est dû au fait que le temps initial ne coïncide pas en général avec un temps de saut. Dans ce cas, la densité de renouvellement s'écrit :

$$n_Y(t) = h_Y(t) + \int_0^t dt' \varphi_Y(t - t') n_Y(t'), \quad (1.60)$$

où $h_Y(t)$ est la WTD pour le premier saut. On obtient par TL

$$\tilde{n}_Y(s) = \frac{\tilde{h}_Y(s)}{1 + \tilde{\varphi}_Y(s)} = \frac{\nu_Y}{s}. \quad (1.61)$$

On tire de cette expression :

$$\tilde{h}_Y(s) = \nu_Y(1 - \tilde{\varphi}_Y(s)). \quad (1.62)$$

D'où, par TL inverse, on obtient

$$\begin{aligned} h_Y(t) &= \nu_Y \left(1 - \int_0^t \varphi_Y(t') dt' \right) \\ &= \nu_Y \int_t^{+\infty} \varphi_Y(t') dt' \end{aligned}$$

$$= \nu_Y \Phi_Y(t). \quad (1.63)$$

Signification statistique de ν_Y

Cherchons maintenant, la signification statistique de la quantité ν_Y . Au préalable, nous allons supposer que le moment d'ordre 1 de la variable stochastique temps t existe :

$$\langle t \rangle_Y = \int_0^\infty dt t \varphi_Y(t). \quad (1.64)$$

De cette façon, on construit une WTD pour le premier saut, notée $h_Y(t)$, de sorte qu'un taux d'occurrence uniforme pour les sauts soit assuré à un moment aléatoire. On peut introduire une expression équivalente [11], mais plus informative, pour la densité du premier saut $h_Y(t)$. Cette expression dépend de la densité conditionnée des temps d'attente, une quantité non considérée ou évaluée dans [17]. Cette expression est définie par

$$\varphi_Y(t \setminus t') = \frac{\varphi_Y(t + t')}{\Phi_Y(t')}, \quad (1.65)$$

qui est la densité conditionnée d'effectuer un saut au temps t sachant qu'un temps τ est déjà écoulé depuis le dernier saut. Ainsi, $\varphi_Y(t) = \varphi_Y(t \setminus 0)$. Pour obtenir $h_Y(t)$ on doit moyennner $\varphi_Y(t \setminus 0)$ sur la densité $\Phi_Y(t')$ des temps de vie t'

$$h_Y(t) = \frac{\int_0^\infty \varphi_Y(t \setminus t') \Phi_Y(t') dt'}{\int_0^\infty \Phi_Y(t') dt'}. \quad (1.66)$$

Cette expression utile pour $h_Y(t)$ est équivalente à celle présentée par Feller [17]

$$h_Y(t) = \frac{1 - \int_0^t \varphi_Y(t') dt'}{\langle t \rangle_Y}, \quad (1.67)$$

d'où

$$\langle t \rangle_Y \equiv \int_0^\infty t \varphi_Y(t) dt = \int_0^\infty \Phi_Y(t) dt. \quad (1.68)$$

Par ailleurs, une WTD pour le premier saut dans un processus stationnaire est obtenue en moyennant la WTD $\varphi_Y(t)$ sur toutes les différences de temps t' entre l'origine des temps et le dernier saut

$$h_Y(t) = \frac{\int_0^\infty dt' \varphi_Y(t + t')}{\int_0^\infty dt \int_0^\infty dt' \varphi_Y(t + t')}, \quad (1.69)$$

où le dénominateur est nécessaire pour la normalisation. Une expression équivalente s'écrit

$$h_Y(t) = \frac{\Phi_Y(t)}{\langle t \rangle_Y}. \quad (1.70)$$

On peut remarquer que pour un processus de Poisson ($\Phi_Y(t) = \exp(-\nu_Y t)$), qui est toujours stationnaire, $h_Y(t) = \varphi_Y(t)$. Cependant dans le cas général ces deux quantités sont différentes. En comparant cette expression et celle dérivant des opérations de la TL sur l'équation de renouvellement, on trouve

$$\nu_Y = \frac{1}{\langle t \rangle_Y}. \quad (1.71)$$

On peut dire dans ce cas que pour un processus de Poisson, la fréquence des sauts est égale à l'inverse du temps moyen entre deux sauts. Dérivant cette quantité par rapport au temps, on obtient

$$\begin{aligned} \dot{h}_Y(t) &= \frac{1}{\langle t \rangle_Y} \dot{\Phi}_Y(t) \\ &= \frac{-1}{\langle t \rangle_Y} \varphi_Y(t). \end{aligned} \quad (1.72)$$

De cette relation on peut tirer la condition de stationnarité du processus pour la distribution des temps d'attente

$$\varphi_Y(t) = -\frac{\dot{h}_Y(t)}{\nu_Y}. \quad (1.73)$$

Condition de stationnarité sur la PDF des champs

La condition de stationnarité sur la PDF des champs est vérifiée quand la dérivée de la probabilité de trouver la valeur de Y au temps t devient nulle

$$\frac{dP(Y, t)}{dt} = 0. \quad (1.74)$$

Ceci est équivalent à dire que la transformée de Laplace de cette quantité s'annule aussi

$$s P(Y, s) - P(Y, 0) = 0, \quad (1.75)$$

ce qui donne

$$0 = -\tilde{h}_Y(s)P(Y, 0) + (1 - \tilde{\varphi}_Y(s))Q(Y) \frac{\int dY' \tilde{h}_Y(s) P(Y', 0)}{1 - \int dY Q(Y) \tilde{\varphi}_Y(s)}. \quad (1.76)$$

D'où une expression liant $Q(Y)$ à $P(Y', 0)$ donnée par la relation

$$Q(Y) = \left[\frac{1 - \int dY' \tilde{\varphi}_Y(s) Q(Y')}{1 - \tilde{\varphi}_Y(s)} \right] \frac{\tilde{h}_Y P(Y, 0)}{\int dY' \tilde{h}_Y(s) P(Y', 0)}. \quad (1.77)$$

En conclusion, on a établi une condition (1.73) sur la WTD et une condition (1.77) sur la PDF des champs assurant la stationnarité du processus.

Cas particulier de CTRW séparable

Les conditions de stationnarité du processus ont été établies pour un cas général de CTRW non séparable. En effet, dans le cas d'une CTRW séparable, l'expression de la condition de stationnarité du processus devient

$$\varphi(t) = -\frac{\dot{h}(t)}{\nu} \quad (1.78)$$

et

$$Q(Y) = \frac{\tilde{h}(s) P(Y, 0)}{\langle \tilde{h}(s) \rangle}. \quad (1.79)$$

où $\langle \tilde{h}(s) \rangle = \int dY \tilde{h}(s) P(Y, 0)$ est une moyenne statistique prise suivant $P(Y)$.

1.4 Fonction d'autocorrélation

A partir de la probabilité conditionnée $P_t(Y, Y')$, on peut calculer la fonction d'autocorrélation $\langle Y(t)Y(t') \rangle$ qui s'écrit

$$\begin{aligned} C(t) &\equiv \langle Y(t)Y(t') \rangle \\ &= \int dY dY' Y Y' P_t(Y, t') P(t'). \end{aligned} \quad (1.80)$$

L'avantage de l'hypothèse Kangourou est de conduire à une expression analytique simple pour la transformée de Laplace de la probabilité conditionnée. Elle est donnée par l'expression ci-dessous :

$$\tilde{P}_s(Y, Y') = \tilde{\Phi}_Y(s) \delta(Y - Y') + \bar{\Phi}_Y(s) q(Y) \tilde{\Phi}_{Y'}(s) [I - M(s)]^{-1}, \quad (1.81)$$

avec

$$M(s) = \int dY \tilde{\varphi}_Y(s) q(Y). \quad (1.82)$$

La transformée de Laplace de la fonction d'autocorrélation s'en déduit. On obtient

$$\begin{aligned} \tilde{C}(s) &= \int dY Y^2 \tilde{\Phi}_Y(s) P(Y) \\ &+ \left[\int dY Y \frac{\tilde{\Phi}_Y(s)}{\langle \Delta t \rangle_Y} P(Y) \right]^2 / \left[\frac{\int dY (1 - \tilde{\varphi}_Y(s)) P(Y)}{\langle \Delta t \rangle_Y} \right]. \end{aligned} \quad (1.83)$$

Le comportement asymptotique de $C(t)$ pour $\frac{t}{\langle \Delta t \rangle_Y} \gg 1$, est donné par l'expression

$$C(t) - \langle Y \rangle^2 = \int dY Y^2 P(Y) \bar{\Phi}_Y(s), \quad (1.84)$$

avec $\langle Y \rangle = \int dY Y P(Y)$. On remarque que le comportement asymptotique de $C(t)$ se déduit du comportement de $\bar{\Phi}_Y(s)$, c'est-à-dire de la distribution du temps d'attente du premier saut.

1.5 Conclusion

Le premier chapitre a permis de poser les bases d'un modèle stochastique stationnaire qui permet de représenter l'évolution temporelle d'une variable stochastique comme une fonction variant par paliers, dont la durée suit une loi de distribution de temps d'attente. Nous avons d'abord rappelé les quantités définies pour caractériser les processus stochastiques, avec en particulier la notion de densité de probabilité. Les processus de Markov ont été introduits, ainsi que leur lien avec une équation maitresse. Nous utilisons dans la suite un processus de renouvellement dont le principe a été expliqué. Il a été utile de définir la marche au hasard continue en temps car celle-ci permet de donner un cadre formel au concept de stationnarité du processus stochastique. Nous avons établi et discuté les relations à satisfaire pour assurer la stationnarité des processus stochastique dans les processus avec ou sans mémoire. Dans les chapitres suivants, nous utilisons aussi le processus Kangourou qui permet de calculer les profils de raie en utilisant une distribution des temps d'attente de Poisson, et de faire le lien avec la fonction de corrélation de la variable stochastique. Ces notions ont donc aussi été rappelées car elles vont être utilisées pour modéliser l'effet des fluctuations du champ électrique sur les profils de raie à l'équilibre, et en dehors de l'équilibre thermodynamique.

" Research on line broadening is inspired by a vision "

Henry Margenau

2 PROFIL STARK DES RAIES SPECTRALES

2.1 Introduction

Dans les plasmas, la formation des raies dans sa forme la plus sophistiquée peut fournir des renseignements sur l'état d'ionisation, les densités, les températures, etc. La mesure des profils de raies spectrales a été un sujet d'un intérêt constant [18].

Le problème de l'élargissement des raies est celui de l'interaction simultanée entre le bain de perturbateurs, l'émetteur (atome, ion ou molécule) et le rayonnement [18].

L'émetteur de rayonnement est soumis à des interactions multiples avec toutes les particules chargées, électrons et ions du plasma. La gamme des densités électronique et ioniques d'intérêt en spectroscopie des plasmas s'étend des densités voisines de celles du solide dans le cas d'un plasma de confinement inertiel (10^{24} cm^{-3}), à celles très basses des décharges basses pressions (10^{10} à 10^{12} cm^{-3}) ou de la chromosphère solaire, en passant par les densités dites faibles des plasmas de confinement magnétique ($10^{12} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$).

Dans le plasma, la perturbation majeure des émetteurs de rayonnement est généralement introduite par le microchamp électrique créé par les nombreuses particules chargées se déplaçant autour de l'émetteur.

L'effet Stark, qui sera la principale cause de l'élargissement des raies étudiée dans ce travail, est un outil important pour les diagnostics des plasmas de laboratoire, des plasmas d'astrophysique, ou des plasmas de fusion thermonucléaire. Une connaissance détaillée des formes de raies permet souvent de mesurer avec précision la densité et la température du plasma.

2.2 Mécanismes d'élargissement des raies spectrales

Les raies spectrales mesurées par spectroscopie d'émission ne sont pas monochromatiques. Chaque raie possède un profil caractéristique qui donne la répartition de son intensité autour de la fréquence centrale de la transition considérée.

On distingue quatre types d'élargissement.

2.2.1 Elargissement expérimental

Cet élargissement expérimental est appelé fonction d'appareil du spectromètre. Son profil peut être déterminé en utilisant une source lumineuse produisant des raies de très faibles largeurs spectrales. Si on compare un modèle théorique à un profil expérimental affecté par un élargissement expérimental, il faut faire un produit de convolution du modèle théorique avec la fonction d'appareil.

2.2.2 Elargissement naturel

Le temps de vie d'un atome dans un état excité étant limité, on a d'après la relation de Heisenberg que les niveaux de transition sont de largeur finie :

$$\Delta E \cdot \Delta \tau \geq \frac{h}{2\pi}, \quad (2.1)$$

où $\Delta \tau$ est la durée de vie de l'état excité.

Il existe une incertitude sur la valeur de la fréquence ν_{ij} de la transition entre deux niveaux d'énergie E_i et E_j . Il en résulte une dispersion des fréquences d'émission autour de la fréquence centrale ν_{ij} de la transition, c'est-à-dire un élargissement de la raie d'émission de la désexcitation considérée. Ce type d'élargissement donne lieu à un profil de raie de forme lorentzienne et est en général faible devant tous les autres.

2.2.3 Elargissement Doppler

Cet élargissement résulte du mouvement d'agitation thermique des particules émettrices dans le plasma.

L'effet Doppler est en général le mécanisme dominant à basse densité, et dans tous les cas pour des températures élevées.

L'intensité de la raie à une fréquence donnée est :

$$\frac{I(\Delta\omega)}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Delta\omega_D} \exp - \left(\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_D} \right)^2, \quad (2.2)$$

où I_0 est l'intensité totale de la raie, ω_0 est la fréquence centrale de celle-ci, et où :

$$\Delta\omega_D = \omega_0 \frac{v_0}{c} \text{ et } v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad (2.3)$$

$\Delta\omega_D$ est la largeur Doppler, v_0 la vitesse atomique moyenne, T la température, m la masse des atomes considérés, k la constante de Boltzmann, c étant la vitesse de la lumière.

A l'équilibre thermodynamique, les raies spectrales d'émission sont élargies par effet Doppler suivant un profil gaussien, dont la largeur à mi-hauteur est proportionnelle à la racine carrée de la température cinétique. Si l'élargissement Doppler est l'élargissement physique

prédominant dans le plasma, il sera possible de calculer la valeur de la température cinétique de l'émetteur.

2.2.4 Elargissement par les collisions (ou élargissement de pression)

Cet élargissement est dû aux interactions entre l'atome émetteur et les particules qui l'entourent. Si ces particules sont neutres, l'élargissement sera dû aux forces de Van der Waals (C'est une force d'interaction électrique de faible intensité entre atomes, molécules). Si ces particules sont chargées, il sera dû aux champs coulombiens (effet Stark). Dans ce travail, on étudiera principalement l'élargissement Stark.

2.3 Elargissement Stark

Dans un plasma les ions et les électrons produisent un champ électrique qui perturbe la particule émettrice en provoquant un élargissement de ses niveaux d'énergie.

L'effet Stark dépend peu de la température électronique, mais varie fortement avec la densité électronique pour des émetteurs d'hydrogène. L'effet Stark des raies spectrales est généralement considéré si la densité électronique est suffisamment élevée pour devenir le mécanisme d'élargissement dominant [19]. A partir d'une simple comparaison d'un modèle avec une expérience réalisée dans des conditions identiques de température, il est donc possible de déduire de cet élargissement la densité d'électrons dans le plasma. Cette méthode est d'autant plus intéressante qu'elle ne nécessite aucune hypothèse d'équilibre, et peut donc permettre de contrôler son existence éventuelle. Le calcul de l'élargissement Stark des différentes espèces atomiques non-hydrogénoïdes est très complexe [20]. Il est donc parfois difficile d'établir des comparaisons entre les résultats expérimentaux et théoriques.

La statistique des interactions doit être analysée sur une échelle de temps τ_i correspondant au processus étudié. Nous prendrons pour ce temps d'intérêt qui caractérise l'amortissement dû aux interactions entre l'émetteur et les perturbateurs $\tau_i = (\Delta\omega)^{-1}$, ou $\Delta\omega$ est la demi-largeur de la raie.

2.3.1 Fonction d'autocorrélation du dipôle et profil de raies Stark

Le profil de la raie d'émission se calcule à partir de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $C(t)$ du moment dipolaire $\vec{D}(t)$ [18]

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \left(\int_0^{\infty} \exp(i\omega t) C(t) dt \right). \quad (2.4)$$

La fonction d'autocorrélation $C(t)$ de l'opérateur du moment dipolaire $\vec{D}(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$C(t) = \text{Tr} \langle \rho U^+(t) \vec{D} U(t) \vec{D} \rangle, \quad (2.5)$$

où la trace Tr est calculée sur les états atomiques, ρ est la matrice densité atomique proportionnelle à $\exp\left(\frac{-H}{k_B T}\right)$, U^+ est le complexe conjugué de l'opérateur d'évolution U de l'émetteur et les crochets $\langle \dots \rangle$ désignent une moyenne sur tous les perturbateurs chargés. Le problème, par conséquent, se réduit (i) à trouver l'expression de l'évolution temporelle du moment dipolaire et (ii) au calcul de la moyenne statistique de sa fonction d'autocorrélation sur l'ensemble des particules du plasma [21].

\vec{D} est l'opérateur du moment dipolaire contenant l'ensemble des caractéristiques de la transition considérée.

Pour beaucoup de conditions de plasma, le temps de collision électronique τ_c (défini pour les électrons comme leur distance interparticulaire moyenne r_0 sur leur vitesse thermique v_e) :

$$\tau_c = \frac{r_0}{v_e}, \quad (2.6)$$

est beaucoup plus petit que le temps d'intérêt τ_i .

Le potentiel d'interaction émetteur-perturbateur dépend des variables temporelles des champs électriques créés par les électrons et par les ions. Pour les perturbateurs ioniques, le temps de collision ne sera en général pas petit devant le temps d'intérêt, et il faudra alors utiliser un modèle différent que celui utilisé pour les électrons.

Pour calculer la fonction d'autocorrélation, et en déduire le profil Stark de la raie, il faut ensuite résoudre l'équation de Schrödinger.

2.3.2 Equation d'évolution atomique : l'équation de Schrödinger

L'obtention d'un profil Stark précis exige la résolution de l'équation de Schrödinger qui régit l'évolution de l'émetteur atomique :

$$i\hbar \frac{dU(t)}{dt} = HU(t) = (H_0 + V(t))U(t), \quad (2.7)$$

où $U(t)$ est l'opérateur d'évolution du système satisfaisant l'équation de Schrödinger dépendante du temps, H_0 est l'hamiltonien atomique non perturbé et $V(t) = -\vec{D} \cdot \vec{E}(t)$ est le potentiel d'interaction dipolaire.

La solution recherchée pour l'opérateur d'évolution $U(t)$ de l'émetteur, doit être moyennée sur les effets de tous les perturbateurs ioniques et électroniques.

L'hamiltonien du système s'écrit :

$$H = H_0 + V(t), \quad (2.8)$$

où : H_0 est l'hamiltonien de l'émetteur non perturbé.

2.3.3 Potentiel d'interaction $V(t)$

Dans les conditions de l'approximation dipolaire, on obtient les différents éléments du potentiel $V(t) = -\vec{D} \cdot \vec{E}(t)$ à partir des composantes de l'opérateur moment dipolaire de l'atome, exprimées dans la base des états propres $|nlm\rangle$ de l'hydrogène sans structure fine, et des composantes du champ électrique perturbateur.

Pour un électron dans l'atome d'hydrogène, les composantes de l'opérateur position exprimées dans la base sphérique telles que $r_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(x \pm iy)$ et $r_0 = z$, on a, en unités atomiques, les éléments de matrice de \vec{D}_{-1} , \vec{D}_{+1} et \vec{D}_0 . Les termes non nuls sont donnés par :

$$z_{nlm}^{n'l+1 m} = \sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+3)(2l+1)}} R_{nl}^{n'l+1} \quad (2.9)$$

$$z_{nlm}^{n'l-1 m} = \sqrt{\frac{l^2 - m^2}{(2l+1)(2l-1)}} R_{nl}^{n'l-1}, \quad (2.10)$$

Avec

$$R_{nl-1}^{n'l} = R_{nl}^{n'l-1} = -\frac{3}{2} n \sqrt{n^2 - l^2}, \quad (2.11)$$

Puis

$$(x + iy)_{nlm}^{n'l+1 m+1} = \sqrt{\frac{(l+m+2)(l+m+1)}{(2l+3)(2l+1)}} \quad (2.12)$$

$$(x + iy)_{nlm}^{n'l-1 m+1} = \sqrt{\frac{(l-m)(l-m-1)}{(2l+1)(2l-1)}} R_{nl}^{n'l-1}. \quad (2.13)$$

Dans les coordonnées cartésiennes, le potentiel s'écrit :

$$V(t) = -\vec{D} \cdot \vec{E}(t) = -[D_x \cdot E_x + D_y \cdot E_y + D_z \cdot E_z]. \quad (2.14)$$

Le champ électrique étant décomposé selon la base sphérique en E_z , et $E_{\pm} = \mp (E_x \pm iE_y)/\sqrt{2}$.

Les composantes standard du dipôle s'écrivent :

$$\begin{cases} D_0 = D_z \\ D_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(D_x + iD_y) \\ D_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(D_x - iD_y) \end{cases}$$

Le potentiel $V(t)$ devient avec ces composantes standard :

$$V(t) = -D_0 E_0 + D_1 E_{-1} + D_{-1} E_1. \quad (2.15)$$

2.3.4 Approximation d'impact et quasistatique

L'approximation quasistatique

Frisch et Brissaud ont proposé un argument heuristique qui sous-tend l'approximation quasistatique, c'est que pour des temps d'intérêt beaucoup plus longs que le temps de collision, les mouvements des particules chargées peuvent être négligés de sorte que l'on peut écrire [12] :

$$\int_0^t \vec{E}(t') dt' = t \vec{E}(0). \quad (2.16)$$

Les fluctuations des champs électriques créés par les électrons et par les ions autour de l'émetteur, sont extrêmement différentes à cause de la différence de mobilité de ces particules. En effet, les ions qui ont des vitesses faibles vont créer un champ lentement variable alors que les électrons vont créer un champ très rapidement variable par rapport à la durée de la transition. C'est pour cela que H. R. Griem propose de traiter ces deux phénomènes avec deux modèles correspondant à deux cas asymptotiques de la théorie des élargissements de pression : l'approximation d'impact et l'approximation quasi-statique [20].

En réalité, le champ électrique des particules très proches d'un atome émettant subit des changements rapides (d'où la fluctuation du champ électrique). Suivant la valeur du temps d'intérêt la condition de validité de l'approximation quasistatique, $\tau_c \gg \tau_i$ n'est par conséquent pas toujours assurée.

L'approximation d'impact

Le cas des perturbations liées aux collisions de l'atome ou ion émetteur avec les électrons est traité dans le cadre de la théorie d'impact, appelée aussi théorie des collisions individuelles. Cette théorie suppose que la durée de la collision émetteur-perturbateur est extrêmement courte par rapport à la durée de la vie de l'émetteur. Dans ce cas, de nombreuses collisions auront eu lieu pendant la désexcitation de l'émetteur, c'est-à-dire qu'on pourra faire une statistique sur ces collisions (responsables de l'élargissement des niveaux de départ et d'arrivée de la transition).

La limite impact s'obtient dans le centre de la raie lorsque

$$\tau_c \ll \tau_i \quad (2.17)$$

L'argument qui justifie l'approximation d'impact est que, pour les grandes valeurs de t , l'intégrale

$$\int_0^t \vec{E}(t') dt'. \quad (2.18)$$

est une somme d'un grand nombre de contributions indépendantes issues des interactions individuelles, dont chacune a un temps de corrélation fini.

Les théories d'impact et quasi-statique sont des approximations asymptotiques. Elles ne sont en général valables que soit au centre de la raie (impact), soit dans les ailes (quasi-statique).

Calcul ab-initio et autres modélisations

Le calcul ab-initio fourni par une simulation du microchamp couplée à une intégration numérique de l'équation de Schrödinger, a été proposé pour fournir des résultats fiables et reproductibles. De telles simulations considèrent un grand nombre de particules se déplaçant dans une cellule sphérique ou cubique avec différentes conditions aux limites. Des trajectoires en ligne droite pour les perturbateurs chargés peuvent être utilisés dans les plasmas faiblement couplés (Stamm et Voslamber, 1979 [22]; Stamm et al., 1984 [23]; Rosato et al., 2009 [24]), mais aussi les trajectoires des particules dans une interaction Coulombienne avec des techniques de dynamique moléculaire (Stamm et al., 1986 [25], Calisti et al., 2009 [26]), si le plasma est corrélé. Une revue des calculs ab-initio a été réalisée lors d'ateliers spécialisés « Spectral Line Shapes in Plasmas » organisés depuis quelques années. Diverses méthodes de simulation et modélisation ont été présentées et discutées [27]. D'autres approches de modélisation existent qui peuvent être des méthodes hybrides entre un processus stochastique, la simulation numérique ou la théorie cinétique. Dans l'équipe Diagnostic dans les Gaz et Plasmas (DGP) à Marseille, un modèle de fluctuation de fréquence (MFF) a été développé qui associe un processus stochastique markovien à une équation cinétique pour retenir l'effet de dynamique des ions [28]. Dans cette thèse nous avons travaillé sur les fondements des processus stochastiques, avec le projet d'améliorer la dynamique du processus et de l'appliquer à des conditions de plasmas soumis à de la turbulence forte. Dans le cas de la turbulence forte de Langmuir étudiée dans le chapitre 4, nous étudierons ce phénomène pour des conditions proches de celles rencontrées dans les plasmas du bord des machines de fusion de type tokamak. Ces conditions sont attendues dans la machine ITER actuellement en construction à Cadarache. L'équipe DGP prépare des diagnostics de la turbulence à partir des propriétés radiatives du plasma. Nous pensons que la turbulence forte de Langmuir peut affecter le plasma lors des disruptions du plasma, un phénomène qui intervient quand un faisceau d'électrons énergétiques se découple du plasma.

2.4 Processus stochastique pour la spectroscopie

2.4.1 La méthode du Microchamp modèle (MMM)

Ce modèle a été développé par Brissaud et Frisch (1971) [12, 13]. La motivation principale de la méthode de microchamp modèle réside dans le désir de trouver des solutions exactes de l'équation de Schrödinger sans l'aide de simplifications et d'approximations. Cette approche consiste à calculer un modèle de microchamp à partir des propriétés statistiques des fluctuations temporelles du microchamp exact. Le calcul de ce modèle est réalisé à l'aide d'un processus stochastique de Kangourou. Ce modèle statistique consiste à supposer le microchamp constant sur chaque intervalle de temps considéré, et à sauter d'une valeur à une autre à chaque intervalle de temps. Les deux points clés de ce calcul sont donc le calcul des fonctions de distribution des microchamps, et le calcul de la fréquence de changement de la valeur des microchamps. Les fonctions de distributions statiques utilisées pour les microchamps électroniques et ioniques sont issues des travaux de Hooper (1968) [29]. La fréquence de changement de ces fonctions de distribution est calculée à partir des fonctions de corrélation du microchamp électronique et ionique.

La théorie du microchamp modèle est une théorie unifiée traitant en même temps les perturbations liées aux électrons et aux ions. Elle propose une approche alternative aux théories basées sur les collisions binaires, beaucoup plus complexes à mettre en œuvre. Stehlé et Hutchéon (1999) [30] ont publié des tables de profils des raies de l'hydrogène calculés avec la théorie du microchamp modèle en fonction de la densité électronique et de la température.

La fonction d'autocorrélation (covariance) du microchamp électrique réel du plasma $\langle \vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0) \rangle$ est proportionnelle à $1/t$ pour les temps de corrélation courts dans le cas de perturbateurs peu corrélés. La covariance du processus stochastique de Poisson, égale à $\int E^2 P(E) e^{-\nu t} d^3 E$, est infinie pour tous les temps t . On comprend donc la raison pour laquelle ce processus a dû être amélioré pour obtenir de bons résultats théoriques. Concrètement, la fréquence des sauts doit dépendre de la variable stochastique $\vec{E}(t)$. Cette alternative a été proposée par Frisch et Brissaud [12 - 14]. C'est ce nouveau processus, appelé processus Kangourou (voir le premier chapitre), qui a donné des résultats théoriques en bon accord avec des résultats expérimentaux pour l'élargissement Stark des profils de raies.

Processus Kangourou

On considère que le champ électrique est constant par palier et que les instants de saut sont répartis suivant une loi de Poisson de fréquence de saut $\nu(\vec{E})$.

Brissaud et Frisch (1971) [12 - 14] ont introduit le processus Kangourou (noté KP pour Kangaroo Process) qui est défini par une équation pour la probabilité de transition P qui est proportionnelle à Δt quand Δt tend vers zéro:

$$P(\vec{E}, t + \Delta t | \vec{E}', t) \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} (1 - \Delta t \nu(\vec{E})) \delta(\vec{E} - \vec{E}') + \Delta t Q(\vec{E}) \nu(\vec{E}') \quad (2.19)$$

ou $Q(\vec{E})$ est la fonction de densité de probabilité du champ électrique. Le terme en fonction delta est introduit si on veut que la probabilité de transition de \vec{E}' à \vec{E} soit petite quand Δt tend vers zéro. Ceci exige que le système a une grande probabilité de rester dans l'état $\vec{E} = \vec{E}'$ pendant Δt . On peut interpréter les termes de droite de l'équation (2.19) :

Le terme $1 - \Delta t \nu(\vec{E})$ est la probabilité de ne pas avoir de saut dans l'intervalle $t, t + \Delta t$, et $\Delta t \nu(\vec{E})$ la probabilité d'avoir au moins un saut pendant cet intervalle [13] :

La durée du palier \vec{E}' dépend donc de la valeur du champ. La probabilité d'avoir \vec{E} à l'instant $t + \Delta t$ est : (équation de Chapman-Kolmogorov)

$$P(\vec{E}, t + \Delta t) = \int dE' P(\vec{E}, t + \Delta t | \vec{E}', t) P(\vec{E}', t). \quad (2.20)$$

2.4.2 Le processus de renouvellement appliqué à l'élargissement Stark des raies

Dans le cadre de cette méthode, l'équation stochastique linéaire que devient l'équation de Schrödinger (2.7) se transforme en une équation à solution exacte si nous utilisons les propriétés des processus de renouvellement [6,11]. De nombreux résultats obtenus dans ce cadre [10, 11], ou dans celui du CTRW [9] peuvent être utilisés pour construire des modèles adaptés à l'élargissement Stark.

Le processus de renouvelable est caractérisé de la manière suivante:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \vec{E}_1 & 0 \leq t < t_1 \\ \vec{E}_2 & t_1 \leq t < t_2 \\ \vdots & \vdots \\ \vec{E}_n & t_{n-1} \leq t < t_n \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

Où \vec{E}_1 est distribué suivant la PDF du microchamp statique $P(\vec{E})$. Comme pour le modèle standard, nous pouvons utiliser ici la distribution de Hooper [29] des microchamps. Le temps d'attente sur le premier saut est distribué suivant la WTD $\nu(t_1 | \vec{E}_1)$. Il est intéressant de noter que le premier saut est un saut singulier dans la chaîne de sauts. Ceci est dû au fait que le temps initial du calcul, qui est le temps à partir duquel on mesure la décorrélation du dipôle atomique, ne coïncide pas en général avec un saut du champ.

Si nous mettons la contrainte que notre processus est stationnaire [31], nous constatons que pour tous les paliers de temps, sauf le premier, les microchamps suivent une PDF statique $Q(\vec{E})$, et ont des durées distribuées avec une distribution de temps d'attente $w(t_n | \vec{E}_n)$. Exiger un processus stationnaire conduit aux expressions suivantes pour ces PDFs :

$$Q(\vec{E}) = \frac{v(0|\vec{E})P(\vec{E})}{\langle v(0|\vec{E}) \rangle_S} \quad (2.21)$$

$$w(t|\vec{E}) = -\frac{\dot{v}(t|\vec{E})}{v(0|\vec{E})}, \quad (2.22)$$

où l'indice S désigne une moyenne statique sur le microchamp avec la PDF $P(\vec{E})$. A partir des relations ci dessus, il est clair que les propriétés statistiques d'un processus de renouvellement stationnaire sont déterminées par la PDF $P(\vec{E})$ et la WTD $v(t|\vec{E})$ du microchamp.

Différents processus stochastiques peuvent satisfaire ces deux équations. Étant donné que les deux fonctions P et v déterminent les propriétés statistiques du processus, nous avons besoin d'écrire une relation entre ces deux fonctions et les propriétés statistiques connues du plasma. Clairement, la PDF P doit être identifiée à la PDF connue du microchamp [29]. Nous allons nous restreindre dans la suite du travail à des plasmas isotropes, ce qui permettra d'utiliser la PDF du module du champ $P(E)$, telle que :

$$P(\vec{E}) = 4\pi E^2 P(E), \quad (2.23)$$

et d'utiliser une fonction de la même variable E pour la PDF Q . L'isotropie permet aussi d'écrire la WTD en fonction du module du champ $v(t|\vec{E}) = v(t|E)$. Le MMM propose d'exprimer la fonction d'autocorrélation du microchamp modèle en fonction de $v(t|E)$:

$$\Gamma(t) = \langle \vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0) \rangle = \int_t^\infty dE E^2 P(E) \int_t^\infty ds v(s|E). \quad (2.24)$$

L'intégrale sur $v(s|E)$ donne la probabilité de ne pas avoir de saut dans l'intervalle de 0 à s , et est égale à la fonction $\Phi_E(t)$ utilisée dans le chapitre précédent. Dès qu'un saut s'est produit, on a un nouveau champ complètement décorrélé du premier champ, et qui ne contribue plus à la fonction d'autocorrélation du microchamp modèle. En suivant le MMM, cette fonction est identifiée à une expression de la fonction d'autocorrélation du microchamp réel d'un plasma. Avant de faire cela, il faut rappeler que v et w sont des densités de probabilité, c'est à dire des fonctions positives. Compte tenu des relations de stationnarité, v doit donc être une fonction du temps monotone décroissante, et la fonction d'autocorrélation du microchamp $\Gamma(t)$ strictement positive.

2.4.3 Calcul de la fonction d'autocorrélation du microchamp électrique

La fonction d'autocorrélation du microchamp réel d'un plasma peut être calculée simplement en utilisant un modèle de particules indépendantes écrantées. On peut alors utiliser une expression proposée par Brissaud et al. pour la covariance Γ_p du plasma réel :

$$\Gamma_p(t) = 4\pi^2 N e^2 \lambda_D^{-1} \left[s + s^{-1} - \sqrt{\pi} s \left(s^2 + \frac{3}{2} \right) \exp(s^2) \operatorname{erfc}(s) \right], \quad (2.25)$$

où $s = \sqrt{\frac{kT}{2\mu}} \lambda_D^{-1} t$, avec μ la masse réduite du couple émetteur-perturbateur, et λ_D la longueur de Debye. Il existe une autre expression pour cette fonction, calculée avec un modèle de particules corrélées [32]. Cette expression ne satisfait pas aux conditions de stationnarité posées plus haut, et nous ne pourrions pas l'utiliser avec les processus stochastiques que nous avons employés. Nous pouvons noter ici qu'apparaît une des limites des modèles stochastiques qui introduisent des contraintes non physiques. La suite du calcul consiste à identifier les fonctions de corrélation des champs modèle et réel. Ceci implique que l'on choisit une fonction $v(t|E)$ qui respecte les critères de stationnarité. Bien qu'il existe en principe une infinité de fonctions possibles, la difficulté du calcul qui reste à faire restreint le choix à quelques fonctions seulement. Dans la suite, nous présentons deux calculs, celui baptisé processus kangourou qui utilise une loi exponentielle, et un processus dit normal-Weibull qui suppose une dépendance Gaussienne pour v et Weibull pour w .

Un processus sans mémoire : le processus kangourou

Dans le travail de Frisch et Brissaud (1971) [12, 14], le processus kangourou (noté KP dans la suite) a été proposé avec une dépendance exponentielle en temps pour $v(t|E)$. Le KP est un processus de renouvellement markovien qui perd le souvenir de son état antérieur à tout moment. Cela contraint l'égalité des WTD v et w :

$$v(t|E) = w(t|E) = v_E \exp(-v_E t). \quad (2.26)$$

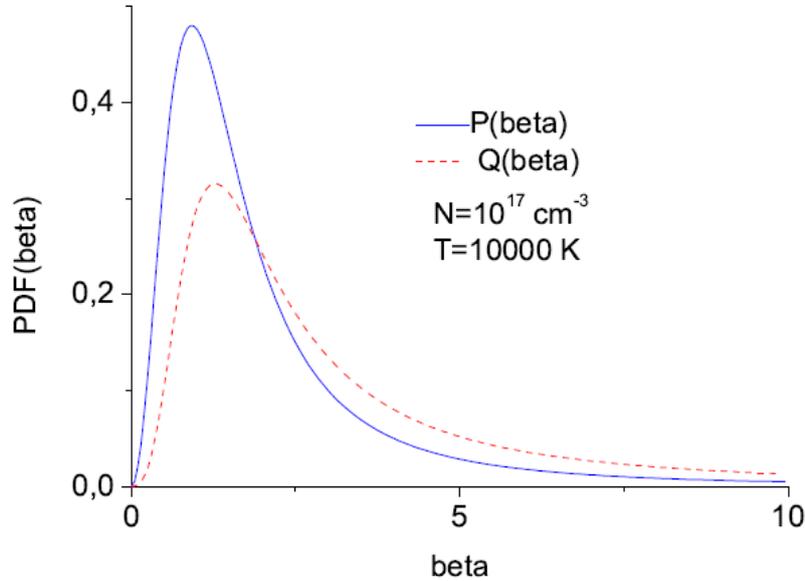


Figure 2.2 – Allures des deux PDF P et Q du microchamp électrique en unités $\beta = \frac{E}{E_0}$, obtenues en vérifiant la condition de stationnarité du processus donnée par la relation 2.21 pour une densité de 10^{17} cm^{-3} , et une température de 10000 K.

Dans cette expression $\nu_E = \nu(0|E)$ apparaît comme une fréquence de saut dépendante du microchamp. Nous avons représenté les deux PDF P et Q pour le processus kangourou sur la Figure 2.2 en fonction de la variable $\beta = \frac{E}{E_0}$, avec $E_0 = e/r_0^2$ le microchamp de Holtsmark ou microchamp moyen dans le plasma. On remarque un déplacement vers les champs forts de la PDF $Q(\beta)$ comparée à $P(\beta)$. La stationnarité impose des choix de champ plus faible pour le premier saut que pour les paliers ultérieurs.

La probabilité de ne pas avoir de saut entre 0 et t , est pour le processus KP $\Phi_E(t) = \exp(-\nu_E t)$. L'expression de la fonction d'autocorrélation du microchamp modèle devient dans ce cas :

$$\Gamma(t) = \langle E(0).E(t) \rangle = \int_0^\infty E^2 P(E) \exp(-\nu_E t) dE. \quad (2.27)$$

Si on suppose que ν_E est une fonction monotone croissante avec E , on peut faire un changement de variable de E à ν , il vient :

$$\Gamma(t) = \int_{\nu(0)}^\infty d\nu P(E) E^2 \frac{dE}{d\nu} \exp(-\nu t). \quad (2.28)$$

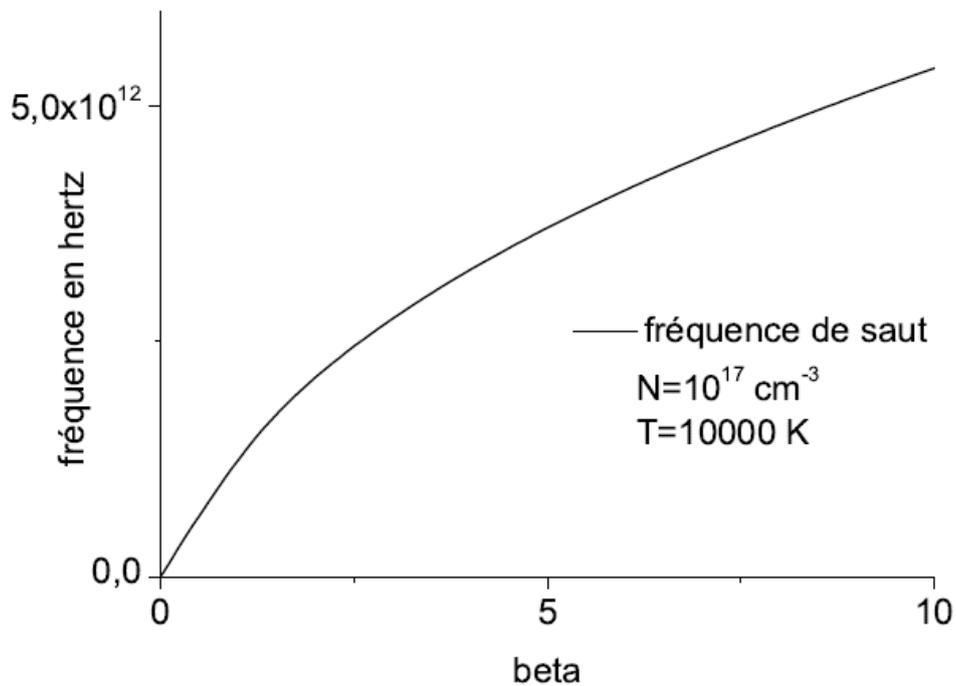


Figure 2.3 - Allure de la fréquence de saut du microchamp électrique du plasma en fonction du microchamp normalisé beta. On a utilisé une WTD exponentielle (processus sans mémoire).

En supposant de plus que $\nu_{E=0} = 0$, $\Gamma(t)$ apparait comme une transformée de Laplace d'une fonction qu'on peut donc écrire comme une transformée de Laplace inverse de la covariance du champ réel (on identifie ici les deux covariances) :

$$P(E)E^2 \frac{dE}{d\nu} = L^{-1}[\Gamma_p(t)]. \quad (2.29)$$

En intégrant à gauche et à droite sur ν de zéro à l'infini :

$$\int_0^E dFP(F)F^2 = \int_0^\nu d\nu L^{-1}[\Gamma_p(t)]. \quad (2.30)$$

Remplaçons $\Gamma_p(t)$ par sa valeur puis exécutons l'inversion et l'intégration. On obtient :

$$\int_0^E dF P(F)F^2 = \frac{8\pi Ne^2}{\sqrt{\pi}\lambda_D} \left[y + \frac{1}{2}ye^{-y^2} - \frac{3}{4}\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(y) \right]. \quad (2.31)$$

où $y = \frac{\nu_E}{\sqrt{2}\omega_p}$, avec $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi Ne^2}{\mu}}$ la fréquence de plasma pour le couple émetteur-ion perturbateur. On peut résoudre l'équation précédente en y , et donc obtenir ν_E . Il est commode d'utiliser des unités de champ réduites au champ moyen $\beta = \frac{E}{E_0}$, où $E_0 = \frac{e}{r_0^2}$. Le tracé sur la Figure 2.3 représente la fonction ν_β , dont on voit la croissance asymptotique en $\sqrt{\beta}$.

Effet de la mémoire du processus sur le profil Stark : le processus normal-Weibull

Les processus de renouvellement sont couramment utilisés dans l'analyse de survie (par exemple dans l'étude de la durée de vie des produits manufacturés), et le premier choix pour la WTD est une fonction exponentielle. Pour les processus qui sont censés être affectés par une fréquence de saut dépendant du temps, et donc d'être affectés par un effet de mémoire, une solution de remplacement pour la WTD est souvent donnée par une fonction de Weibull. Nous proposons donc d'utiliser pour le premier palier une WTD Gaussienne :

$$v(t|E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\nu'_E} \exp(-\nu'_E t^2), \quad (2.32)$$

Avec ν'_E le carré de la fréquence de saut correspondante. La condition de stationnarité entraîne que tous les autres paliers sont distribués suivant la WTD :

$$w(t|E) = \nu'_E 2t \exp(-\nu'_E t^2) \quad (2.33)$$

qui est une distribution de Weibull dont la forme générale est donnée par :

$$w(t|E) = \nu''_E \alpha \{\nu''_E t\}^{\alpha-1} \exp[-\{\nu''_E t\}^\alpha]. \quad (2.34)$$

ν''_E est la fréquence de saut généralisée pour un processus avec alpha quelconque.

La WTD que nous utilisons correspond à un paramètre de forme $\alpha = 2$, et cette valeur appartient pour les applications industrielles au régime du taux de panne croissant : les éléments ont de plus en plus de chances de tomber en panne quand le temps passe. Pour notre problème ceci correspond à une fréquence de saut des microchamps qui augmente avec le temps. Cette fréquence est égale à l'inverse de la durée moyenne d'un palier de temps $\langle t \rangle$, qui est obtenue avec la WTD de Weibull. Il est donc possible de calculer le temps moyen passé sur un palier comme suit :

$$\langle t \rangle = \int_0^{\infty} t v(t|E) dt = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{v''_E}, \quad (2.35)$$

où Γ est la fonction gamma.

La fonction v'_E se calcule à nouveau en utilisant la fonction de corrélation du microchamp modèle :

$$\Gamma(t) = \langle \vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0) \rangle = \int_0^{\infty} dE E^2 P(E) \int_t^{\infty} ds v(s|E), \quad (2.36)$$

Le calcul est plus facile en prenant la dérivée de l'expression précédente écrite pour le module du champ électrique :

$$\frac{d\Gamma(t)}{dt} = - \int_0^{\infty} dE E^2 P(E) v(t|E). \quad (2.37)$$

Si on utilise la Gaussienne pour $v\langle t|E \rangle$, on obtient :

$$\frac{d\Gamma(t)}{dt} = - \int_0^{\infty} dE E^2 P(E) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{v'_E} \exp(-v'_E t^2), \quad (2.38)$$

intégrale dans laquelle on peut faire le changement de variable de E à v' en omettant l'indice E dans v' :

$$\frac{d\Gamma(t)}{dt} = - \int_0^{\infty} dv' E^2 P(E) \frac{dE}{dv'} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{v'} \exp(-v' t^2). \quad (2.39)$$

L'intégrale à droite est une transformée de Laplace dépendant de la variable $s = t^2$:

$$\frac{d\Gamma(t = \sqrt{s})}{dt} = -L \left[E^2 P(E) \frac{dE}{dv'} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{v'} \right], \quad (2.40)$$

En appliquant une transformée de Laplace inverse, il vient :

$$L^{-1}[\dot{\Gamma}(\sqrt{s})] = -E^2 P(E) \frac{dE}{dv'} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{v'}. \quad (2.41)$$

On peut alors utiliser des formules de transformation [33]:

$$L^{-1}[f(\sqrt{s})](v') = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} v'^{-\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} du u \exp\left(-\frac{u^2}{4v'}\right) L^{-1}[f(s)](u) \quad (2.42)$$

et

$$L^{-1}[\dot{f}(s)] = -v' L^{-1}[f(s)]. \quad (2.43)$$

Il faut remarquer que dans le terme de droite de l'équation (2.42), la transformée de Laplace inverse dépend de la variable de Laplace u . On utilise d'abord la relation (2.42) pour exprimer $L^{-1}[\dot{\Gamma}(\sqrt{s})]$, puis la relation (2.43) pour exprimer le terme $L^{-1}[f(s)](u)$ qui apparaît sous le signe intégrale sur u . On obtient alors :

$$\begin{aligned} L^{-1}[\dot{\Gamma}(\sqrt{s})] &= -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} v'^{-\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} du u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{4v'}\right) L^{-1}[\Gamma(s)](u) \\ &= -E^2 P(E) \frac{dE}{dv'} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{v'}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

La transformée de Laplace inverse de $\Gamma(s)$ peut s'obtenir en dérivant l'expression (2.31) obtenue pour le KP :

$$\begin{aligned} 4\pi N e^2 \frac{1}{\sqrt{\pi} \lambda_D} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{a} \left\{ 2\sqrt{\pi} - 2\sqrt{\pi} \left(1 + \frac{v'}{a^2}\right)^{-\frac{3}{2}} - 3\sqrt{\pi} \frac{v'}{a^2} \left(1 + \frac{v'}{a^2}\right)^{-\frac{5}{2}} \right\} \\ = E^2 P(E) \frac{dE}{dv'} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{v'}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

avec $a = \frac{\omega_{pi}}{\sqrt{2}}$, où ω_{pi} est la fréquence plasma ionique. Cette équation peut être résolue en effectuant une intégration sur E à droite et sur v' à gauche. Il vient :

$$\pi \left(\frac{4}{15}\right)^{\frac{4}{3}} n^{\frac{1}{3}} \rho_D \int_0^{\beta} d\varepsilon \varepsilon^2 H(\varepsilon) = y \left[1 - \frac{1 + \frac{3}{2} y^2}{(1 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right], \quad (2.46)$$

avec

$$y = \frac{v_{\beta}}{\sqrt{2}\omega_{pi}}.$$

A partir de cette équation, on peut déterminer $v(\beta)$ avec précision par une méthode numérique d'optimisation. Si $y \gg 1$, nous pouvons écrire une relation approximative :

$$y = \frac{3}{2} + \pi \left(\frac{4}{15}\right)^{\frac{4}{3}} n^{\frac{1}{3}} \rho_D \int_0^{\beta} d\varepsilon \varepsilon^2 H(\varepsilon). \quad (2.47)$$

Nous utiliserons dans la suite ces résultats pour la technique de simulation du processus stochastique.

2.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude du profil Stark de raie, avec une expression donnée par la transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation du dipôle de l'émetteur. Il apparaît dans cette fonction l'opérateur d'évolution de l'émetteur qui est obtenu avec la solution de l'équation de Schrödinger dépendant du temps. Nous avons rappelé d'abord les approximations impact, quasistatique et le calcul ab-initio. Ces approches permettent de comparer les modèles stochastiques à des limites connues, et à une référence ab initio sans approximations. Nous présentons ensuite la Méthode du Microchamp Modèle (MMM), qui est un processus stochastique permettant de calculer exactement l'effet de la dynamique avec un processus de renouvellement utilisant une distribution des temps d'attente de Poisson. Nous montrons finalement qu'on peut étendre ce modèle stochastique à des cas où il existe un effet de mémoire, en utilisant un processus normal-Weibull.

"To raise new questions, new possibilities, to regard old problems from a new angle, requires creative imagination and marks real advance in science"

Albert Einstein

3 CALCULS DES RAIES DE LYMAN AVEC UN PROCESSUS STOCHASTIQUE

3.1 Introduction

Le formalisme basé sur la méthode du microchamp modèle (MMM) pour les deux élargissements électroniques et ioniques, donne une description relativement précise du profil de raie allant du centre jusqu'aux ailes de celle-ci.

La dynamique des atomes et des ions dans un plasma est souvent un phénomène complexe (qu'on peut simplement décrire dans deux cas extrêmes d'interaction atome-perturbateur : interaction quasi-statique et interaction impact) [19]. Le profil de raie est une source d'information sur les plasmas astrophysique et de laboratoire [19]. Egalement les profils de raie sont d'intérêt capital pour le diagnostic précis du plasma de fusion magnétique [34].

L'hydrogène est l'élément le plus abondant dans l'univers. Ses raies élargies donnent les caractéristiques principales des plasmas à partir des spectres des atmosphères stellaires [35]. Ces raies sont très sensibles à l'interaction entre les atomes rayonnant d'hydrogène et les charges environnantes, les électrons et les ions, qui sont relié au champ électrique aléatoire généré par ces charges. Le champ électrique a deux composantes, avec différentes échelles de temps : le champ électronique variant rapidement et le champ électrique ionique variant lentement. Le champ résultant induit un fort mélange des états atomiques avec le même nombre quantique principal, à partir desquels l'élargissement de Stark est originaire [36].

Les interactions entre les particules chargées du plasma et les émetteurs neutres (les atomes d'hydrogène en l'occurrence) sont en général décorréliées des variations de vitesses de ces derniers. L'effet Doppler pourrait donc être traité par une convolution avec le profil Stark. Dans le cadre de ce travail, cette convolution ne sera pas effectuée, car nous nous intéressons aux effets dynamiques des particules chargées, et à la capacité des modèles pour les reproduire de manière réaliste. Dans beaucoup de résultats présentés, seul l'effet de la composante ionique est retenu. Les résultats ne sont donc pas comparables directement à des profils expérimentaux. Ce type de comparaison retenant l'effet simultané des ions et des électrons a été effectué pour l'hydrogène, et ne permet pas d'évaluation fine de la qualité de la modélisation de la dynamique des ions. En effet, la prise en compte des effets simultanés des ions et des électrons ne permet pas de bien tester la validité du traitement de la dynamique des

ions. Ceci est fait dans notre travail par une comparaison avec une approche de simulation ab-initio. Les effets de la structure fine sont aussi négligés. Pour que cette approximation soit justifiée, il faut que la densité du plasma soit suffisamment grande. Certains de nos calculs sortiront du domaine de validité de cette approximation. Ils sont présentés uniquement pour tester la dynamique de notre processus. Dans cette section nous présentons les profils de raie Stark Lyman α , Lyman β et Lyman γ de l'hydrogène perturbé par les ion argons ou des protons seuls dans des conditions d'équilibre.

3.2 Calcul des raies de Lyman avec le processus Kangourou

La solution analytique pour le processus KP est habituellement écrite en termes de $\tilde{U}(\omega)$, la transformée de Fourier-Laplace de $U(t)$:

$$\langle \tilde{U}(\omega) \rangle_{KP} = \langle \tilde{U}(\omega + i\nu_E) \rangle_S + \langle \nu_E \tilde{U}(\omega + i\nu_E) \rangle_S \left(\langle \nu_E [1 - \nu_E \tilde{U}(\omega + i\nu_E)] \rangle_S \right)^{-1} \langle \nu_E \tilde{U}(\omega + i\nu_E) \rangle_S \quad (3.1)$$

Cette expression contient des moyennes statiques (notées avec l'indice S) d'expressions contenant l'opérateur d'évolution et la fréquence de saut dépendant du champ. Nous allons d'abord reproduire dans le cas des raies de Lyman les calculs du MMM utilisant le processus Kangourou [37].

3.2.1 Méthode de calcul KP pour les raies de Lyman

Le niveau fondamental de l'hydrogène sans structure fine n'est pas élargi par l'effet Stark linéaire. Si nous négligeons les perturbations Stark du niveau fondamental par les niveaux supérieurs, le fondamental n'est pas affecté par l'effet Stark. Le calcul de l'opérateur d'évolution moyen peut être effectué dans le seul sous espace du nombre quantique de l'état supérieur. Les règles de sélection du moment dipolaire atomique nous permettent alors de calculer le profil de raie avec seulement trois éléments diagonaux de l'opérateur d'évolution moyen $\langle U(t) \rangle$:

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} R_E \left\{ \int_0^\infty dt \exp(i\omega t) \sum_{m=-1}^{m=1} \langle n1m | \langle U(t) \rangle | n1m \rangle \right\}. \quad (3.2)$$

Ceci entraîne que le profil des raies de Lyman peut s'exprimer avec seulement la somme des trois éléments diagonaux $n, 1, m$ ($m = 0, \pm 1$) de $\langle U(t) \rangle$. La valeur moyenne obtenue par le processus de renouvellement ne fait intervenir que des moyennes statiques sur le microchamp (équation 3.1). Avec notre hypothèse de processus isotrope, cette moyenne comprend une partie sur le module et une partie angulaire :

$$\langle \dots \rangle_S = \int_0^\infty dE E^2 P(E) \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin\theta \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \dots \quad (3.3)$$

Cette moyenne angulaire ne porte que sur les angles polaires de \vec{E} dans $U(t|\vec{E}) = \exp(i\vec{D}\cdot\vec{E}t/\hbar)$. Mais on peut utiliser ici des opérateurs de rotation pour exprimer cet opérateur d'évolution avec un champ parallèle à z :

$$\exp(i\vec{D}\cdot\vec{E}t/\hbar) = \exp(-i\varphi L_z/\hbar) \exp(-i\theta L_y/\hbar) \exp(iD_z E t/\hbar) \exp(i\theta L_y/\hbar) \exp(i\varphi L_z/\hbar) \quad (3.4)$$

et comme D_z est diagonal en m, $\exp(iD_z E t/\hbar)$ est aussi diagonal. En utilisant un peu d'algèbre angulaire [35], on montre que la moyenne angulaire réduit $\exp(i\vec{D}\cdot\vec{E}t/\hbar)$ à une forme diagonale :

$$\langle nlm | (\exp(i\vec{D}\cdot\vec{E}t/\hbar))_{\theta,\varphi} | n'l'm' \rangle = \frac{\delta_{ll'}\delta_{mm'}}{2l+1} \sum_{\mu=-l}^l \langle nlm | \exp(iD_z E t/\hbar) | n'l\mu \rangle. \quad (3.5)$$

Dans un sous espace de nombre quantique principal n, on sait que D_z a des valeurs propres $\frac{3}{2}nke a_0$, avec k, nombre quantique parabolique qui varie de $1-n$ à $n-1$. On peut écrire :

$$\sum_{\mu} \langle nlm | \exp(iD_z E t/\hbar) | n'l\mu \rangle = \sum_{k=1-n}^{n-1} \alpha'_{kl} \exp\left(i\frac{3}{2}nke a_0 E t/\hbar\right), \quad (3.6)$$

où les coefficients α'_{kl} sont des constantes. On peut en conclure que l'opérateur d'évolution moyenné sur le processus de renouvellement est diagonal, et que compte tenu des propriétés de la trace pour les raies de Lyman, on n'a besoin de connaître que les éléments diagonaux $n, 1, m$, c'est à dire les coefficients $\alpha'_k = \alpha'_{k1}$.

Ces coefficients ont un sens physique qui apparaît quand on se place dans le cas d'un champ électrique qui est fixe en module, mais qui peut prendre des directions aléatoires. Dans ce cas, la moyenne sur les angles s'identifie à l'opérateur d'évolution moyen, et le profil de raie obtenu est le profil statique habituel :

$$I(\omega) \propto \sum_{k=1-n}^{n-1} \alpha'_k \delta\left(\omega + \frac{3}{2}nke a_0 E/\hbar\right), \quad (3.7)$$

Ceci montre que les α'_k sont les intensités relatives des composantes Stark de la raie de Lyman étudiée. La transformation de Fourier-Laplace de la WTD $v(t|E)$ du processus Kangourou donne:

$$\tilde{v}(\omega|E) = \frac{1}{v_E - i\omega}. \quad (3.8)$$

On peut écrire un élément de matrice de l'opérateur d'évolution moyen du processus Kangourou, en utilisant la notation $\Delta\omega_k = \omega + \frac{3}{2}nke a_0 E/\hbar$:

$$\begin{aligned}
& \langle nlm | \langle \tilde{U}(\omega|E) \rangle_{KP} | nlm \rangle \\
&= \sum_{k=1-n}^{n-1} \alpha_k \left\langle \frac{1}{v_E - i\Delta\omega_k} \right\rangle_E + i \left\{ \sum_{k=1-n}^{n-1} \alpha_k \left\langle \frac{v_E}{v_E - i\Delta\omega_k} \right\rangle_E \right\}^2 \\
&\times \left\{ \sum_{k=1-n}^{n-1} \alpha_k \left\langle \frac{\Delta\omega_k v_E}{v_E - i\Delta\omega_k} \right\rangle_E \right\}^{-1}. \tag{3.9}
\end{aligned}$$

Les sommes et produits du terme de droite sont calculés par ordinateur en langage fortran. Chaque terme de ces sommes contient une moyenne à effectuer sur le module de E. Ceci est réalisé sans difficulté sur ordinateur par une méthode numérique d'intégration par trapèzes utilisant des variables complexes. La moyenne est pondérée à l'aide d'une distribution du champ électrique statique $P(E)$ de Hooper que nous avons tabulée [29].

3.3 Simulation du processus stochastique

R. Stamm et R. Hammami ont donné une évaluation différente des formes de raies qui peut potentiellement être étendue à un processus arbitraire [38, 39]. Elle consiste en une simulation du processus stochastique [40], avec un microchamp échantillonné selon les PDF $P(E)$ et $Q(E)$, et des distributions des temps d'attente (WTD) $v(t|E)$ et $w(t|E)$ comme proposé dans l'équation (2.26). Celles-ci permettent de générer aléatoirement des nombres répartis suivant une distribution arbitraire. Sur chaque pas de temps de processus, le champ électrique est constant en module et en direction, et l'opérateur d'évolution est une matrice dont les éléments restent constants jusqu'au prochain saut. Pour une histoire de microchamp, on peut obtenir une valeur de l'opérateur d'évolution à tout instant t_n d'un saut, en utilisant la propriété de semi-groupe de l'opérateur d'évolution qui permet de faire le produit des opérateurs d'évolution constants chaque palier :

$$U(t_n, 0) = U(t_n, t_{n-1}) U(t_{n-1}, t_{n-2}) \dots U(t_1, 0) \tag{3.10}$$

Pour chaque histoire du microchamp, on peut calculer la fonction de corrélation du dipôle de l'émetteur en prenant la trace sur l'opérateur d'évolution. Pour une histoire du microchamp, cette quantité varie par paliers de temps identiques à ceux du microchamp du processus de renouvellement [37, 38]. R. Stamm et R. Hammami ont utilisé pour ce calcul un opérateur d'évolution sur lequel la moyenne angulaire a déjà été effectuée. On aurait obtenu un résultat différent pour une histoire si on avait retenu la dépendance angulaire du champ dans l'opérateur d'évolution, avec des phases de croissance de la fonction de corrélation du dipôle. Toutefois, la moyenne sur un grand nombre d'histoires donne un résultat identique avec ou sans cette moyenne angulaire. R. Stamm et R. Hammami ont obtenu la moyenne sur un grand nombre d'histoires en sommant chaque nouvelle fonction de corrélation à sa valeur antérieure [37, 38].

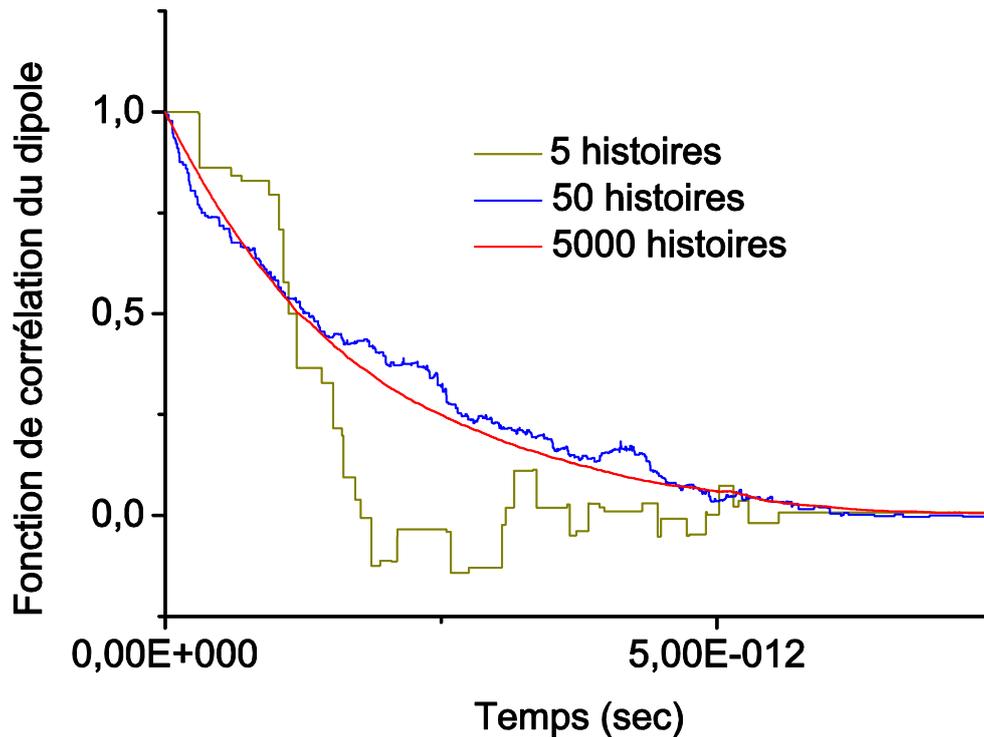


Figure 3.1 – Somme de 5, 50 et 5000 histoires pour la fonction de corrélation du dipôle électrique.

La fonction de corrélation pour une seule histoire a moins de paliers que celle obtenue pour la somme de deux histoires, qui double environ le nombre de paliers. L'accumulation d'un grand nombre d'histoires multiplie le nombre de paliers, et aboutit à une fonction de corrélation lisse quand plusieurs milliers d'histoires sont sommées. Le passage du discontinu au continu est représenté par la fonction de corrélation pour 5000 histoires du microchamp [37, 38] sur la figure 3.1.

3.4 Comportement des profils de raie Stark avec la densité

On utilise une WTD exponentielle pour calculer les formes de raie Lyman α , Lyman β élargies par les ions argon ionisés seuls. Nos calculs visent à mesurer l'écart des processus stochastique avec les approximations statique et impact et de tester leur précision en comparant à une simulation ab-initio.

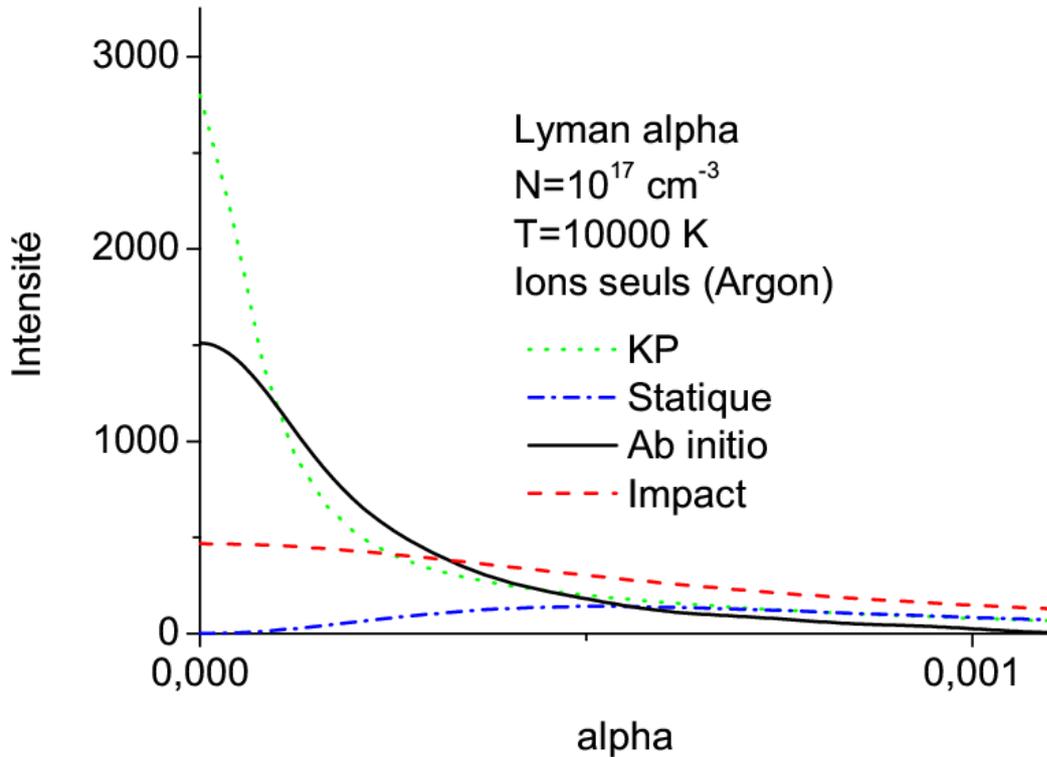


Figure 3.2 – Profils de raie Lyman alpha pour la densité de 10^{17} cm^{-3} , et une température de 10 000 K, élargie par les ions argon seuls. Le profil KP (trait pointillés verts) est comparé avec la simulation ab-initio (trait plein noir), l'approximation impact (trait tiretés rouge) et le calcul statique (ligne tiretés-pointillés bleu).

Il est intéressant d'observer la modification du profil spectral en faisant varier la densité, et en maintenant la température constante. Nous avons calculé le profil de la raie Lyman α et Lyman β pour les densités 10^{17} cm^{-3} , 10^{15} cm^{-3} et 10^{13} cm^{-3} , pour une température de 10000 K, dans un plasma d'ions d'argon chargés une fois et contenant des traces d'hydrogène (figures 3.2 – 3.7). Nous avons aussi calculé Lyman γ dans un plasma d'hydrogène pour la densité 10^{15} cm^{-3} et une température de 10000 K (figure 3.8).

Nous utilisons les unités alpha définies par $\alpha = \frac{\Delta\lambda}{E_0}$, où les longueurs d'onde sont exprimées en Angström, et le champ électrique de Holtmark E_0 en unités CGS. Cette unité est utilisée par exemple dans les tabulations de profils par Griem [20].

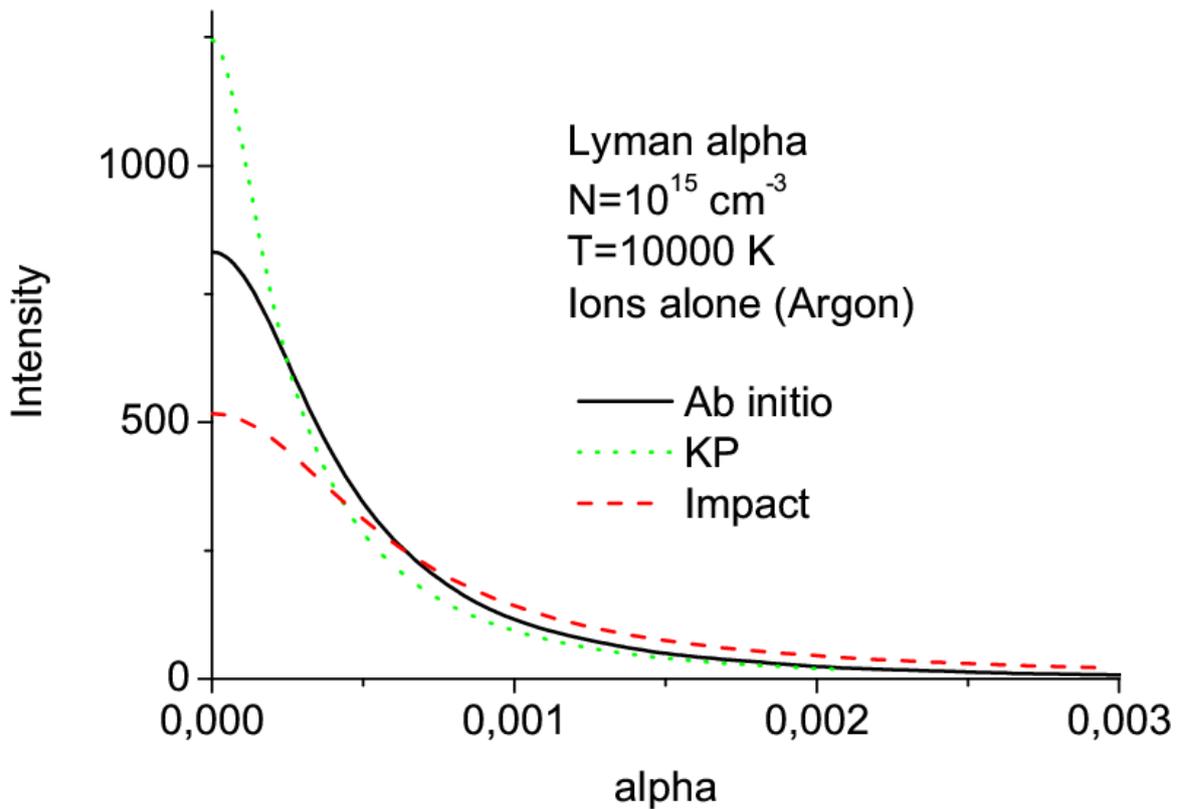


Figure 3.3 – Profils de raie Lyman alpha pour la densité de 10^{15} cm^{-3} , et une température de 10 000 K, élargie par les ions argon seuls. Le profil KP (trait pointillés verts) est comparé avec la simulation ab initio (trait plein noir), et l'approximation impact (trait tiretés rouge).

Pour Lyman α , on peut voir sur les figures (3.2 – 3.4) trois profils obtenus pour les ions impact (tiretés), ions statique (tiretés-pointillés), et le résultat du calcul avec le KP (pointillés). Le temps de collision est de l'ordre du temps d'intérêt pour une densité 10^{17} cm^{-3} . On peut voir sur la figure 3.2 que le profil ab-initio (trait plein) est manifestement ni impact ni statique pour ces conditions. Le profil statique peut difficilement être comparé puisque sa composante centrale disparaît en utilisant cette approximation, qui dans ce cas n'est pas élargie par le champ électrique. Le profil KP est très différent des profils impact et statique [37]. Il a une largeur deux fois plus étroite que le profil ab-initio, indiquant que le calcul KP n'est pas suffisamment affecté par des effets dynamiques. La figure 3.2 permet de mesurer les erreurs sur la contribution ionique au profil si on utilise une approximation statique ou impact. Pour ce cas l'asymptote du profil s'identifie à l'approximation statique, car pour les grands déplacements de fréquence de temps d'intérêt devient très petit, favorisant ainsi la validité du cas statique.

Pour une densité de 10^{15} cm^{-3} , où le temps de collision est d'environ un tiers du temps de l'intérêt, le profil KP est comparé à la théorie d'impact, et à une simulation ab-initio pour des conditions identiques à celle du cas précédent. Dans la figure 3.3 le profil ab-initio (plein) est 32% plus étroit que le profil d'impact (tiretés). Dans notre calcul, le profil stochastique du processus de KP (trait pointillés) est 40% plus étroit que le profil ab-initio, indiquant encore un manque d'élargissement. Ceci est également une indication que le KP ne tend pas suffisamment rapidement vers la limite impact avec une densité décroissante. Les trois mêmes profils sont représentés graphiquement sur la figure 3.4 pour une densité de 10^{13} cm^{-3} , ce qui correspond à un temps de collision de l'ordre de vingt fois plus petit que le temps d'intérêt, pour lequel les conditions de validité de la théorie d'impact sont approximativement vérifiées. La différence entre le calcul ab-initio et le profil impact est de l'ordre de 10 %, indiquant qu'on est très proche de la limite impact. Le profil KP est à nouveau significativement plus étroit, confirmant qu'il manque d'effet dynamique. Il est 22 % plus étroit que le profil ab-initio indiquant une convergence à l'impact qui est trop lente.

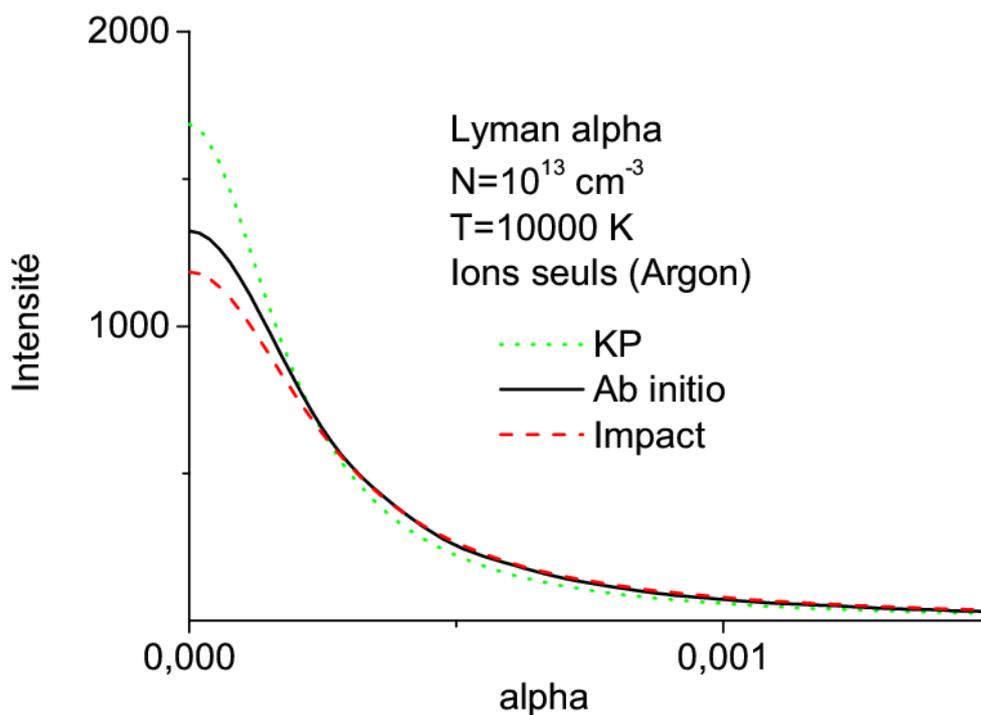


Figure 3.4 –Même figure que 3.3 pour la densité 10^{13} cm^{-3} .

Les trois figures suivantes présentent des profils de raie Lyman β , pour les mêmes conditions que Lyman α , élargies par des ions argon une fois ionisés seuls (Figures 3.5 – 3.7). Lyman β est une raie dont toutes les composantes sont déplacées par le champ électrique. Pour cette raie et une densité de 10^{17} cm^{-3} , on peut voir sur la figure 3.5 que le calcul KP (plein) est

relativement proche du cas statique (pointillés), et très éloigné de la limite impact (tiretés), indiquant qu'on se rapproche des conditions de validité de la théorie statique. Pour une densité 10^{15} cm^{-3} , on est dans un régime intermédiaire entre statique et impact, la figure 3.6 montre que le profil ab-initio présente un creux moins marqué dans la partie centrale de la raie. Elle montre aussi que le profil ab-initio (trait plein) subit des effets statiques et dynamiques qui contribuent simultanément à l'élargissement. Sur la même figure, le profil KP (pointillés) et le profil statique ont une forme proche et différente du profil ab-initio. Pour la densité de 10^{13} cm^{-3} (Figure 3.7), le calcul ab-initio est maintenant plus proche de la limite de l'impact, ce qui est confirmé sur la Figure 3.7 quand on compare les profils ab-initio (plein) et impact (tiretés). Le profil KP (trait pointillés vert) montre un petit pic indiquant que le régime est intermédiaire entre l'élargissement statique et l'impact.

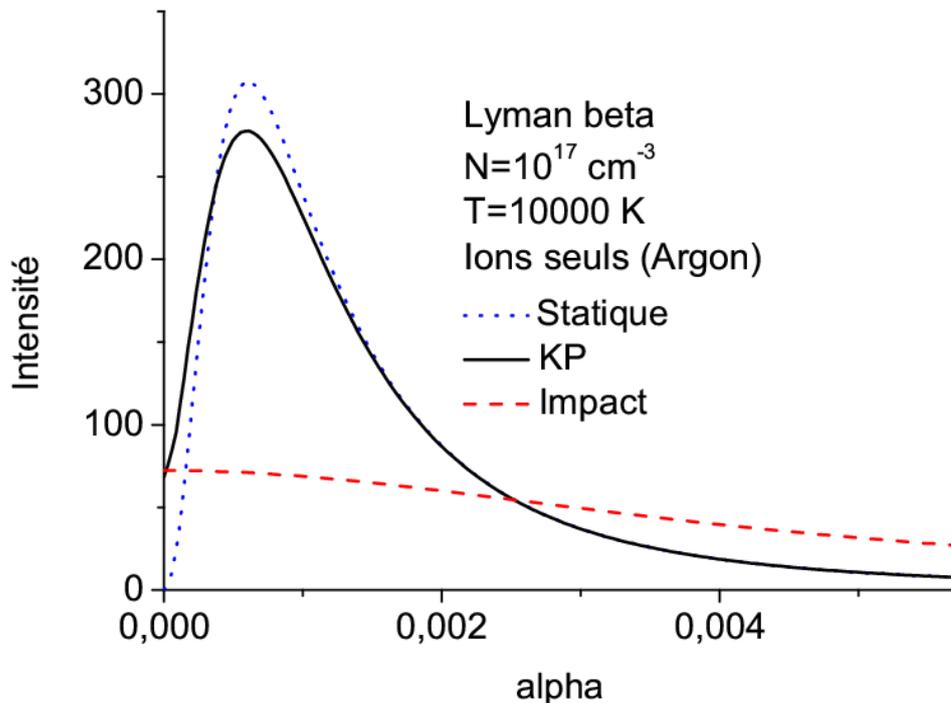


Figure 3.5 – Profil de raie Lyman β pour une densité de 10^{17} cm^{-3} , une température de 10000 K, dans un plasma d'argon. Le profil KP (trait plein noir) est comparé avec l'approximation statique (trait pointillés bleue), l'approximation impact (trait tiretés rouge).

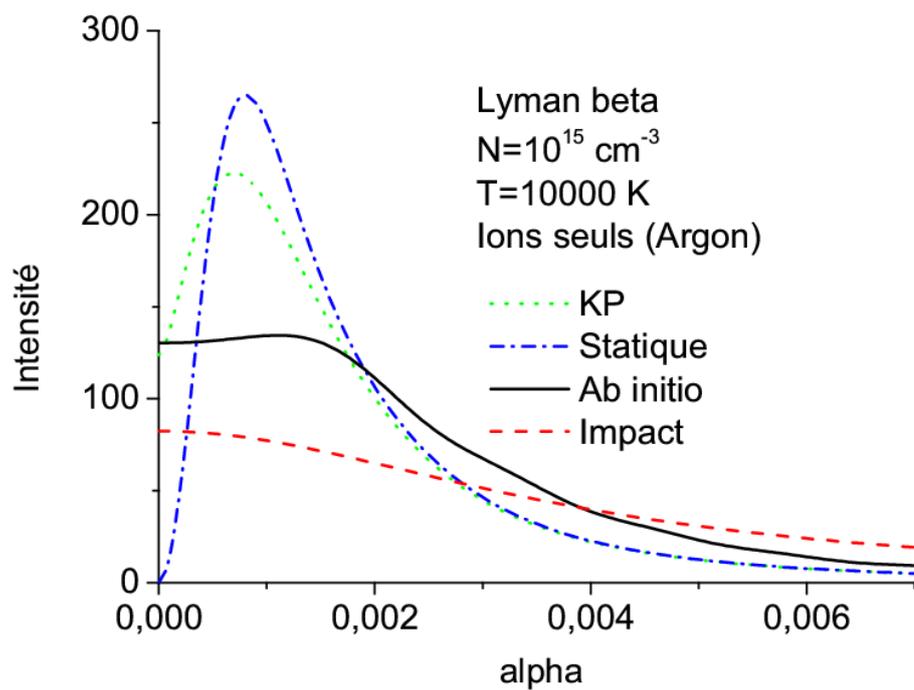


Figure 3.6 – Comme la figure précédente pour une densité 10^{15} cm^{-3} .

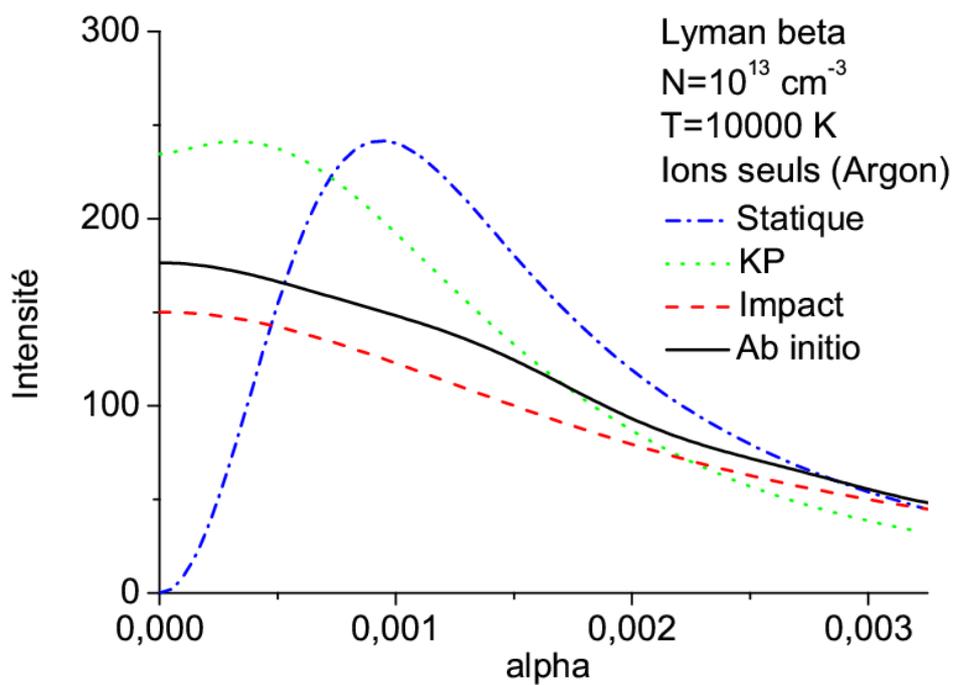


Figure 3.7 – Comme la figure précédente pour la densité 10^{13} cm^{-3} .

Les derniers calculs de cette étude du processus KP ont été faits sur la raie de Lyman γ dans un plasma d'hydrogène, pour une température de 10000 K, et une densité de particules chargées égale à 10^{15} cm^{-3} (figure 3.8). Le temps d'intérêt de cette raie et de telles conditions est quelques fois plus grand ou de l'ordre du temps de collision, ce qui indique que le mécanisme d'élargissement est intermédiaire entre statique et impact [41]. La raie calculée par le KP est constituée d'une composante centrale élargie par la dynamique des ions, et une large aile de la raie correspondant aux composantes latérales. Cette dernière se raccorde progressivement avec l'approximation des ions statique dans l'aile lointaine. Le profil statique n'a pas de composante centrale car celle-ci n'est pas affectée par un microchamp constant. On peut voir sur la figure 3.8 que le calcul ab-initio (plein) prévoit une raie beaucoup plus large (par un facteur 7) que le profil KP. Les deux effets de l'élargissement statique et dynamique sont clairement visibles sur le profil KP (trait pointillé), mais le calcul ab-initio (plein) prédit une contribution dynamique plus forte, avec une forme qui ressemble à celle du profil d'impact (tiretés).

Une amélioration possible du processus stochastique de ces conditions consisterait à utiliser une autre WTD, avec un caractère dynamique plus marqué [**Erreur ! Signet non défini.**]. Il est intéressant de noter que les écarts avec les calculs ab-initio observés pour l'élargissement d'ions seulement, sont généralement réduits à moins de 20% si l'on compare les profils complets en retenant l'élargissement électronique.

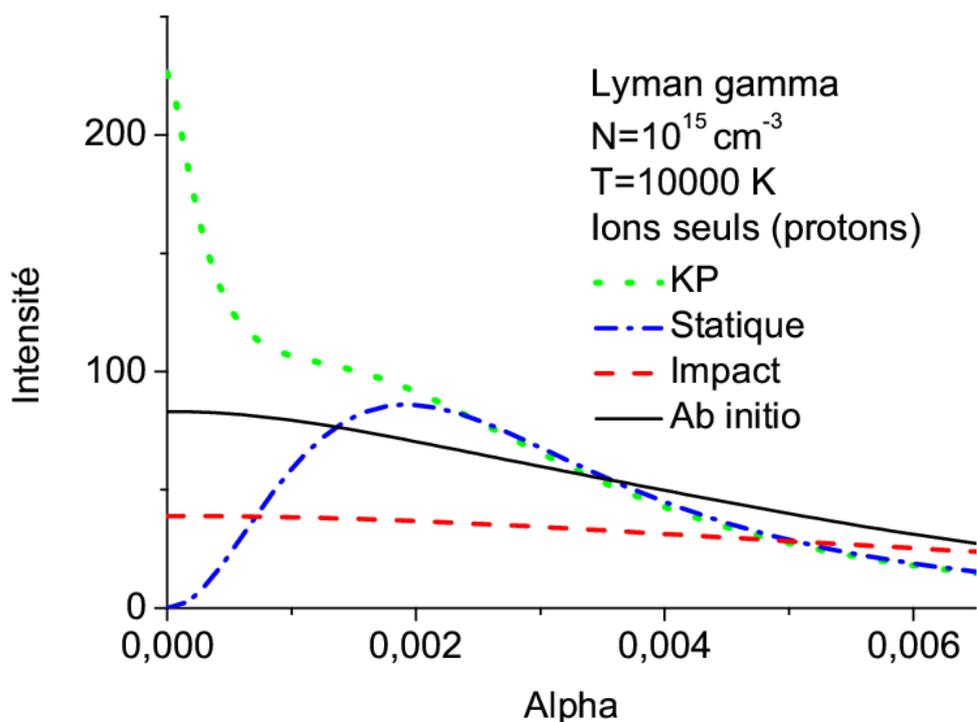


Figure 3.8 – Profil de la raie Lyman γ pour la densité 10^{15} cm^{-3} , une température 10000 K, dans un plasma d'ions seulement (proton).

3.5 Processus normal –Weibull

Nous avons représenté dans la suite l'effet de la dynamique du processus en appliquant un processus stochastique avec mémoire en utilisant une WTD de normal-Weibull. La WTD définie par l'équation (2.35) est un processus stochastique de Weibull avec $\alpha = 2$ (le paramètre de forme) [19]. La simulation du processus stochastique utilise le KP et 5000 histoires de microchamp pour obtenir la fonction de corrélation du dipole de Lyman- α à une densité de 10^{13} cm^{-3} et une température de 10000 K. La fonction de corrélation du dipole de calcul ab-initio est comparée au processus stochastique KP et normal-Weibull. On peut voir sur la figure (3.9) que le calcul normal-Weibull est en très bon accord avec le référence ab-initio pour des conditions proche d'impact. Mais cet accord avec les résultats ab-initio n'est observé que dans les régimes proche d'impact. Pour la densité plus élevée de 10^{17} cm^{-3} , la fonction de corrélation de dipole de processus KP est en fait plus proche de Weibull que de Weibull. Bien que d'autres PDF et WTD pourraient être utilisés pour un processus donné, il est difficile de savoir comment améliorer le processus pour se rapprocher de la solution exacte (Seidel, 1980)

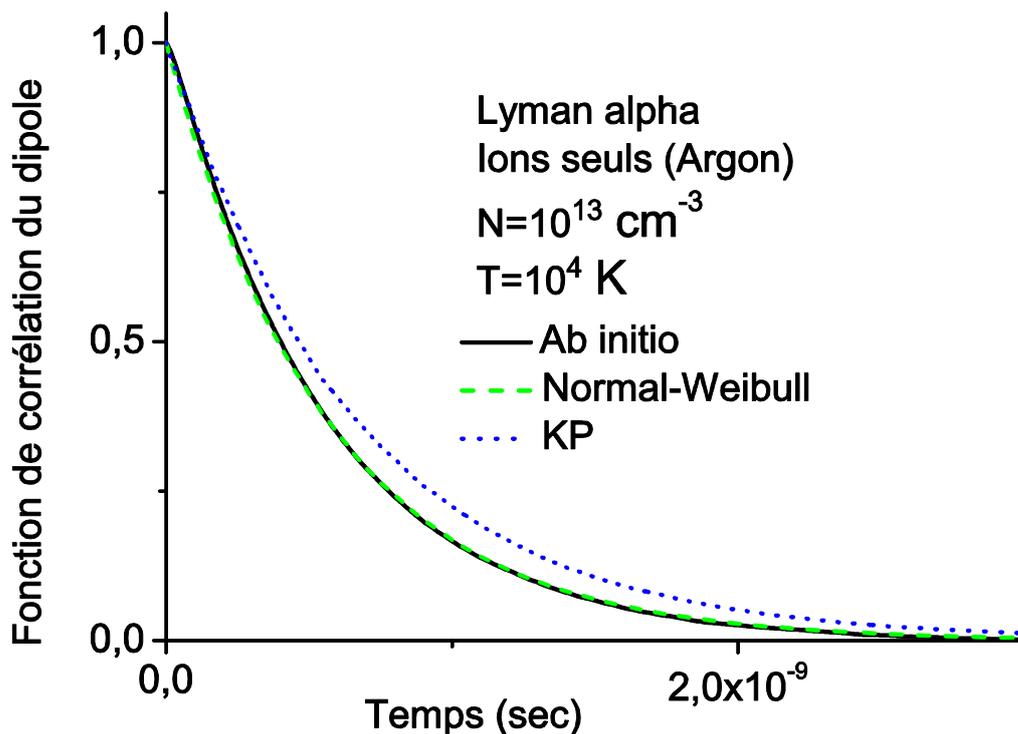


Figure 3.9 – Fonction de corrélation du dipôle de la raie Lyman- α , pour une densité de 10^{13} cm^{-3} , et une température 10000 K dans un plasma d'argon ionisé une seule fois. Le calcul ab-initio (trait plein), est comparé avec la simulation du processus stochastique KP (trait pointillés), et la simulation normal-Weibull (trait tiretés).

3.6 Conclusion

Les processus stochastiques de renouvellement fournissent des modèles rapides et flexibles pour le calcul des propriétés radiatives de plasmas d'équilibre. La précision d'un processus stochastique appliqué à l'élargissement Stark est parfaitement mesurée à l'aide de profils perturbés par les ions seuls, et une comparaison à une simulation ab-initio, ainsi qu'à l'approximation statique et d'impact. Le processus KP a été reproduit dans son développement analytique original et appliqué à la dynamique ionique seule. Ceci a mis en évidence des différences significatives entre ce modèle et les calculs ab-initio dans les régimes de transition entre l'approximation statique et l'approximation d'impact. En utilisant une WTD exponentielle, le processus kangourou a montré un comportement global correct entre les régimes statiques et d'impact, mais avec un manque systématique d'effets dynamiques.

Ces calculs sont une indication claire que le processus stochastique pourrait être amélioré, et nous avons présenté une tentative d'introduction d'un effet de mémoire en utilisant un processus normal-Weibull. Ce processus a amélioré beaucoup l'accord avec la simulation ab-initio pour un régime proche impact (basses densités), mais cette amélioration est limitée à ce régime.

Les perspectives incluent toujours la possibilité d'améliorer le processus stochastique, en particulier en retenant d'autres moments du microchamp. L'approche de simulation du processus stochastique que nous avons utilisée pourra servir de guide pour un tel travail.

"Science never solves a problem without creating ten more"

George Bernard Shaw

"...a detailed mathematical discussion shows that whatever kind of wave-packet we select to represent the electron, the product of the two uncertainties of position and momentum can never be less than h , which is precisely what Heisenberg found... "

James Jeans

4. EFFET DE LA TURBULENCE FORTE DE LANGMUIR

4.1 Introduction

De nombreux types d'ondes peuvent se propager dans un plasma. Ces ondes peuvent provenir de l'extérieur du plasma, ou bien avoir été créées par le plasma lui-même. Elles peuvent dans certains cas modifier le plasma, et l'étude de la propagation des ondes dans un plasma est donc un thème important en physique des plasmas. Dans ce chapitre, nous allons faire un rappel des principaux types d'onde dans un plasma sans champ magnétique. Nous nous intéresserons aux régimes linéaires, mais aussi non-linéaires, car quand l'amplitude des ondes augmente, des couplages non linéaires font apparaître de nouveaux phénomènes. Dans ce travail, nous voulons utiliser un modèle simple pour décrire l'effet sur un profil spectral d'un plasma affecté par des ondes plasma de grande amplitude, avec des champs électriques de l'onde pouvant être plus grands que le microchamp plasma. Ce régime peut être identifié à la turbulence de Langmuir dont nous allons également présenter les principales caractéristiques. Ces conditions de turbulence ont été observées dans les plasmas spatiaux, mais aussi lors de l'interaction ondes-particules dans différents plasmas [42]. Dans les plasmas de laboratoire, des oscillations turbulentes de Langmuir ont par exemple été observées lors d'excitations par des faisceaux d'électrons interagissant avec le plasma [43]. Pour rester dans le cadre général de ce travail de thèse, nous utiliserons un modèle stochastique pour inclure l'effet de la turbulence sur le profil de raie de la raie Lyman α de l'hydrogène. Les calculs que nous allons effectuer utiliseront les conditions de température et de densité des plasmas de bord de Tokamak, avec des températures de 10000 à 100000 K, et des densités de 10^{12} cm^{-3} à 10^{15} cm^{-3} . Bien que l'étude présentée puisse s'appliquer à beaucoup d'autres types de plasmas, ce travail de thèse s'inscrit dans un programme de modélisation des propriétés radiatives et de transport dans les machines de fusion magnétique. La turbulence forte de Langmuir est susceptible de se manifester lors d'évènement nommés disruptions, pendant lesquels on a observé la création d'un faisceau d'électrons très énergétiques et découplés du plasma de la machine. Les disruptions modifient les propriétés radiatives et de transport des plasmas, et il serait très intéressant pour le contrôle des Tokamaks d'avoir un diagnostic spectroscopique de la turbulence forte de Langmuir. Ce travail est une contribution théorique à la modélisation des ondes de la turbulence forte de Langmuir, et à leur possible effet sur un profil de raie de l'hydrogène. Il entre dans le cadre d'une collaboration entre l'équipe académique de Marseille et la communauté de fusion magnétique travaillant à Cadarache pour préparer la

machine ITER. Dans ce chapitre nous présentons d'abord les ondes linéaires et non-linéaires dans un plasma, puis décrivons l'état des connaissances sur la turbulence forte de Langmuir. Nous proposons un modèle stochastique simple pour le champ électrique en présence de turbulence forte, puis un calcul de simulation du profil de raie soumis à ce champ. Cette thèse présente pour la première fois des calculs de profils de raie dans ces conditions de turbulence forte.

4.2 Ondes linéaire dans un plasma non magnétisé

Dans un plasma complètement ionisé, non magnétisé et proche de l'équilibre, on observe trois type d'ondes linéaires qui sont faiblement amorties : L'onde de Langmuir, l'onde ionique acoustique, et l'onde électromagnétique.

L'onde de Langmuir ou onde électronique est créée par la séparation de charges entre électrons et ions. Dans un plasma thermique la fréquence ω_L et le nombre d'onde k de cette onde obéissent à la relation de dispersion :

$$\omega_L = \omega_p [1 + 3k^2 \lambda_D^2]^{1/2} \quad (4.1)$$

où en système international la fréquence plasma s'écrit $\omega_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{m \epsilon_0}}$, $\lambda_D = \frac{v_e}{\omega_p}$ est la longueur de Debye, ou $v_e = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ est la vitesse thermique électronique. La dissipation des ondes de Langmuir linéaires est due à l'amortissement Landau de taux γ_L , qui est calculé en théorie cinétique, et qui résulte de l'interaction de l'onde avec les électrons du plasma se déplaçant à la vitesse de phase de l'onde [42].

L'onde sonore ionique est une onde électrostatique de basse fréquence, qui obéit à l'équation de dispersion

$$\omega_S = k v_S \quad (4.2)$$

Avec $v_S = \sqrt{\frac{k_B(T_e + 3T_i)}{M}}$, ou T_e et T_i sont les températures électroniques et ioniques, et M la masse des ions. Dans une onde ionique, les ions forment des régions de compression et de dilatation, comme les ondes sonores ordinaires. Dans un plasma, les électrons suivent en phase l'oscillation ionique, et on observe des perturbations de densité du plasma. Ces ondes sont amorties avec un taux γ_S qui résulte de l'amortissement électronique et ionique.

Les ondes électromagnétiques sont des ondes transverses de haute fréquence, qui obéissent à la relation de dispersion

$$\omega_T = \sqrt{\omega_p^2 + k^2 c^2} \quad (4.3)$$

Ces ondes ne sont pas amorties dans un plasma non-magnétisé, car leur vitesse de phase est toujours supérieure à la vitesse de la lumière et, que par conséquent, elles ne peuvent pas entrer en résonance avec les particules de plasma [43].

4.3 Effets non linéaires dans un plasma : la force pondéromotrice

De nombreux phénomènes non linéaires peuvent se manifester dans un plasma ou lors des interactions d'ondes dans un plasma. Un effet non linéaire essentiel qui va les gouverner est la force pondéromotrice.

Les champs électrique et magnétique d'une onde électromagnétique exercent une force sur les particules chargées dans un plasma. Cette force s'exerce aussi si on a une onde plasma électrostatique. On peut évaluer les contributions de cette force au premier et second ordre [43]. Deux effets non linéaires sont à retenir à l'ordre deux, l'application de la force au point où se trouve la particule en mouvement, et la contribution du terme $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_1$, qui est le produit de deux termes du premier ordre. L'effet non linéaire de la force dite « pondéromotrice » calculé à l'ordre deux s'exprime en fonction du gradient du carré du champ électrique, et peut s'écrire pour une force appliquée à une unité de volume du plasma [43] :

$$\vec{F}_{NL} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \vec{\nabla} \frac{\langle \epsilon_0 E^2 \rangle}{2}. \quad (4.4)$$

Dans cette expression, E est le module du champ électrique de l'onde, et ω_p la fréquence plasma électronique. Cette force va s'exercer en sens inverse du gradient du champ électrique de l'onde. Un effet connu de F_{NL} est l'auto-focalisation de la lumière laser dans un plasma. Le champ étant maximal sur l'axe du faisceau cylindrique d'un laser, une force radiale expulse le plasma du faisceau. Sur le trajet du faisceau, la densité du plasma diminue, et l'indice de réfraction ainsi que la permittivité diélectrique augmentent. Le plasma agit alors comme une lentille convexe, et focalise le faisceau sur un diamètre plus petit.

4.4 Effets non linéaires entre ondes dans les plasmas

Les phénomènes d'ondes non linéaires ne sont pas particulièrement spécifiques aux plasmas, mais ils peuvent exister sous différentes formes dans les divers types de plasmas. Ils apparaissent quand les termes non linéaires des équations ne peuvent plus être ignorés. Trois comportements d'ondes non linéaires ont d'abord été identifiés [44] : les instabilités par couplage de mode, l'auto-modulation et les solitons. Si on excite un plasma avec un générateur d'ondes électromagnétique de fréquence ω supérieure à ω_p , on observe au delà d'un seuil d'amplitude de l'onde que des modes de fréquence différente de ω apparaissent dans le spectre. Ces ondes filles ont des fréquences très différentes mais qui s'additionnent pour retrouver la fréquence initiale ω . L'instabilité par couplage de mode résulte des transferts

d'énergie entre l'onde mère et les ondes filles, dont le nombre peut augmenter quand la puissance du générateur augmente.

L'auto-modulation est un phénomène proche où une onde fille de basse fréquence est à fréquence nulle. L'onde pompe effectue un battement avec elle-même et module un équilibre sous l'action de la force pondéromotrice qui tend à expulser le plasma. Une augmentation de la puissance du générateur entraîne que l'onde pompe diminue fortement la densité dans une région du plasma. L'onde pompe peut alors créer dans le plasma une région de faible densité où elle est guidée, focalisée, voir même piégée.

Dans ces régions de forte intensité de l'onde où la réfraction est maximale, on observe dans les systèmes à une dimension un régime de solitons qui sont caractérisés par leur stabilité. Ils correspondent à des régimes où le terme de focalisation est compensé par le terme de dispersion de l'onde.

4.5 Le plasma comme milieu diélectrique

L'application d'un champ électrique à un plasma induit une polarisation \vec{P} , qui est le dipôle induit par unité de volume. Le plasma est donc un milieu diélectrique dont on peut calculer la constante diélectrique et l'indice de réfraction. Pour un plasma uniforme d'électrons, $\vec{P} = N_e e \vec{r}$, où \vec{r} est le déplacement provoqué par un champ électrique. L'induction électrique dans un diélectrique peut s'écrire

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} \quad (4.5)$$

Où ϵ est la permittivité diélectrique. Dans le cas d'une polarisation linéaire, on écrit que $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$, où χ est la susceptibilité électrique du plasma, et on a $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi)$. Si on considère la réponse d'un plasma à une onde électromagnétique de fréquence ω , on peut écrire en première approximation pour les électrons seuls :

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e \vec{E} = -m \omega^2 \vec{r} \quad (4.6)$$

de telle sorte que $\vec{r} = -\left(\frac{e}{m\omega^2}\right) \vec{E}$, et $\vec{P} = -\frac{N_e e^2}{m\omega^2} \vec{E}$. On a donc que $\chi = -\frac{N_e e^2}{m\omega^2}$ et pour la permittivité diélectrique :

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (4.7)$$

Pour des ondes électromagnétiques qui se propagent dans un plasma ($\omega > \omega_p$), la permittivité diélectrique relative $\epsilon_R = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ et l'indice de réfraction $n = \sqrt{\epsilon}$ sont toujours plus petits que 1.

En utilisant les concepts de l'optique, on peut également étudier les propriétés des autres ondes dans les plasmas à l'aide de l'indice de réfraction n . Les relations de dispersion

des ondes de Langmuir dépendent de la densité à travers la fréquence plasma, avec une densité plus grande correspondant à un indice de réfraction plus petit. Les fluctuations de densité des ondes ioniques peuvent donc affecter les ondes de Langmuir et électromagnétique. Celles-ci seront réfractées vers les régions de faible densité et d'indice de réfraction élevé. Nous avons là un mécanisme de couplage des ondes qui va particulièrement se manifester dans le régime non linéaire.

4.6 Les équations de Zakharov

Un travail essentiel pour comprendre les effets non linéaires des ondes dans un plasma a été d'abord proposé par Zakharov [45]. Les ondes de Langmuir et les ondes électromagnétiques dépendent de la densité de plasma via la fréquence plasma. Dans un régime non linéaire, les fluctuations de densité peuvent alors affecter les ondes de Langmuir. En introduisant une fluctuation de densité δN_e , il est possible de dériver des équations permettant d'étudier les caractéristiques des ondes non linéaires dans un plasma. Zakharov [45] a proposé une équation pour montrer comment les fluctuations de densité modifient et amplifient les ondes de Langmuir, et une autre équation qui prend en compte l'effet d'ondes intenses sur les densités de fluctuation. Ces équations décrivent en effet la création locale de paquets d'ondes de Langmuir intenses qui affectent le plasma via la force pondéromotrice. Cette force expulse les particules chargées et crée une dépression de densité dans les régions du plasma où les paquets d'ondes sont formés. Les équations qui ont mis en évidence ce phénomène ainsi que sa dynamique, sont généralement écrites avec des variables réduites

$$\vec{r}' = \left(\frac{4m_e}{9m_i}\right)^{1/2} \frac{r}{\lambda_D} \quad (4.8)$$

$$t' = \frac{2m_e}{3m_i} \omega_p t \quad (4.9)$$

$$n' = \frac{3m_i}{4m_e} \frac{\delta N_e}{N_e} \quad (4.10)$$

$$|\vec{E}'|^2 = \frac{3m_i}{4m_e} \frac{\varepsilon_0 |\vec{E}|^2}{4N_e k_B T_e} \quad (4.11)$$

Où m_e et m_i sont respectivement les masses de l'électron et de l'ion, et \vec{r}' repère la position. Avec ces remplacements, et en omettant les apostrophes, on obtient les équations de Zakharov :

$$\vec{\nabla} \cdot \left(i \frac{\partial}{\partial t} + \nabla^2 + i\gamma_L \right) \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (n\vec{E}), \quad (4.12)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\gamma_S c_S \frac{\partial}{\partial t} - c_S^2 \nabla^2 \right) n = \nabla^2 |\vec{E}|^2 \quad (4.13)$$

où c_S est le rapport de la vitesse du son à sa valeur pour $T_i = 0$. Dans la limite adiabatique ou les perturbations de densité varient lentement, les dérivées temporelles de la seconde équation peuvent être négligées, et on peut écrire

$$n = -c_S^{-2} |\vec{E}|^2 \quad (4.14)$$

En substituant dans la première équation, on trouve dans la limite adiabatique que les ondes de Langmuir obéissent à la célèbre équation de Schrödinger non linéaire :

$$\vec{\nabla} \cdot \left(i \frac{\partial}{\partial t} + \nabla^2 + i\gamma_L + c_S^{-2} |\vec{E}|^2 \right) \vec{E} = 0 \quad (4.15)$$

Une condition de validité des équations de Zakharov est que

$$W(k\lambda_D)^2 \leq 1 \quad (4.16)$$

Avec W qui est le rapport entre la densité d'énergie de l'onde et la densité d'énergie thermique du plasma :

$$W = \frac{\epsilon_0 |\vec{E}|^2}{4N_e k_B T_e} \quad (4.17)$$

Une autre condition de validité est que les fluctuations de densité restent faibles, donc avec $\delta N_e \ll N_e$. Si ces conditions de validité ne sont pas satisfaites, l'étude des ondes de Langmuir non linéaires peut être réalisée avec des simulations numériques, avec par exemple des simulations « particle in cell » ou Vlasov [46].

4.7 La turbulence forte de Langmuir

Dans la suite, nous nous intéressons à l'effet de la turbulence forte de Langmuir sur le profil spectral des raies de l'hydrogène. Ce régime est observé dans des conditions où l'énergie de l'onde de Langmuir n'est pas petite par rapport à l'énergie thermique du plasma. Ces conditions peuvent être atteintes au cours de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère de la planète, ou dans les plasmas laser. Elles sont également atteintes chaque fois qu'un faisceau d'électrons énergétique interagit avec un plasma. L'analyse de ce régime est toujours en cours, et fait appel à l'étude des équations de Zhakarov et à des simulations numériques.

Selon la valeur de l'énergie des ondes, différents régimes de turbulence de Langmuir sont observés dans un plasma. En turbulence faible, on observe un ensemble d'ondes sans cohérence de phase. La turbulence peut devenir forte si un ensemble d'ondes cohérentes est en interaction non linéaire. Dans le cas d'ondes monochromatiques, Zhakarov a montré [47] que l'onde de Langmuir peut être affectée par plusieurs instabilités. Un exemple est l'instabilité modulationnelle, qui module une onde plane initialement uniforme jusqu'à la découper en paquets d'ondes d'une taille de l'ordre de l'inverse du nombre d'onde [48].

En turbulence forte d'intenses paquets d'ondes cohérents et localisés se forment spontanément. Comme cela est déjà décrit par l'équation de Schrödinger non linéaire, un paquet d'onde voit d'abord son extension spatiale se rétrécir et son amplitude augmenter. C'est le phénomène qu'on appelle effondrement du paquet d'onde ou wave collapse. Dans le paquet d'onde la densité de plasma diminue à cause de la force pondéromotrice qui augmente en même temps que l'intensité de l'onde autofocalisée. Ce paquet d'onde qui s'effondre et la région de basse densité qui lui est associée sont souvent nommés caviton.

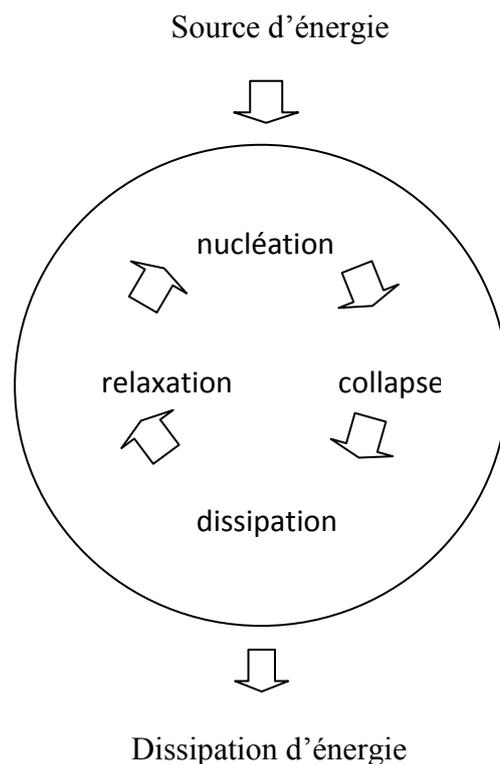


Figure 4.1 *Cycle du paquet d'onde*

Dans le régime dynamique de la turbulence forte de Langmuir, on peut identifier un cycle pour les paquets d'ondes de Langmuir (voir figure 4.1). Dans une première étape des paquets d'onde localisés peuvent se former par instabilité modulationnelle ou par un mécanisme de

nucléation. Ce mécanisme consiste en la formation de germes des paquets d'ondes instables et existe en présence de fluctuations de densité [49]. Dans les régions de faible densité, on peut piéger des ondes de Langmuir stationnaires qui vont être le point de départ pour la formation de paquets d'onde. A l'étape de la nucléation le paquet d'onde se développe grâce à l'énergie présente dans le plasma turbulent, ou à celle apportée par une source extérieure résonante avec la fréquence du paquet d'onde. Au delà d'un seuil, l'effondrement du paquet d'onde peut commencer, avec une baisse locale de la densité de plasma qui favorise le confinement de l'onde. L'intensité du champ électrique peut alors atteindre des valeurs très élevées ou l'énergie du paquet d'onde peut être supérieure à l'énergie thermique du plasma [46]. Une fois que l'échelle spatiale du paquet d'onde est réduite à quelques dizaines de longueur de Debye, on observe une dissipation de l'énergie du paquet d'onde qui arrête l'effondrement. La disparition simultanée de la force pondéromotrice ne permet pas le maintien de la région de basse densité, et on observe une phase de relaxation où les conditions initiales du cycle sont retrouvées. A ce stade, un nouveau cycle peut débuter par une nouvelle phase de nucléation de paquet d'onde. En résumé, la turbulence forte de Langmuir est caractérisée par ce cycle du paquet d'ondes, qui successivement se forme, croit, s'effondre et relaxe pour renaître [46].

4.8 Effet de la turbulence forte de Langmuir sur un profil spectral

Nous voulons dans la suite étudier l'effet sur une forme de raie de la turbulence forte de Langmuir. Dans le régime linéaire, l'effet des ondes de Langmuir sur les profils Stark d'hydrogène a été discuté depuis longtemps dans différents types de plasmas [50, 20, 51, 52]. Une approche basée sur un processus stochastique pour le champ électrique de l'onde a été proposée [50] pour le régime linéaire des ondes de Langmuir. Ce modèle simple, initialement proposé par Lifshitz [53] consiste en une somme de champ de Langmuir et est résumé par l'expression :

$$\vec{E}_L(t) = \sum_j \vec{E}_j \cos(\omega_p t + \varphi_j) \quad (4.18)$$

où ω_p est la fréquence plasma électronique, et la somme sur j signifie que le champ \vec{E}_j et la phase φ_j restent constant pendant un intervalle de temps Δt_j , et changent de valeur quand on passe à l'intervalle de temps Δt_{j+1} . Nous allons adopter ce modèle qui utilise une loi de Poisson pour la distribution des intervalles de temps, et nous proposerons des PDF adaptées

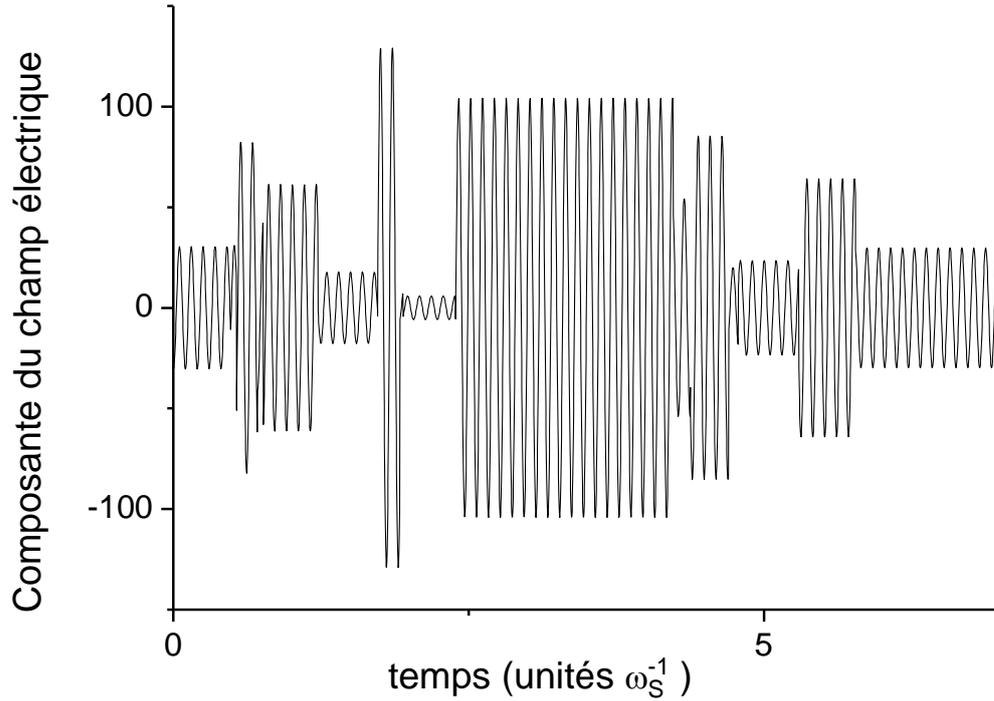


Figure 4.2 Composante du champ électrique avec des paquets d'ondes planes oscillants à la fréquence plasma, d'amplitude distribuée avec une loi log-normale, et renouvelés avec une loi de Poisson de durée moyenne $30 \omega_p^{-1}$

pour le module du champ électrique de Langmuir. Ce modèle sera utilisé pour prendre en compte l'effet sur un émetteur des paquets d'ondes subissant un cycle complet pendant un intervalle de temps Δt_j . Nous utiliserons deux expressions pour le champ électrique pendant cet intervalle de temps. La première est la forme onde plane proposée par l'équation 4.18.

Un exemple de cette forme d'histoire de champ est représenté sur la figure 4.2, sur laquelle est tracée une composante du champ en unité de champ créé par une particule située à la distance moyenne r_0 (champ de Holtmark, défini par $E_0 = e/r_0^2$, avec la distance moyenne r_0 définie par $\frac{4\pi r_0^3}{3} N_e = 1$), en fonction du temps en unité de l'inverse du déplacement Stark moyen ω_s . La fréquence $\omega_s = \frac{1}{\hbar} D E_0$, avec D un élément typique du dipôle de l'émetteur, caractérise l'élargissement Stark moyen dans un champ de Holtmark. On observe sur la figure 4.2 des ondes planes à la fréquence plasma, avec un champ dont l'amplitude et la phase se renouvellent suivant une loi de Poisson de durée moyenne $30 \omega_p^{-1}$.

Pour mieux prendre en compte l'évolution cyclique des paquets d'onde, nous avons aussi considéré des oscillations modulées par une enveloppe gaussienne ou lorentzienne. L'enveloppe des paquets est ici lorentzienne, avec une fréquence moyenne de saut égale à

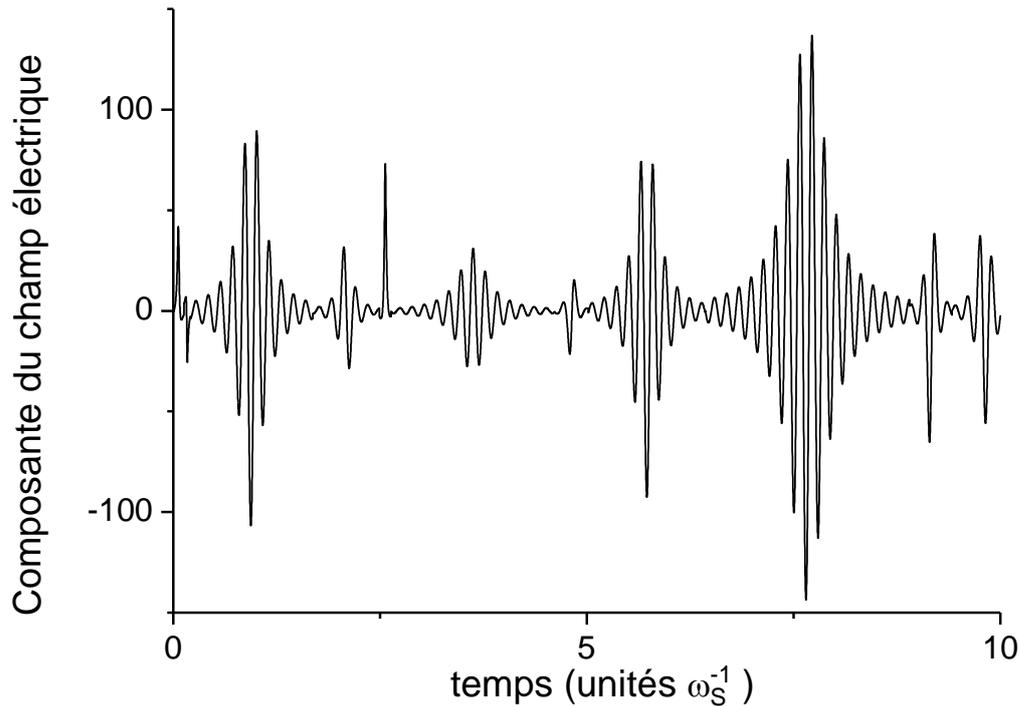


Figure 4.3 Composante du champ électrique avec des paquets d'ondes lorentziens oscillants à la fréquence plasma, d'amplitude distribuée avec une loi log-normale, et renouvelés avec une loi de Poisson de durée moyenne $50 \omega_p^{-1}$.

$\omega_p/50$, et un champ distribué suivant une loi log-normale de valeur moyenne 100 en unité de champ de Holtmark. L'oscillation rapide visible sur la figure 4.3 est à la fréquence plasma, et la durée des paquets d'onde est distribuée suivant une loi de Poisson avec un temps moyen de saut égal à $50 \omega_p^{-1}$.

Les valeurs des amplitudes moyennes du champ et du temps moyen de saut sont choisies d'après des calculs analytiques ou de simulation des plasmas affectés par la turbulence forte de Langmuir [46]. Les amplitudes moyennes sont déterminées par la valeur du rapport W qui peut varier de valeurs petites devant 1 jusqu'à des valeurs de l'ordre de 1 (plasma créés par laser, fusion laser), ou supérieures à 1 (faisceaux d'électrons, plasmas créés par des radiofréquences). Pour les grandes valeurs de W , et suivant les conditions du plasma, le champ électrique peut atteindre des valeurs 100 voir 1000 fois plus grandes [54] que le champ de Holtmark.

Notre modèle identifie la durée de vie Δt_j d'une onde à celle du cycle du paquet d'onde évoqué plus haut. Des simulations numériques de cycle de paquet d'ondes réalisées pour des valeurs de $W = 0.5$ prévoient des durées de cycles entre 50 et $70 \omega_p^{-1}$ [55]. Différents mécanismes peuvent contribuer à l'arrêt du cycle, comme par exemple l'amortissement

Landau, ou bien l'établissement d'effets non-linéaires d'ordre élevé [56]. Le temps de cycle peut donc être très variable, et nous utiliserons dans la suite des temps de saut moyens compris entre 10 et 200 ω_p^{-1} .

4.9 Un processus de renouvellement pour les histoires de champ appliqué au calcul d'un profil de raie

Le champ électrique des paquets d'ondes de Langmuir proposé au paragraphe précédent peut être interprété comme obéissant à un processus stochastique de renouvellement, avec des temps de saut qui sont choisis selon une distribution de temps d'attente (WTD).

$$\vec{E}(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \vec{E}_1 \cos(\omega_p t + \varphi_1), & 0 \leq t \leq t_1 \\ \vec{E}_2 \cos(\omega_p t + \varphi_2), & t_1 \leq t \leq t_2 \\ \vdots & \vdots \\ \vec{E}_n \cos(\omega_p t + \varphi_n), & t_{n-1} \leq t \leq t_n \\ \vdots & \vdots \end{array} \right\} \quad (4.19)$$

Dans le cas d'une onde plane, on suppose que l'atome émetteur est soumis à une suite de champs de Langmuir qui oscillent à la fréquence plasma, avec après chaque saut un nouveau champ en module, direction et phase. On suppose que le champ de Langmuir appliqué sur un émetteur est une séquence de champs électriques oscillants avec une amplitude obéissant à une PDF, et une direction et phase aléatoire.

Tandis que la phase φ_n est uniformément distribuée dans l'intervalle $(0, 2\pi)$, les valeurs du champ de Langmuir sont choisies pour être distribuées selon une fonction de densité de probabilité (PDF) adaptée aux conditions du plasma. Pour des champs de paquets d'ondes, des choix possibles sont une PDF gaussienne, ou une distribution log-normale. Nous avons utilisé le plus souvent une PDF log-normale avec un écart type $\sigma = 1/4$:

$$P(E) = \frac{1}{E\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(E))^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.20)$$

Des PDF log-normales de paramètres fluctuants du plasma ont été mesurées dans les plasmas turbulents du vent solaire [57] ou dans ceux du plasma de bord des tokamaks [58]. Des PDF gaussiennes ont également été utilisées dans nos calculs, sans que cela ne change nos résultats de manière significative.

Pour calculer un profil d'une raie soumise à ce champ électrique, nous pouvons maintenant utiliser une technique de simulation du processus stochastique analogue à celle présentée au chapitre 3. Une différence avec le chapitre 3 est que sur chaque palier n le champ est oscillant et éventuellement d'amplitude variable. Nous devons donc intégrer numériquement l'équation de Schrödinger de l'émetteur pour obtenir la fonction de corrélation du dipôle atomique. Ce calcul est réalisé pour chaque histoire de champ électrique avec un algorithme adapté aux équations différentielles paraboliques, qui si possible conserve

au mieux l'unitarité de l'opérateur d'évolution [59]. Nous voulons intégrer une équation de la forme :

$$i\hbar \frac{dU(t)}{dt} = V'(t)U(t) \quad (4.21)$$

où $U(t)$ est l'opérateur d'évolution atomique, et $V'(t)$ est le potentiel d'interaction atome-champ électrique écrit en représentation d'interaction. L'algorithme d'intégration utilisé s'écrit :

$$U(t + dt) = \left[1 + idt \frac{V'(t + dt)}{2\hbar} \right]^{-1} \left[1 - idt \frac{V'(t)}{2\hbar} \right] U(t) \quad (4.22)$$

Nous avons utilisé cet algorithme pour la raie Lyman- α soumise au champ défini par l'équation 4.19. La solution de cette équation permet d'écrire la fonction d'autocorrélation du dipôle pour chaque temps de chaque histoire. Cette fonction est ensuite moyennée sur un grand nombre d'essais (entre 5×10^3 et 10^4) pour obtenir une expression reproductible.

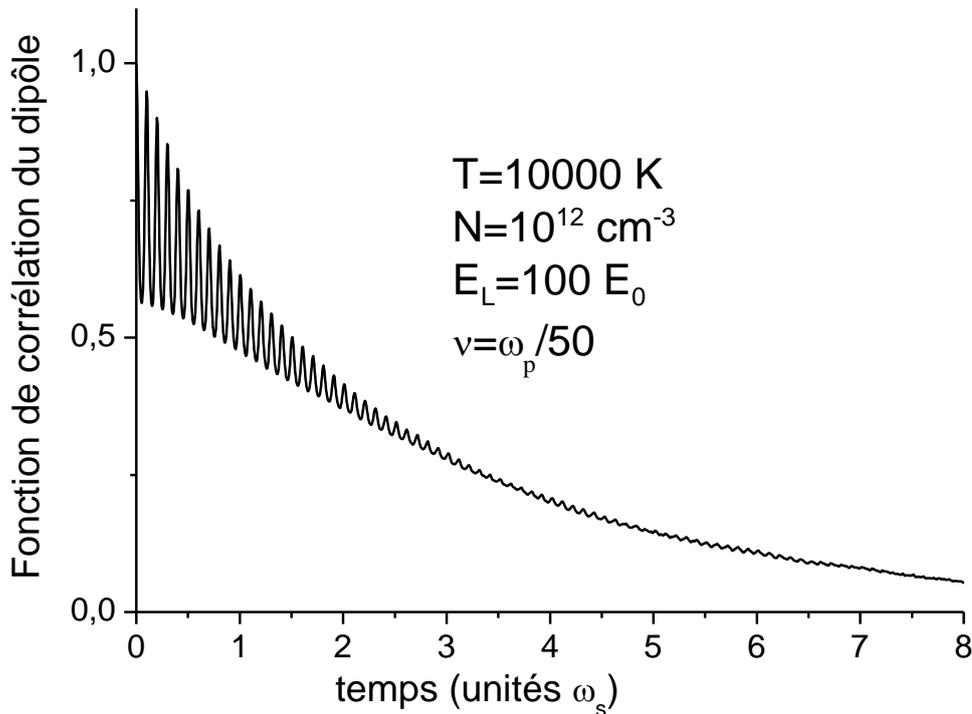


Figure 4.4 *Fonction de corrélation du dipôle (FAD) de la raie Lyman- α de l'hydrogène soumise à une histoire de champs de Langmuir de la forme onde plane, avec un module du champ de Langmuir égal à $100 E_0$.*

Un exemple de calcul de la fonction d'autocorrélation du dipôle (FAD) de la raie Lyman- α de l'hydrogène est tracé sur la figure 4.4 pour une température de 10000 K, et une densité de 10^{12} cm^{-3} . Ces conditions permettent d'exprimer le module du champ de Langmuir en unité du champ de Holtmark E_0 , cette valeur étant prise égale à $100 E_0$ pour ce calcul.

L'oscillation rapide observée sur la figure 4.4 est une réponse à la fréquence plasma du dipôle atomique soumis au champ de Langmuir. L'amortissement de la FAD correspond à une largeur du profil spectral, et est très sensible au choix de la fréquence de saut ν , qui est définie comme l'inverse du temps de saut moyen, et égale ici à $\nu = \omega_p/50$. Nous avons représenté sur la figure 4.4 l'effet unique du champ turbulent de Langmuir. Cet effet de turbulence de Langmuir sera important sur le profil si l'amortissement observé ici est de l'ordre ou supérieur à l'amortissement dû au microchamp thermique. Il sera possible dans la suite de retenir aussi l'effet du microchamp thermique dû aux ions et électrons du plasma. Cet effet combiné de l'élargissement thermique et de la turbulence sera calculé en faisant le produit des FAD de chaque processus, suivi d'une transformation de Fourier pour obtenir le profil de raie. Ce profil final sera un produit de convolution des processus individuels, qui supposera que ces deux processus sont indépendants.

4.10 Résultats : paquets d'ondes planes

Nous pouvons d'abord étudier la dépendance des FAD vis-à-vis de la fréquence de saut ν dans des cas où le champ turbulent de Langmuir agit seul. Sur la figure 4.5 nous avons tracé plusieurs FAD calculées pour un champ moyen de $100 E_0$ et trois différentes fréquences de saut ($\omega_p/25$, $\omega_p/50$, $\omega_p/100$). La FAD sans oscillations correspond à l'effet du microchamp thermique dans la limite impact, dont la validité est assurée ici pour les électrons et les ions. Pour ces conditions et ces paramètres du champ turbulent, l'effet des ondes de Langmuir va dominer sur l'effet thermique du microchamp du plasma.

L'amortissement des FAD semble être proportionnel à l'augmentation de la fréquence de saut. Nous reviendrons sur cet effet en calculant le profil de raie. Une étude similaire peut être faite en fixant la fréquence de saut à $\omega_p/50$, et en considérant trois différentes valeurs du module du champ de Langmuir moyen (50, 75 et $100 E_0$). On observe à nouveau un fort effet d'amortissement qui est comparable ou plus important que l'effet d'amortissement impact pour ces conditions (l'amortissement impact ne présente pas d'oscillations). La transformation de Fourier de ces FAD donne le profil de raie. Nous utilisons la formule de Filon pour l'effectuer [60], qui permet une évaluation numérique bien adaptée pour les intégrands oscillants.

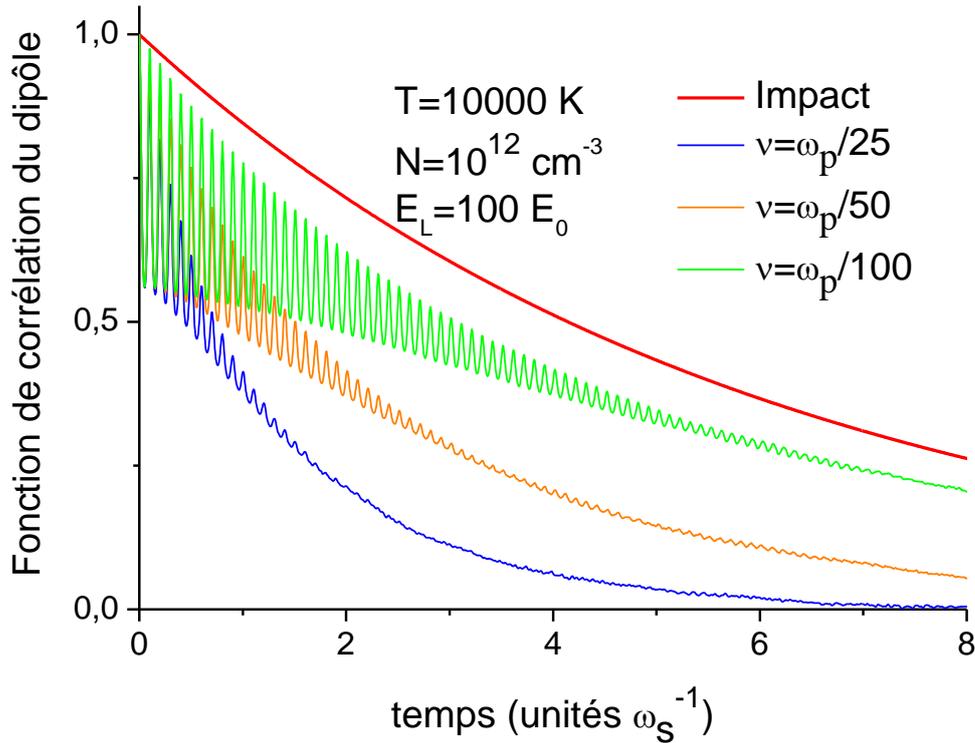


Figure 4.5 *Fonction de corrélation du dipôle (FAD) de la raie Lyman- α de l'hydrogène soumis à des histoires de champs de Langmuir de la forme onde plane, avec un module du champ de Langmuir égal à $100 E_0$, et trois différentes fréquences de saut ($\omega_p/25$, $\omega_p/50$, $\omega_p/100$). La FAD sans oscillations correspond à l'effet du microchamp thermique dans la limite impact.*

Les profils de raie sont présentés en unités alpha, comme pour les calculs de profils du chapitre 3. En utilisant la demi-largeur à mi-hauteur des profils, il est possible de préciser la dépendance du profil spectral vis-à-vis des paramètres des ondes de Langmuir turbulentes. Sur la figure 4.7, nous avons tracé le profil de la raie Lyman- α pour $E_L=100 E_0$, et trois différentes fréquences de saut ($\nu = \omega_p/25, \omega_p/50, \omega_p/100$). On observe un élargissement qui augmente linéairement avec la valeur de ν , pour des conditions qui correspondent ici à une valeur de $W=2,2$. Pour ce cas un premier doublement de la largeur est observé en passant de $\nu = \omega_p/100$ à $\nu = \omega_p/50$, et un second doublement en passant à $\nu = \omega_p/25$. Cet effet d'élargissement est la réponse du profil spectral à des renouvellements de plus en plus rapides du champ électrique de Langmuir, c'est donc un effet de dynamique du au renouvellement d'un champ électrique qui obéit à l'équation 4.9.

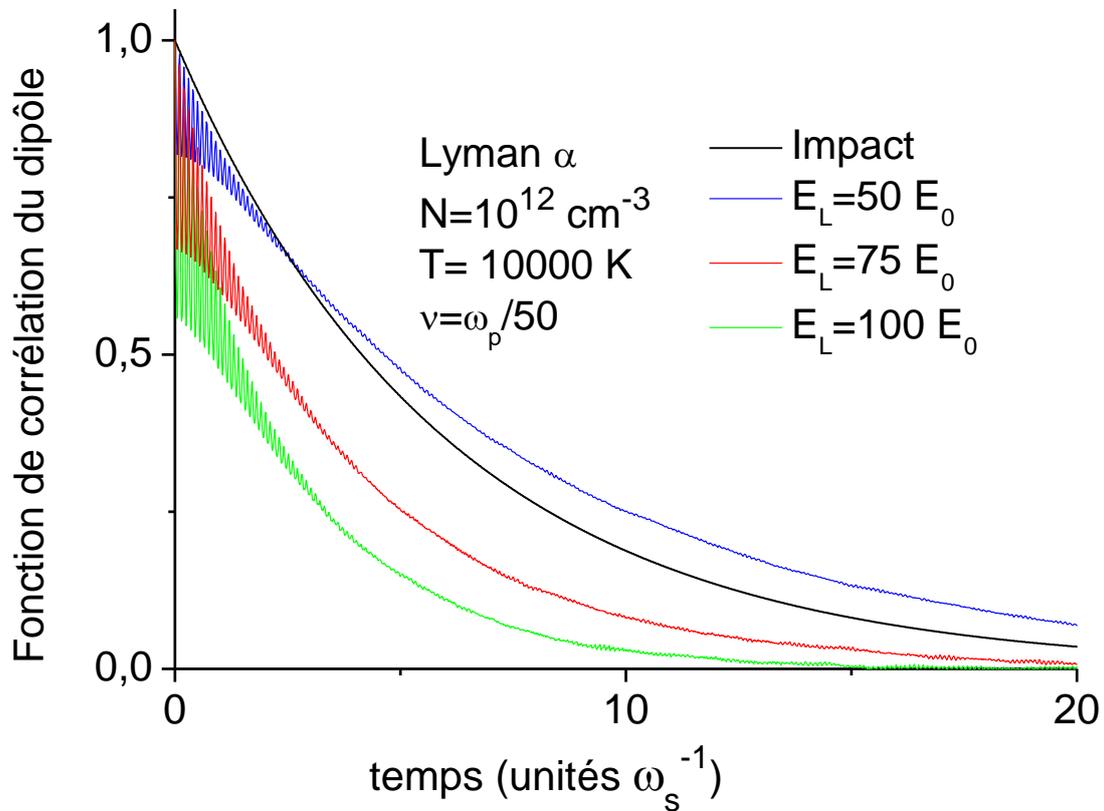


Figure 4.6 *Fonction de corrélation du dipôle (FAD) de la raie Lyman- α de l'hydrogène soumis à des histoires de champs de Langmuir de la forme onde plane, avec une fréquence de saut égale à $\omega_p/50$, et en considérant trois différentes valeurs du module du champ de Langmuir moyen (50, 75 et $100 E_0$). La FAD sans oscillations correspond à l'effet du microchamp thermique dans la limite impact.*

Sur la figure 4.8, le profil de la raie Lyman- α est tracé pour $\nu = \omega_p/50$, et quatre différentes valeurs de E_L . La largeur du profil croît d'un facteur 2,6 quand E_L passe de 50 à $100 E_0$, puis on observe une nette saturation de la largeur qui n'augmente que de 15% quand E_L passe de 100 à $200 E_0$. L'augmentation du module du champ entraîne une interaction plus forte avec l'atome, ce qui diminue l'effet de dynamique sur le profil.

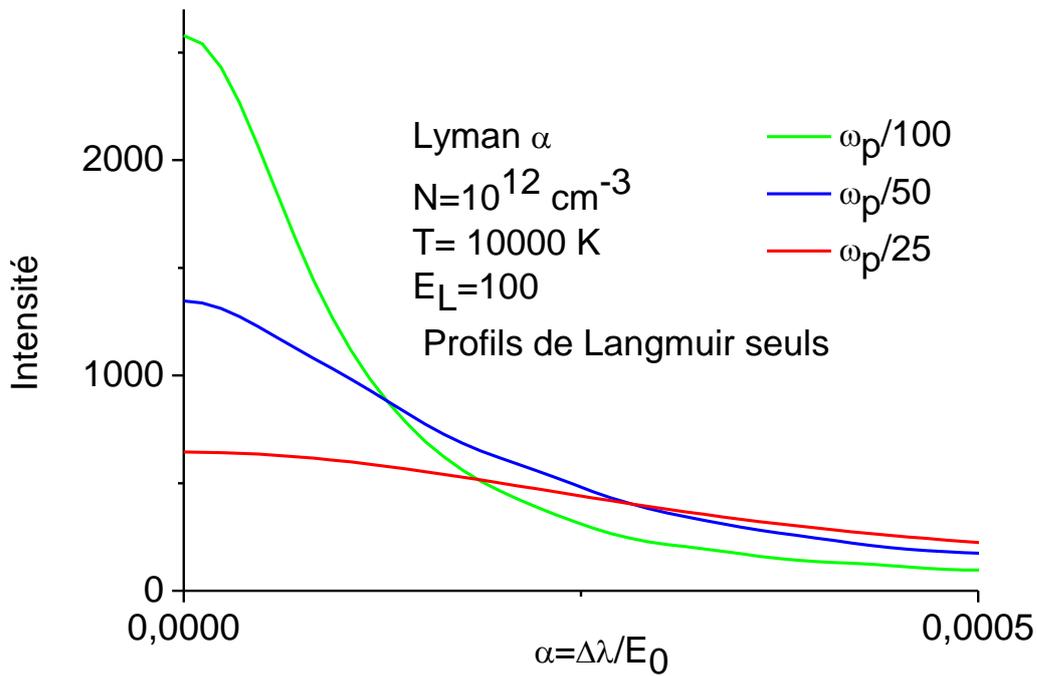


Figure 4.7 Profil de la raie Lyman- α pour $E_L=100 E_0$, et trois différentes fréquences de saut

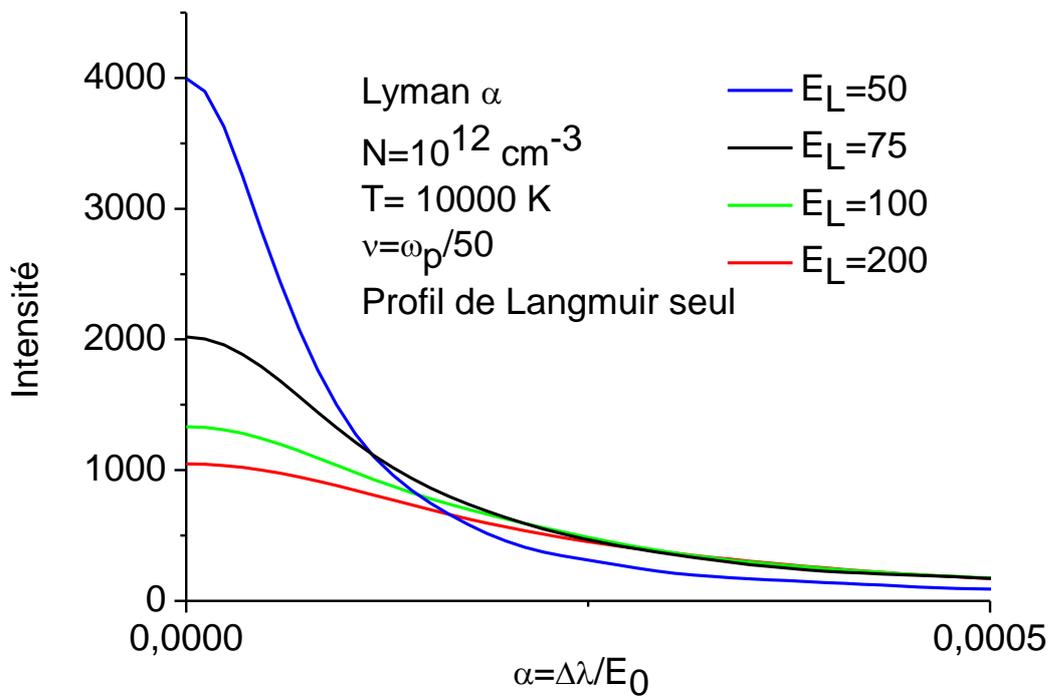


Figure 4.8 Profil de la raie Lyman- α pour $\nu = \omega_p/50$, et quatre différentes valeurs de E_L .

Les figures précédentes correspondent à l'effet unique des ondes turbulentes de Langmuir. En utilisant la théorie d'impact pour les ions et les électrons, nous pouvons calculer le profil Stark seul. Une convolution de l'effet Stark thermique avec l'effet des ondes turbulente de Langmuir permet de tracer un profil complet sur la figure 4.9. Pour ces calculs qui correspondent à une température de 10000 K, densité de 10^{12} cm^{-3} , $\nu = \omega_p/50$, et une valeur de E_L égale à $100 E_0$, on peut voir que le profil de Langmuir est deux fois plus large que le profil Stark, le profil complet étant près de 3 fois plus large. La turbulence forte de Langmuir est donc un mécanisme d'élargissement qui peut devenir dominant pour ces conditions de basse densité.

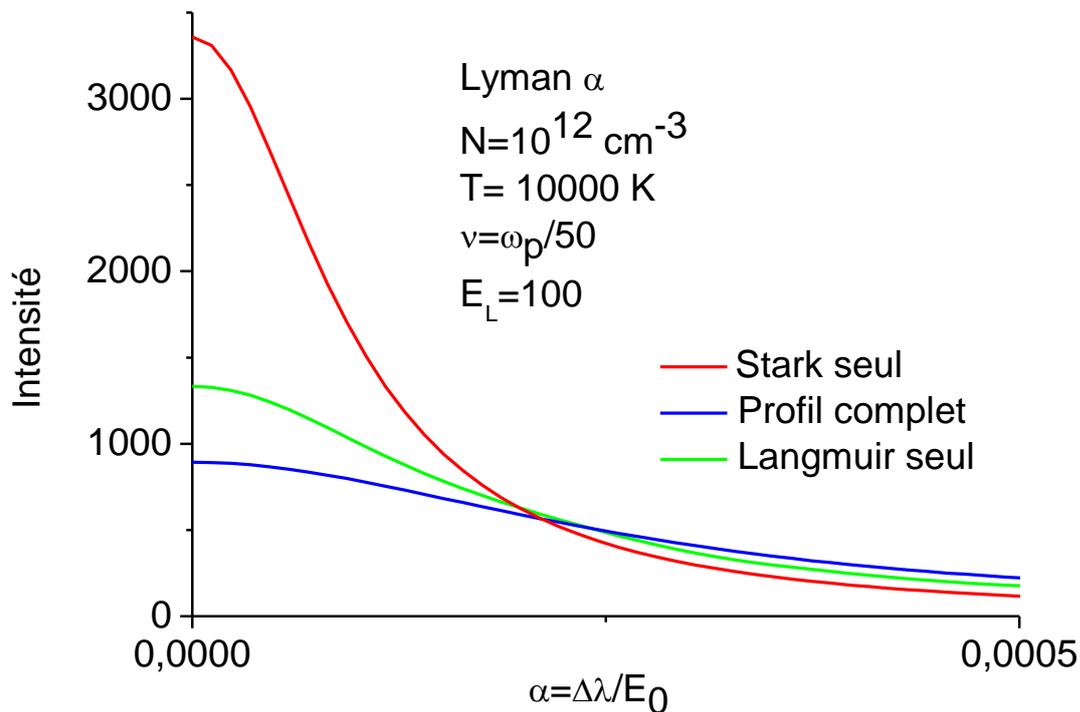


Figure 4.9 Profil Stark seul, Langmuir seul et complet de la raie Lyman- α pour $\nu = \omega_p/50$, et une valeur de E_L égale à $100 E_0$.

4.11 Résultats : paquets d'ondes lorentziens

Nous avons calculé des FAD et des profils de raies affectés par des champs de Langmuir modulés par une enveloppe lorentzienne (voir figure 4.3). Pour le calcul qui suit, la demi-largeur à mi hauteur de la lorentzienne utilisée est égale à 1/5 de la durée de vie de chaque champ turbulent. Pour des conditions de plasma et des paramètres du champ turbulent identiques à celle de la figure précédente, nous avons tracé sur la figure 4.10 les profils résultants de l'application du champ turbulent de Langmuir seul, de l'effet Stark seul, et du profil complet obtenu par convolution des deux précédents. La modulation par une enveloppe

lorentzienne réduit l'effet d'élargissement par le champ turbulent. Le profil de Langmuir seul ne représente que de l'ordre de 50% de la largeur Stark, ce qui provoque un élargissement de 40% du profil Stark après convolution. La différence avec le cas de la figure précédente est que le module du champ $E_L=100 E_0$ ne s'applique que pendant une petite fraction de l'intervalle de temps entre deux sauts.

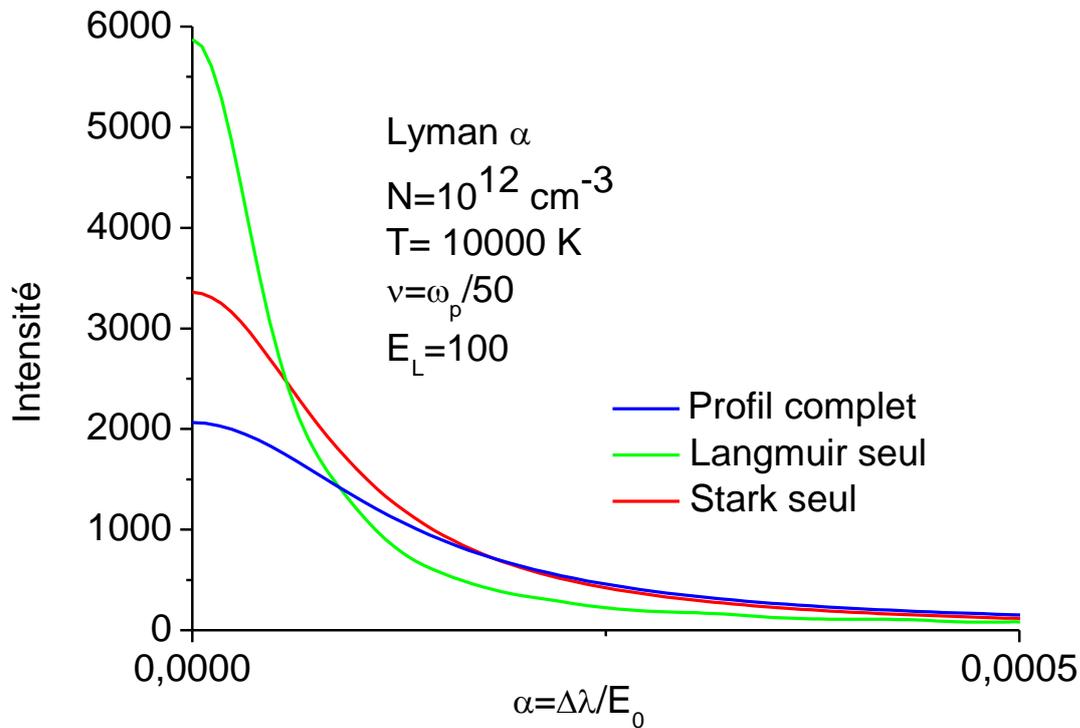


Figure 4.10 Comme la figure 4.9, mais avec des champs de Langmuir modulés par une enveloppe lorentzienne.

Dans les mêmes conditions de plasma et de fréquence de saut, nous avons tracé sur la figure 4.11 l'effet d'une augmentation du module maximal du champ turbulent. Pour un champ $E_L = 200 E_0$ on observe que le profil Langmuir turbulent est 2,2 fois plus large que le profil pour $E_L = 100 E_0$, dominant maintenant le profil Stark seul. Pour un champ $E_L = 300 E_0$ le profil Langmuir turbulent n'est toutefois que 2,4 fois plus large que le profil pour $E_L=100 E_0$, suggérant comme dans le cas de la figure 4.8 qu'il existe un mécanisme de saturation de l'élargissement quand le module du champ turbulent augmente.

Pour une température de 100000 K, et une densité de 10^{13} cm^{-3} , nous avons calculé l'effet des ondes turbulentes de Langmuir avec $E_L=200 E_0$, et $\nu = \omega_p/50$. Pour ces conditions ou $W=1,9$, on trouve à nouveau un effet important du aux ondes. Sur la figure 4.12, on peut voir que le profil Langmuir turbulent a une largeur similaire à celle du profil Stark. Ce profil de Langmuir a toutefois une intensité asymptotique beaucoup plus importante que celle du profil Stark. L'aile lointaine des raies n'est pas représentée sur la figure, mais on peut deviner que

pour maintenir la normalisation de ces deux profils, l'intensité dans l'aile lointaine du profil de Langmuir décroît beaucoup plus lentement que celle du profil Stark seul. Le profil complet de la raie est deux fois plus large que le profil Stark, indiquant à nouveau qu'on peut observer de très forts élargissements en présence de turbulence forte de Langmuir.

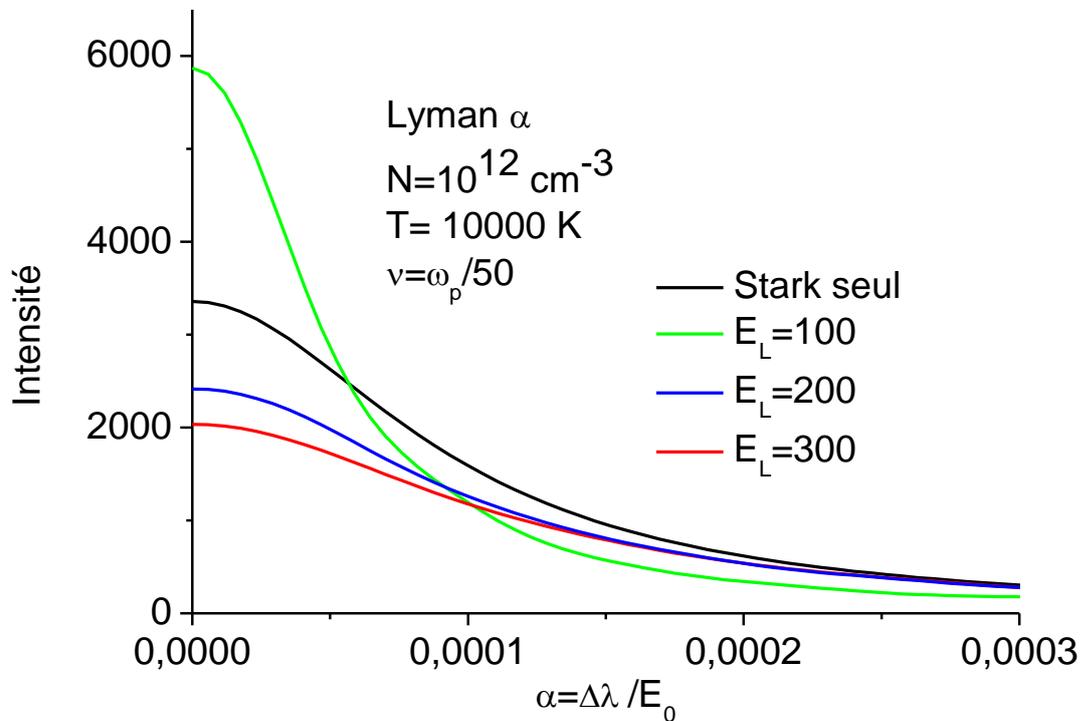


Figure 4.11 Profil de la raie Lyman- α pour $\nu = \omega_p/50$, et trois différentes valeurs de E_L . Les champs de Langmuir turbulents sont modulés par une enveloppe lorentzienne.

Nous avons calculé d'autres cas dans d'autres conditions de plasma et d'onde de Langmuir turbulente. Ils ne sont pas rapportés dans ce travail car ils ne changent pas la conclusion de l'étude préliminaire proposée dans ce travail. L'effet des ondes turbulentes calculé avec notre modèle de renouvellement peut créer un élargissement supérieur à celui de la composante de plasma à l'équilibre. Dans une gamme de densité $10^{12} < N < 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, et de température entre 1 et 10 eV, cet effet d'élargissement est toujours observé pour des champs turbulents d'amplitude maximale de l'ordre de $100 E_0$, et des fréquences de saut supérieures ou de l'ordre de $\nu = \omega_p/50$.

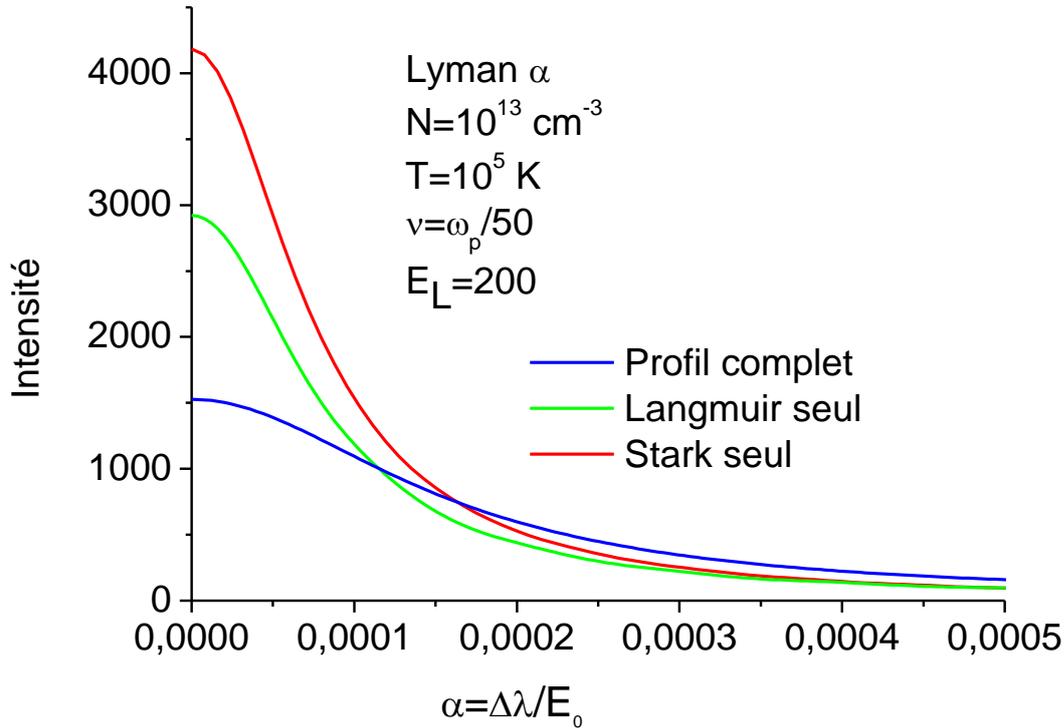


Figure 4.12 Profil de la raie Lyman- α pour $N=10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $T=100000 \text{ K}$. Le champ de Langmuir est calculé pour $\nu = \omega_p/50$, $E_L=200$ et modulé par une enveloppe lorentzienne.

4.12 Conclusion

Nous avons examiné un milieu plasma non magnétisé dans lequel il existe un couplage non linéaire des ondes de Langmuir, ionique et électromagnétique. Les équations de Zhakarov ont d'abord permis de comprendre la création de dépressions locales de densité, accompagnées d'augmentation de l'intensité de l'onde dans ces conditions. En turbulence forte, d'intenses paquets d'ondes cohérents et localisés se forment spontanément, et subissent un cycle sur un temps de vie grand devant l'inverse de la fréquence plasma. Un émetteur dans le plasma va ressentir l'effet de paquets d'ondes avec des champs pouvant être beaucoup plus grand que le microchamp de Holtmark. Nous proposons de modéliser cet effet par un processus stochastique de renouvellement d'un champ de paquet d'onde oscillant. Des fonctions de densité de probabilité ont été suggérées pour les valeurs de l'amplitude et les durées de vie de chaque paquet d'onde. Nos calculs de la raie Lyman α dans un plasma avec turbulence forte de Langmuir ont été effectués à basse densité avec des paquets d'onde plane et des paquets d'onde lorentziens. Dans les deux cas on observe que le profil Stark calculé à l'équilibre est élargi quand on prend en compte l'effet des paquets d'ondes de Langmuir. Ce résultat est original et est présenté pour la première fois dans cette thèse.

"On ne fait jamais attention à ce qui a été fait; on ne voit que ce qui reste à faire"

Marie Curie

CONCLUSION

Le but de ce travail est l'étude du profil des raies spectrales de l'atome d'hydrogène ou des ions hydrogénoïdes élargis par effet Stark, dans un plasma en équilibre et hors équilibre thermodynamique, en fonction des différents paramètres du plasma (densité du plasma, température). Même à l'équilibre, il n'est en général pas possible de résoudre analytiquement l'équation de Schrödinger dépendant du temps. Dès lors, il est indispensable d'utiliser des approximations telles que les modèles impact ou quasistatique, dont on peut vérifier la précision en comparant à des simulations numériques. On trouve ainsi qu'il existe des conditions de plasma pour lesquelles ces approximations ne sont pas bien adaptées pour décrire les formes de raies spectrales. Cette thèse propose donc une approche différente utilisant des modèles stochastiques pour calculer la fonction de corrélation du dipôle atomique et le profil de raie.

Nous nous sommes intéressés dans le premier chapitre aux fondements théoriques des approches stochastiques, avec une introduction à la théorie des probabilités, à la marche au hasard continue en temps, et aux processus markoviens ou non-markoviens. Le second chapitre présente une revue des mécanismes principaux d'élargissement des raies. Le formalisme d'élargissement de raie par effet Stark est présenté dans le cas des raies de l'hydrogène, avec les approximations d'impact et quasistatique. La méthode de microchamp modèle développée en 1971 est le premier exemple de processus stochastique utilisé pour l'effet Stark (processus kangourou). Cette approche markovienne est présentée, avec une proposition d'inclusion d'un effet de mémoire en utilisant un processus normal-Weibull.

Le chapitre 3 présente les calculs des raies Lyman α , Lyman β et Lyman γ dans le cadre de la Méthode du Microchamp Modèle (MMM). La plupart de ces calculs prend en compte uniquement l'élargissement dû à la composante ionique. Ceci permet de tester la capacité de l'approche stochastique à traiter l'effet de dynamique des ions, en comparant à une simulation ab-initio. Ces calculs ont été faits en utilisant une expression analytique utilisant le processus kangourou, mais aussi une simulation numérique du processus numérique développée dans le cadre de ce travail. Les profils des raies de Lyman sont calculés pour une température de 10000 K et des densités comprises entre 10^{13} et 10^{17} cm⁻³. Une conclusion de ce chapitre est que si le processus kangourou a montré un comportement global correct entre les régimes statiques et d'impact, il montre un manque systématique d'effets dynamiques. Une tentative d'amélioration du processus stochastique obtenue avec un processus à mémoire normal-Weibull permet effectivement de se rapprocher des calculs ab-initio à basse densité, mais n'apporte aucune amélioration à densité élevée.

L'effet de la turbulence forte de Langmuir sur le profil de la raie Lyman α est étudié dans le chapitre 4 à l'aide d'un modèle stochastique. Nous considérons un milieu dans lequel il existe un couplage non linéaire des ondes de Langmuir, ionique et électromagnétique. Nous avons rappelé que les équations de Zhakarov ont d'abord permis de comprendre la création de dépressions locales de densité, accompagnées d'augmentation de l'intensité de l'onde dans ces conditions. En turbulence forte, d'intenses paquets d'ondes cohérents et localisés se forment spontanément, et subissent un cycle sur un temps de vie grand devant l'inverse de la fréquence plasma. Un émetteur dans le plasma va ressentir l'effet de paquets d'ondes avec des champs pouvant être beaucoup plus grand que le microchamp de Holtmark. Nous proposons de modéliser cet effet par un processus stochastique de renouvellement d'un champ de paquet d'onde oscillant. Des fonctions de densité de probabilité ont été suggérées pour les valeurs de l'amplitude et les durées de vie de chaque paquet d'onde. Nos calculs de la raie Lyman α dans un plasma avec turbulence forte de Langmuir ont été effectués à basse densité avec des paquets d'onde plane et des paquets d'onde lorentziens. Dans les deux cas on observe que le profil Stark calculé à l'équilibre est élargi quand on prend en compte l'effet des paquets d'ondes de Langmuir. Il est donc possible que l'effet de turbulence forte ait une signature spectrale observable. Ce résultat est original et est présenté pour la première fois dans cette thèse. Les conditions de plasma utilisées dans nos calculs peuvent être rencontrées dans les plasmas de bord des Tokamaks, dans lesquels on soupçonne qu'il existe une turbulence forte de Langmuir lors des disruptions. Ce phénomène peut toutefois affecter de nombreux types de plasmas s'il existe une source d'énergie telle que celle apportée par un faisceau de particules chargées. Des études supplémentaires sont nécessaires pour affirmer que nous avons posé les bases d'un futur diagnostic spectroscopique d'un plasma affecté par la turbulence de Langmuir. En particulier, il faudra calculer des raies plus facilement observables que la Lyman α qui est généralement fortement affectée par le transfert radiatif. Parmi les perspectives de ce travail, il y a donc l'application de ce modèle à des raies de la série de Balmer, qui sont couramment observées dans la plupart des plasmas d'hydrogène. Les résultats d'une telle étude pourront alors être utilisés pour le diagnostic des plasmas d'astrophysique et ceux de la fusion thermonucléaire contrôlée.

Une perspective plus lointaine de ce travail pourrait concerner l'effet d'un champ magnétique fort. On sait que le champ magnétique fort crée un effet Zeeman sur le profil spectral avec l'apparition d'un triplet de Lorentz. Le calcul que nous avons proposé peut alors s'appliquer sans difficulté particulière à chaque raie du triplet de Lorentz. Le problème qui se pose alors est celui des caractéristiques de la turbulence forte de Langmuir en présence d'un champ magnétique intense. Celles-ci peuvent être modifiées sans que l'on sache aujourd'hui de combien et comment. Il s'agit donc d'un problème qui sera traité dans un futur plus lointain.

REFERENCES

- [1] J. L. Doob, “*Stochastic Processes*”, Wiley Classics Library Edition Published. New York 1990.
- [2] S. Lessard, “*Cours de processus stochastiques*”, Université de Montréal 2013.
- [3] L. Banega, “*Processus Stochastiques : Processus de Poisson et Chaîne de Markov*”, 2004.
- [4] K. Jacobs, “*Stochastic Processes for Physicists*”. Cambridge University Press, 2010.
- [5] F. Bardoux, J-P. Bouchaud, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, “*Levy Statistics and Laser Cooling : How Rare Events Bring Atoms to Rest*”, Cambridge University Press, 2003.
- [6] D. R. Cox, “*Renewal Theory*”, John Wiley and Sons, New York, 1962.
- [7] G. Doetsch, “*Introduction to the Theory and Application of the Laplace Transformation*”, Springer-Verlag, Berlin, 1974.
- [8] G.H. Weiss, “*Aspects and Applications of the Random Walk*”, Elsevier, 1994.
- [9] E.W. Montroll and G.H.Weiss, *Random Walks on Lattices*, J. Math. Phys. **6**, 167 (1965).
- [10] J.W. Haus and K.W. Kehr, *Diffusion in Regular and Disordered Lattices*. Phys. Rep. **5**, 150 (1987).
- [11] M. Lax and H. Scher. *Renewal Theory and AC Conductivity in Random Structures*. Phys. Rev. Lett. **39**, 781 (1977).
- [12] U. Frisch, A. Brissaud. *Theory of stark broadening – I : Soluble scalar model as a test*. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **11**, 1753 (1971).
- [13] A. Brissaud, U. Frisch, *Theory of stark broadening – II Exact line profile with model microfield*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **11**, 1767 (1971).

-
- [14] U. Frisch and A. Brissaud, *Solving Linear Stochastic Differential Equation*, J. Math. Phys. **15**, 524 (1974).
- [15] N.G. Van Kampen, “*Stochastic Processes in Physics and Chemistry*”, Elsevier, 2007.
- [16] R. F. Bass, “*Stochastic Processes*”, Cambridge University Press, 2011.
- [17] W. Feller, “*An Introduction To Probability Theory*”, John Wiley And Sons, 1971.
- [18] H. R. Griem, A. C. Kolb and K. Y. Shen, *Stark Broadening of Hydrogen Lines in Plasma*, Phys. Rev. **116**, 4 (1959).
- [19] R. Stamm, R. Hammami, I. Hannachi, H. Capes, L. Godbert-Mouret, M. Koubiti, Y. Marandet and J. Rosato, *Stochastic processes for line shapes and intensities*, Advances in Space Research. **54**, 1152 (2014).
- [20] H. R. Griem. *Spectral line broadening by plasma*. Academic Press, New York, 1974.
- [21] E. Stambulchik and Y. Maron, *Plasma Line Broadening and Computer Simulations : A Mini-Review*, High. Ener. Dens. Phys. **6**, 9 (2010).
- [22] R. Stamm and D. Voslamber, *On the Role of Ion Dynamics in the Stark Broadening of Hydrogen Lines*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **22**, 599 (1979).
- [23] R. Stamm, E. W. Smith, and B. Talin. *Study of Hydrogen Stark Profiles by Means of Computer Simulation*. Phys. Rev. A **30**, 2039 (1984).
- [24] J. Rosato et al, *Stark Broadening of Hydrogen Lines in Low-Density Magnetized Plasmas*, Phys. Rev. E **79**, 046408 (2009).
- [25] R. Stamm, B. Talin, E.L. Pollock, C.A. Iglesias, *Ion-dynamics effects on the line shape shapes of hydrogenic emitters in plasmas*, Phys. Rev. A **34**, 4144 (1986).
- [26] A. Calisti, S. Ferri, B. Talin, *Classical molecular dynamics model for coupled two component plasmas*, High Energy Density Phys. **5**, 307 (2009).
- [27] E. Stambulchik et al, *Special Issues on Spectral Line Shapes in Plasmas*, Atoms, **2-3** (2015).
- [28] A. Calisti et al, *Dynamic Stark broadening as the Dicke narrowing effect*, Phys. Rev. E **81**, 016406(2010).
- [29] C. F. Hooper, *Low-Frequency Component Electric Microfield Distribution in Plasmas*, Phys. Rev. **165**, 215 (1968).
- [30] C. Stehlé, R. Hutcheon, *Extensive tabulations of Stark broadened hydrogen line profiles*, Astron. Astrophys. Supp. Ser. **140**, 93 (1999).
- [31] J. Seidel, “*Dissertation Zur Erlangung Des Doktorgrades*”, Unpublished, Düsseldorf 1974.

-
- [32] A. Konies, S. Günter, and G. Röpke, *On the Time Evolution of the Ionic Microfield in Plasmas*, J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. **29**, 6091 (1996).
- [33] L. Badii and F. Oberhettinger, “*Tables of Laplace Transforms*”, Springer, Berlin 1973.
- [34] M. Goto, R. Sakamoto and S. Morita, *Experimental verification of complete LTE plasma formation in hydrogen pellet cloud*, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 1163 (2007).
- [35] P. S. Barklem, *Hydrogen lines*, Phys. Scr. **133**, 014023 (2008).
- [36] C. Stehlé and S. Fouquet, *Hydrogen Stark broadened Brackett lines*, Int. Jour. Spec. **07**, 506346 (2010).
- [37] J. Seidel, *Hydrogen Stark Broadening by different Kinds of Model Microfields*, Z. Naturforsch., **35A**, 679 (1980).
- [38] R. Hammami et al, *A Stark Broadening Simulation Using a Renewal Process for the Electric Microfield*, J. Phys. : Conf. Ser. **397**, 012006 (2012).
- [39] R. Stamm, D. Boland, R. Hammami, and al, *Stochastic Processes Applied to Line Shapes*, Baltic Astronomy **20**, 540 (2011).
- [40] M. R. Frerichs, *Simulation of Stochastic Model Processes in the Theory of Stark-Broadening*, Z. Phys. D - Atoms, Molecules And Clusters **11**, 315 (1989).
- [41] I. Hannachi, H. Capes, L. Godbert-Mouret, F. Guzman, M. Koubiti, Y. Marandet, J. Rosato, M.T. Meftah, and R. Stamm, *Stochastic Processes Applied to the Spectroscopic Diagnostic of Hydrogen in Edge Plasmas*, Contrib. Plasma Phys. **54**, 529 (2014)
- [42] T. Stix, “*Waves in plasmas*”, American Institute of Physics, 1992.
- [43] F. F. Chen, “*Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*”, Plenum Press, 1984.
- [44] P. M. Bellan, “*Fundamentals of plasma physics*”, Cambridge University Press, 2008.
- [45] V. E. Zakharov, *Collapse of Langmuir waves*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **62**, 1745. (1972).
- [46] P. A. Robinson, *Nonlinear wave collapse and strong turbulence*, Rev. Mod. Phys. **69**, 507 (1997).
- [47] V. E. Zakharov, S. Musher, A. Rubenchik, *hamoltonian approach to the description of non-linear plasma phenomena*, Phys. Rep. **129**, 285 (1985).
- [48] A. Vedenov and L. Rudakov, *Interction of waves in continuous media*, Sov. Phys. Dokl. **9**, 1073(1965).
- [49] G. Doolen, D. Dubois, H. Rose, *Nucleation of cavitons in strong Langmuir turbulence*, Phys. Rev. Lett. **54**, 804(1985).
- [50] E. Oks and G. Sholin, *Stark profiles of hydrogen lines in plasma with low-frequency turbulence*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **68**, 974 (1975).

-
- [51] M. Baranger and B. Mozer, *Light as plasma probe*, Phys. Rev. **123**, 25 (1961).
- [52] P. Bakshi and G. Kalman, *Possible spectral diagnostic for turbulent electric field in solar flares*, Solar Physics **47**, 307 (1976).
- [53] E. Lifshitz, *Stark effect in high frequency stochastic fields in a plasma*, Sov. Phys. JETP **26**, 570 (1968)
- [54] D. Levron, G. Benford, D. Tzach, *Electric field spectra beyond the strong turbulence regime of relativistic beam-plasma interactions*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1336 (1987).
- [55] T. Tajima, M. Goldman, J. Leboeuf, J. Dawson, *Breakup reconstitution of Langmuir wavepackets*, Phys. Fluids **24**, 182(1981).
- [56] D. Newman, R. Winglee, P. Robinson, J. Glanz, M. Goldman, *Simulation of the collapse and dissipation of Langmuir wavepackets*, Phys. Fluids B **2**, 2600(1990).
- [57] L. Burlaga and A. Lazarus, *lognormal distribution and spectra of solar wind plasma fluctuations: wind 1995-1998*, J. Geophys. Res. **105**, 2357 (2000).
- [58] F. Sattin, N. Vianello and M. Valisa, *On the probability distribution function of particle density at the edge of fusion devices*, Phys. Plasmas **11**, 5032 (2004).
- [59] S. Koonin, “*Computational Physics*”, Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
- [60] M. Abramovitz et I. Stegun (Eds.), “*Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*”, Dover, New York (1972).

RESUME

Dans ce travail, nous avons analysé l'élargissement des raies qui sont principalement affectées par l'effet Stark. La première partie de cette thèse fait un rappel sur les processus stochastiques. On développe ensuite un modèle stochastique pour des profils de raies dans un plasma à l'équilibre. Nous avons utilisé un processus de renouvellement pour modéliser le microchamp du plasma, ce qui permet d'exprimer le profil de raie à l'aide de moyennes statiques sur la fonction de densité de probabilité du microchamp, tout en prenant en compte la dynamique des ions. Beaucoup de calculs de profils de raies de Lyman de l'hydrogène ont été effectués, pour des conditions variables de densité et température, dont en particulier des conditions rencontrées dans les machines de fusion magnétique. Ces calculs ont permis de mettre en évidence les différences entre l'approche stochastique et une simulation numérique ab-initio. Il manque systématiquement des effets de dynamique avec le processus markovien. Ces différences sont en particulier significatives pour les plasmas de faibles densités, quand la condition de validité de la théorie d'impact est presque satisfaite. Nous avons proposé pour ces conditions d'inclure des effets de mémoire dans le modèle stochastique, ce qui améliore l'accord avec les simulations numériques ab initio.

La dernière partie de la thèse concerne l'effet sur les profils de raie d'un plasma affecté par une turbulence de Langmuir. Un modèle stochastique est à nouveau employé pour caractériser le champ créé par la turbulence de Langmuir. La turbulence forte est analysée à partir des équations de Zhakarov et de simulations numériques. Le plasma devient très inhomogène, et un émetteur dans le plasma perçoit une suite de paquets d'ondes avec une amplitude distribuée suivant une loi lognormale, et une phase aléatoire. Nous avons proposé un modèle numérique pour calculer le profil de raie dans les cas où l'énergie des ondes est de l'ordre de l'énergie thermique du plasma. Les calculs effectués sur la raie Lyman α montrent que la turbulence peut être un mécanisme d'élargissement qui domine l'effet Stark pour un plasma à l'équilibre.

ABSTRACT

In this work, we have analysed the broadening of lines mainly affected by Stark effect. The first part of this thesis recalls the principles of stochastic processes. We then developed a stochastic model for line profiles in plasma at equilibrium. We have used a renewal process for modeling the plasma microfield, which allows expressing the line profile using a static average on the probability density function of the plasma microfield, retaining ion dynamics. Many calculations of Lyman hydrogen profiles have been made, for various density and temperature conditions, with in particular conditions encountered in the magnetic fusion machines. These calculations have revealed the differences between the stochastic approach and an ab-initio numerical simulation. It systematically lacks dynamic effects by using the Markov process. These differences are particularly significant for low density plasmas, when the condition of validity of the impact theory is almost satisfied. We have proposed for these conditions to include memory effects in the stochastic model, which improves the agreement with ab-initio numerical simulations.

The last part of the thesis concerns the effect on line profiles of a plasma affected by Langmuir turbulence. A stochastic model is again used to describe the field created by the Langmuir turbulence. The strong turbulence is analysed by using Zhakarov equations and numerical simulations. The plasma becomes very inhomogeneous, and an emitter in the plasma perceives a series of wave packets with amplitudes following a lognormal law, and a random phase. We have proposed a numerical model to calculate the line profile in cases where wave energy is of the order of the plasma thermal energy. The calculations made for the Lyman α line show that turbulence can be an broadening mechanism dominating thermal the Stark effect.