



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BATNA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur en Sciences

Spécialité : MECANIQUE

Option : ENERGETIQUE

PAR

Mostefa TRAD

Maitre-assistant à l'Université de Batna

Thème

Convection naturelle et forcée dans un cylindre vertical poreux. Analyse numérique du transfert de chaleur et influence de la matrice solide sur l'écoulement

Soutenu publiquement le .. / .. / 2015
Devant le jury composé de :

Dr. Mohamed SIAMEUR	Pr. à l'Université de Batna	Président
Dr. Hocine BENMOUSSA	Pr. à l'Université de Batna	Rapporteur
Dr. Abdelhafid MOUMMI	Pr. à l'Université de Biskra	Examineur
Dr. Ahmed BENZAOUI	Pr. à l'USTHB Alger	Examineur
Dr. Fethi BOURAS	M.C.A à l'Université d'El Oued Souf	Examineur
Dr. Cherif BOUGRIOU	Pr. à l'Université de Batna	Examineur

Dédicaces

Je dédie ce travail

A ma mère

A ma petite famille

A tous ceux qui me sont chers

M. Trad

REMERCIEMENTS

Durant les années de préparation de ma thèse, j'ai eu le plaisir de rencontrer et de côtoyer de nombreuses personnes que je tiens à remercier ici, car leur aide m'a été précieuse.

En premier lieu, j'exprime ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à mon Directeur de thèse le Docteur Hocine BENMOUSSA, pour ses encourageants conseils et pour l'entière disponibilité qu'il m'a accordée durant toutes les étapes de la réalisation de cette thèse, Grand Merci.

Mes remerciements vont aussi à :

- *Dr Mohammed SIAMEUR , Professeur à l'université Hadj Lakhdar de Batna pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance, malgré les nombreuses sollicitations.*
- *Dr Abdelhafid MOUMMI, Professeur à l'université Mohamed Khider de Biskra qui est toujours sur ses gardes afin d'aider les départements de mécanique et de physique de l'université HLBatna.*
- *Dr Ahmed BENZAOUI , Professeur à l'USTHB d'Alger qui nous a honoré par sa présence malgré ses préoccupations et l'éloignement.*
- *Dr Fethi BOURAS Maitre de conférences à l'Université Hamma Lakhdar d'El oued Souf, pour avoir accepté d'examiner mon travail de thèse.*
- *Dr Cherif BOUGRIOU Professeur à l'université Hadj Lakhdar de Batna, pour avoir accepté d'examiner mon travail de thèse.*

A Mes amis et collègues : M. LAHBARI, R. OUZZANI, N. MAHIEDDINE et R. BENBOUTA, pour leur contribution préalable à ce travail et l'aide qu'ils m'ont apportée.

SOMMAIRE

Nomenclature

Introduction générale	01
------------------------------	----

Chapitre I : Généralités sur les milieux poreux

I.1 Introduction.....	04
I.2 Caractéristiques géométriques	04
I.2.1 Granulométrie	04
I.2.2 Porosité.....	05
I.2.3 Surface spécifique.....	05
I.2.4 Tortuosité.....	06
I.3 Perméabilité du milieu poreux	06
I.3.1 Loi de Darcy.....	06
I.3.2 Compressibilité des milieux poreux	07
I.4 Transferts de chaleur dans un milieu poreux saturé par un fluide	08
I.4.1 Milieu poreux saturé d'un fluide globalement au repos.....	08
I.4.2 Milieu poreux saturé d'un fluide en mouvement.....	08
I.4.2.1 Equivalence du milieu poreux à un seul milieu continu fictif.....	08
I.4.2.2 Equivalence du milieu poreux à deux milieux continus fictifs.....	09
I.5 Classification et propriétés des milieux poreux	10
I.5.1 Distribution des dimensions des grains et des pores.....	11
I.5.2 Conception de volume élémentaire représentatif (V.E.R).....	11
I.5.3 Aperçu sur la conductivité thermique équivalente	12

Chapitre II : Etude bibliographique sur la convection dans les milieux poreux

II.1 Introduction	16
II.2 Tableaux récapitulatifs pour différentes configurations de milieux poreux.....	17
II.3 Synthèse de recherches sur la convection dans les milieux poreux.....	22

Chapitre III : Modélisation des transferts dans les milieux poreux

III.1. Ecoulements dans les milieux poreux	30
III.1.1 Types d'écoulements	30
III.1.2 Loi de Darcy-Forchheimer.....	31
III.1.3 Modèle de Brinkman	32
III.2 Modélisation de transferts de chaleur en convection forcée	33
III.2.1 Hypothèses et système d'équations.....	33

III.2.2 Adimensionnalisation	35
III.3 Modélisation des transferts de chaleur et de masse en convection forcée modèle de (Brooker-Arkema).....	37
III.3.1 Hypothèses	37
III.3.2 Equations	38
III.4 Etude des transferts couplés en convection forcée dans un cylindre vertical contenant un produit granulaire. (Modèle aux équations aux dérivées partielles)	40
III.5 Modélisation des transferts de chaleur et de masse en convection naturelle dans un cylindre vertical (Modèle aux équations aux dérivées partielles).....	44
III.5.1 Introduction	44
III.5.2 Hypothèses	45
III.5.3 Equations	45
III.5.4 Adimensionnalisation	50
Chapitre IV : Résultats et interprétations	
IV.1. Cas de la convection forcée : Modèle à deux températures	57
IV.1.1 Position du problème	57
IV.1.2 Méthode numérique de résolution	58
IV.1.3 Algorithme de la méthode	60
IV.1.4 Organigramme de la méthode utilisée.....	62
IV.1.5 Résultats et discussions	64
IV.2 Cas de la convection forcée : Modèle aux équations aux dérivées partielles...	67
IV.2.1 Solution dans le cas d'un séchage lent	67
IV.2.2 Front de séchage	71
IV.2.3 Front de réhumidification	73
IV.3 Détermination numérique de la vitesse de séchage en première phase.....	75
IV.4 Vitesses du front de séchage et de réhumidification	77
Conclusion générale	82
Références bibliographiques	

NOMENCLATURE

Lettres Latines

A	Rapport de forme
B_i	Nombre de Biot
C	Chaleur spécifique
d	Diamètre des pores
g	Accélération de la pesanteur
h	Coefficient d'échange global
H	Hauteur du cylindre
λ^*	Conductivité thermique équivalente
K	Perméabilité du milieu poreux
Nu	Nombre de Nusselt
Sh	Nombre de Sherwood
Sc	Nombre de Schmidt
Re	Nombre de Reynolds
Pr	Nombre de Prandtl
P	Pression
W	Humidité absolue de l'air
M	Humidité du produit
Q_c	Flux de chaleur
Q_m	Flux de masse
q	Densité de flux thermique
Ra_x	Nombre de Rayleigh basé sur une densité de flux thermique et sur x
Ra	Nombre de Rayleigh basé sur une densité de flux thermique et sur H
Re_d	Nombre de Reynolds basé sur le diamètre des pores
T	Température absolue

T^+	Température adimensionnelle
u, v	Composantes du vecteur de vitesse
u^+, v^+	Composantes du vecteur de vitesse sous forme adimensionnelle
\vec{V}	Vecteur de vitesse
v	Volume d'intégration
L	Chaleur latente
q_l, q_v	Densité de flux de liquide et de vapeur
S	Section
t	Temps
X	Teneur en eau calculée sur la base sèche
\dot{X}	Vitesse de séchage
\dot{X}_i	Vitesse de séchage en première phase
Y	Humidité absolue

Lettres Grecques

α	Coefficient de transfert de chaleur ou diffusivité thermique du milieu poreux
β	Coefficient de transfert de masse ou coefficient de dilatation thermique
ε	Porosité du milieu
ρ	Masse volumique
μ	Viscosité dynamique
ν	Viscosité cinématique
ϕ	Propriété générique
λ	Conductivité thermique
λ_{eff}	Conductivité thermique effective du milieu poreux
ξ	Surface par unité de volume
φ	Humidité relative

Indices inférieurs

<i>a</i>	Air
<i>eq</i> ou <i>e</i>	Equilibre
<i>f</i>	Fluide
<i>g</i>	Gaz
<i>h</i>	Humide
<i>i</i>	Initial
<i>l</i>	Liquide
°	Entrée
<i>p</i>	Produit
<i>s</i>	Saturation ou sortie ou solide
<i>v</i>	Vapeur
+	Adimensionnel
<i>réf</i>	Référence

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

Parmi les domaines (sièges), où interviennent la convection naturelle et la convection forcée en milieu poreux : les silos à grains.

Les grains de céréales et les graines ont toujours constitué la principale ressource alimentaire de l'homme et des animaux. Leur production dans le monde est de l'ordre de deux milliards de tonnes [11].

La consommation quotidienne est assurée par une seule récolte, quelque fois deux dans l'année, d'où des problèmes considérables de conservation et de stockage. Les pertes dues à une mauvaise conservation sont très importantes et dépendent du niveau technologique du pays : environ 5 à 10% de la production mondiale selon la F.A.O [11]. Le moyen essentiel d'assurer une bonne conservation est de maintenir le grain dans des conditions de température et d'humidité faible vers les 15 % d'humidité. Le grain est stabilisé, c'est-à-dire dans un état de vie au ralenti, s'il est à une humidité réduite. Les masses de grains livrées à la coopérative ne sont pas toujours homogènes, et proches de la limite de bonne conservation. L'exploitant doit assurer la stabilité et l'homogénéisation de son stock par une ventilation appropriée, aux moments où le pouvoir séchant de l'air ambiant est important.

Les principaux risques de dégradation des grains stockés sont essentiellement fonction de l'humidité relative et de la température de conservation. La connaissance de ces deux paramètres permet d'apprécier l'aptitude au stockage. Selon leur valeur, on peut déterminer une durée de conservation pour chaque espèce en fonction d'un critère de conservation ou de détérioration prédéfini.

Lorsque l'humidité du grain est abaissée au niveau du seuil de stabilisation, ce dernier ne contient plus d'eau libre ; son activité respiratoire est très faible et il se comporte presque comme une matière inerte.

Les moisissures ne peuvent se développer qu'avec une humidité relative de l'air interstitiel de l'ordre de 65-70 pour cent.

Le grain est un matériau hygroscopique qui absorbe ou rejette de l'eau sous forme de vapeur avec l'air ambiant, et en fonction de sa propre teneur en eau et de l'humidité relative de cet air.

Pour une température donnée, il se crée un équilibre entre l'humidité relative de l'air interstitiel et l'humidité du grain. Cet équilibre est représenté par une courbe isotherme de sorption-désorption dont la forme est caractéristique de chaque espèce.

La courbe d'humidité air-grain est à la base du principe de la ventilation pour le refroidissement et le séchage basse température d'une masse de grain. Cette ventilation est réalisée par circulation forcée d'air ambiant à travers la masse des céréales.

L'opération doit être conduite par paliers successifs. En pratique, il faut ventiler une première fois dès la mise en silo pour éviter une détérioration du grain par auto échauffement. Une seconde ventilation est généralement pratiquée en automne d'une façon à refroidir la masse du grain un peu plus que celle de l'air ambiant. Une ventilation hivernale à une température plus basse, et assurer par conséquent sa stabilité ultérieure (la faible conductivité thermique ralentit le réchauffement au printemps) [11].

Lors d'une opération de ventilation, l'air extérieur arrive dans la zone inférieure déjà refroidie. Il se refroidit en évaporant de l'eau au détriment de sa propre chaleur : le point représentatif se déplace donc sur une droite isenthalpe jusqu'à ce que l'équilibre avec le grain soit établi. Cette transformation correspond au **front de séchage** (la problématique de notre présente étude: détermination de ce front) et aboutit à un point d'équilibre qui marque la fin du séchage isenthalpique. Le point correspond alors à une humidité relative de l'air qui est imposée par la courbe de sorption-désorption du grain. Dans la zone de transition, l'air évolue sensiblement à l'humidité constante mais élève sa température jusqu'à atteindre celle du grain. Cette transformation correspond au point de refroidissement. Au-dessus de cette zone, il n'ya plus aucun échange.

Parmi les causes de dégradation des grains stockés en silo, une est importante ; elle est due aux alternances de températures diurnes et nocturnes ou saisonnières. Le grain, dit "sec", stocké en silo, est en fait à une teneur en eau de l'ordre de 10 à 15% qui assure sa stabilité dans les conditions normales. Les variations de températures ou de flux à la paroi échauffent le grain stocké au voisinage de celle-ci, donc le sursèche, ce qui se traduit par un dégagement de vapeur d'eau. Cette humidité dégagée va se condenser en des points plus froids du milieu où s'effectue le stockage, par exemple le toit et humidifier par endroit le grain. Les accidents de conservation proviennent toujours d'une germination locale associée à une humidité trop importante. Il y a alors dégagement de chaleur voir "prise en masse" du grain mouillé.

Les travaux relatifs aux problèmes de convection naturelle en milieu poreux sont nombreux, mais peu d'études envisagent le transfert de chaleur en instationnaire. Les études de transfert de chaleur en convection forcée dans un milieu granulaire et pour des configurations verticales sont nombreuses et peu d'études traitent les transferts couplés dans un amas de grains en silo soumis à des conditions pariétales instationnaires. Ce type de problèmes est complexe à traiter numériquement (seul le cas stationnaire sans séchage a été traité dans la plus part des cas). Ainsi, il s'agira, dans le cadre de ce travail, de modéliser les transferts couplés et mettre en évidence les déplacements (écoulement) des fronts et valider nos résultats avec ceux obtenus numériquement ou expérimentalement par d'autres auteurs. Le transfert de chaleur par convection forcée a été étudié.

La structure de cette thèse est effectuée de la façon suivante :

Une introduction générale englobe notre problématique, la modélisation des transferts et un bref aperçu sur la ventilation des silos.

Dans le premier chapitre, on s'est intéressé aux généralités sur les milieux poreux comme la classification et la caractérisation afin de cerner physiquement ce dit milieu et donner des informations élémentaires sur les transferts de chaleur dans un milieu poreux saturé par un fluide.

Le second chapitre contient une étude bibliographique exhaustive sur la convection dans les milieux poreux ainsi que les transferts couplés dans un milieu granulaire.

Dans le troisième chapitre, nous étudions la modélisation des phénomènes de transferts. Des généralités élémentaires sur les types de transferts de chaleur dans les milieux poreux se trouvent dans ce chapitre qui nous paraît nécessaire.

Le dernier chapitre sera consacré à la formulation mathématique des transferts couplés et la mise en évidence du déplacement (écoulement) des fronts de séchage, de réhumidification, et éventuellement les résultats et leurs interprétations.

Chapitre I

Généralités sur les milieux poreux

Chapitre I

Généralités sur les milieux poreux

I.1 Introduction

Généralement un milieu poreux est défini comme un milieu composé d'une matrice solide et un milieu fluide. Les milieux poreux ont des formes compliquées et englobant des vides appelés pores. Ces vides peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides pouvant s'écouler et éventuellement, échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie. La matrice solide, peut être déformable. Les milieux poreux peuvent être:

- non consolidés : graviers, sables, limons, les lits poreux de billes ou autres éléments les fibres (amiante, laine de verre, coton, laine).
- consolidé : les calcaires, grés, argiles..., les céramiques, les poudres frittés... les tissus végétaux et animaux vivants ou morts comme le bois et le cuir.

Les milieux poreux jouent un rôle important dans de nombreux secteurs industriels et phénomènes naturels. Comme exemples :

- le génie pétrolier,
- le génie chimique,
- l'hydrogéologie,
- la géothermie,
- le génie thermique,
- le génie civil, etc....

I.2 Caractéristiques géométriques

I.2.1 Granulométrie :

Pour un milieu poreux non consolidé, il est facile de déterminer le diamètre moyen des grains ainsi que la dispersion des diamètres des grains par rapport à ce diamètre moyen

I.2.2 Porosité :

Etant donné une sphère $S(M, r)$, de centre M , et de rayon r , on définit la porosité au point M par:

$$\varepsilon(M, r) = \frac{V_f}{V} \quad (\text{I.1})$$

Où :

V_f : Volume du fluide à l'intérieur.

V : Volume de la sphère.

Un milieu poreux est dit homogène, si la porosité est uniforme en tous les points.

Quelques valeurs de porosité :

Pour des sphères de même diamètre, la porosité varie entre 0,259 (empilement rhombique où les sphères sont les sommets d'un réseau dont la cellule est un rhomboèdre d'angles 60° et 120°) et 0,476 (empilement cubique centré).

Pour un entassement de sphères de même diamètre fait sans précaution particulière, on obtient entre 0,30 et 0,35.

Avec des sphères de diamètres très différents, on peut obtenir des porosités inférieures car les plus petites sphères peuvent se loger dans les interstices laissés par les plus grosses.

Pour des milieux non consolidés comme les poudres, les sables, la terre, la porosité varie entre 0,37 et 0,54.

Pour des milieux consolidés comme les grés, les calcaires, les briques, elle varie de 0,04 à 0,38.

Des porosités plus élevées (environ 0,90) peuvent-être obtenues avec les fibres.

I.2.3 Surface spécifique :

La surface spécifique S_{sp} d'un milieu poreux est le quotient de la surface de la phase solide par le volume total du milieu poreux.

Pour un empilement quelconque (milieu non consolidé) de sphères de même diamètre d , on aura : S_{sp}

$$S_{sp} = \frac{6(1-\varepsilon)}{d} \quad (\text{I.2})$$

La surface spécifique est d'autant plus grande que le milieu est plus finement divisé. Si S_{sp} est assez important, on peut le mesurer en utilisant les phénomènes d'adsorption dans les gaz. En effet, à température donnée, le volume de gaz adsorbé est proportionnel à la surface de la phase solide.

1.2.4 Tortuosité:

On peut alors définir une tortuosité, qui représente le caractère non rectiligne des trajectoires.

La tortuosité est généralement définie par une équation de la forme :

$$r = \left(\frac{L_0}{L}\right)^2 \quad (I.3)$$

Rapport de la longueur moyenne réelle L_0 des lignes de courant du fluide traversant l'échantillon à la longueur L de ce dernier. La signification physique de cette grandeur, dont on voit très bien le sens dans le cas d'une modélisation de l'espace des pores par un réseau de capillaires, est cependant beaucoup moins nette dans le cas des milieux poreux réels

1.3 Perméabilité du milieu poreux:

1.3.1 Loi de Darcy:

Pour des milieux poreux homogènes saturés par des fluides newtoniens et un écoulement unidirectionnel de section droite S et de débit volumique Q . on définit:

La vitesse de filtration par :

$$|\vec{V}| = \frac{Q}{S} \quad (I.4)$$

La vitesse interstitielle qui est la vitesse moyenne réelle du fluide dans les pores par :

$$|\vec{V}_i| = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon} \quad (I.5)$$

La loi de Darcy est une relation phénoménologique qui relie vitesse de filtration et gradient de pression, elle est donnée par :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} (\overrightarrow{grad p} - \rho \vec{g}) \quad (I.6)$$

Dans cette relation, μ est la viscosité dynamique du fluide, K une constante, appelée **perméabilité** du milieu poreux considéré. Elle s'exprime en Darcy (1 Darcy = $9,87 \cdot 10^{-9}$ cm²).

Remarque : un milieu homogène peut manifester du point de vue de l'écoulement de filtration un comportement anisotrope. On a alors:

$$\vec{V} = \frac{K}{\mu} (\overline{\text{grad}p} - \overline{\rho g}) \quad (\text{I.7})$$

I.3.2 Compressibilité des milieux poreux :

Il peut arriver que les variations de pression soient assez importantes (exploitation des gisements de pétrole et de gaz naturel par exemple) pour que l'on soit obligé de tenir-compte, non seulement de la compressibilité des fluides, mais encore de celles des matrices.

On remarquera que pour une paroi extérieure de la matrice imperméable, la pression du fluide dans les pores n'est pas, à priori, égale à la pression extérieure s'exerçant sur la matrice.

On définit trois coefficients de compressibilité isotherme:

Le premier relatif au volume total V :

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (\text{I.8})$$

Le second relatif au volume V_p des pores :

$$\chi_p = -\frac{1}{V_p} \left(\frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_T \quad (\text{I.9})$$

Le troisième relatif au volume V_s de la matrice :

$$\chi_s = -\frac{1}{V_s} \left(\frac{\partial V_s}{\partial p} \right)_T \quad (\text{I.10})$$

Ces trois coefficients sont reliés entre-deux par la relation:

$$\chi = (1 - \varepsilon) \chi_s + \varepsilon \chi_p \quad (\text{I.11})$$

Remarque importante: cette écriture très simple tient compte de la répartition linéaire du paramètre physique χ .

I.4 Transferts de chaleur dans un milieu poreux saturé par un fluide.

Un milieu poreux on peut le définir comme un ensemble de milieux continus et, à l'échelle des pores, on peut écrire les équations générales de la mécanique des fluides (équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie).

Pour un tel système on comprendra aisément que le problème est trop complexe pour pouvoir être résolu. Aussi le milieu poreux est remplacé par un ou deux milieux continus fictifs équivalents du point de vue des transferts thermiques.

I.4.1 Milieu poreux saturé d'un fluide globalement au repos.

Dans un volume élémentaire, les températures du fluide et du solide sont égales, et les transferts thermiques sont décrits par l'équation de conduction de la chaleur :

$$\operatorname{div}(\lambda^* \overline{\operatorname{grad} T}) = (\rho C)^* \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{I.12})$$

Où: $(\rho C)^*$ est la capacité calorifique à pression constante équivalente, et λ^* le tenseur représentant les conductivités équivalentes dans les différentes directions.

Évidemment:

$$(\rho C)^* = (\rho C)_s (1 - \varepsilon) + (\rho C)_f \varepsilon \quad (\text{I.13})$$

Par contre λ^* est plus délicat à déterminer.

En effet, même si les phases solide et liquide ont des comportements isotropes, la conductivité n'est pas obligatoirement à symétrie sphérique en raison de la texture de la matrice.

Remarquons aussi que, le liquide étant globalement au repos, des mouvements de convection naturelle peuvent se produire et augmenter les transferts de chaleur de manière unidirectionnelle. Ce type de phénomènes sera mathématiquement traduit dans λ^* .

I.4.2 Milieu poreux saturé d'un fluide en mouvement :

I.4.2.1 Equivalence du milieu poreux à un seul milieu continu fictif

Les températures du fluide et du solide sont très voisines. Le bilan d'énergie donne l'équation :

$$\operatorname{div}(\lambda^* \overline{\operatorname{grad} T}) - \operatorname{div}[(\rho C)_f \vec{v} T] = (\rho C)^* \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{I.14})$$

Où :

\vec{V} est la vitesse de filtration.

Il convient de noter que le tenseur de conductivités équivalentes : λ^* est, dans ce cas, en plus fonction de la vitesse de filtration (à l'anisotropie de conduction pure, de convection naturelle, on doit ajouter la dispersion hydrodynamique).

I.4.2.2 Equivalence du milieu poreux à deux milieux continus fictifs

La température du solide et du fluide ne sont pas voisines.

On utilise une représentation schématique à deux milieux continus fictifs (l'un solide, l'autre fluide). Les deux équations de bilan d'énergie sont couplées par un coefficient de transfert h .

$$\operatorname{div}(\lambda_s^* \overline{\operatorname{grad} T_s}) = (1 - \varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} + h S_{sp} (T_s - T_f) \quad (\text{I.15})$$

$$\operatorname{div}(\lambda_f^* \overline{\operatorname{grad} T_f}) - \operatorname{div}[(\rho c)_f \vec{V} T_f] = \varepsilon(\rho c)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + h S_{sp} (T_f - T_s) \quad (\text{I.16})$$

Ce modèle est difficile d'emploi car on doit déterminer λ_s^* , λ_f^* et h .

On remarque que par addition de ces deux équations dans le cas particulier, on retrouve l'équation (I.14) et que :

$$\lambda_s^* + \lambda_f^* = \lambda^* \quad (\text{I.17})$$

Remarque concernant le choix entre les deux modèles de description des transferts de chaleur :

La diffusivité thermique des solides étant plus importante que celle des fluides (liquide ou gaz). le modèle à un seul milieu continu est bien adapté si les vitesses de filtration sont suffisamment basses ; c'est le cas des milieux poreux naturels (aquifères, roches pétrolifères, filtration des eaux dans le sol).

Après cette introduction des notions élémentaires sur les **caractéristiques géométriques** des milieux poreux, et sur les **transferts de chaleur** en milieux poreux saturé par un fluide qui est particulièrement très vaste, on peut se contenter de ces brèves notions. (Des ouvrages plus spécialisés existent et qui s'intéressent sur les propriétés de stockage des fluides, les propriétés de transferts et les propriétés mécaniques).

I.5 Classification et propriétés des matériaux poreux

La matrice solide d'un milieu poreux peut être comme ça était cité auparavant non consolidée ou consolidée, le tableau ci-dessous nous donne un aperçu sur la classification en fonction de la Porosité, la surface spécifique et la perméabilité.

Tableau 1. Propriétés de quelques matériaux poreux d'après [5]

Matériau	Porosité ε	Surface spécifique α en (m^{-1})	Perméabilité k en (m^2)
Agar-agar			2.10^{-14} à 4.410^{-13}
Ardoise (en poudre)	0.56 à 0.66	7.10^5 à 8.910^5	4.910^{-14} à 1.210^{-13}
Brique	0.12 à 0.34		4.810^{-15} à 2.210^{-13}
Catalyseur granulaire	0.45	5.610^7	
Charbon	0.02 à 0.12		
Béton standard	0.02 à 0.07		
Béton bitumineux			10^{-13} à 2.310^{-11}
Cuivre (en poudre)	0.09 à 0.34		3.310^{-10} à 1.510^{-9}
Liège (en plaque)			2.410^{-11} à 5.110^{-11}
Fibre en verre	0.88 à 0.93	5610^3 à 7710^3	
Feutre			8.310^{-10} à 1.210^{-9}
Cuir	0.56 à 0.59	1.210^6 à 1.610^6	9.510^{-14} à 1.210^{-13}
Calcaire (dolomite)	0.04 à 0.10		2.10^{-15} à 4.510^{-14}
Sable	0.37 à 0.50	1510^3 à 2210^3	210^{-11} à 1.810^{-10}
Grés	0.08 à 0.38		510^{-16} à 310^{-12}
Silice (en poudre)	0.37 à 0.49	6.810^5 à 8.910^5	1.310^{-14} à 5.110^{-14}
Sol	0.43 à 0.54		2.910^{-13} à 1.410^{-11}
Lits de billes sphériques	0.36 à 0.43		

I.5.1 Distribution des dimensions des grains et des pores

Des moyens spécifiques de mesures associés aux méthodes de l'analyse statistique sont souvent mis en œuvre pour caractériser les distributions de tailles des particules (courbe granulométrique) ou des pores (courbe porosimétrique).

Aussi bien pour distinguer que pour caractériser les différents milieux, on peut ainsi définir : taille médiane, taille moyenne, variance, dissymétrie, aplatissement et fonction d'auto corrélation de la distribution. Sur une courbe de porosimétrie type, on distingue parfois : les macropores de diamètre équivalent $d \geq 300 \mu\text{m}$, les micropores $0.05 \leq d \leq 300 \mu\text{m}$, les nano pores $d \leq 0.05 \mu\text{m}$. Comme dans le cas de la tortuosité, les méthodes utilisées pour effectuer ces caractérisations présupposent cependant le choix de configurations ou modèle géométriques particuliers de grains ou de pores.

Dans la pratique, les édifices réels de grains se distinguent cependant des arrangements théoriques de sphères, par le fait que tous les grains voisins ne se touchent pas. Cette situation conduit évidemment à des valeurs de ε , α et r généralement différentes de celles des empilements modèles.

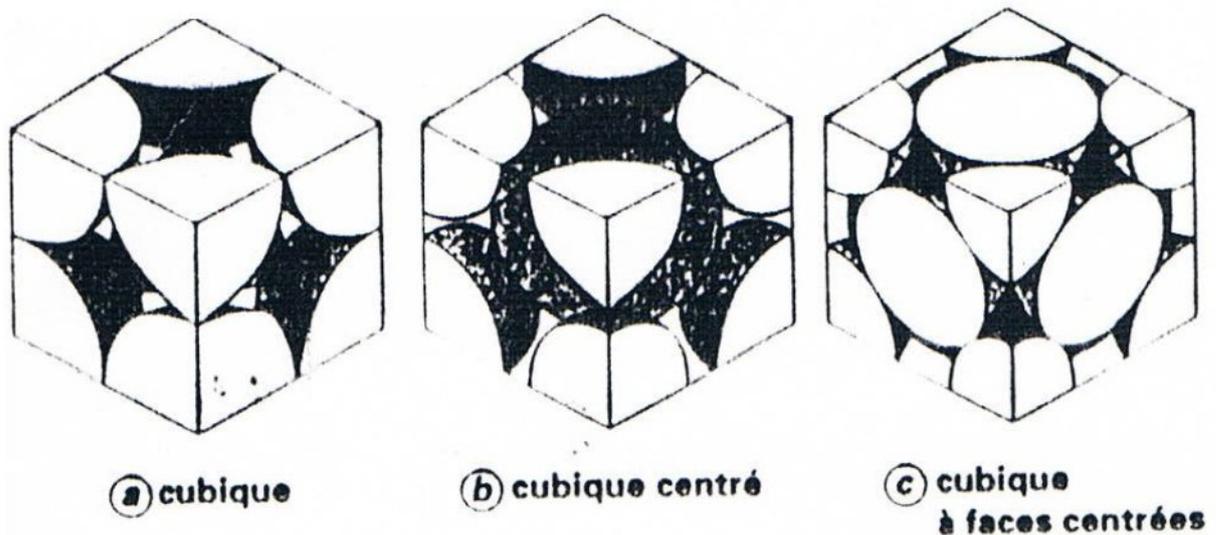


Figure I.1 Arrangements réguliers de sphères de même diamètre [2]

I.5.2 Concept de volume élémentaire représentatif (VER)

On trouve dans la bibliographie plusieurs définitions du concept de volume représentatif qui diffèrent d'un auteur à un autre.

Les difficultés qui existent dans le choix de la forme et des dimensions de ce volume, c'est qu'il doit être suffisamment grand pour être représentatif, c'est-à-dire pour permettre la caractérisation de toute propriété, mais suffisamment petit pour que la grandeur ainsi définie conserve un caractère local [1], [4].

Ce volume, appelé **volume élémentaire représentatif**, est noté VER, il est tel que, si d représente l'échelle de longueur de la microstructure et L l'échelle de longueur du milieu poreux, sa propre échelle r_0 doit satisfaire les contraintes suivantes : $d \leq r_0 \leq L$ (figure. I.2).

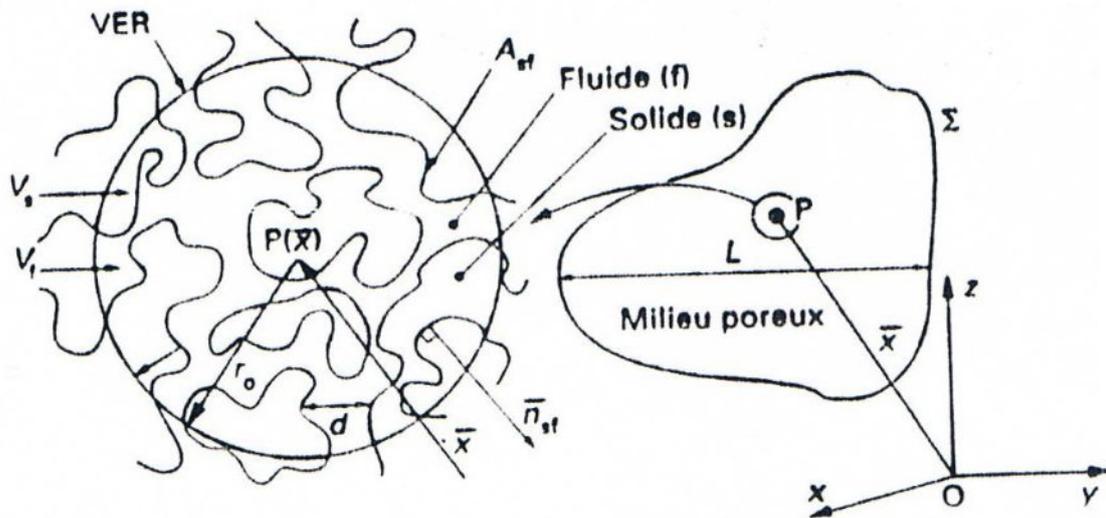


Figure I.2 Volume de prise de moyenne [4]

A_{sf} : Aire interrassiale solide-fluide

V_f : Volume occupé par le fluide

V_s : Volume occupé par le solide

Lorsque les propriétés locales, définie sur le VER, sont indépendantes de la position de celui-ci au sein de l'échantillon poreux, le milieu est dit homogène à une échelle qualifiée de macroscopique.

I.5.3 Aperçu sur la conductivité thermique équivalente:

La conductivité thermique effective (équivalente) est une fonction relativement complexe des propriétés thermophysiques des constituants ainsi que d'autres paramètres comme par exemples : la texture du milieu poreux et des conditions d'expériences.

L'estimation de ce paramètre dans le cas particulier des transferts thermiques en milieux poreux a intéressé depuis longtemps de nombreux chercheurs. Tableau ci-dessous :

Tableau 2- Modèles de conductivité thermique effective en milieu poreux granulaires [3].

Modèle	Expression	Remarque
Maxwell (borne inférieure)	$\frac{\lambda^*}{\lambda_f} = \frac{2\varepsilon + (3-\varepsilon)\frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{3-\varepsilon + \varepsilon\frac{\lambda_s}{\lambda_f}}$	Milieu constitué de sphères dispersées dans une phase fluide continue ($\varepsilon \approx 1$). Pas d'influences entre particules.
Batchelor et O'Brien	$\frac{\lambda^*}{\lambda_f} = 4Ln\frac{\lambda_s}{\lambda_f} - 1$	Cas particulier de point de contact $\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \gg 100$. Ajustement d'une constante du modèle à partir des données expérimentales.
Parallèle	$\frac{\lambda^*}{\lambda_f} = \varepsilon + (1-\varepsilon)\frac{\lambda_s}{\lambda_f}$	
Série	$\frac{\lambda^*}{\lambda_f} = \frac{\frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{\varepsilon\frac{\lambda_s}{\lambda_f} + 1 - \varepsilon}$	
Géométrique	$\lambda^* = \lambda_f^\varepsilon \lambda_s^{1-\varepsilon} \text{ c'est à dire } \frac{\lambda^*}{\lambda_f} = \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f}\right)^{1-\varepsilon}$	
Maxwell (borne supérieure)	$\frac{\lambda^*}{\lambda_f} = \frac{2\left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f}\right)(1-\varepsilon) + (1+2\varepsilon)\frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{(2+\varepsilon)\frac{\lambda_s}{\lambda_f} + 1 - \varepsilon}$	Milieu constitué d'inclusions fluides dans une matrice solide continue
Hadley (moyenne pondérée)	$f_0 = 0,8 + 0,1\varepsilon \quad \alpha_0 = \alpha_0(\varepsilon)$ $\frac{\lambda^*}{\lambda_f} = (1-\alpha_0) \frac{f_0\varepsilon + \frac{\lambda_s}{\lambda_f}(1-\varepsilon f_0)}{1-\varepsilon(1-f_0) + \frac{\lambda_s}{\lambda_f}\varepsilon(1-f_0)} +$ $+ \alpha_0 \frac{2\left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f}\right)^2(1-\varepsilon) + (1+2\varepsilon)\frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{(2+\varepsilon)\frac{\lambda_s}{\lambda_f} + 1 - \varepsilon}$ <p> $\lg \alpha_0 = -4,898\varepsilon$ Avec : $0 \leq \varepsilon \leq 0,0827$ $\lg \alpha_0 = -0,405 - 3,154(\varepsilon - 0,0827)$ Avec : $0,0827 \leq \varepsilon \leq 0,298$ $\lg \alpha_0 = -1,084 - 6,778(\varepsilon - 0,298)$ Avec : $0,298 \leq \varepsilon \leq 0,580$ </p>	Structure périodique. Construit à partir du modèle de Maxwell (borne supérieure) par introduction d'une fonction de calage f_0

Divers modèles ont été proposés par plusieurs auteurs [3] pour la détermination de la conductivité thermique équivalente en l'absence de la convection.

Le modèle poreux est représenté par deux modèles limites constitués de strates alternativement fluide et solide de même porosité, et associés en série ou en parallèle. Les figures ci-dessous nous donnent un abrégé sur les conductivités effectives pour différentes structures.

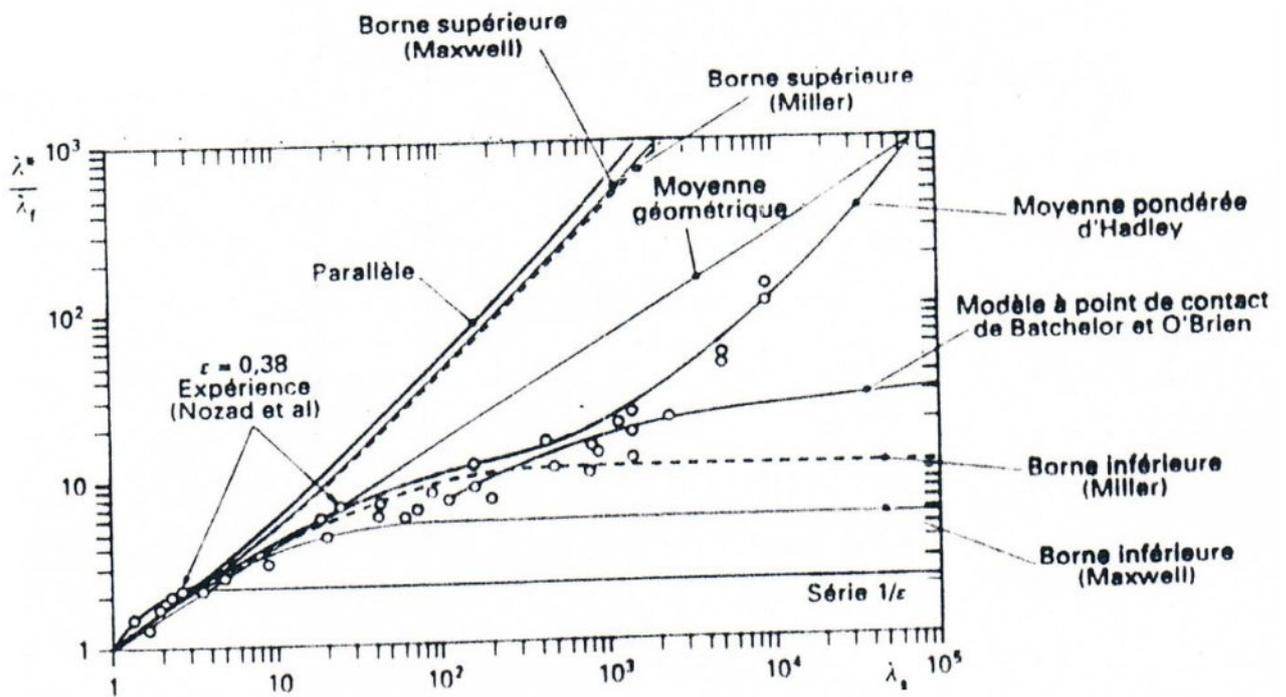


Figure I.3. Conductivité thermique effective pour des lits de particules [3]

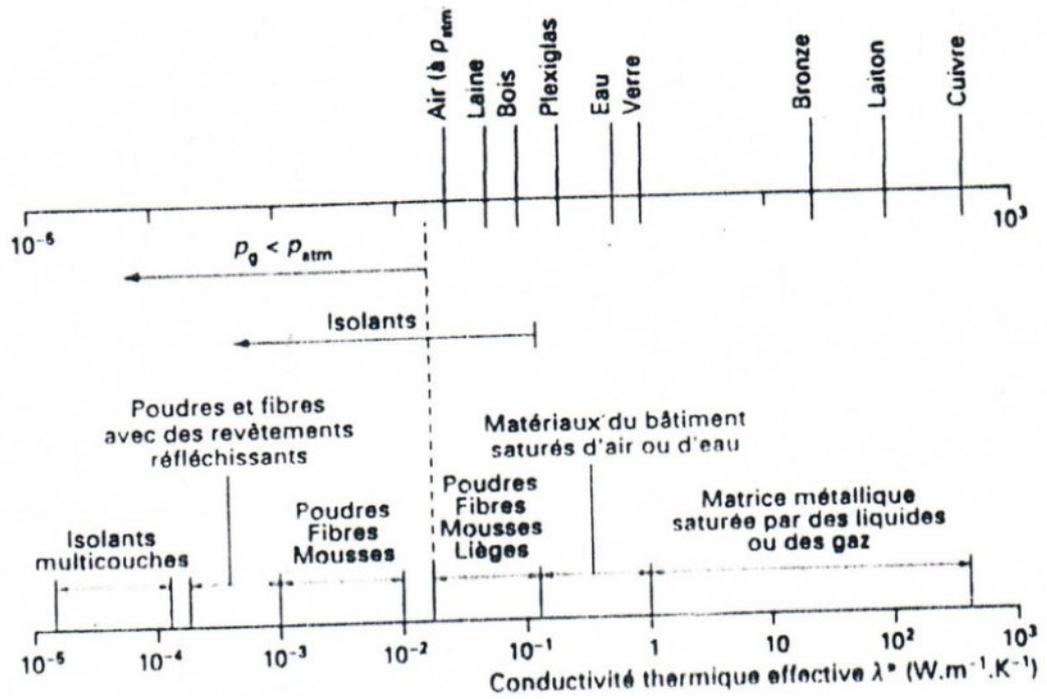


Figure I.4. Conductivité thermique effective pour différents solides et milieux poreux [3]

Chapitre II

Etude bibliographique sur la convection dans les milieux poreux

Chapitre II

Etude bibliographique sur la convection dans les milieux poreux

II.1 Introduction

Beaucoup de modélisations de transfert de chaleur et parfois de transferts couplés (chaleur et masse) en milieu poreux sont apparues, mais la plus part d'entre-elles sont basées sur des modèles très simples citons par exemple le modèle diffusif à une température, pour un fluide qui obéit à la loi de Darcy et peu d'études envisagent le problème de couplage (le transfert de chaleur et de masse) en instationnaire. Le problème dans sa généralité est très complexe, toutes les études théoriques et numériques adoptent des modèles simplifiés à partir de certains critères comme l'écoulement de fluide décrit par la loi de Darcy ou Brinkman ou de Forchheimer, le transfert instationnaire, les conditions aux limites particulières et les géométries en 2D ou 3D etc...

Il convient de signaler quelques études numériques et expérimentales qui traitent du transfert de chaleur et transfert couplés dans un milieu poreux pour différentes configurations.

Thibaud L. [11] a étudié numériquement le cas stationnaire d'un silo, ouvert en haut et bas à la circulation d'air, contenant du grain complètement sec. L'exploitation du modèle est effectuée pour la gamme de nombres adimensionnels suivants représentatifs des silos de stockage de grains : $100 < Ra < 10000$, et $0,1 < A < 1$

Le nombre de Rayleigh employé est construit sur H au lieu de L , il est donné par :

$$Ra = \frac{Kg \beta q H^2}{\nu \alpha K^*} \quad (\text{II.1})$$

Le paramètre de forme A est donné par :

$$A = \frac{R}{H} \quad (\text{II.2})$$

Les résultats mettent en évidence deux types d'écoulements avec ou sans recirculation. Des silos peu allongés (A élevé), à grand nombre de Rayleigh favorisent une recirculation par la face supérieure. L'écoulement et le champ thermique sont très semblables à ceux rencontrés dans le cas d'une plaque plane en milieu semi-infini où une couche limite se développe. L'alimentation en fluide de l'écoulement pariétal se fait par le "chemin de moindre résistance" donc par les faces les plus proches. Les cas de cylindres allongés et de nombres de Rayleigh plus faibles correspondent à des cas d'écoulements sans recirculation "types cheminée".

L'écoulement reste plus important au voisinage de la paroi mais il occupe tout le cylindre. L'auteur met en évidence deux types d'écoulement où il interprète une frontière de ce dit écoulement comme correspondant au développement d'une couche limite sur toute la section du cylindre en face supérieure de sortie, l'ordre de grandeur peut en être obtenu à partir des résultats sur une paroi verticale [26].

$$\frac{\delta}{x} = 4,8(Ra_x)^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{II.3})$$

Et

$$Ra_x = Ra \cdot \frac{x^2}{H^2} \quad (\text{II.4})$$

Avec:

$$x = H \quad (\text{II.5})$$

Et:

$$\delta = R \quad (\text{II.6})$$

Soit:

$$A = \frac{R}{H} = 4,8(Ra_x)^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{II.7})$$

Ce qui donne en coordonnées logarithmiques une droite très voisine de celle obtenue numériquement.

II.2 Tableaux récapitulatifs pour différentes configurations de milieux poreux

THIBAUD. L [11] a regroupé beaucoup de références sous forme de tableaux qui donnent une vue rapide et synthétique des travaux. Il nous paraît très utile de les reproduire.

.

Référence et année	Géométrie			Source	Transfert de Masse	Conditions limites			Modèle			Méthode				Commentaires	
	Infini	1/2 Infini	Cavité			1/2 confiné	Flux	Température	Adiabatique	1 Température	2 Température	Couche limite	Intégrale	Oseen	Perturbations		Affine, sim. locale
12 1963	X			P, L				X	X	X			X				Ra élevé
13 1976	X			Cylindre vertical		X		X	X				X				Temp. de paroi variable avec la hauteur
14 1978	X			P				X					X				Faible Ra. Instationnaire
15 1981	X	X		P, L (plusieurs)				X	X				X				Idem. Configurations diverses utilisant superposition
16 1986	X			cylindre horizontal				X		X				X		X	Lois de Darcy et Forchleimer
17 1985	X			P	X			X									Source de chaleur et de masse. Instationnaire
18 1986	X			L	X			X							X		Idem

Tableau II.1 Configuration infinie

Référence et année	Géométrie				Source P (ponctuelle) L (ligne) P (répartie)	Transfert de Masse	Conditions limites			Modèle			Méthode					Commentaires
	Infini	1/2 Infini	Cavité	1/2 confinè			Flux	Température	Adiabatique	1 Température	2 Température	Couche limite	Intégrale	Oseen	Perturbations	Affine, sim. locale	Numerique	
28 1977	X						X		X	X	X			X				Température de paroi $T_w = T_\infty + Ax^\lambda$
29 1977	X						X		X		X			X				
30 1978	X						X		X		X			X				Revue des solutions affines possibles
31 1978	X						X		X		X			X				Convection naturelle et mixte
32 1982	X						X		X		X			X				Instationnaire
33 1984	X						X		X		X			X				Méthode des caractéris- tiques. Instationnaires
34 1984	X						X		X		X			X				Solutions plus précises (+près du bord d'attaque)
35 1983	X						X		X		X			X				flux ou température pariétale = f(x)
36 1984	X						X		X		X			X				Darcy et Forchleimer
37 1985	X						X		X		X			X				Concentration constante en paroi

Tableau II.2 Configuration semi-infinie

Référence et Année	Géométrie				Source P (ponctuelle) L (ligne) R (répartie)	Transfert de Masse	Conditions Limites			Modèle		Méthode					Commentaires	
	Infini	1/2 Infini	Cavité	1/2 Confiné			Flux	Température	Adiabatique	1 Température	2 Température	Couche limite	Intégrale	Oseen	Perturbations	Similitude		Numerique
19 1975			X				X	X	X	X	X	X						Viscosité variable
20 1977			X				X	X	X					X				Résultats sur Nu seulement
21 1981			X				X	X	X	X	X					X		Coef. de transfert en paroi
22 1982			X				X			X						X		Loi de Forchleimer Instationnaire
23 1983			X						X			X						
24 1983			X		X R					X	X							Paroi avec pertes ther- miques 3-D. Utilisation du <u>vecteur potentiel</u>
25 1986			X				X	X		X	X			X				Cylindres concentriques q"=cte à l'int., T = cte à l'ext.
26 1986			X				X			X	X			X				Flux de chaleur et de masse uniforme en paroi. 3 études : 1 : couche lim., Le=1 Oseen 2 : n 0, sol. affine 3 : numérique
27 1985																		

Tableau II.3 Configuration confinée

II.3 Synthèse de recherches sur la convection dans les milieux poreux

Nguyen T.V. [7] étudie numériquement les transferts couplés par convection naturelle, dans un talus de grain recouvert d'une bâche plastique, à l'aide d'un modèle mathématique instationnaire à deux dimensions qui exprime une température et deux humidités (air et grain). L'auteur élude le problème de l'équation de cinétique de séchage et semble prendre une teneur en eau d'équilibre moyenne. Les conditions aux limites réelles sont simplifiées en considérant une température de surface constante. Les distributions de températures, de vitesses et d'humidité sont obtenues pour diverses configurations dont une pour un type de silo de forme triangulaire avec une couverture plastique. Le grain est ordinairement chaud après la récolte, la température extérieure est inférieure à celle du grain, le déplacement convectif de l'air se fait du haut vers le bas le long des parois et du bas vers le haut au centre, ce qui se traduit par une humidification du grain en haut du silo à l'endroit du refroidissement de l'air humide.

Multon J.L, et al [8] ont étudié, sur une cellule sous abri de 3 m de diamètre et 5 m de hauteur (35 tonnes de grains), la propagation de chaleur à partir d'une masse chaude simulant un échauffement biologique d'une masse de grains. Le générateur de chaleur représenté par une sphère chauffée à 60 °C provoque une importante migration de chaleur vers le haut de la cellule, confirmant l'importance des phénomènes de convection naturelle dans le silo. La couche de grains en contact avec les parois a répercuté sur quelques centimètres les variations de la température extérieure. L'auteur s'intéresse encore à l'évolution des températures de l'air intergranulaire en fonction du temps, pour cinq points de mesure situés sur la verticale d'un radiateur. Il observe que l'élévation de température est d'autant plus précoce que l'on est plus près du radiateur, ce qui correspond au déplacement d'un front de séchage. La température maximale atteinte est d'autant plus élevée que l'on est plus éloigné du point chaud: 40°C pour le point le plus proche, 53° C pour le point le plus éloigné (haut de la cellule), ce qui semble paradoxal. La température du point situé juste au dessous du radiateur, bien que très proche, ne varie pratiquement pas. Il montre l'évolution de l'humidité relative en fonction du temps. L'humidité relative des points situés sur la verticale du radiateur s'élève d'autant plus vite et d'autant plus haut que l'on est situé plus loin du radiateur. Les points de mesure latéraux ne montrent aucune évolution, sauf le point en contact de la paroi qui reflète les variations de température extérieure. Il compare les vitesses d'évolution de température et d'humidité relative il voit que l'apparition du front de variation d'humidité relative précède de dix jours environ celle du front thermique.

L'explication de l'échauffement excessif à la verticale de la boule est sans doute à mettre au compte de la fermentation due à la recondensation de la vapeur d'eau évaporée plus bas.

Syarief R. [9] expérimente les transferts de chaleur et d'humidité en laboratoire dans un caisson contenant du riz-Paddy. Pour simuler les variations diurnes, une paroi du caisson est soumise à un gradient alterné de température: la température de la paroi chaude s'élève de 25° à 65 °C en 12 heures, puis redescend ensuite jusqu'à 25 °C pendant les 12 heures suivantes, la température de la paroi froide est maintenue constante à 20 °C. Il montre les variations de température de l'air intergranulaire sur une ligne horizontale à mi-hauteur du caisson expérimental. Il observe que l'amplitude de variation des courbes de température s'atténue avec la distance à la paroi suivant une loi conductive. L'auteur cite encore que les profils d'évolution hydrique sur une ligne verticale à 5 cm de la paroi PC. La convection naturelle entraîne un déplacement d'humidité du bas vers le haut. L'air se sature au cours de son déplacement donc réduit la capacité évaporatoire du grain par l'intermédiaire de sa teneur en eau d'équilibre. Cette eau évaporée se condense plus loin au niveau de la paroi supérieure.

Gough M.C [10] instrumente un silo de maïs semi-enterré, hermétique, de surface semi-sphérique, dans un climat équatorial et ceci sur une période de 3 années. Les relevés de température et d'humidité montrent le transport d'eau par convection naturelle des parties plus chaude vers celles plus froides et une accumulation vers la surface plus froide. Il montre les gradients de température durant le jour et la nuit pour la mince couche de grains près de la paroi, ce qui justifie à posteriori la notion de longueur caractéristique de conduction. L'accumulation de l'humidité en haut du silo et vers la surface nord est évoquée. Cette accumulation s'explique par le courant de convection naturelle indiqué. Sous un climat tropical l'incidence du rayonnement solaire est proche de la verticale pendant les heures chaudes. Malgré un chauffage préférentiel sur la partie haute du stock, une convection naturelle s'amorce avec les parties plus froides.

ADNAN YUCEL [41] a étudié la convection naturelle simultanée de chaleur et de masse le long d'un cylindre vertical dans un milieu poreux. L'analyse de couche limite est formulée en fonction de l'effet de flottement thermique et solutal. Les caractéristiques du champ d'écoulement sont analysées en détail pour les deux cas où les gradients de concentration sont soit aidés soit contrariés par les forces de flottement thermique.

Il discute les effets de la courbure, du paramètre de flottement et du nombre de Lewis sur les champs de température de concentration et de vitesse et sur les flux de chaleur et de masse à la surface.

R. M. FAND et R. T. PHAN [42] ont présenté les résultats d'une étude expérimentale de transfert de chaleur par convection mixte autour d'un cylindre horizontal noyé dans un milieu poreux composé de sphères de verre, rangées au hasard, et saturé d'eau. La direction de l'écoulement d'eau est horizontale et normale à l'axe longitudinal du cylindre. Le diamètre du cylindre D est 11,45mm et le diamètre équivalent des billes de verre est 3,072mm. Ils montrent que la condition $\frac{Gr_k}{Re_D^2} \leq 0,5$ représente un critère conservatif pour séparer les données qui sont fortement gouvernées par la convection forcée de celles pour lesquelles les effets de convection naturelle sont forts. Ils présentent une explication basée sur quatre hypothèses dont la principale est que l'écoulement peut être considéré comme étant représentable par une composante 'grossière' et une autre 'fine'. Cette hypothèse fournit une base pour unifier un ensemble de données de transfert de chaleur qui s'étend depuis le régime de Darcy jusqu'aux régimes de Forchheimer et de transition. Ils suggèrent que la procédure d'analyse adoptée peut être appliquée favorablement à d'autres géométries comme, par exemple, la convection thermique forcée dans les canaux remplis par un milieu poreux.

T.W.TONG et E. SUBRAMANIAN [43] ont présenté une solution de couche limite pour la convection naturelle dans des cavités rectangulaires contenant un milieu poreux. Le modèle élargi Darcy-Brinkman qui satisfait la condition à la limite de non-glissement, est utilisé dans la formulation. La méthode de résolution est basée sur la technique d'Oseen avec modification. Le champ d'écoulement est gouverné par le paramètre $E = \frac{Ra.Da}{A}$. Excepté dans une mince région proche de la paroi, lorsqu' $E \rightarrow 0$ l'écoulement est semblable à celui donné par une simple analyse de Darcy. A partir des résultats sur le nombre de Nusselt, on vérifie qu'une analyse de Darcy est applicable quand E est inférieur à 10^{-4} . Ils examinent aussi les précisions de la solution donnée et de la solution obtenue par l'approche simple selon Darcy.

R. M FAND, T. E. STEINBERGER and P. CHENG [44] ont étudié la convection thermique naturelle à partir d'un cylindre horizontal noyé dans un milieu poreux. Ils ont présenté des résultats d'une recherche expérimentale.

Le milieu poreux a été réalisé par des sphères de verre et saturé d'eau ou d'huile de silicone. Ils ont montré que le domaine global du nombre de Rayleigh Ra peut-être divisé en deux régions, appelées « basse et haute », dans chacune desquelles le nombre de Nusselt se comporte différemment. Ils ont montré aussi que la région basse correspond à l'écoulement de Darcy et Rayleigh haute à l'écoulement de Forchheimer.

Ils ont présenté des équations pour Nu au régime de Darcy qui tiennent compte de la dissipation visqueuse et d'autres pour le régime de Forchheimer. La variation des propriétés avec la température et l'effet de paroi sur la porosité (et par conséquent sur le transfert thermique) sont considérés. En définitive, ils ont donné une information sur la perte de charge de l'écoulement dans le milieu poreux, en relation avec le transfert de chaleur.

M. KAVIANY et M. MITTAL [45] ont étudié la convection thermique naturelle entre une plaque verticale et un milieu à forte perméabilité. Ils ont étudié expérimentalement et analytiquement le transfert thermique entre une plaque verticale isotherme et un milieu adjacent à haute perméabilité. Le milieu utilisé est une mousse de polyuréthane saturée d'air. Une méthode intégrale est appliquée pour calculer le transfert en incluant les effets non darcien qui sont supposés être actifs pour les hautes perméabilités et les grands nombres de Rayleigh. Ils ont montré qu'un bon accord est trouvé entre les résultats de l'expérience et du calcul sauf quand la perméabilité est relativement faible et que le nombre de Péclet devient très petit, bien que les perméabilités rencontrées sont grandes dans les conditions de l'expérience, les nombres de Rayleigh ne sont pas très élevés ; par suite, les effets non darcien ne sont pas sensibles.

K. MURALIDHAR [46] a étudié l'écoulement de convection mixte dans un espace annulaire poreux saturé. L'écoulement de convection mixte et le transfert thermique sont considérés dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques, rempli d'un matériau poreux saturé de fluide. Le cylindre intérieur est chauffé tandis que le cylindre extérieur est refroidi. Il a étudié le taux de transfert thermique au cylindre intérieur en fonction de l'écoulement surimposé, avec des effets possibles de flottements. Dans, son étude, il a inclut les espaces annulaires horizontaux et verticaux. Les équations sont résolues numériquement. Les résultats concernent un domaine de nombre de Peclet $0 < Pe < 10$ et de nombre de Rayleigh $0 < Ra < 500$. Le régime de convection mixte est admis être prédominant pour ce domaine des paramètres.

M HAAJIZADEH et C. L. TIEN [47] ont étudié analytiquement et expérimentalement la convection mixte dans un canal poreux horizontal. Ils ont étudié analytiquement et expérimentalement les écoulements mixtes à travers un canal poreux horizontal qui raccorde deux réservoirs. L'écoulement forcé est induit par une différence de pression entre les extrémités, tandis que le mouvement de convection naturelle est dû à un gradient de température horizontal. Les solutions sont gouvernées par trois paramètres adimensionnels : le nombre de Rayleigh Ra basé sur la perméabilité, le rapport de forme du canal L (longueur/hauteur) et la différence de pression sans dimension P , équivalent au nombre de Peclet. Pour les petits Ra , L fixé et $P=0$, ils ont établi une relation asymptotique basée sur l'analyse régulière de perturbation, pour un nombre de Nusselt jusqu'à $O(Ra^2)$ quand $Ra \rightarrow 0$. Pour Ra fixé et $P=O(1/L)$, des solutions pour des canaux longs sont trouvées en utilisant des développements asymptotiques, et le nombre de Nusselt est évalué jusqu'à $O(1/L^3)$. Enfin les solutions numériques des équations sont obtenues par une technique aux différences finies à sur-relaxation. Ces solutions couvrent le domaine $Ra \leq 80, 2 \leq L \leq 5$ et $0 \leq \frac{P}{Ra} \leq 0.5$. Une comparaison avec les solutions numériques montre que les solutions asymptotiques sont valables pour le domaine $(\frac{Ra^2}{L^3}) \leq 50$ et $P \leq 1.5$.

Pour ce domaine, les résultats indiquent que les accroissements de transfert thermique dus à la convection naturelle et à l'écoulement forcé peuvent être simplement additionnés malgré l'interaction non linéaire de ces deux champs. Les résultats montrent aussi que même un petit débit a une influence sensible sur la distribution de température et de transfert thermique à travers le canal, et pour $\frac{P}{Ra} \geq 0.2$, la contribution de la convection naturelle au nombre de Nusselt est négligeable.

A. NAKAYAMA et I. POP [48] ont proposé une transformation affine unifiée pour extraire toutes les solutions affines possibles de la convection naturelle, forcée ou mixte dans des milieux poreux darcien ou non. La vitesse de glissement à la paroi résultant de l'écoulement forcé externe et de la force de flottement est choisie comme échelle de vitesse pour former un nombre de Peclet modifié qui le transforme naturellement en nombre de Peclet conventionnel et en nombre de Rayleigh dans certaines conditions physiques particulières.

Ce traitement unifié révèle trois régimes d'écoulement limitant : le régime de convection forcée, celui de convection naturelle selon Darcy et celui de convection naturelle selon Forchheimer. Ainsi que trois régimes autres régimes intermédiaires qui sont celui de convection mixte selon Darcy, celui de Darcy Forchheimer en convection naturelle et celui de convection mixte selon Forchheimer. Pour distinguer ces régimes, les auteurs ont trouvé des paramètres significatifs qui sont les nombres de « micro-échelle » de Reynolds et de Grashof, basée sur de la racine carrée de la perméabilité. Une carte de régime d'écoulement est construite pour montrer ces six régimes différents en portant en abscisse et en ordonnées les deux nombres adimensionnels de micro-échelle. Des expressions asymptotiques données sont très utiles pour l'estimation pratique du transfert thermique convectif dans les milieux poreux.

V. A. F. COSTA et A. R. A. FIGUEIREDO [49] ont étudié le processus de transfert de chaleur et de masse entre la phase gazeuse et la phase solide d'un milieu poreux formé de billes humides.

Le système d'équations aux dérivées partielles qui gouverne ce phénomène est résolu numériquement par une technique dont les auteurs disent nouvelle, mais qui n'est autre que la technique des différences finies améliorée. Certaines attentes qualitatives sur le comportement des variables dépendantes permet la définition du système d'équations discrétisées, résolu par la dite méthode. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux trouvés en littérature.

G. LAURIAT et V. PRASAD [50] ont étudié les effets des extensions de la loi de Darcy sur la convection naturelle dans une cavité poreuse verticale. Ils ont mis en évidence l'importance relative des forces visqueuses et des forces d'inertie sur la convection naturelle en milieux poreux et ce dans le cas d'une cavité chauffée différentiellement en se basant sur la formulation de Darcy- Brinkman- Forchheimer. Ils ont montré numériquement qu'il existe un régime asymptotique pour lequel la solution devient indépendante de la perméabilité de la matrice poreuse et des nombres de Darcy et de Forchheimer. Et que ce régime est atteint pour des nombres de Darcy et de Forchheimer d'autant plus faibles que le nombre de Rayleigh, basé sur les propriétés physiques du fluide, est élevé. Aussi, lorsque les conductivités des deux phases sont identiques, le nombre de Nusselt global et la structure de l'écoulement sont alors proches de ceux obtenus dans un fluide à un même nombre de Rayleigh. En outre, le nombre de Nusselt basé sur la conductivité du fluide augmente toujours avec les nombres de

Rayleigh et de Darcy et avec le rapport de la conductivité du solide à celle du fluide alors qu'il décroît lorsque le nombre de Forchheimer augmente.

L'effet du nombre de Prandtl dépend du régime convectif et des valeurs des autres paramètres. Ils ont donné des solutions numériques qui montrent aussi que le flux de chaleur transféré peut-être supérieur à celui calculé dans le cas d'un fluide lorsque la perméabilité de la matrice est suffisamment élevée et lorsque la conductivité thermique du solide est supérieure à celle du fluide.

KAVIANY [51] a étudié l'écoulement laminaire à travers un canal poreux limité par des plans parallèles isothermes. Il a considéré un écoulement laminaire à travers un canal poreux limité par deux plans parallèles maintenus à une température identique et uniforme. Il a appliqué le modèle de Darcy modifié pour le transport de quantité de mouvement mais il a négligé le terme du carré de la vitesse dans l'équation de quantité de mouvement et le terme de conduction axiale dans l'équation de l'énergie. Les résultats de son étude, montrent que le nombre de Nusselt, pour les champs pleinement établis, augmente avec le paramètre de forme du milieu poreux : $\tau = \left(\frac{W^2 \varepsilon}{K}\right)^{\frac{1}{2}}$, où W est la largeur du canal, ε la porosité, et K la perméabilité, et montrent également que l'excès de chute de pression associé à la région d'entrée décroît lorsque le paramètre de forme du milieu poreux augmente.

ASOC K. SEN [52] a étudié à l'aide du modèle de Brinkman, la convection naturelle dans une cavité poreuse rectangulaire et étroite avec des parois latérales différemment chauffées. Le transfert thermique à travers la cavité est déterminé en fonction du nombre de Nusselt, dans la limite d'un rapport de forme extrêmement petit. Il a considéré deux types de conditions aux limites. Le premier type concerne une cavité avec toutes les frontières rigides de telle façon que les conditions aux limites d'adhérence soient imposées. Dans le deuxième type, la cavité a une surface supérieure libre. Son analyse montre que le modèle de Brinkman et la loi de Darcy donnent virtuellement le même résultat, pour le transfert de chaleur, quand le nombre de Darcy basé sur la profondeur de la cavité est inférieur à 10^{-4} . Il trouve aussi que la présence d'une surface libre peut augmenter le transfert thermique, particulièrement quand la perméabilité du milieu est forte.

W. B. HOOPER, T. S. CHEN, and B. F. ARMALY [53] ont étudié la convection mixte dans un cylindre vertical poreux. Le problème est résolu en utilisant la méthode de la solution de non-similarité dans le cas d'une température de paroi uniforme (UWT). Dans la première approche, la convection mixte est étudiée séparément en examinant l'effet de flottabilité sur la convection forcée et l'effet de l'écoulement forcé sur la convection libre. La deuxième approche examine l'ensemble du régime de convection mixte en introduisant le seul paramètre $x = [1 + (\frac{Ra_x}{Pe_x}) \cdot \frac{1}{2}] - 1$, où $x = 1$ correspond à la convection forcée pure et $x = 0$ à la convection libre pure.

Dans cette analyse, l'écoulement non-Darcien et les effets de la dispersion thermique sont négligés. Le système d'équations résultant des différentes approches sont résolus en utilisant une méthode de différence finie. Les résultats sont présentés pour les profils de température et de vitesses et le nombre de Nusselt local. Les équations de corrélation sont données pour la moyenne et les nombres locaux de Nusselt dans tous les régimes de convection mixte.

G. RAMANAI AH and G. MALARVIZHI [54]. Ont présenté un traitement unifié de convection mixte sur des plaques verticales intégrées dans un milieu poreux saturé avec une température variable imposée sur la plaque et ou un flux de chaleur appliqué à la surface pour le cas de non-darcy. Les plaques sont perméables avec un flux de masse latéral. Il est montré que les deux problèmes de température et de flux de chaleur. L'effet du flux de masse latéral et du flux libre sur le nombre de Nusselt et le transport d'énergie de la couche limite sont étudiés. L'approche unifiée au problème de la convection mixte comprend un problème de convection libre comme un cas particulier. Les solutions analytiques exactes sont obtenues pour deux cas de problème de convection libre.

Chapitre III

Modélisation des transferts dans les milieux poreux

CHAPITRE III

Modélisation des transferts dans les milieux poreux

Avant d'entamer la modélisation de transferts de chaleur et de transferts de masse dans un milieu poreux, il est très utile de rappeler les notions élémentaires de l'écoulement en milieu poreux qui présentent un intérêt très particulier pour la suite.

III.1 Écoulement dans les milieux poreux

L'écoulement dans les milieux poreux est basé généralement sur la loi de Darcy. Cette loi présente une faiblesse qui réside dans la nature d'écoulement.

III.1.1 Types d'écoulements

Le milieu poreux est considéré comme étant totalement imbibé, c'est-à-dire que le volume des pores est entièrement rempli de fluide. Darcy a mis en évidence une relation linéaire entre la vitesse et le gradient de pression ΔP appliquée de part et d'autre du matériau poreux.

Cette loi est valable pour un milieu poreux homogène, isotrope et pour un écoulement laminaire (vitesse d'écoulement faible). Elle est donnée par:

$$V_f = -\frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (\text{III.1})$$

Où :

V_f : La vitesse moyenne de l'écoulement,

μ : La viscosité dynamique du fluide,

K : La perméabilité (remarque importante: ne dépendant pas de la nature du fluide, mais seulement du réseau des pores du matériau),

On définit la vitesse de filtration comme étant une vitesse moyenne de l'écoulement, la moyenne est effectuée sur un volume comprenant une partie du solide immobile.

La vitesse du fluide dans les pores (**vitesse interstitielle**) est définie par:

$$V_i = \frac{V_f}{\varepsilon} \quad (\text{III.2})$$

Remarque: V_i est toujours supérieure à V_f , puisque ε est inférieur à 1

Si on tient-compte de la gravité, la loi de Darcy devient:

$$\vec{V}_f = -\frac{K}{\mu}(\vec{\nabla}P - \rho \vec{g}) \quad (\text{III.3})$$

Avec :

g : L'accélération de la pesanteur

ρ : La masse volumique

On remarque que le champ de vitesse \vec{V}_f est irrotationnel.

En effet :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_f = -\frac{K}{\mu}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}P - \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{\rho}) = 0 \quad (\text{III.4})$$

L'écoulement microscopique dans chaque pore n'est pas considéré par la loi de Darcy, qui ne prend en compte que la vitesse moyenne de l'écoulement.

Le nombre de Reynolds Re_p , basé sur la taille moyenne des pores d et la vitesse interstitielle V_i est donné par :

$$Re_p = V_i \frac{d}{\nu_f} \quad (\text{III.5})$$

Il existe trois types de régimes d'écoulement en fonction de Re_p , à savoir :

Pour $Re_p < 1$, le régime est laminaire (les forces de viscosité sont grandes devant celles d'inertie, la loi de Darcy est valable).

Pour $1 < Re_p < 150$, des couches limites se développent au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'ya plus de proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration et par conséquent la loi de Darcy n'est pas applicable. Le régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu'à $Re_p = 150$

Pour $150 < Re_p < 300$, un régime d'écoulement instationnaire prend place

III.1.2 Loi de Darcy-Forchheimer.

Si la vitesse débitante augmente, on ne peut pas négliger les forces d'inertie, et dans ce cas on montre expérimentalement que pour un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy.

Pour prendre en compte cet effet, Forchheimer fait une modification empirique de la loi de Darcy en reliant non linéairement la vitesse \vec{V}_f et le gradient de pression :

$$\vec{V}_f + C_F \frac{K^{\frac{1}{2}}}{\mu_f} \cdot \|\vec{V}_f\| \cdot \vec{V}_f = -\frac{K}{\mu_f} (\nabla P^* - \rho_f \vec{g}) \quad (\text{III.6})$$

Où :

\vec{V}_f : vitesse due aux frottements visqueux.

Et :

$C_F \frac{K^{\frac{1}{2}}}{\mu_f} \cdot \|\vec{V}_f\| \cdot \vec{V}_f$: Terme dû aux pertes inertielles.

Avec :

C_F = Constante (il dépend de la géométrie du milieu, il vaut environ 0,55)

Notons que pour un empilement de sphères :

$$C_F = 0,55 \left(1 - 5,5 \frac{d}{d_e} \right) \quad (\text{III.7})$$

Avec :

d : Diamètre des billes.

Et :

d_e : Diamètre équivalent de la couche.

On distingue trois zones en fonction du nombre Reynolds, à noter :

Zone 1, de très faible nombre de Reynolds : $Re_p \prec 1$, la loi de Darcy est valable.

Zone 2, une zone de transition entre les faibles et les grands nombres de Reynolds.

Zone 3, de forts nombres de Reynolds $1 \prec Re_p \prec 10$, la loi de Darcy- Forchheimer est valable.

III.1.3 Modèle de Brinkman.

Si la porosité du milieu est importante, environ égale à 0.8, il faut tenir-compte des effets de diffusion visqueuse au niveau des parois.

$$\nabla P^* = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_f + \mu \nabla \vec{V}_f \quad (\text{III.8})$$

Avec :

μ' : viscosité effective.

On donne :

Pour $\varepsilon = 0.972$, $\mu' \approx 7.5\mu_f$. Si K devient grand, l'équation se réduit à l'équation de stocks.

Avec :

$\mu_f = \mu'$.

Il est possible d'ajouter les effets de Forchheimer et Brinkman avec un terme instationnaire et un terme de convection.

$$\rho_f \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}_f}{\partial t} + \frac{\vec{V}_f}{\varepsilon} \nabla \left(\frac{\vec{V}_f}{\varepsilon} \right) \right] = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla(\varepsilon P) + \mu' \Delta \vec{V}_f - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_f - \frac{C_F \rho_f}{K^2} \vec{V}_f \|\vec{V}_f\| + \rho_f \vec{g} \quad (\text{III.9})$$

Le terme instationnaire $\frac{\partial}{\partial t}$ est utile pour les vitesses très élevées ($Re_p > 150$).

III.2 Modélisation de transferts de chaleur en convection forcée

III.2.1 Hypothèses et système d'équations

Les hypothèses de base de ce modèle à deux températures [69], s'écrivent comme suit :

- La matière poreuse est indéformable.
- Il n'existe pas d'échange d'humidité entre la phase fluide et la phase solide.
- Il n'y a pas de production d'énergie au sein du milieu.
- Le fluide est un gaz parfait incompressible.

Dans les particules, les gradients de température sont négligeables. Il faut pour cela que le nombre de Biot : $B_i = \frac{\lambda d}{\lambda_p}$ qui traduit le rapport des résistances thermiques interne et externe soit petit devant 1.

- Les échanges de chaleur par rayonnement sont négligeables devant les échanges convectifs.
- Les propriétés physiques des deux phases : conductivité thermique et chaleur massique du fluide : λ_a , c_a et du solide : λ_p , c_p sont constantes.
- Le lit de (grains) est parcouru par un courant de convection forcée de vitesse V imposée.

Le modèle mathématique du transfert de chaleur entre les deux phases s'écrit :

$$\varepsilon \rho_a c_a \left(\frac{\partial T_a}{\partial t} + \vec{V} \overrightarrow{\text{grad}} T_a \right) = \text{div}(\lambda_a^* \overrightarrow{\text{grad}} T_a) + \alpha \xi (T_p - T_a) \quad (\text{III.10})$$

$$\rho_p c_p (1 - \varepsilon) \left(\frac{\partial T_p}{\partial t} \right) = \text{div}(\lambda_p^* \overrightarrow{\text{grad}} T_p) + \alpha \xi (T_a - T_p) \quad (\text{III.11})$$

Hypothèses simplificatrices :

a- A ce niveau le caractère convection forcée justifie de négliger les termes de conduction devant le terme de convection au second membre.

$$\text{div}(\lambda_a^* \overrightarrow{\text{grad}} T_a) = 0$$

$$\text{div}(\lambda_p^* \overrightarrow{\text{grad}} T_p) = 0$$

b- Dans le cas d'un écoulement et d'un transfert de chaleur à une dimension x, ce système s'écrit alors :

$$\rho_a c_a \left(\frac{\partial T_a}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial T_a}{\partial x} \right) = \left(\frac{\xi}{\varepsilon} \right) \alpha (T_p - T_a) \quad (\text{III.12})$$

$$\rho_p c_p \left(\frac{\partial T_p}{\partial t} \right) = \left(\frac{S \alpha}{(1 - \varepsilon)} \right) (T_a - T_p) \quad (\text{III.13})$$

$$T_a = T_a(x, t) , \quad T_p = T_p(x, t)$$

c- Le produit est statique : $V_p = 0$

Les conditions initiales et limites sont définies par les expressions :

Température de l'air ambiant :

$$T_a(x, 0) = T_i(x) \quad (\text{III.14})$$

Température du produit :

$$T_p(x, 0) = T_{pi}(x) \quad (\text{III.15})$$

Température de l'air séchant :

$$T_a(0, t) = T_0(t) \quad (\text{III.16})$$

III.2.2 Adimensionnalisation.

Ce système d'équations peut s'écrire sous forme adimensionnelle en prenant comme grandeurs caractéristiques la hauteur H , la vitesse V et un écart de température ΔT .

$$x^+ = \frac{x}{H}$$

D'où, découle les expressions suivantes : $x = x^+ \cdot H$ et $\partial x = H \cdot \partial x^+$.

$$t^+ = \frac{tV}{H}$$

D'où, découle les expressions suivantes : $t = \frac{t^+H}{V}$ et $\partial t = \frac{H}{V\partial t^+}$

$$T_a^+ = \frac{(T_a - T_{réf})}{\Delta T}$$

D'où, découle les expressions suivantes : $T_a = T_a^+ \cdot \Delta T + T_{réf}$ et $\partial T_a = \Delta T \partial T_a^+$

$$T_p^+ = \frac{(T_p - T_{réf})}{\Delta T}$$

D'où, découle les expressions suivantes : $T_p = T_p^+ \cdot \Delta T + T_{réf}$ et $\partial T_p = \Delta T \partial T_p^+$

En substituant, dans les équations (III.12) et (III.13), le système d'équations se ramène à :

$$\frac{\partial T_a^+}{\partial t^+} + \frac{\partial T_a^+}{\partial x^+} = A(T_p^+ - T_a^+) \quad (\text{III.17})$$

$$\frac{\partial T_p^+}{\partial t^+} = B(T_a^+ - T_p^+) \quad (\text{III.18})$$

Avec :

$$A = \frac{\alpha \xi H}{\rho_a c_a V \varepsilon}$$

$$B = \frac{\alpha \xi H}{\rho_p c_p V (1 - \varepsilon)}$$

Les conditions initiales et aux limites s'écrivent respectivement :

$$T_a^+(x, 0) = \frac{T_i(x) - T_{réf}}{\Delta T} \quad (\text{III.19})$$

$$T_p^+(x, 0) = \frac{T_p(0) - T_{réf}}{\Delta T} \quad (\text{III.20})$$

$$T_a^+(0, t) = \frac{T_0(t) - T_{réf}}{\Delta T} \quad (\text{III.21})$$

III.3 Modélisation des transferts de chaleur et de masse en convection forcée. Modèle de (Brooker-Arkema)

III.3.1 Hypothèses

Pour modéliser les transferts de chaleur et de masse [55], il faut ainsi introduire les grandeurs suivantes :

La température de la matrice solide (produit) : T_p

La température de l'air : T_a

L'humidité de la matrice solide (produit) : M

L'humidité absolue de l'air : W

La pression totale : P

La vitesse de l'air : V

En effet, si S est la section du lit, $\varepsilon S = \xi$ est la section de passage de l'écoulement. Toutes ces grandeurs sont supposées fonctions continues du temps et de l'espace à l'échelle microscopique.

On sait d'après l'expérimentation [55] comment caractériser la cinétique de séchage d'une couche mince d'un produit.

On dispose d'autre part de données sur les courbes d'équilibre (sorption-désorption) d'un certain nombre de produits agricoles.

Ces résultats vont permettre de traiter le cas du séchage en couche épaisse. Le modèle est basé sur un certain nombre d'hypothèses :

- Le tassement du produit au cours du séchage est négligé.
 - La production d'énergie au sein du milieu est négligée en particulier on ne tient pas compte du dégagement de chaleur dû aux fermentations.
 - Les termes de conduction sont négligeables devant les termes de convection.
 - Les gradients de température sont faibles à l'intérieur des particules solides.
 - Le silo est parcouru par un débit fixé d'air incompressible.
 - L'air de séchage satisfait à la thermodynamique de l'air humide.
- Les propriétés physiques de l'air humide et du produit sont constantes.
- Le phénomène est unidirectionnel.

III.3.2 Equations

Les équations du modèle macroscopique établies au moyen de bilans d'énergie et de matière s'écrivent :

$$T_a = T_a(x, t)$$

$$T_s = T_s(x, t)$$

$$M = M(x, t)$$

$$W = W(x, t)$$

- Equation de l'énergie pour l'air :

$$\rho_a (c_a + c_v W) \left(\frac{\partial T_a}{\partial t} + V \frac{\partial T_a}{\partial x} \right) = \frac{\xi}{\varepsilon} \alpha (T_p - T_a) \quad (\text{III.22})$$

-Equation de l'énergie pour le produit :

$$\rho_p (c_p + c_w M) \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{\xi \alpha}{1 - \varepsilon} (T_a - T_p) - (H_v + c_v (T_a - T_p)) \frac{V \rho \varepsilon}{1 - \varepsilon} \frac{\partial W}{\partial x} \quad (\text{III.23})$$

-Equation de conservation de la masse de vapeur d'eau :

$$\rho_a \varepsilon \left(\frac{\partial W}{\partial t} + V \frac{\partial W}{\partial x} \right) = -(1 - \varepsilon) \rho_p \frac{\partial M}{\partial t} \quad (\text{III.24})$$

Cette équation est vérifiée en absence de condensation, correspondant au critère :

$$W < W_{sat}(T_p)$$

-Equation de séchage en couche mince du produit :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = f(T, W, M) \quad (\text{III.25})$$

Cette équation inclut implicitement l'équation d'équilibre air-produit.

Les conditions initiales et aux limites s'écrivent :

$$T_a(x, 0) = T_i(x) \quad (\text{III.26})$$

$$T_p(x, 0) = T_{pi}(x) \quad (\text{III.27})$$

$$T_a(0, t) = T_a(t) \quad (\text{III.28})$$

$$W(0, t) = W(t) \quad (\text{III.29})$$

Ce modèle fait l'objet d'une première simplification qui consiste à négliger le terme instationnaire $\frac{\partial}{\partial t}$ devant le terme de transport $V \frac{\partial}{\partial x}$ dans les équations (III.22) et (III.24).

En effet, le temps caractéristique de séchage est fixé par le phénomène de diffusion de l'humidité à l'intérieur de la particule de produit qui est un phénomène considérablement plus lent que celui de la diffusion de la chaleur.

Soient t_0 ce temps caractéristique, H la hauteur de référence, la comparaison de ces deux termes revient à chercher l'ordre de grandeur du rapport $V \frac{t_0}{H}$, t_0 étant beaucoup plus grand que le temps $\frac{H}{V}$, cette simplification se trouve justifiée.

Une deuxième simplification classique consiste à négliger le terme de chaleur sensible $c_v(T_a - T_p)$ devant le terme de chaleur latente H_v , l'erreur d'approximation étant inférieure à un pour cent.

Une troisième simplification introduite par [55], consiste à poser $\frac{\partial T_p}{\partial t} \approx \frac{\partial T_a}{\partial t}$. Cette hypothèse, vérifiée par l'expérience est justifiée par les valeurs faibles de la vitesse de filtration de l'air à travers le silo.

Les simplifications introduites permettent un découplage du système d'équations (III.22)-(III.24) qui s'écrit :

$$\rho_a (c_a + c_v W) V \frac{\partial T_a}{\partial x} = \frac{\xi}{\varepsilon} (T_p - T_a) \quad (\text{III.30})$$

$$\rho_p (c_p + c_w M) \frac{\partial T_a}{\partial t} = -\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \rho_a V (c_a + c_v W) \frac{\partial T_a}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \rho_a V H_v \frac{\partial W}{\partial x} \quad (\text{III.31})$$

$$\rho_a \varepsilon V \frac{\partial W}{\partial x} = -(1-\varepsilon) \rho_p \frac{\partial M}{\partial t} \quad (\text{III.32})$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = f(T, W, M) \quad (\text{III.33})$$

III.4 Etude des transferts couplés en convection forcée dans un cylindre vertical

Contenant un produit granulaire. (Modèle aux équations aux dérivées partielles)

Ce modèle [56], distingue dans un volume élémentaire du milieu, les températures de la phase fluide et la phase solide.

Le développement du modèle de séchage du produit tient compte des hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le tassement du produit au cours du séchage est négligé.
- La masse volumique de l'air sec est constante.
- L'échange de chaleur convectif entre les deux phases est exprimé à l'aide d'un coefficient volumique de transfert de chaleur qui dépend de la vitesse du fluide et de la texture du milieu poreux.

- La conduction thermique dans l'air et entre grains est exprimée à l'aide de coefficients de conductivités thermiques équivalentes du solide et du fluide supposés isotropes.

L'écriture des équations de bilan s'effectue à partir de la formulation générale suivante :

Si f représente une grandeur physique dispersée en volume dans l'air et le produit, f peut-être écrite par l'expression :

$$f = \varepsilon f_a + (1-\varepsilon) f_p$$

Les indices a et p sont relatifs respectivement à l'air et au produit.

Le bilan de f dans un volume v est :

$$\frac{d}{dt} \iiint_v [\varepsilon f_a + (1-\varepsilon) f_p] dv = \iiint_v \phi dv + \iint_{\Sigma} \vec{\phi} \cdot \vec{n} ds \quad (\text{III.34})$$

Où :

ϕ et $\vec{\phi}$ sont respectivement la production volumique et surfacique de f .

Et :

$\frac{d}{dt}$ est la dérivée particulaire de la formulation Eulérienne du mouvement.

Après développement et identification de l'équation (III.34) on aura :

$$\varepsilon \frac{\partial f_a}{\partial t} + \text{div} f_a \cdot \vec{V} + (1-\varepsilon) \frac{\partial f_p}{\partial t} = \phi + \text{div} \vec{\phi} \quad (\text{III.35})$$

Le milieu poreux granulaire est décrit par deux fonctions macroscopiques : (T_p, X) pour la phase solide et (T_a, Y) pour la phase fluide. Les bilans appliqués à une couche statique conduisent au système d'équations aux dérivées partielles suivantes :

-Equation du bilan de masse de l'humidité :

$$\begin{cases} f = \varepsilon \rho_a Y + (1-\varepsilon) \rho_p X \\ \phi = 0 \\ \vec{\phi} = 0 \end{cases}$$

D'où :

$$\rho_a \left(\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} + \text{div} Y \cdot \vec{V} \right) + (1-\varepsilon) \rho_p \frac{\partial X}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.36})$$

-Equation du bilan d'enthalpie pour l'air humide

$$\begin{cases} f = \varepsilon \rho_p \left[(C_a + Y C_v) T_a + L^\circ Y \right] \\ \phi = \xi \alpha (T_p - T_a) - (1-\varepsilon) \rho_p (C_v T_p + L^\circ) \frac{\partial X}{\partial t} \\ \varphi = \lambda_a^* \overrightarrow{\text{grad}} T_a \end{cases}$$

En utilisant les équations (III.35) et (III.36) on aura :

$$\rho_a (C_a + Y C_v) \left[\varepsilon \frac{\partial T_a}{\partial t} + \text{div} \vec{V} \cdot T_a \right] = \xi \alpha (T_p - T_a) + \text{div} (\lambda_a^* \overrightarrow{\text{grad}} T_a) - (1-\varepsilon) \rho_p C_v (T_p - T_a) \frac{\partial X}{\partial t} \quad (\text{III.37})$$

-Equation du bilan d'enthalpie de l'ensemble (air+produit) :

$$\begin{cases} f = \varepsilon \rho_a \left[C_a T_a + Y (C_v T_a + L^\circ) \right] + (1-\varepsilon) \rho_p (C_p + X C_1) T_p \\ \phi = 0 \\ \varphi = \lambda_a^* \overrightarrow{\text{grad}} T_a + \lambda_p^* \overrightarrow{\text{grad}} T_p \end{cases}$$

En utilisant les équations (III.35) et (III.36) on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_a (C_a + Y C_v) \left[\varepsilon \frac{\partial T_a}{\partial t} + \text{div} \vec{V} \cdot T_a \right] + (1-\varepsilon) \rho_p (C_p + X C_1) \frac{\partial T_p}{\partial t} = \\ L^* (1-\varepsilon) \rho_p \frac{\partial X}{\partial t} + \text{div} (\lambda_a^* \overrightarrow{\text{grad}} T_a) + \text{div} (\lambda_p^* \overrightarrow{\text{grad}} T_p) \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$$L^* = L^\circ + C_v T_a - C_1 T_p$$

-L'équation du bilan d'enthalpie du produit est obtenue en faisant la différence entre les Equations (III.38) et (III.37), il vient donc :

$$(1-\varepsilon)\rho_p(C_p+XC_1)\frac{\partial T_p}{\partial t}=\xi\alpha(T_a-T_p)+\text{div}(\lambda_p^*\overline{\text{grad}T_p})-L\rho_p(1-\varepsilon)\frac{\partial X}{\partial t} \quad (\text{III.39})$$

Avec :

$$L^*=L^\circ+C_vT_a-C_1T_p$$

L est la chaleur latente de vaporisation à la température T_p .

L° est la chaleur latente de vaporisation à la température 0°C .

En convection forcée, des hypothèses simplificatrices peuvent être faites dans ce modèle :

- Le transfert de chaleur par conduction est négligeable devant celui par convection.
- L'écoulement est unidirectionnel.
- Le débit d'air est constant et uniforme dans la masse homogène.

Le système d'équations précédent devient alors :

- Conservation de la masse de l'air humide

$$\rho_a\left(\varepsilon\frac{\partial Y}{\partial t}+V\frac{\partial Y}{\partial x}\right)+(1-\varepsilon)\rho_p\frac{\partial X}{\partial t}=0 \quad (\text{III.40})$$

- Conservation d'enthalpie de l'air humide :

$$\rho_a(C_a+YC_v)\left[\varepsilon\frac{\partial T_a}{\partial t}+V\frac{\partial T_a}{\partial x}\right]=\xi\alpha(T_p-T_a)-(1-\varepsilon)\rho_pC_v(T_p-T_a)\frac{\partial X}{\partial t} \quad (\text{III.41})$$

- Conservation d'enthalpie du grain :

$$(1-\varepsilon)\rho_p(C_p+XC_1)\frac{\partial T_p}{\partial t}=\xi\alpha(T_a-T_p)+L\rho_p(1-\varepsilon)\frac{\partial X}{\partial t} \quad (\text{III.42})$$

- Conservation de l'enthalpie globale pour l'air humide et le produit :

$$\rho_a(C_a+YC_v)\left[\varepsilon\frac{\partial T_a}{\partial t}+V\frac{\partial T_a}{\partial x}\right]+(1-\varepsilon)\rho_p(C_p+XC_1)\frac{\partial T_p}{\partial t}=L^*(1-\varepsilon)\rho_p\frac{\partial X}{\partial t} \quad (\text{III.43})$$

Où :

$$L^* = L^\circ + C_v T_a - C_l T_p$$

A ces équations il convient de rajouter une équation qui doit nous informer sur le transfert de masse. Cette équation est celle de la cinétique de séchage.

L'équation de la cinétique de séchage est obtenue expérimentalement [57]

$$\frac{\dot{X}}{X_i} = f(X_+) \quad (\text{III.44})$$

Avec :

$$(\dot{X} = f(Y, X, T_a, V))$$

On fait l'hypothèse que cette équation reste valable lorsque la température et l'humidité relative de l'air varient lentement.

III.5 Modélisation de transferts de chaleur et de masse en convection naturelle dans un cylindre vertical (modèle aux équations aux dérivées partielles)

III.5.1 Introduction:

La modélisation de la convection naturelle dans un milieu poreux est généralement compliquée. Dans la pratique on peut trouver ce genre de phénomène dans les silos à grains où on s'intéresse à la conservation des grains stockés. Les sollicitations thermiques à la frontière du cylindre: température, flux (le cycle des variations de température et de rayonnement solaire soit jour/nuit, soit saisonnier, détermine des températures de surface) et même la nature des parois influent sur le produit granulaire stocké. La paroi transmet cette sollicitation au stock de grains avec un certain effet de «filtrage» qui dépend de sa nature et de son épaisseur. L'échauffement du grain au voisinage de la paroi se traduit par une convection naturelle de l'air interstitiel et un dégagement d'humidité par déplacement du point d'équilibre grain/air. Le problème général posé par la conservation des grains relève donc physiquement des transferts de chaleur et de masse instationnaire en convection naturelle.

Les auteurs [56], montrent que ces phénomènes sont gouvernés par quelques nombres adimensionnels spécifiques.

III.5.2 Hypothèses

Le but est de modéliser les transferts de chaleur et de masse en convection naturelle dans le cas d'un produit granulaire.

On peut tenir compte des hypothèses suivantes :

- les vitesses d'air mises en jeu est faible (convection naturelle), la différence entre les températures de l'air et du grain est considérée comme négligeable : $T = T_p = T_a$.
- l'air saturant est un fluide de Boussinesq. (Les faibles variations de masse volumique de l'air sont conservées lorsqu'elles provoquent le mouvement, c'est-à-dire dans le terme des forces volumiques, mais sont négligées partout ailleurs)
- sur la paroi, la condition d'adhérence s'écrit :

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \text{ Où } \vec{n} \text{ représente la normale à la paroi.}$$

Cette condition qui est celle du fluide de Darcy est satisfaisante pour des faibles valeurs.

III.5.3 Equations:

Les équations de transferts de chaleur et de masse en présence de la convection naturelle sont obtenues à partir du système d'équations (III.40), (III.41), (III.42).

- Equation de la conservation de la masse d'air sec :

$$\text{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{III.45})$$

- Equation de conservation de l'humidité :

$$\rho_a \left(\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} + \text{div} Y \cdot \vec{V} \right) + (1 - \varepsilon) \rho_p \frac{\partial X}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.46})$$

- Equation de conservation d'enthalpie :

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_a (c_a + Y c_v) \text{div} T \cdot \vec{V} = \lambda^* \text{div}(\overrightarrow{\text{grad} T}) + L^* (1 - \varepsilon) \rho_p \frac{\partial X}{\partial t} \quad (\text{III.47})$$

Avec :

$$\lambda^* = \lambda_a^* + \lambda_p^*$$

Et :

$$(\rho c)^* = \varepsilon \rho_a (c_a + Y c_v) + (1 - \varepsilon) \rho_p (c_p + X c_y)$$

L'équation (III.47) est obtenue en faisant dans l'équation (III.37) : $T = T_p = T_a$.

- Equation du mouvement.

Le mouvement de la phase fluide est régi par l'équation :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \vec{V} \overrightarrow{\text{grad}} \vec{V} = -\overrightarrow{\text{grad}} P + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \cdot \vec{V}$$

Cette équation est la généralisation de celle de Darcy et peut-être déduite d'une opération de macroscopisation des équations ponctuelles appliquées au fluide interstitiel [77]. Forchheimer (citée au début du chapitre) avait par ailleurs introduit empiriquement le terme proportionnel au carré de la vitesse. Cette formulation a été confirmée expérimentalement. La loi de Darcy-Forchheimer est :

$$\overrightarrow{\text{grad}} P = \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \rho b \frac{|\vec{V}|}{K} \vec{V}$$

Où :

Le paramètre b déterminé en convection forcée (Ergun), caractérise le milieu poreux.

Par exemple pour un lit de diamètre d et de porosité ε :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^2}{150(1 - \varepsilon)^2}$$

Et :

$$b = \frac{1,75d}{150(1 - \varepsilon)}$$

Lorsque la perméabilité est importante, la loi de Darcy devient insuffisante car il faut tenir-compte des forces visqueuses. A cet effet, Brinkman a modifié cette loi en ajoutant un terme représentant les contraintes visqueuses, soit :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\overline{\text{grad} P} + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V}$$

Où : μ' est une viscosité effective. L'intérêt principal de cette loi est de permettre de satisfaire la condition d'adhérence sur une paroi et de tenir-compte de l'augmentation de la porosité au voisinage de la paroi.

Lorsque les vitesses de filtration sont faibles (nombre de Reynolds basé sur une dimension caractéristique des pores inférieur à l'unité) et la perméabilité du milieu est petite, les forces d'inertie sont négligeables devant les forces visqueuses. La loi de Darcy appropriée, avec un terme instationnaire peut-être écrite comme :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\overline{\text{grad} P} + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (\text{III.48})$$

Cette équation est celle du modèle proposé.

-Equation d'état du fluide

Elle s'obtient à partir de l'équation du gaz parfait appliquée à l'air sec et à la vapeur d'eau.

Dans un volume élémentaire d'air humide contenant de l'air sec et de la vapeur d'eau, les masses volumiques s'écrivent :

$$\rho_v = \frac{M_v P_v}{RT} \quad (\text{III.49})$$

$$\rho_a = \frac{M_a P_a}{RT} \quad (\text{III.50})$$

$$\rho = \rho_a + \rho_v = \frac{1}{RT} (M_v P_v + M_a P_a)$$

Avec les indices:

- v pour vapeur
- a pour air sec.

D'après la première loi de Dalton applicable aux gaz parfaits, la pression totale P est la somme des pressions partielles de l'air sec (P_a) et de la vapeur d'eau (P_v). Du rapport des équations (III.49) et (III.50) il vient :

$$Y = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{aP_v}{P - P_v}$$

Où :

$$a = \frac{M_v}{M_a}$$

Notons que :

M_v et M_a sont respectivement la masse molaire de la vapeur d'eau et de l'air sec.

La masse volumique de l'air humide peut s'écrire :

$$\rho = \frac{M_a P}{RT} \left(\frac{1+Y}{1+\frac{Y}{a}} \right) \quad (\text{III.51})$$

L'expression peut se linéariser et s'écrire :

$$\rho \cong \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,T} (T - T_0) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial Y} \right)_{T,P} (Y - Y_0) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_{Y,T} (P - P_0)$$

La pression P peut-être considérée constante et :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0) - \beta_v(Y - Y_0)] \quad (\text{III.52})$$

Où :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_Y$$

Et :

$$\beta_v = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial Y} \right)_T$$

Sont respectivement les coefficients de dilatation thermique et massique.

Ces mêmes grandeurs s'écrivent :

$$\beta = \frac{1}{T}$$

Et :

$$\beta_v = \frac{1-a}{Y+aY+a}$$

Le terme en Y^2 a été négligé au dénominateur de β_v

Et :

ρ_0, T_0, Y_0 Sont les grandeurs de référence relatives à l'air extérieur immobile. La masse volumique de l'air sec précédemment utilisée (éq. III.46) est reliée à ρ_0 par l'expression suivante tirée des équations (III.49) et (III.50) :

$$\rho_a = \rho_0 - \frac{P_0 Y_0}{a + Y_0} \frac{M_v}{RT_0}$$

- Equation de cinétique :

L'équation de cinétique [57], doit traduire le séchage ou l'imbibition au voisinage de la position d'équilibre. Les cinétiques habituelles déterminées en convection forcée utilisent un double terme moteur ($Y_s - Y$) dans X_i et $(X - X_{eq})$ avec :

$$X_+ = \frac{X - X_{eq}}{X_i - X_{eq}}$$

Où :

X_{eq} : Considéré généralement constant.

En convection naturelle, et au voisinage de $X_{eq}(T, Y)$, le terme moteur $X - X_{eq}(T, Y)$ suffit à rendre compte des variations de T et Y et nous posons :

$$(1-\varepsilon)\rho_p \dot{X} = -\rho_a \xi \beta_e (X - X_{eq}) \quad (\text{III.53})$$

Avec :

β_e : Coefficient d'échange de masse équivalent, qui traduit la résistance au transfert.

La linéarisation des variations de X_{eq} au voisinage de la position d'équilibre conduit à :

$$(1-\varepsilon)\rho_p \dot{X} = -\rho_a \xi \beta_e (X - X_{eq})(0,0) - \left(\frac{\partial X_{eq}}{\partial T}\right)_0 (T - T_0) - \left(\frac{\partial X_{eq}}{\partial Y}\right)_0 (Y - Y_0) \quad (\text{III.54})$$

Cette expression rend-compte d'un séchage ou imbibition sous l'action d'une variation de T ou Y , ces variables étant placées sur le même plan.

Si l'on peut faire une hypothèse supplémentaire d'équilibre du grain avec l'air au contact, c'est-à-dire négliger l'inertie thermique et massique du grain, l'équation (III.53) est remplacée par :

$$X = X_{eq}(T, Y)$$

III.5.4 Adimensionnalisation

Afin d'évaluer l'ordre de grandeur des termes des différentes équations, une mise sous forme adimensionnelle s'impose. Le choix des grandeurs de référence est fonction de la physique du problème. Par exemple dans le cas des silos exposés au soleil, le choix est dominé par le flux instationnaire appliqué à la paroi. Les expériences effectuées [56] induisent à penser les mécanismes de transfert en termes de conduction perturbée par la convection naturelle.

Il s'en suit une longueur de référence de la conduction instationnaire L définie par :

$$L^2 = \tau_{ex} \alpha$$

Avec :

$$\alpha = \left(\frac{\lambda}{\rho c}\right)^*$$

τ_{ex} : est la période du flux d'excitation.

Une deuxième longueur de référence, importante pour la convection naturelle est la hauteur H du silo (tirage de la cheminée). La température de référence de la conduction instationnaire est :

$$T_{réf} = \frac{qL}{\lambda^*}$$

Avec :

q : Densité du flux thermique.

La vitesse de référence $V_{réf}$ devra être déduite de l'équation de mouvement qui exprime le terme moteur de convection naturelle.

L'humidité de l'air de référence peut s'exprimer sous la forme d'un potentiel de séchage :

$$Y_{réf} = Y_s(T_{réf}) - Y_0$$

Le problème bidimensionnel de révolution s'exprime dans un repère (r, x) .

Les variables adimensionnelles réduites sont les suivantes :

$$t_+ = \frac{t}{\tau_{ex}}$$

$$r_+ = \frac{r}{L}$$

$$x_+ = \frac{x}{H}$$

$$T_+ = \frac{T - T_0}{T_{réf}}$$

$$Y_+ = \frac{Y - Y_0}{Y_{réf}}$$

$$X_+ = \frac{X - X_i}{X_{réf}}$$

$$u = \frac{u}{V_{réf}}$$

$$v_+ = \frac{v}{V_{réf}}$$

$$\vec{V}_+ = \frac{\vec{V}}{V_{réf}}$$

u et v sont les composantes verticale et radiale de la vitesse.

$X_{réf}$ Sera défini plus loin.

A l'état initial, le produit est en équilibre avec l'air ambiant :

$$X_i = X_{éq}(T_0, Y_0) = X_0$$

L'équation (III.48) s'écrit, compte-tenu de (III.52) en éliminant la pression :

$$\frac{\rho_0}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\mu}{K} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \rho_0 g \left(\beta \frac{\partial T}{\partial r} + \beta_v \frac{\partial Y}{\partial r} \right) \quad (\text{III.55})$$

Soit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial u_+}{\partial r_+} - \frac{L}{H} \frac{\partial v_+}{\partial x_+} + \frac{\rho_0}{\varepsilon} \frac{K}{\mu} \frac{1}{\tau_{ex}} \frac{\partial}{\partial t_+} \left(\frac{\partial u_+}{\partial r_+} - \frac{1}{H} \frac{\partial v_+}{\partial x_+} \right) = \rho_0 g \beta \frac{K}{\mu} T_{réf} \left(\frac{\partial T_+}{\partial r_+} + \frac{\beta_v}{\beta} \frac{Y_{réf}}{T_{réf}} \frac{\partial Y_+}{\partial r_+} \right) \quad (\text{III.56})$$

L'expression de $V_{réf}$ est déduite :

$$V_{réf} = \rho_0 g \beta \frac{K}{\mu} T_{réf}$$

Le coefficient :

$$N = \frac{\beta Y_{réf}}{\beta T_{réf}}$$

Caractérise le rapport des « forces d'Archimède » massique sur thermique.

L'équation de l'énergie (III.47) s'écrit en tenant-compte de (III.45) :

$$\left(\frac{\rho c}{\lambda}\right)^* \frac{L^2}{\tau_{ex}} \frac{\partial T_+}{\partial t_+} + \frac{\rho_a c_a}{\lambda^*} V_{réf} L V_+ \nabla_+ T_+ = \nabla_+^2 T_+ + L^* \frac{(1-\varepsilon)\rho_p}{\lambda^*} \frac{1}{T_{réf}} \frac{L^2}{\tau_{ex}} X_{réf} \frac{\partial X_+}{\partial t_+} \quad (\text{III.57})$$

Avec :

$$\nabla_+ = \left(\frac{L}{H} \frac{\partial}{\partial x_+}, \frac{\partial}{\partial r_+} \right)$$

Dans cette équation, le terme $C_v Y$ a été négligé devant C_a .

Le coefficient de $\frac{\partial T_+}{\partial t_+}$ est égal à 1, par définition de L .

Le coefficient de $V_+ \nabla_+ T_+$ est un nombre de Rayleigh, ce nombre traduit l'importance des forces de poussée d'Archimède d'origine thermique par rapport aux forces de frottement visqueux engendrées par la matrice poreuse :

$$R_a = \frac{\rho_a c_a V_{réf} L}{\lambda^*} = \frac{\rho_a^2 c_a g K \beta L^2 q}{\mu (\lambda^*)^2}$$

Le coefficient de la vitesse de séchage $\frac{\partial X_+}{\partial t_+}$ ou (d'humidification), s'interprète comme le

rapport d'une chaleur de vaporisation sur une chaleur incidente :

$$Q = \frac{L^* (1-\varepsilon) \rho_p X_{réf} L^2}{\lambda^* T_{réf} \tau_{ex}} = \frac{L^* (1-\varepsilon) \rho_p X_{réf} L S_e}{q \tau_{ex} S_e}$$

Où :

$$S_e = 2\pi R H$$

L'équation de conservation de l'humidité (III.46) devient, compte-tenu de (III.45) :

$$\frac{1}{\tau_{ex}} \frac{1}{V_{réf}} \frac{\partial Y_+}{\partial t_+} + \frac{V_+}{\varepsilon} \nabla_+ Y_+ = - \frac{(1-\varepsilon)\rho_p X_{réf} L}{\varepsilon \rho_a Y_{réf} V_{réf} \tau_{ex}} \frac{\partial X_+}{\partial t_+} \quad (\text{III.58})$$

Le coefficient $\frac{1}{V_{réf} \tau_{ex}}$ représente le rapport d'une vitesse de conduction $V_{cond} = \frac{1}{\tau_{ex}}$ à la

vitesse de convection naturelle.

Le coefficient du terme de vitesse de séchage s'interprète comme le rapport de la vitesse de convection à une célérité d'un front de séchage.

$$\frac{(1-\varepsilon)\rho_a X_{réf}}{\varepsilon \rho_a Y_{réf} V_{réf}} \frac{1}{\tau_{ex}} = \frac{V_{cond}}{V_{cf}} = V$$

Avec :

$$V_{cf} = \frac{\varepsilon \rho_a Y_{réf} V_{réf}}{(1-\varepsilon)\rho_a X_{réf}}$$

L'auteur fait un calcul d'ordre de grandeurs qui va lui permettre d'évaluer ces nombres et donc de négliger certains termes.

Soit donc un silo à maïs de 5 m de diamètre. La période caractéristique est soit la journée (24h), soit l'année, ce qui donne une longueur caractéristique : $L = (\alpha \tau_{ex})^{1/2}$ de 8,7 cm ou 1,66m ($\alpha = 8,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$).

L'élévation de température de référence $T_{réf}$ est la résultante de beaucoup de facteurs (climatiques, géométriques,...). Un flux de 30 W/m^2 caractéristique de l'alternance jour/nuit conduit à une valeur de $T_{réf} = 18^\circ\text{C}$. Tandis qu'un flux de 3 W/m^2 annuel conduirait à 33°C .

Le nombre $\frac{\rho_0 K}{\varepsilon \mu \tau_{ex}}$ dans l'équation (III.56) est toujours très petit devant l'unité ($\cong 10^{-6}$),

ceci justifie la forme habituelle de l'équation de Darcy en écoulement stationnaire.

Le nombre $N = \frac{\beta_v Y_{réf}}{\beta T_{réf}}$ se révèle très petit devant l'unité.

Il s'en suit :

$$\beta_v \cong 0,61 \quad ; \quad \beta \cong \frac{1}{300} ; \quad T_{réf} = 25^\circ\text{C} \quad ; \quad Y_{réf} = 10^{-2}$$

D'où :

$$N = 0,07$$

La convection naturelle est donc principalement d'origine thermique. De même le rapport $\frac{V_{cond}}{V_{réf}}$ est dans tous les cas très petit devant l'unité, ce qui permet de négliger le terme instationnaire de l'équation (III.55). Les autres nombres : R_a , Q , V ne peuvent-êtré négligés car ils sont de l'ordre de l'unité.

Remarquons que le nombre de Rayleigh est ici construit sur la distance L .

Si on tient-compte de la linéarisation de la fonction $X_{éq}$ autour de la position d'équilibre (T_0, Y_0) , l'équation (III.54) s'écrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial X_+}{\partial t_+} = -M(X_+ - T_+ (\frac{\partial X_{+éq}}{\partial T_+})_0 - Y_+ (\frac{\partial X_{+éq}}{\partial Y_+})) \quad (\text{III.59})$$

Avec :

$$M = \frac{\rho_a \xi \beta_e}{(1 - \varepsilon) \rho_p} \tau_{ex}$$

La teneur en eau de référence peut-êtré ainsi définie :

$$X_{réf} = (\frac{\partial X_{éq}}{\partial T})_0 T_{réf} + (\frac{\partial X_{éq}}{\partial Y})_0 Y_{réf}$$

Les équations adimensionnelles précédentes se simplifient et deviennent :

$$\nabla_+ V_+ = 0 \quad (\text{III.60})$$

$$\frac{V_+}{\varepsilon} \nabla_+ Y_+ = -V \frac{\partial X_+}{\partial t} \quad (\text{III.61})$$

$$\frac{\partial u_+}{\partial r_+} - \frac{1}{H} \frac{\partial v_+}{\partial x_+} = \frac{\partial T_+}{\partial r_+} \quad (\text{III.62})$$

$$\frac{\partial T_+}{\partial t_+} + R_a V_+ \nabla_+ T_+ = \nabla_+^2 T_+ + Q \frac{\partial X_+}{\partial t_+} \quad (\text{III.63})$$

$$\frac{\partial X_+}{\partial t_+} = -M(X_+ - T_+ (\frac{\partial X_{+eq}}{\partial T_+}) - Y_+ (\frac{\partial X_{eq}}{\partial Y_+})_0) \quad (\text{III.64})$$

Ce système d'équations couplées fait apparaître l'interaction entre les phénomènes de conduction, convection, transport d'humidité. Par exemple, dans l'équation de l'énergie où les quatre termes sont du même ordre.

On remarque très bien que le modèle dans le cas de la convection naturelle nécessite une bonne compréhension du phénomène physique afin de bien choisir les paramètres de référence.

Chapitre IV

Résultats et Interprétations

CHAPITRE IV

Résultats et interprétations

Dans ce présent chapitre on va s'intéresser en premier lieu au transfert de chaleur par convection forcée dans un milieu poreux granulaire pour une configuration indiquée dans la position du problème tout en utilisant le modèle à deux températures [69] et en deuxième lieu, mettre en évidence le déplacement d'un front, dans le cas de séchage, qui s'effectue avec une vitesse constante.

IV.1 Cas de la convection forcée: modèle à deux températures

IV.1.1 Position du problème

On considère un silo à grains vertical (section cylindrique) de hauteur H et de diamètre D , contenant un produit granulaire. Le silo est le siège d'un courant d'air chaud qui le traverse de sa limite inférieure jusqu'à sa limite supérieure.

Pour ce faire, on se propose d'étudier la variation de la température de l'air et du produit à l'intérieur du silo. (Figure IV.1)

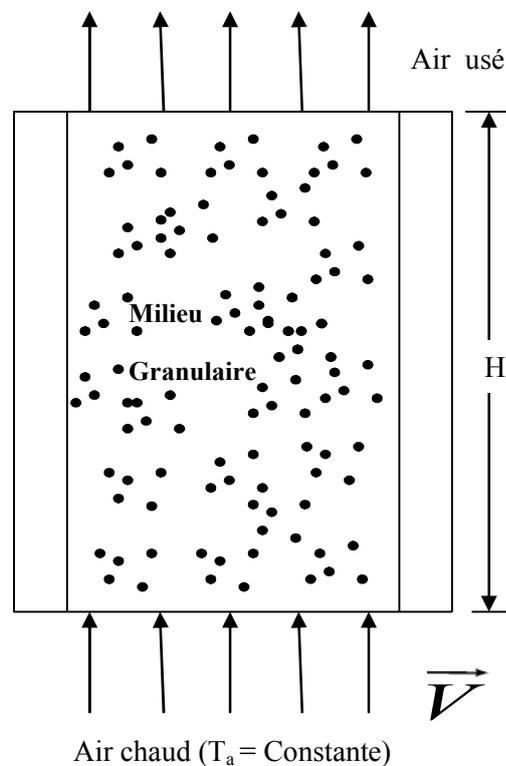


Figure IV.1 : Silo à grains vertical

IV.1.2 Méthode numérique de résolution

Pour connaître l'évolution des températures à l'intérieur du silo, la résolution numérique des équations (III.17) et (III.18) s'impose. Il n'existe pas de solution générale dans le cas de conditions initiales de température non-uniformes, qui correspondent aux situations les plus fréquentes.

Pour résoudre ces équations, nous avons utilisé une méthode numérique aux différences finies schéma implicite.

Le schéma de discrétisation adopté est le suivant : (Figure IV.2)

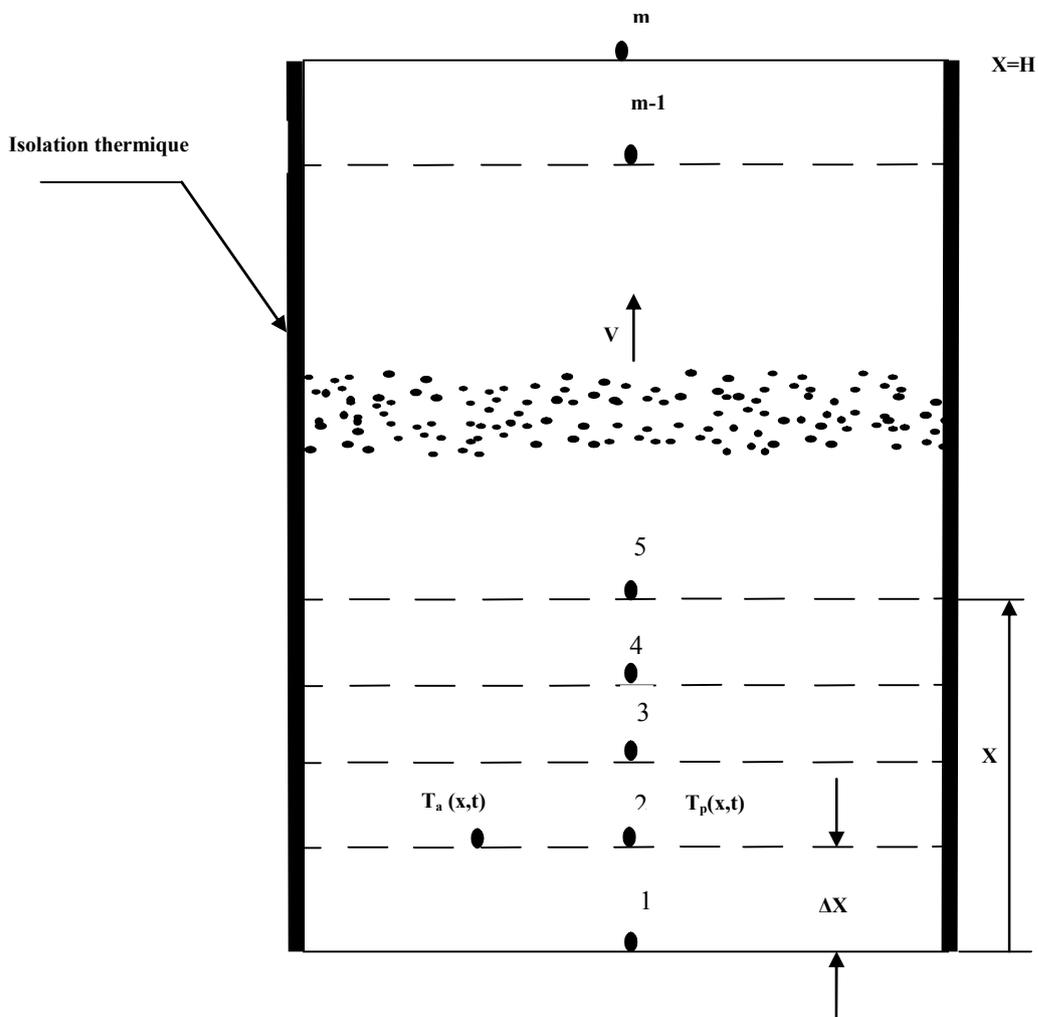


Figure IV.2 : Maillage du produit granulaire

Pour l'air :

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t} + \frac{T_{j+1}^{n+1} - T_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x} = A(T_{pj}^{n+1} - T_j^{n+1}) \quad j = 2, \dots, m-1 \quad (IV.1)$$

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t} + \frac{T_j^{n+1} - T_{j-1}^{n+1}}{\Delta x} = A(T_{pj}^{n+1} - T_j^{n+1}) \quad j=m \quad (IV.2)$$

Pour le produit :

$$\frac{T_{pj}^{n+1} - T_{pj}^n}{\Delta t} = B(T_j^{n+1} - T_{pj}^{n+1}) \quad j = 2, \dots, m \quad (IV.3)$$

Cette dernière équation permet de définir la température de la matrice solide à la position j et au temps $(n+1)$, on aura :

$$T_{pj}^{n+1} = \frac{1}{1+B\Delta t} T_{pj}^n + \frac{B\Delta t}{1+B\Delta t} T_j^{n+1} \quad (IV.4)$$

En remplaçant la valeur de T_{pj}^{n+1} ainsi obtenue dans les équations (IV.1) et (IV.2) on aboutit au système d'équations des températures de l'air :

$$FT_2^{n+1} + GT_3^{n+1} = T_2^n + GT_1^{n+1} + HT_2^n \quad (IV.5)$$

$$-GT_{j-1}^{n+1} + FT_j^{n+1} + GT_{j+1}^{n+1} = T_j^n + HT_{pj}^n \quad j=3, \dots, m-1 \quad (IV.6)$$

$$-QT_{j-1}^{n+1} + NT_j^{n+1} = T_j^n + HT_{pj}^n \quad j=m \quad (IV.7)$$

Les coefficients apparaissant dans les équations ci-dessus sont définis par les expressions suivantes :

$$F = 1 + \frac{A\Delta t}{1+B\Delta t}$$

$$G = -\frac{\Delta t}{2\Delta x}$$

$$H = \frac{A\Delta t}{1 + B\Delta t}$$

$$Q = 2G$$

$$N = \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{A\Delta t}{1 + B\Delta t}\right)$$

Le système d'équations (IV.5)-(IV.7) de (m-1) équations linéaires non homogènes à m inconnues (T_j^{n+1} , j=2,..., m) présente une matrice de ses coefficients tridiagonale. Le système d'équations ci-dessus peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} F & G & 0 & . & 1 & . & . & 0 \\ -G & F & G & 0 & 1 & . & . & . \\ 0 & -G & F & G & 1 & . & . & . \\ . & 0 & -G & F & 1 & 0 & . & . \\ - & - & - & - & 1 & - & - & - \\ . & . & . & 0 & 1 & F & G & 0 \\ . & . & . & . & 1 & -G & F & G \\ 0 & . & . & . & 1 & 0 & -2G & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2^{n+1} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ T_{26}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ B26 \end{bmatrix} \tag{IV.8}$$

Le système est de la forme :

$$AT = B \tag{IV.9}$$

Où :

A est une matrice tridiagonale

T est le vecteur température à calculer

B est le vecteur température initialement connu.

IV.1.3 Algorithme de la méthode

Le système ci-dessus est résolu par la méthode de THOMAS.

Des températures de l'air calculées à l'instant (n+1), on déduit les températures de la matrice solide (produit) au moyen de l'équation (IV.4).

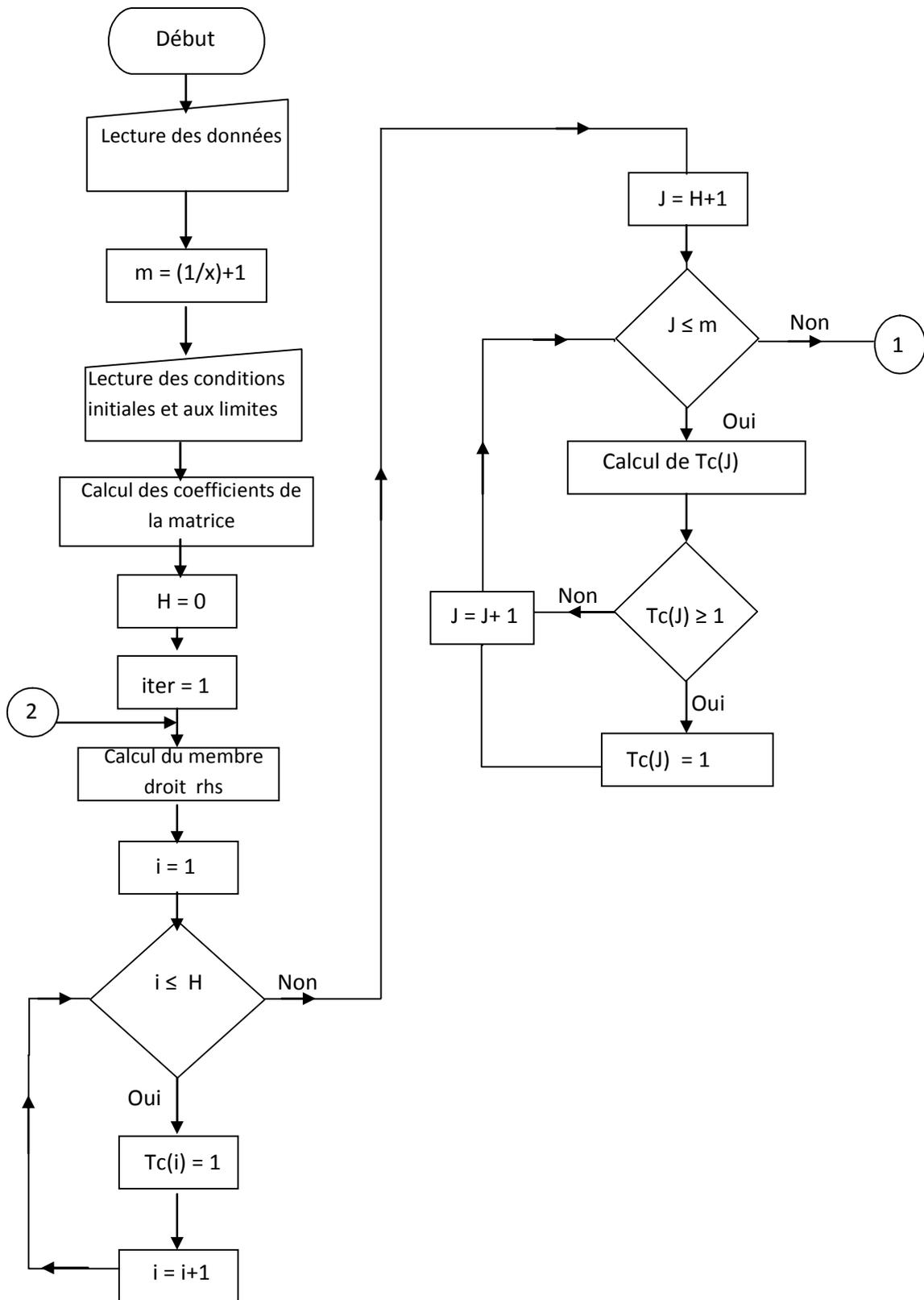
Les pas de temps et d'espace sont déterminés à partir de quelques tests numériques (Fig. IV.2)

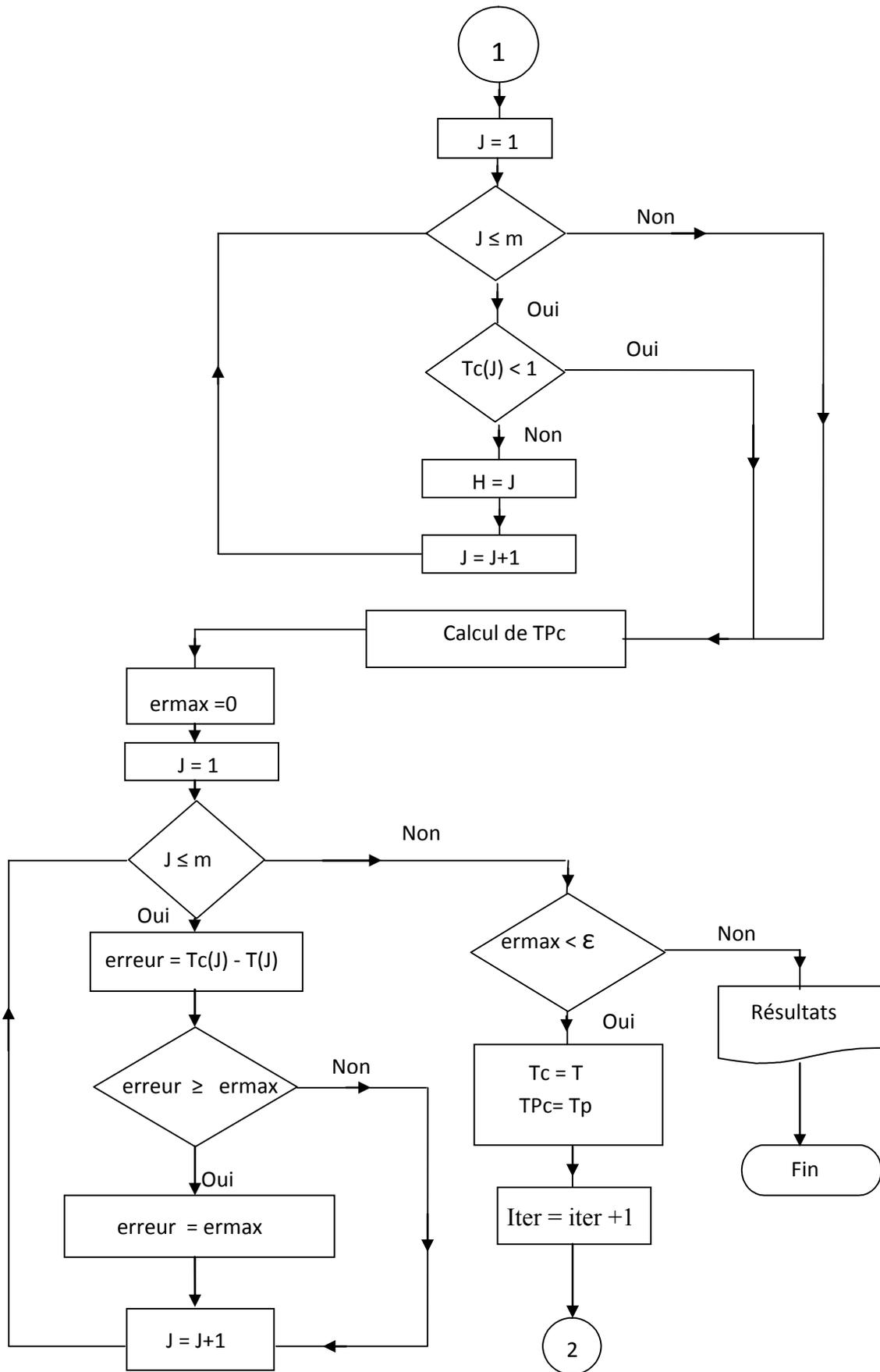
L'algorithme sus-cité est comme suit :

- 1- Introduire les données du programme
 - 2- Calculer m : nombre de lits
 - 3- Introduire les conditions initiales et aux limites
 - 4- Calculer les coefficients de la matrice
 - 5- On pose $H = 0$
 - 6- On pose $iter = 1$
 - 7- Calculer le membre de droite (rhs)
 - 8- Résolution du système tridiagonal par l'algorithme de THOMAS, et obtention de $T_c(J)$ pour $J = 2, m$
- Puisque le problème est particulier, une hypothèse est imposée :
- Si : $J \leq H$, $T_c(J) = 1$
- Si : $J = H + 1, m$:
- On calcule $T_c(J)$ par l'algorithme de THOMAS.
- 9- $J = 1, m$ si $T_c(J) = 1$ poser $H = J$
 - 10- Calculer la température du produit TP_c
 - 11- Poser $er_{max} = 0$
 - 12- $J = 1, m$ Calculer $erreur = |T_c(J) - T(J)|$
 - 13- Si $er_{max} < erreur$, poser : $er_{max} = erreur$, sinon aller à 12
 - 14- Si $er_{max} \geq \varepsilon$, aller à 17
 - 15- $J = 1, m$ poser $T_c(J) = T(J)$, $TP_c(J) = TP(J)$
 - 16- Poser : $iter = iter + 1$ et aller à 7
 - 17- Fin.

IV.1.4 Organigramme de la méthode utilisée

L'organigramme de cette résolution est le suivant :





IV.1.5 Résultats et discussions

Le programme ci-dessus, calcule les températures de l'air et du produit, moyennant des pas de temps et d'espace, les figures ci-après donnent un aperçu global sur les résultats.

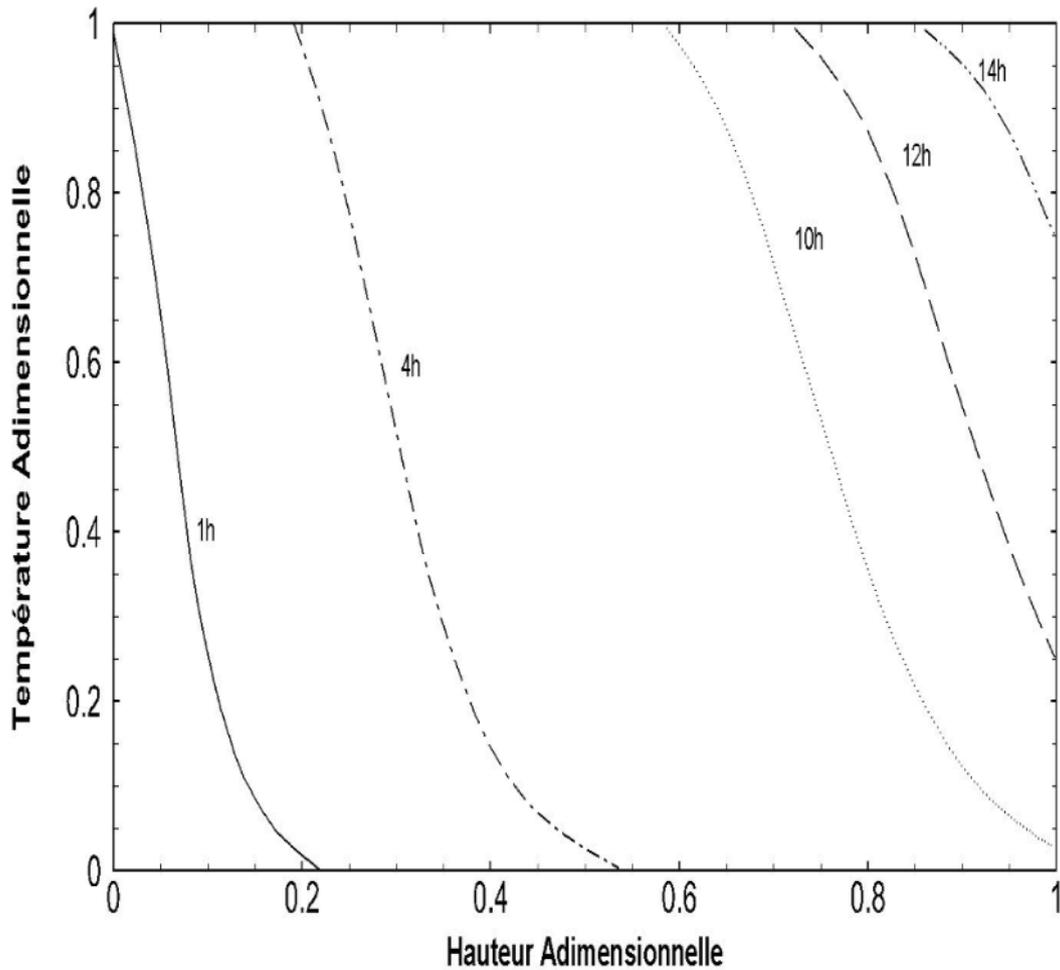


Figure IV.3 : Evolution des températures du produit au bout de 1, 4, 10, 12 et 14 heures en fonction de la hauteur

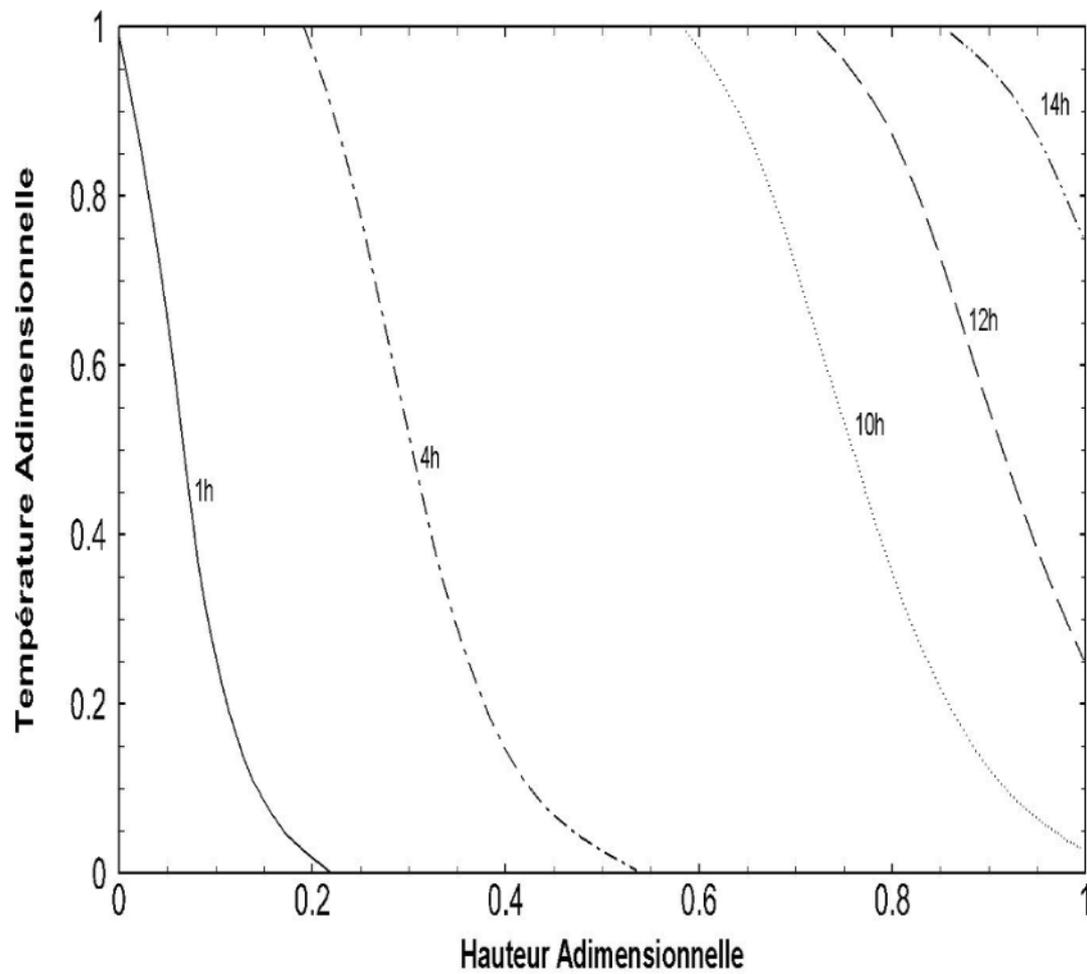


Figure IV.4 : Evolution des températures de l'air au bout de 1, 4, 10, 12 et 14 heures en fonction de la hauteur.

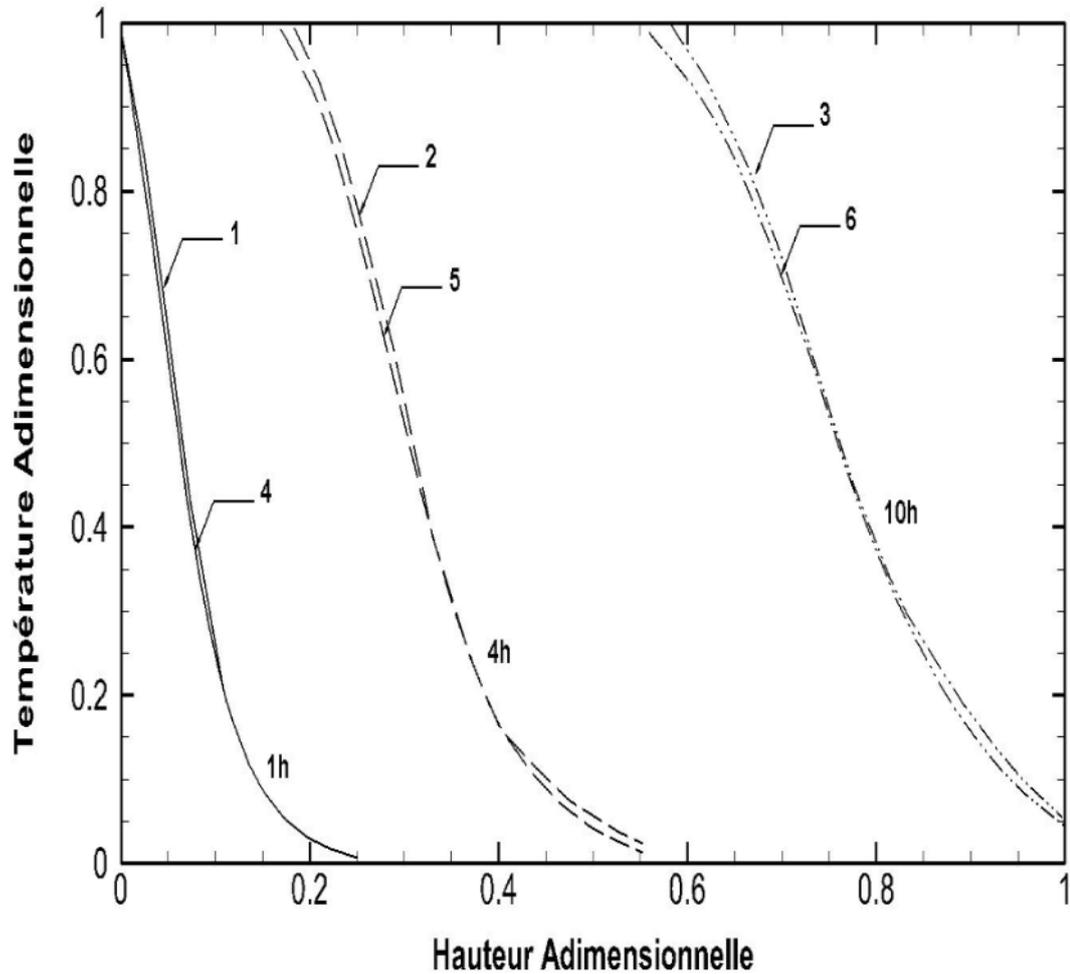


Figure IV.5 : Evolution des températures de l'air au bout de 1, 4, et 10 heures en fonction de la hauteur

Pas temporel : 5 mn pour les courbes (1,2 et 3) ; 10 mn pour les courbes (4,5 et 6)

- Interprétations

a- Pour l'air :

Dès les premières heures, on observe un front thermique qui se déplace d'une façon relativement lente.

En s'éloignant de la section d'entrée (lit 1), l'air a tendance de perdre sa chaleur qui sera absorbée complètement (théoriquement) par le produit, ce qui s'explique nettement sur les courbes (IV.3) et (IV.4) prises respectivement après 1h et 4h de chauffage ; où l'air pénètre à 45°C et sort à 20°C.

On remarque qu'après 10h de chauffe, (courbe IV.5) que l'air atteint la température de 22.5°C à la sortie, ce qui prouve que l'air garde encore une certaine quantité de chaleur, cette dernière lui est restituée totalement après 20h de chauffage où le régime stationnaire est établi.

b- Pour le produit :

Une lecture similaire pour la variation de la température au niveau du produit.

Après 10h de chauffage (courbe IV.5), on constate que l'air sort à 22.5°C, ce qui explique que tout le produit introduit dans le silo se trouve à une température supérieure à 20°C.

La température du produit augmente progressivement jusqu'à l'établissement du régime stationnaire (après 20h de chauffage).

IV.2 Cas de la convection forcée: modèle aux équations aux dérivées partielles

La compréhension des mécanismes de transfert en convection forcée sera très utile à l'interprétation des phénomènes en convection naturelle [56].

Nous allons montrer une étude sur les transferts couplés en convection forcée dans un cylindre vertical contenant un produit granulaire où les auteurs [59] et [56] essayent de trouver une solution analytique au système d'équations inhérent à ce phénomène. On juge intéressant de mettre en exergue cette étude.

IV.2.1 Solution dans le cas d'un séchage lent

Afin de faciliter la résolution du système, les auteurs mettent les équations sous forme adimensionnelle.

Des paramètres de référence ont été choisis judicieusement afin de représenter les phénomènes physiques durant le séchage.

Soit :

$$\Delta X = X_i - X_{eo}$$

Où :

$$X_{eo} = X_{eo}(T_{ao}, Y_o)$$

Avec :

$$T_{ao} = T_a(0, t)$$

$$Y_o = Y(0, t)$$

$$\Delta Y = Y_s(T_{as}) - Y_o$$

$$\Delta T = T_{as} - T_{ao}, \quad \Delta T < 0$$

Où :

$T_{as}, Y_s(T_{as})$: caractéristiques de l'air saturé adiabatiquement à partir des valeurs d'entrées T_{ao}, Y_o ; ($T_{as} = T_h$) c'est-à-dire :

$$(C_a + C_v Y_o) \Delta T + L \Delta Y = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Où :

$$L = L^\circ + (C_v - C_l) T_{as}$$

Les auteurs évoquent ici une vitesse initiale de séchage qui détermine un temps de référence :

$$\tau = \frac{\Delta X}{-X_{io}}$$

$\overset{\circ}{X}_{io}$: vitesse initiale de séchage (obtenue à partir des cinétiques de séchage qui sont obtenues expérimentalement).

$$\overset{\circ}{X}_{io} = \overset{\circ}{X}_i(Y_o, T_{ao}) = -\frac{\rho_a \beta \xi}{(1-\varepsilon)\rho_p} \Delta Y \quad (\text{IV.11})$$

L'expression de la vitesse initiale de séchage est obtenue en faisant l'hypothèse d'une surface humide à l'état initial qui permet d'écrire l'équation de transfert de masse sous la forme ci-dessus. Une longueur : l de référence sera déduite de ces relations. Les variables réduites sont

alors :

$$X_+ = \frac{X - X_{eo}}{\Delta X}$$

$$Y_+ = \frac{Y - Y_o}{\Delta Y}$$

$$T_{a+} = \frac{T_a - T_{ao}}{\Delta T}$$

$$T_{p+} = \frac{T_p - T_{ao}}{\Delta T}$$

$$t_+ = \frac{t}{\tau}$$

$$x_+ = \frac{x}{l}$$

L'équation (III.40) adimensionnelle s'écrit :

$$\frac{1}{\tau V} \varepsilon \frac{\partial Y_+}{\partial t_+} + \frac{\partial Y_+}{\partial x_+} + \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot \frac{1}{\tau V} (1-\varepsilon) \frac{\rho_p}{\rho_a} \overset{\circ}{X}_+ = 0$$

Ce résultat définit le paramètre l comme :

$$l = v\tau \quad ; \quad \frac{v}{V} = \frac{\rho_a}{(1-\varepsilon)\rho_p} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad (IV.12)$$

L'équation (III.40) s'écrira alors :

$$\varepsilon \frac{v}{V} \frac{\partial Y_+}{\partial t_+} + \frac{\partial Y_+}{\partial x_+} = \dot{X}_+ \quad (IV.13)$$

L'équation (III.41) adimensionnelle s'écrit:

$$(1+Y_r Y_+) \left(\varepsilon \frac{v}{V} \frac{\partial T_a}{\partial t_+} + \frac{\partial T_a}{\partial x_+} \right) = h_r (T_{p+} - T_{a+}) (1 - X_{r1} \dot{X}_+) \quad (IV.14)$$

Avec :

$$Y_r = \frac{C_v \Delta Y}{C_a + Y_o C_v}$$

$$h_r = \frac{\xi \alpha}{\rho_a} \cdot \frac{v}{V} \frac{\tau}{C_a + Y_o C_v}$$

$$X_{r1} = \frac{(1-\varepsilon)\rho_p C_v \Delta X}{\xi \alpha \tau}$$

Les deux derniers nombres s'écrivent avec les définitions de τ et X_{i0} :

$$X_{r1} = \rho_a \frac{\beta}{\alpha} C_v \Delta Y$$

$$h_r = \frac{\alpha}{\rho_a \beta (C_a + Y_o C_v)}$$

Pour obtenir une adimensionnalisation de l'équation (III.43) les auteurs font une combinaison avec l'équation (III.40) :

$$\left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) [\rho_a (C_a + Y C_v) T_a] + (1-\varepsilon)\rho_p \frac{\partial}{\partial t} [(C_p + X C_1) T_p] = (1-\varepsilon) L \rho_p \frac{\partial X}{\partial t}$$

Et sous forme adimensionnelle :

$$\left(\varepsilon \frac{v}{V} \frac{\partial}{\partial t_+} + \frac{\partial}{\partial x_+} \right) \left[(1+Y_r Y_+) \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{ao}} T_{a+} \right) \right] + \frac{\Delta Y}{\Delta X} \frac{\partial}{\partial t_+} \left[\frac{C_p + X_{eo} C_1}{C_a + Y_o C_v} (1+X_{r2} X_+) \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{ao}} T_{p+} \right) \right]$$

$$= \frac{L \Delta Y}{T_{ao} (C_a + Y_o C_v)} \dot{X}_+ \quad (IV.15)$$

Avec :

$$X_{r2} = \frac{C_1 \Delta X}{C_p + X_{eo} C_1}$$

Les conditions aux limites sont :

$$X_+(x_+, 0) = 1$$

$$T_{a+}(x_+, 0) = T_{p+}(x_+, 0) = 1$$

$$X_+(0, t_+) = Y_+(0, t_+) = T_{a+}(0, t_+) = 0$$

Dans le cas d'un séchage à basse température, des approximations permettent une solution analytique. Les auteurs rappellent brièvement la démonstration.

IV.2.2 Front de séchage

Dans le cas d'un séchage à basse température, le système d'équations (IV.13), (IV.14) et (IV.15) peut être simplifié, tenant-compte des approximations suivantes :

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} \ll 1 \quad \Delta Y \ll 1 \quad (C_1 - C_v) \Delta T \ll L^\circ \quad (\text{IV.16})$$

L'analogie de Chilton-Colburn [65] appliquée à la couche limite du grain amène à écrire :

$$h_r = 1$$

Ainsi :

$$X_{r1} = \frac{C_v}{C_a + Y_o C_v} \Delta Y \ll 1$$

Ainsi, et compte-tenu des simplifications énumérées ci-dessus et la prise en considération de l'analogie sus-citée :

Les équations (IV.13), (IV.14), (IV.15) se simplifient et deviennent :

$$\frac{\partial Y_+}{\partial x_+} = -\dot{X}_+$$

$$\frac{\partial T_{a+}}{\partial x_+} = T_{p+} - T_{a+} \quad (\text{IV.17})$$

$$\frac{\partial T_{a+}}{\partial x_+} = -\dot{X}_+$$

Avec les conditions aux limites :

$$X_+(x_+, 0) = 1$$

$$Y_+(0, t_+) = T_a(0, t_+) = 0$$

Les auteurs déduisent du système d'équations (IV.17) que :

$$T_{a+} = Y_+$$

Soit en écriture dimensionnelle en utilisant l'équation (IV.10) :

$$(T_a - T_{a0})(C_a + C_v Y_0) + L(Y - Y_0) = 0 \quad (\text{IV.18})$$

Cette dernière équation représente le séchage adiabatique; ceci est l'hypothèse classique utilisée généralement dans les séchoirs, mais il faut remarquer qu'elle n'est valable que si les approximations (IV.16) sont satisfaites.

L'intégration du système d'équations (IV.17) conduit à la solution [56] :

$$x_+ - t_+ = \int_1^{X_+} \frac{dX_+}{f(X_+)} + \int_0^{X_+} \frac{dX}{(1-X_+) \frac{f(X_+)}{X_+}} - \int_0^{X_0} \frac{dX_+}{(1-X_+) \frac{f(X_+)}{X_+}} \quad (\text{IV.19})$$

Avec X_0 défini par :

$$t_+ = - \int_1^{X_0} \frac{dX_+}{f(X_+)}$$

L'expression (IV.19) est l'équation $X_+(x_+, t_+)$ d'un front de séchage qui se déplace à la vitesse v .

IV.2.3 Front de réhumidification

Les auteurs démontrent qu'un second type de front se manifeste au début du processus de séchage. En traversant le produit, l'air d'entrée sec se refroidit et se sature, puis peut se condenser à la surface des grains si sa température est supérieure à la température initiale de ceux-ci. Etant donné que la vitesse de ce front est beaucoup plus importante que celle du front de séchage et que sa variation de température est très faible, ce phénomène est souvent non détecté.

Les équations adimensionnelles peuvent être obtenues comme dans le cas précédent mais avec de nouveaux paramètres de références judicieusement choisis en relation avec le problème physique (Fig. IV.6).

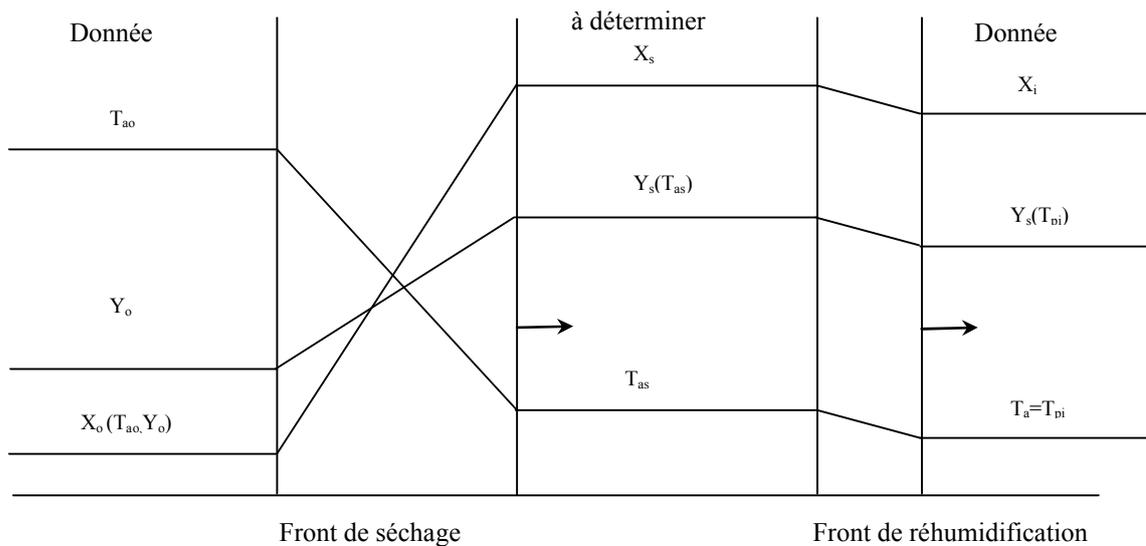


Figure IV.6 Conditions aux limites.

$$\Delta X = X_i - X_s$$

Remarque: X_s est l'inconnue.

$$\Delta Y = Y_s(T_{pi}) - Y_s(T_{as})$$

$$\Delta T = T_{pi} - T_{as}$$

Les variables réduites sont :

$$X_+ = \frac{X - X_s}{\Delta X}$$

$$Y_+ = \frac{Y_s(T_a) - Y_s(T_{as})}{\Delta Y}$$

$$T_+ = \frac{T_a - T_{as}}{\Delta T}$$

$$\tau = -\frac{\Delta X}{X_i}$$

$$\dot{X}_i = -\frac{\rho_a \xi \beta}{\rho_p (1-\varepsilon)} (Y_i(T_{pi}) - Y_s(T_{as})) \cong -\frac{\rho_a \xi \beta}{\rho_p (1-\varepsilon)} Y_s(T_{as}) \Delta T$$

Le système adimensionnel a la même forme qu'ultérieurement, équations : (IV.13)-(IV.16).

Les simplifications utilisées, sont :

$$\Delta Y \approx \Delta X \ll 1, \quad \frac{v}{V} = \frac{\rho_a}{(1-\varepsilon)\rho_p} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \ll 1, \quad (C_1 - C_v)\Delta T \ll L$$

Ceci nous conduit à :

$$\begin{aligned} Y_r &\cong \Delta Y \ll 1 \\ X_{r1} &\cong \Delta Y \ll 1 \\ X_{r2} &\cong \Delta X \ll 1 \end{aligned}$$

Le système devient :

$$\frac{\partial Y_+}{\partial x_+} = -X_+ \quad (IV.20)$$

$$\frac{\partial T_{a+}}{\partial x_+} = T_{p+} - T_{a+} \quad (IV.21)$$

$$\frac{\partial T_{a+}}{\partial x_+} + \frac{(C_p + X_i C_l) \Delta Y}{(C_a + Y_s C_v) \Delta X} T_{p+} = \frac{L \Delta Y}{(C_a + Y_s C_v) \Delta T} X_+ \quad (IV.22)$$

$$X_+ = \frac{Y_s(T_a)}{Y_s(T_{as})} (T_{p+} - T_{a+}) \quad (IV.23)$$

Avec :

$$Y_s(T_a) \cong Y_s(T_{as})$$

En tenant compte des équations (IV.21), (IV.23), l'équation (IV.22) s'écrit alors :

$$(C_p + X_i C_l) \Delta Y T_{p+} = (L \frac{\Delta Y}{\Delta T} C_a + Y_s C_v) \Delta X X_+$$

L'intégration de celle-ci entre $t_+ = 0$ ($T_{p+} = X_+ = 1$) et $t_+ \rightarrow \infty$, ($T_{p+} = X_+ = 0$)

Donne :

$$(C_p + X_i C_l) \Delta T \Delta Y = (L \Delta Y + (C_a + Y_s C_v) \Delta T) \Delta X \quad (IV.24)$$

De cette dernière relation les auteurs déduisent ΔX , c'est-à-dire X_s . (ΔT et ΔY sont connues). Les vitesses du front de séchage et de réhumidification sont alors données par l'équation (IV.12) avec les valeurs respectives de : ΔY et ΔX .

Remarque: les solutions analytiques obtenues par les auteurs nous paraissent très compliquées, car le choix des paramètres de références est judicieux.

IV.3 Détermination numérique de la vitesse de séchage en première phase.

Comme a été dit précédemment, le choix judicieux des paramètres de références, nous laisse à réfléchir à essayer de déterminer numériquement la vitesse de séchage en première phase, car les mécanismes de transfert de chaleur et de masse lors de cette phase sont mal cernés. L'hypothèse la plus immédiate est celle d'un état de surface saturé en eau qui permet donc d'appliquer les lois de l'évaporation à partir d'une surface libre mouillée.

En régime d'équilibre, le flux de chaleur absorbé Q_c est équivalent au flux de masse évaporé Q_m .

$$Q_c = \alpha S(T_a - T_p) \quad (\text{IV.25})$$

$$Q_m = \beta S(\rho_{vp} - \rho_a) \quad (\text{IV.26})$$

$$Q_c = L Q_m$$

Les nombres adimensionnels qui caractérisent ces échanges sont:

le nombre de Nusselt: $Nu = \alpha \frac{L}{\lambda}$

le nombre de Sherwood: $Sh = \beta \frac{L}{D}$

le flux de masse peut s'exprimer en fonction des pressions de vapeur $P_{vp} = P_{vs}(T_p)$ et P_{va} , on aura:

$$Q_m = \frac{\beta}{R_v} S \left[\frac{P_{vs}(T_p)}{T_p} - \frac{P_{va}}{T_a} \right] \quad (\text{IV.27})$$

Avec: R_v constante de la vapeur d'eau.

Le flux de chaleur total est $Q = Q_c + L Q_m$

$$Q = \alpha S(T_a - T_p) + LS \frac{\beta}{R_v} \left[\frac{P_{vs}(T_p)}{T_p} - \frac{P_{va}}{T_a} \right] \quad (\text{IV.28})$$

La nature de l'écoulement et les propriétés physiques de l'air nous ramènent à déterminer les coefficients d'échanges α et β .

Les nombres adimensionnels Nu et Sh sont fonction des nombres de Reynolds et Prandtl et de Schmidt.

En faisant l'hypothèse que la $P_{vs}(T_p)$ et P_{va} sont petites devant la pression totale, l'écoulement est laminaire et dans le cas d'une plaque plane on a:

$$Nu = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad \text{et} \quad Sh = 0,664 Re^{1/2} Sc^{1/3}$$

A partir de la température, la vitesse et l'humidité de l'air, on calcule les nombres adimensionnels de transfert Nu et Sh; et par la suite identifier les coefficients α et β .

La température à la surface en équilibre avec l'air a pour expression:

$$T_p = T_a + \frac{\beta}{\alpha} L(T_p) \frac{\beta}{R_v} \left[\frac{P_{vs}(T_p)}{T_p} - \frac{P_{va}}{T_a} \right] \quad (\text{IV. 29})$$

La valeur de T_p peut être déterminée par un processus itératif.

A l'équilibre: $Q_c = L Q_m$ en substituant on aura:

$$\frac{\alpha(T_a - T_p)}{L_v(T_p)} = Q_m = \frac{\beta}{R_v} \left[\frac{P_{vs}(T_p)}{T_p} - \frac{P_{va}}{T_a} \right] \quad (\text{IV. 30})$$

Le flux de masse est lié à la vitesse de séchage en première phase par:

$$Q_m = \overset{\circ}{X}_i \rho_p (1 - \varepsilon) \quad (\text{IV. 31})$$

en supposant que l'air obéit aux lois des gaz parfait, d'où:

$$\rho_p = \frac{P_{vs}(T_p)}{R_v T_p}$$

de l'équation (IV. 31), on déduit la vitesse de séchage en première phase $\overset{\circ}{X}_i$.

IV. 4 Vitesses du front de séchage et de réhumidification

G. Arnaud, J. P. Fohr [65] ont montré l'existence d'un front de séchage se déplaçant à vitesse constante.

On essaiera de montrer que cette vitesse est une fonction des caractéristiques de l'air (température, humidité relative, vitesse), et du produit (teneur en eau initiale, teneur en eau d'équilibre, masse volumique, porosité, etc...).

La vitesse du front, s'obtient simplement en écrivant la conservation de la masse d'eau dans un référentiel lié au front.

Pour un volume de contrôle incluant tout le front, on a : (Fig. IV.6)

$$\rho_a (V - \varepsilon v) \Delta Y = (1 - \varepsilon) \rho_p v \Delta X \quad (\text{IV.32})$$

Où V est la vitesse de l'air et v la vitesse du déplacement du front.

tenant-compte de l'approximation:

$$v \ll V$$

Il vient:

$$v = \frac{\rho_a \cdot V}{\rho_p (1 - \varepsilon)} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad (\text{IV.33})$$

Avec:

$$\Delta Y = Y_s(T_{as}) - Y_0$$

Et

$$\Delta X = X_i - X_0$$

L'humidification de l'air s'effectue à enthalpie constante (Fig. IV.7) :

$$\Delta[(c_a + c_v Y)T_a + LY] = 0 \quad (\text{IV.34})$$

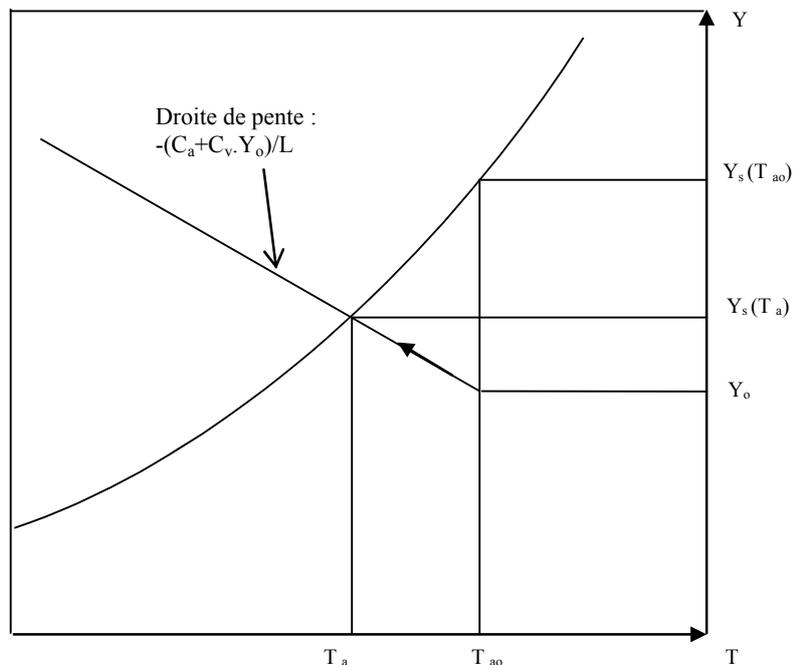


Figure IV.7 : Séchage à enthalpie constante utilisation de la courbe de saturation.

De l'expression (IV.34), on déduit l'humidité relative φ correspondante à chaque température T_a . Tenant-compte de l'approximation:

$$c_v Y \ll c_a$$

Il vient:

$$c_a \Delta T_a + L \Delta Y = 0 \quad (\text{IV.35})$$

D'où:

$$Y = Y_o + \frac{c_a}{L} (T_{ao} - T_a) \quad (\text{IV.36})$$

Et:

$$\varphi = \frac{Y}{Y_s(T_a)} = \frac{1}{Y_s(T_a)} \cdot \left[Y_o + \frac{c_a}{L} (T_{ao} - T_a) \right] \quad (\text{IV.37})$$

La vitesse du front de réhumidification est donnée par la même expression que celle du front de séchage:

$$v = \frac{\rho_a \cdot V}{\rho_p (1 - \varepsilon)} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

Avec:

$$\Delta Y = Y_s(T_{as}) - Y_s(T_{pi}) .$$

Le bilan d'enthalpie [65] donne:

$$\Delta X = \frac{\Delta Y (c_p + X_i c_{eau})}{c_a \Delta T + L \Delta Y} \Delta T \quad (\text{IV.38})$$

Avec:

$$\Delta T = T_{as} - T_{pi}$$

La figure IV.8 représente la variation obtenue de la température de l'air ainsi que l'humidité relative en fonction du temps: $(T_a = f(t))$ et $\varphi_{(T_a)} = f(t)$.

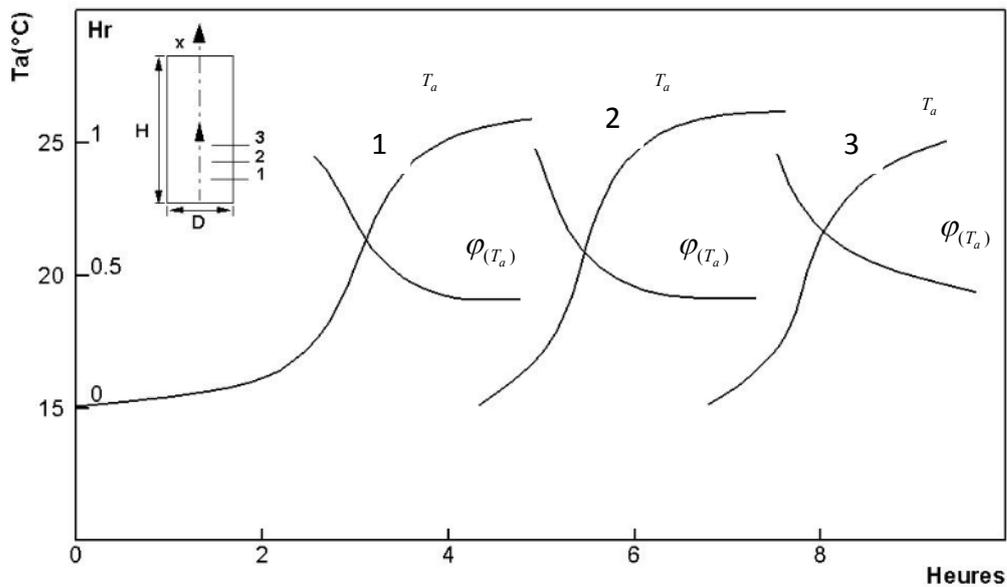


Figure IV.8 : Evolution de la température et de l'humidité en fonction du temps.
 $V=0,745\text{m/s}$; $T_{ae}=28,5^\circ\text{C}$; $X_i=30,5\%$.
 Silo cylindrique : $D=0,5\text{m}$; $H=2\text{m}$.

On remarque bien le déplacement du front de séchage, sans déformation, avec une vitesse constante.

Le calcul théorique de la vitesse du front de séchage nous donne avec:

$$(1 - \varepsilon)\rho_p = 497\text{kg} / \text{m}^3 \quad ; \quad \rho_a = 1,2\text{kg} / \text{m}^3 \quad ; \quad V = 0,745\text{m} / \text{s}$$

$$\Delta Y = 4,8 \cdot 10^{-3}\text{kgd' eau} / \text{kgd' air sec} \quad ; \quad \Delta X = 30\%$$

$$v = 2,87 \cdot 10^{-5}\text{ m} / \text{s}$$

La vitesse du front de réhumidification est:

$$v = 2,8 \cdot 10^{-3}\text{ m} / \text{s}$$

Avec: (pour un milieu granulaire de porosité 0.4 %).

$$T_{as} = 16,5^\circ\text{C} \quad ; \quad T_{pi} = 14^\circ\text{C} \quad ; \quad Y_s(T_{as}) = 11,7 \cdot 10^{-3}\text{Kg} / \text{Kg} \quad ; \quad Y_s(T_{pi}) = 10,2 \cdot 10^{-3}\text{Kg} / \text{Kg}$$

$$X_i = 30,5\% \quad ; \quad C_a = 1\text{KJ} / \text{KgK} \quad ; \quad C_p = 836\text{J} / \text{KgK} \quad ; \quad C_l = 4,18\text{KJ} / \text{KgK}$$

$$L = 2,5 \cdot 10^{-3}\text{KJ} / \text{Kg}$$

On remarque que la vitesse du front de réhumidification est cent fois plus grande celle du front de séchage.

Les expressions précédentes ont permis de tracer la courbe:

$\varphi(T_a)$ à partir de celle de $T_a(t)$.

On peut conclure qu'avec un certain nombre de simplifications et un calcul théorique, les vitesses et la forme des fronts peuvent être mises en évidence. Il est à signaler que la connaissance de la fonction de la cinétique de séchage est d'une grande importance, car cette dite fonction n'est obtenue qu'expérimentalement.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Les transferts couplés ou non, de chaleur et de masse dans un milieu granulaire, sont complexes à aborder dans leur généralité. Le problème posé de ces transferts a été étudié séparément, en utilisant différents modèles mathématiques, selon deux aspects:

Le premier, consistait à étudier le transfert de chaleur pur (sans séchage) en convection forcée, utilisant le modèle à deux températures, qui donne une formulation mathématique très simple du transfert de chaleur entre la phase fluide (air) et la phase solide (produit).

Ce modèle, permet la résolution du problème de transfert de chaleur, moyennant certaines hypothèses simplificatrices.

Le second, celui du transfert de chaleur et de masse en convection forcée, qui est étudié, et formulé par deux modèles distincts :

Celui de Brooker-Arkema, qui traite le cas du séchage en couche épaisse.

Ce dit modèle fait apparaître un découplage d'équations qui résolvent dans l'ordre : l'humidité du produit, l'humidité de l'air et la température de l'air, sachant que l'évolution de cette dernière, étant la même que celle du produit.

Tandis que le deuxième modèle dit : aux équations aux dérivées partielles traite le séchage lent à basse température d'une couche épaisse statique d'un produit granulaire.

Dans ce modèle certaines grandeurs de références relatives au problème étudié, permettent de donner l'évolution de la température et de l'humidité de l'air dans le temps. Ce modèle met clairement en évidence, la présence et la forme des fronts de séchage et de réhumidification.

En outre, il permet des simplifications, qui aboutissent à une solution analytique.

Il est à signaler que ce modèle traite également le cas de la convection naturelle avec d'autres grandeurs de référence.

Le modèle à deux températures, nous a permis:

- de calculer la température de l'air séchant, et la température de la matrice solide (produit) par déduction, utilisant l'équation du modèle se rapportant à ce dernier.
- de tracer les profils de l'évolution des températures de l'air et du produit, tenant-compte des pas de temps et d'espace, qui mettent en évidence la présence d'un front de séchage.

Vu l'importance de la vitesse de séchage, on a jugé utile de faire un calcul numérique pour la détermination de cette vitesse en première phase.

La solution analytique et avec la restriction qui est celle d'un état de surface du matériau saturé en eau, qui permet donc d'appliquer les lois de l'évaporation à partir d'une surface libre mouillée, nous ont permis de faire un calcul théorique des vitesses de séchage et de réhumidification fonction de la cinétique de séchage en première phase.

Il s'avère que la vitesse du front de réhumidification est cent fois plus grande que la vitesse du front de séchage.

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] MARLE C.M. – Ecoulements monophasiques en milieu poreux. 1967, Rev. Institut français du pétrole, 22, 10, 1471-1509
- [2] SANCHEZ-PALENCIA (E.). –Non-homogeneous media and vibration theory. 1980. Springer Berlin.
- [3] KAVIANY (M.). –Principles of heat transfer in porous media. 1991, Springer Verlag
- [4] BEAR (J.).-Dynamics of fluid in porous media. 1972, New York, Elsevier.
- [5] NIELD (D.A.) et BEJAN (A.). –Convection in porous media. 1992, Springer Verlag, New York
- [6] BEUKEMA K.J. –Heat and mass transfer during cooling and storage of agricultural products as influenced by natural convection. Agric. Res. Rep. 897, Centre for agricultural Publishing and documentation. Ageningen, 1980
- [7] NGUYEN T.V. – Natural convection effects grains a simulation study: Drying Technology an international journal. Vol.5 - N° 4 (1987)
- [8] MULTON J. L, CAHAGNIER B., LASSERAN J-C, NIQUET G. – Réduction des dépenses énergétique en conservation des céréales : Optimisation des séchoirs, rationalisation de la silothermométrie et de la ventilation. Industries alimentaires agricoles n° 6 –pp. 535-550 (juin 1979)
- [9] SYARIEF R. – Contribution à l'étude de la conservation de RIZ-PADDY (Thèse de Docteur de 3^{ème} cycle, Université de Nantes 1983)
- [10] GOUGH M.C – Physical changes in large scale hermetic grain storage. J. Agric. Engn. Res. 31, pp.55-65, (1985)
- [11] THIBAUD L. – Contribution à l'étude de la convection naturelle à l'intérieur d'un cylindre vertical poreux soumis à une densité de flux thermique pariétal constante. Application aux silos à grains. Thèse de Docteur de l'Université de Poitiers (1988)
- [12] WOODING R.A. –Convection in a saturated porous medium at large Rayleigh number or Peclet number. J. Fluid Mechanics, pp 527-544, 1963

- [13] MINKOWICZ W.J., CHENG . –Free convection about a vertical cylinder embedded in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 19,, pp 205-813, 1976
- [14] BEJAN A. –Natural convection in infinite porous medium with a concentrated heat source. *J. Fluid Mecanics*, 89, pp.97, 107, 1979
- [15] HICKOX C.E. –Thermal convection at low Rayleigh number from concentrated sources in porous media. *J. Heat transfer*, 103, pp. 232-236, 1981
- [16] FAND R.M. , STEINBERGER T.E. , CHENG P. –Natural convection heat transfer from a horizontal cylinder embedded in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, pp. 119-133, 1986
- [17] POULIKAKOS D. – On buoyancy induced heat and mass transfer from a concentrated source in an infinite porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28, pp. 621-629, 1985
- [18] LARSON S., POULIKAKOS D. –Double diffusion from a horizontal line source in an infinite porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, pp 492-495, 1986
- [19] WEBER J.E. –The boundary layer régime for convection in a vertical porous layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18, pp. 569-573, 1975
- [20] BURNS P.J., CHOW L.C., TIEN C.L. –Convection in a vertical slot filled with porous insulation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20, pp. 919-926, 1977
- [21] MASUOKA T., YOKOTE Y., KATASUHARA T. –Heat transfer by natural convection in a vertical porous layer. *Bull. of JSME*, 24, pp. 995-1001, 1981
- [22] INABA H., SEKI N. –A numerical study on transient heat transfer in a vertical porous layer. *Bull. of JSME*, 25, pp. 934-938, 1982
- [23] BEJAN A. – The boundary layer régime in a porous layer with uniform heat flux from the side. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 26, pp. 1339-1345, 1983
- [24] BEUKEMA K.J., BRUIN S. –Three dimensional natural convection in confined porous medium with internal heat generation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 26, pp. 451-458, 1983
- [25] PRASAD V. –Numerical study of natural convection in a vertical porous annulus with constant heat flux on the inner wall. . *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, pp. 841-853, 1956

- [26] TREVISA O.V., BEJAN A. –Mass and heat transfer by natural convection in a vertical slot filled with porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, pp 403-415, 1986
- [27] TREVISAN O.V. , BEJAN A. –Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28, pp. 1597-1611, 1985
- [28] CHENG P., MINKOWICZ W.J. –Free convection about a vertical plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dyke. *J. Geophysical Research*, 82, pp 2040-2044, 1977
- [29] CHENG P. –Constant surface heat flux solutions for porous layer flows. *Letters heat mass transfer*, 4, pp 119-128, 1977
- [30] JOHNSON C.H., CHEN P. –Possible similarity solutions for free convection boundary layers adjacent to flat plates in porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 21, pp 709-718, 1978
- [31] CHENG P. –Convective heat transfer in porous layers by integral methods. *Letters heat mass transfer*, 5, pp 243-252, 1978
- [32] INGHAM D.B., ERKIN J.H., POP I. –Flow past a suddenly cooled vertical flat surface in a saturated porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 25, pp 1916-1919, 1982
- [33] CHENG P., POP I. –Transient forced convection about a vertical plate embedded in a porous medium. *Int. J. Engng. Sciences*, 22, pp 253-264, 1984
- [34] JOSHI Y., GEBHART B. – Vertical natural convection flows in porous media : calculations of improved accuracy. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27, pp 69-75, 1984
- [35] NA T.Y., POP I. –Forced convection flow past a vertical flat embedded in saturated porous medium. *Int. J. Engng. Sciences*, 21, pp 517-526, 1983
- [36] BEJAN A., POULIKAKOS D. –The non Darcy régime for vertical boundary layer natural convection in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27, pp 717-722, 1984
- [37] BEJAN A., KHAIR K.R. –Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28, pp 909-918, 1985
- [38] BEJAN A. –Natural convection in vertical cylindrical well filled with porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, pp 726-729,

- [39] YOUNG B.D., WILLIAMS D.F., BRYSON A.W. –The dimensionnal natural convection and conduction in a packed bed containing a hot spot and its relevance to the transport of air in a coal dump. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, pp 331-336, 1986
- [40] NISHIMURA T., TAKUMI T., SHIRAISHI M., KAWAMURA Y., OZOE H. Numerical analysis on natural convection in a rectangular enclosure horizontally divided into fluid and porous regions. . *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, pp 889-898, 1986
- [41] ADNAN YUCEL – Natural convection heat and mass transfer along a vertical cylinder in a porous medium. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp.2265-2274, (1990)
- [42] R. M. FAND and R. T. PHAN - Combined forced and natural convection heat transfer from a horizontal cylinder embedded in a porous medium. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 30, pp.1351-1358, (1987)
- [43] T. W. TONG and E. SUBRAMANIAN – A boundary-layer analysis for natural convection in vertical porous enclosures – Use of the Brinkman-extended Darcy model. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 28, pp.563-571, (1985)
- [44] R. M FAND, T. E. STEINBERGER and P. CHENG- Natural convection heat transfer from a horizontal cylinder embedded in a porous medium. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 29, pp.119-133, (1986)
- [45] M. KAVIANY and M. MITTAL- Natural convection heat transfer from a vertical plate to high permeability porous media: an experiment and approximate solution. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 30, pp.967-977, (1987)
- [46] K. MURALIDHAR – Mixed convection flow in a saturated porous annulus. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 32, pp.881-888, (1989)
- [47] M. HAAJIZADEH and C. L. TIEN- Combined natural and forced convection in horizontal porous channel. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 27, pp.799-813, (1984)
- [48] A. NAKAYAMA and I. POP- A unified similarity transformation for free, forced and mixed convection in Darcy and non Darcy porous media. *Int. J.Heat Mass Transfer*, vol. 34, pp.357-367, (1991)

- [49] V. A. F. COSTA and A. R. A. FIGUEIREDO- Numerical technique for solving partial differential equations system for the simulation of a fixed bed dryer. Computers chem. Engng, vol. 17, pp 1129-1140, (1993)
- [50] G. LAURIAT and V. PRASAD- Non Darcian effects on natural convection in a vertical porous enclosure. Int. J.Heat Mass Transfer, vol. 34, pp.357-367, (1991)
- [51] M. KAVIANY- Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates. Int. J.Heat Mass Transfer, vol. 28, pp.851-858, (1985)
- [52] ASOC K. SEN- Natural convection in a shallow porous cavity- the Brinkman model. Int. J.Heat Mass Transfer, vol. 30, pp.855-868, (1987)
- [53] W. B. HOOPER, T. S. CHEN, and B. F. ARMALY- Mixed convection along an isothermal vertical cylinder in porous media. Journal of thermophysics and heat transfer, vol. 8, N°1, Jan-March 1994
- [54] G. RAMANAIAH and G. MALARVIZHI- Non-Darcy regime mixed convection on vertical plates in saturated porous media with lateral mass flux. Acta Mechanica 81, 191-200 (1990)
- [55] BROOKER D.B., BAKKER, ARKEMA F.W. and HALL C.W. – Drying Cereal grains. AVI, Westport Connecticut (1974)
- [56] BENMOUSSA H. – Etude des transferts de chaleur et de masse dans un silo à grains soumis à un flux de chaleur pariétal instationnaire. Thèse de Docteur de l'Université de Poitiers, (1989).
- [57] BENMOUSSA H. – Contribution à l'étude du passage de la cinétique de séchage à la couche épaisse. Rapport de stage de D.E.A. – Octobre (1986).
- [58] LEWIS W.K. – The rate of drying of solid materials, J. Ind. Eng. Chem., Vol. 13, n° 15, pp.427-432 (1921)
- [59] FOHR J-P, ARNAUD G., ALI MOHAMED A., BENMOUSSA H. – Validity of drying kinetics. Sixth International Drying Symposium IDS'88-Versailles, September 5-8, (1988)

- [60] VACHON M. –Etude de l'évaporation en convection naturelle. Thèse de Docteur Ingénieur de l'Université de Poitiers, (1979)
- [61] COMBARNOUS M. and BORIES S. – A modelisation of natural convection in a horizontal porous layer using a solid- fluid transfer coefficient. Int. J.Heat Mass Transfer, vol. 17, pp.505-515, (1974)
- [62] COMBARNOUS M. – Sixième conference international sur le transfert de chaleur. TORONTO, volume 7, 1^{ère} partie, pp.35-49, (Aout 1978)
- [63] BEJAN A. – Convection heat transfer. Copyright 1984 by John Wiley and Sons, Inc.
- [64] JOLY P. et MORE CHEALIER F. – Théorie, pratique et économie du séchage des bois. Editions S.H. Vial, 91410 Dourdan
- [65] ARNAUD G . and FOHR J. P. – Slow drying simulation in thik layers of granular products. Int. J.Heat Mass Transfer, vol. 31, n°12 pp.2517-2526, (1988)
- [66] WHITAKER – Advances in theory of fluid motion in porous media. industrial and Engineering chemistry, 61,12,pp.15-26(1969)
- [67] GRAY, O'NEIL – On the general equations for flow in porous media and their reduction to Darcy's Law. Water resources Research 12, pp.148-154 (1976)
- [68] MARLE C.M. – From the pore scale to the macroscopic scale: equations governing multiphase fluid flow through porous media. Edited by verruijt and Barrenus A.A. BEKEMA/Rotterdam, pp.57-6 (1981)
- [69] BORIES S. – Convection en milieu poreux. I.M.F. Toulouse – I.N.P. Toulouse – 1982
- [70] MICHAEL B., CARROLL and STAYRT W. CHURCHILL – A numerical study of periodic ON – off versus continuous heating by conduction: Numerical Heat Transfer. Vol. 10, pp.297-310, (1986)
- [71] CARSLAW H.S. and JEAGER J.C – Conduction of heat in solids.2ème éd. Clarendon Press, Oxford (1959)
- [72] SHERWOOD T.K. – The drying of solids I and II. Ind. Eng. Chem., Vol. 21, pp.12-16 and pp 976-980 (1929)

- [73] CEAGLSKE N.H., HOUGEN O.A. – Drying of granular solids. *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 29, n° 7, pp.802-813 (1937)
- [74] KRISCHER O., KROLL K. – Technique du séchage, 2ème édition de "Die Wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik. Springer Verlag (1956). Traduite par le CETIAT, ORSAY (1963)
- [75] CARY J.W., TAYLOR S.A. – The interaction of the simultaneous diffusions of Heat and water vapor. *Soil Science Society Proceedings* 413-416 (1962)
- [76] WHITAKER S. – simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying. *advances in heat transfer*, vol.13, pp. 119-203, academic press, New York (1977).
- [77] WHITAKER S. – Heat and mass transfer in granular porous media. *Advances in drying*, vol. 1, pp 23-61, Hémisphère Publishing Corporation (1980)
- [78] WHITAKER S –Toward a diffusion theory of drying. *Ind. Eng. Fundam.*, Vol. 16, pp. 408-414 (1977)
- [79] VAN BRAKEL J. – Mass transfer in convection drying. In *advances in drying*. Vol. 1, chap.7, edited by A.S. Mujumbar (1980)
- [80] BEN NASRALLAH S. – Contribution à l'étude des transferts couples de chaleur et de masse. Application aux phénomènes d'évaporation par Convection naturelle et du séchage convectif de milieu poreux. Thèse de Docteur d'Etat ès Sciences Physique. Université de Poitiers (1987)
- [81] KEEY R.B. –Introduction to industrial drying operation. Pergamon, Press, Oxford, 1978
- [82] ALTIMIR I. –Three dimensional free convective heat transfer in Saturated porous media with maximum density effects.*Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 27.n° 10, pp. 1813-1824,(1984)
- [83] LUIKOV A.V. – Heat and mass transfer in capillary porous bodies. CRAUSSE P. – Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieu poreux non saturé. Thèse de Docteur-ès-sciences, I.N.P. Toulouse, (1983)
- [84] MULTON J.L. –Consevation des grains et graines (2 tomes). Technique et documentation Lavoisier, Paris, 1982

- [85] perspectives agricoles, juin-juillet, 1977, n° 6 (revue)
- [86] EL HISSE M. – Modélisation, identification et simulation d'un séchoir solaire agro-alimentaire. Thèse de 3^{ème} cycle – Université de Perpignan – (1986)
- [87] DELTOUR - Convection naturelle au sein d'un milieu poreux saturé confiné dans un domaine cylindrique vertical. Thèse de Doctorat d'Etat, I.N.P. Toulouse , (1982)
- [88] SUZUKI M., and MAEDA S. - On the mechanism of drying of granular beds, Mass transfer from discontinuous source. J. Chem. Eng. JPN, Vol. 1, n°1, pp. 26-31 (1968).
- [89] L. REMACHE, A. BELHAMRI. - Semi-Empirical Method For Computing Heat and Mass Transfer During Drying of Hygroscopic Porous Media, International Review of Mechanical Engineering. Vol. 4, n. 3, pp. 281-287, (2010).
- [90] MARLE C.M. – From the pore scale to the macroscopic scale: equations governing multiphase fluid flow through porous media. Edited by verruijt and Barrenius A.A. BEKEMA/Rotterdam, pp. 57-61 (1981).
- [91] KEEY R.B. –Introduction to industrial drying operation. Pergamon, Press, Oxford, 1978
- [92] ALTIMIR I. –Three dimensional free convective heat transfer in Saturated porous media with maximum density effects. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 27. n°10, pp. 1813-1824,(1984)
- [93] perspectives agricoles, juin-juillet, 1977, n° 6 (revue)
- [94] LAHBARI M., BENMOUSSA H. - Impact of the cut form on the drying behavior without pretreatment of carrots in a convective dryer, International Review of Mechanical Engineering. Vol. 4, n. 3, pp. 281-287, (2010).
- [95] EL MEHIRI H. – Etude expérimentale de la convection naturelle entre deux plaques planes verticales parallèles chauffées à flux constants. Thèse de Docteur Ingénieur de l'Université de Paris VII (1986)
- [96] J.J KELLY, in: Handbook of industrial drying, AS Mujumdar, Ed., Marcel Dekker, New York, (1987).

- [97] CRAUSSE P., BACON G., BORIES S. – Fundamental study of coupled heat and mass transfer in porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24. n° 6, pp. 991-1004, (1981)
- [98] DALBERT A.M., PENOT F., PEUBE J. L. –Convection naturelle laminaire dans un canal vertical chauffé à flux constant. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24. n° 6 pp. 1463-1473, (1981)
- [99] Mc. DONALD I.F., EL SAYED H.S., MOW K., DULLIEN F A.L. –Flow through porous media. The Eurgun equation revisited. *Ind. Eng. Chem. Fund.* 18, n°3, pp 199-208, (1979)
- [100] BORIES S. –Fragment de description de la physique des transferts thermiques dans le sous sol. *La houille blanche*, 3/4, pp. 211-220, 1985

Résumé

Ce travail constitue un premier pas vers la prise en compte de la convection forcée dans la modélisation des transferts couplés survenant lors du stockage en silos de produits agricoles.

Nous avons étudié en premier lieu, le problème de transfert de chaleur pur (sans séchage) en convection forcée dans un milieu poreux granulaire pour une configuration cylindrique, et en second lieu, on a traité le transfert de chaleur et de masse pour la dite configuration.

La mise adimensionnelle des équations, avec des grandeurs de références reliées au problème physique et les conditions aux limites, ont permis un certain nombre de simplifications conduisant à une solution analytique dépendante de l'équation de cinétique de séchage, et mettant clairement en évidence la présence et la forme des fronts de séchage et de réhumidification dans le cas du séchage s'effectuant à une vitesse constante.

Notre contribution encore c'était la détermination numérique de la vitesse de séchage en première phase et un calcul théorique des vitesses des fronts de séchage et de réhumidification qui sont fonction de la dite vitesse.

Mots clés : *Transferts couplés, convection forcée, cylindre vertical, vitesse de séchage, milieu granulaire, silo à grains.*

Abstract

This work is a first step towards taking into forced convection in the modeling of coupled transfers occurring during storage in silos for agricultural products.

First, we studied the transfer problem (without drying) in a cylindrical silo for the forced convection case in a granular porous medium, then the heat and mass transfer was treated for the previous configuration.

The dimensionless equations, with references to variables related to the physical problem and the boundary conditions have enabled a number of simplifications leading to a dependent analytical solution of the drying kinetic equation, and clearly showing the presence and shape of drying fronts and rehydration in the case of constant speed drying phase.

Thus our contribution is the determination of the numerical calculation of the drying rate in the first phase and the analytical solution has allowed making a theoretical calculation of drying and rehydration fronts speeds, depending on the previously cited drying rate.

Keywords: *coupled transfers, forced convection, vertical cylinder, drying speed, granular media, grain silo.*

الخلاصة

هذا العمل هو خطوة أولى نحو الأخذ بعين الاعتبار للحمل القسري بسرعة منخفضة لنموذجة نقل الحرارة و المادة خلال تخزين المنتجات الزراعية في الصوامع.

درسنا أولا موضوع نقل الحرارة القسري (دون التجفيف) في وسط مسامي محبب في صومعة اسطوانية، ثم تمت معالجة نقل الحرارة والكتلة في الصومعة السابقة الذكر.

وباستعمال المعادلات اللا بعدية ، مع المتغيرات المتصلة بالموضوع الفيزيائي والشروط الحدية، مكنت من عدة تبسيطات أدت إلى إيجاد حل تحليلي بدلالة المعادلة الحركية للتجفيف، كما بينت وجود وشكل جبهات التجفيف والترطيب في مرحلة التجفيف بسرعة ثابتة.

هذه الدراسة هي مساهمة سمحت لنا بحساب سرعة التجفيف عدديا في المرحلة الأولى وإيجاد الحل التحليلي بإجراء حساب نظري لسرعات جبهات التجفيف والترطيب بدلالة حركية التجفيف.

كلمات مفتاحية : انتقال مرتبط للحرارة و المادة، الحمل القسري، اسطوانة عمودية، سرعة التجفيف، وسط حبيبي، صومعة تخزين الحبوب.