

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université El-Hadj Lakhdar - BATNA 1



Faculté des Sciences de la matière

Département de Chimie

MEMOIRE

En vue de l'obtention du
Diplôme de Magister

Présentée par :

Kamli Dalila

Thème :

**Etude de la plasticité en 3D par éléments finis des solides
cellulaires**

Spécialité : chimie des matériaux

Soutenu le : 12/04/2017

Devant le jury :

Président : Bouzaher. Y

Prof : Université de Batna

Rapporteur : Djebaili. A

Prof : Université de Batna

Examineurs : Outtas .T

Prof : Université de Batna

Messai .A

M.C : Université de Khenchela

Zeroual.S

M.C : Université de Batna

Remerciements

Je tiens à remercier mon encadreur Monsieur A. Djebaili professeur à l'université El-Hadj Lakhder-Batna pour son aide remarquable, je voudrais ici souligner le soutien moral et les encouragements dont j'ai bénéficié de sa part ce qui m'a considérablement aidé à finaliser ce travail.

Monsieur Y. Bouzaher professeur à l'université El-Hadj Lakhder-Batna m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse je lui adresse mes remerciements.

J'adresse mes plus sincères remerciements à Monsieur T. Outtas professeur à l'université El-Hadj Lakhder-Batna et Madame A. Messai maître de conférence à l'université de kenchela et Madame S. Zeroual maître de conférence à l'université de batna qui ont accepté de participer au jury.

Je remercie toute personne ayant contribué à l'élaboration de cette thèse.

Sommaire

Résumé	
Introduction.....	1
Chapitre1 : les polymères cellulaires	
1.1. Introduction.....	3
1.2. Types des structures cellulaires.....	3
1.3. Fonctionnalités des polymères cellulaires.....	4
1.4. Propriétés des polymères cellulaires [Janot 2001].....	5
1.4.1. Propriétés électriques.....	5
1.4.2. L'isolation thermique.....	5
1.4.3. L'absorption acoustique.....	6
1.4.4. L'absorption de l'énergie en compression.....	6
1.4.4.1. Essai de compression /décompression.....	6
1.5. Le polyuréthane cellulaire.....	7
1.5.1. Applications de polyuréthanes cellulaires.....	8
1.5.2. La chimie de polyuréthane.....	10
1.5.2.1. Autres réactions de l'isocyanate.....	12
1.5.2.2. Isocyanates couramment utilisées dans la synthèse de polyuréthane.....	13
1.5.2.3. Les polyols.....	14
1.5.2.3.1. Les polyols polyéthers.....	15
1.5.2.3.2. Les polyols polyesters.....	15
1.5.2.3.3. Autres types de polyols.....	15
1.5.2.4. Adjuvant.....	16
1.5.2.4.1. Agents gonflants.....	16
1.5.2.4.2. Les catalyseurs	21
1.5.2.4.3. Surfactants et agents de réticulation	21
1.5.3. Méthodes de formulation des polyuréthanes cellulaires.....	22
1.5.3.1 méthode de « One shot ».....	22

Sommaire

1.5 .3.2. Méthode de pré-polymère.....	22
1.5 .3.3. Méthode de Quasi pré-polymère.....	22
1.5.4. Méthodes de fabrication des polyuréthanes cellulaires.....	22
1.5.4.1. Coulée souple.....	23
1.5.4.2. Coulée par injection (expansion in-situ).....	23
1.6. Conclusion.....	24
Chapitre2 : Analyse dimensionnelle d'une structure cellulaire	
2.1.Introduction.....	25
2.2. Traction uniaxiale.....	26
2.3. Analyse dimensionnelle des solides cellulaires.....	26
2.3.1. Nid d'abeilles.....	27
2.3.1.1. Comportement élastique.....	27
2.3.1.2. Comportement non élastique.....	31
2.3.1.3. Propriétés hors plan.....	34
2.3.2. Modèle cubique.....	36
2.3.2.1. Comportement élastique.....	37
2.3.2.2. Comportement non élastique.....	41
2.3.3. Modèle tétraédrique.....	44
2.3.4. Le tétrakaidécaèdre	46
2.4. L'énergie absorbée pour une mousse élastique.....	47
2.4.1. Construction des diagrammes contrainte-déformation.....	47
2.4.2. Le phénomène de densification.....	48
2.4. 3. Construction des diagrammes de l'énergie absorbée.....	49
2.4. 4. La courbe enveloppe.....	50
Chapitre 3 : Simulation numérique	
3.1. Introduction.....	51
3.2. Le code de calcul Abaqus.....	52

Sommaire

3.2.1. Structure générale d'un code de calcul.....	52
3.2.2. Présentation générale d'Abaqus.....	52
3.2.3 Le modèle Hyperfoam Ogden sur Abaqus.....	54
3.2.3.1. L'équation constitutive générale pour les matériaux hyperélastique.....	54
3.2.3.2. La fonction énergie de déformation pour les polymères compressibles.....	55
3.3. Géométrie de la structure considérée et conditions aux limites.....	56
3.4. Matériau considéré.....	57
3.4.1. Calcul des constantes élastiques.....	57
3.5. Maillage de la structure.....	58
3.6. Résultats et discussion.....	58
3.6.1. Visualisation des résultats pour une densité 30%.....	59
3.6.2. Comparaison entre l'énergie absorbée par le solide cellulaire et le solide qui la compose.....	62
3.6.3. Influence de la densité.....	64
3.6.4. Influence de trou.....	67
3.7. Conclusion.....	74
Conclusion	76
Liste des figures.....	77
Liste des tableaux.....	80
Liste des symboles.....	81
Références	84

Introduction générale.

Les structures dites « polymères cellulaires » occupent une place importante dans de nombreux domaines industriels. Elles sont présentes pratiquement dans tous les domaines d'application ; ces structures résultent de la volonté d'introduire une certaine proportion de cavités dans un squelette de polymère dans le but :

- d'augmenter la rigidité et la légèreté (utilisation divers).
- d'améliorer le caractère isolant, thermique ou phonique (mousses pour bâtiment).
- d'augmenter la capacité d'absorber de l'énergie en compression (mousse d'emballage).

La théorie des déformations élastiques appliquée aux structures isotropes n'est plus valable dans le cas des solides cellulaires, ceci est dû à la complexité de leur comportement mécanique grâce à leur morphologie. Deux voies principales qui permettent de traiter partiellement leur comportement sont, actuellement, largement utilisées :

La première se situe dans une approche microscopique, repose sur l'analyse dimensionnelle.

Plusieurs travaux ont été effectués concernant l'analyse dimensionnelle des matériaux cellulaires :

Ko ^[1], Gent et Thomas ^[2, 3,4], Gent et Rusch ^[5,6], Patel et finnie ^[15], Dementjev et Tarakanov ^[7], Zhu et al ^[8,9], Hilyard ^[10], Gibson et Ashby ^[30], Zhang et Ashby ^[11], Ould Eyih ^[12], Pradel ^[13]. La majorité de ces études présente les mousses comme un assemblage de poutres représentant les arêtes des cellules, avec des faces dans le cas des mousses à cellules fermées, en utilisant des structures géométriques différentes telles que les structures cubiques, tétraédrique, dodécaédrique, tétrakaidécaédrique.

La seconde voie consiste à l'analyse macroscopique sous une approche numérique par la méthode des éléments finis.

Dans ce contexte on cite les études suivantes : Renz ^[16,17] et Czysz ^[18] Où ces derniers auteurs ont décrit la phase élastique par la loi de Hook.

Il est à noter que ces auteurs se sont intéressées à la partie linéaire et ont négligé la partie non linéaire.

Actuellement, les modèles non linéaires pour les solides cellulaires sont, en général, fondés sur une approche hyperélastique pour le cas compressible avec une énergie de déformation particulière.

La plupart de ces études sont fondées sur une fonction énergie similaire à celle utilisée dans le modèle d'Ogden ^[19], à la différence qu'elle est adaptée au cas d'un matériau compressible. Cette fonction a été proposée par Hill ^[28], Storakers ^[29] et Ogden ^[19] et introduite par plusieurs auteurs dans l'outil- FE ABAQUS afin de décrire les propriétés mécaniques des solides cellulaires dans le cas de la compression uniaxiale.

Le but de ce présent travail consiste en l'étude comportementale mécanique des polymères cellulaires par la méthode des éléments finis. La mousse étudiée est le polyuréthane à cellules ouvertes.

Le premier chapitre de ce mémoire expose les polymères cellulaire, dites aussi alvéolaires leur nature, leurs multiples propriétés, leurs diversités d'applications ainsi que les bases de chimie de la mousse de polyuréthane et les différents procédés de fabrication.

Le chapitre deux résume une analyse dimensionnelle des solides cellulaires de structures périodiques de différentes géométries.

Le troisième chapitre est dédié à la simulation du comportement en compression uniaxiale qui nous permettra d'étudier et visualiser la réponse mécanique des mousses de polyuréthane. Les résultats obtenus représentent dans leur majorité une comparaison entre la mousse et le matériau massif qui la compose afin de mettre en évidence la capacité des mousses d'absorber de l'énergie en compression. L'étude de l'influence de la densité sur le début de la densification est à envisager. Le cas d'une structure trouée a permis de bien visualiser l'incidence des ouvertures sur la rigidité du matériau.

CHAPITRE I

LES POYMÈRES

CELLULAIRES

1.1. Introduction.

Les mousses polymères dites aussi alvéolaires sont constitués d'un squelette de polymère entourant des alvéoles ^[20]. Elles sont présentes pratiquement dans tous les domaines d'application. Elles peuvent être produites à partir d'une grande variété de polymères synthétiques, dont le polychlorure de vinyle (PVC) les polyoléfines (PE, PP), le polystyrène (PS), le polyuréthane (PUR), le polyméthacrylimide (acrylique, PMI), les phénoliques (PF), le polyéthérimide (PEI) ou les copolymères styrène-acrylonitrile (SAN). Elles sont disponibles dans une gamme de masses volumiques allant de moins de 30 Kg/m³ à plus de 300 Kg/m³ ^[20, 44].

1.2. Types des structures cellulaires.

Nous pouvons décrire les solides cellulaires comme un assemblage de cellules vides, chacune étant entourée par des arêtes tels que les solides cellulaires à porosité ouverte (figure 1.1.a) ou des parois tels que les solides cellulaires à porosité fermée (figure 1.1.b) ^[41].

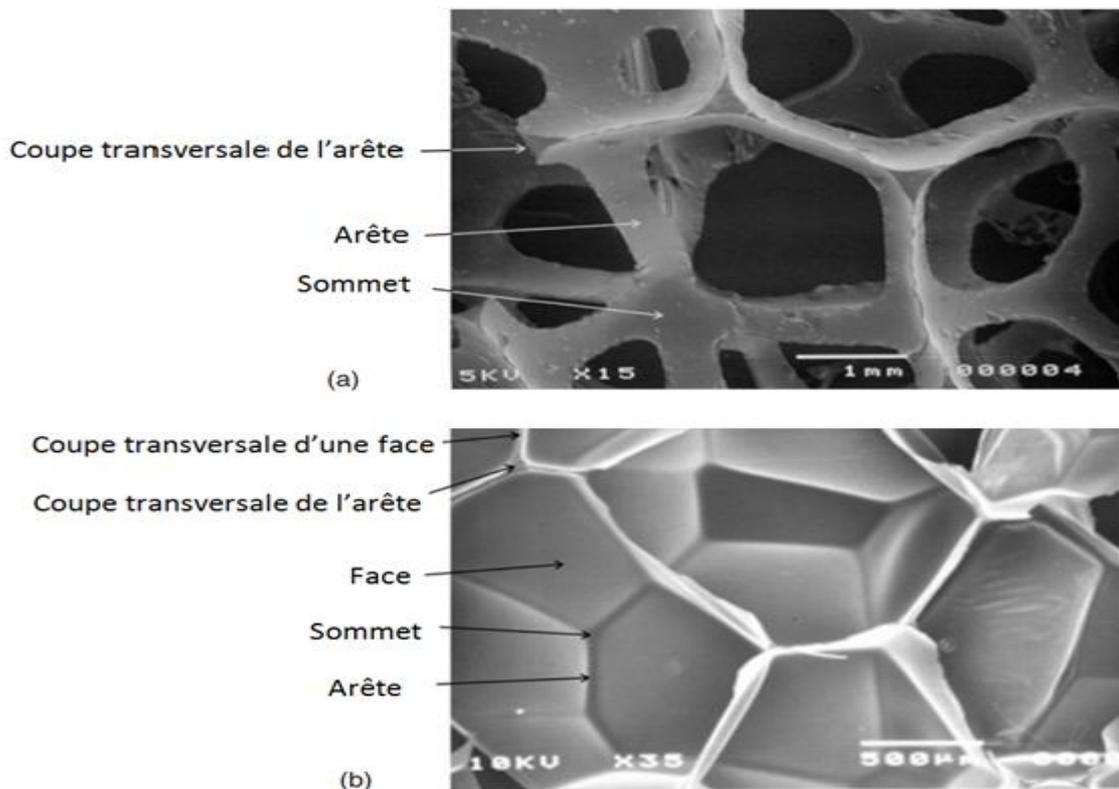


Fig.1.1 : Image par MEB de (a) polyuréthane à cellules ouvertes ; (b) a cellules fermées ^[37].

1.3. Fonctionnalités des polymères cellulaires ^[20].

Dans les polymères cellulaires, le taux de gaz plus ou moins piégé dans les alvéoles à parois très minces entraîne des propriétés physiques, mécaniques et chimiques différentes de celles des mêmes polymères compacts ; ces propriétés des solides cellulaires ouvrent un grand nombre d'applications émergentes tels que :

- amélioration du caractère isolant, thermique ou phonique : mousse pour le bâtiment ;
- amélioration du pouvoir amortissant : mousses d'emballage ;
- allègement avec conservation de certaines propriétés structurelles ;
- augmentation de la souplesse : premières mousse de latex pour l'ameublement ;
- diminution de la masse volumique permettant d'occuper des espaces avec des masses de matériau réduites ;
- dégradation de la résistance au vieillissement, de la tenue chimique et plus grande sensibilité au feu à cause de la division de la matière ;
- dégradation des valeurs absolues des propriétés mécaniques même si les valeurs ramenées à la masse sont intéressantes.

Parmi les fonctionnalités les plus courantes, citons :

- l'amortissement des chocs et vibration ;
- l'isolation thermique et phonique ;
- l'étanchéité ;
- la flottabilité ;
- le remplissage d'espace avec faibles masses ;
- les âmes de composites ;
- l'allègement des matériaux structuraux ;
- la filtration, l'absorption.

1.4. Propriétés des polymères cellulaires ^[41].

1.4.1. Propriétés électriques.

La résistivité électrique d'une mousse R^* fait avec un matériau conducteur de résistivité R_S est inversement proportionnelle à la densité. Si l'on considère une mousse à cellules cubiques fermées, la densité relative sera de :

$$\frac{R_S}{R^*} = \frac{2}{3} \frac{\rho^*}{\rho_S} \quad (1.1)$$

Pour une mousse à cellule ouverte :

$$\frac{R_S}{R^*} = \frac{1}{3} \frac{\rho^*}{\rho_S} \quad (1.2)$$

La résistivité d'un solide cellulaire ne dépend pas seulement de la densité mais aussi de la géométrie des pores.

1.4.2. L'isolation thermique.

En général il ya trois modes de transport de la chaleur : la convection, la conduction et la radiation. Dans les mousses à cellules fermées que l'on utilise pour l'isolation thermique, la convection ne joue généralement aucun rôle. La conduction thermique est principalement due aux faces et des arêtes de la structure, mais le gaz enfermé dans les pores peut y contribuer de façon non négligeable. On peut donc estimer que le coefficient de conduction thermique sera une fonction linéaire de la densité relative de la mousse, $\frac{\rho^*}{\rho_S}$. Pour estimer le transfert de chaleur par radiation, on peut partir de l'idée que l'énergie émise sur une face de la couche sera réabsorbée par l'autre. L'énergie émise est donnée par la loi de Stephan-Boltzmann, ce qui permet d'écrire le flux d'énergie :

$$q = q_0((T + \Delta T)^4 - T^4) = 4q_0T^3\Delta T \quad (1.3)$$

Où : q_0 est une constante de Stephan- Boltzmann. Mais les rayons infrarouge doivent aussi passer à travers les parois du matériau cellulaire, une partie sera absorbée, ce qui signifie que l'équation (1.3) doit être multipliée par un facteur de transmission de forme :

$$\exp \{-KB\rho^*/\rho_S\} \quad (1.4)$$

K : étant une constante décrivent l'absorption dans les parois cellulaires.

Finalement, tenant compte de la conduction ainsi que du transport par radiation, on peut écrire le coefficient de transport thermique de la couche isolante :

$$\lambda^* = \lambda_s \frac{\rho^*}{\rho_s} + \lambda_g \frac{1 - \rho^*}{\rho_s} + 4q_0 T^3 B \exp\left\{-\frac{KB\rho^*}{\rho_s}\right\} \quad (1.5)$$

Les deux premiers termes décrivent le transport par conduction, respectivement dans les parois et dans le gaz remplissant les cellules, et le troisième décrit le transport par radiation.

Où $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_s: \text{la conductivité du gaz dans les pores.} \\ \lambda_g: \text{la conductivité du matériau massif.} \\ B: \text{l'épaisseur d'une couche isolante.} \\ T: \text{la température en kalvin.} \end{array} \right.$

1.4.3. L'absorption acoustique.

Les matériaux cellulaires sont inutilisables pour cette tâche : lorsque les mousses absorbent les ondes sonores, le bruit peut être transporté par le mur lui-même, par exemple à cause d'une source de vibration agissant directement sur le mur ; ce genre de vibration peut bien être absorbé par les matériaux cellulaires surtout à cellules ouvertes.

1.4.4. L'absorption de l'énergie en compression.

Les solides cellulaires, notamment les alvéolaires, sont capable d'absorber de l'énergie en compression à cause du plateau dans les courbes contrainte-déformation en compression. En effet, ce plateau qui est dû au fléchissement réversible des parois, permet d'absorber une large partie de l'énergie de déformation.

1.4.4.1. Essai de compression /décompression.

Pour les matériaux alvéolaires tels que les mousses de polyuréthane, les propriétés mécaniques sont souvent caractérisées par des tests de compression suivis d'une décompression ^[55]. Les échantillons sont couramment comprimés entre les deux plateaux de compression de l'appareil jusqu'à une déformation souhaitée (figure 1.2) L'échantillon subit ensuite une décompression jusqu'au retour à la position initiale.

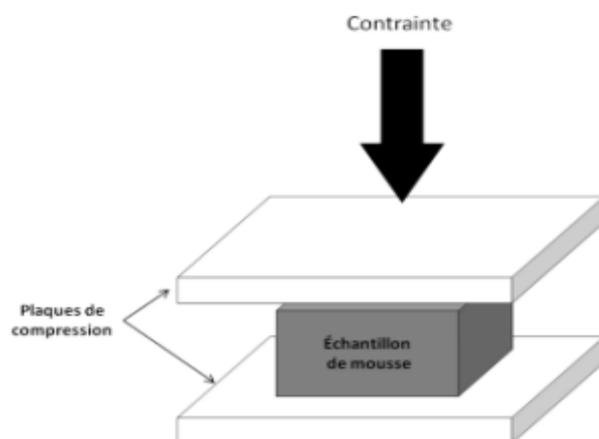


Fig. 1.2 : Essai de compression /décompression ^[56].

1.5. Le polyuréthane cellulaire.

Les polyuréthanes, polymères thermodurcissables occupent une place privilégiée dans l'industrie ^[46].

En 1937 le Dr Otto Bayer et ses collaborateurs ont réalisé la synthèse du premier polyuréthane. Ils ont fait réagir directement le butanediol sur l'hexaméthylène isocyanates (figure 1.3).

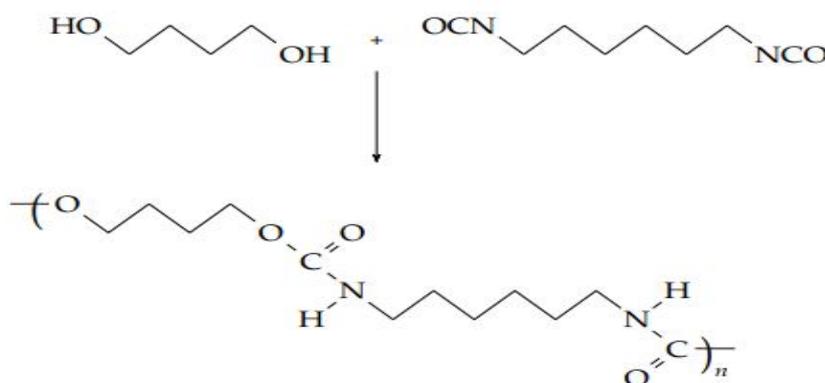


Fig. 1.3 : Polyaddition ^[54].

Depuis leur découverte, les polyuréthanes sont imposés dans tous les domaines de notre vie quotidienne grâce à leur nature, leurs multiples propriétés, notamment de confort et d'isolation, et leur diversité d'applications ^[45]. Les polyuréthanes sont des polymères contenant des groupes

uréthanes (appelés également carbamates) dans la chaîne moléculaire (figure 1.4). Outre le groupe uréthane, ces matériaux contiennent aussi plusieurs autres types de groupes, tels que l'amide, l'urée, l'éther, et l'ester ^{[42], [43]}.

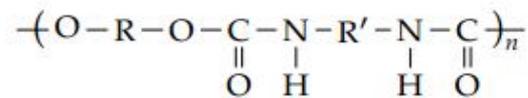


Fig. 1.4 : Formule d'un polyuréthane linéaire ^[54].

1.5.1. Applications de polyuréthanes cellulaires.

Grâce à leur basse densité, et ce que l'on voit bien dans la figure (1.5) les mousses de polyuréthanes occupent une place importante dans tous les domaines de construction tels que l'emballage, l'ameublement et le transport ^[42]. Ces mousses présentent des températures d'utilisation relativement élevées (150°C), une bonne capacité d'absorption acoustique, et peuvent être aisément découpées et usinées aux géométries requises ^[47].

Les domaines d'application des mousses polyuréthanes sont nombreux ^[46] et cette liste n'est pas exhaustive :

-colles : (résistante à l'eau) : la mousse de polyuréthane est à titre un excellent matériau de collage et d'isolation thermique utilisés par exemple dans le bâtiment (collage de panneaux d'isolation sur des cloisons) ;

-amortisseurs : le polyuréthane chargés de composantes anti- abrasion (roue et roulettes pour patins ou planche à roulettes, caddy, etc.), polyuréthane micro alvéolaires (silentblocs et par chocs) ;

-literie, matelasserie ;

-décoration : fausses poutres, sculptures,..... qui sont ensuite peintes ;

- nautisme : de par ses qualités d'élasticité, de résistance à l'humidité et ses capacités de flottaison, le polyuréthane est un matériau utilisé pour certaines planches (surf, planche à

voile), parfois même sous la forme de sandwich peau compacte : cœur en mousse afin de donner de la flottabilité au matériel nautique ;

-tissus : utilisées sous forme de copolymères (par exemple polyuréthane : thermoplastique élastomère), les fibres sont drapées ou compactées pour la fabrication de vêtements ce qui leur confère de bonnes propriétés de confort (élasticité) et de respiration ;

-industrie automobile : les mousses souples de polyuréthane sont employées dans les sièges, les appuie-tête, les accoudoirs, les mousses rigides de polyuréthane dans les volants, les toits ou les tableaux de bord ;

-habitation/ chantiers : la mousse de polyuréthane associée à d'autres composants (panneaux de plâtre, de bois, de PVC.....) permet de fabriquer une gamme de produits finis performants (panneau de toiture, panneau de doublage (isolation de mur), panneau de rénovation pour marché agricole.

La fabrication de mousses polyuréthane conduit en général soit à un bloc, un boudin ou des feuillets de polyuréthane (lesquels doivent ensuite être découpés à la forme souhaitée), soit à une pièce directement moulée à la géométrie désirée.

Dans le premier cas, le marché s'organise autour de :

- la revente de blocs ou de boudins à des transformateurs ;
- la transformation directe après moussage (ameublement, industrie automobile) ;
- la revente de rouleaux (literie) ;
- la découpe de plaques (literie) ;
- la découpe numérique 3D (automobile).

Dans le second cas, la mousse (ou le polyuréthane en cours de moussage) peut être injectée directement à l'intérieur de l'objet qu'elle est sensée garnir : on parle de moussage « in situ » ; par exemple : certains sièges automobiles sont fabriqués ainsi, le polyuréthane en cours de moussage est alors injecté directement dans la coiffe du siège, ce qui permet une meilleure adhésion mousse/ coiffe. Ce procédé est également adapté lorsque la géométrie de l'objet à garnir ne permet pas une découpe simple de blocs de mousse, comme dans le cas de l'isolation thermique dans les réfrigérateurs, congélateurs, etc.

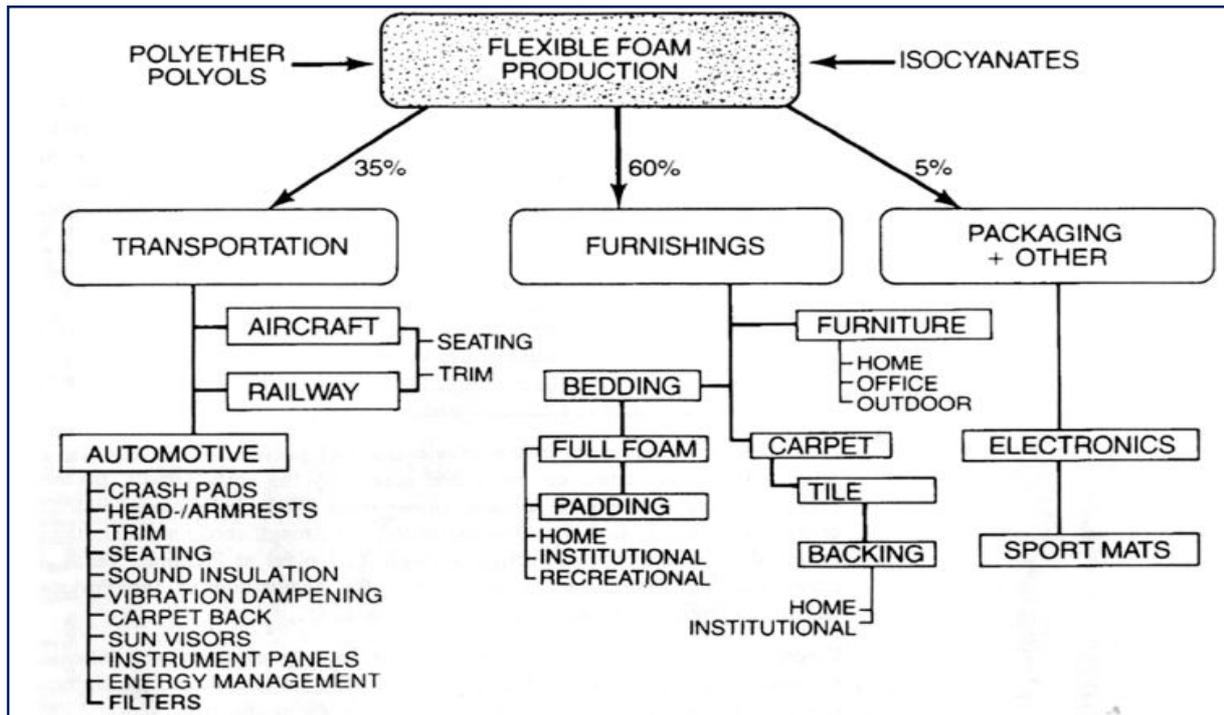


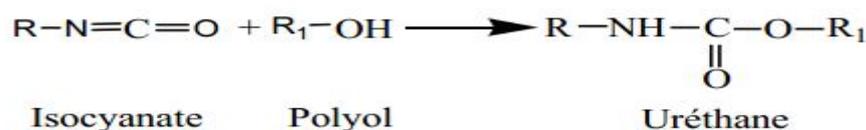
Fig.1.5 : Applications des mousses de polyuréthane flexible ^[42].

1.5.2. La chimie de polyuréthane.

Les polyuréthanes résultent de la réaction de polymérisation chimique d'un isocyanate avec des groupements portant un hydrogène mobile (principalement des groupements hydroxyle), par exemple des fonctions alcool. Pour obtenir des matériaux alvéolaires, il faut coupler cette réaction à un dégagement gazeux qui permet la création d'alvéoles de gaz au sein du polymère ^[46].

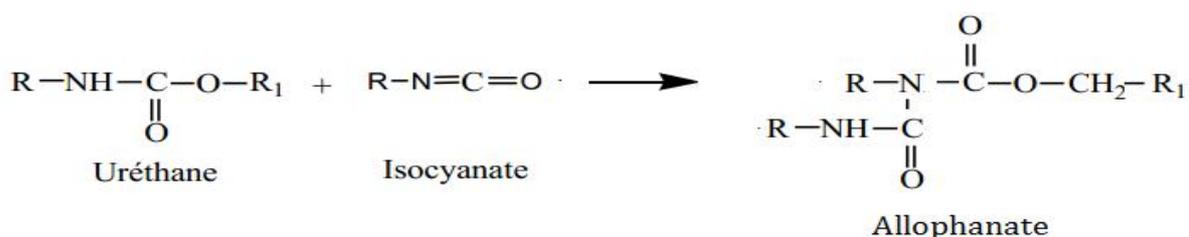
Les polyuréthanes (PU) sont des polymères contenant des groupes uréthane dans la chaîne moléculaire. Ils sont les éléments réactifs caractérisés par la présence du groupement (N=C=O). Les uréthanes sont produits par la réaction de polycondensation entre un isocyanate et un composé de polyol (hydroxyle). La réaction de polymérisation dans le l'uréthane peut être représentée par les équations suivantes ^[51] :

Une première réaction d'un isocyanate avec un alcool donne l'uréthane, cette réaction exothermique est connue sous le nom réaction de gélification.



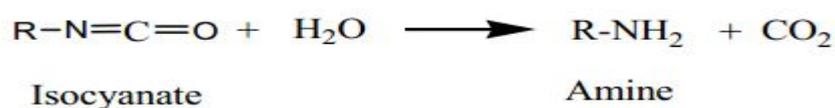
La réaction alcool-isocyanate peut être catalysée par une base de Lewis, en particulier les amines tertiaires. Les composés métalliques, et plus précisément les sels d'étain possèdent également un effet catalytique, cependant en tant qu'acide de Lewis, ils sont en général de plus faibles catalyseurs que les bases^[52].

Les groupes uréthanes formés contiennent d'autres atomes d'hydrogène qui peuvent réagir ensuite avec un autre groupe d'isocyanate en transformation additionnelle pour donner des allophanates^[53].



Une deuxième réaction de deux étapes dite réaction de soufflage ; il s'agit d'une réaction de l'eau avec des isocyanates :

-La première étape concerne la réaction entre l'isocyanate et l'eau, une réaction exothermique lente qui nécessite l'utilisation de catalyseurs et d'agitation^[45]. Il se forme une amine avec dégagement de dioxyde de carbone qui joue un rôle important dans le soufflage du liquide. En outre, l'exotherme de la réaction joue également un rôle important dans l'expansion du produit.



-Une deuxième étape est la réaction entre l'amine et un autre groupe isocyanate pour former une liaison urée di-substituée (figure 1.6), une réaction parasite entre l'urée di-substituée et un isocyanate peut se produire et conduire à la formation d'un biuret substitué figure (1.7).

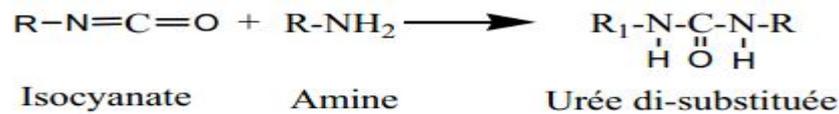


Fig. 1.6 : Formation d'une Urée di-substituée.

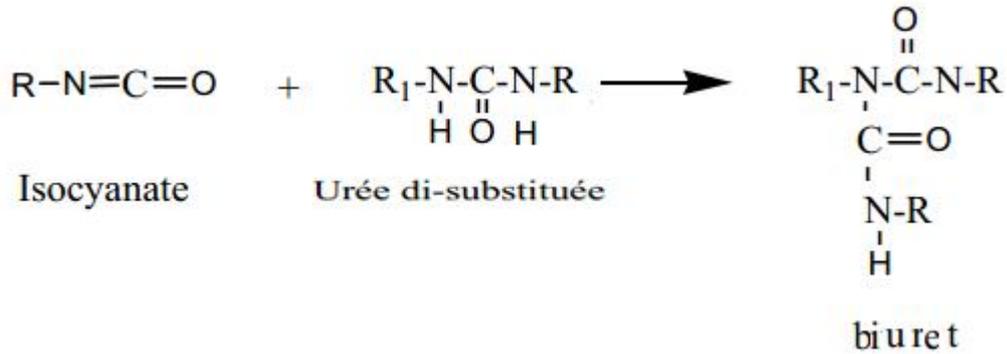
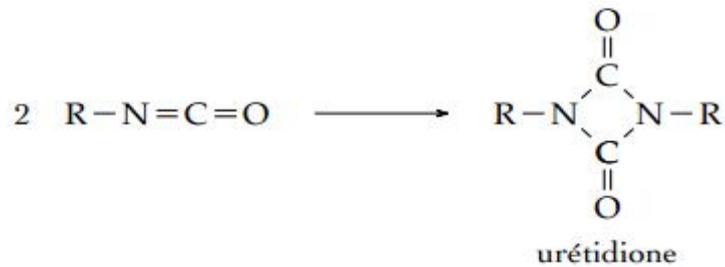


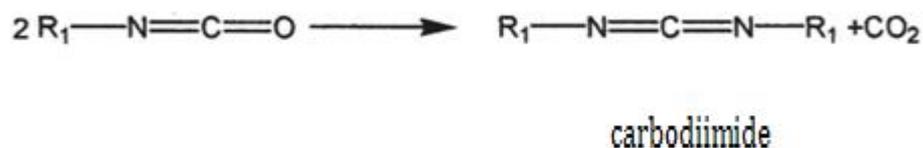
Fig.1.7 : Formation d'un biuret substitué.

1.5.2.1. Autres réactions de l'isocyanate.

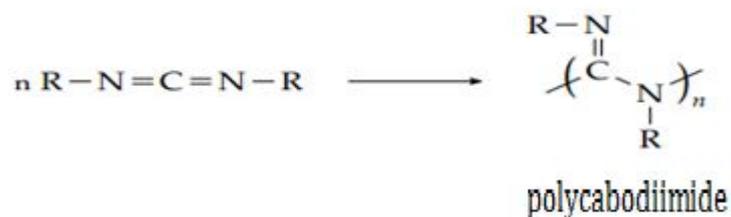
Nous avons vu que les isocyanates réagissent préférentiellement avec les composés à hydrogène labile, mais d'autres réactions sont envisageables ^[54]. Les isocyanates peuvent réagir entre eux et conduire à la formation de dimères, trimères ou polymères en présence de catalyseur basique. Elle mène à la formation d'urétidione.



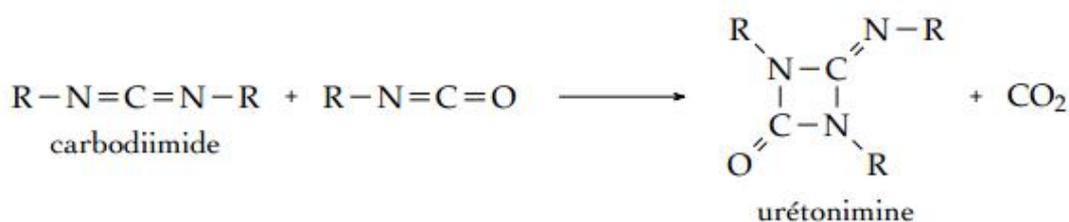
Deux molécules d'isocyanate peuvent réagir et donner des carbodiimides ^[53].



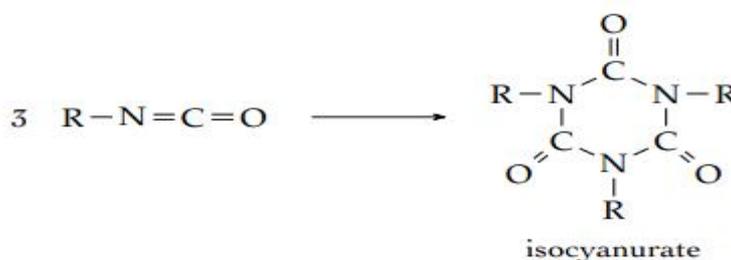
Ensuite il peut se former un polycabodiimide ^[54].



Par ailleurs, une fonction carbodiimide peut réagir à nouveau avec un isocyanate et former des urétonimines substituées ^[54].

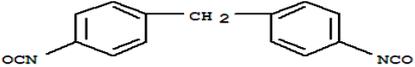


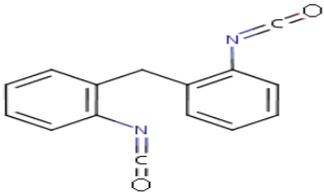
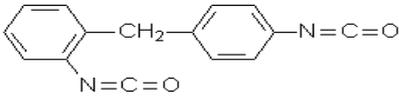
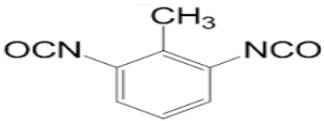
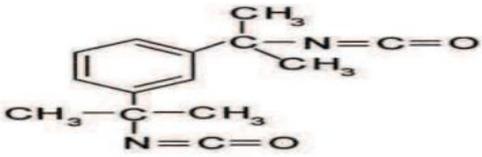
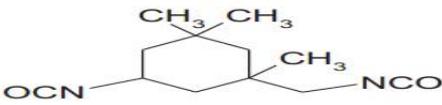
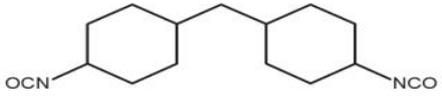
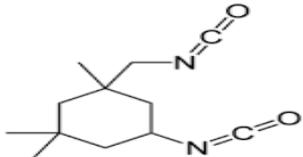
La structure généralement formée par la trimérisation est celle d'un isocyanurate tri-substitué ^[53, 54].



1.5.2.2. Isocyanates couramment utilisées dans la synthèse de polyuréthane.

Les isocyanates sont des matières premières nécessaires pour la synthèse des polyuréthanes. Ils ont des structures aliphatiques, ou également des structures aromatiques.

composants	formule	abréviation
4,4-diisocyanate de diphénylméthane		4,4-MDI

2,2-diisocyanate de diphénylméthane		2,2-MDI
2,4-diisocyanate de diphénylméthane		2,4-MDI
2,4-diisocyanate de toluène		2,4-TDI
2,6-diisocyanate de toluène		2,6-TDI
Tétraméthylxylènediisocyanate		TMXDI
Isophoronediiisocyanate		IPDI
Dicyclohexylméthane 4,4 diisocyanate		H12 MDI
Hexaméthylène diisocyanate	$\text{OCN}-(\text{CH}_2)_6-\text{NCO}$	HDI
Isophorone diisocyanate		IPDI

Tab.1.1: Isocyanate couramment utilisées dans la synthèse de polyuréthane ^[57, 58, 55].

1.5.2.3. Les polyols.

Deux types de polyols sont couramment utilisés dans l'industrie, les polyéthers et les polyesters ^[45].

1.5.2.3.1. Les polyols polyéthers.

Ils représentent actuellement 80 à 90% des polyols utilisés sur le marché ^[45]. Les polyuréthanes préparés ont une excellente résistance à l'hydrolyse ; cependant, leurs propriétés mécaniques sont beaucoup plus faibles que les matériaux préparés à base de polyester ^[45].

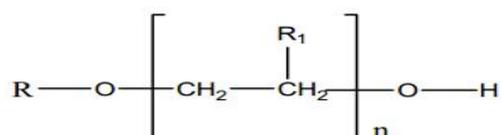


Fig. 1.8: Polyol polyéther.

1.5.2.3.2. Les polyols polyesters.

Les produits obtenus à base de polyesters possèdent des caractéristiques plus élevées qu'avec des polyols polyéthers, mais une moindre résistance à hydrolyse. Leur prix est également supérieur à celui des polyols polyéthers ^[45].

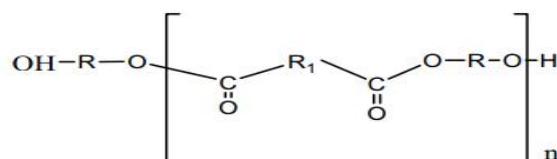


Fig. 1.9: Polyol polyester.

1.5.2.3.3. Autres types de polyols.

Deux autres types de polyols peuvent être utilisés dans la fabrication de polyuréthane, le polycarbonate polyols (figure 1.10) et le diméthyléthane polyols (figure 1.11) ^[59].

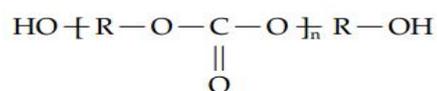


Fig. 1.10 : Polycarbonate polyols.

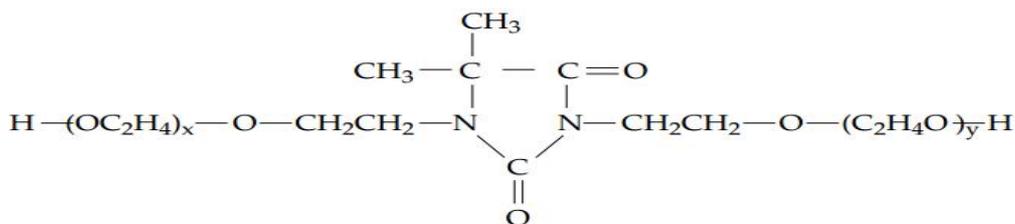


Fig. 1.11 : Dimethylhydantoin polyols.

1.5.2.4. Adjuvants

1.5.2.4.1. Agents gonflants

Pour la formulation des gaz d'expansion, deux méthodes différentes sont utilisées ^[45] :

- Les agents gonflants par voie physique.
- Les agents gonflants par voie chimique.

Voie physique.

Les agents gonflants par voie physique sont des solvants de bas point d'ébullition qui sont inertes dans les réactions chimiques et s'évaporent sous l'effet de l'exotherme de la réaction ^[60].

Chlorofluorocarbones CFC.

Avant 1990 les CFC (tableau 1.2) étaient utilisés comme un agent gonflant ^[45].

Le CFC-11, était le meilleur agent d'expansion physique, que ce soit pour les mousses souples ou bien rigides. Ces produits présentent l'avantage d'être non toxiques, bonne compatibilité avec les ingrédients de la réaction de moussage et une faible masse moléculaire, mais en revanche Les CFC sont responsables de la dégradation de l'ozone, ce qui conduit à leur interdiction en 1987 ^[60].

Abréviation	formule	Point d'ébullition °C	ODP
CFC-11 (R-11)	CCl ₃ F	23.8	1
CFC-12 (R-12)	CCl ₂ F ₂	-29.8	1

ODP : potentiel de destruction d'ozone

Tab. 1.2 : Types de CFCs utilisés comme agent gonflant ^[60].

Chlorofluorocarbures hydrogéné HCFCs.

Un autre agent gonflant alternatif au CFC est le HCFC, comme indiqué dans le tableau. Ces agents gonflants ont toujours un problème d'appauvrissement de la couche d'Ozone et ont été progressivement éliminés en 2003 ^[60].

Abréviation	formule	Point d'ébullition °C	ODP
HCFC-21	CHCl ₂ F	8.9	<0.05
HCFC-22	CHClOF ₂	-40.8	0.055
HCFC-31	CH ₂ ClF	-9.1	0.05
HCFC-123	CHCl ₂ CF ₃	27.9	0.02
HCFC-124	CHClFCF ₃	-11	0.02
HCFC-132a	CH ₂ ClCF ₃	6.1	<0.05
HCFC-132b	CH ₂ ClCClF ₂	46.8	<0.05
HCFC-141b	CCl ₂ FCH ₃	32.1	0.11
HCFC-142b	CClF ₂ CH ₃	-9.8	0.06

Tab. 1.3 : Types de HCFCs utilisés comme agent gonflant ^[60].

Hydrofluorocarbures HFCs.

Les HFCs ils ont été présentés comme une alternative aux HFCs, comme d'agents d'expansion. Le tableau (1.4) montre des agents gonflants HFC tels que le HFC-245fa et le HFC-365mfc. Toutefois, la forte contribution au réchauffement climatique et le coût élevé des HFC limitent également leur application ^[60].

Ces composés tableau (1.4) possèdent l'avantage d'être sans effet sur la couche d'ozone.

Abréviation	formule	Point d'ébullition °C	ODP
HFC-134a	CF ₃ CH ₂	-26.2	0
HFC-152a	CHF ₂ CH ₂	-24.7	0
HFC-245ca	CHF ₂ CHF ₂ CH ₂ F	25.4	0
HFC-245fa	CF ₃ CH ₂ CHF ₂	15.3	0
HFC-245eb	CF ₃ CHFCH ₂ F	22.7	0
HFC-365mfc	CF ₃ CH ₂ CF ₂ CH ₃	40.2	0
HFC-365mffm	CF ₃ CH ₂ CH ₂ CF ₃	24	0
HFC-356	CF ₃ CH ₂ CH ₂ CH ₃	24.6	0
HFC-227ea	CF ₃ CHF ₂ CF ₃	30	0

Tab .1.4: Types de HCFCs utilisés comme agent gonflant ^[60].

Perfluorocarbures PFC

Certains PFCs ont été proposés comme agents d'expansion ^[63]. Ils ne sont pas réputés dangereux pour la couche d'ozone, mais en raison de leur potentiel élevé en matière de réchauffement planétaire, l'agence de protection de l'environnement EPA a interdit leur utilisation ^[64].

Abréviation	formule	Point d'ébullition °C	ODP
PF-5040	C ₄ F ₁₀	-2	0
PF-5050	C ₅ H ₁₂	30	0
PF-5060	C ₆ H ₁₄	56	0
PF-5070	C ₇ H ₁₆	80	0

Tab .1.5: Types de PFCs proposés comme agents d'expansion ^[60].

Hydrofluorocarbures Ethers HFCEs.

Certains HFCEs [65, 66], sont indiqués dans le tableau (1.6). Les HFC possèdent l'avantage d'une meilleure compatibilité avec les polyols durant le processus de moussage.

Abréviation	formule	Point d'ébullition °C	ODP
HFCE-245	CF ₃ CH ₂ -O-CF ₂ H	27	0
HFCE-356	CF ₃ CHFCF ₂ -O-CH ₃	58	0
HFCE-347mcf	CF ₃ CF ₂ CH ₂ -O-CF ₂ H	46	0
HFCE-347pcf	CF ₂ HCF ₂ -O-CH ₂ CF ₃	56	0
HFE-254pc**	CHF ₂ CF ₂ -O-CH ₃	37	0
HFE-236pc**	CHF ₂ CF ₂ -O-CHF ₂	28	0
HFE-347mcc**	CF ₃ CF ₂ CF ₂ -O-CH ₃	34	0

Tab.1.6 : Types de HFCEs utilisés comme agent gonflant [Ashida 2007].

CO₂ liquide.

Le dioxyde de carbone liquéfié apparaît comme agent gonflant en 1980 ^[60]. Cet agent d'expansion a un ODB nul, et un faible coût, raison pour laquelle son utilisation est de plus en plus populaire ^[62].

C5-Hydrocarbures.

Ces produits sont sans effet sur la couche d'ozone, mais ils ont le gros inconvénient d'être inflammables ^[45]. Le tableau (1.7) montre la liste des C₅-hydrocarbures usuels comme un agent gonflant.

nom	formule	Point d'ébullition °C	ODP
Pentane	CH ₃ (CH ₂) ₃ CH ₃	35	0
Isopentane	C ₂ H ₅ CH(CH ₃) ₂	30	0
Cyclopentane	(CH ₂) ₅	50	0

Tab .1.7: Types de C₅-Hydrocarbures utilisés comme agent gonflant ^[60].

Voie chimique.

La réaction de l'eau avec l'isocyanate produit le dioxyde de carbone et de la chaleur. La diffusion de dioxyde de carbone dans le polyol et l'exothermicité de la réaction provoquent l'expansion rapide du produit ^[45].

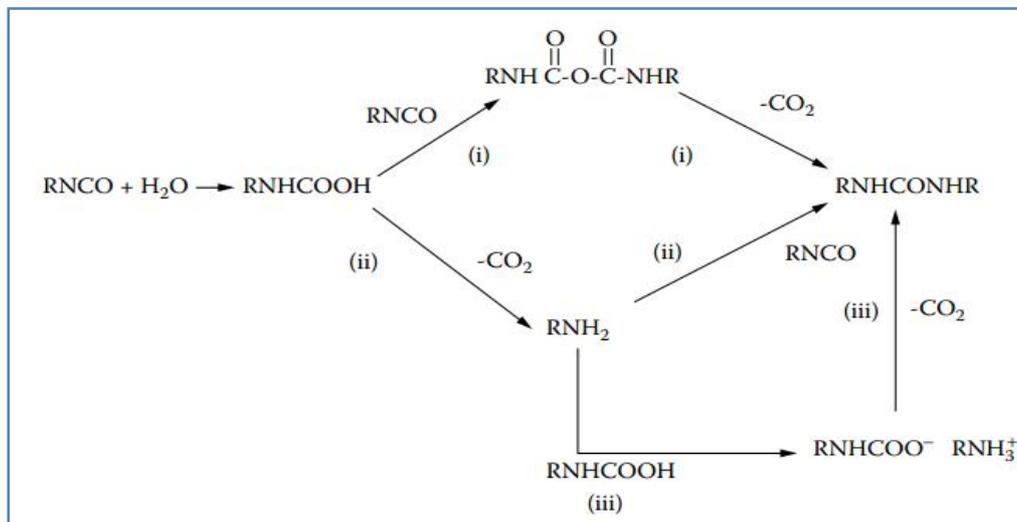


Fig.1.12: Mécanisme de la réaction isocyanate-eau ^[60].

D'autres agents gonflants peuvent être utilisés tels que, les composés organiques énolisables et l'acide borique ^[60].

Type	Typical Compounds	Chemical Structure	Enol Form
$C=N-OH$	Nitroalkane	$R-CH_2-NO_2$	$R-CH=N-OH$
$C=N-OH$	Aldoxime	$R-CH_2-CH=N-OH$	$R-CH=CH-NH-OH$
$N=N-OH$	Nitrourea	$H_2N-CO-NH-NO_2$	$H_2N-CO-N=N-OH$
$N=C-OH$	Acid amide	$\begin{array}{c} H \quad R \\ \quad \\ HN-C=O \end{array}$	$\begin{array}{c} O \\ \\ HN=C-OH \end{array}$
$C=C-OH$	Active methylene compounds	$R-CO-CH_2-CO-R'$	$R-CO-CH=C(OH)-R'$

Tab.1.8 : Composés énoles utilisés comme agent gonflant ^[60].

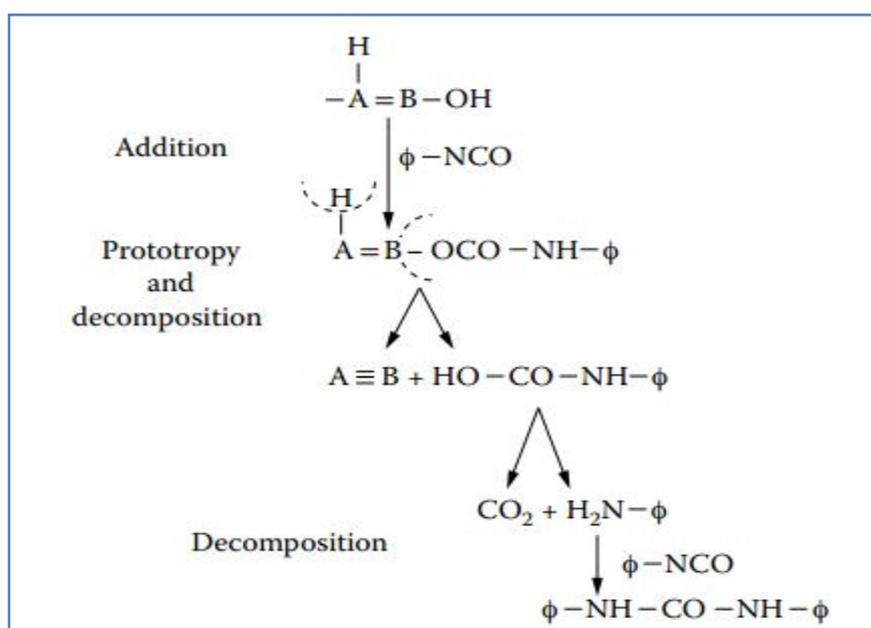


Fig.1.13: Mécanisme de production de CO_2 à partir des composés énoles ^[60].

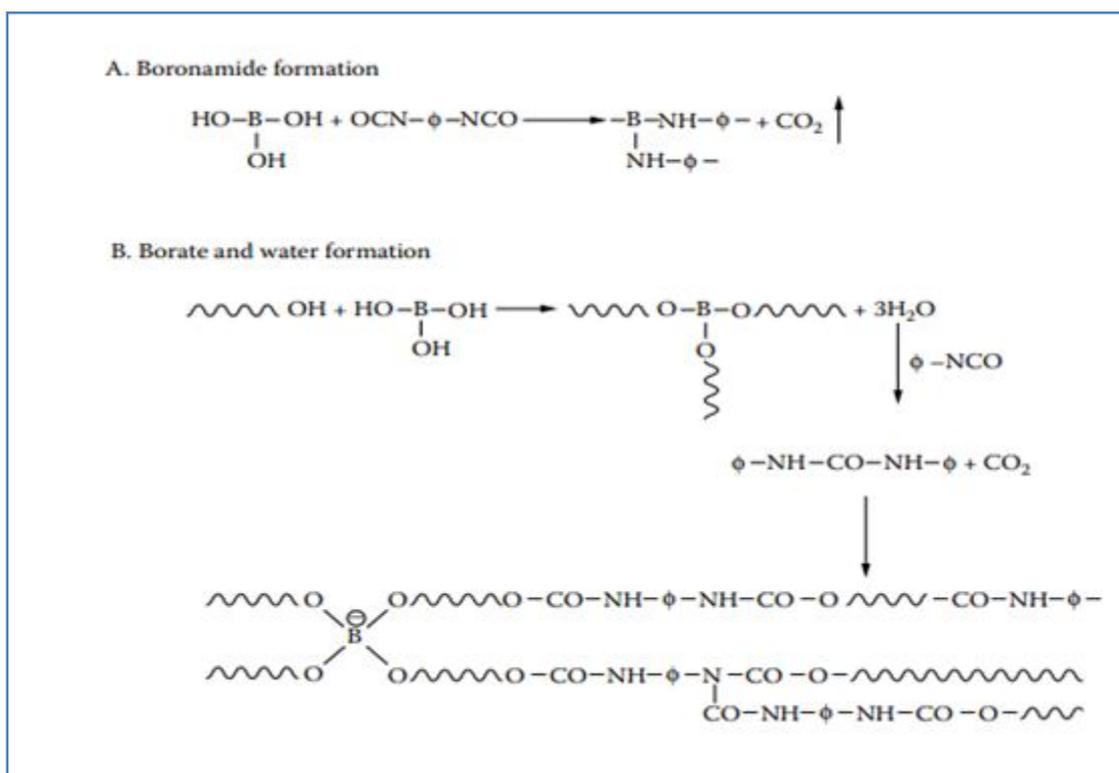


Fig.1.14: Mécanisme de la production de CO_2 à partir de l'acide borique ^[60].

1.5.2.4.2. Les catalyseurs ^[54,45]

La catalyse se réfère à l'accélération de la réaction, les acides tertiaires sont les catalyseurs basiques les plus utilisés. L'amine la plus couramment employée est 1,4- diazabicyclo (2,2,2)-octane (Dabco étant une des dénominations commerciales).

On peut utiliser également les sels d'étain. L'octoate stanneux et le dibutyldilaurate d'étain (OBTDL) est le catalyseur organométallique le plus utilisé dans la fabrication de polyuréthane.

1.5.2.4.3. Surfactants et agents de réticulation ^[45]

Les surfactants sont en général à base de polysiloxanes (silicones), ils jouent un rôle de stabilisateur physicochimique et de régulateur de cellules.

Les agents de réticulation (allongeurs de chaîne) sont généralement des molécules à chaîne courte contenant des amines ou fonction hydroxyle (les plus courants sont : le 1,4- butanediol et l'éthylène glycol, ou le glycérine). Ils peuvent être ajoutés pour fournir une augmentation de la charge ou la stabilité du produit final.

1.5.3. Méthodes de formulation des polyuréthanes cellulaires.

La formation de polyuréthane cellulaire peut être réalisée par trois méthodes : la méthode « One shot », la méthode pré-polymère et la méthode quasi pré-polymère ^[46, 49, 50].

1.5.3.1 Méthode de « One shot ».

La méthode de « One shot » consiste à mélanger tous les composants (polyols, isocyanates, catalyseur, eau, solvant volatils) en même temps. Les inconvénients de cette méthode sont : le risque de dégradation du produit au cours de la réaction simultanée par l'effet de la température élevée, car cette réaction est exothermique ^[48], en plus, le mélange de tous les composants au même temps peut s'avérer difficile. L'avantage de la méthode « One shot » est de préparer des grandes quantités avec un faible coût.

1.5.3.2. Méthode de pré-polymère.

La méthode de pré-polymère consiste à faire réagir le polyol avec un excès d'isocyanate. Après la production de pré-polymère, les autres additifs, les catalyseurs et les agents moussants sont ajoutés. Cette méthode permet de contrôler facilement les propriétés physicochimiques du polymère fabriqué en changeant les quantités des additifs.

1.5.3.3. Méthode de Quasi pré-polymère.

Comme pour la méthode pré-polymère la méthode Quasi pré-polymère consiste à mélanger le polyol avec l'isocyanate, à la différence qu'en utilisant au début seulement une partie de polyol ; Ensuite on provoque l'expansion par l'addition du polyol restant qui est déjà mélangé aux catalyseurs, aux agents gonflants et aux additifs.

1.5.4. Méthodes de fabrication des polyuréthanes cellulaires.

Deux voies sont possibles pour la mise en œuvre par moussage chimique, la coulée et l'injection ^[46].

1.5.4.1. Coulée souple.

Ce procédé continu vise à fabriquer de grands blocs de mousse (mousse en bloc). Le mélange liquide, dont l'expansion commence très vite, est déposé en continu par une tête de coulée sur une bande transporteuse (figure 1.15). La bande de mousse peut facilement et rapidement

atteindre plusieurs mètres de largeur et de hauteur, tout en conservant une assez bonne homogénéité de la densité et de la taille des cellules. Tout au long de la coulée, la bande de mousse est entraînée à une vitesse de plusieurs mètres par minutes, avant d'être découpée en blocs. Les blocs sont ensuite stockés pendant environ 24 heures, temps nécessaire au polyuréthane pour achever sa polymérisation. Après la période de mûrissement, les blocs de mousse sont soit encore découpés en blocs plus petits soit refendus en feuilles et conditionnées en rouleaux.

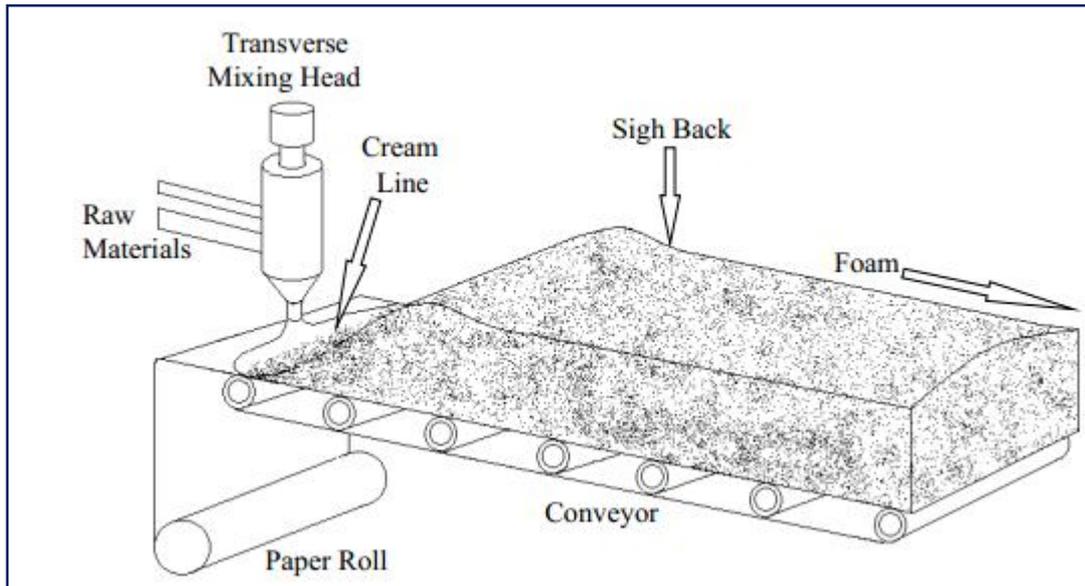


Fig. 1.15: Procédé mousse en bloc (Slabstock) ^[42].

1.5.4.2. Coulée par injection (expansion in-situ).

À la différence de la coulée souple, ce procédé est séquentiel : ouverture de moule, injection, fermeture du moule, expansion, démoulage. Il vise à fabriquer de petites pièces de géométries bien spécifiques ou complexes. Une quantité très minutieusement déterminée est déposée par une tête d'injection dans le fond du moule (le trajet de dépôt peut même être optimisé pour améliorer la qualité de la mousse finale). Le mélange, dont l'expansion commence très vite, est confiné puisque le moule est fermé. Des événements doivent être placés sur le moule afin de permettre à l'air initialement présent qui y est de s'en échapper.

L'objectif de cette opération est d'une part de remplir toutes les parties du moule, et d'autre part d'obtenir une homogénéité aussi parfaite que possible en terme de densité et de taille de cellules. Les mousses sont démoulées dès que le polyuréthane a une tenue mécanique suffisante, puis les blocs sont ensuite stockés pour le mûrissement (environ 24h également).

1.6. Conclusion.

Ce premier chapitre a permis d'établir une bibliographie sur les polymères cellulaires, notamment le polyuréthane cellulaire, ses propriétés, ses fonctionnalités. Les bases de chimie de polyuréthane et les différentes méthodes de sa fabrication ont été présentées.

CHAPITRE II

ANALYSE

DIMENSIONNELLE

D'UNE STRUCTURE CELLULAIRE

2.1. Introduction.

Le polyuréthane est un polymère compressible à cellules ouvertes qui est utilisé dans la fabrication des coussins pour fauteuil roulant pour des raisons de confort et de souplesse, du fait qu'il a une bonne capacité d'aération grâce à sa porosité, ainsi que sa capacité de la répartition du poids du corps.

La mousse de polyuréthane peut subir des grandes déformations élastiques qui sont réversibles ^[36, 37].

La figure (2.1) : représente les réponses typiques en compression de trois types de mousses : (a) élastomère (caoutchouc, polymère, par exemple), (b) élastoplastique (métal) et (c) fragile (céramique) ^[21]. Lors d'une compression, le régime linéaire élastique est suivi pour tous ces matériaux d'un régime où la contrainte reste à peu près constante, menant à un dernier stade où elle monte en flèche. Chacun de ces régimes correspond à un mécanisme de déformation typique. Au départ, les parois de la cellule subissent une flexion, ce qui donne un comportement élastique linéaire. Dès qu'une valeur critique est atteinte, les parois ou les arêtes commencent à s'effondrer. Dans le cas d'un matériau élastomère, les parois flambent de manière réversible. Pour les matériaux élastoplastiques, les parois se replient et, pour les matériaux fragiles, on observe la rupture des parois cellulaires aux endroits où les contraintes sont maximales. Finalement, les parois cellulaires opposées se touchent ou bien les parois ou arêtes commencent à s'entasser. C'est cela qui provoque la montée finale des contraintes en compression.

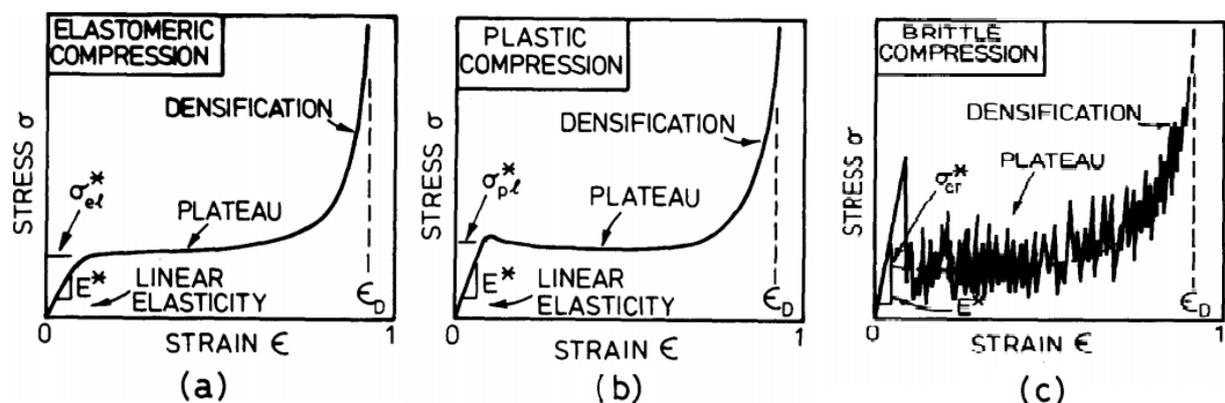


Fig.2.1: Courbes contrainte-déformation en compression de trois types de mousses ^[34].

2.2. Traction uniaxiale.

Les courbes typiques contrainte-déformation des mousses en traction sont illustrées par la figure (2.2). D'après Gibson et Ashby ^[34], la courbe de traction est assez différente du cas de la compression pour les trois types de matériaux ; seule la déformation initiale, qui est définie principalement par le fléchissement des parois et arêtes, en est similaire. Evidemment, le flambage ne joue aucun rôle pour un matériau cellulaire élastomère sous tension. Au contraire, les parois et arêtes de la cellule se tournent vers l'axe de tension et la rendent plus rigide. Les matériaux cellulaires plastiques se comportent de la même manière sous traction et sous compression, par la formation de zone plastiques, mais la rupture se produit pour des extensions beaucoup plus faibles en traction. La défaillance abrupte des matériaux cellulaires fragiles est observée à une valeur très inférieure à la résistance observée sous compression.

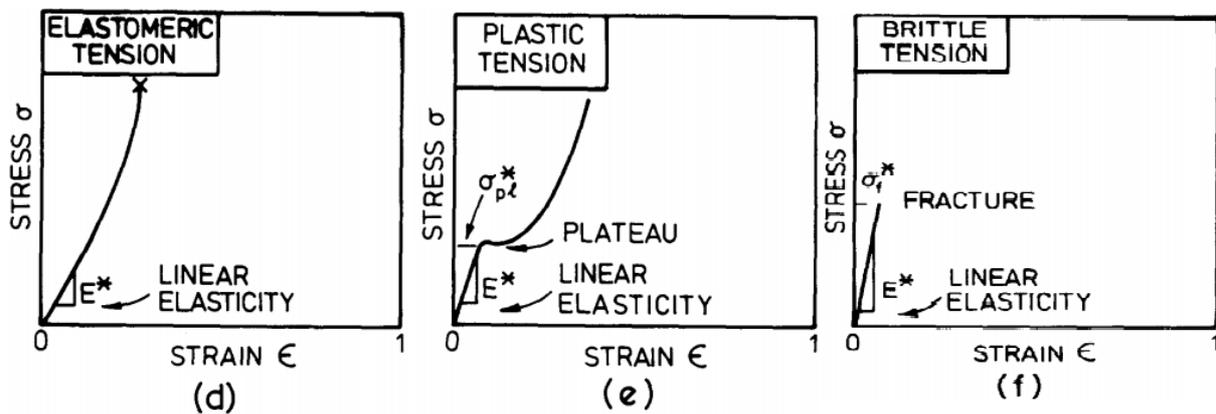


Fig.2.2: Courbes contrainte-déformation en traction de trois types de mousses ^[34].

On peut distinguer deux méthodes pour modéliser le comportement mécanique des solides cellulaires. Une méthode analytique, basée sur l'analyse dimensionnelle de structures périodiques et une méthode numérique, basée sur l'étude par éléments finis, en général elle se fait à l'aide d'un code de calcul qui traite ce genre de problème.

2.3. Analyse dimensionnelle des solides cellulaires.

Plusieurs travaux ont été effectués concernant l'analyse dimensionnelle des matériaux cellulaires : Hilyard ^[10], ould Eyih ^[12], Pradel ^[13]; la majorité de ces études présente les mousses comme un assemblage de poutres représente les arêtes des cellules, avec des faces dans le cas des mousses à cellules fermées.

2.3.1. Nid d'abeilles.

De manière générale, le paramètre le plus important qui contrôle les propriétés mécaniques est la densité relative ^[34] :

$$d_r = \frac{\rho^*}{\rho_s} = 1 - \Phi \quad (2.1)$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho^* : \text{est la masse volumique de la mousse.} \\ \rho_s : \text{est la masse volumique de matériau massif.} \\ \Phi : \text{la porosité de la mousse.} \end{array} \right.$$

Le nid d'abeilles est un arrangement régulier de cellules prismatique, comme le montre la figure (2.3).

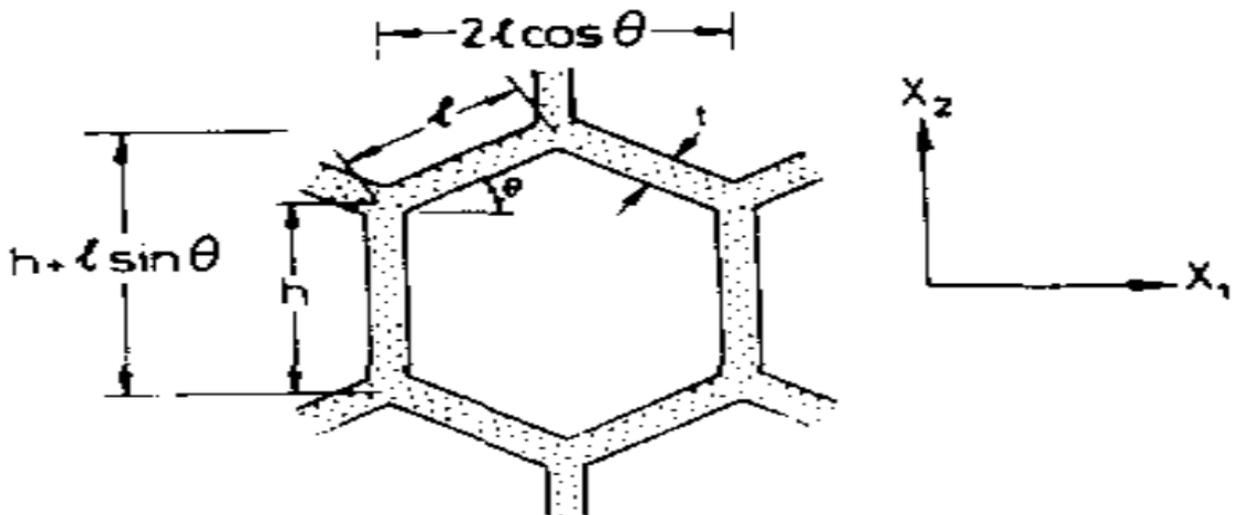


Fig.2.3: nid d'abeilles en 2D.

2.3.1.1. Comportement élastique ^[39].

Pour une charge appliquée suivant la direction x_1 , la théorie des poutres donne la flexion de la paroi :

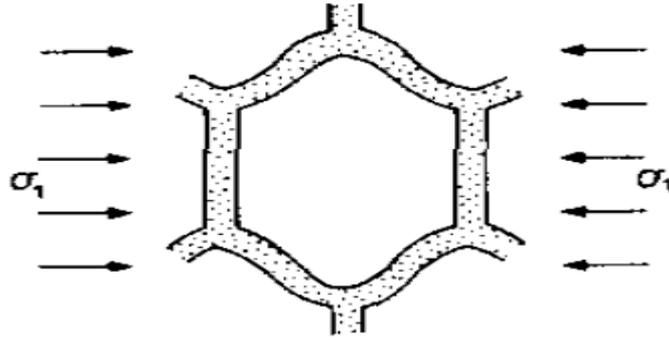


Fig.2.4: charge appliquée suivant la direction x_1 .

$$\delta = Pl^3 \sin\theta / 12E_s I \quad (2.2)$$

Où :

- $\theta = 30^\circ$, dans un rayon d'abeille régulier.
- I : le moment d'inertie de la paroi cellulaire ($bt^3/12$).
- E_s : le module de Young du matériau cellulaire.
- b ; la profondeur de la paroi.
- P : la charge appliquée suivant x_1 .

La contrainte suivant la direction x_1 lié avec la charge appliquée P par la relation suivante :

$$\sigma_1 = \frac{P}{(h+l\sin\theta)b} \quad (2.3)$$

La composante de la flexion donne la déformation dans la direction x_1 :

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta \sin\theta}{l \cos\theta} \quad (2.4)$$

Le module de Young parallèle à x_1 :

$$E_2^* = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} \quad (2.5)$$

La combinaison de ces trois dernières équations donne le module de Young suivant la direction x_1 :

$$\frac{E_1^*}{E_s} = \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos\theta}{(h/l + \sin\theta)\sin^2\theta} \quad (2.6)$$

Pour un hexagone régulier ($h/l=1$, $\theta=30^\circ$)

$$\frac{E_1^*}{E_s} = \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \quad (2.7)$$

Pour une charge appliquée suivant la direction x_2 :

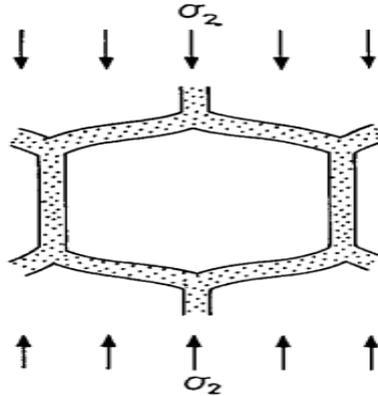


Fig.2.5 : charge appliquée suivant la direction x_2 .

$$\delta = Wl^3 \cos\theta / 12E_s l \quad (2.8)$$

Où : {W: la charge appliquée suivant x_2 .

La composante de la flexion donne la déformation dans la direction x_2 :

$$\varepsilon_2 = \frac{\delta \cos\theta}{h+l \sin\theta} \quad (2.9)$$

Le module de Young parallèle à x_2 :

$$E_2^* = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} \quad (2.10)$$

La combinaison de ces trois dernières équations donne le module de Young suivant la direction X_2 :

$$\frac{E_2^*}{E_s} = \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{h/l + \sin\theta}{\cos^3\theta} \quad (2.11)$$

Pour un hexagone régulier ($h/l=1$, $\theta=30^\circ$)

$$\frac{E_2^*}{E_s} = \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \quad (2.12)$$

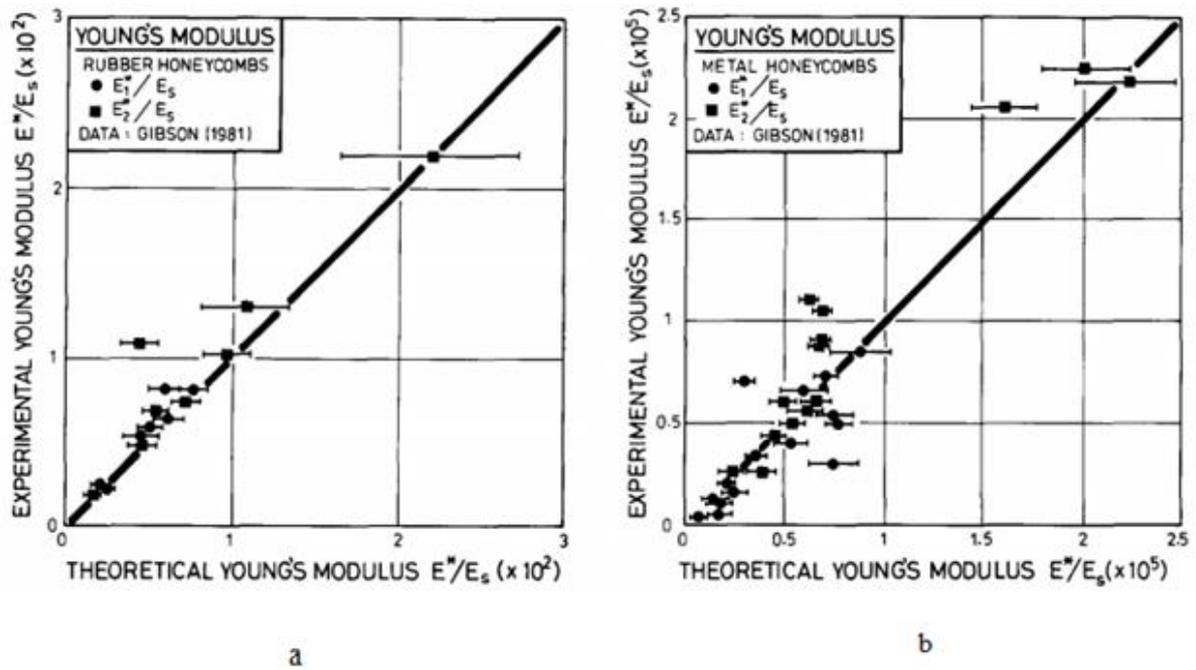


Figure.2.6 :Le module de Young théorique en fonction de module de Young expérimental (a) nid d'abeille caoutchou (b) nid d'abeille métallique ^[38].

La densité relative d'un rayon d'abeille hexagonal :

$$d_r = \frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{t}{l} \frac{h/l+2}{2\cos\theta(h/l+\sin\theta)} \quad (2.13)$$

Pour un hexagone régulier :

$$d_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{t}{l} \right] \quad (2.14)$$

Ce qui donne (tenant compte de 2.7) :

$$\frac{E_1^*}{E_s} = \frac{E_2^*}{E_s} = \frac{3}{2} d_r^3 \quad (2.15)$$

Les coefficients de Poisson pour des contraintes dans le plan est :

$$\nu_{12}^* = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\cos^2\theta}{(h/l+\sin\theta)\sin\theta} \quad (2.16)$$

$$\nu_{21}^* = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{(h/l+\sin\theta)\sin\theta}{\cos^2\theta} \quad (2.17)$$

Pour un hexagone régulier :

$$\nu_{12}^* = \nu_{21}^* = 1 \quad (2.18)$$

Le module de cisaillement peut être calculé par la relation :

$$\frac{G_{12}^*}{E_s} = \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 \frac{(h/\ell + \sin\theta)}{(h/\ell)^2(1+2h/\ell)\cos\theta} \quad (2.19)$$

Pour un hexagone régulier :

$$\frac{G_{12}^*}{E_s} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\frac{t}{\ell}\right]^3 = \frac{3}{8} d_r^3 \quad (2.20)$$

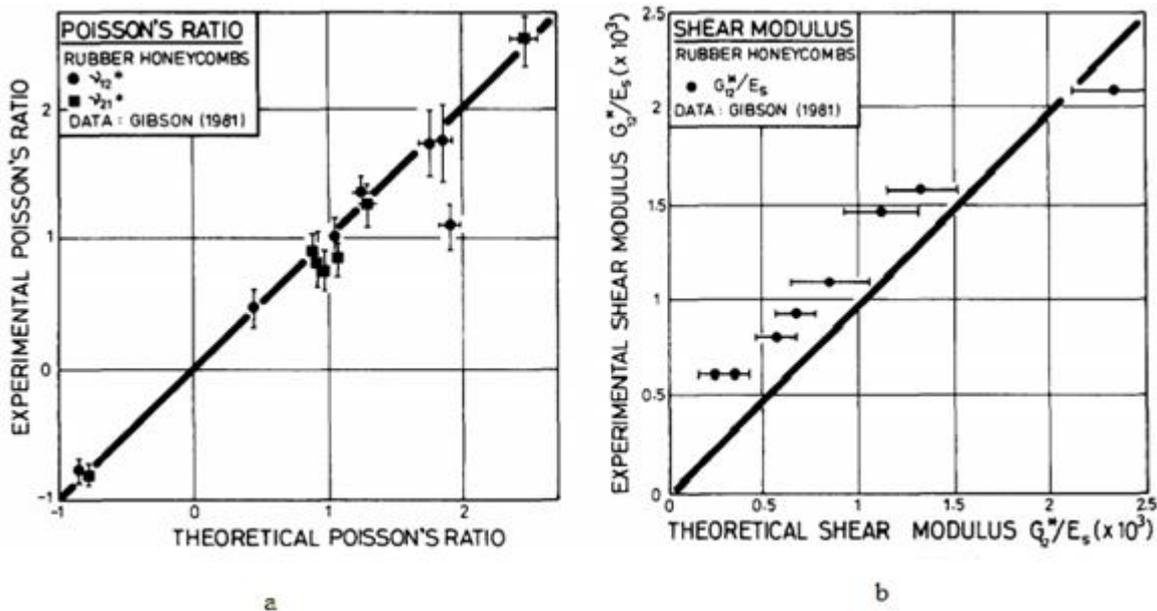


Fig.2.7: La variation du coefficient de poisson (a) et le module de cisaillement (b) pour un nid d'abeille de caoutchouc ^[38].

2.3.1.2. Comportement non élastique.

L'effondrement élastique

Ce flambement apparait dans la phase plateau de la courbe contrainte-déformation, du a un flambement élastique des arêtes des cellules (figure 2.8).

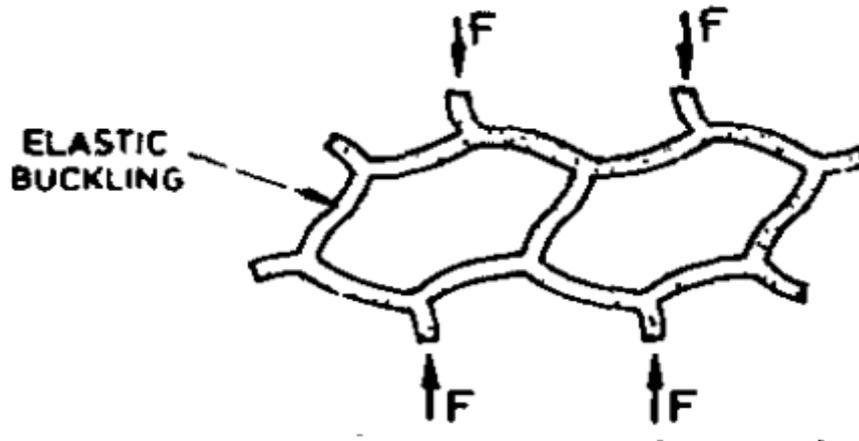


Fig. 2.8 : Flambement élastique des arêtes.

La force critique de flambage d'une poutre encastrée s'écrit :

$$F_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 E_s I}{h^2} \quad (2.21)$$

Où : $\{n$: facteur décrit le degré de la contrainte aux extrémités de la poutre.

La contrainte élastique d'effondrement est donnée par la relation suivante :

$$(\sigma_{el}^*)_2 = \frac{F_{cr}}{2bl \cos \theta} \quad (2.22)$$

La combinaison de ces deux dernières équations donne la relation suivante :

$$(\sigma_{el}^*)_2 = \frac{n^2 \pi^2}{24} \frac{t^3}{lh^2} \frac{1}{\cos \theta} E_s \quad (2.23)$$

Pour un hexagone régulier :

$$(\sigma_{el}^*)_2 = 0.22 \left(\frac{t}{l}\right)^3 E_s \quad (2.24)$$

L'effondrement plastique.

Au passage de la force critique (le seuil de plasticité), les arêtes flambent de manière plastique ; ce phénomène se traduit par des charnières aux jonctions des arêtes, comme le montre la figure (2.9).

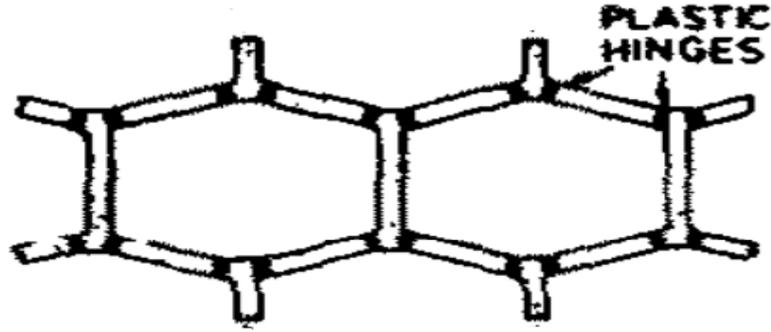


Fig. 2.9: L'apparition des rotules plastique.

La contrainte d'effondrement plastique σ_{pl}^* est donnée par les relations :

$$\text{Suivant } X_1 : \frac{(\sigma_{pl}^*)_1}{\sigma_{ys}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{2(h/l + \sin\theta)\sin\theta} \quad (2.25)$$

$$\text{Suivant } X_2 : \frac{(\sigma_{pl}^*)_2}{\sigma_{ys}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{2\cos^2\theta} \quad (2.26)$$

Pour un hexagone régulier :

$$\frac{(\sigma_{pl}^*)_1}{\sigma_{ys}} = \frac{(\sigma_{pl}^*)_2}{\sigma_{ys}} = \frac{2}{3} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad (2.27)$$

Où : $\{\sigma_{ys}$: la limite élastique du solide.

La contrainte de cisaillement plastique $(\tau_{pl}^*)_{12}$ s'écrit :

$$\frac{(\tau_{pl}^*)_{12}}{\sigma_{ys}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{(4h/l)\cos\theta} \quad (2.28)$$

Pour un hexagone régulier :

$$\frac{(\tau_{pl}^*)_{12}}{\sigma_{ys}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad (2.29)$$

L'effondrement par rupture.

Dans cette étape on observe que les arrêtes se cassent figure (2.10).

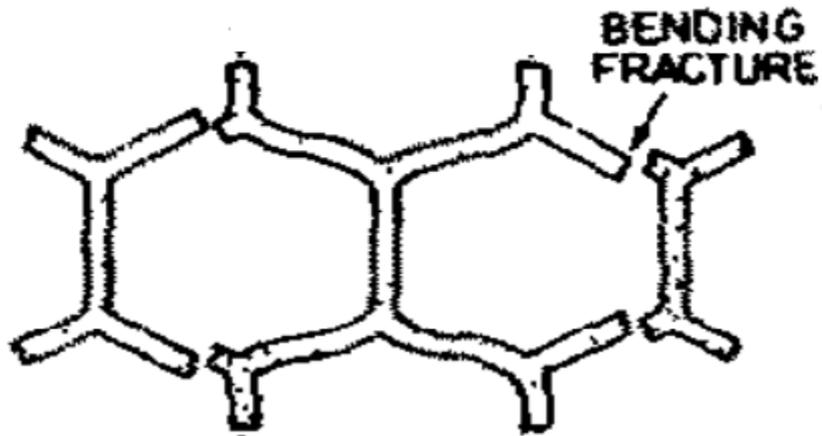


Fig. 2.10 : la rupture des arêtes.

La contrainte à la rupture σ_{cr}^* s'écrit :

$$\text{Suivant } X_1 : \frac{(\sigma_{cr}^*)_1}{\sigma_{fs}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{3(h/l + \sin\theta)\sin\theta} \tag{2.30}$$

$$\text{Suivant } X_2 : \frac{(\sigma_{cr}^*)_2}{\sigma_{fs}} = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{3\cos^2\theta} \tag{2.31}$$

Pour un hexagone régulier :

$$\frac{(\sigma_{cr}^*)_1}{\sigma_{fs}} = \frac{(\sigma_{cr}^*)_2}{\sigma_{fs}} = \frac{4}{9} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \tag{2.32}$$

Où : $\{\sigma_{fs} : \text{le module de rupture du solide.}\}$

2.3.1.3. Propriétés hors plan.

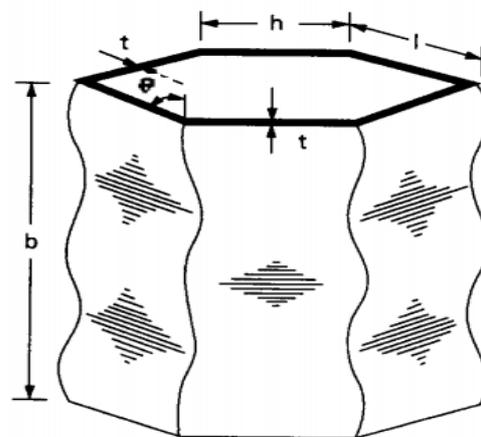


Fig. 2.11 : Le flambage élastique axial d'une cellule hexagonale ^[14].

Dans cette partie, nous considérons $h=1$, toutes les équations développées dans ce cas sont pour des nids d'abeilles avec cette géométrie.

Le module de Young suivant la direction x_3 est ^[14] :

$$\frac{E_3^*}{E_s} = \frac{t}{l} \frac{3}{2\cos\theta(1+\sin\theta)} = \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (2.33)$$

Les coefficients de Poisson $\nu_{31}^* = \nu_{32}^*$ sont supposés égaux au coefficient ν_s du matériau constituant le nid d'abeille.

La relation de réciprocité permet d'obtenir les deux autres coefficients de Poisson :

$$\nu_{13}^* = \frac{E_1}{E_3} \nu_s, \quad \nu_{23}^* = \frac{E_2}{E_3} \nu_s \quad (2.34)$$

Le comportement du nid d'abeille en cisaillement dépend de la géométrie. L'énergie de déformation a été exploitée pour estimer les modules de cisaillements G_{31}^* et G_{32}^* en fonction de la géométrie et la densité relative ainsi que G_s le module de cisaillement du matériau constitutif [Zhang et Ashby 1992]. Les résultats sont :

$$\frac{G_{31}^*}{G_s} = \frac{\cos^2\theta}{2} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) \quad (2.35)$$

$$\frac{(1+\sin\theta)^2}{4} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) \leq \frac{G_{32}^*}{G_s} \leq \frac{1+\sin^2\theta}{2} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) \quad (2.36)$$

Après la réponse élastique de la structure, un régime non linéaire sera suivi. Lorsqu'un nid d'abeille est comprimé suivant l'axe x_3 , et la contrainte dépasse le seuil d'élasticité, le flambage des parois se produit (figure 2.11) ; ce flambage caractérise la phase plateau dans la courbe contrainte-déformation. La charge critique de flambement est déterminée par la relation :

$$F_{cr} = \frac{K E_s t^3}{(1-\nu_s^2) l} \quad (2.37)$$

Où : $\begin{cases} K : \text{facteur décrit la contrainte aux extrémités.} \\ l : \text{la longueur des parois cellulaires.} \end{cases}$

Lorsque $b > 3l$, le constant K, est indépendant de b .

b : la hauteur du nid d'abeille.

La contrainte d'effondrement élastique est donnée par Zhang et Ashby ^[14] :

$$(\sigma_{el}^*)_3 = \frac{10F_{cr}}{2\cos\theta(1+\sin\theta)l^2} = \frac{5K E_s t^3}{(1-\nu_s^2)\cos\theta(1+\sin\theta)l^3} \quad (2.38)$$

En substituant l'équation (2.33), $\nu_s = 0.4$ et $K = 5.73$ de Roark et Young [Roark et Young 1975] pour satisfaire les conditions aux limites dans l'équation on obtiendra :

$$(\sigma_{el}^*)_3 = 10.10 \cos^2\theta(1 + \sin\theta)^2 E_s \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^3 \quad (2.39)$$

Noter que la fonction : $\cos^2\theta(1 + \sin\theta)^2$ est presque constante si l'angle θ est compris entre 0° et 45° , tandis que la contrainte d'effondrement élastique est très sensible à la densité relative.

Donc l'équation (2.39) se réduit à :

$$(\sigma_{el}^*)_3 = 14.2 E_s \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^3 \quad (2.40)$$

La contrainte d'effondrement plastique pour un hexagone régulier suivant X_3 est donnée par la relation [Wierzbicki 1983] :

$$(\sigma_{pl}^*)_3 = 6.6 \sigma_{ys} \left(\frac{t}{l}\right)^{5/3} \quad (2.41)$$

La contrainte à la rupture suivant X_3 s'écrit [Gibson et Ashby 1997]:

$$(\sigma_{cr}^*)_3 = \sigma_{fs} \frac{t}{l} \frac{3}{2\cos\theta(1+\sin\theta)} = \sigma_{fs} \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (2.42)$$

2.3.2. Modèle cubique ^[34].

Gent et Thomas ^[2, 3, 4] et Gent et Rusch ^[5, 6] furent les premiers modèles à réseau cubique, par la suite Gibson et Ashby ^[30] proposent un modèle cubique en trois dimension figure (2.12).

Pour des mousses à faible densité ($l \gg t$) l'analyse dimensionnelle, donne les relations suivantes :

$$\text{Mousse à cellules ouvertes : } \frac{\rho^*}{\rho_s} \propto \left[\frac{t}{l}\right]^2 \quad (2.43)$$

$$\text{Mousses à cellules fermées : } \frac{\rho^*}{\rho_s} \propto \frac{t_p}{l} \quad (2.44)$$

Où :

- l : Longueur des arêtes.
- t : L'épaisseur des arêtes.
- t_p : L'épaisseur des parois, dans le cas des mousses fermées.

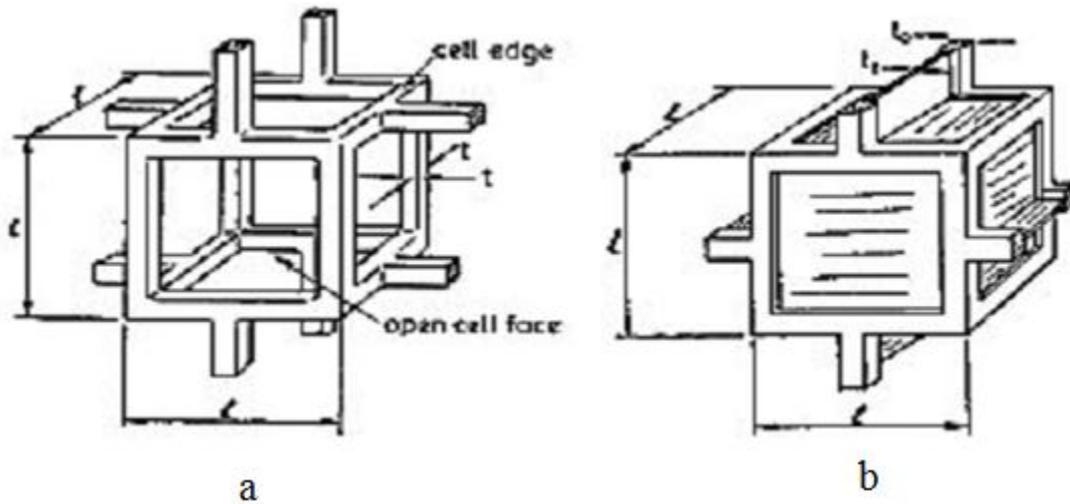


Figure.2.12 : Cellule cubique proposée par Gibson et Ashby (a) ouverte (b) fermée ^[30].

2.3.2.1. Comportement élastique.

Dans le régime élastique linéaire, Gibson et Ashby ^[30] considèrent que la mousse se déforme par la flexion des arêtes horizontales figure (2.13).

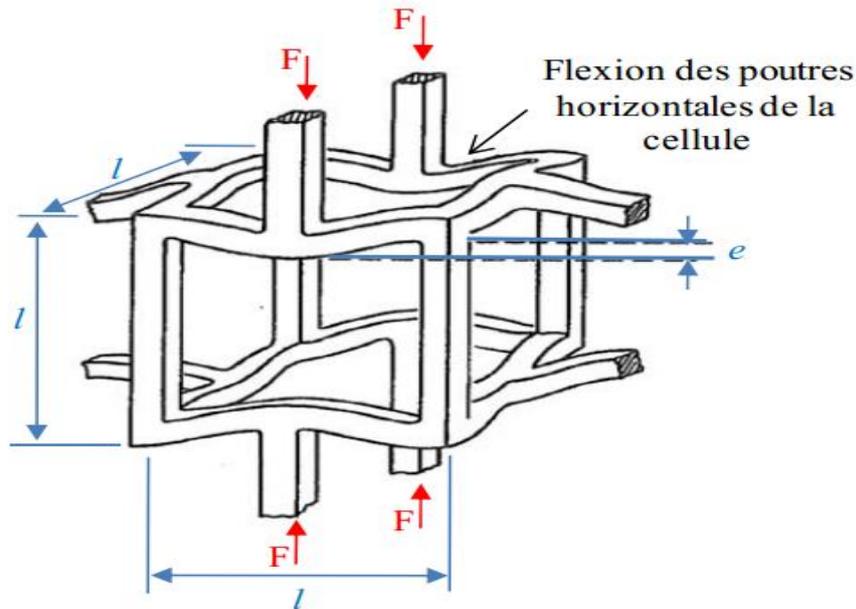


Fig.2.13: La flexion des arrêtes horizontales dans le régime élastique linéaire ^[30].

Dans ce cas on a :

$$F = \alpha \sigma \ell^2 \tag{2.45}$$

Où: $\left\{ \begin{array}{l} \sigma : \text{la contrainte de la flexion.} \\ F : \text{la force exercée.} \end{array} \right.$

La contrainte s'écrit : $\sigma \propto \frac{P}{\ell^2}$ (2.46)

La déformation s'écrit : $\varepsilon \propto \frac{\delta}{\ell}$ donc $\varepsilon \propto \frac{F \ell^3}{E_s I}$ (2.47)

Sachant que : $\delta \propto \frac{P \ell^3}{E_s}$ (2.48)

Où : $I = \frac{t^4}{12}$: le moment d'inertie d'une poutre.

Le module de Young peut alors être calculé par :

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} \propto E_s \left[\frac{t}{l} \right]^4 \text{ ou } \frac{E^*}{E_s} = C_1 d_r^2 \tag{2.49}$$

Pour le module de cisaillement G^* , et le coefficient de poisson ν^* d'une mousse :

$$\frac{G^*}{E_s} = C_2 d_r^2 \quad \text{et} \quad \nu^* = \frac{C_1}{2C_2} - 1 = C_3. \quad (2.50)$$

Où : $\begin{cases} C_1 \text{ et } C_2 \text{ sont des paramètres qui dépendent de la géométrie des cellules :} \\ C_1 = 1 \text{ et } C_2 = \frac{3}{8} \end{cases}$

Nous obtenons alors :

$$\frac{G^*}{E_s} = \frac{3}{8} d_r^2, \quad \nu^* = \frac{1}{3} \quad (2.51)$$

Dans le cas des mousses à cellules fermées, (figure 2.12.b) les relations sont les suivantes :

$$E^* = \varphi^2 E_s d_r^2 + (1 - \varphi) E_s d_r + \frac{p(1 - 2\nu^*)}{1 - d_r} \quad (2.52)$$

$$G^* = \frac{3}{8} E_s [\varphi^2 d_r^2 + (1 - \varphi) d_r], \quad \nu^* = \frac{1}{3} \quad (2.53)$$

Où : $\begin{cases} p : \text{La pression du gaz dans les cellules.} \\ \varphi : \text{La fraction volumique de solide contenu dans les arêtes des cellules.} \end{cases}$

Elle peut être calculée à partir de :

$$\varphi = \frac{t^2}{t^2 + (Q/p)t_p \ell} \quad (2.54)$$

Où : $\begin{cases} Q : \text{est le nombre de faces par sommet.} \\ p : \text{le nombre moyen d'arêtes par faces dans une cellule.} \end{cases}$

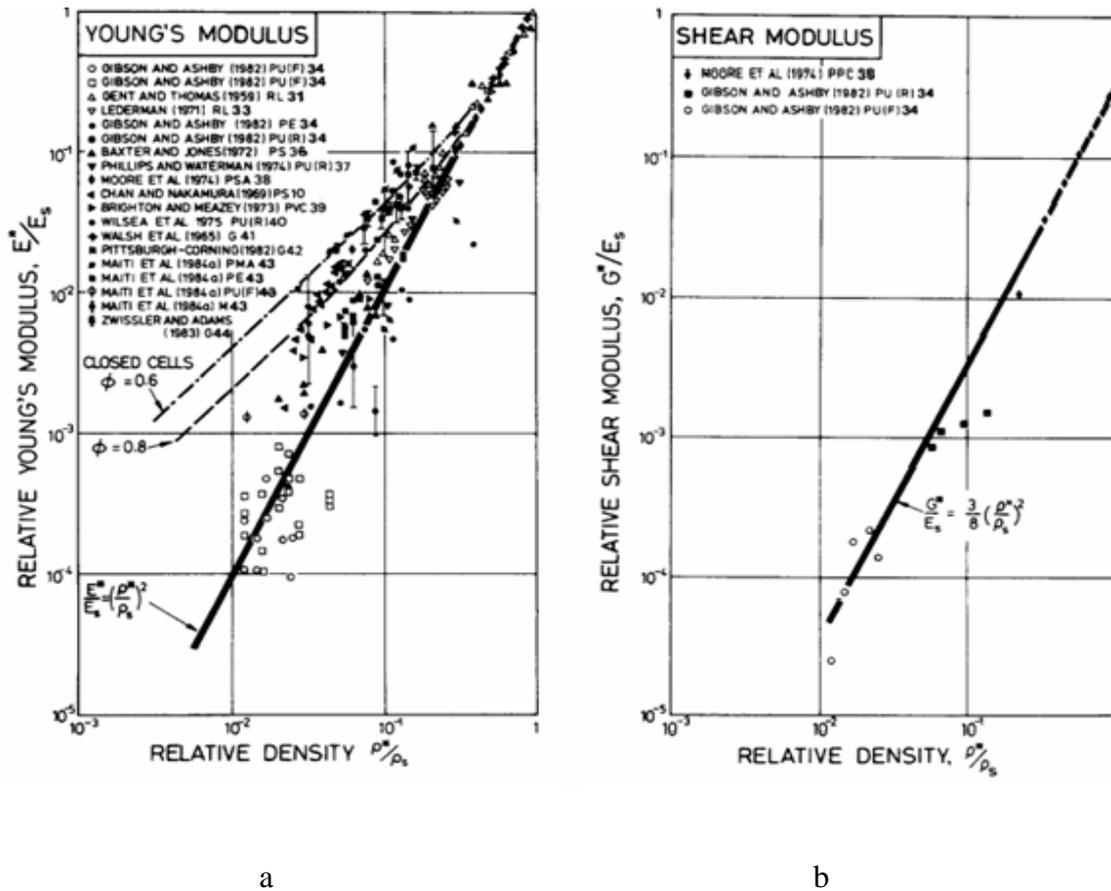


Fig.2.14. a : Évolution du module d'Young relatif en fonction de la densité relative.
 b : Évolution du module de cisaillement relatif en fonction de la densité relatif [38].

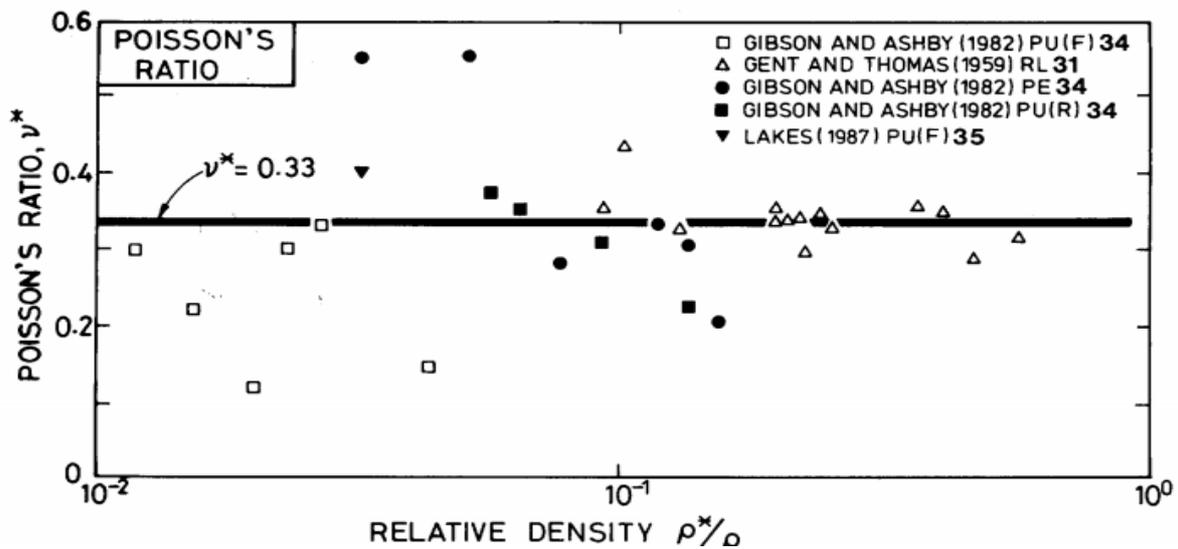


Fig.2.15: Variation du coefficient de poisson en fonction de la densité relative [38].

2.3.2.2. Comportement non élastique.

Après la phase élastique linéaire, la courbe contrainte déformation devient non linéaire. Gibson et Ashby on décrit deux types de déformations non linéaires

L'effondrement élastique.

Dans ce cas, les courbes contrainte-déformation en compression admettent une phase plateau, dû à un flambement élastique des arêtes des cellules, Comme le montre la figure (2.16.a).

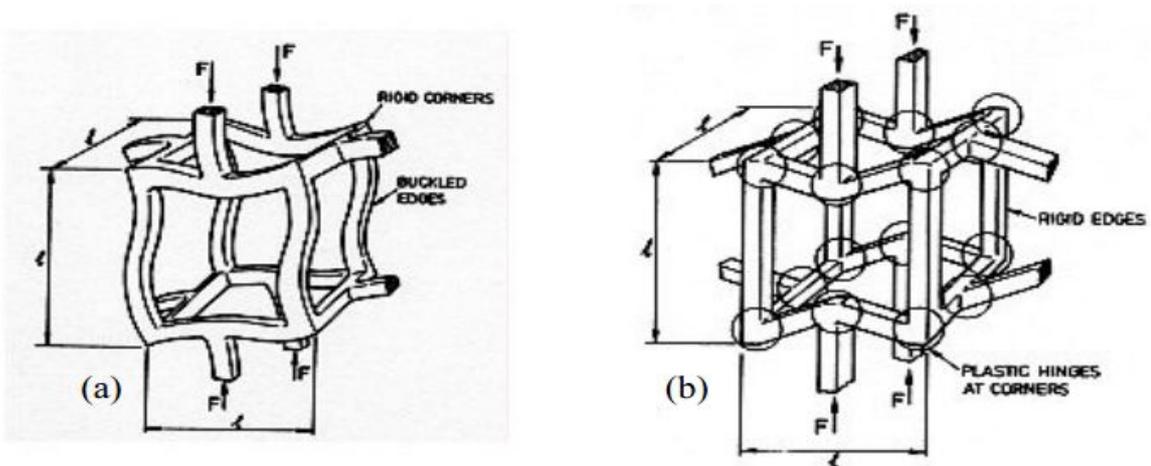


Figure 2.16 : Flambage des arêtes vertical (a) et l'apparition de rotules plastique au niveau de la jonction des arêtes (b).

L'effondrement élastique est caractérisé par la contrainte élastique de plateau σ_{el}^* . Pour analyser le flambement, la formule d'Euler est appliquée aux poutres des cellules ; selon cette formule, la force critique de flambage d'une poutre encastrée est :

$$F_{crit} = \frac{n^2 \pi^2 E_s I}{\ell^2} \tag{2.55}$$

Où : $\{n$: facteur décrit le degré de contrainte aux extrémités de la poutre.

La contrainte élastique d'effondrement, est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{el}^* \propto \frac{F_{crit}}{\ell^2} \propto \frac{E_s I}{\ell^4} \tag{2.56}$$

Ce qui donne :

$$\frac{\sigma_{el}^*}{E_s} \propto d_r^2 : \text{Tenant compte de (2.43) et (2.47).} \tag{2.57}$$

Gibson ^[39] trouve que le facteur de proportionnalité = 0.05

Outre la contribution des arêtes, une forte dépendance entre l'effondrement dans une mousse à cellules fermées et la pression du gaz emprisonné dans les cellules se crée. La contrainte d'effondrement élastique s'écrit :

$$\sigma_{el}^* = 0.05E_s d_r^2 + (p - p_{atm}) \quad (2.58)$$

Où : $\{ P_{atm} : \text{la pression atmosphérique.} \}$

L'effondrement plastique.

Les mousses rigides (polymères rigides, métaux), s'effondre d'une manière plastique. Ce phénomène, comme le flambage élastique, donne un plateau dans la courbe contrainte déformation à la différence qu'il n'est plus réversible.

Pour les mousses à cellules ouvertes, cette ruine plastique se traduit par des rotules aux jonctions des arêtes, Comme le montre la figure (2.16.b).

La contrainte d'effondrement plastique σ_{pl}^* du matériau cellulaire, est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\sigma_{pl}^*}{\sigma_{ys}} \propto [d_r]^{1.5} \quad (2.59)$$

Gibson [Gibson 1988] trouve que le facteur de proportionnalité = 0.3

Dans le cas des cellules fermées, il faut rajouter la contribution des parois et celle du gaz emprisonné dans les cellules. Gibson et Ashby^[30] obtiennent alors la relation suivante :

$$\frac{\sigma_{pl}^*}{\sigma_{ys}} = 0.3 [\varphi d_r]^{1.5} + (1 - \varphi) d_r + \frac{p - p_{atm}}{\sigma_{ys}} \quad (2.60)$$

Où : $\{ \sigma_{ys} : \text{la limite élastique du solide.} \}$

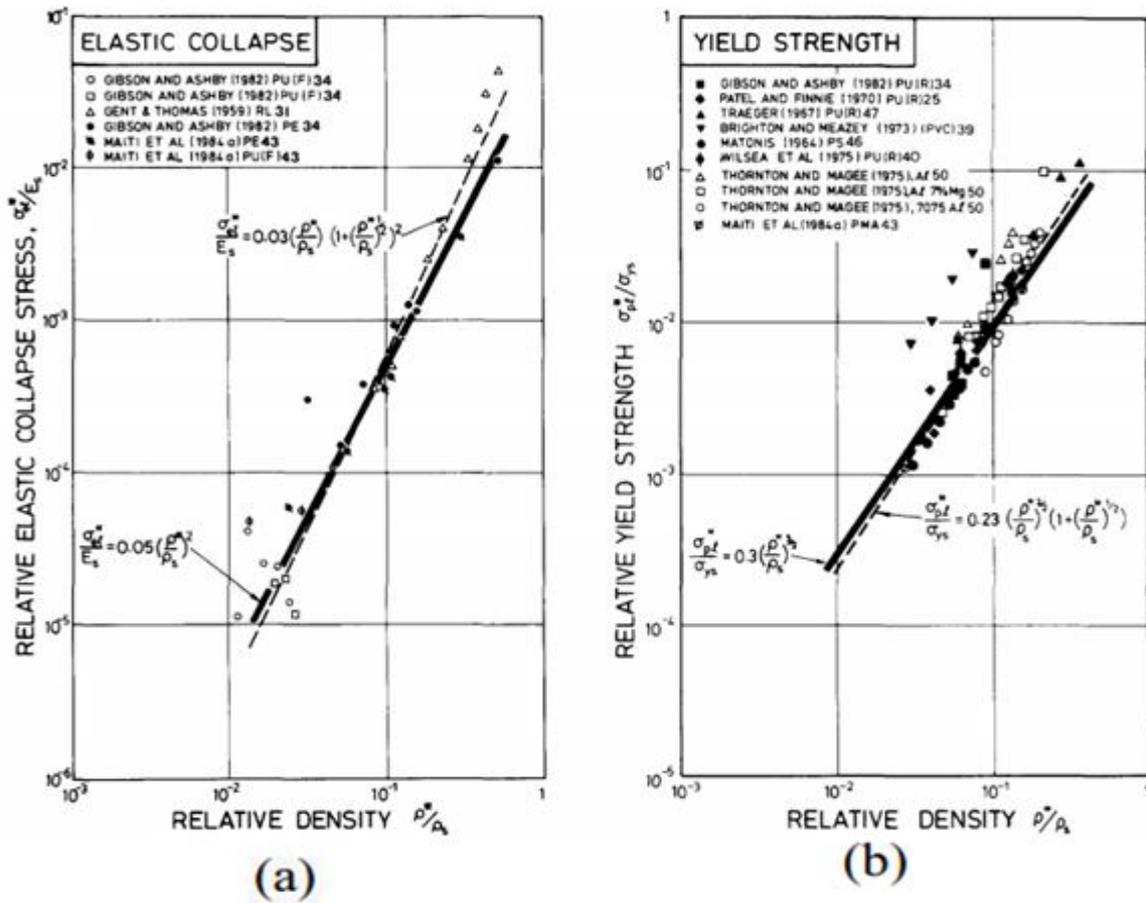


Fig.2.17.a : La contrainte de flambage élastique en fonction de la densité relative des mousses.

b : Évolution de la contrainte plastique de la mousse en fonction de la densité relative [38].

L'effondrement par rupture.

Les mousses fragiles (les céramiques, polymères fragiles), s'effondrent par le cassement des arêtes des cellules. La contrainte à la rupture σ_{cr}^* s'écrit :

- Cellules ouvertes :

$$\sigma_{cr}^* = 0.65[d_r]^{1.5} \tag{2.61}$$

-Cellules fermées :

$$\frac{\sigma_{cr}^*}{\sigma_{fs}} = 0.65[\varphi d_r]^{1.5} + (1 - \varphi) d_r \tag{2.62}$$

Où : $\{\sigma_{fs}$: le module de rupture du solide.

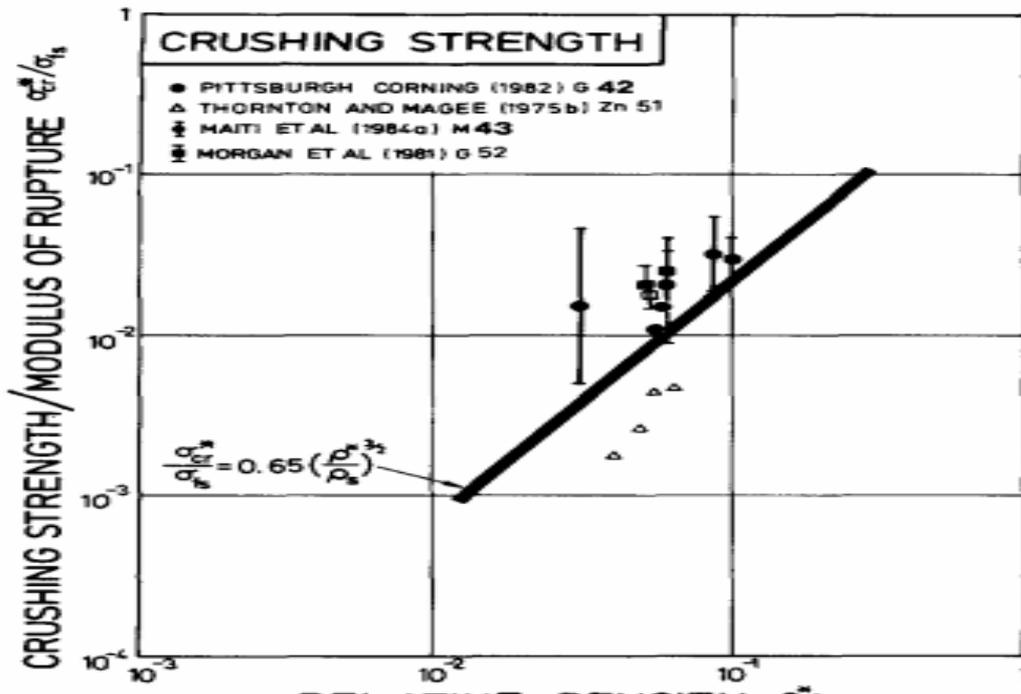


Figure.2.18 : Evolution de la contrainte de rupture de la mousse par le module de rupture du solide en fonction de la densité relative.

2.3.3. Modèle tétraédrique.

La structure tétraédrique est un assemblage de quatre poutres faisant toutes deux à deux un angle de 109° , cette description géométrique a été utilisée par Warren et Kraynik^[35]. Ces derniers obtiennent la densité et le module de Young ainsi que le module de cisaillement et le coefficient de Poisson pour ce type de structure, et les résultats sont les suivants :

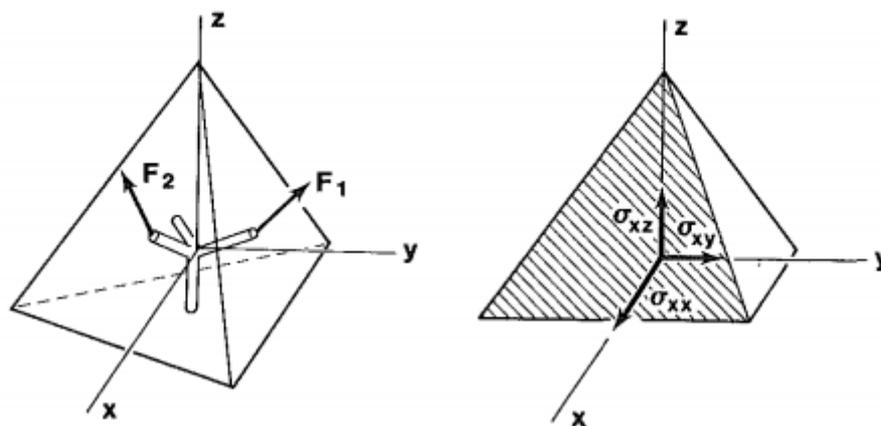


Figure.2.19 : Modèle tétraédrique^[35].

$$d_r = \frac{A}{2\sqrt{3}l^2}. \quad (2.63)$$

Où : $\begin{cases} l: \text{la longueur des poutres.} \\ A: \text{la section droite.} \end{cases}$

$$\frac{E^*}{E_S} = \frac{33\sqrt{3}}{5} \frac{I}{A^2} d_r^2. \quad (2.64)$$

Où I : le moment d'inertie de la poutre.

Section circulaire

$$I/A^2 = 1/4\pi, \quad \frac{E^*}{E_S} = 0.91 d_r^2. \quad (2.65)$$

Section triangulaire :

$$I/A^2 = 1/6\sqrt{3}, \quad \frac{E^*}{E_S} = 1.1 d_r^2. \quad (2.66)$$

Section plateau (forme triangulaire dont les arêtes sont des arcs de cercle orientés vers l'extérieures) :

$$I/A^2 = \frac{20\sqrt{3}-11\pi}{6(2\sqrt{3}-\pi)^2}, \quad \frac{E^*}{E_S} = 1.53 d_r^2. \quad (2.67)$$

Le module de cisaillement peut être calculé par la relation :

$$\frac{G_*}{E_S} = \frac{11l^2 AI + 12I^2}{120\sqrt{3}l^4 I + 20\sqrt{3} l^6 A} \quad (2.68)$$

Le coefficient de poisson est:

$$\nu_* = \frac{5l^4 A^2 - 3l^2 IA - 36I^2}{10l^4 A^2 + 93l^2 IA + 36I^2} \quad (2.69)$$

2.3.4. Le tétrakaidécaèdre ^[8, 9].

Ce polyèdre possède 14 faces, 6 carrées et 8 hexagonales, comme le montre la figure (2.20), les tétrakaidécaèdres sont des polyèdres semi réguliers qui peuvent paver l'espace avec des cellules de même forme dont la surface entre les cellules soit minimale

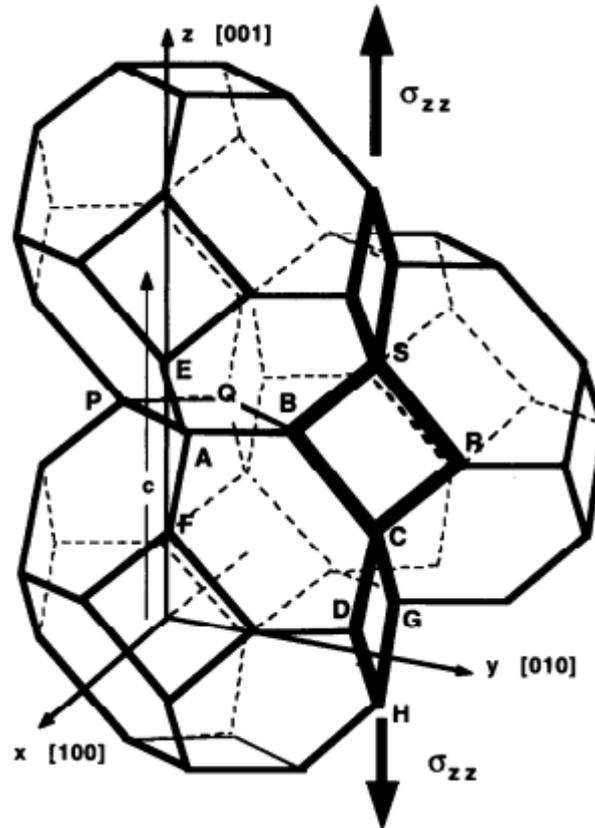


Figure.2.20 : Cellules tétrakaidécaèdre en 3D [8,9].

Le module de Young E_{100}^* suivant les arêtes de cube est :

$$E_{100}^* = \frac{6\sqrt{2}E_S I}{L^4(1+12I/Al^2)} \quad (2.70)$$

Où : $\begin{cases} I : \text{le moment d'inertie des arêtes.} \\ A : \text{la surface de la section droide.} \\ l : \text{la longueur des arêtes.} \end{cases}$

Le coefficient de Poisson est de la forme :

$$\nu_{12}^* = 0.5 \left(\frac{Al^2 - 12I}{Al^2 + 12I} \right) \quad (2.71)$$

On note que pour les faibles densités relatives, le terme $l^2/E_S A$ soit négligeable [8,9]

Et comme :

$$\frac{1}{E_{100}^*} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \left(\frac{12l^2}{E_S A} + \frac{l^4}{E_S I} \right). \quad (2.72)$$

D'où :

$$E_{100}^* \approx \frac{6\sqrt{2}E_S l}{L^4}. \quad (2.73)$$

Le module de cisaillement est donné par la relation :

$$\frac{1}{G_{12}^*} = \frac{2\sqrt{2}l^2}{E_S A} + \frac{\sqrt{2}l^4}{6E_S l} \left(\frac{8E_S l + G_* J}{5E_S l + G_* J} \right). \quad (2.74)$$

Où : J : le moment dipolaire des arêtes.
 G_* : le module de cisaillement du matériau massif.

2.4. L'énergie absorbée pour une mousse élastique.

2.4.1. Construction des diagrammes contrainte-déformation ^[40].

La densité relative $\rho(\varepsilon)/\rho_s$ après une déformation compressive ε s'écrit :

$$\frac{\rho(\varepsilon)}{\rho_s} = \frac{\rho}{\rho_s} \left(\frac{1}{1-\varepsilon} \right) \quad (2.75)$$

Où : $\frac{\rho}{\rho_s}$ est la densité relative initiale.

Lorsque la densification est complète, et la courbe contrainte-déformation devient presque verticale, où $\frac{\rho(\varepsilon)}{\rho_s} = 1$, la déformation devient : $\varepsilon_f = 1 - \rho/\rho_s$.

Maiti, Gibson et Ashby ^[40] trouvent expérimentalement que la fin du plateau correspond à :

$\frac{\rho(\varepsilon)}{\rho_s} = \frac{1}{3}$, (le solide occupe $\frac{1}{3}$ du volume total), et la déformation devient : $\varepsilon_s = 3 - \rho/\rho_s$.

La longueur des arêtes, après une certaine déformation ε peut s'écrire comme suit:

$$l(\varepsilon) = l_0 \frac{\left[1 - \left(\frac{\rho(\varepsilon)}{\rho_s} \right)^{1/3} \right]}{1 - (\rho/\rho_s)^{1/3}} \quad (2.76)$$

Où : l_0 : la longueur initiale des arêtes.

En utilisant l'équation (2.75) on obtiendra :

$$l(\varepsilon) = l_0 \frac{\left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_s(1-\varepsilon)} \right)^{1/3} \right]}{1 - (\rho/\rho_s)^{1/3}}. \quad (2.77)$$

En remplaçant F par la valeur σl_0^2 et tenant compte (2.21) en obtiendra :

$$\frac{\sigma}{E_s} = 0.05 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \left\{ \frac{1 - (\rho/\rho_s)^{1/3}}{1 - [\rho/\rho_s \frac{1}{(1-\varepsilon)}]^{1/3}} \right\}^2 \quad (2.78)$$

De même on obtiendra pour les mousses plastiques :

$$\frac{\sigma}{E_s} = 0.3 \frac{\sigma_y}{E_s} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{3/2} \left\{ \frac{1 - (\rho/\rho_s)^{1/3}}{1 - [\rho/\rho_s \frac{1}{(1-\varepsilon)}]^{1/3}} \right\}^2 \quad (2.79)$$

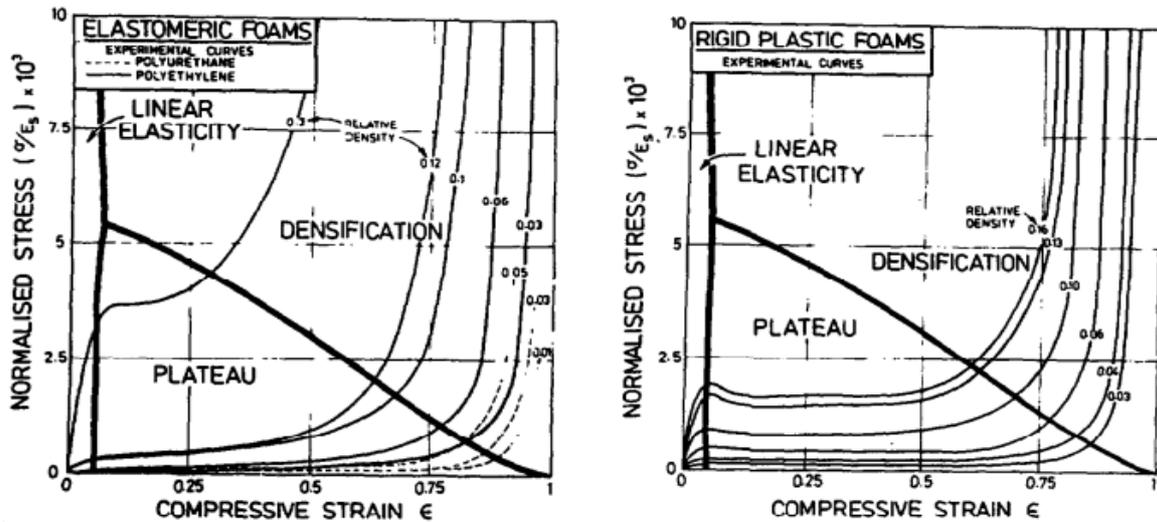


Fig.2.21 : diagrammes contrainte-déformation [40].

2.4.2. Le phénomène de densification.

L'application très fréquente des mousses polymériques est l'emballage de matériel fragile. Cette application est due à la capacité des mousses d'absorber de l'énergie en compression. Pour une description simplifiée, considérons une courbe typique contrainte-déformation d'un matériau cellulaire soumis à un essai de compression comme celle de la figure (2.22) : la courbe se décompose en trois zones : élasticité linéaire, plateau d'effondrement et densification.

W : énergie absorbée jusqu'à la densification.

$\frac{W}{E_s}$: Air sous la courbe contrainte-déformation.



Fig 2.22: Courbe contrainte-déformation pour un matériau cellulaire.

2.4.3. Construction des diagrammes de l'énergie absorbée

L'énergie absorbée jusqu'à une déformation ϵ^* , où la contrainte est σ est donnée par :

$$W = \int_0^{\epsilon_0} \sigma \, d\epsilon + \int_{\epsilon_0}^{\epsilon^*} \sigma(\epsilon) \, d\epsilon \tag{2.80}$$

$$\text{Ou : } \frac{W}{E_s} = \frac{1}{2} \frac{E^*}{E_s} \epsilon_0^2 + \int_{\epsilon_0}^{\epsilon^*} \frac{\sigma(\epsilon)}{E_s} \, d\epsilon \tag{2.81}$$

On intègre cette équation en utilisant l'équation (2.78) pour les solides cellulaires élastiques, et l'équation (2.79) pour les solides cellulaires plastiques : on obtiendra les diagrammes :

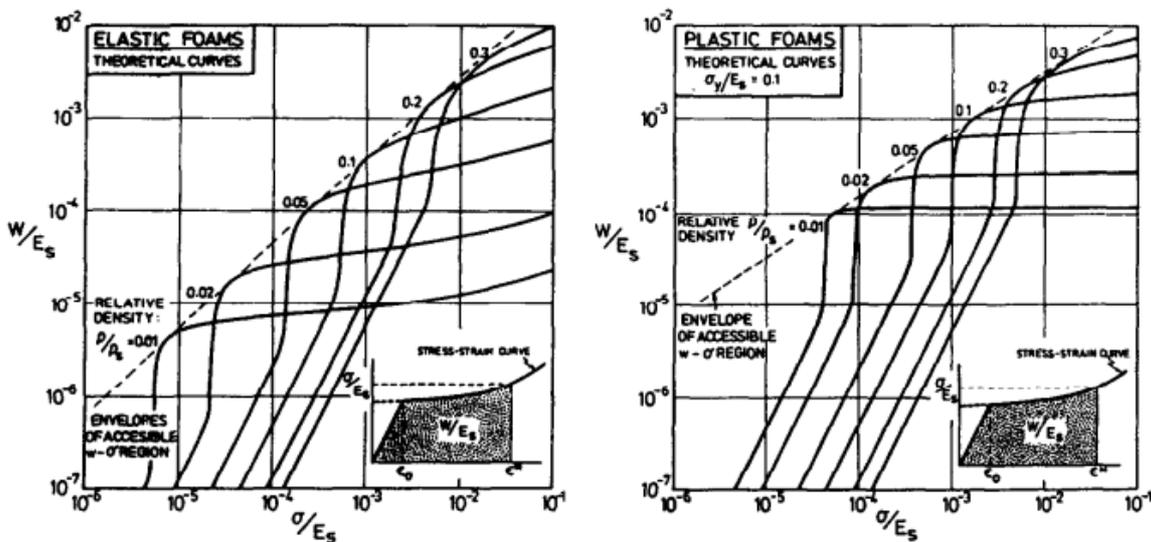


Fig.2.23 : les diagrammes de l'énergie absorbée.

2.4. 4. La courbe enveloppe.

L'enveloppe de l'énergie absorbée est l'ensemble des points critiques associé à la famille des courbes (figure 2.23), c'est une courbe tangente à chacun des diagrammes pour différentes densités, elle permet d'estimer, en chaque section de densité, la valeur maximale de l'énergie qui peut être absorbée par le polymère cellulaire pour une contrainte bien déterminée.

Pour les mousses élastiques l'équation de la droite correspondante à l'enveloppe est approximativement :

$$\frac{W}{E_s} = 0.11 \left(\frac{\sigma}{E_s} \right)^{7/8} \quad (2.82)$$

Pour les mousses plastiques avec $\frac{\sigma_y}{E_s} = 0.1$, l'équation de la droite est approximativement :

$$\frac{W}{E_s} = 0.05 \left(\frac{\sigma}{E_s} \right)^{2/3} \quad (2.83)$$

2.5. Conclusion.

En conclusion, l'analyse dimensionnelle permet de trouver des expressions reliant les caractéristiques macroscopiques d'un matériau à sa microstructure. Nous avons pu voir que les caractérisations mécaniques d'une mousse sont fortement liées de sa structure et des propriétés du matériau constitutif. La plupart des modèles, considèrent les solides cellulaires comme des assemblages de polyèdres réguliers, forme cubique, tétraèdre, et tétrakaidécaèdre.

CHAPITRE III

LA SIMULATION NUMÉRIQUE

3.1. Introduction.

La simulation numérique est l'un des outils permettant de simuler des phénomènes réels. Appelée aussi simulation informatique, elle désigne un procédé selon lequel on exécute un programme informatique sur un ordinateur en vue de simuler par exemple un phénomène physique complexe (ex: chute d'un corps sur un support mou, résistance d'une plateforme pétrolière à la houle, fatigue d'un matériau sous sollicitation vibratoire, usure d'un roulement à billes, ...).

Les simulations numériques scientifiques reposent sur la mise en œuvre de modèles théoriques utilisant souvent la technique dite des éléments finis. Elles sont donc une adaptation aux moyens numériques de la modélisation mathématique, et servent à étudier le fonctionnement et les propriétés d'un système modélisé ainsi qu'à en prédire son évolution. On parle également de calcul numérique.

Les interfaces graphiques permettent la visualisation des résultats des calculs par des images de synthèse.

Dans la plupart des projets ^[23], la MEF est souvent utilisée pour prédire la déformation de la structure en service et fournir des données relatives à la phase de construction (déplacement et déformation en cours de construction). Le calcul par la MEF est souvent effectué afin de vérifier le comportement constaté du dispositif.

L'analyse de type éléments finis d'une structure peut notamment comporter les étapes suivantes ^[31] :

- la définition de la géométrie et conditions aux limites,
- le choix de la relation déformations-contraintes des matériaux utilisés,
- les caractéristiques mécaniques des interfaces,
- la définition des chargements,
- la visualisation des résultats.

3.2. Le code de calcul Abaqus

3.2.1. Structure générale d'un code de calcul

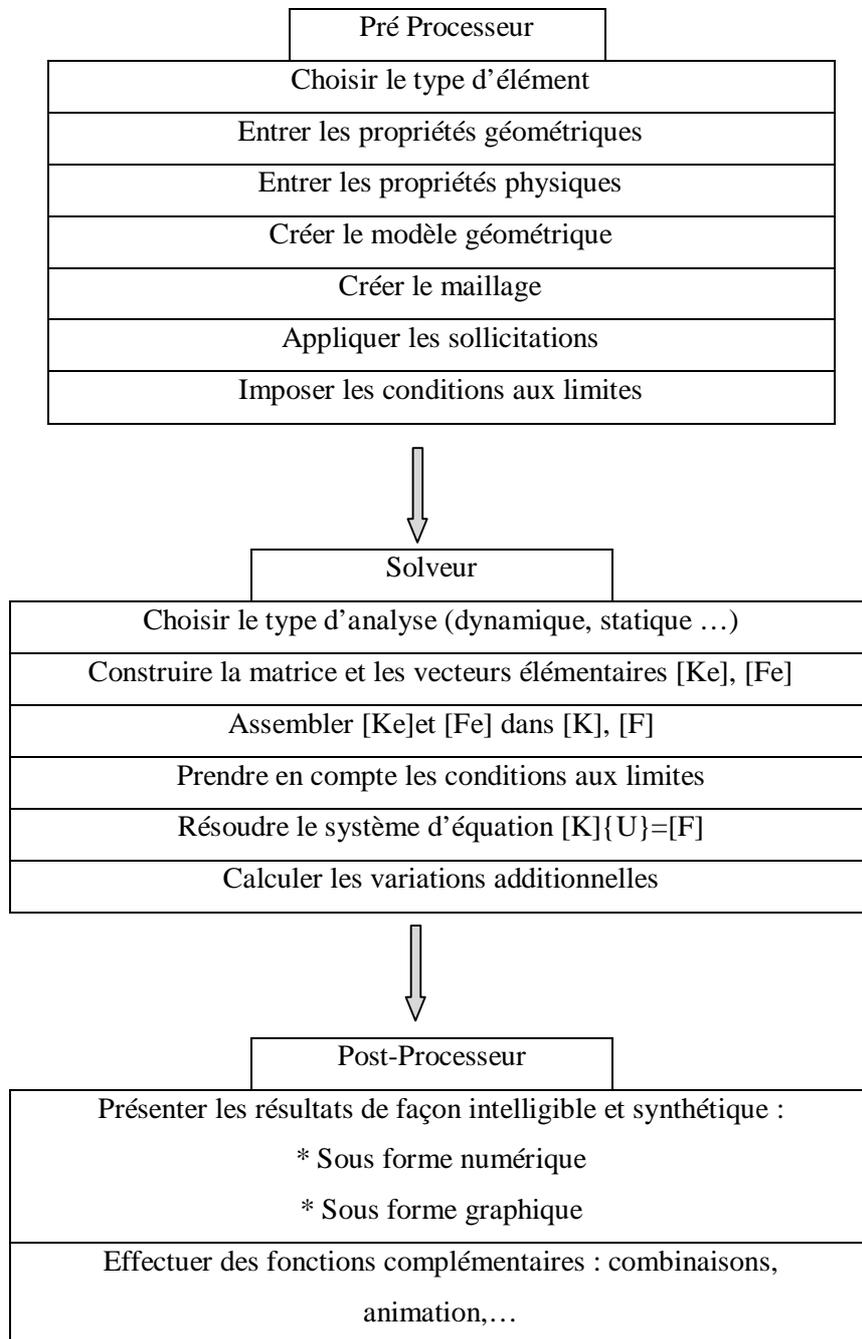


Fig.3.1 : La structure générale d'un code de calcul.

3.2.2. Présentation générale d'Abaqus.

ABAQUS est un code de calcul utilisant la MEF créé en 1978. Selon la méthode de résolution, on distingue deux grands codes ^[31] :

- ABAQUS/Standard : résolution par un algorithme statique implicite,

-ABAQUS/Explicit : résolution par un algorithme dynamique explicite.

La version que nous avons utilisé, ABAQUS 6.9.1, permet de traiter des problèmes couplés (hydromécanique, thermomécanique ...) dans les divers domaines (mécaniques, thermiques, électriques ...). Un très large choix d'éléments en 2D ou 3D est proposé dans le code pour des analyses statiques, dynamiques, linéaires et non-linéaires. La structure d'une analyse ABAQUS est présentée sur la figure (3.2).

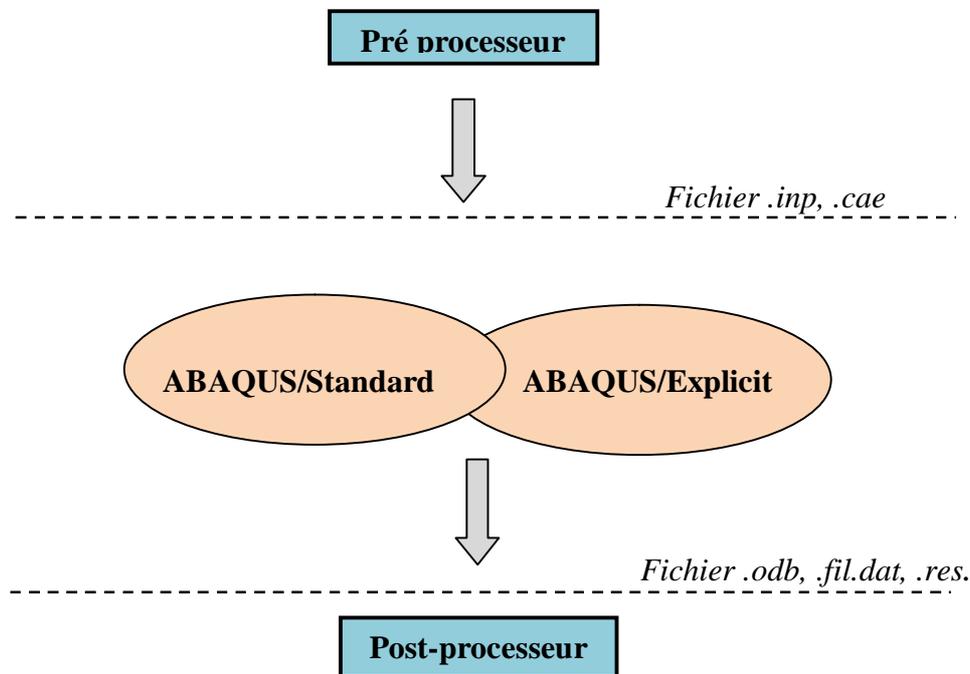


Fig.3.2 : La structure d'une analyse ABAQUS ^[22].

Le pré-processeur lit le fichier d'entrée qui définit la géométrie du modèle, sa discrétisation, les conditions aux limites, les chargements appliqués et les résultats demandés. Ensuite ABAQUS exécute le calcul, le post-processeur se charge de récupérer les résultats et permet aux utilisateurs de les visualiser puis de les exploiter. Plus de détails concernant l'utilisation d'ABAQUS seront donnés par la suite. ^[22].

- *Domaines physiques:*

Mécanique, Thermique, Électrique, Problèmes couplés.

- Problèmes*: Statique et dynamique, Linéaires et non linéaires.
- Catégories d'éléments*: Milieu continu (2D et 3D), Poutres, plaques, coques, éléments spéciaux (ressorts, masses,...)
- Géométries*: Approximations linéaires et quadratiques, triangles, quadrangles, hexaèdres, tétraèdres, pentaèdres
- Un très large choix d'éléments.
- Possibilités de programmer de nouveaux éléments (en FORTRAN, sur ABAQUS/Standard).

3.2.3. Le modèle Hyperfoam Ogden sur Abaqus

Le modèle « Hyperfoam » est destiné à la mousse élastique, ce modèle a été utilisé par plusieurs auteurs, Mills et al ^[24], Mills et Lyn ^[25], Ont utilisé le modèle Hyperfoam Ogden pour simuler le comportement mécanique des mousses de différentes applications, des semelles pour souliers et casque anti-choc. Grujicic et al ^[26] ont étudié la résistance en compression pour certains polymères cellulaires utilisés dans le secteur automobile et transports. Leur étude est basée sur le modèle Hyperfoam Ogden.

3.2.3.1. L'équation constitutive générale pour les matériaux hyperélastique.

Pour décrire le comportement viscoélastique à l'état compressible des matériaux, une équation constitutive viscoélastique est utilisée. Le tenseur de la contrainte S est supposée divisé en deux composantes. ^[27] : l'une d'équilibre, l'autre de surcharge.

$$S = S_G + S_{GV} \quad (3.1)$$

La fonction énergie de déformation est donnée par formule :

$$W = J S \cdot D \quad \text{avec } J = \det F \quad (3.2)$$

Où : $\left\{ \begin{array}{l} w: \text{la fonction énergie de déformation.} \\ F: \text{le gradient de déformation.} \\ S: \text{le tenseur de contrainte de CAUCHY.} \\ D: \text{le tenseur de déformation.} \end{array} \right.$

On peut déterminer la composante du tenseur de déformation par la relation suivante :

$$D = \frac{1}{2} F^{-T} \cdot C \cdot F^{-1} \quad (3.3)$$

Avec :

$$W = W(U) = W(C) = \begin{cases} > 0 \text{ pour } C \neq I \\ = 0 \text{ pour } C = I \end{cases} \quad (3.4)$$

Où : $\begin{cases} C: \text{ le tenseur de la droite de CAUCHY - GREEN.} \\ U: \text{ le tenseur des allongements.} \end{cases}$

Il est à noter que : ($C=I$) dans le cas non déformé, ($C \neq I$) dans le cas déformé.

L'équation constitutive générale pour le cas non-linéaire hyperélastique est obtenue en substituant les équations (3.3) et (3.4) dans (3.2) on aura :

$$S = 2 J^{-1} F \cdot \frac{\partial W(C)}{\partial C} \cdot F^T \quad (3.5)$$

3.2.3.2. La fonction énergie de déformation pour les polymères compressibles.

Pour décrire le comportement mécanique des polymères dans le cas compressible, la fonction énergie de déformation a été proposée par Hill ^[28] et Storakers ^[29]:

$$W = \sum_{i=1}^N 2 \frac{\mu_i}{\alpha_i^2} \left[\hat{\lambda}_1^{\alpha_i} + \hat{\lambda}_2^{\alpha_i} + \hat{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3 + \frac{1}{\beta_i} \left(J^{el} \right)^{-\alpha_i \beta_i} - 1 \right] \quad (3.6)$$

En substituant l'équation (3.6) dans l'équation (3.5) on obtient :

$$S = 2 J^{-1} \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left[\hat{\lambda}_i^{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_i} J \frac{\partial f(J)}{\partial J} n_k n_k \right] \right\} \quad (3.7)$$

Où : $\begin{cases} N: \text{ l'ordre de calibration.} \\ \mu_i, \alpha_i, \text{ et } \beta_i: \text{ sont des constantes de calibration depend de la température.} \end{cases}$

$$\text{Il est à noter que : } f(J) = \frac{1}{\beta_i} \left(J^{el} \right)^{-\alpha_i \beta_i} - 1 \quad (3.8)$$

$$\hat{\lambda}_i = (J^{th})^{-\frac{1}{3}} \lambda_i \rightarrow \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 \hat{\lambda}_3 = J^{el} \quad (3.9)$$

Avec : $\begin{cases} J^{el}: \text{ est le rapport de volume lors d'une déformation élastique.} \\ J^{th}: \text{ est le rapport de volume lors d'une dilatation thermique.} \\ \lambda_i: \text{ sont les allongements principaux.} \end{cases}$

J^{el} : Est lié à J^{th} par l'équation (3.10)

$$J^{el} = \frac{J}{J_{th}} \quad (3.10)$$

Sachant que : J est le rapport de volume total.

Le coefficient de Lamé initial est :

$$\sum_{i=1}^N \mu_i = \mu_0 \quad (3.11)$$

Et le module de cisaillement initial est :

$$\sum_{i=1}^N 2\mu_i(\beta_i + 1/3) = \kappa_0 \quad (3.12)$$

Le coefficient β_i détermine le degré de compressibilité, il est relié au coefficient de poisson ν_i par l'expression suivante :

$$\beta_i = \frac{\nu_i}{1-2\nu_i} \quad \text{respectivement} \quad \nu_i = \frac{\beta_i}{1+2\beta_i} \quad i=1,2, \dots, N \quad (3.14)$$

Pour le cas particulier : $\beta_i = \beta = \text{const}$, ν : est le coefficient de Poisson.

Selon Hill ^[28] et Storakers [Storaker 1986] les considérations suivantes sont toujours valides.

$$\mu_i \alpha_i > 0 \quad (i = 1,2, \dots, N) \text{ et } \beta > -\frac{1}{3} \quad (3.14)$$

3.3. Géométrie de la structure considérée et conditions aux limites.

Il s'agit d'une structure cubique de dimensions 40*40*40mm, soumise à une compression uniaxiale et uniforme, Les déplacements et les rotations sont fixés sur le coté inférieur de la structure. La figure (3.3) résume l'ensemble de la modélisation.

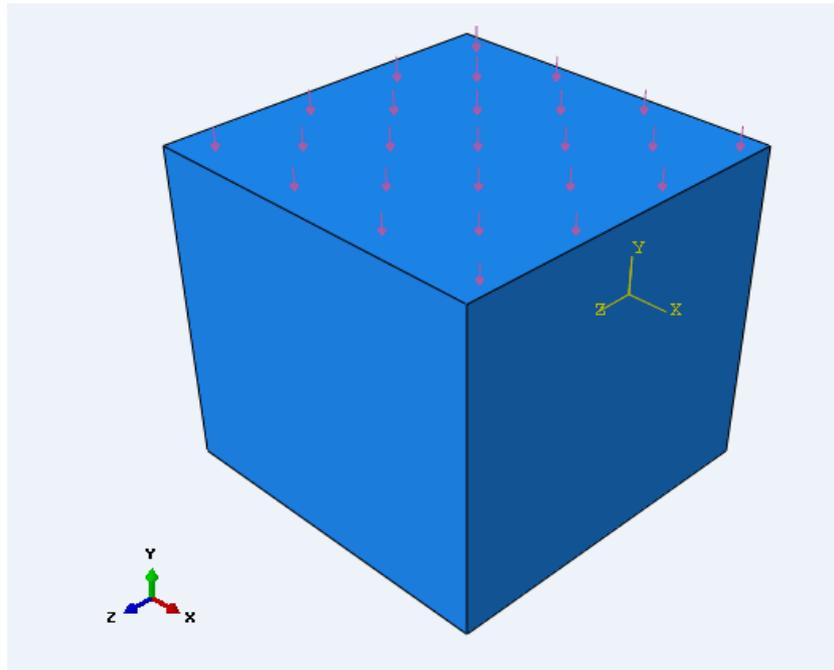


Fig. 3.3 : l'ensemble de la modélisation.

3.4. Matériau considéré.

Notre choix s'est porté sur les mousses polyuréthane à cellules ouvertes, Ces mousses couvrent des plages de densité apparente très larges, présentent des morphologies et structures très différentes, sont proposés avec des modules allant d'une grande souplesse jusqu'à la rigidité et couvrent la majorité des applications connues ^[44].

Le polyuréthane massif possède les caractéristiques suivantes ^[34] :

Le module d'Young : $E_s = 2500 \text{ MPA}$.

La densité : $d_s = 1.18 \text{ g/cm}^3$.

La limite élastique : $\sigma_{ys} = 40 \text{ MPa}$

3.4.1. Calcul des constantes élastiques.

Le matériau cellulaire considéré est le polyuréthane à cellule ouverte forme cubique, les formules (2.49, 2.50, 2.51) développées par Gibson et Ashby, ^[30], ont permis d'obtenir le module de Young E^* , le module de cisaillement G^* ainsi que le coefficient de poisson ν^* .

La densité relative d_r	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
la densité d (g/cm^3)	0.354	0.472	0.59	0.708	0.826	0.944
Module de Young E^* (MPa)	225	400	625	900	1225	1600
Module de cisaillement G^* (MPa)	84.4	150	234.4	337.5	459.4	600
Le coefficient de poisson ν^*	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33

Tab.3.1 : Calcul des constantes élastiques.

3.5. Maillage de la structure.

Le type d'élément adopté pour le maillage de la structure est l'élément tétraédrique à quatre nœuds. Ce choix est justifié par le fait que son application large dans les problèmes d'analyse de contrainte a conduit à des résultats très appréciables. Dans la figure 3.4 on montre un maillage composé de 39963 éléments.

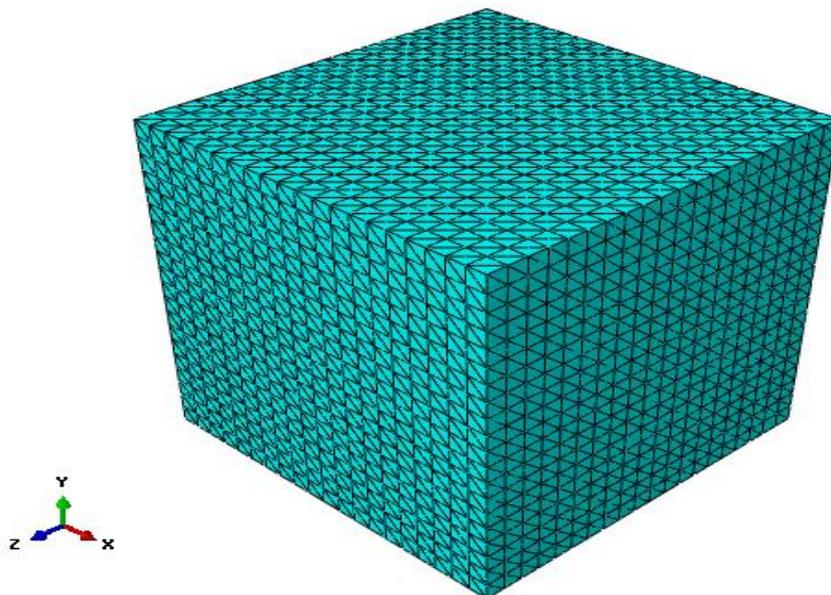


Fig. 3.4 : Maillage de la structure.

3.6. Résultats et discussion.

3.6.1. Visualisation des résultats pour une densité 30%.

Contrainte de Von Mises.

Un système de forces extérieures appliqué à un corps engendre un système de forces intérieures résultant de l'interaction des particules élémentaires. A chaque force élémentaire correspond une contrainte. La contrainte de Von Mises est utilisée pour illustrer la répartition des niveaux de contrainte subis par le matériau. La contrainte de Von Mises s'écrit :

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}{2}} \leq \sigma_e$$

Où les valeurs de σ sont les contraintes normales et τ les contraintes de cisaillement.

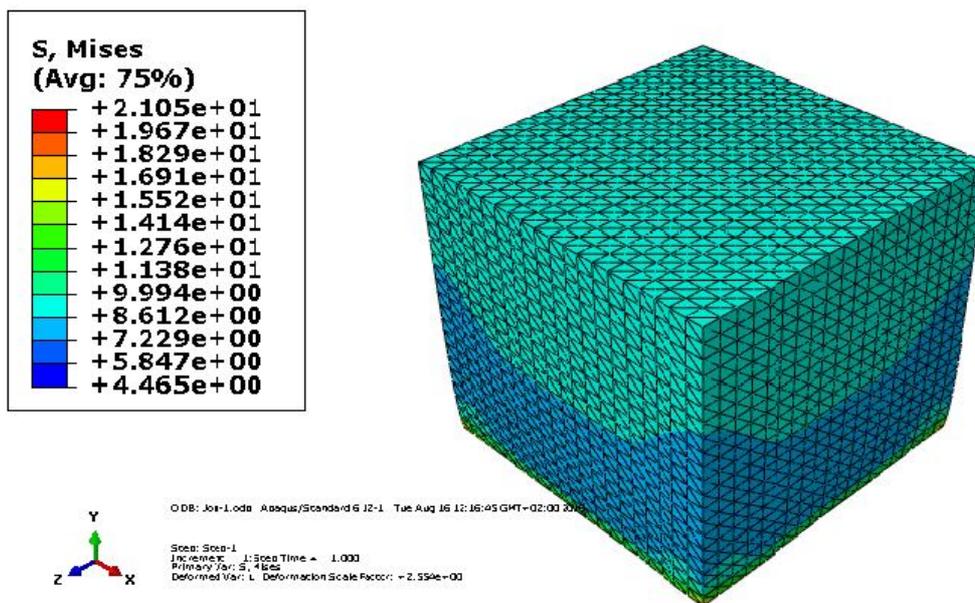


Fig.3.5 : Contraintes de Von Mises pour $d_f = 30\%$.

La déformation.

Le polyuréthane cellulaire est un solide déformable. Au cours de sa compression. Elle se déforme. La grandeur des déformations est définie comme des elongations par unité de longueur dans une direction. La déformation ε suivant une longueur L s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

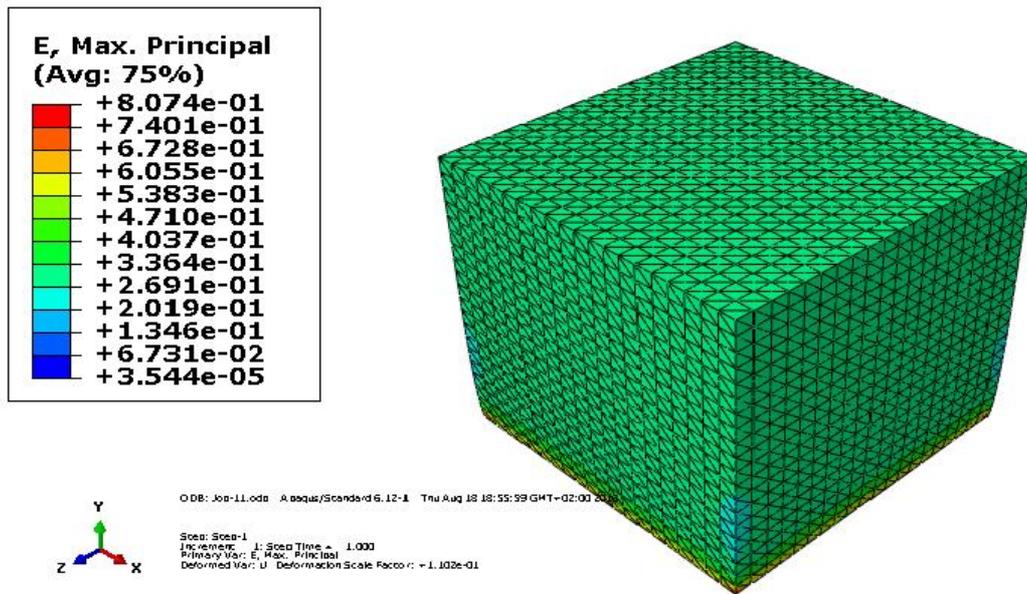


Fig.3.6 : Déformation pour $d_r = 30\%$.

Courbe contrainte déformation.

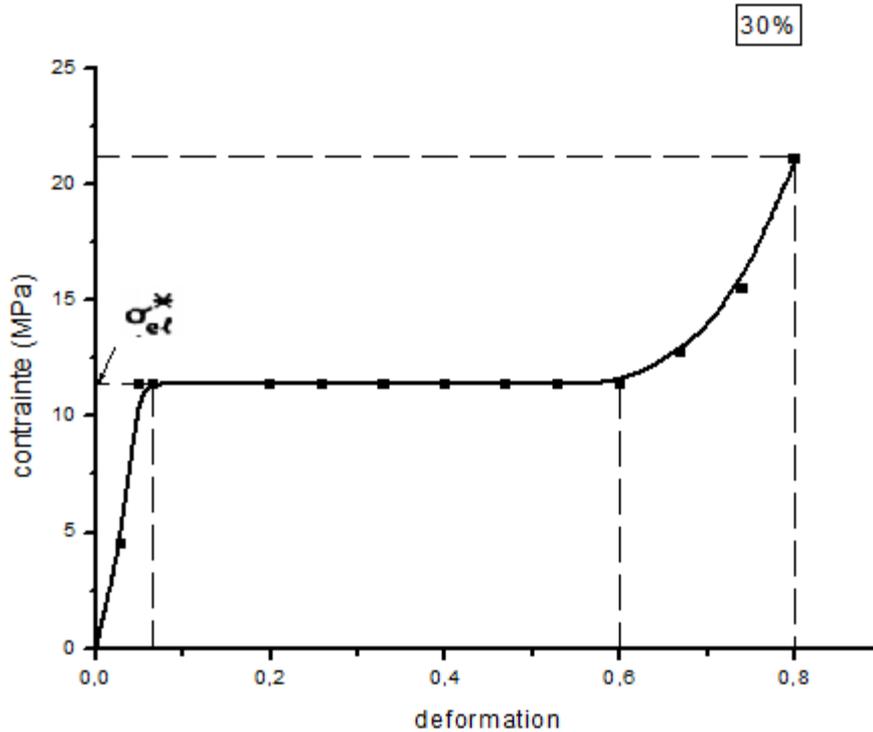


Fig.3.7 : Réponse mécanique pour $d_r = 30\%$.

La figure (3.7) présente la réponse mécanique lors d'un essai de compression uniaxiale pour une valeur de densité relative 30%, selon cette courbe on peut distinguer trois zones. Dans la première zone, la contrainte augmente considérablement de manière quasi proportionnelle à la déformation, cette zone correspond à la réponse élastique. La deuxième zone est caractérisée par un net ralentissement de l'accroissement de la contrainte à partir d'environ 5% de déformation. La troisième zone se traduit par une nouvelle augmentation rapide de la contrainte qui caractérise le processus de la densification de la mousse.

La densité relative d_r (30%)	Limite élastique σ_{el}^* (MPa)	Déformation à la densification ϵ_D	Déformation maximale ϵ_{max}	Contrainte maximale σ_{max} (MPa)
Valeur simulée	11.38	0.6	0.8	21.05
Gibson et Ashby	11.25			
Ecart (%)	1.14			

Tab.3.2 : Résultats obtenus pour $d_r = 30\%$.

3.6.2. Comparaison entre l'énergie absorbée par le solide cellulaire et le solide qui la compose.

Densité 50%.

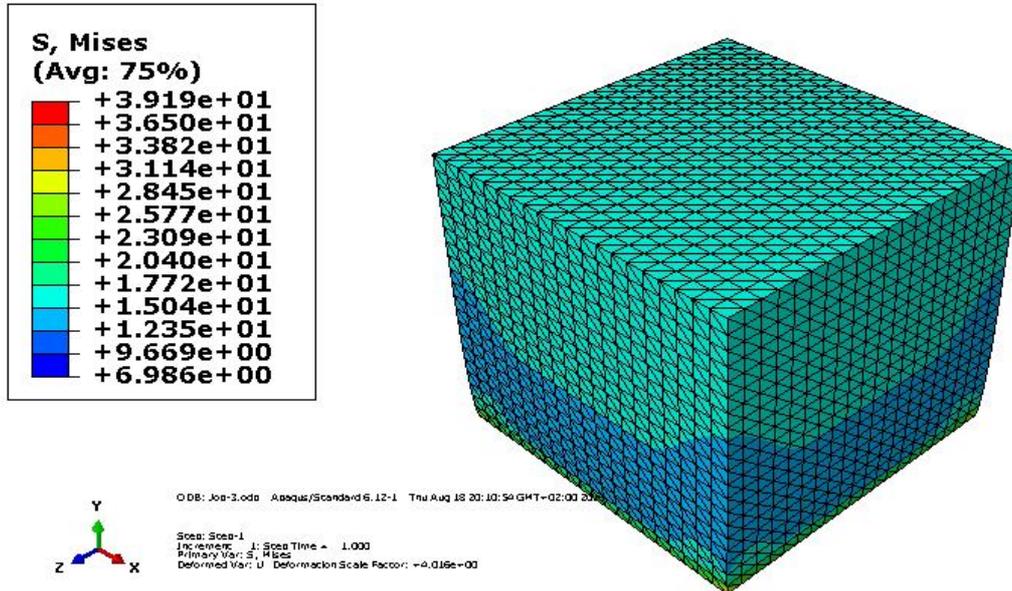


Fig.3.8 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 50\%$.

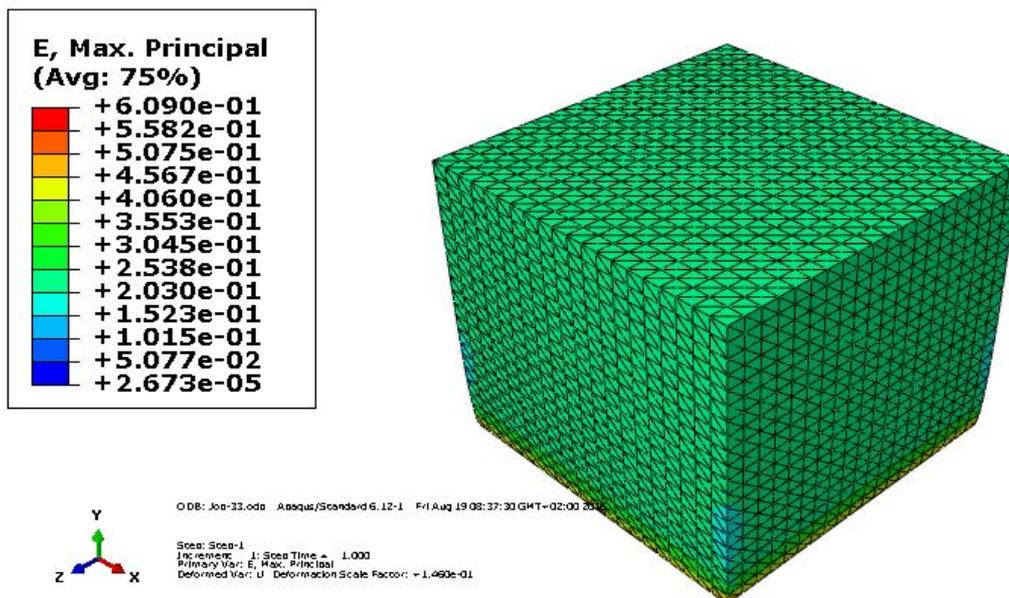


Fig.3.9 : Déformation pour $d_r = 50\%$.

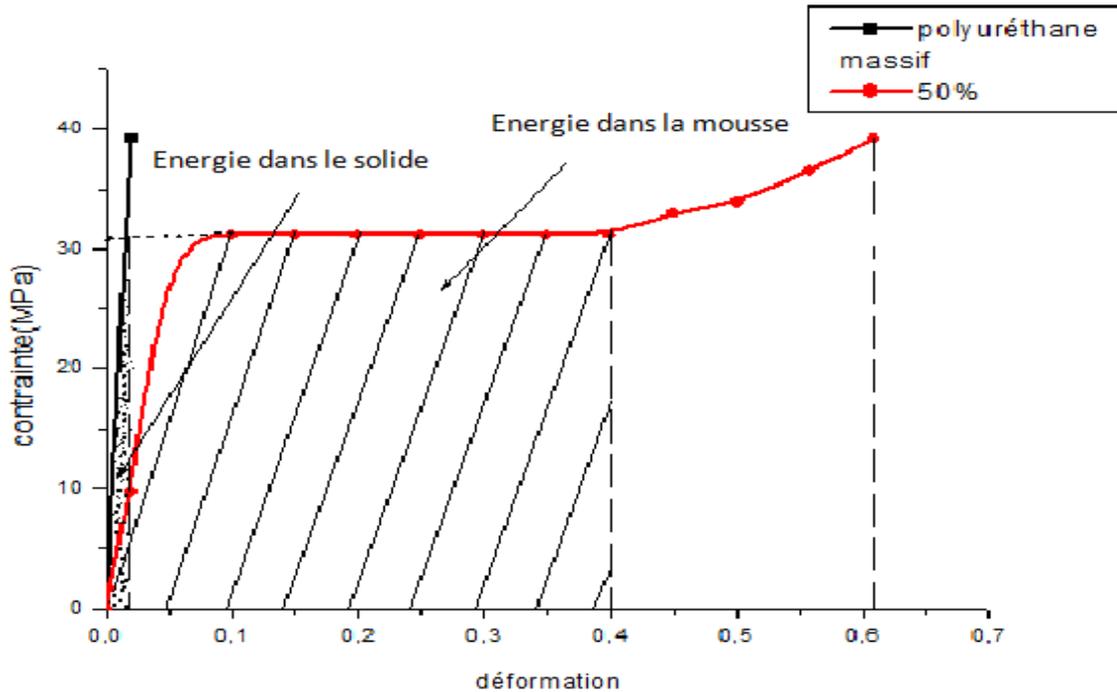


Fig.3.10 : Comparaison entre la réponse mécanique du polyuréthane de $d_r = 50\%$ et le polyuréthane massif.

La figure (3.10) est un schéma où est représentée la réponse en compression d'un polyuréthane dense et d'une mousse fabriquée à partir de ce polyuréthane.

On remarque que pour une même contrainte $\sigma_{el}^* = 31.14$ MPa, le polyuréthane cellulaire absorbe une quantité d'énergie (les aires hachurées) beaucoup plus importante que celle absorbée par le solide qui la compose (le polyuréthane massif). ce qui implique que, pour la même quantité d'énergie absorbée, la mousse produit un moindre pic de contrainte.

Comme la figure (3.10) le montre, c'est le long plateau de la courbe contrainte- déformation qui permet une grande absorption d'énergie à contrainte σ_{el}^* presque constante jusqu'à une déformation plus de 60%.

La densité relative d_r (50%)	Limite élastique σ_{el}^* (MPa)	Déformation à la densification ϵ_D	Déformation maximale ϵ_{max}	Contrainte maximale σ_{max} (MPa)
Valeur simulée	31.14	0.4	0.6	39.19
Gibson et Ashby	31.25			
Ecart (%)	0.35			

Tab.3.3 : Résultats obtenus pour $d_r = 50\%$.

3.6.3. Influence de la densité.

Pour mettre en évidence l’influence de la densité sur la réponse mécanique des solides cellulaires de polyuréthane, la méthode de modélisation a été appliquée à des mousses de densité relative 40%, 70% et 80%

Densité 40%.

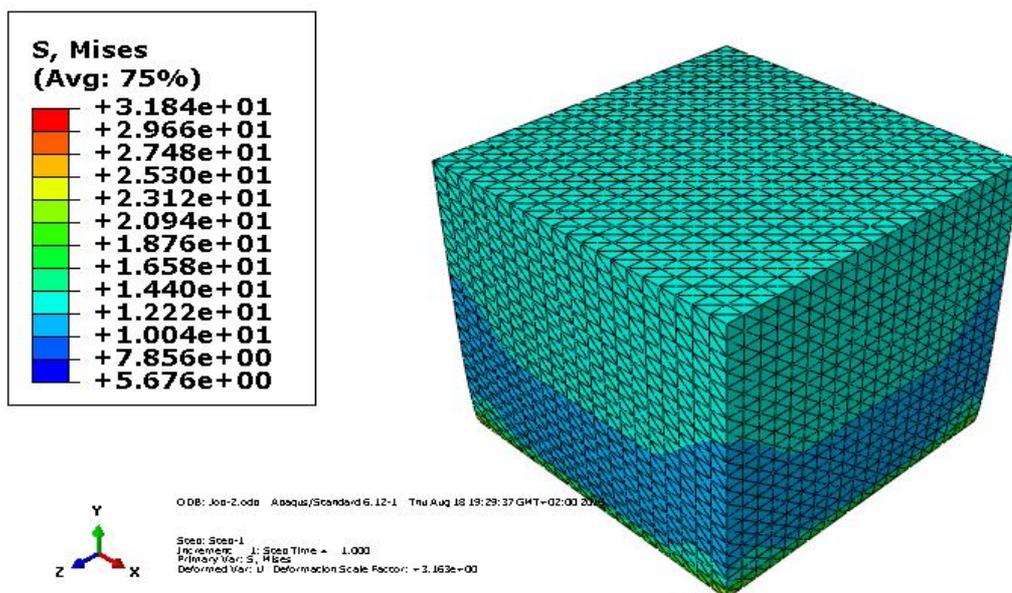


Fig.3.11 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 40\%$.

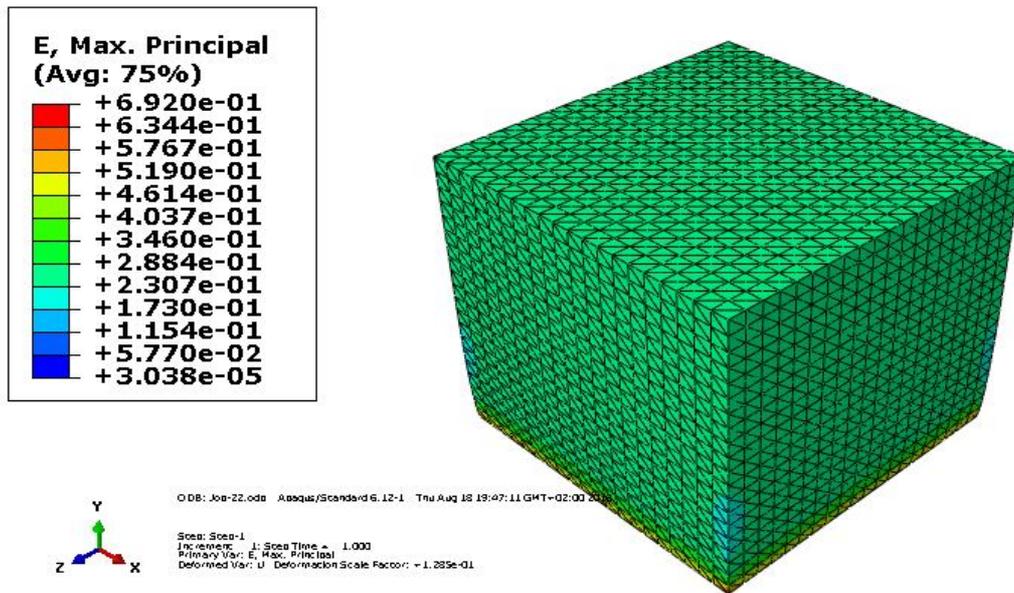


Fig.3.12 : Déformation pour $d_r = 40\%$.

Densité 70%

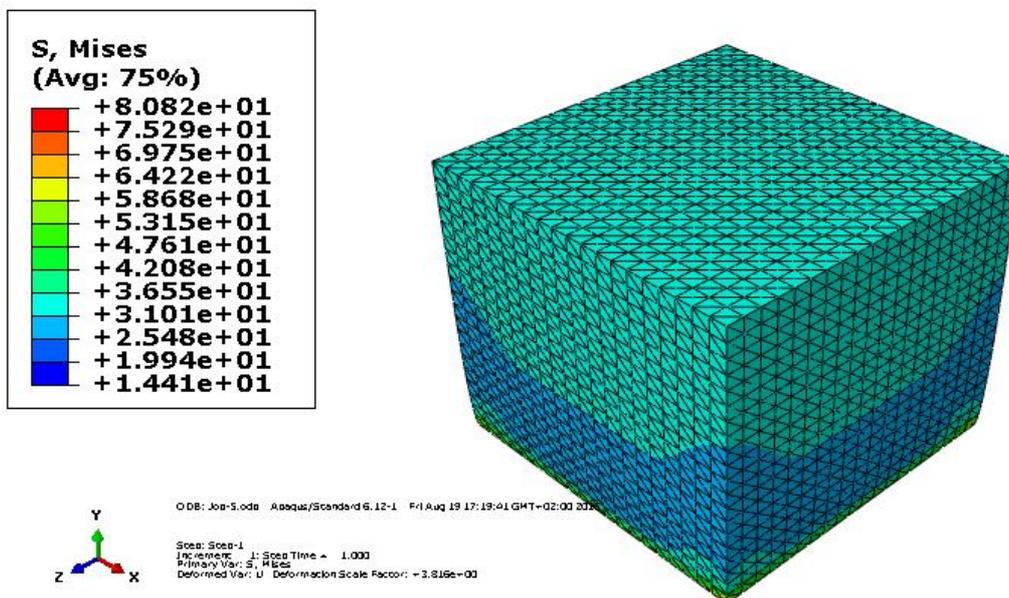


Fig.3.13 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 70\%$.

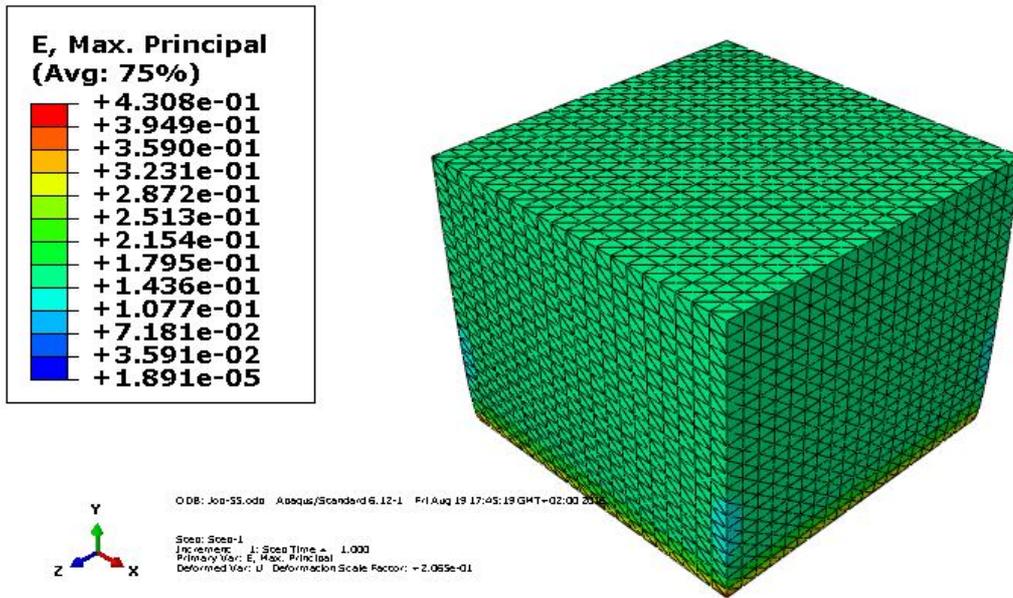


Fig.3.14 : Déformation pour $d_r = 70\%$.

Densité 80%.

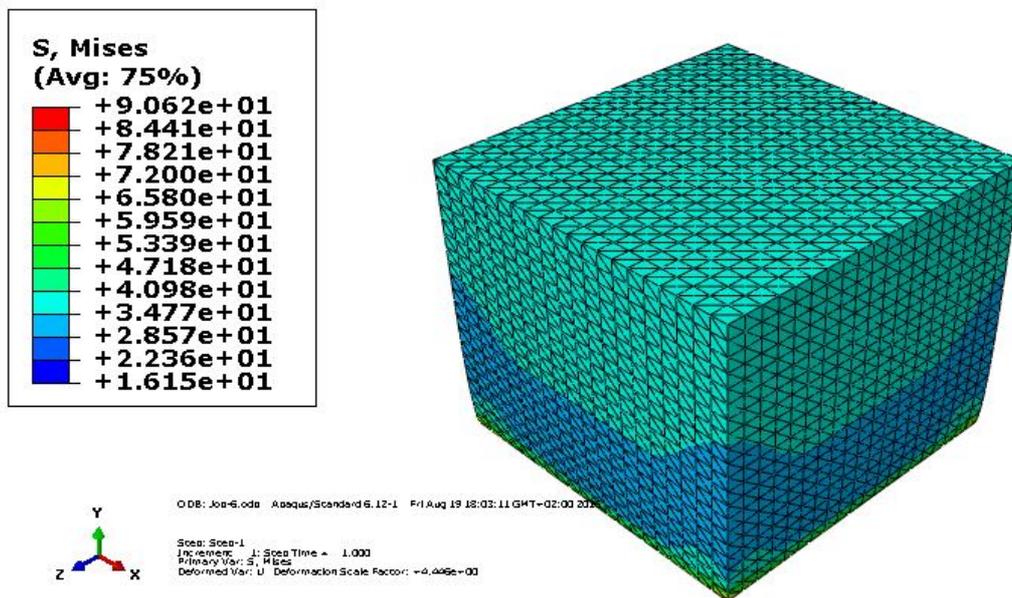


Fig.3.15 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 80\%$.

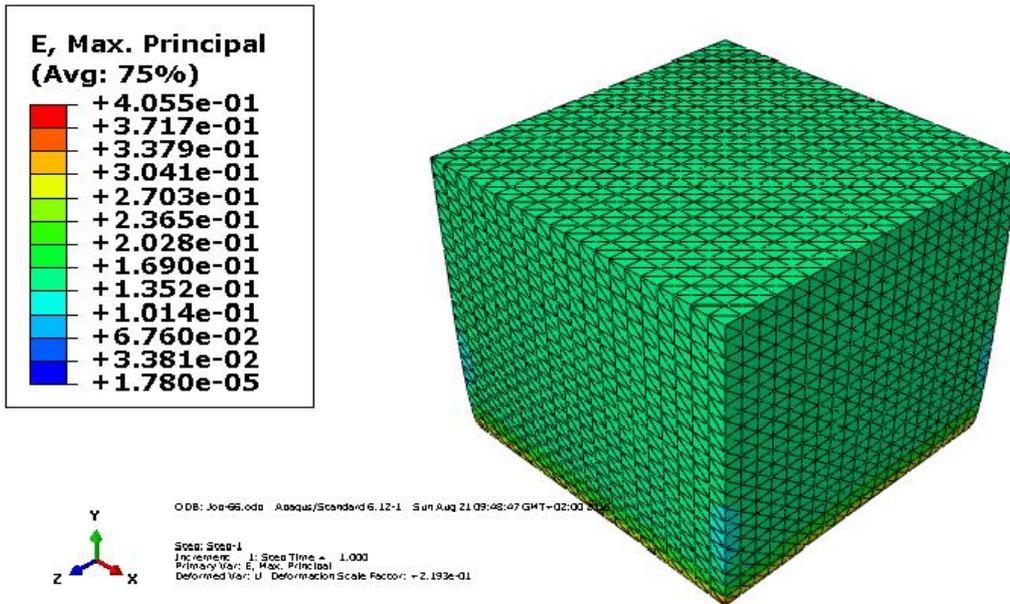


Fig.3.16 : Déformation pour $d_r = 80\%$.

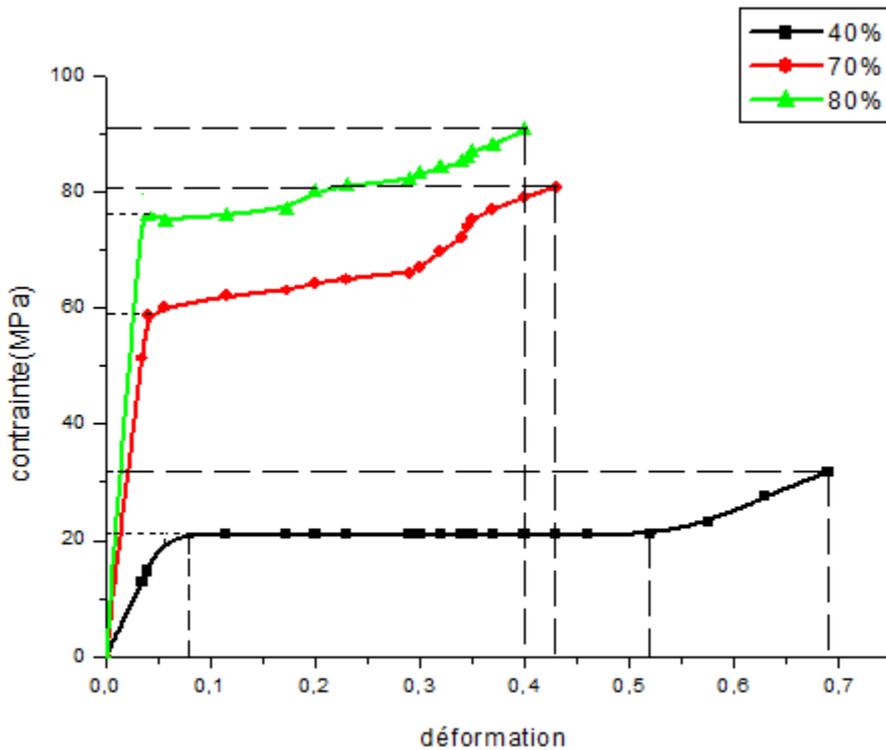


Fig.3.17 : Réponse mécanique de polyuréthane de 3 densités relatives 40%, 70%, 80%.

Le comportement mécanique des mousses est étudié en fonction de leur densité relative. La figure (3.17) présente leur réponse mécanique lors d'un essai de compression uniaxiale. Les courbes sont tracées pour trois valeurs de la densité relative 40%, 70%, 80% sur le même graphique. Pour les mousses de densité relative 70% et 80%, on observe un pic de contrainte avant d'atteindre le plateau, ce qui signifie que le début de la densification se produit d'autant plus tôt que la densité est élevée. En effet, plus la mousse est dense, plus les vides sont comblés rapidement.

La densité relative d_r (40%)	Limite élastique σ_{el}^* (MPa)	Déformation à la densification ε_D	Déformation maximale ε_{max}	Contrainte maximale σ_{max} (MPa)
Valeur simulée	20.94	0.52	0.69	31.84
Gibson et Ashby	20			
Ecart (%)	4.49			

Tab.3.4 : Résultats obtenus pour $d_r = 40\%$.

La densité relative d_r (70%)	Limite élastique σ_{el}^* (MPa)	Déformation maximale ε_{max}	Contrainte maximale σ_{max} (MPa)
Valeur simulée	/	0.43	80.82
Gibson et Ashby	61,25		

Tab.3.5 : Résultats obtenus pour $d_r = 70\%$.

La densité relative d_r (70%)	Limite élastique σ_{el}^* (MPa)	Déformation maximale ε_{max}	Contrainte maximale σ_{max} (MPa)
Valeur simulée	/	0.4	90.62
Gibson et Ashby	80		

Tab.3.6 : Résultats obtenus pour $d_r = 80\%$.

3.6.4. Influence de trou.

Les paramètres du polyuréthane cellulaires troué ont été les mêmes que ceux du solides cellulaire non troué ; pour pouvoir comparer les résultats, on choisit dans ce cas une densité de 60%.

Maillage de la structure trouée.

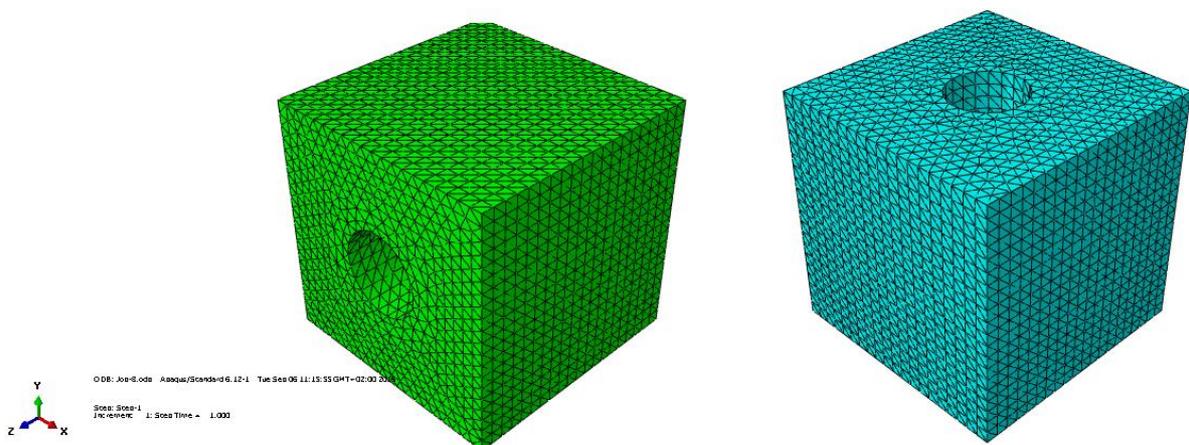


Fig.3.18: Maillage des structures trouées

La figure (3.18) montre un maillage assez raffiné près du trou composé de 46472 éléments dans le cas du trou horizontal contre 46206 éléments dans le cas vertical.

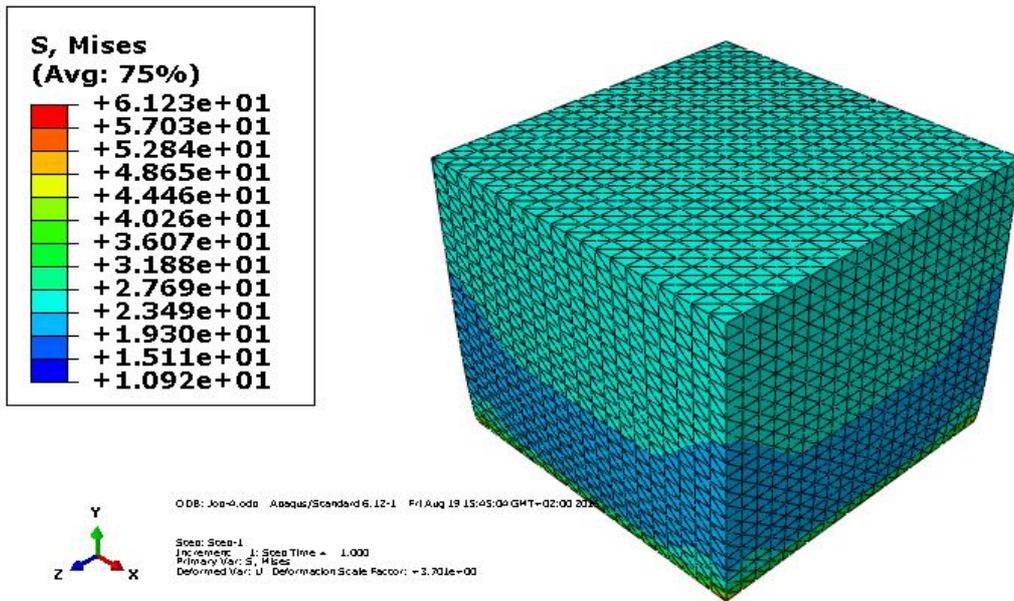


Fig.3.19 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 60\%$ (non trouée).

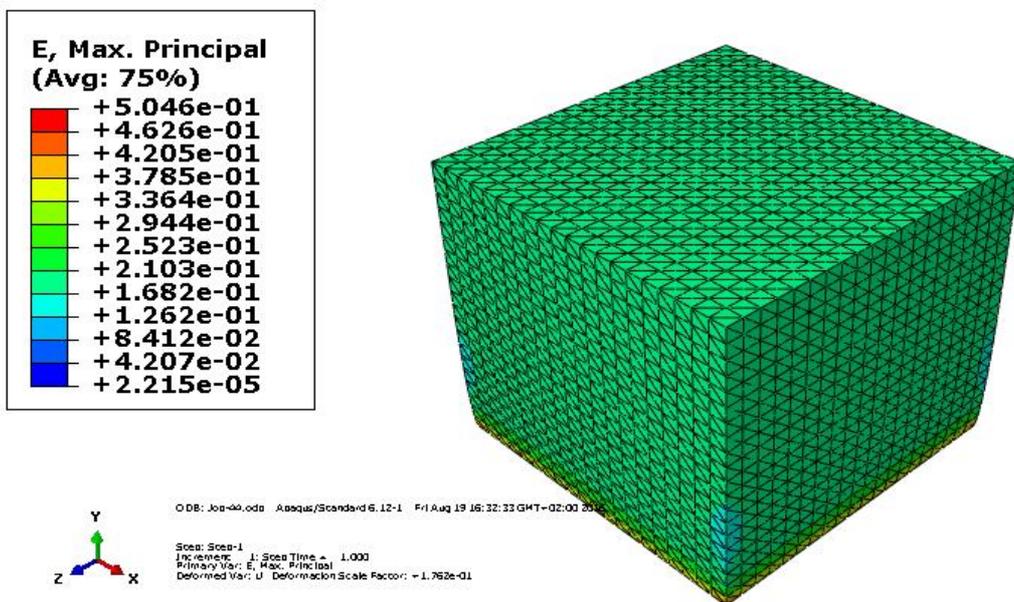


Fig.3.20 : Déformation pour $d_r = 60\%$ (non trouée).

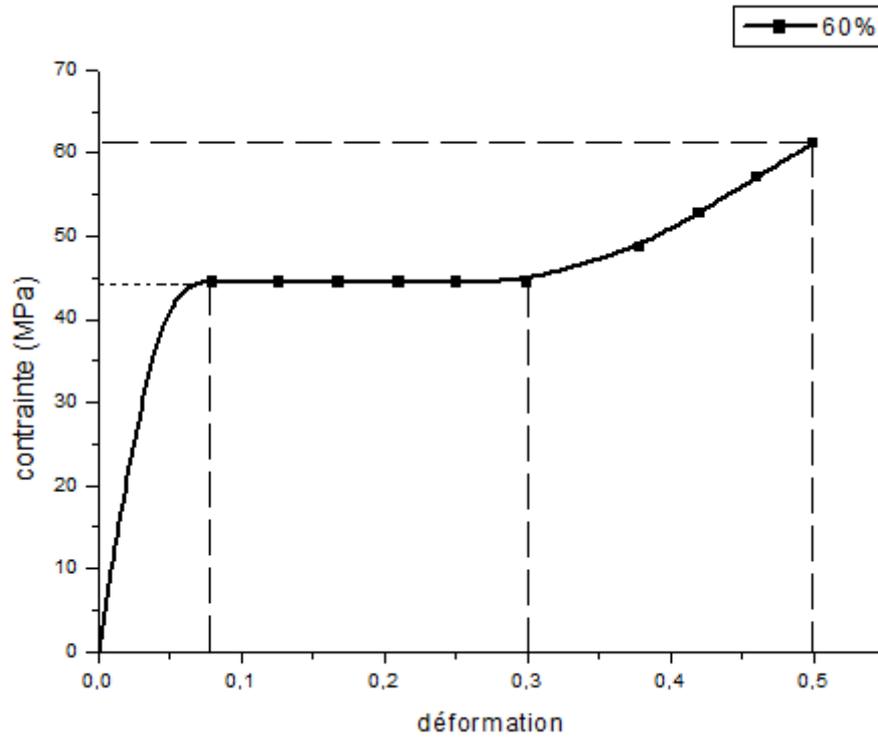


Fig.3.21: Réponse mécanique pour $d_r = 60\%$ (structure non trouée).

La densité relative d_r (40%)	Limite élastique σ_{el}^* (MPa)	Déformation à la densification ε_D	Déformation maximale ε_{max}	Contrainte maximale σ_{max} (MPa)
Valeur simulée	44.46	0.3	0.5	61.23
Gibson et Ashby	45			
Ecart (%)	1.2			

Tab.3.7: Résultats obtenus pour $d_r = 60\%$. (Structure non trouée).

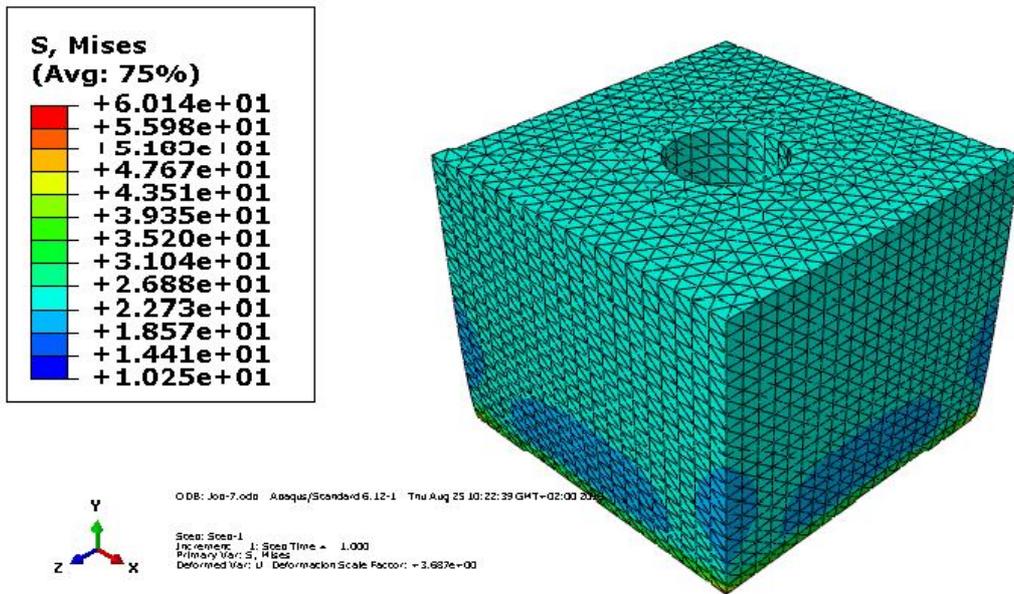


Fig.3.22 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 60\%$ (trou vertical).

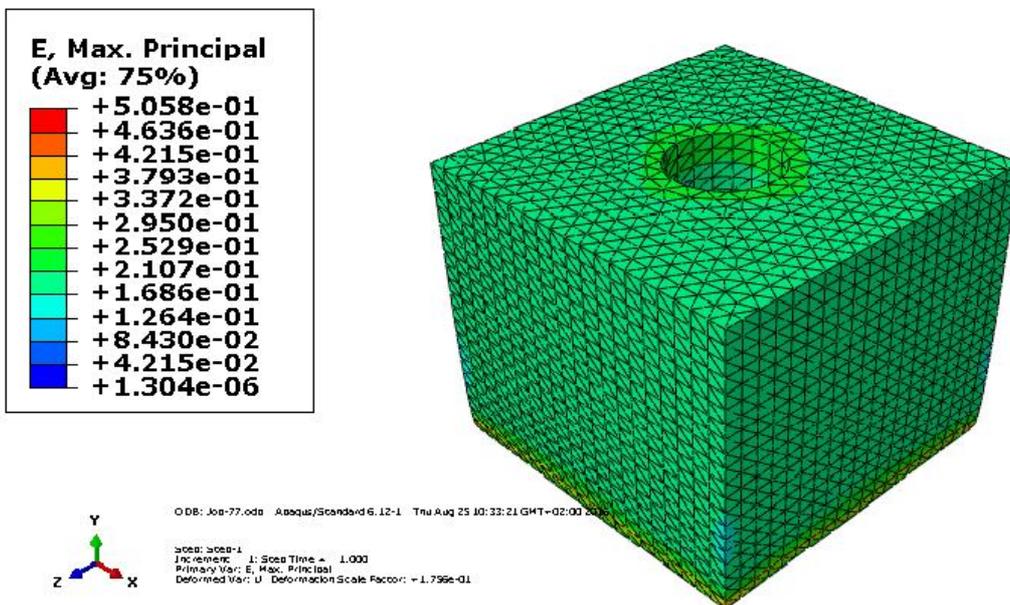


Fig.3.23 : Déformation pour $d_r = 60\%$ (trou vertical).

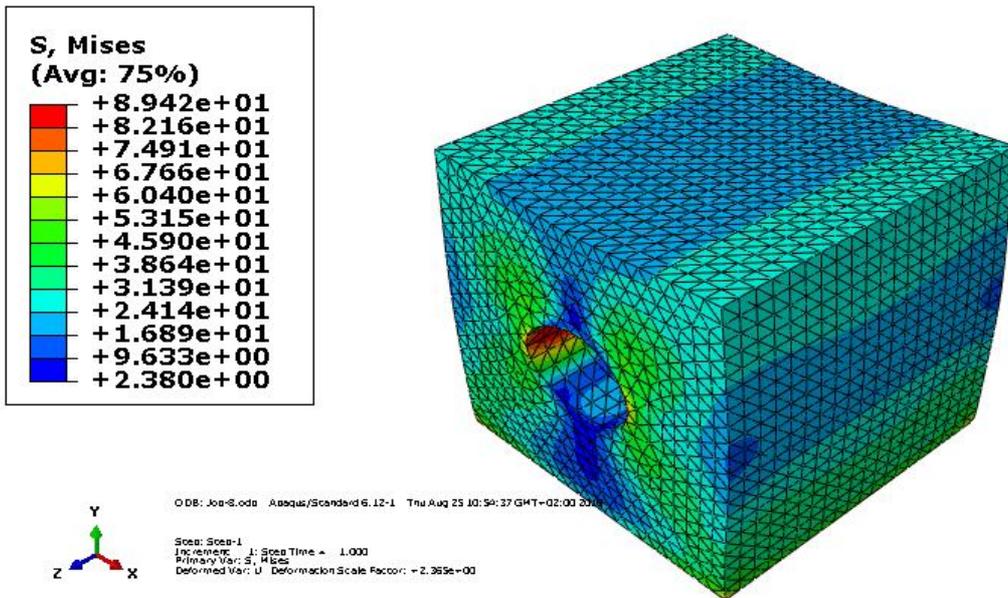


Fig.3.24 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 60\%$ (trou horizontal).

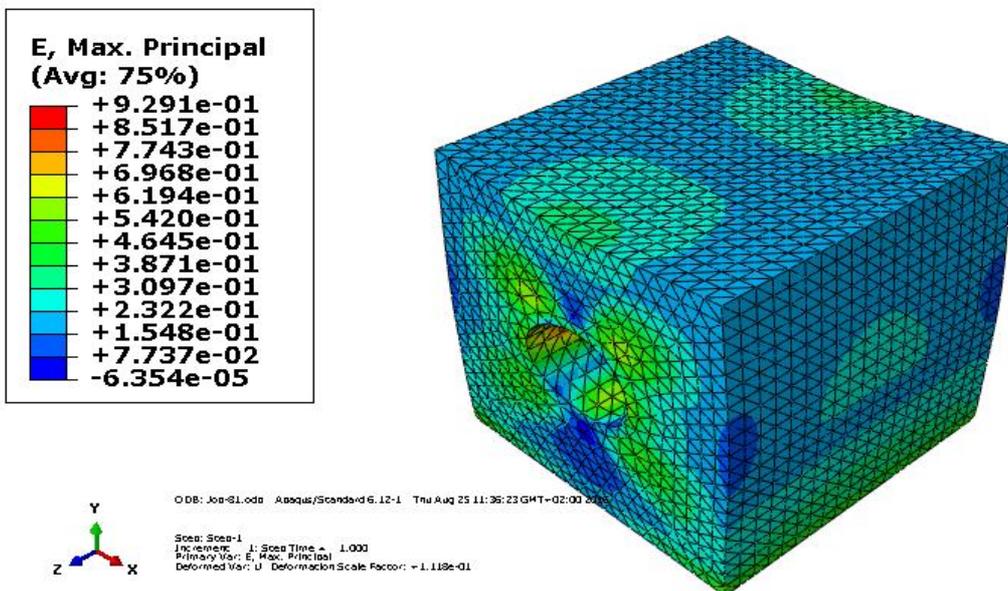


Fig.3.25 : Déformation pour $d_r = 60\%$ (trou horizontal).

Type du trou	Contraint maximale σ_{vm} (MPa)	Deformation maximale ϵ_{max}
Vertical	60.14	0.5
Horizontal	89.42	0.93
Ecart (%)	32.74	46.24

Tab.3.8: comparaison des valeurs maximales pour les deux structures (trouée horizontalement et verticalement).

Concernant la disposition du trou à la verticale, on peut remarquer que la répartition des contraintes dans la structure trouée (figure 3.22) est identique à celle observée dans la structure non trouée (figure 3.19), ainsi que les valeurs maximales de la contrainte $\sigma_{vm} = 61.2$ MPa pour la structure non trouée contre $\sigma_{vm} = 60.14$ MPa pour la structure trouée. Les figures (3.20 et 3.23) montrent que la présence du trou n'influe pas sur la valeur maximale de la déformation, elle atteint 50% tandis que les déformations sont beaucoup plus importantes près du trou.

Concernant la disposition à l'horizontale, il est évident qu'elle influence la direction du trou (tableau 3.8). Les contraintes et les déformations sont plus faibles dans l'alignement du trou positionné à la verticale ; d'après ces résultats, nous constatons qu'il existe un écart de 32.74% de contrainte et 46.24% de déformation. Les figures (3.24) et (3.25) montrent que la zone voisinant le trou est bien une zone de concentration de contraintes et de déformations.

3.7. Conclusion.

Les essais de compression uniaxiale réalisée avec le logiciel des éléments finis ABAQUS ont permis de révéler des courbes liées au comportement mécanique du polyuréthane cellulaire ; ces courbes présentent toutes la même allure, montée en charge élastique, phase plateau et densification, ce qui est conforme à la littérature. La réponse mécanique des solides étudiés et en parfait accord avec la théorie de Gibson et Ashby. Notre solution numérique représentée par les courbes contraintes déformation et les valeurs de la limite élastique σ_{el}^* coincide avec la solution analytique ; on trouve une différence moins de 0.94 au niveau de la limite élastique. Soit un écart inférieur à 4.49% entre la solution analytique et la solution numérique.

Les résultats ont révélé que la densité influe sur les valeurs de la limite élastique σ_{el}^* , la déformation de la densification ε_D ainsi que, les valeurs maximales de la déformation et la contrainte que peut subir le polyuréthane cellulaire.

Les résultats obtenus montrent que, pour une même intensité de charge, l'énergie absorbée est plus importante dans le polyuréthane cellulaire que dans celui massif. Ce qui explique le choix des solides cellulaires dans l'emballage et les applications de confort pour les sièges.

La présence d'ouverture dans les structures cellulaire et l'orientation des trous influent considérablement sur la rigidité du matériau.

Conclusion

L'étude numérique entreprise dans cette thèse nous a permis de simuler le comportement élastoplastique d'un solide cellulaire de polyuréthane à cellules ouvertes en 3D.

Cette étude décrit avec précision le comportement en compression statique des mousses en polyuréthane.

La transition du matériau de l'état élastique à l'état plastique est gouvernée par l'effondrement élastique pour les élastomères, l'effondrement plastique pour les mousses rigides, et par le mécanisme de rupture dans le cas des mousses fragiles.

Un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis a été utilisé pour l'analyse de structure polymère en élastoplasticité. Sur la base des résultats obtenus qui coïncident bien avec les valeurs analytiques (travaux de Gibson et Ashby), on peut conclure que la méthode basée sur le modèle Hyperfoam pour l'évaluation des contraintes s'avère satisfaisante.

Les résultats obtenus mettent en évidence l'importance de la densité,

La présence d'ouverture dans la structure influe considérablement sur la rigidité du matériau.

Pour une éventuelle étude complémentaire dans ce contexte, on donne les suggestions suivantes :

- Tenir compte d'autres caractéristiques des mousses comme la morphologie des cellules, leur taille, leur arrangement....
- Prendre en considération le phénomène d'anisotropie dans le matériau.
- considérer l'effet du vieillissement et de la température.
- compléter cette étude par la prise en compte d'autre types de structures, d'étendre l'analyse en expérimentale.

Liste de figures.

Fig.1.1 : image par MEB de (a) polyuréthane à cellules ouvertes ; (b) a cellules fermées.

Fig. 1.2 : Essai de compression /décompression.

Fig. 1.3 : Polyaddition.

Fig. 1.4 : Formule d'un polyuréthane linéaire.

Fig.1.5 : Applications des mousses de polyuréthane flexible.

Fig. 1.6 : formation d'une Urée di-substitué.

Fig.1.7 : formation d'un biuret substitué.

Fig. 1.8: polyol polyéther.

Fig. 1.9: Polyol polyester.

Fig. 1.10: Polycarbonate polyols.

Fig. 1.11: Dimethylhydantoin polyols.

Fig.1.12: Mécanisme de la réaction isocyanate-eau.

Fig.1.13: Mécanisme de production de CO₂ à partir des composées éolisables.

Fig .1.14: Mécanisme de la production de CO₂ à partir de l'acide borique.

Fig. 1.15: Procédé mousse en bloc (Slabstock).

Fig.2.1: Courbes contrainte-déformation en compression de trois types de mousses.

Fig.2.2: Courbes contrainte-déformation en traction de trois types de mousses.

Fig.2.3: nid d'abeilles en 2D.

Fig.2.4: charge appliquée suivant la direction x_1

Fig.2.5 : charge appliquée suivant la direction x_2 .

Fig.2.6 :le module de Young théorique en fontion de moduleYoung experimental (a) nid d'abeille caoutchou (b) nid d'abeille metallique .

Fig.2.7: La variation du coefficient de poisson (a) et le module de cisaillement (b) pour un nid d'abeille de caoutchouc.

Fig. 2.8 : flambement élastique des arêtes.

Fig. 2.9: l'apparition des rotules plastique

Fig. 2.10 : la rupture des arêtes

Fig 2.11 : Le flambage élastique axial d'une cellule hexagonale

Fig.2.12 : Cellule cubique proposée par Gibson et Ashby (a) ouverte (b) fermée

Fig.2.13: la flexion des arêtes horizontales dans le régime élastique linéaire

Fig.2.14. a : Évolution du module d'Young relatif en fonction de la densité relative.

b : Évolution du module de cisaillement relatif en fonction de la densité relatif.

Fig.2.15: Variation du coefficient de poisson en fonction de la densité relative.

Fig 2.16 : flambage des arêtes vertical (a) et l'apparition de rotules plastique au niveau de la jonction des arêtes (b).

Fig.1.17.a : La contrainte de flambage élastique en fonction de la densité relative des mousses

b : Évolution de la contrainte plastique de la mousse en fonction de la densité relative.

Fig.2.18 : Évolution de la contrainte de rupture de la mousse par le module de rupture du solide en fonction de la densité relative.

Fig.2.19 : Modèle tétraédrique.

Fig.2.20 : Cellules tétrakaidécaèdre en 3D.

Fig.2.21 : diagrammes contrainte-déformation.

Fig 2.22: Courbe contrainte-déformation pour un matériau cellulaire.

Fig.2.23 : les diagrammes de l'énergie absorbée.

Fig.3.1 : La structure générale d'un code de calcul.

Fig.3.2 : La structure d'une analyse ABAQUS.

Fig. 3.3 : l'ensemble de la modalisation.

Fig. 3.4 : Maillage de la structure.

Fig.3.5 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 30\%$.

Fig.3.6 : Déformation pour $d_r = 30\%$.

Fig.3.7 : Réponse mécanique pour $d_r = 30\%$.

Fig.3.8 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 50\%$.

Fig.3.9 : Déformation pour $d_r = 50\%$.

Fig.3.10 : Comparaison entre la réponse mécanique du polyuréthane de $d_r = 50\%$ et le polyuréthane massif.

Fig.3.11 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 40\%$.

Fig.3.12 : Déformation pour $d_r = 40\%$.

Fig.3.13 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 70\%$.

Fig.3.14 : Déformation pour $d_r = 70\%$.

Fig.3.15 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 80\%$.

Fig.3.16 : Déformation pour $d_r = 80\%$.

Fig.3.17 : Réponse mécanique de polyuréthane de 3 densités relatives 40%, 70%, 80%.

Fig.3.18 : Maillage des structures trouées.

Fig.3.19 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 60\%$ (non trouée).

Fig.3.20 : Déformation pour $d_r = 60\%$ (non trouée).

Fig.3.21: Réponse mécanique pour $d_r = 60\%$ (structure non trouée).

Fig.3.22 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 60\%$ (trou vertical).

Fig.3.23 : Déformation pour $d_r = 60\%$ (trou vertical).

Fig.3.24 : Contraintes de Von Mises pour $d_r = 60\%$ (trou horizontal).

Fig.3.25 : Déformation pour $d_r = 60\%$ (trou horizontal)

Liste de tableaux.

Tab.1.1: Isocyanate couramment utilisées dans la synthèse de polyuréthane.

Tab. 1.2 : Types de CFCs utilisés comme agent gonflant.

Tab. 1.3 : Types de HCFCs utilisés comme agent gonflant.

Tab .1.4: Types de HCFCs utilisés comme agent gonflant.

Tab .1.5: Types de PFCs proposés comme agents d'expansion.

Tab.1.6 : Types de HFCEs utilisés comme agent gonflant.

Tab .1.7: Types de C₅-Hydrocarbures utilisés comme agent gonflant.

Tab.1.8 : Composées énoles utilisés comme agent gonflant.

Tab.3.1 : Calcul des constantes élastiques.

Tab.3.2 : Résultats obtenus pour $d_r = 30\%$.

Tab.3.3 : Résultats obtenus pour $d_r = 50\%$.

Tab.3.4 : Résultats obtenus pour $d_r = 40\%$.

Tab.3.5 : Résultats obtenus pour $d_r = 70\%$.

Tab.3.6 : Résultats obtenus pour $d_r = 40\%$.

Tab.3.7: Résultats obtenus pour $d_r = 60\%$.(Structure non trouée).

Tab.3.8: comparaison des valeurs maximales pour les deux structures (trouée horizontalement et verticalement).

Liste de symboles.

- ρ : La masse volumique.
- R^* : La résistivité électrique d'une mousse.
- R_s : La résistivité du matériau constitutif.
- q_0 : La constante de Stephan- Boltzmann.
- κ : Une constante décrit l'absorption dans les parois cellulaires.
- q : Le flux d'énergie.
- λ^* : Le coefficient de transport thermique de la couche isolante.
- λ_s : La conductivité du matériau massif.
- λ_g : La conductivité du gaz dans les pores.
- B : L'épaisseur d'une couche isolante.
- T : La température en kalvin.
- d_r : La densité relative.
- ρ^* : La masse volumique de la mousse.
- ρ_s : La masse volumique de matériau massif.
- Φ : La porosité de la mousse.
- δ : La flexion de la paroi.
- I, j : Le moment d'inertie.
- E_s : Le module de Young du matériau massif.
- b : La profondeur de la paroi.
- P : La charge appliquée suivant x_1 .
- σ : La contrainte.
- ε : La déformation.
- E^* : Le module de Young du matériau cellulaire.
- \mathcal{W} : La charge appliquée suivant x_2 .
- ν^* : Le coefficient de Poisson du matériau cellulaire.
- F_{cr} : La force critique de flambage d'une poutre encastree.
- n : Facteur décrit le degré de la contrainte aux extrémités de la poutre.

- σ_{el}^* : La contrainte élastique d'effondrement.
- σ_{pl}^* : La contrainte d'effondrement plastique.
- τ_{pl}^* : La contrainte de cisaillement plastique.
- σ_{cr}^* : La contrainte à la rupture.
- ν_s : Le coefficient de Poisson du matériau massif.
- G_S : Le module de cisaillement du matériau constitutif.
- G^* : Le module de cisaillement du matériau cellulaire.
- F_{cr} : La charge critique de flambement.
- K : Facteur décrit la contrainte aux extrémités.
- l : La longueur des parois cellulaires.
- b, h : La hauteur.
- t : L'épaisseur des arêtes.
- t_p : L'épaisseur des parois.
- F : La force exercée.
- α : Facteur de proportionnalité.
- C_1 et C_2 : des paramètres qui dépendent de la géométrie des cellules.
- p : La pression du gaz dans les cellules.
- φ : La fraction volumique de solide contenu dans les arêtes des cellules.
- Q : Le nombre de faces par sommets.
- ρ : Le nombre moyen d'arêtes par faces dans une cellule.
- F_{crit} : La force critique de flambage d'une poutre encastrée.
- n : Facteur décrit le degré de contrainte aux extrémités de la poutre.
- p_{atm} : La pression atmosphérique.
- σ_{ys} : La limite élastique du solide.
- σ_{fs} : le module de rupture du solide.
- l : La longueur.
- A : la surface de la section droite.
- l_0 : La longueur initiale des arêtes.

- $l(\varepsilon)$: La longueur des arêtes après une certaine déformation ε .
- W : énergie absorbée jusqu'à la densification.
- $-\frac{W}{E_s}$: Aire sous la courbe contrainte-déformation.
- S : Le tenseur de la contrainte.
- D : le tenseur de déformation.
- F : le gradient de déformation.
- C : Le tenseur de la droite de CAUCHY-GREEN.
- U : Le tenseur des allongements.
- N : L'ordre de calibration.
- $-\mu_i, \alpha_i$: sont des constantes de calibration dépendent de la température.
- $-J^{el}$: Le rapport de volume lors d'une déformation élastique.
- $-J^{th}$: Le rapport de volume lors d'une dilatation thermique.
- $-\lambda_i$: Les allongements principaux.
- $-\beta_i$: Détermine le degré de compressibilité et dépend de la température.
- $-\mu_0$: Le coefficient de Lamé initial.
- $-\kappa_0$: Le module de cisaillement initial.

Références.

- [1] Ko W. L., Deformations of foamed elastomers. *Journal of Cellular Plastics*, 1, 1, pp. 45-50, 1965.
- [2] Gent A. N., Thomas A. G., Failure of foamed elastic materials. *Journal of Appl. Polymer Sci.* 1.1, pp. 107-113, 1959.
- [3] Gent A.N., Thomas A. G., The deformation of foamed elastic materials. *Journal of Appl. Polymer Sci.* 1, 1, pp. 107-113, 1959.
- [4] Gent A.N., Thomas A. G., Mechanics of foamed elastic materials. *Rubb. Chem. Technol.*, 36, pp. 597-610, 1963.
- [5] Gent A. N., Rusch K.C., . *Rubb. Chem. Technol.*, 39, pp. 389, 1966.
- [6] Gent A. N., Rusch K.C., Permeability of open- cell foamed materials. *Journal of cell. Plast.*, 2, 1, pp. 46, 1966.
- [7] Dementjev A.G., Tarakanov O. G., Influence of the cellular structure of foams on their mechanical properties (in Russian). *Mechanics of Polymers*, vol. 4, pp. 594-602, 1970.
- [8] Zhu H. X., Knott J. F., Mills N. J., Analysis of the elastic properties of open- cell foams with tetrakaidecahedral cells. *J. Mech. Phys. Solids*, 45, pp. 319-343, 1997.
- [9] Zhu H. X, Mills N.J., Knott J.F., Analysis of the high strain compression of open-cell foams. *J. Mech. Phys. Solids*, 45, pp. 1875-1904, 1997.
- [10] Hilyard N.C., *Mechanics of Cellular Plastics*, Macmillan, New York, 1982.
- [11] Zhang J., Ashby M. F., Theoretical studies on isotropic foams. *Cambridge Univ. Engin. Dep. report*, 4, 1989.
- [12] Ould Eyih A., Contribution à l'étude du comportement en grandes déformations des Mousses : modèle de simulation numérique du chargement par un mannequin. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale, Lyon, 1993.
- [13] Pradel F., Homogénéisation des milieux discrets périodiques orientés. Une application aux mousses. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Champs-sur-Marne, 1998.

- [14] Zhang J., Ashby M.F., The out of plane properties of honeycombs. *Ins. J. Mech. Sci.* Vol, 34, No. 6, pp. 475-489, 1992.
- [15] Patel M. R., Finnie I., Structural features and mechanical properties of rigid cellular plastics. *Journal of Materials*, 5, pp. 909-932, 1970.
- [16] Renz R., Zum zügigen und zyklischen Verformungsverhalten polymerer Hartschaumstoffe. Ph.D. thesis, TH Karlsruhe, 1977.
- [17] Renz R., Modellvorstellungen zur Berechnung des mechanischen verhaltens von Hartschaumstoffen . In: *Schaumkunststoff. Fachverband Schaumkunststoffe e.V*, Düsseldorf, 1978.
- [18] Czysz H. J., Experimentelle Untersuchungen an Polyurethan- Intergralweichschaum zur Bestimmung von Kennwerten zu Berechnungsgrundlagen. Ph. D. Thesis, universität der Bundeswehr Hamburg, 1986.
- [19] Ogden R.W., Large deformations isotropic elasticity- on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. *Proceedings of the Royal Society, London*, A 326, pp. 565-584, 1972.
- [20] BIRON M., Polymères alvéolaires- présentation et propriétés, *Techniques de l'ingénieur*, am 3550,2003.
- [21] Lj.Gibson., M.F.Ashby., *Cellular Solids-structures and properties*, second ed., Cambridge University Presse, 1997.
- [22] Peng He., Modélisation numérique du comportement mécanique sur pente des dispositifs geosynthétiques, thèse de doctorat, 2006.
- [23] O.RAHMANI., S.KEBDANI., *Introduction a la méthode des éléments finis pour les ingénieurs*, OPU 1994.
- [24] N.j. Mills., C. Fitzgerald., A. Gilchrist., R. Verdejo., *Composites Science and Technology* 63, pp. 2389-2400,2003.
- [25] N.j. Mills., G. Lyn., *Materials in Sports and Science*, 105-117, 2001.
- [26] M. Grujicic., B. Pandurangan., G. Arakere., W.C. Bell, T. He, X. Xie, *Materials and Design* 30 (2009) 4273-4285.

- [27] Hartman S., Haupt P., Tschöpe T., Parameter identification with a direct search method using finite elements In: Constitutive Models for Rubber II. Balkema Publ, Lisse, pp.249-256, 2001.
- [28] Hill R., Aspects of invariance in solid mechanics. *Advances in Applied Mechanics*, 18, pp. 1-75, 1978.
- [29] Storakers B., On material representation and constitutive branching in finite compressible elasticity. *J.Mech. Phy.Solids*, 34No 2 pp. 125-145, 1986.
- [30] Gibson L. J., Ashby M. F., The mechanics of three-dimensional cellular materials. *Proceedings of the Royal Society, London, A* 382, pp. 43-59, 1982.
- [31] Simulia, Analysis User's Manual, Abaqus/CEA, vol. 6.1, 2010.
- [32] R. J Roark., W C.Young, *Formulas for Stress and Strain*. McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1975.
- [33] Wierzbicki., *int. J. Impact Engng* 1, 157, 1983.
- [34] Lj Gibson., M.F Ashby., *Cellular Solids-structures and properties*, second ed., Cambridge University Presse, 1997.
- [35] Warren W.E., Kraynik A. M., The linear elastic properties of open-cell foams. *Journal of Applied Mechanics*, 55, pp. 341-346, 1988.
- [36] I.M.S.J. Ward., *an Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers*, vol.2, Wiley, 2004.
- [37] Mills N., *Polymer Foams Handbook*, Elsevier, Oxford, 2007.
- [38] L.j Gibson., Ph.D. thesis, Engineering Department, University of Cambridge, Cambridgeshire, 1981.
- [39] Lj.Gibson., *Modelling the Mechanical Behavior of Cellular Materials*, Cambridge University, 1988.
- [40] Maiti S.K., Gibson L.J, Ashby M.F, Deformation and energy absorption diagrams for cellular solids. *Acta metallurgica* 32, no. 11, pp. 1963-1975, 1984.

- [41] Janot C., Ilschner B., Matériau émergent, Traité des matériaux, Press Polytechnique et Universitaire Romandes, 2001.
- [42] Herrington R., Hock K., Flexible Polyurethane Foams, 2nd Ed; the Dow Chem Co, 1978.
- [43] Woods G., The ICI Polyurethanes Book, 2nd ed.; ICI Polyurethanes and John Wiley and Sons, 1990.
- [44] BIRON M., Polymères alvéolaires- monographies et transformation, Technique de l'ingénieur, am 3551, 2003.
- [45] BERTHIER J.C., Polyuréthanes PUR, Techniques de l'ingénieur, am 3425, 2009.
- [46] BIKARD J., Fabrication des mousses en polyuréthane, Techniques de l'ingénieur, am 3714, 2009.
- [47] BINÉTRUY C., Structure sandwiches, Techniques de l'ingénieur, am 5141, 2008.
- [48] Dieter J.W., Byrne C.A. Aliphatic polyurethane elastomers with high performance properties. Polymer Engineering and science, 27(9),pp. 673-683, 1987.
- [49] Blaga A., Rigid thermosetting plastic foams, 1974.
- [50] Szycher M., Szycher's handbook of polyurethanes. CRC press, 1999.
- [51] Saunders J.H., et Frisch, K.C., Polyurethanes: Chemistry and technology (Vol.16, No. Part 1, pp.219-223). New York: Interscience Publishers, 1964.
- [52] Parodi F., Isocyanate-derived polymers, In: The synthesis, characterization, reaction and applications of polymers, Colin Booth and Colin Price. University of Manchester. UK: Pergamon Press, pp.387|-404. 1989.
- [53] A Lapprand., « Modification chimique de polyuréthanes thermoplastiques étude des réactions chimiques menant à l'auto-réticulation et de la microorganisation physique, pour le contrôle des propriétés » Thèse de Doctorat, institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2005.
- [54] Boukrim A., « Mousse de polyuréthane à l'eau » Thèse de Doctorat, Université de Pau et des Pays de L'Adour 2011.

- [55] Mingelei JU., « Contribution à la modélisation du comportement visco-hyper-élastique de mousses de polyuréthane- Validation expérimentale en quasi-statique » Thèse de Doctorat, Université de Haute Alsace 2015.
- [56] Pellizzi E., Etude du vieillissement des mousses de polyuréthane ester et consolidation par les aminoalkylalkoxysilanes (Doctoral dissertation, Evry-Val d'Essonne) 2012.
- [57] Durrieu V., « Synthèse et caractérisation de dispersions aqueuses de polyuréthane » Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2002.
- [58] B Etal., « traduction of polyuréthane foams » United States patent, 2003.
- [59] Ashida K., in SPI 32nd Annual Technical/ Marketing Conference, October 1-4, San Francisco, p. 379, 1989.
- [60] Ashida K., *Polyurethane and Related Foams: Chemistry and Technology*. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, Print. 2007.
- [61] Ashida K., in International Progress in Urethanes, Vol.2, Achida, K. and Frisch, K.C, Eds, Technomic, Lancaster, PA, p.153, 1980.
- [62] Kaushiva B., «Structure-property relationships of flexible polyurethane foams » Thèse de Doctorat, institute National Polytechnique de Virginia, 1999.
- [63] Focquet K., Urethane Technol, October/ Vol. 9 Novembre, p.22, 1992.
- [64] Zurer P., Chem. Eng. News, August 9, 16, 1993.
- [65] Fishback T.L., Reichl, C J., in Proceedings of 34th SPI PU Conference, October 21-24, New Orleans, p. 23,1992.
- [66] Tamai R., Urata S., et al. In Proceedings of Polyurethane EXPO 2001, September 30-October 3, Columbus, OH, p.619 ,2001.

Résumé

Le travail présenté dans cette thèse concerne l'étude numérique du comportement mécanique des polymères cellulaires. le matériau considéré dans ce travail est le polyuréthane à cellules ouvertes. La méthode des éléments finis a été employée pour déterminer les contraintes et les déformations dans le matériau. Le calcul consiste plus particulièrement à présenter les résultats d'un modèle macroscopique en trois dimensions par éléments finis. On utilise le code de calcul par éléments finis Abaqus qui permet de modéliser les mousses polymères par le modèle Hyperfoam.

Mots clés : polymère cellulaire, polyuréthane cellulaire, éléments finis, Abaqus, propriétés mécaniques, le model hyperfoam

Abstract

The study presented in this thesis relates to the numerical study of the mechanical behavior of foam polymers, the material considered in this work is the polyurethane with open cell.

The finite element analysis was used to predict stress and deformations in polymer foam materials.

The objective of this Work is to present results of a macroscopic model in three dimensions by finite elements.

The hyperfoam model was used for predicting the behavior of polymer foam; this model is available in ABAQUS program.

Keywords: polymer foam, polyurethane foam, finite element, Abaqus, Mechanical properties, hyperfoam model

الدراسة التي قدمت في هذه الأطروحة تتعلق بالدراسة العددية للخصائص الميكانيكية للبوليمر الخلوي (البوليبيريتان الخلوي ذو الخلايا المفتوحة). تم استخدام طريقة العناصر المتناهية للتنبؤ بالتوتر والتشوهات في هذه المادة. الهدف من هذا العمل هو تقديم نتائج نموذج ثلاثي الأبعاد, باستعمال النموذج Hyperfoam المتوفر في برنامج Abaqus.

الكلمات المفتاحية: البوليمير الخلوي, البوليبيريتان الخلوي, العناصر المتناهية, Abaqus, الخصائص الميكانيكية, Hyperfoam.