

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE BATNA 1
INSTITUT DES SCIENCES VETERINAIRES ET AGRONOMIQUES
DEPARTEMENT DE TECHNOLOGIES ALIMENTAIRES

MÈMOIRE

Présenté Pour l'obtention du diplôme de Magistère

Spécialité

Génie des procédés alimentaires

Par

BOUSSAHA Soumia

Thème

**Modélisation et simulation numérique des transferts de chaleur et de
masse dans un processus de cuisson**

Soutenu publiquement le 21/06/2017 devant le jury composé de :

Président	Pr ZITOUNI Bariza	Professeur	Université Batna 1
Rapporteur	Dr HADDAD Djamel	MCA	Université Batna 2
Examineur	Pr FAHLOUL Djamel	Professeur	Université Batna 1
Examineur	Pr BENMOUSSA Hocine	Professeur	Université Batna 2
Examineur	Pr AOUACHRIA Zeroual	Professeur	Université Batna 1

Année universitaire : **2016/2017**

*“Nos expériences représentent des matériaux donnés. Mais la théorie
qui l’interprétera est faite par l’homme. Elle est hypothétique,
jamais tout à fait parfaite, toujours sujette aux
questions et aux doutes.”*

Albert Einstein

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier, Docteur **HADDAD Djamel**, pour la confiance qu'il m'a accordé en acceptant d'encadrer ce travail, pour ses multiples conseils et pour toutes les heures qu'il a consacré à diriger cette recherche. J'aimerais également lui dire à quel point j'ai apprécié sa grande disponibilité et son respect sans faille des délais serrés de relecture des documents que je lui ai adressés. Enfin, j'ai été extrêmement sensible à ses qualités humaines d'écoute et de compréhension tout au long de ce travail

Je souhaiterais exprimer ma profonde gratitude à Professeur **ZITOUNI Bariza** pour avoir accepté de présider la soutenance. Je la remercie également pour son accueil chaleureux à chaque fois que j'ai sollicité son aide, ainsi que pour ses multiples encouragements et son assistance dès le début de notre formation.

Mes remerciements vont également aux professeurs **FAHLOUL Djamel**, **BENMOUSSA Hocine**, **AOUACHRIA Zeroual** pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens aussi à remercier les enseignants ayant encadré notre année théorique et surtout **Mme SALHI** qui a illuminé mon chemin...

Ma véritable reconnaissance à Monsieur **Gomri Mohamed Lamine** pour son grand soutien, son aide précieuse et sa présence à mes côtés tout au long du parcours, ainsi qu'à mes chères amies **BELLAL khalila**, **BENSBAA Zahra** et **AMEUR Dorea** pour leur épaulement inoubliable.

Merci

Dédicaces

Du profond de mon cœur, je dédie ce travail à tous ceux qui me sont chers,

A mes parents

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.

Je vous remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.

Que ce modeste travail soit l'exaucement de vos vœux tant formulés, le fruit de vos innombrables sacrifices. Que DIEU vous accorde santé, bonheur et longue vie inshallah.

A mon époux

Merci énormément pour ton soutien plus que précieux. Merci pour ton grand cœur, toutes vos qualités qui seraient trop longues à énumérer. Ma vie ne serait pas aussi magique sans ta présence et ton amour.

*A ma sœur **Nahla** et mes frères **Ouahid**, **Sif eddine** et **Mahmoud**, merci d'être toujours présents à mes cotés.*

*A mon fils **Timou** que j'aime plus que tout...*

A la mémoire de mon grand père.

Souma

SOMMAIRE

Remerciements

Sommaire

Liste des tableaux

Liste des figures

Nomenclatures

Introduction

1

Chapitre 1 : Généralités sur la cuisson

1. Concepts généraux	4
2. Modélisation des transferts de chaleur et de masse	6
3. La cuisson	7
3.1 Définition de la cuisson	7
3.2 Cuisson du pain	7
4. Technologie de cuisson de pain	9
5. Présentation des fours	10
5.1 Mode de fonctionnement	11
5.2 Conception de four à pain	11
5.3 Charge thermique total	13
5.4 Types de sources de chauffage	13
5.6 Types de four	14

Chapitre 2 : Etude bibliographique sur les modèles de transferts

I. Transfert de chaleur	18
1. Équations gouvernantes	18
1.1 Transfert de chaleur par conduction	20
1.2 Transfert de chaleur par convection	22
1.3 Radiation	24
2. Évaporation	26
3. Mécanismes de transfert de chaleur dans les produits alimentaires	27
II. Transfert de masse	29
1. Modes de transfert de masse	30
1.1 Transfert de masse par diffusion	30
1.2 Transfert par convection	31
II. Interaction entre transfert de chaleur et de masse	33
1. Adsorption	34
2. Modèles d'équilibre d'adsorption	35
2.1 Isotherme d'adsorption linéaire	36
2.2 Isotherme de Freundlich	36
2.3 Isotherme de Langmuir	37
IV. Cinétiques de l'avancement de la cuisson	37
1. Les cinétiques du premier ordre	37
2. Influence de la température	39
3. Modélisation des cinétiques du premier ordre	39

V. Modèles antérieurs sur la cuisson du pain	41
--	----

Chapitre 3 : Modèle mathématique

1. Modèle mathématique	44
1.1 Description du model	44
1.2 Équations gouvernantes	45
1.2.1 Transfert de chaleur	45
1.2.2 Transfert de masse	46
1.2.3 Taux d'évaporation	46
1.3 Conditions aux limites de transfert de chaleur:	47
1.4 Conditions de transfert de transfert de masse	48
2. Propriétés de la pâte	48
2.1 Masse volumique	49
2.2 Capacité thermique	49
3. Brunissement du pain	50
4. Valeur cuisatrice	51
5. Méthode de résolution	52
6. Résolution équation à (1 D) instationnaire	54
7. Interpolation de moindre carrée	57

Chapitre 4 : Résultats et discussion

1. Etude sans évaporation	60
1.1 Effet du coefficient de transfert de chaleur par convection H_T et ρc_p	60
1.2 Effet du coefficient de transfert de masse par convection H_{ML}	63
2. Etude avec changement de phase	65
2.1 Effet du coefficient de transfert de masse H_{ML} sur la fraction de vapeur	65
2.2 Effet du taux d'évaporation K_{evp} sur les fractions d'eau liquide et devapeur	65
2.3 Effet de K_{evp} sur l'évolution de la température	67
2.4 Effet de la porosité sur le transfert de chaleur et de masse	67
2.5 Effet de Température de l'air	69
3. Effet du phénomène d'adsorption	70
4. Variation de la couleur	72
5. La valeur cuisatrice	75
6. Interpolation de deux variables	77

Conclusion	81
-------------------	----

Références bibliographiques	83
------------------------------------	----

Lite des tableaux

Tableau 2. 1: Émissivité approximative de certains aliments et matériaux utilisés dans l'industrie alimentaire	26
Tableau 4.1 : Temps de cuisson pour plusieurs valeurs de $(\rho c_p)_p$	62
Tableau 4.2 : Temps de cuisson pour plusieurs valeurs de H_T	62
Tableau 4.3 : temps de perte d'eau pour plusieurs valeurs de H_{ML}	63
Tableau 4.4 : Temps de changement de couleur en fonction de température de chauffage T_{air} et coefficient de transfert HT	73
Tableau 4.5 : Temps de changement de couleur en minute en fonction de température de chauffage T_{air} et porosité ε	74
Tableau 4.6 : les valeurs cuisatrices en minute en fonction de température de chauffage T_{air} et coefficient de transfert HT	75
Tableau 4.7 : les valeurs cuisatrices en fonction de température de chauffage T_{air} et porosité ε	77

Liste des figures

Figure 1. 1: La modélisation mathématique, un chaînon vers l'amélioration du procédé decuisson	9
Figure 1. 2: Schématisation des phénomènes de transfert au niveau de l'enceinte du four	10
Figure 1. 3: Sources totales de charges thermiques	12
Figure 1. 4: Equilibre thermique du four	13
Figure 1. 5: Sources de chauffage du four et leurs exigences	14
Figure 2. 1: Conservation de l'énergie dans une piece de contrôle du produit à consommer	19
Figure 2. 2: Transfert d'énergie thermique de la surface de l'aliment à son environnement en raison de la convection, évaporation et rayonnement.	22
Figure 2. 3: Répartition des molécules par diffusion	30
Figure 4.1 : effet de ρc_p sur l'évolution d la température pour $hT=20 \text{ w.m-1.K-1}$	62
Figure 4.2 : effet de hT sur l'évolution de la température pour $(\rho c_p)_p=106$	62
Figure 4.3 : Temps de cuisson en fonction de ρc_p pour $HT=20 \text{ w.m-1.K-1}$	62
Figure 4. 4 : Temps de cuisson en fonction de HT pour $(\rho c_p)_p=106$	62
Figure 4.5 : variation de la masse volumique en fonction de Température, concentration et porosité	63
Figure 4.6 : variation de la chaleur spécifique en fonction de Température, concentration et porosité	63
Figure 4.7 : Effet du H_{ML} sur les Fraction d'eau liquide	64
Figure 4.8 : Effet du H_{ML} sur les Fraction de CO2	64
Figure 4.9 : Temps de perte d'eau en fonction du HML	64
Figure 4.10 : Effet du HML sur la fraction de vapeur	65
Figure 4.11 : Effet K_{evp} sur les Fraction d'eau Liquide	65
Figure 4.11 : Effet K_{evp} sur les Fraction d'eau Liquide	65
Figure 4.12 : Effet K_{evp} sur les Fraction de vapeur	65
Figure 4.13 : comparaison entre les fractions d'eau liquide, de vapeur et de CO2)	66
Figure 4.14 : Effet du K_{evp} sur l'évolution de Température	67

Figure 4.15 : Effet de la porosité sur ; a : La température ; b : La fraction de CO ₂ ; c : La fraction de vapeur ; d : La fraction du liquide	68
Figure 4.16 : Effet de la température de l'air sur ; a : La température ; b : La fraction de CO ₂ ; c : La fraction liquide ; d : La fraction de vapeur.	69
Figure 4.17 : Effet de l'adsorption sur ; (a) : La température ;(b) : La fraction de CO ₂ ; (c) : La fraction du liquide ; (d) : fraction de vapeur.	70
Figure 4.18 : Effet de la température de cuisson sur la variation de la couleur du pain	72
Figure 4.19 : Temps de changement de couleur en fonction de température de chauffage T _{air} et coefficient de transfert HT	73
Figure 4.20: Temps de changement de couleur en fonction de température de chauffage T _{air} et porosité ε	74
Tableau 4.6 : les valeurs cuisatrices en minute en fonction de température de chauffage T _{air} et coefficient de transfert HT	75
Figure 4.21: valeurs cuisatrices on fonction de température de chauffage T _{air} et coefficient de transfert HT	75
Figure 4.22: valeurs cuisatrice en fonction de température de chauffage T _{air} et la porosité ε	77

Nomenclature

T	Température (K)
t	Temps (s)
Kp	Conductivité thermique
Cp	Chaleur spécifique ($kJ / [kg K]$),
ρ	Masse volumique (kg/m)
C_l	teneur en eau liquide
C_v	Teneur en vapeur d'eau
C_{CO_2}	Fraction en CO_2
R_{evp}	Vitesse d'évaporation
H_{evp}	Chaleur latente d'évaporation
D_v	Coefficient de diffusion de vapeur (m^2/s)
D_l	Coefficient de diffusion de liquide (m^2/s)
k_{evp}	Constante d'évaporation (1/S)
E_a	Energie d'activation
T_{evp}	Température d'évaporation (K)
M_w	Poids moléculaire (kg/mole)
R	Constante des gaz parfait (J/ mole.K)
ΔE	Surface de couleur
VC	Valeur cuisatrice
m	La masse (kg),
HT	Coefficient de transfert de chaleur par convection ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$)
Nu	Nombre de <i>Nusselt</i>
Pr	Nombre de Prandtl
HM	Coefficient de transfert de masse par convection (m/s)
Re	nombre de Reynolds
Gr	numéro Grashof
ε	Porosité
X, y, z	Les coordonnées (m)
L	Longueur caractéristique (m)

Introduction

L'ingénierie alimentaire est un domaine multidisciplinaire des sciences physiques appliquées combinés à la connaissance des propriétés du produit. Les ingénieurs en alimentation fournissent des connaissances technologiques essentielles à la production et à la commercialisation rentables de produits alimentaires et de services en particulier, ils développent et conçoivent aussi des procédés et des équipements afin de convertir les matières premières et les ingrédients agricoles en produits alimentaires destinés au consommateur sûrs, pratiques et nutritifs. Cependant, les sujets liés à l'ingénierie de l'alimentation subissent continuellement des changements pour répondre aux diverses demandes des consommateurs, et sont rapidement développés pour tenir compte des besoins du marché.

Dans le développement de l'ingénierie alimentaire, l'un des nombreux défis consiste à utiliser des outils et connaissances modernes, tels que la science des matériaux informatiques et la nanotechnologie, pour développer de nouveaux produits et processus simultanément, l'amélioration de la qualité et de la sécurité des aliments demeure une question critique dans l'étude de l'ingénierie alimentaire. L'un de ces outils est la modélisation numérique ;

La modélisation est une tâche importante dans l'ingénierie alimentaire et de nombreuses approches sont possibles, c'est une tâche compliquée en raison du manque de connaissances concernant les mécanismes, de la difficulté d'expérimentation et de l'obtention de nombreuses données fiables et des incertitudes concernant les propriétés alimentaires.

L'industrie alimentaire dépend grandement des opérations unitaires qui sont appliquées pour produire une transformation structurelle dans les produits. L'une des opérations les plus utilisées est le transfert de chaleur et de masse.

Les transferts de chaleur et de masse sont certainement l'un des sujets les plus étudiés pour la modélisation en agroalimentaire et la cuisson du pain en particulier. La cuisson du pain elle-même a été définie comme un processus dans lequel une pâte, fermentée ou non, est transformée en pain dans des conditions contrôlées de température, d'humidité et de temps.

Notre travail est basé sur la modélisation numérique des transferts de chaleur et de masse lors d'un processus de cuisson, ces transferts sont responsables de la répartition des

concentrations d'espèces et de température dans le produit. Le constituant liquide de base des aliments étant l'eau, on s'intéresse essentiellement aux transferts d'eau en phase liquide et en phase vapeur.

L'objectif principale de la présente étude est d'analyser l'effet de variations de plusieurs paramètres comme : HT : coefficient de transfert de chaleur par convection, ρ , c_p , T_{air} : température de chauffage, K_{evp} : coefficient du taux d'évaporation, ε : la porosité et K_d : coefficient de distribution d'adsorption sur le transfert de chaleur et masse lors de la cuisson du pain, et l'obtention des temps de changement de couleur et la valeur cuisatrice.

Ce travail est réparti en quatre chapitres :

Le premier traite le concept général de la cuisson, dans le deuxième une étude bibliographique sur les modèles de transferts, la discrétisation et la présentation des méthodes numérique utilisées sont traitées dans le troisième chapitre, dans le dernier chapitre on a exposé les résultats issus de cette étude, leurs interprétations.

En conclusion; on a récapitulé le travail réalisé et on a ouvert des perspectives sur la suite de ce sujet.

1. Concepts généraux

Dans la nature, les systèmes et phénomènes physiques les plus intéressants sont aussi les plus complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non-linéaires interagissant entre eux. Le principe d'un modèle est de remplacer un système complexe en un objet ou opérateur simple reproduisant les aspects ou comportements principaux de l'original (ex : modèle mathématique ou numérique).

La modélisation n'est pas une méthodologie étape par étape. Loin de cela, la modélisation alimentaire implique de bonnes compétences dans: la physique, la biologie, l'instrumentation, l'ordinateur et les mathématiques appliquées,

En général, la partie mathématique du travail consiste principalement dans la résolution analytique du système d'équation décrivant le modèle. Comme, en raison de l'augmentation de la complexité, de plus en plus de modèles impliquent des variables et des paramètres non mesurables non disponibles dans la littérature. L'identification de ces paramètres s'effectue à l'aide de routines d'optimisation. Comme les modèles sont généralement non linéaires et donc résolu numériquement, les routines d'optimisation itératives non linéaires sont préférées. Deux questions importantes doivent être étudiées.

La modélisation des produits alimentaires et des procédés alimentaires est une tâche compliquée en raison du manque de connaissances concernant les mécanismes, de la difficulté d'expérimentation et de l'obtention de nombreuses données fiables et des incertitudes concernant les propriétés alimentaires. Pendant longtemps, la transformation des aliments était principalement consacrée à la sécurité des produits, à la stabilisation et à l'exploitation dans l'industrie, et aux ingénieurs de processus, des concepts appliqués à partir d'ingénierie chimique et ciblés sur des diagrammes temps-température pour prédire et limiter les spores résiduelles ou les micro-organismes dans les aliments.

Malgré un très grand nombre de publications, l'extension de cette approche au traitement et à la conception des aliments rencontre les limites suivantes:

De nombreux modèles de fonctionnement unitaire sont développés mais leur applicabilité n'est pas simple; en plus de nombreuses incertitudes sont disponibles à la fois pour les propriétés des matières premières, les paramètres de conception des opérations et la fiabilité des conditions de fonctionnement (en particulier sans contrôle implémenté).

Actuellement, la connaissance précise des scientifiques de l'alimentation a conduit à des modèles spécifiques, précieux dans un minuscule domaine, soit de composition, soit d'environnement physico-chimique. En outre, leur cadre conceptuel ne permet pas une intégration facile des résultats d'autres modèles existants avec ceux en développement. Par exemple, la plupart des aspects de traitement sont couverts par des équations différentielles de phénomènes de transfert de chaleur et de masse, tandis que les aspects microbiologiques ou chimiques tiennent compte en grande partie d'équations cinétiques simples; Coupler toutes ces équation est parfois possible mais pas simple au général.

Les processus alimentaires sont généralement de nature dynamique. La représentation par modèles se compose d'ensembles d'équations différentielles et algébriques ordinaires et / ou partielles. La complexité des modèles va de la simple (par exemple, la cinétique empirique) à la très complexe (par exemple, la dynamique des fluides associée au transfert de chaleur et aux réactions). Cela dépend du but de l'étude: estimation et simulation de l'état, contrôle optimisé, compréhension structurale, etc.

La complexité élevée de l'élaboration des produits et des processus concernés est la principale raison du développement de la modélisation, la compréhension d'un mécanisme complexe en interaction, la capacité à décrire le phénomène effectué pendant le traitement et les applications de stockage, de contrôle ou les stratégies d'optimisation sont des moyens différents d'utiliser des outils de modélisation dans l'ingénierie alimentaire. Pendant longtemps, de nombreux travaux sont consacrés à un tel développement et un grand nombre de documents traitent les modèles, de manière rigoureuse ou non.

2. Modélisation des transferts de chaleur et de masse

Les transferts de chaleur et de masse sont certainement l'un des sujets les plus étudiés pour la modélisation. Même si le but principal des opérations thermiques est de donner au produit certaines caractéristiques spécifiques telles que: le goût, la couleur, l'humidité, les dimensions, l'épaisseur, la structure et les propriétés mécaniques, la plupart des études traitent d'abord l'évolution de l'humidité et de la température. Pour la cuisson, par exemple, ce n'est que récemment que l'on est conscient du grand intérêt d'une compréhension complète du processus de cuisson et des phénomènes de transformation induits dans le produit, non seulement pour contrôler la qualité du produit, mais aussi pour considérer l'opération de l'unité de cuisson comme un outil utile pour le développement de nouveaux produits. De cette façon, la modélisation du processus de cuisson devient une priorité afin de combler le manque de données que les mesures sur site ne sont pas encore en mesure d'évaluer et d'atteindre le niveau de connaissances requis

Il existe un nombre important de modèles déterministes sur le transfert de chaleur et de masse dans les fours à cuire dans la zone des produits céréaliers. La description des lois de Fourier et Fick, y compris l'action de couplage entre les deux, est relativement simple et bien réalisée, principalement en supposant que les paramètres thermiques sont constants. L'utilisation de lois différentielles dans le temps pour les paramètres thermiques et physiques n'est pas simple et en fait pas souvent proposée. Généralement, ces modèles ne prédisent que la température moyenne et la teneur en humidité du produit.

Le cas du pain en tant que modèle de milieu poreux illustre bien que le transfert de chaleur est effectué pendant la cuisson. L'évapo-condensation implique une augmentation du transfert de chaleur et modifie de manière significative le taux de transport de masse également.

3. La cuisson

Dans les temps anciens, et partout dans les sociétés traditionnelles, la cuisson était la principale technique de conservation des aliments, et elle le reste de nos jours. Les hommes apprirent à faire du feu, et faire cuire les aliments devint un moyen d'améliorer la qualité de leur alimentation (FAO, 1996). Il s'agit donc d'une habitude alimentaire très ancienne dont les impacts sur les aliments sont multiples et donnent des avantages divers (Rhichard, 2007).

Faire cuire les aliments est une pratique universelle parce que cela permet d'améliorer le goût des aliments, de rendre comestibles des aliments non comestibles, ou de les rendre plus digestes. La cuisson tue également des germes, notamment de nombreux micro-organismes pathogènes présents dans les aliments (FAO, 2006). Les produits céréaliers, et spécialement le pain, sont le meilleur exemple. En effet, la préparation d'un pain nécessite plusieurs heures et une bonne précision dans chacune des étapes. En fait, la complexité des phénomènes régissant la préparation et spécialement la cuisson de produits céréaliers est telle qu'il est souvent dit que c'est un art. (Ma et al., 2017).

3.1 Définition de la cuisson

La cuisson est l'opération qui modifie par la chaleur, ou par des radiations (micro-onde), l'aspect physique et la composition chimique d'un aliment, pour le rendre plus digeste, plus appétissant et plus savoureux (Giampaolo, 2009). Par cuisson il est commun d'entendre « action de la chaleur ». En fait la cuisson d'un aliment est une opération précise : elle consiste à chauffer un produit à un certain niveau, pendant un certain temps dans un environnement bien défini (Bimbenet et al., 2002).

3.2 Cuisson du pain

Elle peut être définie comme le processus qui transforme la pâte, en un produit alimentaire avec des caractéristiques sensorielles uniques par application de chaleur dans un four, dans des conditions contrôlées de température, d'humidité et de temps (Duška et al., 2016). L'application de la chaleur génère des processus de transfert de masse entre le produit et l'ambiance du four et à l'intérieur du produit. Par conséquent, la cuisson est un processus

simultané de transfert de chaleur et de masse du point de vue des phénomènes de transport (**Calderón et al., 2016**).

La cuisson est l'une des étapes les plus complexes du processus de fabrication du pain au cours duquel, dans un support multiphase, les mécanismes ultérieurs peuvent se produire simultanément :

- Les transferts de chaleur vers la partie interne du produit, provoquant plusieurs changements physiques et biochimiques, qui génèrent les caractéristiques finales du produit.
- Le transfert de masse se produit en raison de l'eau passant de la partie interne de l'aliment à la surface du produit.
- La rhéologie de la pâte change dans la pâte et dans les phases constitutives, ainsi que l'expansion et la coalescence des bulles; Tout cela est associé à des phénomènes mécaniques complexes qui se produisent alors que la pâte tourne vers le produit final.

Plusieurs changements physiques, chimiques et biologiques se produisent lors de la cuisson du pain: l'évaporation à l'interface cellule-pâte, ce qui entraîne une formation de croûte; Expansion en volume du pain en raison de la capacité de la pâte à être déformée et pour retenir les gaz (CO₂, éthanol, et ceux produits par des composés autonomes); La dénaturation des protéines et la gélification de l'amidon, qui forment une mie élastique; le développement du brunissement par réaction de Maillard; et la caramélisation au sucre, qui est également associée à la saveur et aux formations composites nuisibles telles que l'arylamine (**Mondal et Datta, 2008**).

Le pain est le résultat de la fermentation des sucres du blé libérés de l'amidon, par l'activité de nos enzymes. Le dioxyde de carbone (CO₂) produit à partir de la fermentation de *Saccharomyces cerevisiae* induit le levage de la pâte (**Banooni et al., 2008**). Le sucre se transforme en vapeur d'eau et CO₂, qui se dilate à haute température ; Ils se développent et évitent une augmentation rapide de la température de la mie de pain et une forte évaporation de l'eau (**Mondal et Datta, 2008**). Les taux d'évaporation de l'eau, la température du pain et l'épaisseur du pain sont les paramètres de processus les plus importants lors de la cuisson (**Gupta, 2001**).

4. Technologie de cuisson de pain

L'industrie de la boulangerie internationale a connu une révolution au cours des 150 dernières années. Les petites boulangeries artisanales, ont ouvert la voie à l'industrie de la boulangerie à haute technologie. La monoproduction industrielle a repris les boulangeries de grande variété car le pain pourrait être produit de manière plus efficace. La productivité est devenue la clé du succès. Différentes technologies de cuisson ont été développées pour mieux répondre aux nouvelles demandes du marché. De nouveaux matériaux et ingrédients ont été introduits dans la composition du pain, tandis que la recherche a généré des progrès constants et impressionnants dans la fabrication du pain. L'amélioration continue de la technologie de cuisson mérite d'être étudiée principalement pour un produit de meilleure qualité, un développement de produits nutritionnels supérieurs et une considération économique. Avec l'introduction de l'automatisation dans l'industrie de la boulangerie, il est devenu essentiel d'étudier le procédé de cuisson du pain (Arpita et al., 2007). La popularité du produit, complexité des phénomènes et coût énergétique sont à l'origine de l'intérêt d'étudier le procédé de cuisson du pain. Une analyse de ce processus est présentée sous forme d'un diagramme à la Figure 1.1. La modélisation mathématique représente un maillon essentiel dans l'amélioration du procédé.

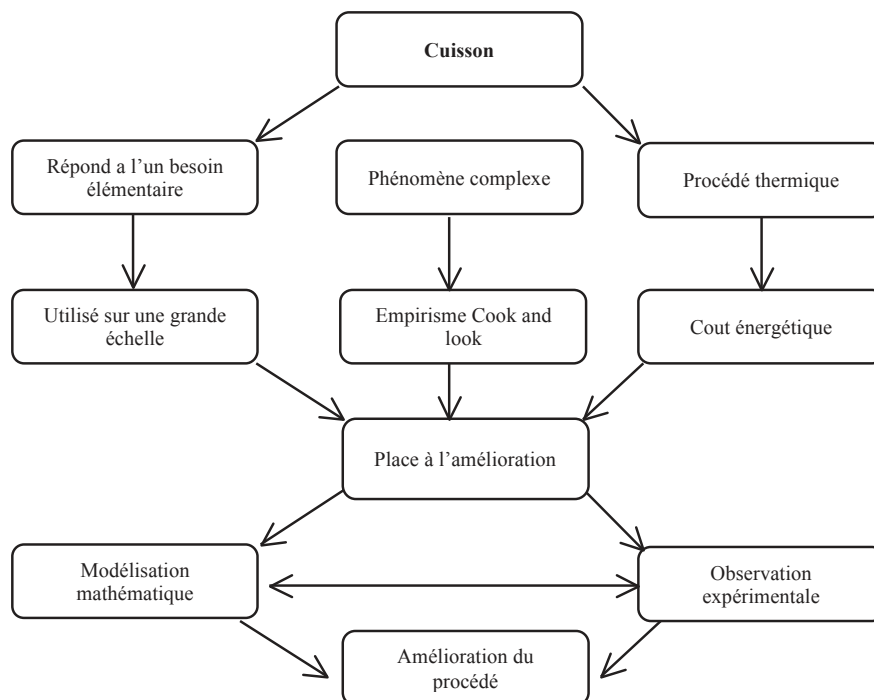


Figure 1. 1: La modélisation mathématique, un chaînon vers l'amélioration du procédé de cuisson

La recherche scientifique sur la modélisation du procédé de cuisson progresse de jours en jours. Plusieurs aspects ont été abordés, depuis l'écoulement dans l'enceinte jusqu'aux réactions physico-chimiques dans le produit

Entre l'entrée et la sortie du four, le produit subit une véritable métamorphose. Il est à noter que la plupart de ces phénomènes et transformations sont couplés et dépendent les uns des autres. On parle donc d'un système multi-physique

Au niveau de l'enceinte du four, les phénomènes majeurs sont schématisés à la Figure 1-2. L'air en mouvement peut être en régime laminaire ou turbulent; le rayonnement implique toutes les parois, mais aussi l'air humide; le produit échange avec l'extérieur par convection, rayonnement, conduction, mais aussi par transfert de masse.

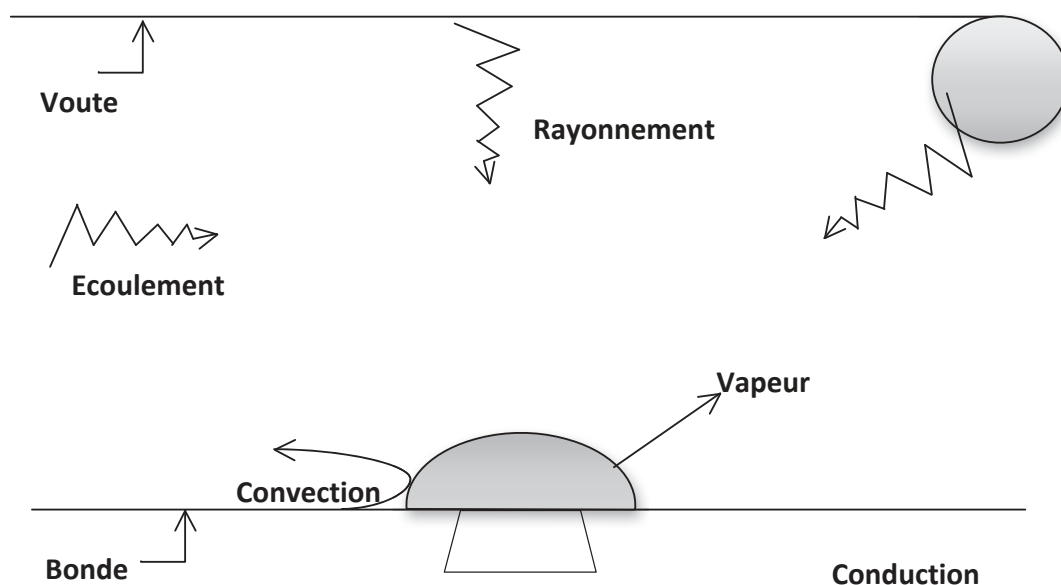


Figure 1. 2: Schématisation des phénomènes de transfert au niveau de l'enceinte du four

5. Présentation des fours

Les fours sont les équipements de transfert de chaleur utilisé pour effectuer l'opération de cuisson. L'objectif du four est de fournir l'énergie nécessaire pour générer le transfert de

chaleur et de masse lors de la cuisson, la transformation de la pâte au produit (par exemple, le pain, le gâteau et le biscuit) et le développement des attributs sensoriels.

Fondamentalement, le four se compose d'une chambre à cuire où sont placés des aliments, d'une unité de chauffage ou d'un système qui peut être une partie ou non de la chambre de cuisson et des matériaux d'isolation et de construction en contact avec l'ambiance. De plus, la chambre de cuisson peut être équipée de ponts, de grilles ou de tout autre dispositif de support pour placer directement les produits, qui peuvent à leur tour être disposés dans des supports de cuisson (plateaux, moules, casseroles, etc.). Selon le mode d'alimentation en chaleur, les fours peuvent être classés en des équipements de chauffage direct et indirect. Dans le premier cas, la chaleur est générée dans la chambre de cuisson et directement transférée par des gaz de combustion provenant d'un gaz combustible propre, par exemple gaz naturel ou gaz de pétrole liquéfié, ou par une source d'énergie micro-ondes (fours non conventionnels). Dans le second cas, l'air circulant dans la chambre de cuisson est chauffé par une chambre de combustion par des parois conductrices séparant les deux chambres, par des tubes à vapeur ou par des résistances électriques. Il convient de noter que l'air joue un rôle clé dans le chauffage indirect des fours.

5.1 Mode de fonctionnement

En ce qui concerne le mode de fonctionnement, les fours peuvent être divisés en fours discontinus et continus (tunnel). Dans ce dernier cas, la pâte est transportée sur une bande de convoyeur à travers le four. La bande de convoyeur peut être fabriquée en acier, en treillis en acier ou en pierre (granit, béton, etc.), afin d'imiter un four traditionnel. En général, les fours à batch sont utilisés pour les pains et les fours à tunnel pour les produits de pâte et les biscuits (Purlis 2012b).

5.2 Conception de four à pain

Le pré-dimensionnement et la conception du four sont principalement basées sur le calcul des charges thermiques totales (QT) nécessaires à la fourniture du système (chambre du four plus produit) elle est définie car la quantité de chaleur par heure doit être entrée au système afin de maintenir les conditions spécifiques de température et d'humidité requises pour cuire le produit. Le calcul de la charge thermique totale (1.1) doit tenir compte de plusieurs facteurs (figure 1.3), tels que les conditions de procédé, les caractéristiques géométriques, les

caractéristiques opérationnelles du type de four sélectionné et les propriétés physico-chimiques du produit soumis à une chaleur de traitement ainsi que des facteurs qui influent sur l'augmentation de la charge thermique totale, comme les pertes de chaleur.

$$Q_T = Q_C + Q_P + Q_L \quad (1.1)$$

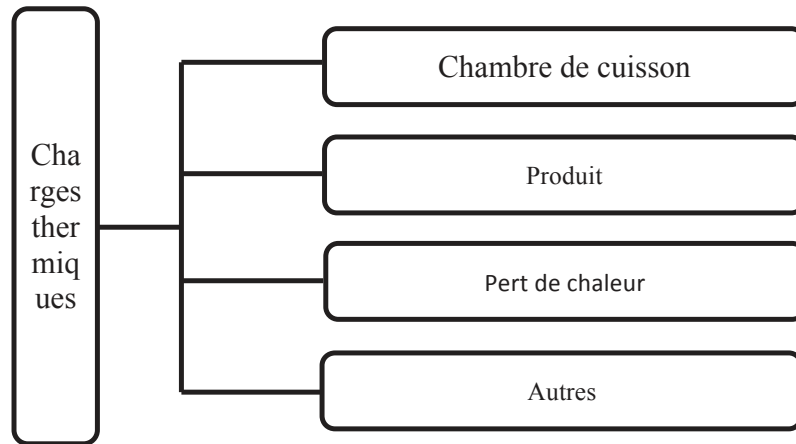


Figure 1. 3: Sources totales de charges thermiques

La charge thermique totale du système (Q_T) peut être considérée comme la sommation de toutes les charges thermiques (équation 8.1) qui interagissent avec le système, et chacun doit être calculé individuellement en fonction du type de chaleur impliquée (sensible ou latente). Certaines des sources de chaleur les plus communes qui doivent être considérées pour le calcul de Q_T sont :

- Q_C : charge de la chambre de cuisson (kJ / h); C'est la quantité de chaleur requise pour atteindre et maintenir la température à l'intérieur du four.
- Q_P : chargement par produit (kJ / h); C'est la chaleur nécessaire pour atteindre la valeur de la température sélectionnée au centre du produit (température de produit de cuisson).
- Q_L : Charge par perte de chaleur (kJ / h); C'est la chaleur perdue en raison de l'interférence entre l'air et la transmission de chaleur par conduction à travers les parois du four.
- Q_V : diverses charges (kJ / h); Il est référé à toutes les autres sources qui sont nécessaires ou fournissent de l'énergie et n'ont pas été inclus dans les sources

mentionnées précédemment, comme l'éclairage, les moules, les crémaillères et les plateaux.

5.3 Charge thermique total

Le principe de la conception du four est basé sur un bilan énergétique (première loi de la thermodynamique), qui dit que la quantité d'alimentation en chaleur du four (QT) est égale à la quantité de chaleur expulsée plus celle qui est accumulée (Figure 1.4) et équivalent à la somme de toutes les charges thermiques mentionnées précédemment.

Une fois que toutes les charges ont été évaluées, la charge totale QT (kJ / h) est déterminée par

$$Q_T = (Q_C + Q_P + Q_L + Q_V) \times 1.1 \quad (1.2)$$

Et un facteur de sécurité de 5 à 10% est ajouté. La valeur de ce pourcentage dépend de la fiabilité de l'information utilisée dans le calcul, et il est largement recommandé d'appliquer 10%, et c'est la charge de chaleur utilisée pour sélectionner l'équipement de chauffage du four.

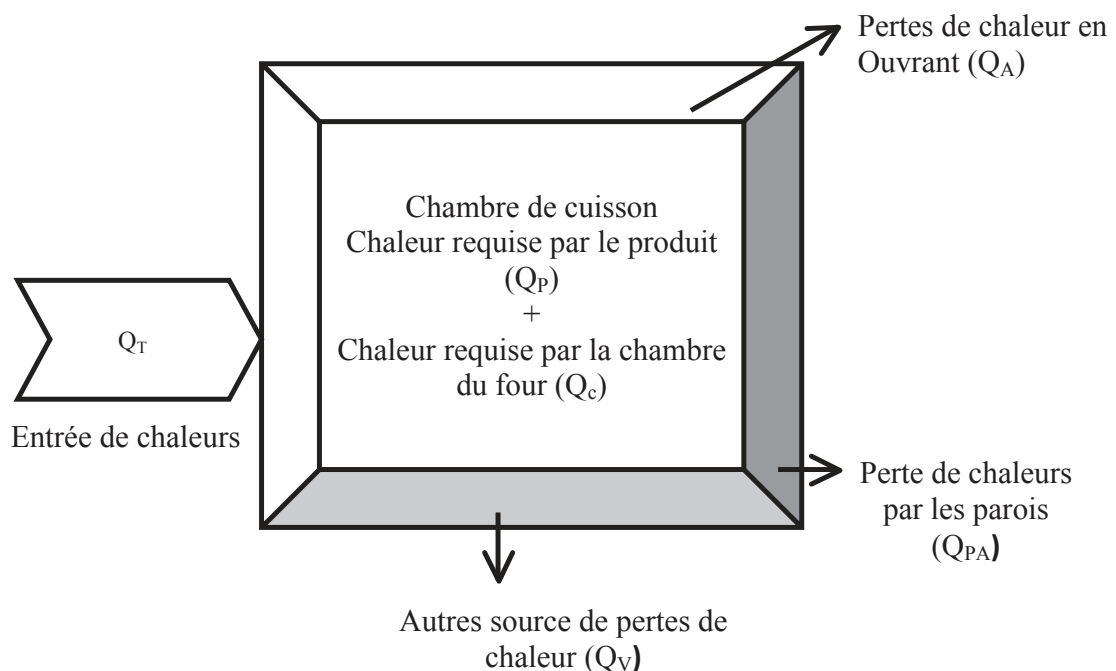


Figure 1. 4: Equilibre thermique du four

5.4 Types de sources de chauffage

Une fois que la charge de chauffage totale (QT) est évaluée, le type et la taille des éléments chauffants sont déterminés. Il existe différents types de sources de chauffage, mais en général, ils peuvent être regroupés en fonction de la source de chauffage en tant que brûleurs et résistances électriques (Figure 1.5), et leur type spécifique dépendra de la masse d'air et de carburant à être utilisé, le type de matériau duquel est construit et la position où les buses seront situées.

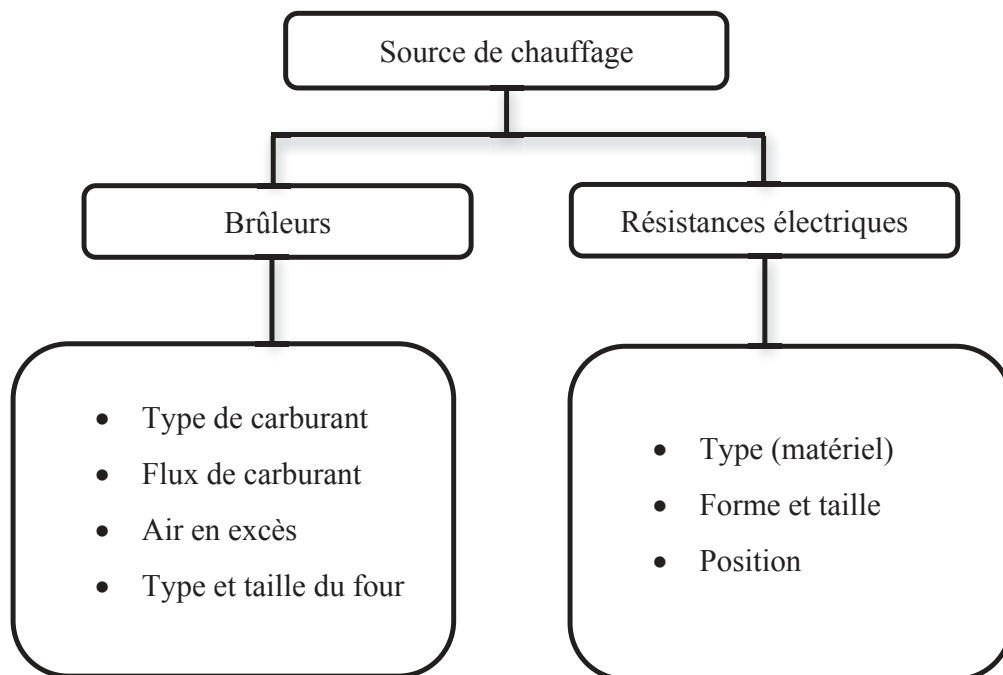


Figure 1. 5: Sources de chauffage du four et leurs exigences

5.5 Types de four

Traditionnellement, les fours peuvent être classés en deux types différents en fonction du mécanisme de transport de chaleur qu'ils reposent sur: fours de conduction et de convection. Cependant, de nouvelles technologies ont été développées qui utilisent des énergies non conventionnelles ou des milieux de chauffage comme les micro-ondes, l'injection d'air forcée et l'infrarouge. Ces moyens de chauffage fournissent un transfert d'énergie rapide et efficace, ce qui favorise un changement rapide de la température du produit par rapport à celui de la technologie traditionnelle utilisée pour la cuisson.

➤ Fours jetgaz

Composé d'une série de buses à jets à l'intérieur de la chambre, grâce à laquelle un air forcé d'air chaud est injecté au-dessus du produit et, grâce à la convection, la chaleur de l'air est transférée au produit. L'air est chauffé de manière indirecte, ce qui signifie hors de la chambre de cuisson par des résistances électriques ou la combustion de gaz.

Applications

- Cuisson de pizza et fabrication de petit pain
- séchage
- chauffage
- Snacks et céréales pour petit-déjeuner

Avantages

- Transfert de chaleur élevé
- Diminution du temps de cuisson
- Baisse de l'humidité
- Réduit la fermeté du produit pendant stockage

Désavantage

- Petit volume du produit
- Modélisation complexe

➤ Four à micro-ondes

L'énergie haute fréquence (2-4 GHz) est fournie par un mécanisme appelé magnetron; Cette énergie est guidée vers la chambre du four à l'aide d'un ventilateur. Un plateau tournant tourne à basse vitesse facilitant la collision des micro-ondes sur les aliments qui doivent être chauffés. Le chauffage est réalisé par l'absorption des ondes électromagnétiques par les molécules polaires, principalement l'eau.

Applications

Le four à micro-ondes a été utilisé avec beaucoup de succès dans les maisons uniquement pour un chauffage général, mais leur application dans l'industrie de la fabrication du pain est limitée.

Avantages

- Très peu de temps de cuisson
- Moins d'espace requis par le four
- Les produits obtenus possèdent une valeur nutritionnelle supérieure par rapport au reste des fours

Désavantage

Les produits obtenus présentent des caractéristiques de mauvaise qualité telles que la réduction de la hauteur, la texture dense et collante, la miette dure et un gradient d'humidité indésirable et Fluctuation de la température

➤ Fours à chauffage infrarouge

Composé d'une source de haute température (quartz, lampe ou résistance électrique), qui émet des ondes infrarouges qui sont absorbées par le produit. Le spectre de la fréquence électromagnétique utilisée dans l'industrie comprend 0,76 à 10 μm

Applications

- Cuisson
- Chauffage et séchage

Avantages

- Chauffage rapide (moins temps de cuisson)
- Taux de production élevé Installations compactes Bonne efficacité énergétique
- Ne nécessite pas de circulation d'air

Désavantage

Les pains obtenus présentent une croûte fine ou fine et une miette très douce

Dans les sections suivantes, nous discuterons des processus de transfert de chaleur et de masse qui se produisent dans le four, y compris les considérations d'exploitation. Il convient de noter

que la séparation entre les mécanismes de transfert de chaleur et de masse n'est que pour la clarté de la présentation; De tels processus se produisent simultanément dans l'opération de cuisson.

Introduction

La cuisson est considérée comme une opération unitaire de transfert de chaleur. Néanmoins, l'application de chaleur génère des processus de transfert de masse entre le produit, l'ambiance du four et l'intérieur du produit. D'autres caractéristiques intrinsèques qui augmentent la complexité des phénomènes de transport sous-jacents à ce fonctionnement unitaire sont la formation d'une structure poreuse et le changement de volume. Dans le produit pendant la cuisson (**Ma et al., 2017**).

Les modifications des aliments par la cuisson sont très variées et complexes. Pour permettre toutes ces transformations, il est nécessaire d'augmenter la température et donc d'apporter de l'énergie à l'aliment pour que celle-ci soit transmise de la surface vers le cœur. Donc il est nécessaire d'étudier l'ensemble des phénomènes de transferts de chaleur utiles pour la cuisson (**Richard, 2007**). Le transfert de chaleur est le mouvement d'énergie d'un point à un autre en raison d'une différence de température (**Romeo, 2007**).

I. Transfert de chaleur

La chaleur se déplace naturellement d'un milieu chaud à un milieu froid. Autrement dit, pour qu'il y ait un transfert de chaleur, il faut qu'il y ait une différence de température (**Laurent et al., 2011**). La différence de température est la force d'entraînement qui établit le taux de transfert de chaleur (**Romeo, 2007**). La quantité de chaleur d'un objet tel qu'une tomate est déterminée par sa masse, sa chaleur spécifique et sa température. L'équation de calcul de la quantité de chaleur est :

$$Q = m.c_p.\Delta T \quad (2.1)$$

Où m est la masse (kg), c_p est la chaleur spécifique à pression constante (kJ / [kg K]), et ΔT est la différence de température entre l'objet et une température de référence (° C). La quantité de chaleur est toujours exprimée par rapport à une autre température (température de référence) (**Paul Singh et al., 2009**).

1. Équations gouvernantes

Bien que la détermination de la quantité de chaleur soit un calcul important, la connaissance de la façon dont la chaleur peut se transférer d'un objet à un autre ou à l'intérieur d'un objet est d'une valeur pratique encore plus grande (**Paul Singh et al., 2009**), il existe une

diversité de techniques de traitement thermique utilisées dans l'industrie alimentaire, la plupart d'entre elles fonctionnent selon les mêmes principes fondamentaux de transfert de chaleur et de masse (**Knipe, 2010**). En termes généraux, les aliments sont exposés à un milieu de chauffage ou de refroidissement; Cela provoque des mouvements de masse et d'énergie thermique de l'un à l'autre en raison de différences de concentration et de température, respectivement. En outre, la chaleur est transférée dans un état instable ou un état transitoire dans lequel la température change en fonction du temps et de l'emplacement. La cuisson, qui consiste à chauffer un aliment jusqu'à ce qu'il atteigne une certaine température, est un exemple de transfert non stationnaire (**Laurent et al., 2011**).

Selon la première loi de la thermodynamique, la loi de conservation de l'énergie, la vitesse à laquelle l'énergie thermique est fournie à un volume de contrôle (E_i), moins la vitesse à laquelle cette énergie laisse la masse témoin (E_{out}), plus la vitesse à laquelle l'énergie est générée dans la masse de contrôle (E_g); Doit être égal au taux auquel l'énergie est stockée dans le volume de contrôle (E_{st}) (**Incropera, 2007**). Ainsi, compte tenu d'un système comme celui présenté dans la figure 2.1, un équilibre énergétique de base dans un volume de contrôle différentiel indique que:

$$\dot{E}_{in}^* - \dot{E}_{out}^* + \dot{E}_g^* = \dot{E}_{st}^* \quad (2.2)$$

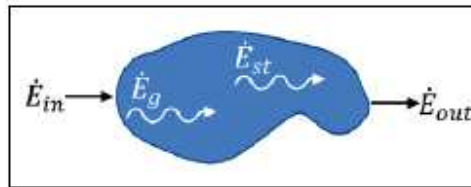


Figure 2. 1: Conservation de l'énergie dans une piece de contrôle du produit à consommer

En termes pratiques, le théorème de divergence indique que la somme de toutes les sources de flux de chaleur moins la somme de tous les puits de flux de chaleur donne l'écoulement net d'une masse de contrôle ($\nabla \cdot (q)$) (Negahban, 2009b). Ainsi,

$$\nabla \cdot (q) = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \dot{E}_{out}^* - \dot{E}_{in}^* \quad (2.3)$$

En utilisant le théorème de divergence, l'équation de base de la conservation d'énergie (équation 2.3) pourrait s'exprimer comme suit:

$$-\nabla \cdot (q) + E_g^* = E_{st}^* \quad (2.4)$$

Dans un four de cuisson classique, la chaleur générée est transférée au produit par les trois mécanismes de base du transfert de chaleur simultanément, à savoir, la conduction, la convection et le rayonnement (**Emmanuel, 2017**). La grandeur de chacun de ces modes dépend du type d'aliments et des techniques de cuisson.

1.1 Transfert de chaleur par conduction

- La conduction est le mode de transfert de chaleur dans lequel le transfert d'énergie a lieu au niveau moléculaire (**Richard, 2007**) c'est le mécanisme du transfert de chaleur dans les solides (**Battaglia et al., 2009**), la quantité de chaleur par unité de temps qui rentre est égale à la quantité de chaleur qui sort (**Laurent et al., 2011**). Lorsque les molécules d'un matériau solide atteignent une énergie thermique supplémentaire, elles deviennent plus énergiques et vibrent avec une amplitude de vibration accrue alors qu'elles sont confinées dans leur réseau. Ces vibrations sont transmises d'une molécule à l'autre sans mouvement de translation réel des molécules. (**Paul Singh et al., 2009**). L'énergie est ainsi propagée des régions à températures élevées vers les régions de plus basses températures. D'autre part, les températures sont constantes dans le temps car il n'y a pas d'accumulation de chaleur (**Laurent et al., 2011**).

La conduction est le principal mécanisme de transfert de chaleur à l'intérieur du produit lors du processus conventionnel de cuisson; ce mécanisme est relativement lent en raison de la composition du produit, ainsi que de la présence d'air dans le produit (**Josué et al., 2016**)

Le taux de transfert de chaleur par conduction, s'exprime par la loi de Fourier (**Laurent et al., 2011**). Selon la première loi de Fourier, le flux thermique, ou transfert de chaleur par conduction, est proportionnel au gradient de température :

$$q = -k \cdot \nabla(T) \quad (2.5)$$

Sachant que q est le flux de la chaleur par unité de surface, le gradient de température $\nabla(T)$. Le signe négatif dans l'équation indique qu'un flux de chaleur positif se produira dans le sens de la diminution de la température (**Incropera et al., 2009**).

En fait, le traitement thermique des aliments peut être considéré comme un problème de conduction de chaleur transitoire en trois dimensions. Par conséquent, l'équation 2.4 peut être représentée par:

$$-\nabla \cdot (q) + E_g^* = \nabla \cdot (k \nabla (T)) + E_g^* = E_{st}^* \quad (2.6)$$

La vitesse à laquelle l'énergie est stockée dans la masse témoin (E_{st}) est proportionnelle à la variation de température

$$E_{st}^* = \rho \cdot Cp \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.7)$$

Par conséquent, le principe qui régit le phénomène de transfert de chaleur lors du traitement thermique des aliments dans des coordonnées cartésiennes peut être représenté par:

$$\rho \cdot Cp \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla (T)) + E_g^* \quad (2.8)$$

- **Conditions initiales**

La distribution de la température dans les aliments entrant dans les fours ne peut pas être uniforme dans tout le volume de l'aliment. Par conséquent, des distributions de température initiales non uniformes doivent être prises en considération pour réaliser des simulations précises du transfert de chaleur dans des scénarios de traitement réel des aliments. Par conséquent, l'équation 2.8 est soumise à une condition initiale indiquant que la température initiale de l'aliment à chauffer est fonction de l'emplacement.

$$T = T_0(x, y, z) \text{ à } t = 0 \quad (2.9)$$

- **Conditions de contour**

Les aliments sont exposés aux flux d'air chaud pendant le traitement thermique. Par conséquent, l'énergie thermique sera transférée de la surface de l'aliment à l'air et vice versa par convection, rayonnement et évaporation (Figure 2.2).

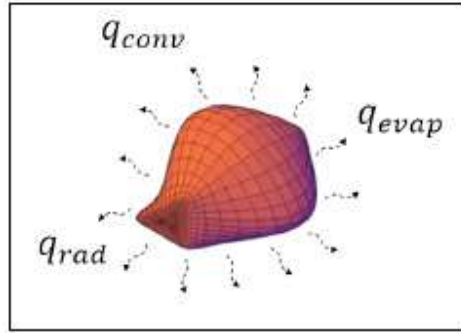


Figure 2. 2: Transfert d'énergie thermique de la surface de l'aliment à son environnement en raison de la convection, évaporation et rayonnement.

Par conséquent, l'équation 2.8 est soumise à une condition aux limites dans laquelle le flux de chaleur à la surface de l'aliment pourrait être exprimé comme suit:

$$q_n = q_{conv} + q_{rad} + q_{evap} \quad (2.10)$$

1.2 Transfert de chaleur par convection

Contrairement à la conduction, qui se passe généralement dans un corps solide, la convection se passe entre un fluide (liquide ou gaz) et un solide (pâte à pain) (**Rahman, 2009**). Pendant le chauffage des gaz et des liquides, les courants de fluide échangent la chaleur avec des surfaces solides par convection (**Teledo, 2007**). Les mouvements à l'intérieur du fluide peuvent être dus aux lois de la gravité (**Laurent, 2011**).

Le flux de chaleur dû à la convection est égal au coefficient de transfert de chaleur convectif fois la force motrice (Knipe, 2010). Le coefficient de transfert de chaleur convective (hc) est fonction des propriétés de l'air, des conditions d'écoulement de l'air et de la forme de l'aliment. La force motrice est la différence de température entre le fluide en vrac (T_a) et la surface du produit (T_s).

$$q_{conv} = hc.(T_s - T_a) \quad (2.11)$$

Les flux par convection concernent les fluides en mouvement dans les enceintes de cuisson se séparent en deux groupes (**Richard, 2007**) :

- **Convection naturelle (libre)** : apparaît spontanément, elle se produit dans un fluide au sein duquel existe un gradient de température. C'est le cas dans une pièce où l'air chaud produit au niveau du sol va monter au plafond tandis que l'air froid va descendre. Le

mouvement est dû au fait que l'air chaud est moins dense que l'air froid et monte donc sous l'effet d'une force d'Archimède. Autre exemple : mouvement de l'eau dans une casserole chauffée par une plaque électrique (**Fellows, 2000**).

- **Convection forcée**: Lorsqu'un fluide est forcé à s'écouler par une surface par des moyens mécaniques (**Bimbenet, 2007**).

Le transfert de chaleur par convection est évalué comme le taux d'échange de chaleur à l'interface entre un fluide et un solide. Le taux de transfert de chaleur par convection est proportionnel à la différence de température et est exprimé comme suit:

$$q = h.A.(T_m - T_s) = h.A.\Delta T \quad (2.12)$$

Où h est le coefficient de transfert de chaleur, A est la zone de l'interface fluide-solide où la chaleur est transférée, et T , la force d'entraînement pour le transfert de chaleur, est la différence de température du fluide, T_m et la température de surface solide, T_s (**Romeo, 2007**).

Le coefficient de transfert de chaleur par convection h n'est pas une propriété du matériau solide. Ce coefficient dépend toutefois d'un certain nombre de propriétés du fluide (densité, chaleur spécifique, viscosité, conductivité thermique), de la vitesse du fluide, de la géométrie et de la rugosité de la surface de l'objet solide en contact avec le fluide (**Paul Singh, 2009**). Les formules qui relient ces facteurs sont exprimées sous forme de nombres sans dimension comme suit:

$$\text{Nombre de Nusselt } Nu = \frac{h_c.D}{k} \quad (2.13)$$

Le nombre de *Nusselt* (Nu) est un paramètre sans dimension qui symbolise le rapport des phénomènes convectifs et de transfert de chaleur conductrice à la surface de l'aliment. Ce paramètre est influencé par différents paramètres, y compris la dimension caractéristique de l'aliment, les propriétés thermodynamiques de l'air et plusieurs paramètres sans dimension tels que le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl, le nombre de Grashof et le nombre de Raleigh. Yovanovich a présenté des expressions générales pour estimer le nombre de Nusselt sous convection naturelle et forcée pour des corps tridimensionnels de géométries complexes. Le nombre de Nusselt pour la convection forcée (Nu_{fc}) peut être estimé par l'expression suivante (Yovanovich, 1988),

$$Nu = 2\sqrt{\pi} + (0.15.\pi^{1/4} . Re^{1/2} + 0.35.Re^{0.566}). Pr^{1/3} \quad (2.14)$$

Le nombre de Prandtl (Pr) est un paramètre sans dimension qui illustre la relation entre le taux de viscosité et le taux de diffusion thermique; Il est généralement déterminé comme suit:

$$\text{Nombre de Prandtl } Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{k} \quad (2.15)$$

Re représente le nombre de Reynolds qui mesure le rapport entre les forces inertielles et visqueuses (équation 2.16); et sert d'indicateur pour caractériser le régime d'écoulement d'un flux.

$$Re = \frac{\rho_a \cdot V_a \cdot D}{\mu_a} \quad (2.16)$$

$$\text{Nombre de Grashof } Gr = \frac{D^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta \theta}{\mu^2} \quad (2.17)$$

De plus, le nombre de Nusselt pour la convection naturelle ($Nunc$) peut être calculé comme (Yovanovich, 1987b),

$$Nu = 3.47 + 0.51 \cdot Ra^{1/4} \quad ; \quad 0 < Ra < 10^8$$

Dans l'équation précédente, symbolise le nombre de Rayleigh, est un indicateur de flux de flottabilité. Ce nombre est défini comme le produit du nombre de Prandtl (équation 2.15) et du nombre de Grashof (équation 2.17)

Où h ($W m^2 K^{-1}$) coefficient de transfert de chaleur par convection à l'interface solide-liquide, D (m) la dimension caractéristique (longueur ou diamètre), k ($W m^{-1} K^{-1}$) conductivité thermique du fluide, c_p ($Kg^{-1} K^{-1}$) chaleur spécifique à pression constante, ρ masse volumique ($kg m^3$), μ viscosité ($s m^2$), g (ms^{-2}) accélération due à la pesanteur, et v (ms^{-1}) vitesse (**Follows, 2000**).

La convection forcée offre une valeur de h plus élevée que la convection libre (**Paul Singh, 2009**).

Selon **Richard, 2007** qu'elle soit forcée ou naturelle, la convection peut provoquer un mouvement du fluide dans deux régimes distincts :

- **Le régime laminaire** caractérisé par des filets fluides qui, comme des lames, glissent les uns sur les autres avec amortissement visqueux des perturbations.
- **Le régime turbulent** caractérisé par des filets fluides enchevêtrés et d'importantes

fluctuations locales de vitesse.

1.3 Radiation

Le transfert de chaleur par rayonnement se produit entre deux surfaces par l'émission et l'absorption ultérieure des ondes électromagnétiques (ou photons). Contrairement à la conduction et à la convection, le rayonnement ne nécessite aucun milieu physique pour sa propagation, il peut même se produire dans un vide parfait, se déplaçant à la vitesse de la lumière. Les liquides sont des absorbeurs forts de rayonnement (**Nikolaos et al, 2015**). Les gaz sont transparents aux radiations. Les solides sont opaques au rayonnement thermique. Par conséquent, dans les problèmes impliquant un rayonnement thermique avec des matériaux solides, comme avec des aliments solides, l'analyse concerne principalement la surface du matériau. Ceci contraste avec le rayonnement hyperfréquence et radiofréquence, où la pénétration de l'onde dans un objet solide est significative (**Paule, 2009**).

Tous les objets à une température supérieure à 0 Absolue émettent un rayonnement thermique. Le rayonnement thermique émis par la surface d'un objet est proportionnel à la température absolue portée à la quatrième puissance et aux caractéristiques de surface (**Kessler, 2002**).

D'après la loi de Stéphan Boltzmann, le flux de chaleur échangé entre la surface S et le milieu ambiant peut s'écrire :

$$q_{rad} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_a^4) = hr \cdot (T_s - T_a) \quad (2.18)$$

$$hr = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s + T_a) \cdot (T_s^2 + T_a^2) \quad (2.19)$$

Avec: σ : constante de Stéphan Boltzmann $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$,

S : surface d'échange (m^2).

ε : coefficient d'émission de la surface ($\varepsilon = 1$ pour un corps noir, $\varepsilon < 1$ corps brillant), elle varie de 0 à 1 (voir tableau 2.1)

T_s : température de surface du corps.

T_a : température ambiante.

La puissance 4^{ème} de la température implique une transformation systématique de l'unité de température en degré Kelvin ($T(K) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$).

Aliments	Emissivité
Toast brûlé (corps noir)	1,00
Pâte (à pain ou à gâteau)	0,85
Eau	0,955
Glace	0,97
Bœuf maigre	0,74
Bœuf gras	0,78
Métaux non polis	0,25 à 0,70
Métaux polis	<0,05

Tableau 2. 1: Émissivité approximative de certains aliments et matériaux utilisés dans l'industrie alimentaire (Laurent et al., 2011)

2. Évaporation

L'évaporation peut être définie comme le processus par lequel l'eau liquide disponible trouvée à la surface de l'aliment est transformée en gaz. Ce processus implique le transfert d'énergie de masse et thermique; Entraînant une perte de chaleur et de poids de la surface de l'aliment jusqu'à son environnement. Le transfert de masse et de chaleur en raison de l'évaporation est régulé par plusieurs paramètres, y compris l'humidité relative de l'air entourant le produit, la température de l'air, la vitesse de l'air, le régime du flux d'air, l'activité de l'eau de l'aliment, la température de l'aliment et le type d'enveloppes de l'aliment. Comme le montre l'équation 2.20, le flux de chaleur dû à l'évaporation est fonction de la chaleur latente d'évaporation et du taux de perte de poids par évaporation (Amézquita, 2004).

$$q_{evap} = \lambda_v(T_f) \cdot \frac{dm_w}{dt} \quad (2.20)$$

La chaleur latente d'évaporation peut être exprimée en fonction de la température du film (T_f), pour des températures entre -43 C et 100 C (Geankoplis, 2007, Perry, 2008). Par conséquent,

$$\lambda_v(T_f) = \begin{cases} 1.867E3.T_f + 2.502E6 & ; -43 < T_f < 0 C \\ -2.428E3.T_f + 2.502E6 & ; 0 < T_f < 100 C \end{cases}$$

La température du film correspond à la moyenne entre la température de la surface du produit et la température de l'air à un moment donné calculé en utilisant l'équation 2.21.

$$\frac{dm_w}{dt} = k \cdot (a_w \cdot p_s - RH \cdot p_a) \quad (2.21)$$

Les valeurs d'humidité relative (RH) sont généralement enregistrées lors du chauffage industriel; ainsi, ils peuvent être fournis au modèle. Comme on le considère couramment dans la modélisation du transfert de chaleur dans les aliments, le coefficient de transfert de masse peut être calculé à l'aide de la relation suivante :

$$\dot{m} = \frac{h_{conv}}{64.7 \cdot \lambda_v} \quad (2.22)$$

Le terme p représente la pression de vapeur d'eau de saturation à une température particulière. Par conséquent, p_s est la pression d'eau de saturation à la température de surface de l'aliment; Et p_a est la pression de vapeur d'eau de saturation à la température de l'air. Ces valeurs peuvent être calculées en utilisant l'équation d'Antoine comme montré:

$$p = \exp \left(23.4795 - \frac{3990.56}{233.833 + T} \right) \quad (2.23)$$

3. Mécanismes de transfert de chaleur dans les produits alimentaires

Le transfert de chaleur dépend du type de mécanisme. Dans le cas particulier des aliments, la conduction, la convection et le rayonnement peuvent se produire dans le même processus. Bon nombre d'opérations de transformation des aliments, telles que la conservation, la pasteurisation et la cuisson, reposent sur le chauffage des échantillons, dans le cas de la cuisson c'est chauffé pour développer la structure du matériau, par exemple, dans la cuisson du pain ou des biscuits (**Datta et al., 2007**).

Dans tous ces procédés, un mécanisme de transfert de chaleur prédominant est présenté selon l'état physique de l'aliment, mais il y a certains types d'aliments, principalement ceux composés d'amidon et d'une teneur suffisante en eau, tendent à changer d'un mécanisme de transfert de chaleur à un autre en raison de la modification de la structure physique alimentaire, la densité ou la viscosité (**Julio et al., 2017**).

Pour la cuisson du pain la contribution relative de chaque mode de transfert de chaleur dépend de la conception, de la configuration et du fonctionnement du four (**Zareifard et al., 2009**). Néanmoins, la variation de l'air dans les chambres de cuisson est utilisée pour contrôler l'apport total de chaleur pendant la cuisson, car la composante convective du transfert de chaleur peut être efficacement modifiée (**Emmanuel, 2017**).

➤ Transferts thermique lors de la cuisson du pain

- Dans le processus de cuisson du pain, la conduction thermique se produit à partir des

surfaces solides chaudes en contact direct avec le produit vers le produit. De telles surfaces peuvent être un support de cuisson ou n'importe quel dispositif de support si aucun moule n'est utilisé, par exemple par la chambre de cuisson, le plateau, la grille, la bande transporteuse. Etant donné que l'objectif de ces dispositifs est de donner un support et / ou une forme aux produits, on utilise des matériaux conducteurs élevés avec une résistance minimale au transfert de chaleur, de sorte que l'énergie générée est principalement utilisée pour la cuisson. En ce sens, la contribution de la conduction au chauffage global est relativement facile à contrôler car les propriétés thermophysiques de ces matériaux sont généralement connues, ainsi que le mécanisme de transport, c'est-à-dire la loi de Fourier de conduction thermique. Par conséquent, le problème repose sur la façon dont la nourriture et les supports sont chauffés par convection et rayonnement.

- Cependant le mode convection représente la chaleur transférée au moyen d'un fluide mobile, on peut obtenir une convection naturelle ou forcée en fonction de certaines caractéristiques. La contribution du mode de chauffage par convection au processus de cuisson consiste au transfert entre la pâte et le fluide en effet elle est contrôlée par l'ajustement des caractéristiques d'onde, principalement par l'utilisation de ventilateurs ou d'appareils similaires et par de plus, les fours d'impact utilisent des jets ou des buses pour obtenir des coefficients de transfert de chaleur très élevés, bien que cela ne soit pas une pratique courante. Le but d'un dispositif de convection forcée est de recirculer l'air ou les gaz de combustion entourant le produit et les supports afin de maintenir la force d'entraînement aussi élevée que possible, c'est-à-dire la différence de température entre le fluide et les surfaces. En outre, au fur et à mesure que de plus en plus de turbulences sont générées, une moindre résistance au transfert de chaleur est présente, de sorte que des valeurs plus élevées de coefficients de transfert de chaleur sont obtenues. Du point de vue de la qualité des produits, la convection forcée vise à fournir une uniformité de réduction des zones stagnantes, ce qui permet d'obtenir une répartition égale de la chaleur. Il en résulte un développement homogène des attributs sensoriels dans les produits.

- En ce qui concerne le transfert de chaleur par rayonnement, et puisqu'il se produit directement entre des surfaces ou des corps à des températures différentes sans aucun milieu, solide ou fluide sa contribution au chauffage global devient pertinente, et il doit être pris en compte. Dans un four, la chaleur du flux par rayonnement est établie à partir des surfaces de chauffage du four (parois, résistances électriques, tubes de vapeur, etc.) vers le produit et les

supports de cuisson. En outre, le transport d'énergie par rayonnement dépend de l'émissivité des surfaces, de la position relative des surfaces (facteur de vue) et de la présence de milieux absorbants entre eux (**Bird et al., 1960**). En ce sens, l'air sec est souvent considéré comme un matériau transparent, c'est-à-dire qu'il transmet toute l'énergie reçue. Cependant, la teneur en humidité de l'ambiance du four peut être significative, et l'influence de la vapeur d'eau sur le rayonnement doit être prise en considération. La vapeur d'eau et d'autres gaz (par exemple, provenant de la combustion) absorbent les milieux, c'est-à-dire qu'ils absorbent une partie de l'énergie rayonnante émise par les surfaces de chauffage, mais émettent également une partie de cette énergie rayonnante. Les niveaux d'absorption et d'émission dépendent de la concentration en vapeur d'eau (humidité relative) dans la chambre de cuisson (**Krist-Spit et Sluimer, 1987**).

II. Transfert de masse

Le transfert de masse joue un rôle très important dans les opérations unitaires de base réalisées au cours de la transformation des aliments, comme lors des procédés de séchage, d'absorption, de cristallisation, d'extraction liquide-liquide ainsi que de distillation. (**Rao et al., 2005**). En effet le transfert de masse joue un rôle clé dans la création de conditions favorables pour que les réactifs se réunissent physiquement, ce qui permet une réaction particulière (**Datta et al., 2007**). Une fois que les réactifs sont à proximité d'un site particulier, la réaction se déroule à une vitesse optimale. Dans ces conditions, on peut constater que la réaction est limitée par le déplacement des réactifs vers le site de réaction ou par le déplacement des produits finaux loin du site de réaction. En d'autres termes, la réaction est limitée par le transfert de masse, au lieu d'être limitée par la cinétique de la réaction (**Singh et al., 2009**), quoi que le transfert de chaleur et le flux du produit peuvent aussi être en cause (**Richard, 2007**) puisque Selon la seconde loi de la thermodynamique, les systèmes qui ne sont pas en équilibre tendent vers l'équilibre avec le temps (**Thu, 2015**). Au fil du temps, il y aura un changement vers l'équilibre, de sorte que le potentiel chimique de cette espèce est uniforme dans toute la région (**Roman, 2011**). Des différences de potentiel chimique peuvent se produire en raison de la concentration différente de l'espèce d'un point à un autre, des

différences de température et / ou de pression, ou des différences causées par d'autres champs externes, comme la force gravitationnelle (Singh et al., 2009).

Pour les transferts de chaleur, la condition d'équilibre est l'identité ou l'uniformité de température. De même en ce qui concerne les transferts de masse, il y a équilibre lorsque les concentrations sont partout les mêmes (Bimbert et al., 2007). Il existe un certain nombre de similitudes entre le transfert de masse et de chaleur (Datta et al., 2007).

1. Modes de transfert de masse

IL y a deux modes principaux de transfert de masse : la diffusion et la convection (Laurent, 2011), qui sont semblables aux modes de conduction et de convection du transfert de chaleur (Theodore et al., 2011) respectivement. Les équations différentielles pour la conduction s'appliquent également à la diffusion, mais une diffusivité de masse est utilisée à la place de la diffusivité thermique (Çengel, 2007).

Toute hétérogénéité de concentration d'une espèce moléculaire entraîne une évolution spontanée vers l'uniformité de ces concentrations. Soit m la quantité de matière se déplaçant : l'allure de transfert est mesurée par le débit masse ou débit molaire, selon que la quantité de matière est exprimée en masse ou en nombre de moles (Mafart, 1996).

Le transfert de matière est caractérisé par le taux de transfert de matière ou de masse ($\dot{M}$ en kg/s ou mole/s) qui correspond à la quantité de matière transférée par unité de temps (Laurent, 2011):

$$\dot{M} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (2.24)$$

Où m = quantité de matière (en kg ou mole), t = temps (en s).

1.1 Transfert de masse par diffusion

La diffusion de masse est le transfert de matière occasionné par un mouvement aléatoire des molécules dans le milieu liquide immobile ou un solide (Laurent, 2011).

Si on laisse tomber un morceau de sucre dans un café et si l'on est patient on obtient du café sucré sans utiliser la cuillère. Les molécules du morceau de sucre vont passer en solution dans le café puis se disperser avec les molécules du fluide, les unes et les autres étant animées d'un mouvement aléatoire, pour aboutir à une répartition homogène des molécules du sucre (figure 2.3) (Roman, 2011).

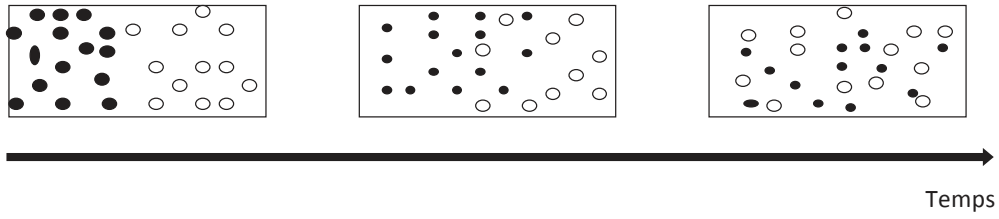


Figure 2. 3: Repartition des molécules par diffusion

La diffusion moléculaire ainsi définie est analogue à la conduction de la chaleur dans les solides et les fluides, telle qu'elle est décrite par la loi de Fourier **(BUCH et al., 2008)**.

- Puisque des mécanismes physiques similaires sont associés à la chaleur et au transfert de masse par diffusion, il n'est pas surprenant que les équations tarifaires correspondantes aient la même forme. L'équation des taux de diffusion de masse est connue sous le nom de loi de Fick :

$$\frac{\dot{m}}{A} = -D \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.25)$$

Où $\dot{m}$ est le flux massique (kg / s); C est la concentration (kg / m^3); D est la diffusivité de masse (m^2 / s); Et A est la surface (m^2). Le flux de masse peut également être exprimé en $kg.mole / s$, et la concentration $kg.mole / m^3$ **(Incropera, 2009)**.

Le transfert de matière peut être exprimé sous la forme d'un flux J_i . Les unités de flux peuvent être exprimées en $mole/m^2 . s$ ou $kg/m^2.s$. Le flux est défini comme la quantité nette de la substance i qui diffuse à travers une unité d'aire, par unité de temps dans une direction donnée (figure 2.3) et s'exprime en valeur absolue selon l'équation :

$$J_i = \frac{\dot{M}_i}{A} = D_i \frac{\Delta C_i}{\Delta x} \quad (2.26)$$

Où $\dot{M}_i$ = taux de transfert du composant i (en kg/s), C_i = concentration du composant i , en masse par unité de volume (en kg/m^3), D_i = diffusivité massique du composé i dans la solution en (m^2/s).

$\frac{\Delta C_i}{\Delta x}$ = gradient de concentration dans la direction x (en kg/m^2) **(Laurent, 2007)**.

1.2 Transfert par convection

La loi de Fick ne s'applique qu'à un milieu immobile ou à un fluide en écoulement laminaire (**Mafart, 1992**). En effet lorsque le transport d'un composant dû à un gradient de concentration est augmenté par convection, le flux massique du composant sera plus élevé que ce qui se produirait par diffusion moléculaire (**Najim et al., 1999**).

La convection est le mouvement de matière causé par un mouvement forcé des fluides (**Laurent, 2011**). Pour illustrer la diffusion ordinaire, on a évoqué l'exemple du sucre qui diffuse dans le café. Cependant, il est rare que l'on attende que le café soit sucré par diffusion. Pour accélérer la répartition homogène du sucre, on mélange le café avec une cuillère. Le liquide est ainsi mis en mouvement et des ensembles de molécules de sucre sont ainsi véhiculés jusqu'aux extrémités du volume liquide. De là, les molécules individuelles peuvent diffuser jusqu'à l'homogénéisation microscopique de la solution du sucre dans le café (**Roman, 2011**).

- Selon **Laurent (2011)** Le taux de transfert de masse, ou la quantité de matière transférée par unité de temps, en convection naturelle ou forcée à la surface d'un solide, est donné par les équations suivantes :

$$\dot{M} = k_c A (C_s - C_m) \quad (2.27)$$

Le coefficient de transfert de masse par convection k_c est défini comme la vitesse de transfert de masse par unité de surface par unité de différence de concentration.

2. Mécanisme de transfert de masse lors de la cuisson du pain

Dans le four, le transfert de masse est lié à la formation de la croûte (que ce soit nécessaire ou non), de sorte que le composant principal à considérer est l'eau. De cette manière, le contrôle de l'humidité dans la chambre de cuisson est important, car la croûte ou la surface est un aspect clé de la qualité du produit, par exemple le développement, l'aspect, la texture du brunissement. D'ailleurs, la croûte est la limite du pain ; Ainsi, les mécanismes internes de la chaleur et des transferts de masse seront affectés par son développement (**Le Bail et al., 2010**).

La vapeur d'eau générée par évaporation sur la surface du produit est éliminée par convection, c'est-à-dire le mouvement de fluide entourant le produit. La masse de flux par convection est définie de manière analogue à la convection de chaleur, proportionnelle à la

différence entre les concentrations massiques de l'environnement et de la surface, la constante de proportionnalité étant le coefficient de transfert de masse. De même que pour la chaleur, le coefficient de transfert de masse dépend de quelques caractéristiques : la convection forcée augmente le transport de la masse d'interface en diminuant la résistance de la couche limite et en maintenant la force motrice pour le flux convectif (**Geankoplis, 2003**).

Dans certaines applications telles que la cuisson de petits pains ou de baguettes croustillantes, de la vapeur est injectée au début du processus pour plastifier la surface de la pâte. Depuis la surface de la pâte est à basse température, les condensats de vapeur d'eau donnant la chaleur latente et augmentant la teneur en humidité de la surface. En conséquence, l'injection de vapeur améliore le chauffage initial sans déshydratation de la pâte. Ceci facilite l'expansion des pièces au début de la cuisson (connue sous le nom d'élévation du four). Ensuite, la surface du pain commence à sécher et on obtient la croûte croustillante et dorée typique (**Le Bail et al., 2010**).

III. Interaction entre transfert de chaleur et de masse

L'agitation du milieu intensifie le transfert de matière mais aussi de chaleur car les molécules « chaudes » (plus agitées) sont directement mélangées avec les molécules « froides » (moins agitées), ce qui donne lieu à des échanges d'agitation thermique plus intensifs et distribués dans le volume du fluide et donc à une homogénéisation rapide de la température. Le déplacement de matière, qu'il soit de nature diffusive ou convective induit toujours un transfert de chaleur (**Roman, 2000**).

D'après **Roman (2001)** Les corrélations empiriques disponibles en convection concernent le plus souvent le transfert de chaleur; les coefficients d'échange superficiel de matière sont donc évalués à partir des coefficients d'échange superficiel de chaleur. Dans ce cas, il faut d'abord s'assurer que ce dernier ne prenne pas en compte d'éventuels effets thermiques d'absorption du rayonnement infrarouge ou de changement de phase à la surface du produit. Ensuite, il faut vérifier si sont remplies les conditions de similitude suivantes (dans l'ordre d'importance) :

- Transfert de matière et de chaleur dans la direction normale à l'interface purement diffusif ;
- Transfert de matière de faible intensité ;
- Propriétés thermophysiques moyennes du fluide dans la couche limite constantes

- Absence de réactions chimiques dans le fluide ;
- Absence de dissipation visqueuse.

Les phénomènes de transport dans l'environnement du four et à l'intérieur du produit sont complexes, car ils sont simultanés et couplés. De plus, la structure poreuse et la teneur en eau de la pâte déterminent l'importance de la phase gazeuse dans les mécanismes de transport. Dans le four, le rayonnement est le principal mode de chauffage mais il est le plus difficile à contrôler. De cette façon, la pratique courante est d'ajuster les caractéristiques d'utilisation en utilisant des ventilateurs dans la chambre de cuisson pour contrôler la contribution de convection, en gardant à l'esprit que la convection forcée influe à la fois sur la chaleur et les transferts de masse. En ce qui concerne le produit, le changement de phase de l'eau (l'évaporation et la condensation) et les mécanismes de transport en phase vapeur jouent un rôle important pour les transferts de chaleur et de masse. En conclusion, il est essentiel d'étudier les mécanismes de transport impliqués et les résistances correspondantes aux transferts de chaleur et de masse en conjonction avec les changements chimiques et physiques produisant les attributs sensoriels précieux pour les consommateurs. Cette méthodologie est le moyen le plus efficace de contrôler, d'optimiser et de concevoir l'opération de cuisson, y compris l'équipement de cuisson et le développement de produits (**Emmanuel, 2017**).

1. Adsorption

La théorie du transport de solvant convectif-dispersif dans les milieux poreux a été discutée depuis plusieurs années, et sa formule mathématique est bien comprise. Nous allons présenter et discuter brièvement les équations pertinentes de la signification physique de leurs termes.

L'équation différentielle régissant le transport de solvant réactif convectif-dispersif et les moyens anisotropes peut être écrite comme

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} = \theta \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (q_x C) - \rho \frac{\partial S}{\partial t} - Q \quad (2.28)$$

Le mécanisme principal régissant le transport des solutés est la convection du soluté dans l'aliment (ici l'eau) à mesure que l'eau se déplace à travers la matrice, le processus est représenté dans l'équation (2.28) par le terme

$$-\frac{\partial}{\partial x} (q_x C)$$

Un autre processus entraîne la dispersion de la diffusion moléculaire du soluté. Ceci est causé par le mouvement thermique aléatoire des molécules dans la solution de l'aliment et se produit s'il y a ou non un mouvement de l'eau dans l'aliment. Cependant, comme la dispersion hydrodynamique et la diffusion moléculaire sont régies par des équations différentielles de même forme, leurs effets peuvent être ajoutés. La combinaison est appelée diffusion apparente, et ce processus est représenté dans l'équation (2.28) par le terme

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

En plus de la convection, de la dispersion hydrodynamique et de la diffusion moléculaire, l'absorption d'un solvant est affectée par l'adsorption et l'échange avec la matrice du produit. Cette adsorption réversible du soluté par la matrice de l'aliment est représentée dans l'équation (2.28) par le terme $\frac{\partial S}{\partial t}$

Nous supposons qu'il existe une relation fonctionnelle entre S et C, que nous pouvons exprimer comme

$$S = f(C)$$

Une telle relation est appelée une fonction d'adsorption ou une isotherme d'adsorption.

Si nous remplaçons alors $\frac{\partial S}{\partial t}$ dans (2.28) par:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = f'(C) \frac{\partial C}{\partial t}$$

On obtient:

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} = \theta \frac{\partial}{\partial x} \left[D_x(C) \frac{\partial C}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial x} [q_x(C)C] - Q(C) \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} D_x(C) &= D_x / \left[1 + \frac{\rho}{\theta} f'(C) \right] \\ \text{Où } q_x(C) &= q_x / \left[1 + \frac{\rho}{\theta} f'(C) \right] \\ Q(C) &= Q / \left[1 + \frac{\rho}{\theta} f'(C) \right] \end{aligned}$$

Le facteur d'amortissement est appelé facteur de retard.

$$\beta = 1 + \frac{\rho}{\theta} f'(C)$$

La signification physique du facteur de retard est que le rapport de la vitesse de Darcy à la vitesse de migration du soluté est donné par ce facteur.

2. Modèles d'équilibre d'adsorption

Un problème dans la tentative de modéliser le transport de l'eau dans l'aliment est le développement d'une fonction d'adsorption-désorption qui décrit la relation entre la concentration de l'eau dans l'aliment et la quantité de l'eau adsorbée sur la surface de l'aliment. Le processus d'adsorption-désorption dans l'aliment peut être décrit par une cinétique de premier ordre dans laquelle les quantités relatives de la fraction de l'eau dans l'aliment changent avec le temps ou peuvent être une situation d'équilibre dans laquelle les rapports d'équilibre entre les quantités des fractions eau, vapeur et d'autres espèces dans l'aliment sont atteintes rapidement et ensuite restent constantes. Cette section examinera les modèles mathématiques qui ont été utilisés dans la littérature pour décrire le programme d'adsorption-désorption dans des conditions d'équilibre.

2.1 Isotherme d'adsorption linéaire

La plus grande et la plus utilisée des isothermes d'adsorption d'équilibre est celle donnée par une relation linéaire. C'est-à-dire, on suppose que la quantité de soluté adsorbé et la concentration C du soluté dans la solution du produit sont liées par une relation linéaire

$$S = k_d \cdot C \quad (2.30)$$

Où K_d , le coefficient de distribution, est une mesure de la rétention du soluté par la matrice de l'aliment. D'une manière expérimentale, le coefficient de distribution, K_d , peut être déterminé à partir du rapport

$$k_d = \frac{[M]_{aliment}}{[M]_{solution}}$$

Où:

$[M]_{aliment}$ = Concentration massique de soluté adsorbé par l'aliment ($\mu\text{g/g}$)

$[M]_{solution}$ = Concentration volumique de soluté dans la solution de l'aliment ($\mu\text{g} / \text{cm}^3$).

Le modèle d'isotherme linéaire (2.30), en conjonction avec le modèle de transport de solvant convectif-dispersif (2.28), a été utilisé fréquemment pour décrire le transport de matières à travers des milieux poreux par $\beta = 1 + \frac{\rho}{\theta} k_d$

2.2 Isotherme de Freundlich

L'isotherme de Freundlich est définie par une relation non linéaire

$$S = KC^N \quad (2.31)$$

Où K et N sont des constantes. Cette isotherme est la plus ancienne des isothermes d'adsorption non linéaire et a été utilisée largement pour décrire l'adsorption des solutés. Il faut toutefois garder à l'esprit que la flexibilité des deux constantes permet un ajustement facile de la courbe mais ne garantit pas la précision si les données sont extrapolées au-delà des points expérimentaux. Une limitation de l'isotherme de Freundlich c'est que, comme le modèle d'isotherme linéaire, cela n'implique pas une quantité maximale d'adsorption.

2.3 Isotherme de Langmuir

L'isotherme d'adsorption de Langmuir a été développée par Langmuir (1918) pour décrire l'adsorption des gaz par les solides. Langmuir a supposé que la surface d'un solide possède un nombre fini de sites d'adsorption. Si une molécule gaz frappe un site inoccupé, elle est adsorbée, alors que si elle frappe un site occupé, elle est réfléchiée dans la phase gazeuse, ce modèle conduit immédiatement à la notion de limite supérieure d'adsorption. La quantité maximale d'adsorption se produit lorsque la surface du solide est recouverte d'une couche adsorbée de molécules de gaz étroitement emballées.

$$S = \frac{K.b.C}{1 + K.C} \quad (2.31)$$

Dans cette formule K est une mesure de la force de la liaison qui maintient le soluté adsorbé sur la surface de l'aliment et b est la concentration maximale de soluté qui peut être adsorbé par l'aliment ($\mu g / g$).

Il existe d'autres expressions qui expliquent la relation entre $S = f(C)$

IV. Cinétiques de l'avancement de la cuisson

Sur le principe d'évaluer la texture comme critère pour suivre la transformation du produit au cours de la cuisson, il est essentiel d'essayer de comprendre son évolution dans le temps selon une cinétique fonction de la température. Ainsi, il sera possible de modéliser l'avancement de la cuisson et de comparer à cuisson finale identique sur ce critère.

1. Les cinétiques du premier ordre

Les cinétiques d'avancement de la cuisson sont issues des théories développées pour les réactions chimiques. Un phénomène est caractérisé dans le temps en l'assimilant à une réaction chimique plus ou moins complexe. **Bimbenet et coll. (2002)** nous donnent une explication assez complète des techniques classiques de calculs. On associera donc à un phénomène variant au cours du temps une constante de réaction K . Celle-ci, lorsqu'elle est associée à la concentration d'un élément $[A]$ dont on étudie la disparition ou l'apparition, se retrouve dans une équation de la forme de l'équation (2.32), représentative d'une réaction irréversible.

$$\frac{d[A]}{dt} = -k \cdot [A]^{n_r} \quad (2.32)$$

Dans cette équation, k est appelée « pseudo constante de réaction » et n_r « pseudo ordre de réaction ». Très fréquemment, on se retrouve dans le cas d'une réaction ayant un pseudo ordre 1. Ainsi, l'équation (2.32) peut être intégrée au cours du temps sous la forme de l'équation (2.33) si k est pris constant à une température donnée.

$$\ln \left(\frac{[A]_t}{[A]_{t=0}} \right) = -k \cdot t \quad (2.33)$$

Quand l'objectif est de définir un avancement d'une cuisson. On ne cherche donc pas à évaluer l'avancement d'une réaction chimique en particulier. Puisque c'est difficile d'identifier un composant précis mais la réaction observée est la composition d'un grand nombre de phénomènes difficilement isolables. Ainsi, il apparaît inutile de chercher à définir une vraie constante de réaction en tant que telle puisqu'il est impossible de la rapporter à une quantité bien définie. Il est utile de s'inspirer donc des travaux sur la conservation et la stérilisation. Puisque l'évolution exponentielle de la plupart des phénomènes de cuisson peut être reliée par analogie à la décroissance exponentielle de la population de micro-organismes dans un aliment

lors de l'application d'un traitement thermique.

L'action de la température peut être définie comme une relation logarithmique entre durée de chauffage et destruction des spores, il est d'usage de définir la décroissance exponentielle de la population de micro-organismes par une loi d'ordre 1 dont l'intégration est de la forme de l'équation (2.34)

$$\log\left(\frac{Nm_{t=0}}{Nm_t}\right) = \frac{t}{D_T} \quad (2.34)$$

Tel que Nm est le nombre de population des bactéries. D_T est défini comme un paramètre, homogène à un temps, qui représente bien une cinétique exponentielle sans être forcément attaché à un élément quantifiable. Classiquement, D_T , est appelé « temps de réduction décimale » car il correspond, pour la destruction des micro-organismes, au temps nécessaire pour diviser la population initiale par 10 lorsqu'on la soumet à la température T .

2. Influence de la température

Dans la plupart des cas, la pseudo constante de réaction définie par l'équation (2.32) est fonction de la température selon une loi d'Arrhenius. Ainsi, on peut écrire l'équation (2.35).

$$k = k_0 \cdot \exp\left(\frac{-Ea}{R.T}\right) \quad (2.35)$$

Dans la loi d'Arrhenius, on a un facteur pré-exponentiel constant k_0 , la constante des gaz parfaits R , la température T en Kelvin et une énergie d'activation Ea exprimée en $J \cdot mol^{-1}$.

Le paramètre D_T connaît, comme k , une variation avec la température selon une loi d'Arrhenius, mais, dans son cas, pour deux températures $T1$ et $T2$, la relation est traduite, traditionnellement par l'équation (2.36).

$$\log\left(\frac{D_{T1}}{D_{T2}}\right) = \frac{T2 - T1}{z} \quad (2.36)$$

Le formalisme commun entre la définition de k et Ea d'une part et de D_T et z d'autre part permet d'écrire les relations d'équivalence (2.37) et (2.38).

$$D_T = \frac{2,302}{k} \quad (2.37)$$

$$z = \frac{2,302.R.T^2}{Ea} \quad (2.38)$$

Le paramètre z , qui a la dimension d'une température, correspond à l'élévation de température nécessaire pour que la vitesse de réaction soit multipliée par 10, c'est-à-dire

$$D_T = 10 \cdot D_{T+z}.$$

Pour un même aliment et une même opération, on peut observer différentes caractéristiques qui posséderont chacune leur propre cinétique et donc leur propre valeur de D_T et z . Ainsi, les critères observés auront des évolutions différentes et une optimisation pourra être recherchée pour assurer un compromis entre eux.

3. Modélisation des cinétiques du premier ordre

Il convient de remarquer que les aliments ne sont pas immédiatement portés à la température de palier. D'abord parce que l'aliment s'échauffe de la température ambiante à la température de l'atmosphère de cuisson, puis parce que l'aliment s'échauffe depuis sa surface vers le cœur par conduction. Donc, pour la destruction des micro-organismes, comme pour tous les autres phénomènes qui sont modélisables par ce type de loi, il a été défini des variables qui prennent en compte l'accumulation des effets du couple temps-température. Ainsi, comme il a été défini une valeur pasteurisatrice (VP) ou stérilisatrice (VS) pour les aspects sanitaires, on utilise souvent la valeur cuisatrice (VC) pour les aspects culinaires. Ces différentes valeurs qui ont la dimension d'un temps s'expriment toutes avec la même relation donnée par l'équation (2.39).

$$VC(ou VP ou VS) = \int_{t=0}^t 10^{\frac{T(t)-T_{ref}}{z}} dt \quad (2.39)$$

La différence entre les valeurs pasteurisatrice, stérilisatrice et cuisatrice est simplement la valeur de la température de référence, T_{ref} , qui vaut respectivement $70\text{ }^{\circ}\text{C}$, $121,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. La valeur ainsi définie correspond à un temps équivalent que l'aliment aurait passé à la température de référence. Il devient donc possible de comparer des cuissons alors que les histoires thermo-temporelles de l'aliment sont différentes. Lorsque l'on considère la conduction interne à l'aliment, on peut calculer deux valeurs cuisatrices extrêmes en surface et à cœur.

➤ Activité de l'eau

Les isothermes de sorption d'humidité représentent des données d'équilibre de la vapeur d'eau et des matières alimentaires solides. L'activité de l'eau (a_w) est définie comme le rapport de la pression de vapeur d'eau du matériau dans le système (p) à la pression de vapeur de l'eau pure (p_0) à la température donnée (Laurent, 2011).

$$a_w = \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (2.40)$$

L'activité de l'eau d'un matériau à l'équilibre est égale à l'activité de l'eau de l'atmosphère environnante, qui est exprimée en humidité relative

$$a_w = \frac{\%HR}{100} \quad (2.41)$$

Où ($\% HR$) = $100 (p / p_0)$, (p) est la pression partielle de vapeur d'eau dans l'atmosphère (Bimbert et al., 2007).

L'évaluation de a_w est essentielle pour établir la force motrice du transfert de masse entre la surface alimentaire du pain et l'environnement.

Des méthodes basées sur des conditions d'équilibre et dynamiques ont été développées pour l'estimation de a_w à partir des isothermes de sorption d'humidité. Les isothermes de sorption représentent la dépendance du taux d'humidité d'équilibre sur l' a_w d'un matériau à une température spécifique (Le Bail, 2006).

V. Modèles antérieurs sur la cuisson du pain

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la modélisation du transfert de chaleurs et de masse lors de la cuisson du pain.

Nous allons citer quelques travaux proches de notre modèle, chaque auteur a établi un modèle selon ses objectifs recherchés, tous les modèles sont construits à partir des équations de chaleurs et de masses à la différence du terme sources qui a été modélisé différemment dans chaque article.

Feyissa et al. (2011) ont modélisés les transferts couplés de chaleur et de masse pendant un processus de cuisson de pain par contact, dans leur modèle le transfert de chaleur est traité comme un problème de conduction de chaleur transitoire avec changement de phase qui comprend l'évaporation de l'eau. En utilisant la conservation de l'énergie, l'équation

gouvernante pour la conduction de la chaleur avec des changements de phase dans la pâte a été donnée par l'équation

$$\rho_p \cdot c_{p,p} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_p \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho_s \cdot R_{evp} \cdot H_{evp} \quad (2.41)$$

Dans ce modèle un changement de phase de l'eau liquide à la vapeur d'eau est considéré comme une réaction hétérogène avec une cinétique de premier ordre, où la vitesse d'évaporation est basée sur l'équation d'Arrhenius. Une équation de vitesse modifiée de l'équation de base du type d'Arrhenius a été adoptée en considérant le fait que l'évaporation a lieu autour de la température d'évaporation. L'équation de vitesse modifiée qui prend mathématiquement la même forme que l'équation de Clausius-Clapeyron, pour la vitesse d'évaporation proche de la température d'évaporation, T_{evp} , est donnée par:

$$R_{evp} = k_{evp} X_1 \exp\left(-\frac{E_a}{R_g} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{evp}}\right)\right) \quad (2.42)$$

f_{phase}

Où k_{evp} est la constante d'évaporation à la température d'évaporation ($1/s$), R_g est la constante de gaz ($J / Kmol$), E_a est l'énergie d'activation (J / mol). L'évaporation de l'eau utilise l'enthalpie d'évaporation, T_{evp} est la température d'évaporation (K) (température de référence) et f_{phase} est une fonction qui Décrit le coefficient de changement de phase.

Ce modèle est le même que celui établie en **2007 par Huang et al.** À la différence du terme source qui a été modélisé différemment.

Les équations gouvernantes pour T, V et W sont :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \lambda \Gamma \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\Gamma}{\rho} \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\Gamma}{\rho} \quad (2.44)$$

Ici Γ représente le changement de phase (masse par unité de volume par unité de temps)

$$\Gamma = E(1 - \phi) \sqrt{\frac{M}{2\pi R}} \frac{(P_v - cP_s)}{\sqrt{T}} \quad (2.45)$$

Où E est la vitesse de condensation / évaporation, (ϕ) est la porosité de la dalle du pain M est le poids moléculaire de l'eau et R est la constante de gaz universelle, P_v et P_s pression de vapeur et la pression de saturation, et c est une simplicité de changement de phase, ce modèle inclus la surface de pore dans E , qui est inverse à la taille des pores de l'échantillon poreux.

Dans une autre étude faite par **Putranto et al. (2015)** le modèle consiste en un ensemble d'équations de conservation de la masse et de transfert de chaleur pour décrire le taux local d'évaporation / condensation.

Le bilan massique de l'eau liquide a été écrit comme suit

$$\frac{\partial(C_s X)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \frac{\partial(C_s X)}{\partial x} \right) - I \quad (2.46)$$

Où D est la diffusivité de l'eau liquide ($m^2 \cdot s^{-1}$), X est la concentration d'eau liquide ($kg H_2O \cdot kg \text{ de solides secs}^{-1}$), C_s est la concentration en solides ($kg \text{ de matières sèches } m^{-3}$) qui peut changer Si la structure change,

Le changement de phase I : est la vitesse d'évaporation ou de condensation ($kg H_2O m^{-3} \cdot s^{-1}$). I : N_0 lorsque l'évaporation se produit localement

Le bilan massique de vapeur d'eau a été exprimé comme suit

$$\frac{\partial(C_v)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial(C_v)}{\partial x} \right) + I \quad (2.46)$$

Où D_v est la diffusivité effective de vapeur ($m^2 \cdot s^{-1}$) et C_v la concentration de vapeur d'eau dans l'espace vide ($kg m^{-3}$).

Le bilan énergétique a été représenté par

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - I \Delta H_v \quad (2.47)$$

Où K est la température d'échantillon (K), k la conductivité thermique de l'échantillon ($W m^{-1} K^{-1}$) et ΔH_v ($J kg^{-1}$) est la chaleur de vaporisation de l'eau ($J kg^{-1}$), ρ la masse volumique de l'échantillon ($kg m^{-3}$) et C_p la capacité calorifique de l'échantillon ($J kg^{-1} \cdot K^{-1}$).

En **2012** une méthode de contrôle optimale a été combinée avec un logiciel CFD commercial par **Ousegui et al.**, en vue de l'optimisation du flux de chaleur lors d'un processus de cuisson. La fonction objective a été définie en fonction du flux de chaleur transitoire, de la température et de l'humidité du produit de cuisson. Cette étude a confirmé la relation entre les caractéristiques de flux de chaleur et de qualité des produits de cuisson et a montré que les modèles de contrôle optimal représentent des outils fiables pour soutenir la prise de décision

pour des processus complexes tels que la cuisson. L'approche de contrôle optimale proposée est générale et pourrait être facilement étendue à d'autres processus.

Les équations du modèle sont les suivantes:

- Pour le transfert de chaleur

$$\rho_s c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \nabla T) - r \rho_s I_v$$

- Pour le transfert de masse

$$\rho_s \frac{\partial W}{\partial t} = \rho_s \nabla(D_w \nabla W) - \rho_s I_v$$

$$\rho_s \frac{\partial V}{\partial t} = \rho_s \nabla(D_v \nabla V) - \rho_s I_v$$

Introduction

La cuisson du pain est un processus thermique, où le produit est chauffé à haute température (100-300°C) (**Laurent, 2011**). Le transfert de chaleur provoque une élévation de la température à l'intérieur de la pâte, ce qui induit la migration de l'eau par diffusion et évaporation. La chaleur et le transfert de masse interagissent par évaporation. Les phénomènes les plus importants influençant les principales variables du processus sont la température, la concentration de l'eau liquide et la concentration de la vapeur d'eau dans la pâte.

Le processus de cuisson du pain est difficile à modéliser, en partie en raison de fait que le transfert simultané de chaleur et de masse est impliqué pendant le processus.

Pendant la cuisson, le transfert de chaleur dans la pâte est une combinaison de conduction / rayonnement à la surface de la pâte, de la convection de l'air à la surface de la pâte, évaporation-condensation dans la phase gazeuse de la pâte.

Le mécanisme du transport de chaleur à l'intérieur de la pâte se fait en 4 étapes :

- L'eau s'évapore du côté chaud d'une cellule de gaz qui absorbe la chaleur latente d'évaporation;
- La vapeur d'eau migre ensuite à travers la phase gazeuse ;
- Lorsqu'il rencontre le côté plus froid de la cellule de gaz, la vapeur d'eau se condense et devient liquide;
- Enfin, la chaleur et l'eau sont transportées par conduction et diffusion à travers le gel de gluten vers le côté chaud de la cellule suivante.

Le mécanisme de diffusion de l'eau devient important pour le transfert de chaleur, car la pâte tend à être un mauvais conducteur qui limite le taux de transfert de chaleur par conduction.

1. Modèle mathématique

1.1 Description du model

Une dalle de pâte à pain a été envisagée cuite dans un four. Nous supposons que la dalle de pain peut être traitée comme un milieu poreux homogène à une dimension ($0 < x < L$) avec masse volumique ρ , capacité spécifique c_p , et conductivité thermique k . où la ρ est donnée en tant que fonction de température. Les principales variables sont la température T , la teneur en eau liquide C_l , la teneur en vapeur d'eau C_v et la fraction

en C_{CO_2} à l'intérieur du pain, d'autres variables de processus comme le volume, la pression, etc., sont considérées comme constantes.

Un modèle pour la description de la cuisson du pain qui comprend le transfert de chaleur, le transport de l'eau et la vaporisation a été développée. Les propriétés physiques du pain sont définies en fonction des macro-composants (eau, hydrates de carbone, protéines, graisses, fibres), basés à la fois sur la formulation initiale et sur l'évolution dynamique du système (en termes de température et de composition). La vaporisation de l'eau est introduite dans les équations de conservation par un terme qui associe directement la chaleur et les bilans de masse.

Nous allons donner un aperçu de certaines applications et descriptions mathématiques pertinentes. Une caractéristique générale de ces problèmes est le couplage de la diffusion thermique et du changement de phase.

1.2 Équations gouvernantes

Le transfert de chaleur à l'intérieur du pain est traité comme un problème de conduction de chaleur transitoire avec un changement de phase qui comprend l'évaporation de l'eau. Le modèle suppose que la vapeur, le CO_2 et l'eau liquide diffusent séparément et que le changement de phase se produit instantanément; à un instant donné le totale des trois fractions (liquide, vapeur et CO_2) est égale à 1 (par principe de conservation de masse).

1.2.1 Transfert de chaleur

En utilisant la conservation de l'énergie, l'équation gouvernante pour la conduction de la chaleur avec des changements de phase dans la pâte à pain est donnée par l'équation (3.1).

$$\rho_p c_{p,p} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_p \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho_s R_{evp} H_{evp} \quad (3.1)$$

Où T est la température (K), t est le temps (s), k_p est la conductivité thermique du produit ($W / (m K)$), $c_{p,p}$ est la capacité calorifique spécifique du produit (J / Kg), et ρ_p et ρ_s sont la masse volumique du produit et du solide sec (kg / m^3), respectivement, H_{evp} est la chaleur latente d'évaporation (J / kg) et R_{evp} est la vitesse d'évaporation (kg de Eau / (kg de solides)). La formulation ci-dessus, Eq. (3.1), incorpore l'évaporation locale de l'eau (le second terme à droite) et représente la chaleur dissipée par évaporation de l'eau.

1.2.2 Transfert de masse

➤ Transport d'eau liquide

Le transport d'eau liquide régissant dans la pâte à pain est donné par :

$$\frac{\partial C_l}{\partial t} = D_l \frac{\partial^2 C_l}{\partial x^2} + R_{evp} - \frac{\rho}{\theta} \frac{\partial S}{\partial t} \quad (3.2)$$

En plus de la diffusion moléculaire et de l'évaporation le transport du liquide dans le pain est affecté par un terme d'adsorption $-\frac{\rho}{\theta} \frac{\partial S}{\partial t}$. Nous supposons qu'il existe une relation fonctionnelle entre S et C, Que nous pouvons exprimer comme

$$S = f(C) \text{ Donc } -\frac{\rho}{\theta} \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\rho}{\theta} f'(C) \frac{\partial C}{\partial t} \text{ l'équation (3.2) devient}$$

$$\frac{\partial C_l}{\partial t} = \frac{D_l}{\beta} \frac{\partial^2 C_l}{\partial x^2} + \frac{R_{evp}}{\beta}$$

$$\text{Tel que } \beta = 1 + \frac{\rho}{\theta} f'(C)$$

➤ Transport de vapeur d'eau

L'équation gouvernante pour le transport de vapeur d'eau dans la pâte à pain est donnée par l'équation (3.3)

$$\frac{\partial C_v}{\partial t} = D_v \frac{\partial^2 C_v}{\partial x^2} + R_{evp} \quad (3.3)$$

Où C_l et C_v sont la teneur en eau liquide et en vapeur sur une base sèche (kg d'eau / kg de solide), respectivement; D_l et D_v , sont le coefficient de diffusion de liquide et de vapeur (m^2/s), respectivement. Le signe du terme source, R_{evp} , est négatif dans l'équation (3.2) et est positif dans l'équation (3.3), c'est-à-dire que l'eau liquide disparaît, tandis que de la vapeur d'eau est générée pendant le processus de cuisson. Quand, R_{evp} est nul, il n'y a pas d'évaporation locale.

1.2.3 Taux d'évaporation

Un changement de phase de l'eau liquide à la vapeur d'eau est considéré comme une réaction hétérogène avec une cinétique de premier ordre, où la vitesse d'évaporation est basée sur l'équation d'Arrhenius. L'équation d'Arrhenius de base pour la vitesse d'évaporation incorpore une variation de la teneur en eau et de la dépendance à la

température, une équation de vitesse modifiée a été adoptée en considérant le fait que l'évaporation a lieu autour de la température d'évaporation. L'équation de vitesse modifiée qui prend mathématiquement la même forme que l'équation de Clausius-Clapeyron, pour la vitesse d'évaporation proche de la température d'évaporation, T_{evp} , est donnée par:

$$R_{evp} = k_{evp}' C_1$$

$$k_{evp}' = k_{evp} \exp\left(-\frac{E_a}{R_g} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{evp}}\right)\right) \quad (3.4)$$

f_{phase}

Où k_{evp} est la constante d'évaporation à la température d'évaporation (1 / s), R_g est la constante de gaz ($J / (Kmol)$), E_a est l'énergie d'activation (J / mol).

L'évaporation de l'eau utilise l'enthalpie d'évaporation, pendant que $E_a = H_{evp} \cdot M_w$ et M_w est le poids moléculaire de l'eau (kg / mol), T_{evp} est la température d'évaporation (K) (température de référence) et la f_{phase} est une fonction qui décrit le coefficient de changement de phase.

Lorsque Eq. (3.4) est combinée avec les équations de modèle ci-dessus (3.1), (3.2) et (3.3), l'ensemble résultant décrit le transfert de chaleur et de masse pendant le processus de cuisson pendant toute la période de chauffage (phase de chauffage et évaporation) sans discontinuité. Ainsi, il élimine aussi des problèmes numériques.

1.3. Conditions aux limites de transfert de chaleur:

Dans le cas d'un aliment (exemple le pain), la vitesse de déplacement diminue dans la direction vers la surface. Cet effet sur la vitesse est lié aux forces visqueuses agissant dans le fluide, puis dans la première couche du fluide, lorsque la vitesse est nulle, le transfert de chaleur entre la surface et le fluide est considéré comme se produisant par conduction équation (3.5)

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=R} = -H_{ml} (T - T_f) \quad (3.5)$$

$$\text{Condition à la limite (au coeur de l'aliment, } x=0) \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

$$\text{Condition initiale à } t=0 \quad T(x, 0) = T_0$$

1.4. Conditions de transfert de transfert de masse

A la surface supérieure les conditions aux limites pour l'eau et la vapeur liquides sont données par les équations (3.6) et (3.7), respectivement

$$-D_l \frac{\partial C_{ml}}{\partial x} \Big|_{x=\max} = H_{ml} (C_{ml} - C_{ml.air}) \quad (3.6)$$

$$-D_v \frac{\partial C_{mv}}{\partial x} \Big|_{x=\max} = H_{mv} (C_{mv} - C_{mv.air}) \quad (3.7)$$

Condition à la limite (au cœur de l'aliment, $x=0$)

$$-D_l \frac{\partial C_{ml}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

$$D_v \frac{\partial C_{mv}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

Condition initiale à $t=0$ $C_l(x, 0) = C_{l0}$ et $C_v(x, 0) = C_{v0}$

2. Propriétés de la pâte

En raison de la grande non homogénéité des systèmes alimentaires, il est impossible, ou du moins très dur, d'obtenir les propriétés exactes des matériaux alimentaires pour un échantillon spécifique. Par exemple, deux pains différents pourraient avoir une formulation différente (différents ingrédients). Pour cette raison, il est fréquent de trouver des travaux de modélisation et de simulation où les propriétés du matériau sont adaptées pour le cas spécifique.

Le présent travail considère l'utilisation de corrélations empiriques bien connues pour calculer les propriétés efficaces pour le pain (masse volumique et capacité calorifique), en fonction de la température locale. Il s'agit d'un avantage énorme en envisageant de réagir des mélanges, qui sont la raison principale de ce choix: en fait, l'un des objectifs de ce travail est de fournir un modèle prêt à être appliqué aux cas où les réactions chimiques entraînent des modifications substantielles au sens du profil régional, par exemple le brunissement et la formation de CO_2 . Les macro-composants, comme les protéines, les hydrates de carbone, les cendres, les fibres et les graisses sont considérés pour la phase solide, mais cette approche peut être étendue à des composants plus spécifiques.

2.1. Masse volumique

La masse volumique est impliquée à la fois dans la masse et dans les bilans énergétiques. La masse totale de chaque composant peut donc être déduite en intégrant la concentration de masse dans le domaine du volume total.

La masse volumique du mélange correspondante est calculée avec un modèle parallèle pesé sur les fractions massiques

$$\rho_{prot} = 1,3300 * 10^3 - 0,5184.T$$

$$\rho_{carb} = 1,5991 * 10^2 - 0,31046.T$$

$$\rho_{fat} = 9,2559 * 10^2 - 0,41757.T$$

$$\rho_{fiber} = 1,3115 * 10^3 - 0,36589.T$$

$$\rho_w^l = 9,9718 * 10^2 + 3,1439 * 10^{-3} T - 3,7574.10^{-3} T^2$$

$$\rho_w^v = \frac{P.M_{H_2O}}{RT}$$

$$\rho_{CO_2} = \frac{PM_{CO_2}}{RT}$$

La masse volumique du produit, du fluide sont calculé comme suit :

$$\rho_{produit} = (1 - \varepsilon) \cdot \rho_{MS} + \varepsilon \cdot \rho_{fluid}$$

$$\rho_{fluid} = C_l \cdot \rho_l + C_v \cdot \rho_v + C_{CO_2} \cdot \rho_{CO_2}$$

$$C_{CO_2} + C_l + C_v = 1$$

$$\rho_{fluid} = C_l \cdot \rho_l + C_v \cdot \rho_v + (1 - C_l - C_v) \cdot \rho_{CO_2}$$

2.2. Capacité thermique

En utilisant une approche similaire, la capacité calorifique est définie comme suit

$$C_{p,prot} = 2,0082 + 1,2089 * 10^{-3} - 1,3129 * 10^{-6} T^2$$

$$C_{p,carb} = 1,5488 + 1,9625 * 10^{-3} T - 5,9399 * 10^{-6} T^2$$

$$C_{p,fat} = 1,9842 + 1,4733 * 10^{-3} T - 4,8008 * 10^{-6} T^2$$

$$C_{p,fiber} = 1,8459 + 1,8306 * 10^{-3} - 4,6509 * 10^{-6} T^2$$

$$C_{p,w}^l = 4,1762 + 9,0862 * 10^{-5} T + 5,4731 * 10^{-6} T^2$$

$$\frac{C_{p,w}^v}{R} = 3,49708 + 1,5226033 * 10^{-3} T + 2,2301684 * 10^{-8} T^2 - 5,9706577 * 10^{-11} T^3$$

$$\frac{C_{p,CO2}}{R} = 3,28677 + 5,1201479 * 10^{-3} T + 2,2351997 * 10^{-6} T^2 - 3,3521927 * 10^{-10} T^3$$

3. Brunissement du pain

L'un des processus associés aux températures de cuisson est la caramélisation, qui se produit à des températures supérieures à 120 ° C couplées à l'évaporation de l'eau. Cette réaction peut être observée en raison des différentes compositions de la croûte par rapport au reste du pain en raison de l'augmentation de la température de surface pendant la cuisson (**Vanin, et al., 2009**). La formation et le brunissement de la croûte pendant la cuisson contribuent à la formation de la flaveur du pain. Le brunissement est le résultat d'une réaction de brunissement du type Maillard plutôt que de la caramélisation (**Laurent, 2011**). Le brunissement de la croûte se produit lorsque la température est supérieure à 110 ° C, et il montre une relation expérimentale avec la perte de poids pendant la cuisson et aussi avec la température du four (**Mondal et Datta 2008**).

- **Calcule de la surface de couleur (ΔE)**

La prédiction de la température et l'humidité est utilisée pour modéliser la cinétique de brunissement pendant la cuisson du pain, le modèle utilise une cinétique de premier ordre pour décrire le changement de surface de couleur pendant le cuisson du pain, ce modèle assume que la température et l'humidité affecte la surface de couleur

$$\Delta E_{(t+\Delta t)} = \Delta E_{\infty} - (\Delta E_{\infty} - \Delta E_{(t)}) \cdot \exp(-K_1 \cdot \Delta t) \quad (3.8)$$

Tel que $K_1 = K_0 \cdot \exp(-Ea / R.T)$

4. Valeur cuisatrice

Il convient de remarquer que les aliments ne sont pas immédiatement portés à la température de palier. D'abord parce que l'aliment s'échauffe de la température ambiante à la température de l'atmosphère de cuisson, puis parce que l'aliment s'échauffe depuis sa surface vers le cœur par conduction. Donc, pour la destruction des micro-organismes, comme pour tous les autres phénomènes qui sont modélisables, il a été défini des variables

qui prennent en compte l'accumulation des effets du couple temps-température.

Ainsi les traitements thermiques donnant le même degré de cuisson seront caractérisés par une droite dans les coordonnées semi- logarithmiques déjà utilisées pour les microorganismes avec le paramètre moyen $z=30^{\circ}\text{C}$, une température de référence de 100°C , et un temps ou de traitement à 100°C et appelé valeurs cuisatrice.

La valeur cuisatrice (VC) utilisées pour les aspects culinaires permet de s'affranchir de la diversité des effets constatés sur les catégories de produits, en effet elle correspond à un temps équivalent que l'aliment aurait passé à la température de référence. Il devient donc possible de comparer des cuissons alors que les histoires thermo-temporelles de l'aliment sont différentes.

Cette valeur qui a la dimension d'un temps s'exprime avec la relation donnée par l'équation suivante :

$$VC = \int 10^{\frac{\theta_{(t)} - \theta_{ref}}{z}} . dt \text{ évaluée par } \sum_i 10^{\frac{\theta_i - \theta_{ref}}{z}} . \Delta t_i$$

Où les $\theta_{(t)}$ sont des températures relevées à des intervalles de temps Δt_i dans le produit. Le terme $\frac{\theta_{(t)} - \theta_{ref}}{z}$ est alors appelé « facteur de Bigelow ». Il est souvent considéré comme une vitesse d'avancement adimensionnelle puisqu'il est représentatif de l'impact de la température sur l'intervalle de temps considéré.

Au finale La valeur cuisatrice permet de quantifier les effets du maintien d'un produit à une température pendant un temps donné sur les qualités organoleptiques d'un produit. On caractérise par cette notion les modifications qualitatives et quantitatives survenant en fonction de la température et du temps.

5. Méthode de résolution

➤ Hypothèse simplificatrice

Pour simplifier le problème, on a écrit le modèle sous forme unidimensionnelle transitoire c'est-à-dire $T(t, x)$, $C(t, x)$ puis on suppose que les champs de T et C sont uniformes par rapport à x dans ce cas on intègre les deux membres du système (la chaleur et la masse) pour éliminer la variable x .

D'une autre manière c'est une technique de moyennage de l'équation par rapport à x sur un domaine étudié de 0 à L .

L'équation de transfert de chaleur peut être écrite comme suit :

$$\int_{x=0}^{x=L} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx = \int_{x=0}^{x=L} k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx - \int_{x=0}^{x=L} \rho_s R_{evp} H_{evp} dx \quad (3.9)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}(L) = k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_L - k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_0 - \rho_s R_{evp} H_{evp}(L) \quad (3.10)$$

En appliquant les conditions initiale et aux limites :

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = -H_{ml}(T - T_f) \text{ et } \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

On obtient :

$$\rho c_p L \frac{\partial T}{\partial t} = -H_T(T - T_f) - \rho_s R_{evp} H_{evp} L \quad (3.11)$$

C'est une nouvelle forme de l'équation de la chaleur en tenant en compte du temps seulement.

Par analogie au transfert thermique l'équation de transfert de masse pour la fraction liquide devient :

$$\int_0^L \frac{\partial C_l}{\partial t} dx = \int_0^L \frac{D_l}{\beta} \cdot \frac{\partial^2 C_l}{\partial x^2} dx + \int_0^L \frac{1}{\beta} R_{evp} dx \quad (3.12)$$

$$L \frac{\partial C_l}{\partial t} = -\frac{H_l}{\beta} (C_l - C_{l,air}) - \frac{L}{\beta} R_{evp} \quad (3.13)$$

Et de même pour la fraction de vapeur

$$\int_0^L \frac{\partial C_v}{\partial t} dx = \int_0^L \frac{D_v}{\beta} \cdot \frac{\partial^2 C_v}{\partial x^2} dx - \int_0^L \frac{1}{\beta} R_{evp} dx \quad (3.14)$$

$$L \frac{\partial C_v}{\partial t} = -\frac{H_v}{\beta} (C_v - C_{v,air}) - \frac{L}{\beta} R_{evp} \quad (3.15)$$

Le problème devient le problème de Cauchy (condition initiale) suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi}{dt} = F(t, \Phi) & ; \quad t \in [0, t_{\max}] \\ \Phi(t=0) = \Phi_0, & \text{condition Initiale} \end{cases}$$

Le variable Φ considère T , C_l et C_v .

Ce type d'équation englobe :

Equation variable séparée, équation homogène, équation linéaire, équation de Bernoulli .

➤ Les étapes de calcul

On construit une suite de la forme :

$t(k) = \Delta t * (k-1)$; $k=1 \rightarrow N$ Tel que le pas : $\Delta t = t_{\max} / (N-1)$ et N: nombre de point.



Dans cette partie on a choisi **la méthode numérique Euler** pour déterminer la solution de problème dans chaque point de l'intervalle $t \in [0, t_{\max}]$:

K=	1	2	3			N-1	N
$t(k) =$	$t(1) = 0$	$t(2)$	$t(3)$			$t(N-1)$	$t(N)$
$\Phi(k)$	Φ_0	?	?			?	?

Nous avons créé une suite de la forme $\Phi(k+1) = \Psi(t(k), \Phi(k))$ entre deux points



Sur le petit intervalle $[t(K), t(K+1)]$ on suppose que la courbe $\Phi(t)$ n'est pas très éloignée de sa tangente :

$$\frac{d\Phi}{dx} = \frac{\Phi(k+1) - \Phi(k)}{\Delta t} = F(t(k), \Phi(k))$$

$$\Phi(k+1) = \Phi(k) + \Delta t \cdot F(t(k), \Phi(k))$$

On prend la solution initiale pour $k=1 \rightarrow \Phi(1) = \Phi_0$

Application de la méthode dans notre modèle

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{H_T}{\rho c_p L} (T - T_{air}) - \frac{\rho_s H_{evp}}{\rho c_p L} R_{evp} \\ \frac{\partial C_l}{\partial t} = -\frac{H_l}{\beta L} (C_l - C_{l,air}) - \frac{1}{\beta} R_{evp} \\ \frac{\partial C_v}{\partial t} = -\frac{H_v}{\beta L} (C_v - C_{v,air}) + \frac{1}{\beta} R_{evp} \end{cases}$$

La forme discrétisée par rapport au temps à l'instant $t(k)$

$$\begin{cases} T(k+1) = T(k) + \Delta t \cdot \left(-\frac{H_T}{\rho c_p L} (T(k) - T_{air}) - \frac{\rho_s H_{evp}}{\rho c_p L} R_{evp}(k) \right) \\ C_l(k+1) = C_l(k) + \Delta t \cdot \left(-\frac{H_l}{\beta L} (C_l(k) - C_{l,air}) - \frac{1}{\beta} R_{evp}(k) \right) \\ C_v(k+1) = C_v(k) + \Delta t \cdot \left(-\frac{H_v}{\beta L} (C_v(k) - C_{v,air}) + \frac{1}{\beta} R_{evp}(k) \right) \end{cases}$$

6. Résoudre équation à (1D) instationnaire

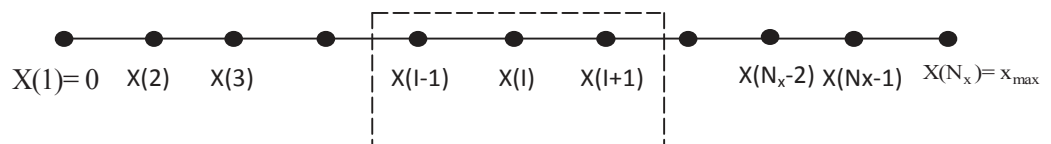
Pour résoudre l'équation à 1D on a utilisé la méthode des différences finies (Schéma implicite)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = D_\Phi \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + S_\Phi \text{ tel que } x \in [0, x_{\max}] \text{ et } t \geq 0$$

Condition initiale	Condition aux limites au point : $x = 0$	Condition aux limites au point : $x = x_{\max}$
$\Phi(t = 0, x) = \Phi_0$	$(a_1 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} + b_1 \Phi = c_1)_{t, x=0}$	$(a_2 \cdot \frac{d\Phi}{dx} + b_2 \cdot \Phi = c_2)_{t, x=x_{\max}}$

- On a divisé l'intervalle $[0, x_{\max}]$ en $(Nx - 1)$ parties égales de longueur $\Delta x = \frac{x_{\max}}{(Nx - 1)}$.
- On a construit une suite de la forme : $x(I) = \Delta x \cdot (I - 1)$; $t(k) = \Delta t \cdot (k - 1)$
- On a choisit un élément arbitraire à trois nœud sur le domaine $[0, x_{\max}]$,

Pour définir la première et deuxième dérive en se base sur les séries Taylor :



➤ La deuxième dérive /x:
$$\left(\frac{d^2 \Phi}{dx^2} \right)_I^K = \frac{\Phi_{I-1}^{K+1} - 2 \cdot \Phi_I^{K+1} + \Phi_{I+1}^{K+1}}{\Delta x^2}$$

➤ La première dérive /t:
$$\left(\frac{d \Phi}{dt} \right)_I^K = \frac{\Phi_I^{K+1} - \Phi_I^K}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{a_1}{\Delta x} + b_1 \right) \Phi_1^{K+1} + \left(\frac{a_1}{\Delta x} \right) \Phi_2^{K+1} = c_1 \\ \left(\frac{\Delta t \cdot D}{\Delta x^2} \right) \Phi_{i-1}^{K+1} + \left(-2 \cdot \frac{\Delta t \cdot D}{\Delta x^2} - 1 \right) \Phi_I^{K+1} + \left(\frac{\Delta t \cdot D}{\Delta x^2} \right) \Phi_{I+1}^{K+1} = -\Phi_I^K + \Delta t \cdot S_\Phi \\ -\left(\frac{a_2}{\Delta x} \right) \Phi_{N_x-1}^{K+1} + \left(-\frac{a_2}{\Delta x} + b_2 \right) \Phi_{N_x}^{K+1} = c_2 \end{cases}$$

Le système Tri-diagonale est le suivant :

$$\begin{cases} Dp_{(1)} \cdot \Phi_1^{K+1} + Ds_{(1)} \cdot \Phi_2^{K+1} = V_{(1)} & \text{pour } I = 1 \\ Di_{(I)} \cdot \Phi_{I-1}^{K+1} + Dp_{(I)} \cdot \Phi_I^{K+1} + Ds_{(I)} \cdot \Phi_{I+1}^{K+1} = V_{(I)} & \text{pour } I = 2, N_x - 1 \\ Di_{(N_x)} \cdot \Phi_{N_x-1}^{K+1} + Dp_{(N_x)} \cdot \Phi_{N_x}^{K+1} = V_{(N_x)} & \text{pour } I = N_x \end{cases}$$

A partir de ces équations on obtient le système tri diagonal suivant :

$$\begin{bmatrix} Dp_1 & Ds_1 & 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 \\ Di_2 & Dp_2 & Ds_2 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & Di_2 & Dp_3 & Ds_3 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ . & 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & . & . & . & . & . & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \Phi_{N_x-2} \\ \Phi_{N_x-1} \\ \Phi_{N_x} \end{bmatrix}^{K+1} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ V_{N_x-2} \\ V_{N_x-1} \\ V_{N_x} \end{bmatrix}$$

On peut résoudre ce système par la méthode de Gauss. La méthode de Gauss consiste à transformer le système linéaire vers un système triangulaire supérieure :

Dans le cas d'un système tri diagonal, on doit éliminer la diagonale inférieure par les étapes suivantes :

On crée un zéro dans $Di(K+1)$:

$$Di_{K+1}^* = 0 \quad ;$$

$$Dp_{K+1}^* = Dp_{K+1} - \frac{Di_{K+1}}{Dp_K^*} \cdot Ds_K \quad ;$$

$$Ds_K^* = Ds_K \quad ;$$

$$V_{K+1}^* = V_{K+1} - \frac{Di_{K+1}}{Dp_K^*} \cdot V_K^*$$

(*) Représente la nouvelle valeur du système tri-diagonal

$$\begin{bmatrix} Dp_1 & Ds_1 & 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & Dp_2^* & Ds_2 & 0 & 0 & & & & & 0 \\ 0 & 0 & Dp_3^* & Ds_3 & 0 & & & & & \\ . & 0 & . & . & . & & & & & \\ . & & & . & . & . & & & & \\ . & & & & . & . & . & & & \\ . & & & & & . & . & 0 & & \\ . & & & & & 0 & Dp_{Nx-2}^* & Ds_{Nx-2} & 0 & \\ 0 & & & & & 0 & 0 & Dp_{Nx-1}^* & Ds_{Nx-1} & \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 & 0 & Dp_{Nx}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \Phi_{Nx-2} \\ \Phi_{Nx-1} \\ \Phi_{Nx} \end{bmatrix}^{K+1} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2^* \\ V_3^* \\ . \\ . \\ . \\ . \\ V_{Nx-2}^* \\ V_{Nx-1}^* \\ V_{Nx}^* \end{bmatrix}$$

Résoudre système triangulaire :

$$\Phi_N = \frac{V_{Nx}^*}{Dp_{Nx}^*}$$

$$\Phi_I = \frac{V_I^* - Ds_I \cdot \Phi_{I+1}}{Dp_I^*} \quad ; \quad I = Nx-1 \rightarrow 1$$

7. Interpolation demoindre carrée

En analyse numérique , l'**interpolation** est une opération mathématique permettant de construire une fonction à partir des données $(X(k), Y(k))$.

La méthode de moindres carrés: A partir des données, on veut créer une droite $y = C_1 + C_2 \cdot x$ qui passe par la moyenne des points.

Le calcul des coefficients C_1, C_2 est basé sur le calcul des erreurs. Dans le cas d'un polynôme ordre (1) l'erreur est ordre (2), on utilise le principe des *moindres carres* qui consiste à chercher la droite qui minimise la somme des carrés des résidus :

$$E_2 = \sum_{k=1}^N [Y(k) - (C_1 + C_2 \cdot X(k))]^2$$

Pour minimiser l'erreur, sa variation par rapport aux coefficients doit être zéro c'est-à-dire :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_2}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow -2 \sum_{k=1}^N [Y(k) - (C_1 + C_2 \cdot X(k))] \cdot 1 = 0 \\ \frac{\partial E_2}{\partial C_2} = 0 \Rightarrow -2 \sum_{k=1}^N [Y(k) - (C_1 + C_2 \cdot X(k))] \cdot X(k) = 0 \end{cases}$$

Les coefficients C_1, C_2 qui minimisent le critère des moindres Carrés sont données par :

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N 1 = N & \sum_{k=1}^N X(k) \\ \sum_{k=1}^N X(k) & \sum_{k=1}^N X(k)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{k=1}^N Y(k) \\ \sum_{k=1}^N Y(k) \cdot X(k) \end{Bmatrix}$$

La solution de système est :

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{N \cdot \sum_{k=1}^N Y(k) \cdot X(k) - \sum_{k=1}^N X(k) \cdot \sum_{k=1}^N Y(k)}{\sum_{k=1}^N X(k)^2 - \left(\sum_{k=1}^N X(k) \right)^2 / N} = \frac{COV(x, y)}{Var(x)} \\ C_1 &= \frac{\sum_{k=1}^N Y(k) - C_2 \cdot \sum_{k=1}^N X(k)}{N} = \bar{y} - C_2 \cdot \bar{x} \end{aligned}$$

Remarque :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k \quad ; \quad Var(x) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k^2) - \bar{x}^2 \\ \bar{y} &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N y_k \quad ; \quad Var(y) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N (y_k^2) - \bar{y}^2 \end{aligned}$$

$$COV(x, y) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{K=1}^N (x_K \cdot y_K) - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

Remarque: on peut trouver d'autre interpolation par la méthode de moindre carrée par exemple : $y = a * x^b$

Pour trouver les coefficients a et b il faut suivre les étapes suivantes :

- Transformé vers une approximation degré 1 comme suit :

$$y = a * x^b \rightarrow \ln(y) = \ln(a * x^b) \rightarrow \ln(y) = \ln(a) + b * \ln(x)$$

- On pose $y' = \ln(y)$; $x' = \ln(x)$; $C_1 = \ln(a)$; $C_2 = b$

$$\rightarrow y' = C_1 + C_2 * x'$$

➤ interpolation de deux variables

Soit les données suivantes : $x_{(k)}$, $y_{(k)}$ et $z_{(k)}$

Par la méthode de moindre carrée on peut déterminer les coefficients (C_1 , C_2 et C_3) de la fonction suivant : $Z = C_1 + C_2 \cdot X + C_3 \cdot Y$

Tel que ces coefficients sont obtenue par la résolution du système suivant :

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{K=1}^N X_K & \sum_{K=1}^N Y_K \\ \sum_{K=1}^N X_K & \sum_{K=1}^N X_K^2 & \sum_{K=1}^N X_K \cdot Y_K \\ \sum_{K=1}^N Y_K & \sum_{K=1}^N X_K \cdot Y_K & \sum_{K=1}^N Y_K^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{K=1}^N Z_K \\ \sum_{K=1}^N X_K \cdot Z_K \\ \sum_{K=1}^N Y_K \cdot Z_K \end{bmatrix}$$

Faire le même calcul pour la fonction suivant : $Z = a \cdot X^b \cdot Y^d$

On fait la linéarisation de l'équation en introduisant Logarithme sur les deux membres de l'équation :

$$\ln(Z) = \ln(a) + b \cdot \ln(X) + d \cdot \ln(Y)$$

On pose

$$Z' = \ln(Z); \quad C_1 = \ln(a); \quad C_2 = b; \quad X' = \ln(X); \quad C_3 = d; \quad Y = \ln(Y)$$

Donc :

$$Z' = C_1 + C_2 \cdot X' + C_3 \cdot Y'$$

Introduction

Dans le chapitre précédent on a discrétisé les équations régissant les phénomènes de transfert de chaleur et de masse lors de la cuisson du pain. Les résultats représentant le comportement transitoire de la cuisson sont présentés dans ce chapitre.

Le travail se focalise sur la variation des propriétés thermophysique du pain pour connaître l'effet de chacune sur la conduite du transfert de chaleur et de masse lors de la cuisson du pain.

Au travers la partie bibliographique et de nos connaissances préalables, nous avons vu quels étaient les paramètres importants à étudier pour comprendre la cuisson du pain. Nous avons mis au point les équations nécessaires et développé le modèle adéquat. Les essais effectués ici vont permettre de mieux comprendre la cuisson du pain, et de déterminer numériquement (expériences numériques) un certain nombre de paramètres des modèles développés. Enfin, des résultats sur l'influence de diverses modifications de la conduite permettront de montrer les voies d'optimisations envisageables dans le cadre de la cuisson industrielle du pain.

Un programme FORTRAN a été réalisé basé sur la méthode différence finis pour un problème unidimensionnel transitoire, une autre méthode Euler seulement pour un problème transitoire, pour résoudre le modèle de transfert de chaleur et de masse de la cuisson.

Nous avons résolu les équations pour chaque variable (T : la température, CL : fraction de l'eau liquide, C_v : fraction de la vapeur et C_{CO_2} : fraction de CO_2) en fonction de HT : coefficient de transfert de chaleur par convection, ρ, c_p , T_{air} : température de chauffage, K_{evp} : coefficient du taux d'évaporation, ε : la porosité et K_d : coefficient de distribution d'adsorption. Les résultats sont présentés premièrement sans considération du phénomène d'évaporation ensuite avec considération de changement de phase et finalement avec l'effet de l'adsorption sur le transfert de chaleur et de masse.

1. Etude sans évaporation

1.1. Effet du coefficient de transfert de chaleur par convection H_T et ρc_p

Afin d'analyser les variations de transfert de chaleur en fonction du temps nous essayons de montrer l'impact du coefficient de transfert de chaleur par convection et de ρc_p sur l'évolution de la température puisque ces deux paramètres sont très intéressants dans les

applications alimentaires et sont parmi les propriétés matérielles qui déterminent les mécanismes de transport à l'intérieur du produit.

La figure 4.1 présente l'évolution de la température avec le temps à différentes valeurs de ρc_p . La température du produit augmente jusqu'à l'équilibre avec le milieu extérieur mais cette augmentation diffère selon la valeur de ρc_p avec une relation inversement proportionnelle, plus la valeur de ρc_p est élevée plus l'augmentation est lente. On remarque que à valeur de ρc_p de 10^5 le transfert de chaleur est très rapide au point qu'il a atteint la température de cuisson en très peu de temps (5 minutes), mais en l'augmentant à une valeur de 10^6 l'allure de la courbe a changé puisque l'aliment a pris plus de temps à se chauffer donnant une allure plus logique pour une cuisson progressive.

Les valeurs du tableau 4.1 montre l'évolution du temps de cuisson en fonction de ρc_p , on remarque dans la figures 4.3 l'effet important que joue cette valeur sur le temps de cuisson, à $\rho c_p = 10^6$ le pain a pris le double de temps pour se cuire qu'à $\rho c_p = 10^5$

On a fixé la valeur de $\rho c_p = 10^6$ Pour voir l'effet du coefficient de transfert de chaleur sur la température et le temps de cuisson. Plusieurs courbes de valeurs différentes de H_T : 2,5 , 5 , 10 , 20 , 30 $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ont été tracées (figure 4.4).

Contrairement à l'effet du ρc_p sur l'évolution de la température, la relation est proportionnelle, plus le coefficient du transfert de chaleur est élevé plus l'augmentation en température du produit est rapide, le tableau 4.2 donne les valeurs du temps de cuisson pour chaque valeurs de H_T , la valeur minimale de H_T ($H_T=2,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) a donné un temps de cuisson très élève (383,7 min), la valeur de $H_T=30 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ a donné le temps de cuisson le plus court (31,9 min).

D'après ces résultats, pour minimiser le temps de cuisson il faut diminuer le ρc_p ou augmenter la valeur de H_T .

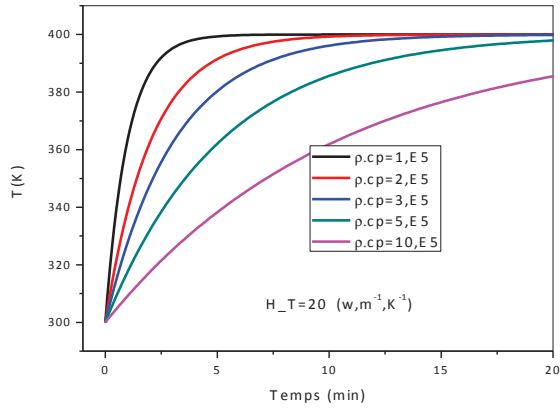


Figure 4.1 : effet de ρc_p sur l'évolution de la température pour $h_T=20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

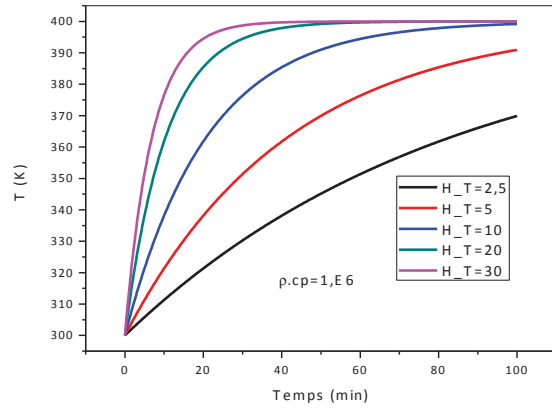


Figure 4.2 : effet de h_T sur l'évolution de la température pour $(\rho c_p)_p=10^6$

Tableau 4.1 : Temps de cuisson pour plusieurs valeurs de $(\rho c_p)_p$

$(\rho.c.p)_{produit}$	Temps cuisson (min)
1.E5	4.7
2.E5	9.5
3.E5	14.3
5.E5	23.9
10.E5	47.9

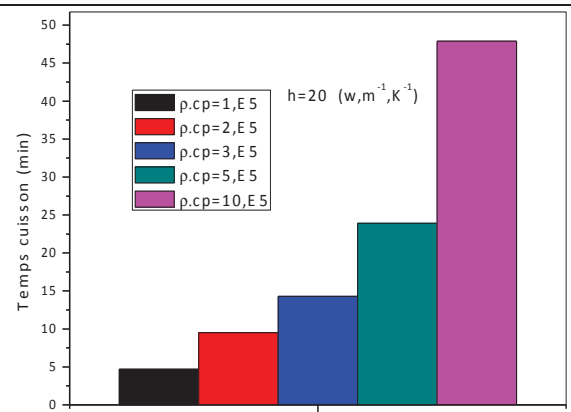


Figure 4.3 : Temps de cuisson en fonction de ρc_p pour $H_T=20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Tableau 4.2 : Temps de cuisson pour plusieurs valeurs de H_T

H_T	Temps cuisson (min)
2.5	383.7
5	191.8
10	95.9
20	47.9
30	31.9

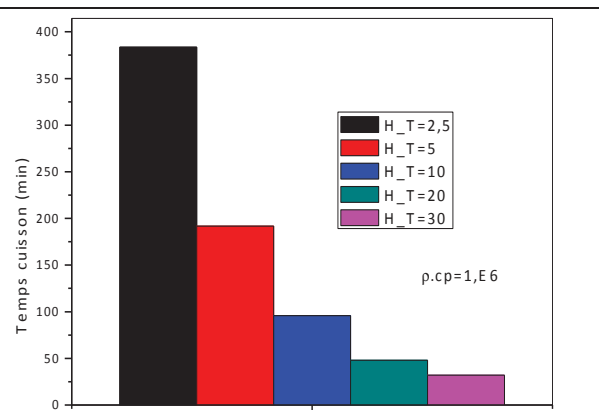


Figure 4.4 : Temps de cuisson en fonction de H_T pour $(\rho c_p)_p=10^6$

➤ Propriétés physiques

Notre modèle suppose que les propriétés physiques sont variables en fonction de la porosité, de la température et de la concentration des espèces, et c'est ce qui nous a mené vers le numérique puisque la solution analytique est difficile dans ce cas.

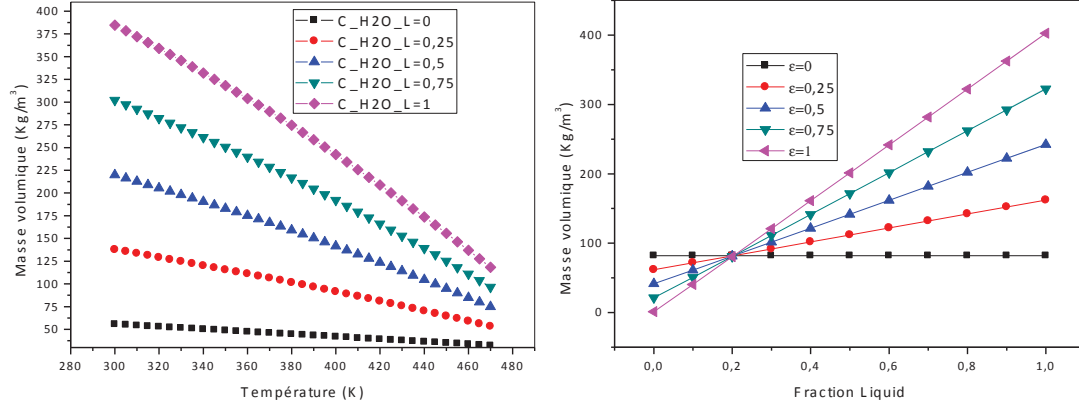


Figure 4.5 : variation de la masse volumique en fonction de Température, concentration et porosité

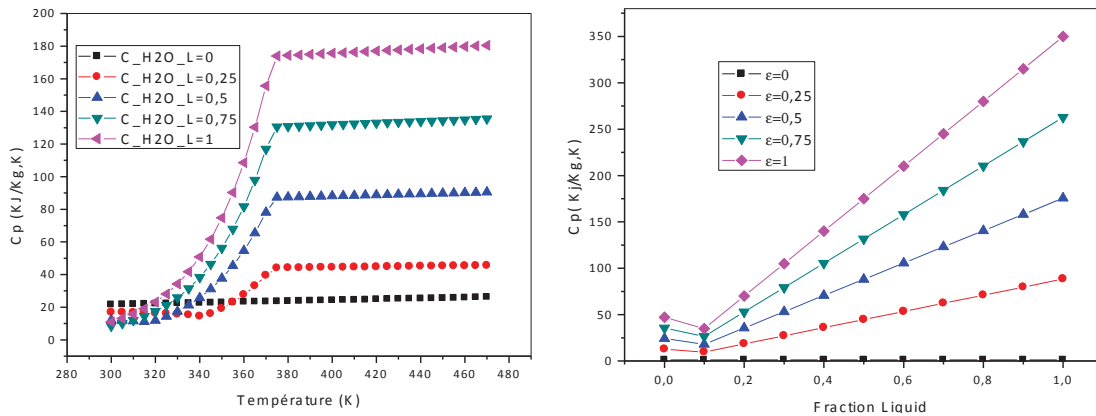


Figure 4.6 : variation de la chaleur spécifique en fonction de Température, concentration et porosité

1.2.Effet du coefficient de transfert de masse par convection H_{ML}

Il existe quatre phases dans les processus de transport, c'est-à-dire solides, liquides (eau), vapeur d'eau et de CO_2 . La vapeur d'eau et le CO_2 sont les gaz dominants dans le pain. Le transfert de matière comprend, le transport d'eau liquide de la vapeur d'eau ainsi que le transport de CO_2 .

La figure 4.7 et 4.8 montrent l'impact du coefficient de transfert de masse par convection H_L sur les fractions d'eau liquide et de CO_2 respectivement. On observe que les valeurs élevées de H_{ML} accélèrent la perte de l'eau et augmente la fraction du CO_2 très rapidement lors de la cuisson. En effet à $H_{ML}=0,04$ m/s la fraction d'eau liquide a chuté subitement mais en changeant les valeurs de H_{ML} a des valeurs plus petites le transfert de l'eau

prend plus de temps (figures 4.9), les résultats du tableau 4.3 montre en combien de temps la perte totale en eau arrive à plusieurs valeurs de H_{ML} : 0,001, 0,002 , 0,005 , 0,01, 0,04 m/s.

On remarque qu'il a le même effet sur la fraction de l'eau liquide

Notant que sans changement de phase et avec une fraction de vapeur initiale nulle il y a aucun effet du coefficient de transfert de masse par convection sur la fraction de vapeur. Pour cela on a introduit le phénomène de changement de phase afin de voir l'effet de H_{ML} sur la fraction de vapeur.

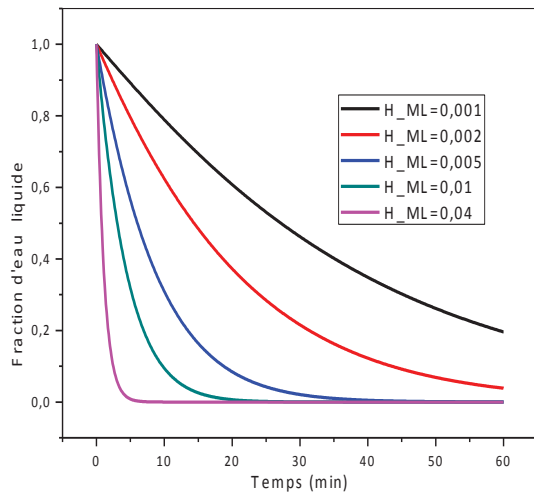


Figure 4.7 : Effet du H_{ML} sur les Fraction d'eau liquide

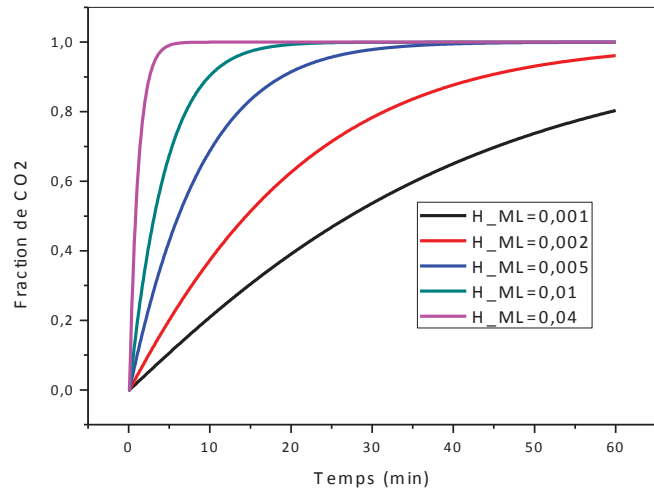


Figure 4.8 : Effet du H_{ML} sur les Fraction de CO2

Tableau 4.3 : temps de perte d'eau pour plusieurs valeurs de H_{ML}

H_{ML}	Temps de perte de l'eau (min)
0.001	162,4
0.002	83,3
0.005	35,3
0.01	18,6
0.04	5

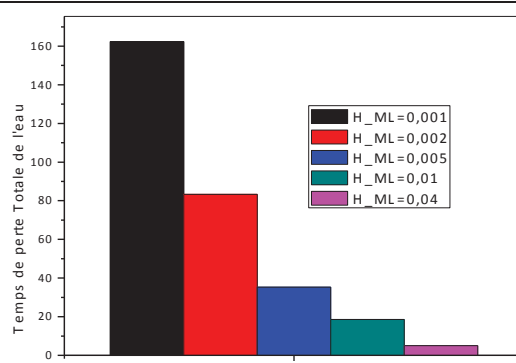


Figure 4.9 : Temps de perte d'eau en fonction du H_{ML}

2. Etude avec changement de phase

Dans cette partie nous avons pris en considération le terme de changement de phase qui a été négligé dans la première partie pour voir l'effet de ce dernier.

2.1.Effet du coefficient de transfert de masse H_{ML} sur la fraction de vapeur

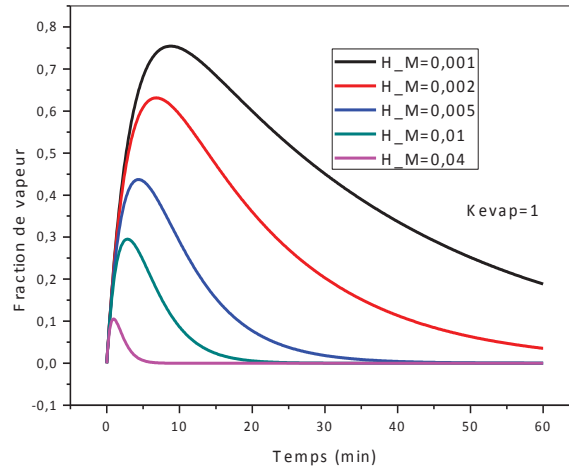


Figure 4.10 : Effet du H_{ML} sur la fraction de vapeur

L'augmentation de la température provoque l'évaporation de l'eau liquide contenue dans la pâte à pain, l'impact du H_{ML} sur la fraction de vapeur est présenté dans la figure 4.10. On remarque que la fraction de vapeur augmente mais baisse très rapidement pour s'annuler encore cette fluctuation est fonction de la quantité de l'eau disponible puisque l'eau s'évapore pour donner de la vapeur jusqu'à épuisement de toute la quantité, dans ce cas y aura plus d'évaporation ou de changement de phase ; le H_{ML} accélère ou ralentit le phénomène d'évaporation.

2.2.Effet du taux d'évaporation K_{evp} sur les fractions d'eau liquide et de vapeur

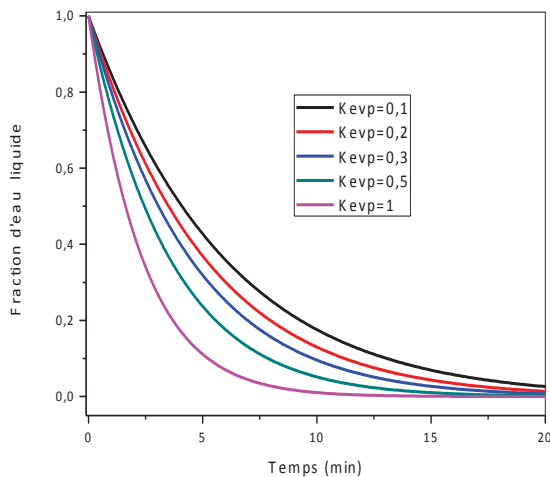


Figure 4.11 : Effet K_{evp} sur les Fraction d'eau Liquide

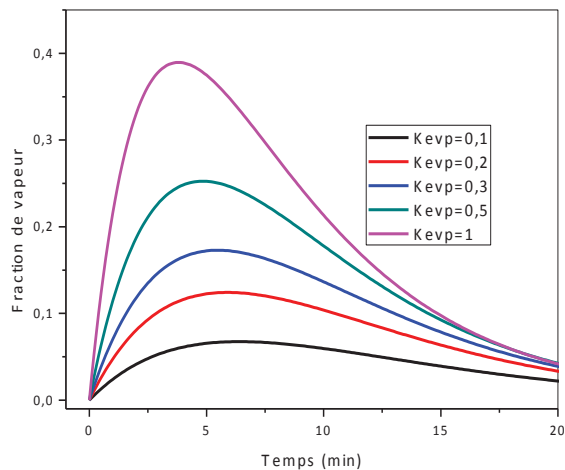


Figure 4.12 : Effet K_{evp} sur les Fraction de vapeur

La conséquence du K_{evp} sur la perte de l'eau et la création du vapeur est présenté dans les figures 4.11 et 4.12 successivement, l'eau commence à s'évaporer jusqu'à épuisement mais la différence entre les 5 courbes de valeurs de K_{evp} consiste au temps de transfert, on remarque qu'à $K_{evp}=0,1s^{-1}$ l'eau a pris plus de temps pour s'évaporer qu'à valeur de $K_{evp}=0,2 s^{-1}$. De là on remarque le rôle important du changement de phase dans la cuisson du pain.

La vapeur est gérée par deux phénomènes, d'abord le changement de phase (liquide augmente – vapeur diminue) avec le temps la quantité d'eau liquide commence à diminuer par évaporation ; le sommet de la figure 10 est la limite de changement de phase ; Ensuite la diminution est due à la convection avec le milieu extérieur où il n'y a pas de vapeur.

La comparaison entre les fractions d'eau liquide, de vapeur et de CO_2 (figure 4.13) montre que la fraction d'eau et de vapeur ne se complètent pas, en effet le CO_2 prend place de l'eau et de la vapeur par conservation de masse ($C_{CO_2}=1-C_L-C_V$) et du coup la somme des trois concentrations à un moment donné est toujours la même.

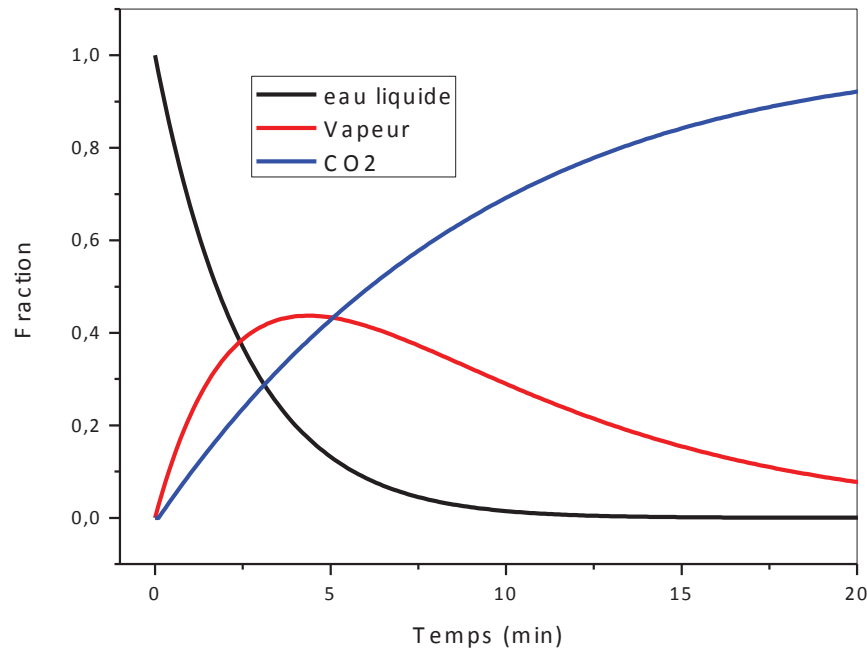


Figure 4.13 : comparaison entre les fractions d'eau liquide, de vapeur et de CO_2)

pour ($H_{ML} = 0.005(m.s^{-1})$ et $K_{evp} = 1(s^{-1})$)

2.3. Effet de K_{evp} sur l'évolution de la température

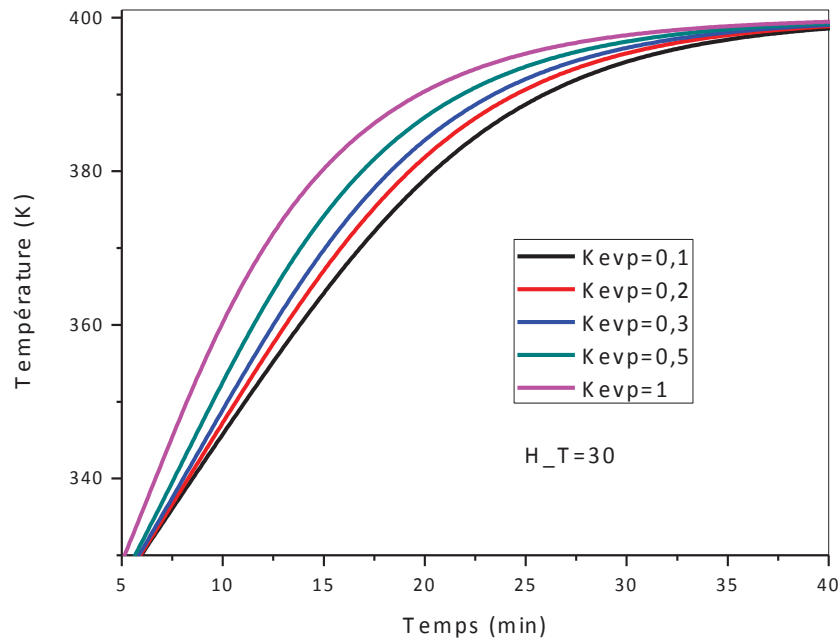


Figure 4.14 : Effet du K_{evp} sur l'évolution de Température

Par définition la chaleur latente est l'énergie dégagée pendant la période de changement de phase. Cette chaleur augmente si on augmente k_{evp} . On remarque un effet clair sur le comportement de la chaleur au sein du produit, puisque il accélère la montée en température comme le montre la figure (4.14), c'est un paramètre très important pour contrôler le temps de cuisson de la pâte.

2.4. Effet de la porosité sur le transfert de chaleur et de masse

Etant donné que le pain est un milieu poreux, on a essayé de voir l'effet de la porosité sur les différents paramètres étudiés dans ce modèle, les résultats sont présentés dans les figures 4.15 (a, b, c et d).

Dans la figure (4.15.a) la température est présentée en fonction du temps pour plusieurs valeurs de porosité, on remarque qu'il y a deux gamme de variation $\varepsilon = 0.1 \rightarrow 0.5$ et $\varepsilon = 0.5 \rightarrow 0.9$. dans la première gamme on remarque qu'on a la même allure des courbes, la température augmente puis se stabilise, mais à différents temps, à $\varepsilon = 0.1$ la température du pain prend seulement 7 minutes, mais à $\varepsilon = 0.5$ elle prend 25 minutes. Dans la deuxième gamme on remarque un effet inverse, la courbe se stabilise en moins de temps exemple $\varepsilon = 0.9$ prend seulement 15 minutes.

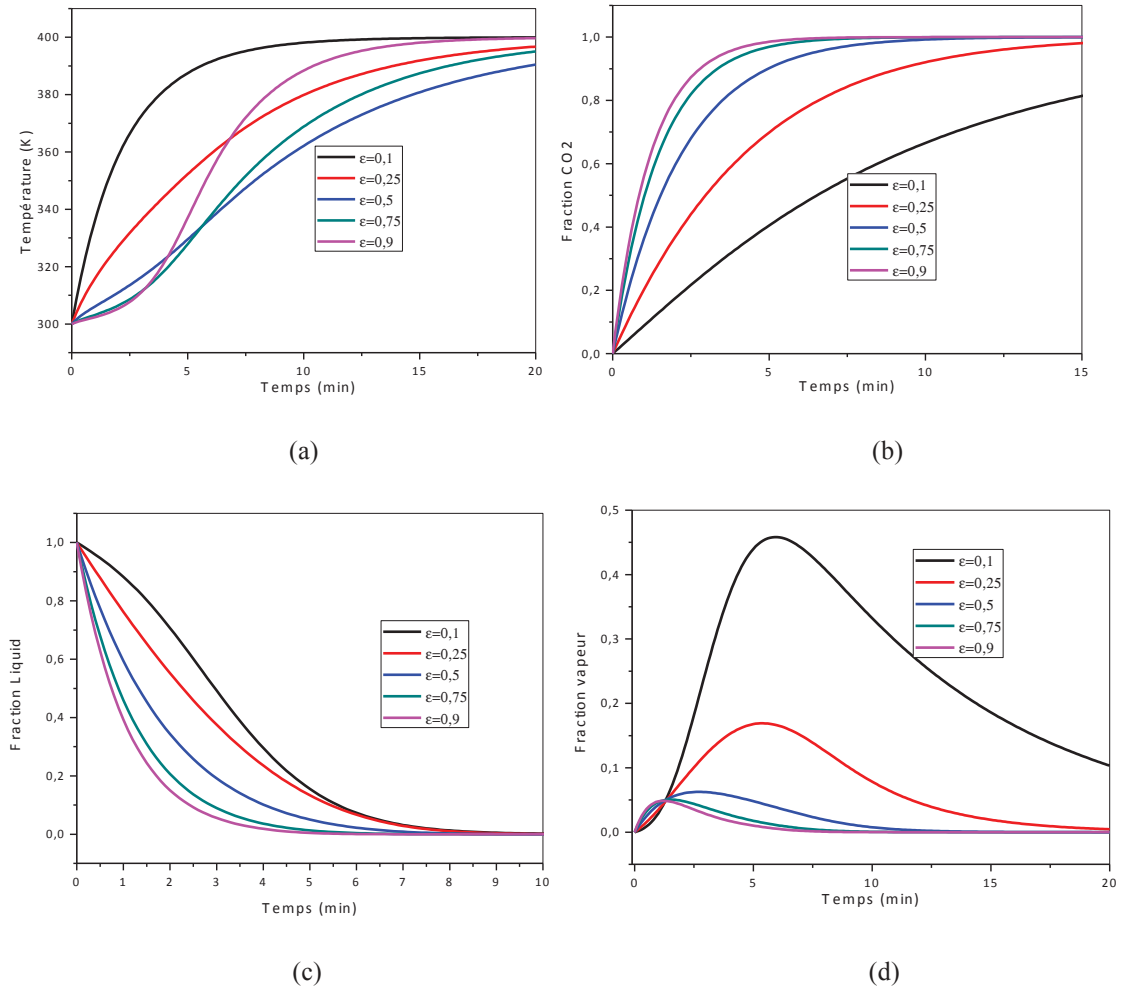


Figure 4.15 : Effet de la porosité sur ; a : La température ; b : La fraction de CO₂ ;

c : La fraction de vapeur ; d : La fraction du liquide

Dans les figures 4.15 (c, d, b) on a présenté le comportement transitoire de la fraction des espèces (eau liquide, vapeur et CO₂), initialement l'aliment contient seulement de l'eau liquide qui commence à s'évaporer donc on remarque une diminution de liquide et une augmentation de vapeur en fonction de temps. Concernant l'effet de la porosité, on remarque un effet inversement proportionnel avec l'eau liquide et vapeur. Pour garder la conservation de masse la fraction de CO₂ doit valider la formule $C_{CO_2} = 1 - C_L - C_V$, on remarque qu'elle augmente toujours dans le processus de cuisson, et c'est ce qui provoque le gonflement du pain qui est due à l'augmentation de pression interne des gaz, pour cela l'hypothèse de porosité constante n'est pas valide, donc l'étude doit être plus approfondie sur les modèles de la variation de la porosité en fonction de plusieurs paramètres du modèles au cours du processus de cuisson.

2.4. Effet de Température de l'air

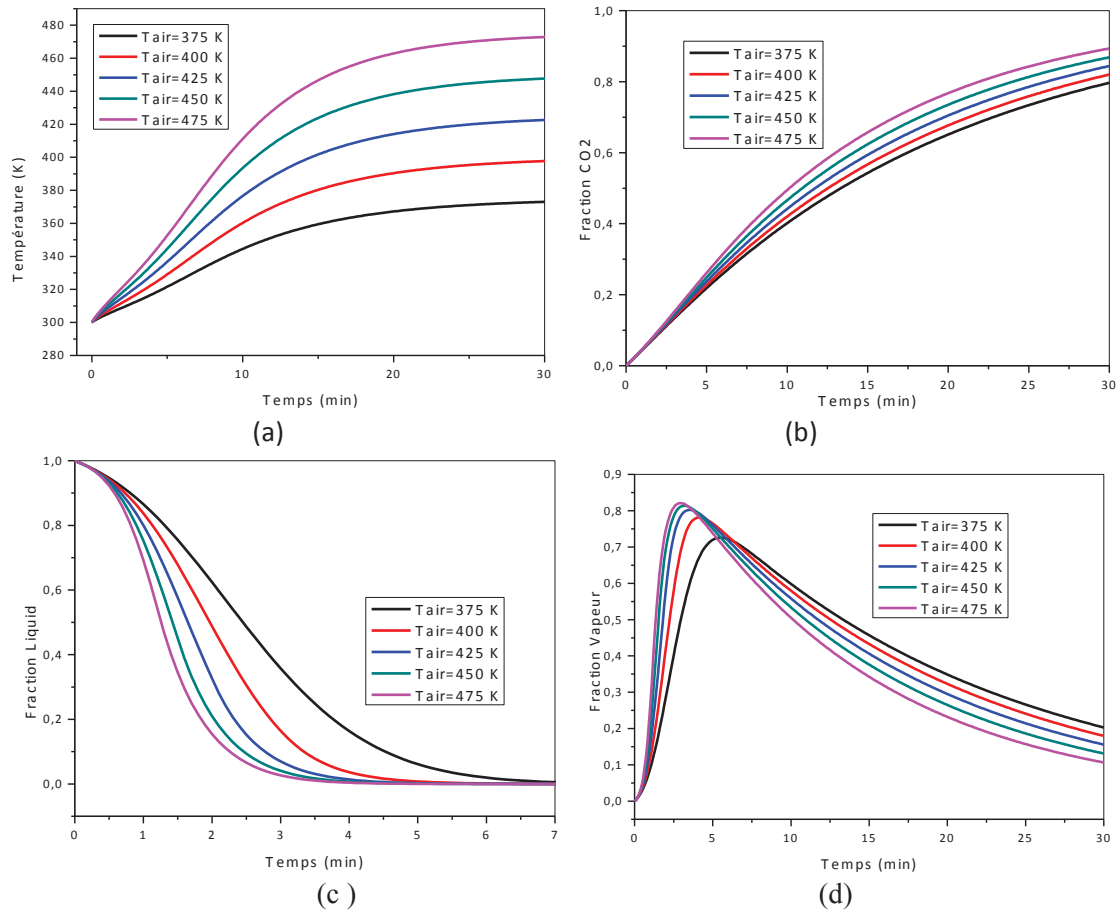


Figure 4.16 : Effet de la température de l'air sur ; a : La température ; b : La fraction de CO_2 ; c : La fraction liquide ; d : La fraction de vapeur.

La figure (4.16.a) montre qu'en augmentant la température d'air on remarque qu'elle ne donne aucune information sur le temps de cuisson, pour cela il nous faut d'autres critères pour évaluer la cuisson, par ce que après un certain temps les courbes de températures de produit se stabilisent dans la même température de l'air, dans ce cas elles peuvent dépasser la température nécessaire de cuisson.

La figure 4.16 (b, c et d) présentent les résultats obtenus lors des modifications de la température de l'air (température de chauffage) lors des expériences numériques établis pour voir l'effet de cette dernière sur le comportement de la chaleur et des fractions massiques lors de la cuisson du pain. On remarque que l'effet de T_{air} accélère la cinétique de cuisson (diminution de l'eau liquide et production de la vapeur et du CO_2) d'une manière considérable, ce qui a réduit le temps de perte.

3. Effet du phénomène d'adsorption

➤ Effet du coefficient de distribution K_d (cas de modèle linéaire $S=K_d.C$)

Précédemment on a présenté plusieurs modèles d'adsorption : Linéaire, Freundlich, Langmuir. Dans cette partie, on s'intéresse seulement à l'étude du coefficient de distribution K_d qui est un coefficient de proportionnalité entre la masse adsorbée et la concentration des espèces. Rappelons que l'adsorption, est la capacité de toutes les substances solides à attirer sur leurs surfaces des molécules de gaz ou des solutions. Les résultats trouvés après nos expériences numériques sont regroupés dans la figure 4.17.

Nous avons trouvé que l'adsorption affecte légèrement le transfert de chaleur figure (4.17.a), puisque le phénomène d'adsorption n'est pas un phénomène endo ou exo thermique sauf qu'il influence sur la diminution du taux d'évaporation, quand on a augmenté le coefficient de distribution la température a pris un peu de recul dans son transport.

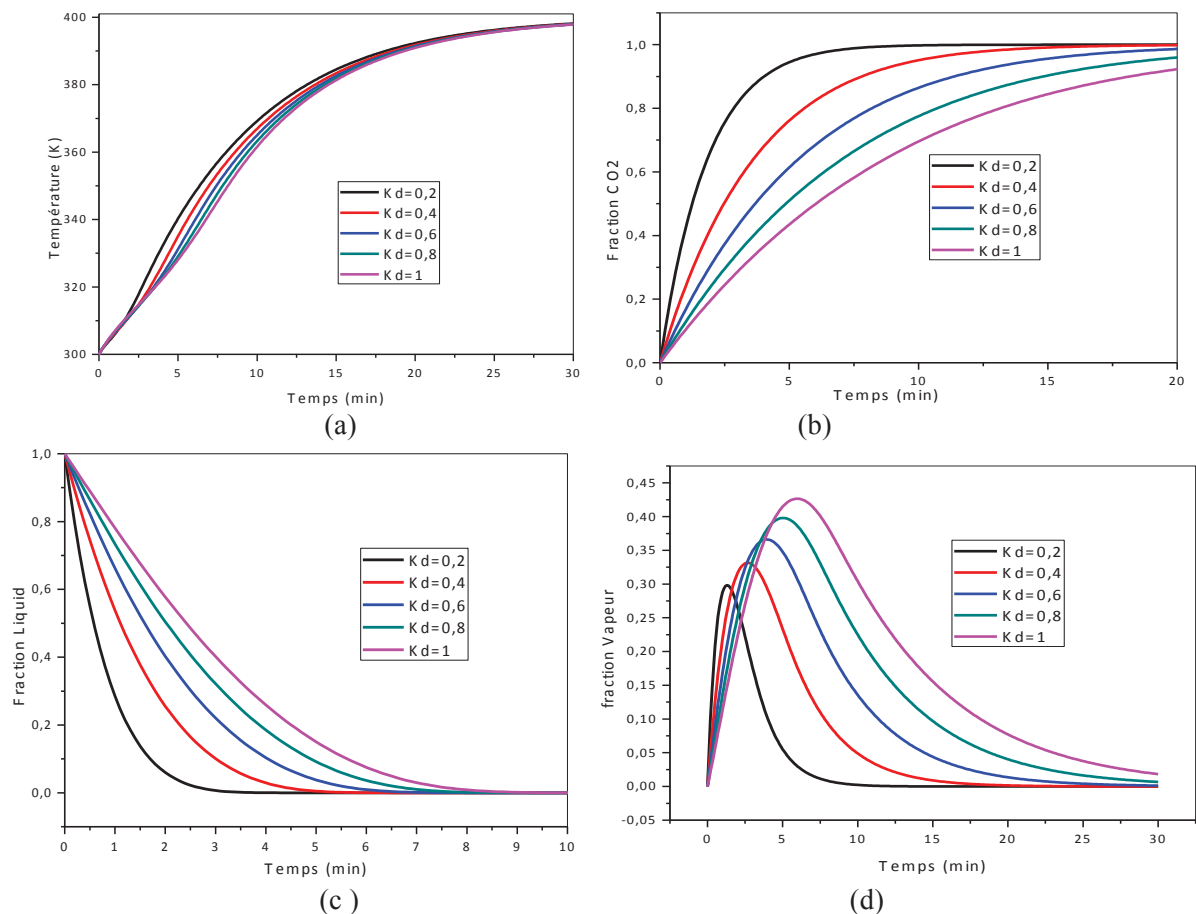


Figure 4.17 : Effet de l'adsorption sur ; (a) : La température ;(b) : La fraction de CO_2 ; (c) : La fraction du liquide ; (d) : fraction de vapeur.

Pour le transfert du CO_2 l'effet de l'adsorption est clair dans la figure (4.17.b), cette dernière présente la cinétique de production du CO_2 en fonction du temps pour cinq valeurs de K_d (0.2 ; 0.4 ; 0.6 ; 0.8 et 1).

On remarque une différence claire dans la perte en eau entre les cinq valeurs de K_d figure (4.17.c). La perte en eau est progressive et explique bien le fait que le pain est un matériau **hygroscopique** plus k_d est grand plus le pain retient plus d'eau.

La production de la vapeur est présentée dans la figure (4.17.d), cette dernière montre l'effet considérable de l'adsorption sur la fraction de vapeur, la production de vapeur était progressive où la vitesse se ralentit avec l'augmentation du K_d mais la perte aussi a été affectée de même la manière, cela est dû au fait qu'il y a une diminution dans le temps de perte en eau, puisque la relation entre les deux fractions est inversement proportionnelle.

L'adsorption rencontrée dans la cuisson du pain est physique et pas chimique puisqu'elle dépend de la force, d'attraction entre l'adsorbant solide et les molécules d'adsorbé.

Finalement on peut dire que le phénomène d'adsorption est un terme de freinage (amortissement) qui ralentit les phénomènes de transport des espèces et l'évaporation.

4. Variation de la couleur

D'un point de vue technologique, l'obtention d'une couleur particulière à la surface du produit est l'un des objectifs de la cuisson. Par conséquent, la couleur de surface peut être considérée comme un indice critique de cuisson.

La Figure 4.18 présente les résultats de la modélisation de la cinétique du brunissement à l'aide du modèle élaboré (prédiction de la couleur de surface en fonction de la température) à plusieurs températures de chauffage (100, 130, 160, 180, 200 °C) en utilisant la formule :

$$\Delta E_{(t+\Delta t)} = \Delta E_{\infty} - (\Delta E_{\infty} - \Delta E_{(t)}) \cdot \exp(-K_1 \cdot \Delta t)$$

$$\text{Tel que } K_1 = K_0 \cdot \exp(-Ea / R.T)$$

Comme le montre cette figure une légère sous-estimation du changement de la couleur au début de la cuisson peut être due à la non-linéarité du premier stade du brunissement lorsque la température du produit n'a pas atteint la température de brunissement. Le changement de couleur de la pâte ensuite varie progressivement au cours de la cuisson du pain pour atteindre enfin $\Delta E = 52$ qui a été estimée valeur idéale du brunissement du pain.

On remarque que la température joue un rôle important dans la variation de la couleur, si on augmente la température de chauffage (T_{air}) on obtient une variation rapide, ce qui induit que le transfert de chaleur et de masse accélère la cinétique de brunissement puisque ces deux procédés sont liés directement à l'augmentation en température T_{air} .

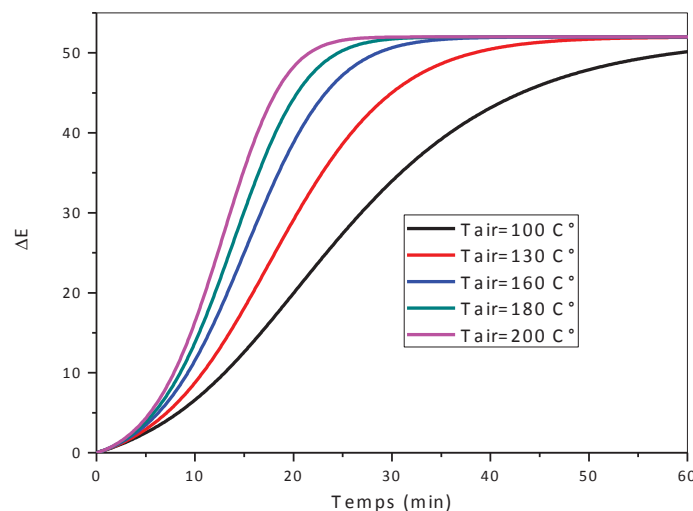


Figure 4.18 : Effet de la température de cuisson sur la variation de la couleur du pain

Dans cette figure on s'intéresse au temps de changement de couleur (c'est le premier temps qui atteint ($\Delta E = 52$) pour chaque valeur de T_{air} , dans les parties suivantes on va introduire l'effet d'autres paramètres (Coefficient de transfert de chaleur HT et la porosité) sur le temps de brunissement.

Le tableau 4.4 montre la variation du temps de brunissement en fonction de la température de l'air et du coefficient de transfert (HT), les températures de l'air varient de 100°C à 200°C, on remarque que le temps de brunissement diminue avec l'augmentation en température et en HT, à HT=2,5 et pour toutes les températures le temps de brunissement varie de 146,20 min à 76,40 min, cependant pour la valeur de HT=30 les valeurs du temps de cuisson varient de 63,50 min à 20,20 min.

Tableau 4.4 : Temps de changement de couleur en fonction de température de chauffage T_{air} et coefficient de transfert HT

		Coefficient de transfert de chaleur par convection HT				
		2,5	5	10	20	30
Température De chauffage	100 C°	146,20	109,30	84,40	69,20	63,50
	130 C°	112,90	80,50	58,50	44,20	38,40
	160 C°	93,10	64,50	45,30	32,70	27,40
	180 C°	83,70	57,30	39,70	28,00	23,20
	200 C°	76,40	51,80	35,50	24,70	20,20

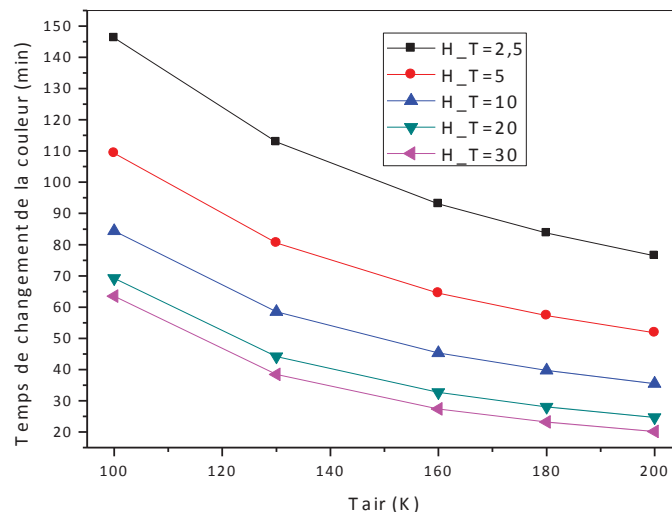


Figure 4.19 : Temps de changement de couleur en fonction de température de chauffage T_{air} et coefficient de transfert HT

Le meilleur temps de changement de couleur TCC est celui qui confère au pain ses qualités caractéristiques (tendre à l'intérieur, croustillant et doré à l'extérieur) ; c'est-à-dire si

le temps TCC est minimal il ya un changement de la couleur à l'extérieur sans avoir le temps pour la pénétration de la chaleur pour une cuisson au cœur, même chose pour un TCC très élevé on obtient la même couleur mais presque un dessèchement total de l'aliment

Les meilleures valeurs du temps de cuisson sont obtenues pour HT=10 et sont TCC=39,70 min à T_{air}=180°C et TCC=35,50 min à T_{air}=200°C.

Les courbes du temps de brunissement en fonction de la température de chauffage pour les différents HT gardent le même aspect (**Figure 4.19**), on remarque que HT agit de la même façon dans toutes les valeurs.

Tableau 4.5 : Temps de changement de couleur en minute en fonction de température de chauffage T_{air} et porosité ε

		Porosité								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Température De chauffage	100 C°	53,80	59,80	64,80	67,80	69,20	69,00	67,70	65,10	61,5
	130 C°	28,00	34,30	39,60	42,80	44,20	44,10	42,70	40,10	36,3
	160 C°	17,00	23,10	28,20	31,30	32,70	32,70	31,50	29,20	25,6
	180 C°	13,00	18,80	23,70	26,70	28,00	28,20	27,20	25,10	21,7
	200 C°	10,40	15,70	20,40	23,30	24,70	24,90	24,00	22,10	19,1

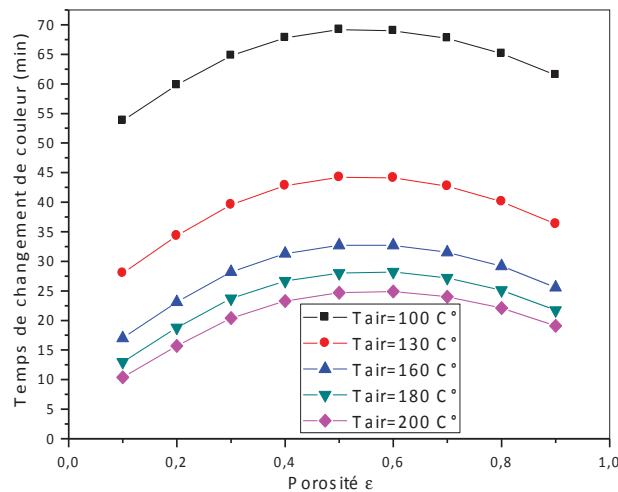


Figure 4.20: Temps de changement de couleur en fonction de température de chauffage T_{air} Et porosité ε

Contrairement au coefficient de transfert de chaleur la porosité joue un double effet dans la cuisson.

Si la porosité est entre $0.1 < \varepsilon < 0.5$, elle a un rôle proportionnel avec la valeur du temps de changement de couleur TCC, mais si la porosité est entre $0.5 < \varepsilon < 0.9$ la porosité a un rôle inversement proportionnel avec TTC.

La forme des courbes des paraboliques (figure 4.20) où le sommet correspond à $\varepsilon=0,50$ cela est expliquer par le fait que la quantité de liquide est faible et facile à s'évaporer en très peu de temps pour les porosités faibles, on voit le même effet dans le cas des grandes valeurs de porosité où l'eau est libre et facile à s'extraire de l'aliment par le phénomène de convection, pour cela le temps de changement est minimale dans les deux cas. Donc la meilleure porosité est dans l'entourage du 0.5.

5. La valeur cuisatrice

On a vu précédemment avec le changement de couleur, on peut voir la même couleur pour différents cas et cela n'est pas un critère idéal pour évaluer la cuisson. Pour cela on a introduit un nouveau critère de la cuisson qui est la valeur cuisatrice.

Tableau 4.6 : les valeurs cuisatrices en minute en fonction de température de chauffage T_{air} et coefficient de transfert HT

		Coefficient de transfert de chaleur par convection HT				
		2,50	5,00	10,00	20,00	30,00
Température De chauffage	100 C°	185,23	92,59	46,24	23,20	15,52
	130 C°	174,46	87,18	43,52	21,74	14,50
	160 C°	162,69	81,27	40,62	20,23	13,50
	180 C°	154,15	77,02	38,43	19,19	12,75
	200 C°	145,24	72,63	36,22	18,11	12,02

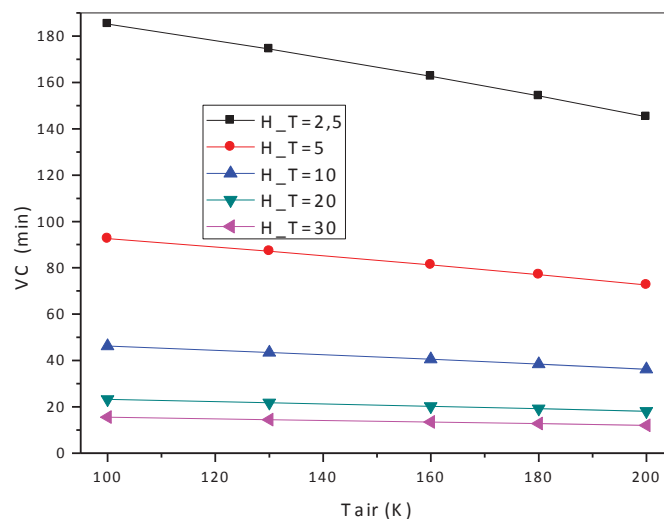


Figure 4.21: valeurs cuisatrices en fonction de température de chauffage T_{air} et coefficient de transfert HT

Pour diminuer le temps de cuisson on augmente la température, à fin de vérifier cette hypothèse, nous avons calculé la valeur cuisatrice du pain à plusieurs températures de cuisson et à différentes valeurs de coefficient de transfert de chaleur par convection (HT).

Rappelons la formule de la valeur cuisatrice

$$VC = \int 10^{\frac{T(t)-T_{air}}{30}} .dt = \sum_i 10^{\frac{T_i-T_{air}}{30}} .\Delta t_i$$

Le tableau 4.6 montre le variation de la VC pour les différentes températures de chauffage T_{air} ; 100°C, 130°C, 160°C, 180°C et 200°C et pour différentes valeurs de HT ; 2.5, 5 , 10. 20 et 30, on remarque que la VC diminue avec l'augmentation en températures mais aussi avec l'augmentation du HT, les valeurs de HT=2.5 et 5 ont donnés des VC très élevées pour une cuisson du pain.

A 180°C et 200°C comme température de cuisson, on a trouvé des VC de : 39.70-35.50 min pour HT=10, 28-26.70 pour HT=20 et 23.20-20.20 pour HT=30.

Les valeurs de HT=10 sont les plus proches pour une cuisson du pain domestique dont le temps de cuisson varie de 30-45 min à 200°C.

Par contre les valeurs de HT=30 sont plus compatibles avec la cuisson dans des fours industrielles ou semi-industrielles où les fours sont dotés d'un système de ventilation interne qui fait accélérer la vitesse de l'air à l'intérieur du four pour une cuisson plus rapide et plus homogène.

Si on choisi une température de chauffage 200°C, on remarque un écart important entre la VC de HT=2,5 et celle de HT=5 de l'ordre de 72.61 minutes, mais pour une même température de chauffage l'écart entre les valeurs de VC entre HT=20 et HT=30 est entre 7,68 et 6,09 min dans la même température, celui entre HT=10 et HT=20 est entre 23,04 et 18,11 min toujours à la même température.

L'effet de la porosité sur la valeur cuisatrice est le même que celui du changement de couleurs

Mais pas aux mêmes valeurs, ce qui nous confirme qu'on doit utiliser les deux critères (TCC et VC) pour évaluer la cuisson

Tableau 4.7 : les valeurs cuisatrices en fonction de température de chauffage T_{air} et porosité ε

		La porosité ε								
		0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,6	0,7	0,8	0,9
Température De chauffage	100 C°	8,32	16,11	20,12	22,51	23,20	22,15	19,56	15,21	9,19
	130 C°	7,65	14,93	18,83	21,07	21,74	20,87	18,39	14,27	8,58
	160 C°	6,85	13,65	17,37	19,57	20,23	19,47	17,14	13,37	8,07
	180 C°	6,21	12,78	16,42	18,50	19,19	18,43	16,23	12,63	7,65
	200 C°	5,61	11,97	15,39	17,38	18,11	17,41	15,30	12,01	7,26

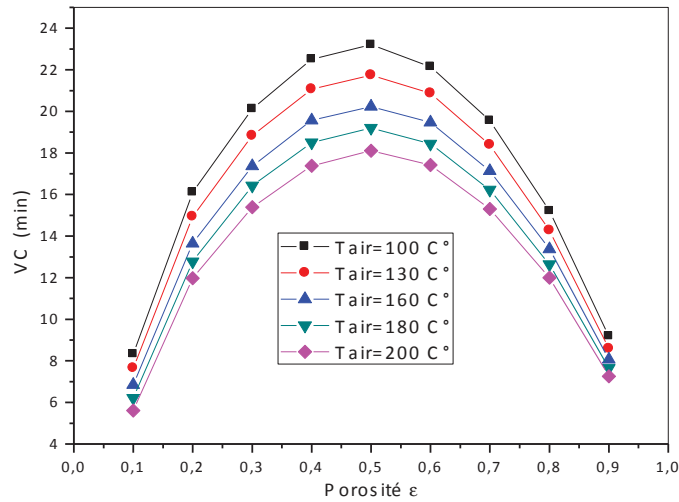


Figure 4.22: valeurs cuisatrice en fonction de température de chauffage T_{air} et la porosité ε

6. Interpolation de deux variables

➤ Interpolation entre le temps de changement de couleur (TCC) avec HT et T_{air}

Soit les données suivantes : $x_{(k)}$, $y_{(k)}$ et $z_{(k)}$ correspond à HT(coefficient de transfert de chaleur par convection, T_{air} (température de chauffage) et TCC(temps de changement de couleur) respectivement.

L'objectif est de relier le temps de changement de couleurs par deux variables (HT et T_{air}) par la formule linéaire suivante :

$$Z = C_1 + C_2.X + C_3.Y \rightarrow TCC = C_1 + C_2 * HT + C_3 * T_{air}$$

Par la méthode de moindre carrée on peut déterminer les coefficients (C_1, C_2 et C_3)

Tel que ces coefficients sont obtenus par la résolution du système suivant :

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{K=1}^N X_K & \sum_{K=1}^N Y_K \\ \sum_{K=1}^N X_K & \sum_{K=1}^N X_K^2 & \sum_{K=1}^N X_K \cdot Y_K \\ \sum_{K=1}^N Y_K & \sum_{K=1}^N X_K \cdot Y_K & \sum_{K=1}^N Y_K^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{K=1}^N Z_K \\ \sum_{K=1}^N X_K \cdot Z_K \\ \sum_{K=1}^N Y_K \cdot Z_K \end{Bmatrix}$$

En utilisant les données du tableau 4.4

$$\begin{bmatrix} 25 & 337.5 & 3850 \\ 337.5 & 7156.25 & 51975 \\ 3850 & 51795 & 624500 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1510 \\ 14888 \\ 216287 \end{Bmatrix}$$

La solution du système est :

$$C1=168.6622 ; C2= -2.1171 ; C3= -0.5173$$

C'est-à-dire on a trouvé

$$Z = 168.6622 - 2.1171 * X - 0.5173 * Y$$

$$\rightarrow TCC = 168.6622 - 2.1171 * HT - 0.5173 * Tair$$

Avec erreur =15%

➤ On peut faire le même calcul pour la fonction parabolique suivante :

$$Z = a \cdot X^b \cdot Y^d \rightarrow TCC = a * HT^b * Tair^d$$

On fait la linéarisation de l'équation en introduisant Logarithme sur les deux membres de la formule

$$\ln(Z) = \ln(a) + b \cdot \ln(X) + d \cdot \ln(Y)$$

$$\text{On pose } Z' = \ln(Z); \quad C_1 = \ln(a); \quad C_2 = b; \quad X' = \ln(X); \quad C_3 = d; \quad Y = \ln(Y)$$

$$\text{Donc on a une formule linéaire : } Z' = C_1 + C_2 \cdot X' + C_3 \cdot Y'$$

On détermine les coefficients C_1 , C_2 et C_3 par la résolution du système suivant pour les nouvelles valeurs de X' , Y' et Z'

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{K=1}^N X'_K & \sum_{K=1}^N Y'_K \\ \sum_{K=1}^N X'_K & \sum_{K=1}^N X'^2_K & \sum_{K=1}^N X'_K \cdot Y'_K \\ \sum_{K=1}^N Y'_K & \sum_{K=1}^N X'_K \cdot Y'_K & \sum_{K=1}^N Y'^2_K \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{K=1}^N Z'_K \\ \sum_{K=1}^N X'_K \cdot Z'_K \\ \sum_{K=1}^N Y'_K \cdot Z'_K \end{Bmatrix}$$

On utilise les mêmes données du tableau 4.4

$$\begin{bmatrix} 25 & 56.13 & 125.2 \\ 56.13 & 146.37 & 281.07 \\ 125.2 & 281.07 & 628.48 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 99.13 \\ 213.12 \\ 494.49 \end{Bmatrix}$$

La solution du système est :

$$C1 = 11.4299; \quad C2 = -0.4637; \quad C3 = -1.2827$$

$$a = \exp(C1) = 9.2036e+04; \quad b = C2 = -0.4637; \quad d = C3 = -1.2827$$

Donc on a trouvé

$$TCC = a * HT^b * T_{air}^d \rightarrow TCC = 9.2036e4 * HT^{-0.4637} * T_{air}^{-1.2827} \text{ Avec erreur } 5.41 \%$$

➤ **Interpolation de temps de changement de couleur TCC avec la porosité ε et la température T_{air}**

- On fait les mêmes étapes pour créer une formule qui relie TCC avec la porosité ε et T_{air} de cette forme linéaire $Z = C_1 + C_2.X + C_3.Y$

Tel $X \rightarrow \varepsilon$, $Y \rightarrow T_{air}$ et $Z \rightarrow TCC$

Après calcul des coefficients $C1$, $C2$ et $C3$ on trouve

$$\rightarrow TCC = 95.5947 + 9.9167 * \varepsilon - 0.4251 * T_{air} \text{ Avec erreur } = 17.75\%$$

- Par une formule parabolique $Z = a.X^b.Y^d$ et après calcul des coefficients a , b et d on trouve

$$\rightarrow TCC = 1.834e5 * \varepsilon^{0.2138} * T_{air}^{-1.6934} \text{ Avec erreur } = 11.58 \%$$

➤ **Interpolation linéaire entre la valeur cuisatrice avec le coefficient de transfert de chaleur par convection HT et la température de chauffage T_{air}**

On suit les mêmes étapes, et après calcul on trouve

$$\rightarrow VC = 147.9791 - 4.4058 * HT - 0.157 * T_{air} \text{ Avec erreur } = 27.75 \%$$

➤ **Interpolation parabolique :**

On fait la linéarisation en répétant le même calcul, on trouve une relation parabolique entre VC, HT et T_{air} .

$$\rightarrow VC = 2.596e3 * HT^{-1.0013} * T_{air}^{-0.3495} \text{ Avec erreur } = 1.35 \%$$

➤ **Interpolation linéaire entre la valeur cuisatrice VC, la porosité et la température de l'air T_{air}**

$$\rightarrow VC = 21.1688 + 0.4957 * \varepsilon - 0.0399 * T_{air} \text{ Avec erreur } = 16.43 \%$$

- **Interpolation parabolique entre la valeur cuisatrice VC, la porosité et la température de l'air T_{air}**

$$\rightarrow VC = 114.6866e3 * \varepsilon^{0.1922} * T_{air}^{-0.3822} \text{ Avec erreur } = 13.62 \%$$

Le principe de l'interpolation est basé sur le choix de calcul de l'erreur minimale, c'est un critère qui juge la meilleure fonction qui relie les variables X, Y et Z.

Dans ce travail on a choisi deux formes

- Forme linéaire : $Z = C_1 + C_2.X + C_3.Y$
- Forme parabolique : $Z = a.X^b.Y^d$

On a trouvé que la forme parabolique donne moins d'erreur par rapport à la forme linéaire pour tout les cas. Il existe plusieurs fonctions qui peuvent donnés moins d'erreurs.

Finalement dans ce travail on a fait une simulation numérique de la cuisson dite aussi expérience numérique, c'est à dire sans passer par le laboratoire on peut connaitre plusieurs effets de plusieurs paramètres qui nous donnent des connaissances scientifiques et tout ça en métrisant l'outil numérique. Le fruit du travail et le plus important on a pu trouver des formules reliant le temps de changement de couleur et la valeur cuisatrice en fonction du coefficient de transfert de chaleur par convection et la température de l'air et la porosité.

Conclusion

Ce travail constitue une contribution à la compréhension des phénomènes de transferts de chaleur et de masse lors de la cuisson du pain, il sert à modéliser la cuisson du pain et sa cinétique de brunissement dans le produit pendant la cuisson, où la température et la teneur en eau sont deux facteurs importants responsables du changement de couleur.

Au cours de notre travail un modèle mathématique a été élaboré pour décrire la cuisson du pain et ses tendances de température et de perte en humidité, il consiste en un système d'équation de dérivé partielle PDE couplés (transfert de chaleur et de masse). Une formulation explicite de la vaporisation de l'eau et du phénomène d'adsorption a été introduite et appliquée, cela n'a jamais été appliqué à la cuisson du pain, et c'est l'originalité du travail. On a aussi déterminé la cinétique de réaction de brunissement qui a été obtenue à partir de modèles transfert de chaleur et de masse.

Les propriétés (la masse volumique, la chaleur spécifique) de la pâte considérée, en fonction de la température et des concentrations des espèces ainsi que du mélange de macro-composants, ont permis de représenter les variations des propriétés structurales avec la formulation du pain et de tenir compte des modifications physiques qui se produisent lors de la cuisson. Cette variation qui a rendu difficile la résolution analytique du modèle.

Pour pouvoir comprendre la cinétique de transfert de chaleur et de masse nous avons divisé la partie résultats sur deux parties : modélisation sans et avec changement de phase. Dans chaque partie on a fait des essayes numériques qui ont permis de voir l'effet de chaque paramètre des équations sur le transfert de chaleur et de masse.

Les résultats obtenus par la résolution du modèle avec l'utilisation des méthodes différences finis et Euler ont montré les effets suivants:

- Le coefficient de transfert de chaleur par convection H_T et ρc_p jouent un rôle sur l'évolution de la température, le temps de cuisson est réduit avec l'augmentation en coefficient de transfert de chaleur et augmenté avec ρc_p .
- Le coefficient de transfert de masse par convection H_{ML} a un effet positif sur le temps de perte en eau.
- Le taux d'évaporation K_{evp} est un paramètre qui accélère le phénomène d'évaporation (diminution rapide de l'eau liquide, production de la vapeur et la chaleur).

- Double effet de la porosité sur le transfert de chaleur et de masse varie selon la nature du produit pour deux gammes de porosité $\varepsilon = 0.1 \rightarrow 0.5$ et $\varepsilon = 0.5 \rightarrow 0.9$
- La température de l'air a une grande influence sur le temps de cuisson.
- Le phénomène d'adsorption est un terme de freinage (amortissement) qui ralentit les phénomènes de transport des espèces et l'évaporation de l'eau.
- Les transferts de chaleur et de masse accélèrent la cinétique de brunissement.
- Enfin on a vu la variation de la surface de couleur et la valeur cuisatrice en fonction de la température de chauffage T_{air} ; coefficient de transfert de chaleur par convection et la porosité au cours du processus de cuisson.
- Le fruit du travail et le plus important on a pu trouver des formules reliant le temps de changement de couleur et la valeur cuisatrice en fonction du coefficient de transfert de chaleur par convection et la température de l'air et la porosité en utilisant les méthodes d'interpolation de moindre carrés sous formes linéaires et parabolique

Perspective

Pour terminer, ce qui est probablement la transformation chimique la plus importante dans le pain est la gélatinisation de l'amidon. Cette réaction est la principale responsable de la différence entre la pâte (avant cuisson) et la mie (après cuisson). Comme l'eau liquide est impliquée dans ce phénomène, ses propriétés thermo-physiques effectives vont changer au cours de cuisson. Il s'ensuit que ce phénomène est couplé avec les transferts de chaleur et de masse. Il sera donc important d'en tenir compte afin d'améliorer le modèle. En fait, au-delà de la gélatinisation, il y a une multitude de transformations chimiques qui devront être abordées dans le futur, rappelons que ces dernières sont fortement déterminées par les transferts de chaleur et de masse. Ainsi, le présent travail contribue effectivement à ouvrir la porte aux futures études qui se pencheront sur les réactions physico-chimiques dans le pain ou autres produits céréaliers.

1. Ayaraman, K.S. and Gupta, D.K.D. (2006). Drying of fruits and vegetables. In Mujumdar, A.S. (Ed.), *Handbook of Industrial Drying* (3rd edition) (pp. 606–634). UK: Taylor & Francis. ».
2. Baik, O. D. (1999). *Characterization of Heat Transfer During Cake Baking in Tunnel Type Multi-zone Industrial Ovens*. National Library of Canada, Ottawa, ON.
3. Banooni, S., Hosseinalipour, S. M., Mujumdar, A. S. et al. 2008. Baking of at bread in an impingement oven: An experimental study of heat transfer and quality aspects. *Drying Technology* 26 (7), 902–909.
4. Battaglia, J. L., Kusiak, A., & Puiggali, J. R. (2010). *Introduction aux transferts thermiques: Cours et exercices corrigés*. Dunod.
5. Bazinet, L. ; Pouliot, Y ; Castaigne, F. (2002). Opérations unitaires. In science et technologie du lait: Transformation du lait. Fondation de technologie laitière du Québec, Prosses Internationales Polytechnique, Montréal, Canada, chapitre 3, p. 153-275.
6. Bazinet, L., & Castaigne, F. (2011). *Concepts de génie alimentaire: procédés associés et applications à la conservation des aliments*. Tec et Doc.
7. Béliard, E., & Mafart, P. (2004). *Génie industriel alimentaire: Tome 2. Techniques séparatives*. Paris: Tec & Doc Lavoisier.
8. Bergman, T. L., Incropera, F. P., DeWitt, D. P., & Lavine, A. S. (2011). *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons.
9. Betta, G., Rinaldi, M., Barbanti, D., & Massini, R. (2009). A quick method for thermal diffusivity estimation: Application to several foods. *Journal of food Engineering*, 91(1), 34-41.
10. Bigelow, W. D., Bohart, G. S., Richardson, A. C., & Ball, C. O. (1920). *Heat penetration in processing canned foods*. Research Laboratory, National Canners Association.
11. Bimbenet, J. J., Duquenoy, A., & Trystram, G. (2002). *Génie des procédés alimentaires: Des bases aux applications*. Dunod.
12. Bird, R. B., Stewart, W. E., and Lightfoot, E. N. (1960). *Transport Phenomena*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
13. Brennvall, J., (2007). *New techniques for measuring thermal properties and surface heat transfer applied to food freezing*, Dept. of Energy and Process

- Engineering. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.
14. Buch, A., Rakib, M., Stambouli, M. (2008). Transfert de matiere: Cinétique du transfert de matiere entre deux phases. Techniques de l'ingénieur. Génie des procédés, (J1075).
 15. Carmody, R. N., & Wrangham, R. W. (2009, October). Cooking and the human commitment to a high-quality diet. In Cold Spring Harbor symposia on quantitative biology (pp. sqb-2009). Cold Spring Harbor Laboratory Press.
 16. Carmody, R. N., & Wrangham, R. W. (2009). The energetic significance of cooking. *Journal of Human Evolution*, 57(4), 379-391.
 17. Carmody, R. N., Weintraub, G. S., & Wrangham, R. W. (2011). Energetic consequences of thermal and nonthermal food processing. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(48), 19199-19203.
 18. Caro-Corrales J., Cronin k. (2017). Nonsteady-State Heat Transfer In *Advances in heat transfer unit operations : baking and freezing in bread making*. Taylor & Francis Group, LLC. 97-111: 404 Pages.
 19. Caro, F. (2004). Modélisation et simulation numérique des transitions de phase liquide vapeur (Doctoral dissertation, Ecole Polytechnique X).
 20. Cengel, Y. A. (1998). *Heat transfer: a practical approach*. WBC McGraw-Hill. 879 pages.
 21. Chinesta, F., Torres, R., Ramon, A., Rodrigo, M. C., & Rodrigo, M. (2002). Homogenized thermal conduction model for particulate foods. *International journal of thermal sciences*, 41(12), 1141-1150.
 22. Choy, C. L., Ong, E. L., & Chen, F. C. (1981). Thermal diffusivity and conductivity of crystalline polymers. *Journal of applied polymer science*, 26(7), 2325-2335.
 23. Cøengel, Y. A. (2007). *Heat and mass transfer: a practical approach*. McGraw-Hill, New-York.
 24. Couvert, O. (2002). *Prise en compte de l'influence du pH dans l'optimisation des traitements thermiques* (Doctoral dissertation, Brest, France).
 25. Datta et al., 2007 chapter 8
 26. Datta, A. K., Sahin, S., Sumnu, G., and Ozge Keskin, S. 2007. Porous media characterization of breads baked using novel heating modes. *Journal of Food Engineering*, 79: 106–116
 27. De la Paz Salgado-Cruz, M., Calderón-Domínguez G. (2017). Heat Transfer

- Operations in Bread Making Introduction In Advances in heat transfer unit operations: baking and freezing in bread making. Taylor & Francis Group, LLC. 25-27: 404 Pages.
28. Dincer, I. (2010). Heat and mass transfer during food drying. In Mathematical Modeling of Food Processing (pp. 253-300). CRC Press.
 29. Faccanoni, G. (2009). Étude d'un modèle fin de changement de phase liquide-vapeur (Doctoral dissertation, École Polytechnique).
 30. FAO Rome, 1996
 31. Farid, M. M. (Ed.). (2010). Mathematical modeling of food processing. CRC Press. 939 pages.
 32. Fellows, P. (2000). Food processing technology Principles and Practice Second Edition, Woodhead.
 33. Feyissa, A. H., Gernaey, K. V., Ashokkumar, S., & Adler-Nissen, J. (2011). Modelling of coupled heat and mass transfer during a contact baking process. *Journal of food engineering*, 106(3), 228-235.
 34. Fuentes-Gutierrez J.C., Romero-Campos H.E., Morales-Tovar M.E., Calderon-Dominguez G., Gutierrez-Lopez G.F., Niranjana K.. (2017). Steady-State Heat Transfer In Advances in heat transfer unit operations : baking and freezing in bread making. Taylor & Francis Group, LLC. 5-77: 404 Pages.
 35. Geankoplis, C. (2003). Transport processes and separation process principles (includes unit operations). Prentice Hall Press.
 36. Gicquel, R. (2003). Diagrammes thermodynamiques. Mélanges humides et combustion. Techniques de l'ingénieur. Génie énergétique, 1(BE8043), BE8043-1.
 37. Gicquel, R. (2015). Diagrammes thermodynamiques–Mélanges utilisés dans les machines thermiques. Techniques de l'ingénieur. RÉF : BE8042 V2.
 38. Gupta, T. R. 2001. Individual heat transfer modes during contact baking of Indian unleavened at bread (chapati) in a continuous oven. *Journal of Food Engineering* 47 (4), 313–319.
 39. Handbook, A. S. H. R. A. E. (1998). Refrigeration/SI edition. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., Atlanta, Georgia, 5-2.
 40. Hunter, K. J., & Fletcher, J. M. (2002). The antioxidant activity and composition of fresh, frozen, jarred and canned vegetables. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 3(4), 399-406.
 41. Ibarz, A., & Barbosa-Canovas, G. V. (2002). Unit operations in food

engineering. Crc Press.

42. Jaiswal, A. K. (2017). Food processing technologies: Impact on product attributes. Taylor and Francis Ed. 750 pages.
43. Karunakar, B., Mishra, S. K., & Bandyopadhyay, S. (1998). Specific heat and thermal conductivity of shrimp meat. *Journal of Food Engineering*, 37(3), 345-351.
44. Kessler, H.G. (2002). Food and bio process engineering- dairy technology. 5end edition, Vertag A. Kessler, Munich, Allemagne, 694 pages.
45. Kutoš, T., Golob, T., Kač, M., & Plestenjak, A. (2003). Dietary fibre content of dry and processed beans. *Food chemistry*, 80(2), 231-235.
46. Lallemand, M. (2005). Transferts en changement de phase. Ed. Techniques Ingénieur.
47. Legrand, A., Leuliet, J. C., Duquesne, S., Kesteloot, R., Winterton, P., & Fillaudeau, L. (2007). Physical, mechanical, thermal and electrical properties of cooked red bean (*Phaseolus vulgaris* L.) for continuous ohmic heating process. *Journal of Food Engineering*, 81(2), 447-458.
48. Lieberman, D. E., Krovitz, G. E., Yates, F. W., Devlin, M., & Claire, M. S. (2004). Effects of food processing on masticatory strain and craniofacial growth in a retrognathic face. *Journal of Human Evolution*, 46(6), 655-677.
49. Maroulis, Z. B., Saravacos, G. D., Krokida, M. K., & Panagiotou, N. M. (2002). Thermal conductivity prediction for foodstuffs: effect of moisture content and temperature. *International Journal of Food Properties*, 5(1), 231-245.
50. Michailidis, P. A., Krokida, M. K., Bisharat, G. I., Marinos-Kouris, D., & Shafiur Rahman, M. (2009). Measurement of density, shrinkage, and porosity. In *Food Properties Handbook, Second Edition*. CRC Press. 397-416 : 876.
51. Mondal, A., & Datta, A. K. (2008). Bread baking—a review. *Journal of Food Engineering*, 86(4), 465-474.
52. Mondal, A., and Datta, A. K. 2008. Bread baking—A review. *Journal of Food Engineering* 86 (4), 465–474.
53. Moreira, R. G., Palau, J., Sweat, V. E., & Sun, X. (1995). Thermal and physical properties of tortilla chips as a function of frying time. *Journal of Food Processing and Preservation*, 19(3), 175-189.
54. Najim K., Ikonen E. (1999) Outils mathématiques pour le génie des procédés Dunod, Paris, France.
55. Narses, S. (2012). Etude des propriétés fonctionnelles des polymères:

application à la cuisson d'aliments en milieu vapeur confiné (Doctoral dissertation, Dijon).

56. Nguyen, T. H. (2015). Étude expérimentale et modélisation du procédé de séchage des végétaux (Doctoral dissertation, Lorient).
57. Ousegui, A., Moresoli, C., Dostie, M., & Marcos, B. (2012). Optimal control and CFD modeling for heat flux estimation of a baking process. *Computers & Chemical Engineering*, 38, 139-150.
58. Peczalski, R., Laurent, M. (2001). Transferts dans les aliments solides: Outils simplifiés de calcul. *Techniques de l'ingénieur. Agroalimentaire*, 2(F2005), F2005-1.
59. Peczalski, R., Laurent, M. (2001). Transferts dans les aliments solides: Outils simplifiés de calcul. *Techniques de l'ingénieur. Agroalimentaire*, 2(F2005), F2005-1.
60. Purlis E. (2017). Heat and Mass Transfer during Baking In *Advances in heat transfer unit operations : baking and freezing in bread making*. Taylor & Francis Group, LLC. 173-187: 404 Pages
61. Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2010). A moving boundary problem in a food material undergoing volume change—simulation of bread baking. *Food Research International*, 43(4), 949-958.
62. Putranto, A., Chen, X. D., & Zhou, W. (2015). Bread baking and its color kinetics modeled by the spatial reaction engineering approach (S-REA). *Food Research International*, 71, 58-67.
63. Rahman, M. S. (2005). Mass-volume-area-related properties of foods. *Engineering properties of foods*, 3, 1-40.
64. Rahman, M. S. (Ed.). (2009). *Food properties handbook*, Second Edition. CRC press. 876 pages.
65. Rahman, M. S., & Al-Saidi, G. S. (2009). Thermal diffusivity of foods: measurement, data, and prediction. *Food properties handbook*, 2nd ed. Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group, 649-95.
66. Rao, M. A., Rizvi, S. S., Datta, A. K., & Ahmed, J. (Eds.). (2014). *Engineering properties of foods*. CRC Press. 786 pages.
67. Rocca-Poliméni, R. (2007). Contribution à la compréhension de la cuisson domestique sous pression de vapeur. Etude expérimentale et modélisation des transferts, de l'évolution de la texture des légumes et du fonctionnement d'un autocuiseur (Doctoral dissertation, AgroParisTech).
68. Rocca-Poliméni, R. (2007). Contribution à la compréhension de la cuisson domestique sous pression de vapeur. Etude expérimentale et modélisation des

transferts, de l'évolution de la texture des légumes et du fonctionnement d'un autocuiseur (Doctoral dissertation, AgroParisTech).

69. Rullier B. (1997) L'hygiène alimentaire, la cuisine et la science. Edition NATHAN.
70. Sakin-Yilmazer, M., Kaymak-Ertekin, F., & Ilicali, C. (2012). Modeling of simultaneous heat and mass transfer during convective oven ring cake baking. *Journal of Food Engineering*, 111(2), 289-298.
71. Saravacos, G. D., & Maroulis, Z. B. (2011). *Food process engineering operations*. CRC Press. 586 pages.
72. Sayari, S. (2010). Etude numérique de quelques équations aux dérivées partielles par la méthode discontinue de Galerkin (Doctoral dissertation, Cergy-Pontoise).
73. Singh, R. P., & Heldman, D. R. (2009). *Introduction to food engineering*, Fourth Edition. Food science and technology international series, Elsevier.
74. Singh, R. P., & Medina, A. G. (Eds.). (2012). *Food properties and computer-aided engineering of food processing systems* (Vol. 168). Springer Science & Business Media.
75. Song, J., Liu, C., Li, D., & Meng, L. (2013). Effect of cooking methods on total phenolic and carotenoid amounts and DPPH radical scavenging activity of fresh and frozen sweet corn (*Zea mays*) kernels. *Czech J. Food Sci.* Vol, 31(6), 607-612.
76. Stoforos, N. G. (2016). Thermal Processing In *Handbook of Food Processing: Food Preservation*, edited Taylor & Francis Group, LLC 27-56 :763 pages.
77. Taine, J., Enguehard, F., & Iacona, E. (2014). *Transferts thermiques-5e édition: Introduction aux transferts d'énergie*. Dunod.
78. Toledo, R.T. (2007). *fundamentals of food process engineering*. 3rd edition, springer Verlag, Nex York (NY), 582 pages.
79. Tessier, F. J. (2012). Effet de la cuisson des aliments sur les pertes en vitamines. *Correspond Metab Hormones Diab Nutr*, 16, 150-153.
80. Toledo, R. T. (2007). *Fundamentals of food process engineering*. Springer Science & Business Media.
81. Toledo, R. T. (2007). *Fundamentals of food process engineering*. Springer Science & Business Media.
82. Townsley, P. (1996). *Rapid rural appraisal, participatory rural appraisal and aquaculture* (No. 358). Food & Agriculture Org..

83. Vanin, F. M., Lucas, T., & Trystram, G. (2009). Crust formation and its role during bread baking. *Trends in food science & technology*, 20(8), 333-343.
84. Vargas-Ugalde M.E., Garcia-Armenta E., Alamilla-Beltran L., Gutierrez-Lopez G.F., Cornejo-Mazon M. (2017). Thermophysical and Transport Properties of Bread Products during Baking and Freezing In Advances in heat transfer unit operations: baking and freezing in bread making. Taylor & Francis Group, LLC. 147-167: 404 Pages.
85. Waldron, K. W., Parker, M. L., & Smith, A. C. (2003). Plant cell walls and food quality. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*, 2(4), 128-146.
86. Zaki, O. (2008). Contribution à l'étude et la modélisation de l'influence des phénomènes de transferts de masse sur le comportement mécanique de flacons en polypropylène (Doctoral dissertation, Paris Est).
87. Zareifard, M. R., Boissonneault, V., and Marcotte, M. (2009). Bakery product characteristics as influenced by convection heat flux. *Food Research International* 42: 856–64.

Summary

Modeling is an important task in food engineering and many approaches are possible, cooking is a relatively complex process involving simultaneous heat and mass transfer coupled with structural reactions and changes.

A mathematical model of coupled transfer of heat and mass of a bread baking process is developed. In the formulation of the model, a phase change of the water is described with an evapo-condensation approach, where simultaneous diffusion and evaporation of the water takes place with consideration of the adsorption phenomenon, model equations (Heat transfer, liquid water, water vapor and CO_2) have been solved using the Euler method.

The model can also model the kinetics of browning during baking of the bread, it can also be used for optimization to determine the cooking trajectories in order to obtain a desired ideal temperature-time pair of cooking

Résumé

La modélisation est une tâche importante dans l'ingénierie alimentaire et de nombreuses approches sont possibles. La cuisson est un processus relativement complexe impliquant la chaleur simultanée et le transfert de masse couplé avec des réactions et des changements structurels.

Un modèle mathématique de transfert couplé de chaleur et de masse d'un processus de cuisson de pain est développé. Dans la formulation du modèle, un changement de phase de l'eau est décrit avec une approche évapo-condensation, où se produit une diffusion simultanée et une évaporation de l'eau avec prise en considération du phénomène d'adsorption, les équations du modèle couplés résultant (transfert de chaleur, eau liquide, vapeur d'eau et CO_2) ont été résolus en utilisant la Méthode Euler.

Le modèle peut aussi modéliser la cinétique du brunissement lors de la cuisson du pain. Il peut également être utilisé pour l'optimisation et la détermination des trajectoires de cuisson afin d'obtenir un couple Température- temps idéal lors de la cuisson.

ملخص

النمذجة هي تطبيق هام في الهندسة الغذائية والعديد من الطرق والمقاربات ممكنة للحصول عليها الطهي هو عملية معقدة تتطلب تدخل وتداخل انتشار الحرارة والكتلة في وقت واحد الى جانب تغيرات تفاعلية وهيكلية.

تم تطوير نموذج حسابي(رياضي) لدراسة انتشار الحرارة والكتلة في عملية نضج الخبز، وخلال صياغة هذا النموذج وصفت مرحلة تغيير كمية الماء بطريقة تبخر/تكثف حيث يحدث نشر وتبخر الماء في نفس الوقت مع ادراج ظاهرة الامتزاز المعادلات المرتبطة بالنموذج المتزاوج(انتشار الحرارة، ماء حر، بخار الماء، ثاني اوكسيد الكربون) تم حلها بواسطة طريقة ايلار النموذج يمكنه ايضا دراسة تغير مساحة لون الخبز خلال نضجه كما يمكنه استغلاله لتحسين عملية الخبز من اجل الحصول على الوقت ودرجة الحرارة الملائمين لعملية الطهي.