

N° d'ordre : /2009/DM

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

MEMOIRE PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE

MAGISTERE

EN

MÉCANIQUE

Option : CONSTRUCTION MECANIQUE

PAR

AZOUI Cherifa

**Simulation des effets dynamiques de la coupe sur la
stabilité de la coupe :
application au fraisage de profil**

BRIOUA Mourad	Maître de conférences, Université de Batna	Président
BENMOHAMMED Brahim	Maître de conférences, Université de Batna	Rapporteur
MANAA Rabah	Chargé de cours (Dr), Université de Batna	Examineur
BOUCHELAGHEM Abdelaziz	Maître de conférences, Université de Annaba	Examineur

Année Universitière 2008 / 2009

N° d'ordre : /2009/DM

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE

MEMOIRE PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE

MAGISTÈRE

EN

MÉCANIQUE

Option : CONSTRUCTION MÉCANIQUE

PAR

AZOUI Cherifa

**Simulation des effets dynamiques de la coupe sur la
stabilité de la coupe :
application au fraisage de profil**

BRIOUA Mourad	Maître de conférences, Université de Batna	Président
BENMOHAMMED Brahim	Maître de conférences, Université de Batna	Rapporteur
MANAA Rabah	Chargé de cours (Dr), Université de Batna	Examineur
BOUCHELAGHEM Abdelaziz	Maître de conférences, Université de Annaba	Examineur

Année Universitaire 2008 / 2009

Remerciements



Avant tout, je remercie le grand Dieu d'avoir guidé mes pas sur le bon chemin.

J'exprime ma profonde gratitude au Dr. **Brahim BENMOHAMMED**, Maître de conférences à l'Université de Batna, pour la patience et l'aide qu'il m'a accordé en tant que directeur de thèse et pour la qualité scientifique du travail qu'il a proposé.

Je remercie Monsieur **BRIOUA Mourad**, Maître de conférences à l'Université de Batna, pour m'avoir fait le plaisir de présider ce jury de thèse.

Mes remerciements vont à Monsieur **BOUCHELAGHEM Abdelaziz**, Maître de conférences à l'Université de Annaba, pour m'avoir fait l'honneur d'être membre de mon jury de cette thèse.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur **MANAA Rabah**, Chargé de cours (Dr) à l'Université de Batna, pour avoir fait partie de ce jury.

Que mes amis soient aussi récompensés par des grands merci, pour m'avoir apporté leur soutien et la chaleur humaine dont j'avais tant besoin.

Et par delà de tous mes remerciements, un grand merci à ma famille pour son soutien.

AZOUÏ Cherifa

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	10
CHAPITRE I	
CONNAISSANCE DE LA DYNAMIQUE DE LA COUPE	
ORTHOAGONALE	
I.1. Introduction.....	13
I.2. La mise en forme par enlèvement de matière.....	14
I.3. La coupe orthogonale	14
I.4. Domaine de modélisation de la coupe.....	16
I.4.1. Le domaine statique.....	16
I.4.2. Le domaine dynamique.....	17
I.6. Inventaire des mécanismes d'instabilité identifiés en coupe orthogonale.....	18
I.6.1. Le mécanisme de régénération de la surface	18
I.6.2. Le phénomène de couplage des modes	19
I.6.3. Le déphasage entre la variation de la section du copeau et les efforts de coupe.....	19
I.6.4. Le talonnage	20
I.6.5. Les interactions à l'interface outil- copeau	21
I.7. Modélisation statique de la coupe orthogonale	22
I.7.1. Modèle analytique de Marchant.....	22
I.7.2. Modélisation de ALBRECHT.	25
I.7.3. Modélisation de OXLEY	26
I.7.4. Modélisation de MOLINARI	26
I.8. La dynamique de la coupe orthogonale.....	27
I.8.1. Modèle de Tobias et Fishwick	27
I.8.2. Modèle linéaire du broutement de Tobias	29
I.8.3. Modèle de Nigm, Sadek et Tobias	32
I.8.4. Modèle de Wu et Liu	33
I.9. Analyse de la stabilité du broutement.....	34
I.9.1. Mise en équation du système dynamique.....	35

I.9.2. Etude de la stabilité du système.....	37
I.9.3. Annulation de la partie imaginaire.....	38
I.9.4. Annulation de la partie réelle	38
I.10. Méthodologie de construction des lobes de stabilité.....	39
I.11. Conclusion.....	41

CHAPITRE II

ETAT DE L'ART DE L'ETUDE DE LA DYNAMIQUE DE LA COUPE EN FRAISAGE

II.1. Introduction.....	42
II.2. La mécanique du processus de fraisage.....	42
II.3. Etat de l'art de l'étude de la dynamique de la coupe en fraisage.....	43
II.3.1. L'analyse analytique modale.....	43
II.3.1. La méthode de Altintas et Budak.....	52
II.3.2. Méthode de la semi discrétisation (SD).....	57
II.3.3. La méthode d'analyse par éléments finis temporels (FEAT).....	63
II.3.3.1. Vibration libre.....	63
II.3.3.2. Vibration durant la coupe	64
II.3.4. Différence entre la méthode SD et la méthode FEAT	66
II.3.5. Différence entre la méthode de (SD) et la méthode de Altintas et Budak	67
II.3.6. La méthode de collocation Chebychev.....	68
II.3.7. Modélisation de la coupe fortement discontinuée.....	69
II.3.8. La fonction de transfert.....	70
II.3.9. La prédiction du broutement dans le fraisage à grande vitesse avec effet gyroscopique	73
II.3.10. Modèle de la trajectoire de l'outil.....	74
II.3.11. Etude des oscillations non linéaires dans le fraisage	76
II.3.12. La limite de stabilité de fraisage dans le cas de la flexibilité de la pièce et de la machine.....	77
II.3.13. La réduction du broutement dans le fraisage à grande vitesse.....	78
III.4. Conclusion.....	80

CHAPITRE III
MODELISATION DU FRAISAGE DE PROFIL ET TRACE DES LOBES DE
STABILITE

III.1. Introduction	81
III.2. Les hypothèses de départ.....	82
III.3. Les principes des vibrations libres et forcées	83
III.4. Fonction de transfert.....	86
III.5. Organigramme du tracé de la fonction de transfert.....	87
III.6. Coefficient directionnel dynamique α_{yy}.....	89
III.7. Calcul de la profondeur de passe axiale limite en fonction de la pulsation de broutement.....	92
III.8. Calcul de la vitesse de rotation de la broche en fonction de la pulsation de broutement.....	93
III.9. Organigramme du tracé des lobes de stabilité.....	94
III.10. Procédure du tracé des lobes de stabilité.....	95
III.11. Tracé des lobes de stabilité	95
III.12. L'influence des différents paramètres de coupe sur la stabilité du système de l'usinage.....	96
III.12.1. Etude de l'influence des modes de vibration sur la stabilité de la coupe.....	96
III.12.2. Influence du taux d'amortissement sur la stabilité.....	97
III.12.3. Influence du nombre de dents.....	98
III.12.4. Influence du diamètre de la fraise.....	99
III.12.5. Influence du nombre de dents et du diamètre de la fraise.....	100
III.12.6. Influence des modes de vibration, du nombre de dents et du diamètre de la fraise.....	101
III.12.6.1. Cas du fraisage en opposition.....	102
III.12.6.2. Cas du fraisage en concordance.....	106
III.12.7. Influence de la matière usinée.....	109

III.12.7.1. Influence du coefficient k_r	109
III.12.7.2. Influence du coefficient k_t	110
III.12.8. Influence de la profondeur radiale.....	114
III.12.9. L'influence du taux d'engagement	114
III.12.9.1. Cas du fraisage en opposition.....	115
III.12.9.2. Cas du fraisage en concordance.....	116
III.12.10. Comparaison entre le fraisage en concordance et en opposition.....	117
III.12.11. Les zones optimales de stabilité.....	121
III.13. Conclusion.....	123
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	124
BIBLIOGRAPHIE.....	125

NOMENCLATURE

N	Force Normale [N].
F	Force de frottement [N].
F_c	Force de coupe principale [N].
F_t	Force de pénétration [N].
F_s	Force agissant le long du plan de cisaillement [N].
F_N	Force perpendiculaire au plan de cisaillement [N].
P	Force de coupe [N].
F_f(t)	Effort d'avance [N].
F_{cx}	Composante de l'effort de coupe suivant X [N].
F_{cy}	Composante de l'effort de coupe suivant Y [N].
F_t	Effort de coupe tangentiel [N].
F_r	Effort de coupe radial [N].
α	Angle de coupe [rad].
φ	Angle de cisaillement [rad].
β	Angle de frottement [rad].
φ₀	Angle de cisaillement moyen [rad].
θ	Position angulaire de la dent [rad].
φ_{st}	Angle d'entrée de l'outil dans la matière [rad].
φ_{ex}	Angle de sortie de l'outil de la matière [rad].
T_s	Contrainte de cisaillement [N/m ²].
C_F	Pression spécifique de coupe du couple outil pièce [MPa]
K_f	Coefficient de coupe [MPa].
K_s	Coefficient spécifique de coupe [MPa].
K_t	Coefficient de coupe spécifique tangentiel [MPa].
w	Profondeur de coupe [mm].
s₀/h₀	Epaisseur du copeau non déformé [mm].
h(t)	Epaisseur de copeau instantanée [mm].
s_c	Epaisseur du copeau [mm].

- b Largeur de copeau / profondeur de passe [mm].
- $y(t)$ Vibration relative outil/pièce [mm].
- x_τ Déviation d'outil de sa trajectoire prédéfinie durant les passes d'outil actuelles et suivantes [mm].
- A_p Profondeur axial de coupe [mm].
- a_e Profondeur radial [mm].
- D Diamètre de la fraise [mm].
- R Rayon de la fraise [mm].
- $r(t)$ Flexion radiale actuelle de l'outil [mm].
-
- v_0 Vitesse de coupe initiale [m/s].
- v_c Vitesse du coupe [m/s].
- Ω / N Vitesse de rotation [tr/mn].
- ω_n Fréquence propre de la pièce ou de l'outil [Hz].
- ω_c / ω Fréquence de broutement [Hz].
- T Période [s].
- τ Décalage temporel [s].
-
- m Masse [kg].
- m_x Masse dans la direction X [kg].
- m_y Masse suivant Y [kg].
-
- c Amortissement [N.s/m].
- c_x Amortissement suivant X [N.s/m].
- c_y Amortissement suivant Y [N.s/m].
-
- K Raideur de l'outil [N/m].
- k_x Raideur suivant X [N/m].
- k_y Raideur suivant Y [N/m].
-
- f Avance par tour/ avance par dent [mm/dent].
- $\phi(s)$ Fonction de transfert [m/N].
- $\phi_y(\omega_c)$ Fonction de transfert d'un système usinant suivant Y [m/N].

$G_y(\omega_c)$ Partie réelle de la fonction de transfert [m/N].

$H_y(\omega_c)$ Partie imaginaire de la fonction de transfert [m/N].

$\underline{A}(t)$ Fonctions périodique de période τ .

$C(t)$ Fonction périodique de période τ .

Φ Matrice de transition de Floquet.

α_{yy} Le coefficient directionnelle dynamique.

n Nombre d'ondulations entière entre chaque tour.

ρ Rapport d'épaisseur du copeau.

k_c Rapport entre la raideur de la pièce et la raideur de l'outil.

η Rapport entre la fréquence de rotation et la fréquence propre de la pièce.

ε Décalage de phase des vibration d'un trou à l'autre

μ Coefficient moyen du frottement.

k_1 Coefficient de la dynamique de coupe.

k_2 Coefficient de la dynamique de coupe.

k_3 Coefficients de la dynamique de coupe.

K_I Taux de l'épaisseur du copeau.

K_S Coefficient de la force statique relative à l'épaisseur du copeau non déformée.

K_Ω Coefficients de la force statique relative à la vitesse.

C_1, C_2, C_3, T_1, T_2 et T_3 Coefficients de coupe déterminés par la géométrie de coupe.

A_x, B_x, C_x, A_y, B_y et C_y Coefficients dynamiques de coupe

INTRODUCTION

L'usinage reste une technologie incontournable pour réaliser des pièces mécaniques dans des tolérances serrées. Ce procédé de fabrication a su rester compétitif grâce aux progrès technologiques réalisés à tous les niveaux de la chaîne de valeur (machine, outils, commande numérique, matériaux usinés,...). Plusieurs secteurs d'activité ont vu se développer les techniques d'usinage à grande vitesse qui permettent d'augmenter de manière spectaculaire la productivité de la mise en forme par enlèvement de matière.

Le domaine de l'usinage voit toutefois encore subsister un ensemble de phénomènes parasites pas toujours évident à quantifier et qui peuvent réduire à néant les efforts consentis à la réalisation de pièces de qualité.

Il est utile de rappeler les différents types de vibrations existantes ainsi que leurs origines. Trois catégories peuvent se distinguer.

✓ Les vibrations libres

Elles résultent de la capacité d'un système à vibrer et sont donc directement liées à ses modes propres. Elles peuvent être déclenchées par un seul impact et elles s'amortissent d'elles-mêmes en fonction du comportement dynamique et de l'amortissement du système, [1].

✓ Les vibrations forcées

Elles apparaissent lorsque le système est soumis à une fréquence d'excitation. Leurs amplitudes sont maximums lorsque cette fréquence d'excitation est égale à la fréquence de résonance du système. Un exemple de ce genre de vibrations est un moteur mal équilibré, [1].

Ce genre de vibrations apparaît sous l'effet des perturbations périodiques provoquées par :

- La variation des forces qui s'exercent sur le système, variation due à la coupe intermittente (tournage d'un arbre à rainure longitudinale par exemple) ou à une surépaisseur variable;

- Les forces centrifuges d'inertie dues au manque d'équilibre des masses en rotation (ébauche, mandrin, poulies, rotors des moteurs électriques, ...);
- Les chocs dus aux vibrations ou à la précision insuffisante des surfaces actives des pièces des organes de transmission (usure des pièces d'un mécanisme, manque de précision des engrenages), aux engagements et aux changements de régimes brusques.

Ces vibrations engendrent en contrepartie des défauts sur la surface usinée en début et en fin d'usinage où les conditions de coupe changeantes perturbent le régime stationnaire mais aussi en cours d'usinage si l'outil est hélicoïdal. Dans ce dernier cas, le défaut se manifeste par une surface de forme bombée ou incurvée suivant la direction parallèle à l'axe de l'outil. Ces défauts peuvent être d'autant plus grands que l'amplitude des vibrations est importante, ceci arrive quand la fréquence d'excitation ou l'un de ses harmoniques est proche d'une fréquence propre de la cellule élémentaire d'usinage et/ou que la variation de l'effort est importante sur une période.

Il est à noter qu'il existe d'autres sources de vibrations forcées au sein même de la coupe. On peut citer entre autres l'hétérogénéité de la matière usinée, les irrégularités géométriques de la surface à usiner,... ; mais ces causes sont la plupart du temps du second ordre par rapport à la cause première qui est la discontinuité de la coupe, [2].

✓ Les vibrations auto excitées ou auto entretenues

C'est un phénomène plus complexe et bien plus fréquent dans la coupe des métaux que le précédent. Ses causes essentielles sont :

- La variation de la force de frottement du copeau glissant sur l'outil et de l'outil taillant l'ébauche;
- L'écroûissage irrégulier de la couche enlevée suivant son épaisseur ;
- Les variations dimensionnelles de l'arête rapportée (L'arête rapportée est une masse de métal qui adhère à la surface de l'outil. Celle-ci peut avoir une influence sur le fini de surface de la pièce usinée, sur l'usure de l'outil de coupe ainsi que sur la formation du copeau) qui modifient en cours d'usinage l'angle de coupe et la surface de la section droite de la tranche cisailée.

L'intensité des vibrations auto excitées est définie par : le métal en œuvre et ses propriétés mécaniques, les facteurs mécaniques d'usinage, la géométrie de la partie active de l'outil et la raideur du système machine- montage- outil –pièce, [3].

Ces vibrations néfastes pour la coupe sont la principale cause du broutement. Elles apparaissent quand le système usinant n'a plus la capacité de suivre la dynamique imposée par la coupe. Celui-ci se met alors à vibrer à une fréquence autre que la fréquence de passage de dents, ce qui engendre un déséquilibre dans les conditions de travail de chaque dent pouvant aller jusqu'au saut de l'outil hors de la matière. Ces vibrations sont à éviter absolument en usinage, car elles dégradent fortement la qualité de la surface usinée et peuvent induire des efforts de coupe élevés, supérieurs au seuil de rupture de certains composants de la cellule élémentaire d'usinage. Le perçage vibratoire auto-entretenu constitue une exception, car dans cette technologie les vibrations sont mises à profit pour fragmenter les copeaux et faciliter ainsi leur évacuation, [2].

Les lois de coupe dépendent de l'outil et de la matière usinée. Lorsqu'il n'est pas possible de réaliser des essais d'indentification des efforts de coupe, des modèles théoriques sont utilisés. Le paramètre principal de ces modèles est la pression spécifique de coupe qui est généralement donnée par les fournisseurs d'outils.

L'objectif de notre travail est de montrer comment construire les cartes de stabilité qui nous permet d'identifier les zones stable est instable d'usinage pour éviter les vibrations et l'obtention d'un bon état de surface et nous permet aussi la détermination des conditions de coupe optimales.

Notre travail est divisé en trois chapitres. L'objectif du premier chapitre est de connaître la dynamique de la coupe orthogonale est de présenter quelques approches concernant la modélisation de cette coupe et permettant la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu lors de l'usinage. L'objectif du deuxième chapitre est d'établir l'état de l'art de l'étude de la dynamique de la coupe en fraisage, en présentant les différentes méthodes qui permettent l'identification des cartes ou lobes de stabilité. Dans le troisième chapitre on a développé un programme de simulation qui nous a permis de tracer les lobes de stabilité, ainsi que l'étude de l'influence de différents paramètres sur les limites de stabilité dans le cas du fraisage de profil, afin de pouvoir choisir les conditions optimales en usinage.

CHAPITRE I

CONNAISSANCE DE LA DYNAMIQUE DE LA COUPE ORTHOAGONALE

I.1. Introduction

L'usinage à grande vitesse est maîtrisé dans la plupart des domaines, tels que l'industrie des moules, celle de l'automobile et en aéronautique. Depuis plusieurs années, il a permis de diminuer les temps et les coûts de production. Afin d'optimiser l'usinage, des méthodes aidant aux choix des paramètres de coupe ont été développées (choix du couple outil matière COM). Ce dernier permet de choisir les paramètres optimaux concernant l'usinage d'un matériau avec un outil donné. L'usinage de formes plus complexes et le développement de l'usinage à grande vitesse ont conduit à se préoccuper de l'aspect dynamique de l'usinage. Ainsi, certains logiciels de simulations ont permis de résoudre les problèmes de vibrations notamment liés aux opérations d'ébauche et à l'usinage des pièces rigides usinées à l'aide d'outils flexibles. Cependant ces logiciels d'optimisation des paramètres de coupe atteignent leurs limites lorsqu'il s'agit de l'usinage de finition des voiles minces. Il n'y a donc à l'heure actuelle aucun moyen de prédire le comportement vibratoire de ce genre d'opérations d'usinage.

Dans ce chapitre nous allons présenter quelques problèmes qui apparaissent lors de la coupe, ainsi que quelques modélisations de la coupe orthogonales et qui ont été à la base de la modélisation de la coupe dans le cas du fraisage.

I.2. La mise en forme par enlèvement de matière

La mise en forme par enlèvement de matière est un procédé d'élaboration de pièces mécaniques. Un outil de coupe enlève de la matière à une pièce dans le but de générer une nouvelle surface. Il existe différents types de configurations : la coupe orthogonale, la coupe oblique, la coupe tridimensionnelle. Ces différentes configurations sont appliquées aux procédés d'usinage, tels que: le rabotage, le tournage, le fraisage, le perçage, etc.

Les forces qui apparaissent lors de l'enlèvement de matière sont classées comme statiques ou dynamiques, [4].

I.3. La coupe orthogonale

La coupe orthogonale est la configuration la plus simple pour usiner une pièce. Cette configuration est rarement employée à l'heure actuelle dans le monde industriel. La situation de la coupe orthogonale (**figure I.1**) se rencontre lorsque l'outil coupe la matière avec une seule arête de coupe et lorsque celle-ci est perpendiculaire à la vitesse d'avance. Cette configuration est scientifiquement intéressante, car elle permet d'isoler la formation du copeau sans introduire de phénomènes parasites tels qu'une variation : de la vitesse de coupe, de la vitesse d'avance ou de la section du copeau, [4].

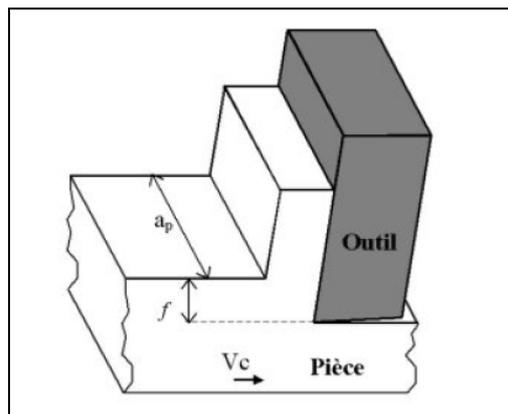


Figure.I.1. Coupe orthogonale, [4].

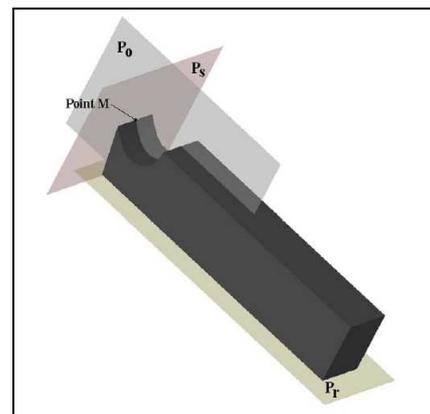


Figure.I.2. Définition basique d'un outil de coupe orthogonale, [4].

Avant d'introduire les différentes modélisations, quelques détails sur la zone de formation du copeau doivent être apportés. Au sein de la région où se forme le copeau, il existe différentes zones de sollicitations (**figure I.2**) mises en évidence lors du processus de

coupe. Ces zones sont représentées dans le cas de la coupe orthogonale et dans le plan P_0 (**figure I.3**).

Ainsi sont définis :

- 1: la zone morte,
- 2 : la zone de cisaillement primaire,
- 3 : la zone de cisaillement secondaire ou zone de frottement intense,
- 4 : la zone de dépouille principale.

La première zone de cisaillement (shear zone) est la première zone de déformation plastique mise en évidence dans le processus de la coupe. Elle succède à la zone morte où s'effectue le changement de direction de l'écoulement de la matière usinée et la séparation du métal en deux parties; dont l'une constituera le copeau et l'autre formant la pièce finie. L'effort dû au frottement et à la contrainte tangentielle sur l'outil évolue suivant le contact entre le copeau et la face de coupe de l'outil.

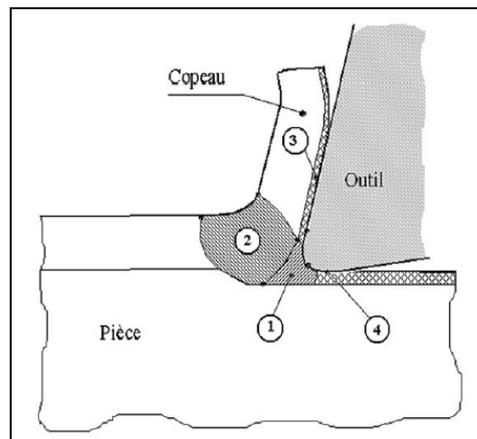
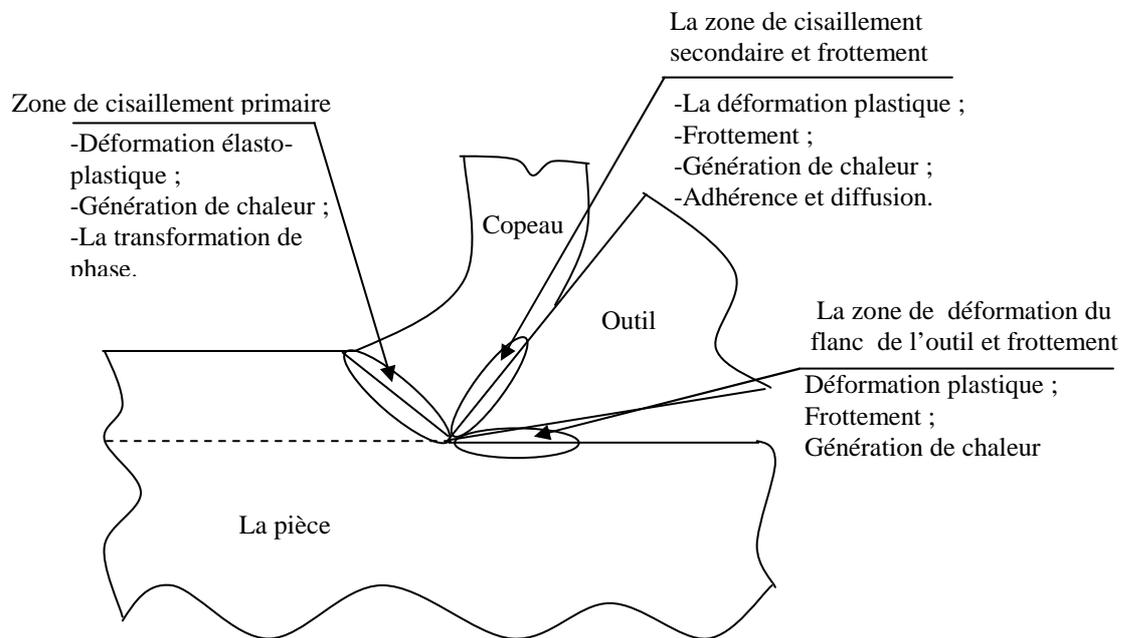


Figure.I.3. Zones caractérisant le processus de coupe dans le plan P_0 , [4].

En général, le processus de coupe est le résultat des interactions dynamiques entre la machine, l'outil de coupe et la pièce. Donc sa description mathématique doit prendre en considération la cinématique, la dynamique, la géométrie du copeau formé, et les propriétés mécaniques et thermiques de la pièce usinée. La mécanique du processus de coupe et de la formation du copeau est reconnue actuellement plus qu'avant, comme la clé dans le développement des technologies d'usinage. La complexité du processus de coupe est due à l'intervention des phénomènes physiques, comme la déformation du copeau dans la zone de coupe, la variation du frottement entre l'outil, le copeau et la pièce usinée, la génération et le

transfert de chaleur, l'adhérence et la diffusion], la structure matérielle et les transformations de phases, [4].

Un schéma simplifié localisant tous les phénomènes importants dans la zone de coupe est montré dans la **figure I.4**. Comprendre la relation entre tous ces phénomènes est le plus important problème dans la modélisation du processus de coupe. Il est très important ici de préciser que la majorité des phénomènes cités sont fortement non linéaires et interdépendants. Par exemple la friction entre le copeau et l'outil, et entre l'outil et la pièce usinée est une fonction non linéaire de la vitesse relative. De plus, elle génère la chaleur qui à son tour fait varier la force de cisaillement et les conditions de lubrification, [5].



¶ **Figure.I.4.** Les phénomènes physiques dans les zones de coupe, [5].

I.4. Domaine de modélisation de la coupe

I.4.1. Le domaine statique

Dans ce domaine, la modélisation ne tient pas compte du paramètre temporel, ce qui ne peut pas être envisagé dans le cas des opérations de fraisage, ni de l'accélération du système ou de la position angulaire de l'outil. En effet, la section de coupe varie au cours du temps et les efforts de coupe évoluent en fonction de l'épaisseur de la matière, elle-même dépendante de la position angulaire de l'arête considérée. La modélisation dans le domaine statique

pourrait par conséquent être utilisée en tournage où la section du copeau est constante lors de la coupe, mais pas dans le cadre du fraisage donc pas dans le contexte de cette étude.

I.4.2. Le domaine dynamique

Les modélisations réalisées dans ce domaine permettent d'effectuer le calcul des efforts de coupe en considérant des incréments de temps très rapprochés et en prenant en compte la masse, l'accélération et l'amortissement du système Pièce- Outil- Machine. Ces approches nécessitent donc la caractérisation complète du système Pièce- Outil- Machine dans le domaine fréquentiel. Leurs applications portent essentiellement sur la définition du comportement vibratoire du système Pièce- Outil- Machine clairement identifié et l'établissement de cartes de stabilité grâce notamment à l'utilisation des lobes de stabilité.

Ce type d'étude prend en compte les vibrations libres et / ou les vibrations forcées et met en oeuvre le calcul d'une épaisseur de copeau dynamique avec un mécanisme régénératif. Les différences entre les modélisations dynamiques relèvent entre autres du calcul de l'épaisseur de copeau, du modèle d'effort envisagé, du type d'usinage considéré et du choix des paramètres de simulation (temporels ou spatiales) qui influent sur les temps de calcul. Ces modèles permettent de simuler finement un processus de coupe dans de nombreuses applications, notamment en Usinage à Grande Vitesse (UGV). Toutefois, ce type d'approches reste réservé dans le milieu industriel, à des applications pour lesquelles l'analyse et l'identification complète du système Pièce Outil Machine (POM) ne sont pas rédhibitoires (domaine aéronautique, par exemple). En effet, des difficultés importantes et spécifiques (usinage de voiles minces déformables, tolérances et états de surface stricts) doivent pouvoir justifier les coûts, les délais et les matériels inhérents à l'identification des paramètres du modèle (accéléromètres, marteau de choc, chaîne d'acquisition et de traitement des données) et aux très longs temps de calcul (problèmes de convergence et de finesse du modèle d'effort de coupe), [6].

I.5. Inventaire des mécanismes d'instabilité identifiés en coupe orthogonale

Pour définir les différents mécanismes d'instabilité identifiés en coupe orthogonale on s'est basé sur le travail de thèse de Doctorat de Grégoire Piègne «Étude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil», Université de Grenoble, 2003, [2].

I.5.1. Le mécanisme de régénération de la surface

Le rôle du mécanisme de régénération de la surface sur le broutement a été avancé par Gurney et Tobias [2], Tlustý et Polacek [2] et Merrit [2]. Cette régénération résulte ici de l'interaction d'une arête coupante de l'outil avec la surface formée lors d'un précédent passage d'une arête coupante, (**figure. I.5**).

Les effets de ce phénomène s'appréhendent facilement dans le cas de la coupe continue. En début d'usinage, lors de l'engagement de l'outil dans la matière, la variation de l'effort de coupe provoque un mouvement vibratoire de l'outil qui se reporte sur la surface usinée à cet instant. Au tour suivant, cette ondulation de la surface s'ajoute au mouvement vibratoire de l'outil pour modifier l'épaisseur de copeau et par conséquent l'intensité des efforts de coupe. Deux évolutions sont alors possibles. Si le déphasage entre l'ondulation de la surface et la trajectoire de l'outil est quasiment nul, la variation de l'épaisseur du copeau est relativement peu sensible à ces effets dynamiques et l'amplitude des vibrations diminue petit à petit pour tendre vers zéro. À l'inverse, si le déphasage est prononcé et si l'amortissement ou la rigidité de la structure sont insuffisants, les variations de la section de copeau vont exciter la structure et les vibrations vont se développer significativement jusqu'à se stabiliser à un seuil où la coupe est discontinue ; l'amplitude et la période des vibrations étant alors tel que l'outil se retrouve sur une (ou plusieurs) portion(s) de tours hors de la matière. En fraisage, ce mécanisme est identique, mais du fait de la périodicité de la coupe le régime vibratoire forcé existe toujours.

Une des premières modélisations du broutement par le mécanisme de régénération de la surface a été proposée par Tobias [2].

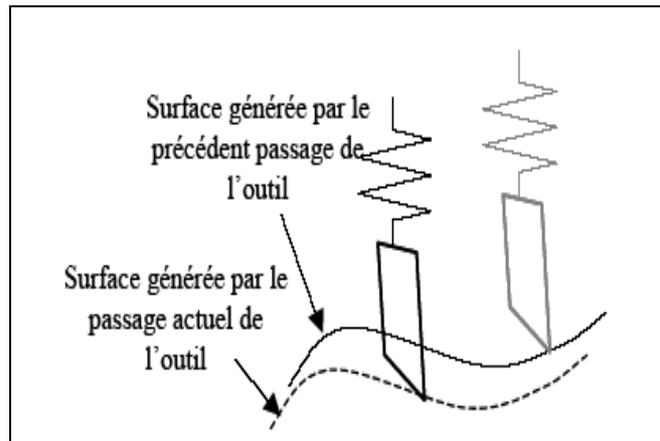


Figure.I.5. Mécanisme de régénération de la surface, [2].

I.5.2. Le phénomène de couplage des modes

On peut aussi faire part d'une autre explication apportée par Tlustý et Poláček en [2], qui voyaient dans le broutement un couplage entre deux modes orthogonaux de l'outil ou de la pièce sous l'effet des efforts de coupe, (**figure.I.6**). Ce couplage engendre un mouvement relatif elliptique de l'extrémité de l'outil par rapport à la pièce, provoquant ainsi un déséquilibre des conditions d'usinage pouvant aller jusqu'à une interruption de la coupe et/ou un recul de l'outil par rapport à la pièce. Cependant, il est possible de ne voir dans cette explication qu'un cas plus complexe du mécanisme régénératif précédemment évoqué.

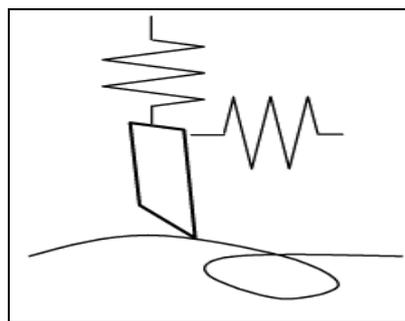


Figure I.6. Apparition du broutement par couplage de modes, [2].

I.5.3. Le déphasage entre la variation de la section du copeau et les efforts de coupe

La littérature fait ressortir trois façons d'exprimer les efforts de coupe qui, suivant un ordre croissant de complexité, les relient à :

- la section instantanée de copeau ;
- l'aire du plan de cisaillement ;
- des mécanismes non- linéaires.

Dans ces précédentes études, la dynamique du processus de coupe à été modélisée en utilisant la section instantanée du copeau. L'expérimentation a par la suite montré qu'il pouvait exister un déphasage entre la section de copeau et l'effort de coupe. Une des premières formulations de la variation des efforts de coupe dynamique due aux variations de l'épaisseur de copeau, du taux de pénétration et de la vitesse de coupe à été établie par Tobias et Fishwick, [2]. Le taux de pénétration est introduit pour donner une composante de déphasage, entre la phase de l'effort de coupe et celle de la variation de l'épaisseur de copeau.

A l'inverse, les expériences menées indépendamment par Knight et Kudinov en 1970 ont mis en évidence le déphasage entre la section de la matière enlevée et l'effort de coupe. Ces expériences reposaient sur la mesure des efforts de coupe au cours d'une opération de tournage d'une surface ondulée au profil connu avec un outil rigide. Le relevé des efforts montrait que l'intensité de ces deniers dépendait non seulement de la section de copeau, mais aussi de la pente de la surface usinée en aval de l'outil. Une autre forme de cette expérience consistait à tourner une surface plane avec un outil flexible. La variation de la section coupée se faisait alors en donnant à l'outil un mouvement oscillant. Les tendances dégagées étaient les mêmes, l'effort accusait un déphasage par rapport à la section de copeau qui pouvait dans certains cas conduire au broutement.

I.5.4. Le talonnage

Un facteur dynamique essentiel est associé à la zone de friction entre les faces de dépouille de l'outil et la pièce comme ont pu l'observer Cook et Kegg KEG [2], et expérimentalement prouvé par Bailey en [2]. Le concept de talonnage en coupe a été introduit pour la première fois par Albrecht [2]. Des essais plus récents ont été faits par Wu et al en [2] qui ont combiné la déformation élastique de la zone de contact en dépouille avec le phénomène de frottement dans un modèle analytique. Endres [2], s'est aussi intéressé au problème et a montré que le talonnage pouvait expliquer les observations montrant que les pics d'efforts de coupe présentaient un déphasage avec l'épaisseur de copeau et ce déphasage provenant de la réponse dynamique de l'outil à l'impact. Kegg [2] conclut que la cause de la

stabilité à petite vitesse est due au contact du flanc de l'outil avec la surface usinée. Ce résultat a été mis en évidence par les essais de Chiou et Liang ([2], (figure.I.7)).

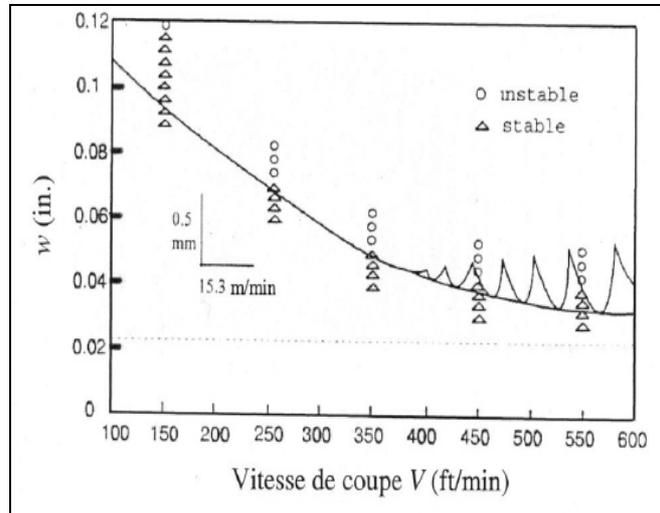


Figure .I.7. Résultats expérimentaux de Chiou et Liang sur la stabilité de la coupe, [2].

Le diagramme des lobes de stabilité représenté par la **figure. I.7** montre que la limite de stabilité diminue lorsqu'on augmente la vitesse de rotation de la broche.

I.5.5. Les interactions à l'interface outil- copeau

Le dernier facteur est l'interface outil-copeau. Ce phénomène est généralement plus complexe que la transformation plastique prépondérante dans le mécanisme de cisaillement. Il est dominé par la friction pour laquelle aucune expression explicite n'existe et il est de plus affecté par l'usure de l'outil. Le problème de l'interface outil-copeau a été étudié par le biais de méthodes analytiques et expérimentales, (Oxley [2]). Elles sont basées sur l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes (Lee et al. Hill et al. [2]) ou approchées de manière équivalente par une force sur la face de coupe dirigée dans la direction de l'angle moyen de frottement (Albrecht et Shaw [2]). Le frottement du copeau sur la face de coupe croît avec la diminution de la vitesse et son effet s'oppose ainsi à celui du talonnage puisqu'il a tendance à diminuer la stabilité de la coupe à basse vitesse. Ce phénomène est particulièrement mis en évidence dans les expérimentations de Knight [2], (figure.I.8).

La tendance dégagée par ces essais s'oppose à celle observée précédemment. L'écart est imputable aux différences de géométries d'outils et de nuances de matières et qui favorisent l'un ou l'autre des phénomènes, [2].

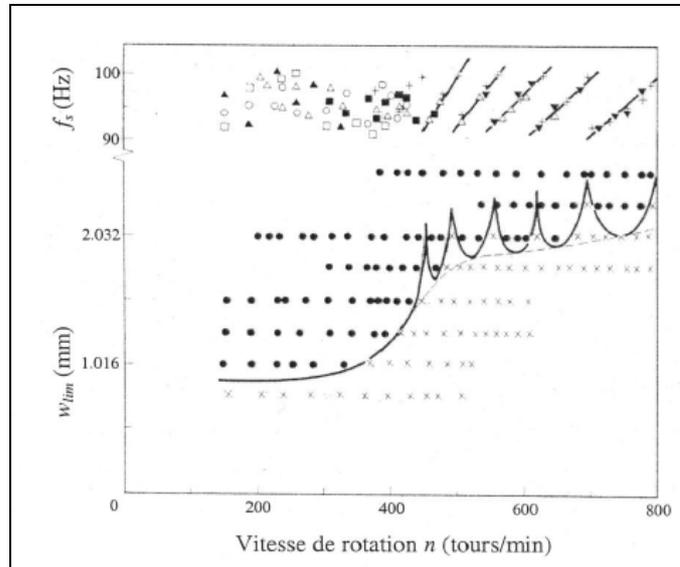


Figure.I.8. Résultats expérimentaux de Knight, sur la stabilité de la coupe, [2].

A l'inverse des résultats de la **figure. I.7**, la **figure .I.8** montre que la limite de stabilité augmente pour des valeurs élevées de vitesse de rotation de la broche.

I.6. Modélisation statique de la coupe orthogonale

I.6.1. Modèle analytique de Merchant

Dans son modèle MERCHANT [4] utilise une formulation et une approche purement énergétique. Il se place dans le cadre des déformations planes à partir des hypothèses de la coupe orthogonale. Il suppose que la formation du copeau se fait le long d'une ligne de cisaillement inclinée par rapport à la direction de la vitesse de coupe d'un angle Φ , (**figure I.9**). C'est la variation brutale de la direction du vecteur de vitesse qui est à l'origine de ce cisaillement, [4].

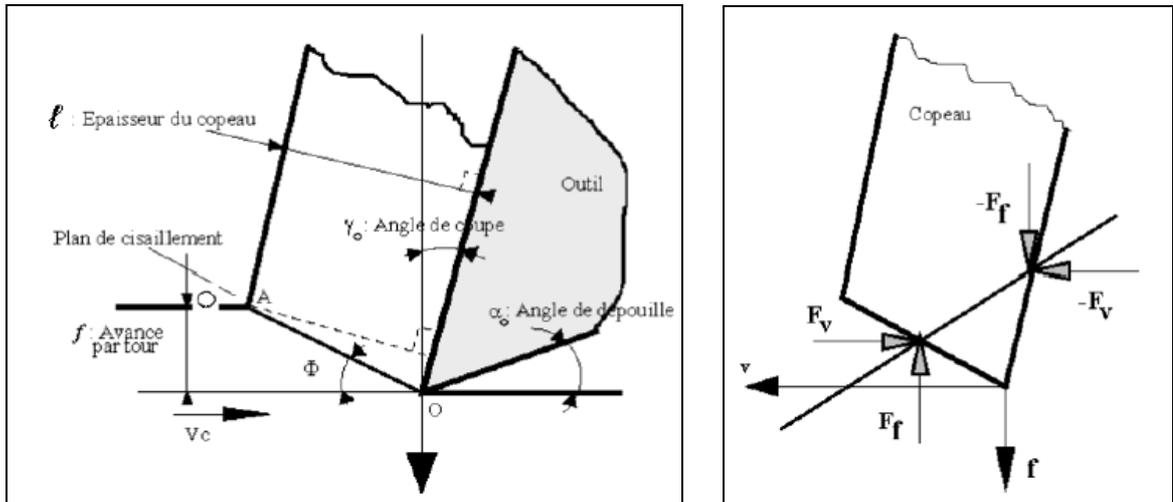


Figure.I.9. Paramètres géométriques et système de forces: modèle de Merchant, [4].

Les principales hypothèses de MERCHANT liées à ce modèle sont :

- ◆ La configuration d'usinage correspond à une situation de coupe orthogonale,
- ◆ l'avance f est grande devant la taille de la structure cristalline du matériau,
- ◆ le rayon d'arête de l'outil est nul (la pointe de l'outil est assimilée à un point),
- ◆ l'épaisseur du copeau est constante sans vibrations (régime de coupe stationnaire),
- ◆ il n'y a pas de zone morte,
- ◆ le copeau se forme par glissements internes suivant des "plans de cisaillement" à volume constant,
- ◆ l'interface outil/copeau est le siège d'un frottement de type COULOMB,
- ◆ le matériau usiné a un comportement plastique parfait.

Ces hypothèses permettent à MERCHANT de définir les actions de coupe subies par le copeau et de déterminer l'angle de cisaillement Φ à l'aide d'une minimisation de l'énergie de déformation. Par des considérations géométriques, l'épaisseur du copeau est ensuite calculée, [4].

Selon Merchant, Pratt a construit le diagramme des forces de la **figure 1.10**, [7]. De ce diagramme, la force résultante R due à l'action de cisaillement de l'outil sur la pièce pour une

épaisseur de coupe de $(s - s_0)$ et une vitesse $(V - v_0)$ données, est exprimée soit par $\vec{R} = \vec{F} + \vec{N}$

ou bien par $\vec{R} = \vec{F}_c + \vec{F}_t$ ou bien par $\vec{R} = \vec{F}_s + \vec{F}_N$

Avec :

N : Force Normale ;

F : Force de frottement ;

F_c : Force de coupe principale ;

F_t : Force de pénétration ;

F_s : Force agissant le long du plan de cisaillement ;

F_N : Force perpendiculaire au plan de cisaillement.

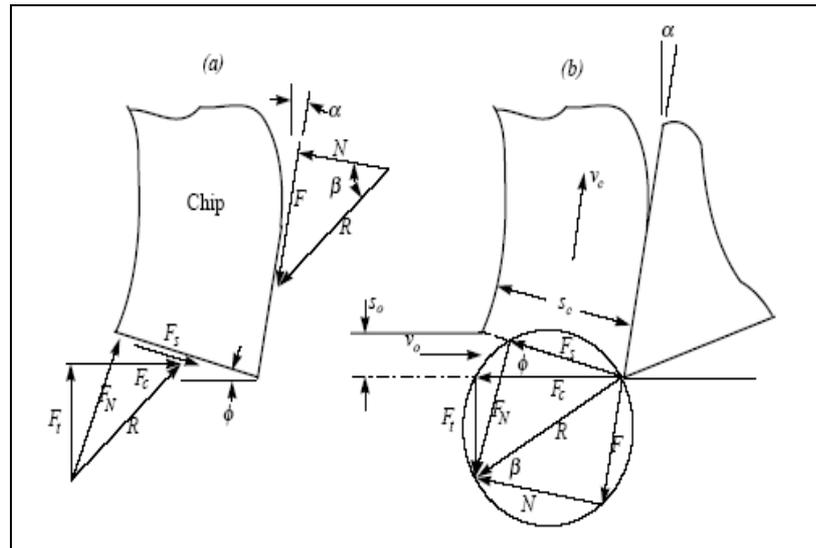


Figure.I.10. Les forces générées par la coupe orthogonale, [7].

Pour des conditions géométriques pures, les forces de poussée et de coupe sont données par :

$$F_c = \frac{s w \tau_s \cos(\beta - \alpha)}{\sin \phi \cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (\text{I.1})$$

$$F_t = \frac{s w \tau_s (\beta - \alpha)}{\sin \phi \cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (\text{I.2})$$

où α est l'angle de coupe d'outil (la pente de la face d'avant d'outil), T_s est la contrainte de cisaillement, ϕ est l'angle de cisaillement, w est la profondeur de coupe, s est l'épaisseur non déformée ou bien l'épaisseur de coupe ($s=s_0$) pour des opérations de tournage régulières et β est l'angle de frottement.

I.6.2. Modélisation de ALBRECHT

Dans la déformation du copeau, un mécanisme de cisaillement est observé ainsi qu'un phénomène de refoulement de la matière à la pointe de l'outil. ALBRECHT [4] propose une théorie basée sur ces observations en considérant alors le fait que les outils présentent toujours une certaine acuité. Cette acuité peut provenir soit de l'usure de l'outil due aux attaques abrasives du copeau, soit de sa géométrie naturelle due à l'affûtage et à sa conception. Dans le cas où cette acuité provient de l'usure, ALBRECHT a établi expérimentalement une relation liant le rayon d'acuité R à l'angle de taillant de l'outil β_0 .

Selon ALBRECHT [4] (figure I.11), la partie du métal située le long de l'arc BE est refoulée par l'outil dans le copeau, alors que la partie située le long de l'arc EC est refoulée dans la pièce. ALBRECHT a ainsi pu identifier séparément les efforts liés à la face de coupe et à la face de dépouille principale.

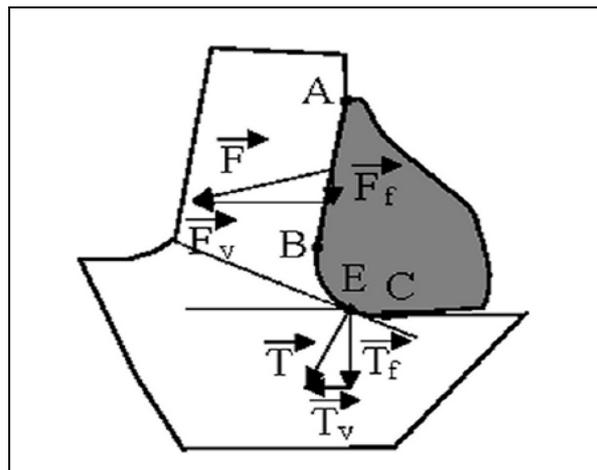


Figure I.11. Inventaire des efforts de coupe selon ALBRECHT, [4].

ALBRECHT [4], émet comme hypothèse que la direction de la force T n'est pas affectée lorsque la profondeur de passe (a_p) est augmentée, car la quantité de métal à refouler est la même. Il montre alors que la force T appliquée à la base de l'outil n'est pas négligeable. Cette théorie a le mérite de donner une méthode de calcul de T pour les grandes avances et introduit le concept de l'acuité de l'arête de coupe des outils. Ces travaux suggèrent une description tridimensionnelle de la coupe en introduisant la notion du rayon de bec de l'outil.

I.6.3. Modélisation de OXLEY

Palmer et al. [4], et Hasting et al. [4], proposent de déterminer les efforts de coupe, la géométrie du copeau et la température de coupe à l'aide de la rhéologie du matériau et des paramètres de coupe: (V_c, f, a_p) .

L'introduction de la sensibilité du matériau à l'érouissage, aux grandes vitesses de déformations et à la température avec une loi de type NORTON HOFF, fait l'originalité de son travail. Il utilise les travaux de BOOTHROYD [4] qui emploie la méthode des lignes de glissement pour décrire les phénomènes mécaniques et les résultats numériques des travaux de TAY *et al.*, [4]. Pour définir le comportement thermique. Il considère que le cisaillement primaire s'effectue dans une zone d'une certaine épaisseur et qu'à l'interface copeau/outil, le contact est collant. Cette deuxième hypothèse induit la présence d'un cisaillement secondaire d'une épaisseur δ_ℓ le long du contact copeau/outil. Ne pouvant déterminer l'épaisseur du cisaillement primaire, il pose p comme paramètre qu'il fait intervenir dans le calcul de la vitesse d'autres paramètres de ce modèle. A partir du calcul des efforts qui sont appliqués au copeau et de l'hypothèse d'un écoulement quasi-stationnaire, la résolution de ce problème est réalisée au travers de l'équilibre des efforts de coupe et des moments, et de la minimisation de l'énergie dissipée dans la coupe, [4].

I.6.4. Modélisation de MOLINARI

MOLINARI et al. [4] s'attachent à modéliser le processus de formation du copeau en coupe orthogonale dans le cas stationnaire. La zone de cisaillement primaire est assimilée à une bande d'épaisseur uniforme et la déformation dans le copeau est supposée adiabatique et limitée à cette bande. La sollicitation dans le cisaillement secondaire est due au frottement défini par une loi dépendante de la température à l'interface outil/copeau. Cependant, l'écoulement de la matière au voisinage de la pointe de l'outil et dans le cisaillement secondaire n'est pas considéré. Le matériau usiné est considéré isotrope et son comportement rigide-plastique. Un modèle qui permet de déterminer la distribution de la température à l'interface outil-copeau est aussi proposé. Dans ces mêmes travaux une évolution de la répartition de pression le long de la face de coupe est donnée. Finalement, pour un matériau et un outil donnés, le modèle permet de déterminer les efforts de coupe exercés sur l'outil

donnant ainsi la puissance nécessaire à la coupe, ainsi que la distribution de la température à l'interface outil-copeau [4].

I.7. La dynamique de la coupe orthogonale

Le problème du mouvement de l'outil lors d'une coupe orthogonale est montré dans la **figure.1.12**. La variation de l'épaisseur du copeau non déformé est due aux modulations intérieures et extérieures du copeau. Les modulations intérieures du copeau sont les résultats du mouvement d'outil $x(t)$ et $y(t)$ qui génère une surface ondulée pendant la première passe de l'outil et lors la seconde passe, et cette surface ondulée devient la surface extérieure du copeau.

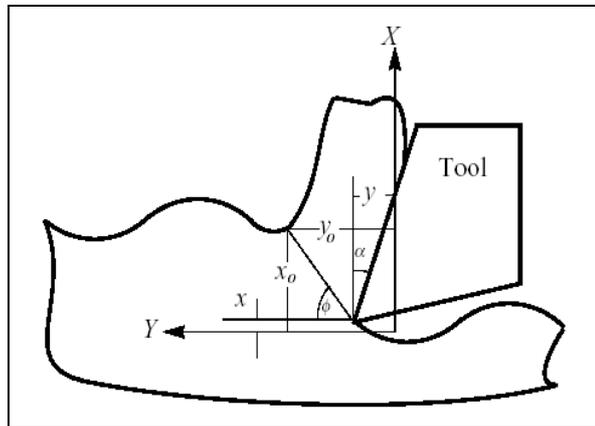


Figure .I.12.La dynamique de la coupe orthogonale, [7].

Il est clair que la variation de l'épaisseur du copeau est due à la génération et l'enlèvement des ondes. De plus, il faut que l'angle de cisaillement varie aussi, [7].

I.7.1. Modèle de Tobias et Fishwick

Tobias et Fishwick [7], ont supposé que sous des conditions de coupe dynamique, la force de coupe P est une fonction de trois facteurs indépendants, (s, r, Ω) où s est l'épaisseur non déformée du copeau, r est le taux de la coupe « feed rate » et Ω est la vitesse de rotation de la broche.

Donc la variation de la force de coupe suivant les petites variations de ces trois facteurs est de la forme suivante :

$$dP = k_1 ds + k_2 dr + k_3 d\Omega \quad (\text{I.3})$$

où k_1 , k_2 et k_3 sont les coefficients de la dynamique de coupe sachant que :

$$k_1 = \left(\frac{\partial P}{\partial s} \right)_{dr=d\Omega=0}, \quad k_2 = \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{ds=d\Omega=0}, \quad k_3 = \left(\frac{\partial P}{\partial \Omega} \right)_{dr=ds=0}$$

Tobias [7] a relié les coefficients de la dynamique de coupe aux coefficients de la force statique pour obtenir la relation:

$$dP = k_1 ds + \frac{2\pi K}{\Omega} dr + \left[k_\Omega - \frac{2\pi K}{\Omega} s_0 \right] d\Omega \quad (\text{I.4})$$

où K_I est un coefficient dynamique appelé le taux de l'épaisseur du copeau, $k = K_s - K_I$ est le coefficient de pénétration, K_s et K_Ω sont respectivement les coefficients de la force statique relatives à l'épaisseur du copeau non déformée et à la vitesse et s_0 est l'épaisseur non déformée du copeau en état d'équilibre. Les valeurs de ces coefficients sont déterminées pour une vitesse nominale v_0 et pour un taux de coupe r_0 . La force dP dépend linéairement de la largeur de coupe w .

$$dP = w \left\{ k_1 ds + \frac{2\pi K}{\Omega} dr + \left[k_\Omega - \frac{2\pi K}{\Omega} s_0 \right] d\Omega \right\} \quad (\text{I.5})$$

En fixant le mouvement d'outil à la direction normale à la coupe, et en considérant x positif, on aura :

$$ds = x(t) - x(t - \tau) \quad (\text{I.6})$$

$$dr = \dot{x} \quad (\text{I.7})$$

$$\text{et } \dot{x} = \frac{dx(t)}{dt}$$

où $x(t)$ est la vibration d'outil superposée en coupe stable, et en supposant que les variations dans la vitesse $d\Omega$ peuvent être ignorées. Alors on écrit :

$$dP_x = w k_1 [x(t) - x(t - \tau)] + w \frac{2\pi K}{\Omega} \dot{x} \quad (\text{I.8})$$

Ce modèle montre que les fluctuations de la force de la coupe ont une composante qui est proportionnelle à l'épaisseur indéformée du copeau et une composante due au taux de pénétration. La composante due à l'épaisseur non déformée du copeau dépend du déplacement au moment précédant et pour cette raison elle est nommée la force de coupe régénérative. La composante due au taux de pénétration présente un terme dépendant de la vitesse et peut apparaître comme un amortissement positif ou négatif dépendant de la géométrie de coupe, [7].

I.7.2. Modèle linéaire du broutement de Tobias

Ce modèle [2] de broutement, illustré dans la **figure.I.13**, est destiné au tournage d'un tube rigide avec un outil présentant une flexibilité suivant la direction axiale. Il repose sur trois hypothèses :

- coupe orthogonale (l'usinage d'un tube à paroi mince permet de s'en approcher) ;
- dépendance linéaire de l'effort instantané de coupe de la section du copeau (profondeur de passe \times épaisseur instantanée de copeau) ;
- comportement dynamique de l'outil assimilable à celui d'un système masse ressort amortisseur, (**figure.I.13**).

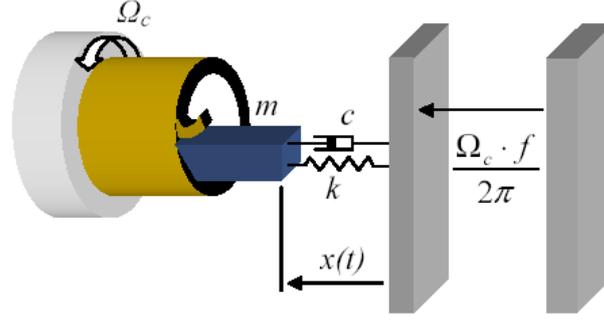


Figure.I.13. Modèle du broutement en tournage, [8].

L'équation du mouvement sera donnée par la relation suivante :

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = -C_F b (f + x(t) - x(t - \tau)) \quad (\text{I.9})$$

où m , c , k représentent respectivement la masse, l'amortissement et la raideur de l'outil suivant la direction axiale, et C_F représente la pression spécifique de coupe du couple outil-pièce, b la largeur de copeau (épaisseur du tube), f la consigne d'avance par tour et τ le décalage temporel ou retard entre le passage précédent et actuel de l'outil. Soit la durée d'un tour : $\tau = 60/N$ où N étant la vitesse de rotation en tour/min. Ainsi la quantité $x(t) - x(t - \tau)$ du second membre désigne la contribution du mécanisme de régénération.

Cette équation admet une solution triviale constante $x_0(t)$:

$$x_0(t) = -\frac{C_F b f}{k} \quad (\text{I.10})$$

qui correspond au recul de l'outil sous l'effet de l'effort de coupe en l'absence de vibrations. La soustraction de cette solution à l'équation initiale (I.9) donne :

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = -C_F b (u(t) - u(t - \tau)) \quad (\text{I.11})$$

Où $u = x - x_0$. La recherche des conditions de broutement se ramène alors à l'étude de la stabilité du point fixe $u(t) = 0$ au sens de la première méthode de Lyapounov, qui définit la stabilité comme la convergence au bout d'un temps infini de la solution de l'équation **(I.11)** vers le point fixe, en présence d'une petite perturbation initiale.

La forme particulière de la frontière de stabilité de cette dernière équation dans l'espace des paramètres de coupe et plus particulièrement en fonction de la vitesse de rotation et de la profondeur de passe, a conduit les chercheurs à la désigner sous le nom de lobes de stabilité. La **figure.I.14** représente ces lobes en fonction du paramètre adimensionnel $\left(k_c = \frac{b \cdot C_F}{k}\right)$: rapport entre la raideur de la coupe et la raideur de l'outil et $(\eta = N/(60 \cdot \omega_n))$: représente le rapport entre la fréquence de rotation et la fréquence propre de la pièce ω_n qui est exprimé par :

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{(I.12)}$$

La **figure.I.14** fait ressortir la forme particulière de la frontière qui sépare l'espace des paramètres de coupe en deux zones. La zone située sous les lobes qui définit les conditions de coupe pour lesquelles l'usinage se fait sans broutement, à l'inverse de celle située au-dessus des lobes et dans laquelle les conditions génèrent du broutement. Il est à noter qu'avec cette modélisation, l'ensemble des lobes ont la même limite basse et les zones les plus stables se situent aux rapports de fréquence η proches de l'inverse d'un entier (1, 1/2, 1/3, ...), soit une fréquence de rotation sous multiple de la fréquence propre de la pièce. Ce dernier point s'explique par le fait qu'à ces rapports, le déphasage entre l'ondulation de la surface dont la période est proche de la période propre de l'outil et le mouvement de l'outil est quasiment nul. La section du copeau est alors très peu sensible aux vibrations. Enfin, quand les fréquences d'excitation deviennent importantes, l'usinage se fait inconditionnellement sans broutement quelle que soit la raideur de la coupe.

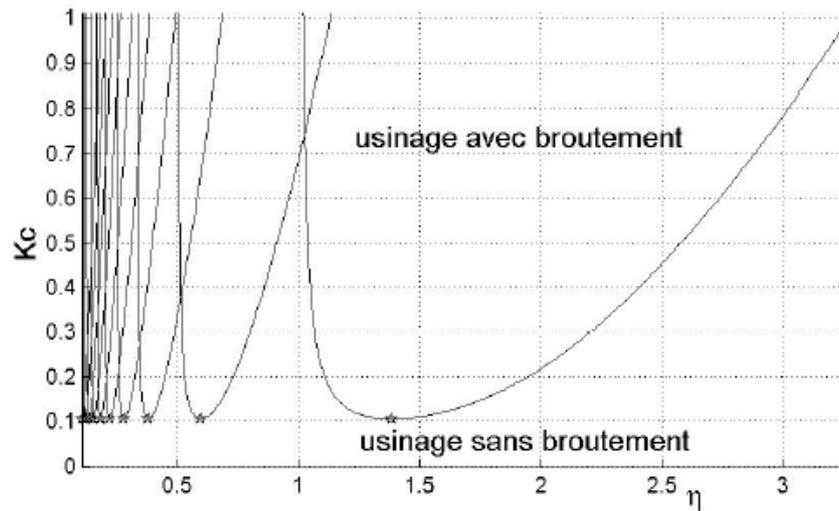


Figure.I.14. Lobes de stabilité en coupe continue, [2].

I.7.3. Modèle de Nigm, Sadek et Tobias

Nigm, SadeK et Tobias [7] ont utilisé une analyse dimensionnelle de l'état d'équilibre de la coupe orthogonale, pour obtenir des expressions mathématiques pour le rapport-épaisseur de copeau et le rapport de la force en termes de l'angle de dépouille, de la vitesse de coupe et le taux de coupe. Ils ont considéré un incrément d'oscillation du plan de cisaillement en réponse à la variation dynamique des paramètres de coupe comme suit :

$$d\phi = n_1 ds + n_2 d\alpha + n_2 d\phi + n_3 dv \quad (\text{I.13})$$

Ils ont obtenu les expressions suivantes des incréments des composantes de la force de coupe :

$$dP_x = w k_{1c} \left\{ C_1 (x - x_r) + C_2 \frac{\dot{x}}{v_0} + C_3 \left(\frac{\dot{x}}{v_0} - \frac{\dot{x}_r}{v_0} \right) \right\} \quad (\text{I.14})$$

$$dP_y = w k_{1c} \left\{ T_1 (x - x_r) + T_2 \frac{\dot{x}}{v_0} + T_3 \left(\frac{\dot{x}}{v_0} - \frac{\dot{x}_r}{v_0} \right) \right\} \quad (\text{I.15})$$

où la direction X est considérée positive dans le matériau, x et x_τ sont respectivement les déviations de l'outil de sa trajectoire prédéfinie durant les passes d'outil actuelles et suivantes, C_1, C_2, C_3, T_1, T_2 et T_3 sont les coefficients de coupe qui sont déterminés par la géométrie de coupe.

I.7.4. Modèle de Wu et Liu

Wu et Liu [7] commencent avec les équations de Merchant (I.1) et (I.2) et supposent qu'une forme exponentielle pour le coefficient moyen du frottement ($\mu = \tan \beta$) peut être obtenue à partir des mesures en coupe statique. Ils utilisent une forme d'approximation de la relation de continuité de l'équation (I.3) en relation avec la formule de l'angle de cisaillement :

$$\phi = \frac{1}{2} C_m - \frac{1}{2} (\beta - \alpha) \quad (\text{I.16})$$

L'angle de cisaillement dynamique est déterminé par la relation :

$$\cot \phi = (A_\phi - C_\phi v_0) + \frac{B_\phi}{2} \left(\dot{x} - \dot{x}_0 \right) - \frac{C_\phi}{2} \left(\dot{y} - \dot{y}_0 \right) \quad (\text{I.17})$$

où A_ϕ, B_ϕ et C_ϕ sont les angles de cisaillement dynamique évalués à une condition de coupe dynamique donnée, avec un angle de cisaillement moyen ϕ_0 et une vitesse de coupe v_0 . La relation représente une approximation du premier ordre pour les oscillations d'angle de cisaillement autour des conditions moyennes de coupe quant l'outil est libre d'osciller par rapport à la normale et à la tangentielle à la surface usinée.

Wu et Liu substituent la relation de l'angle de cisaillement dynamique dans les équations (I.1) et (I.2) et obtiennent ainsi :

$$P_x = -2w\tau(x_0 - x) \left[(A_x - C_x v_0) + \frac{1}{2} B_x \left(\dot{x} - \dot{x}_0 \right) - \frac{1}{2} C_x \left(\dot{y} - \dot{y}_0 \right) \right] + f_p \quad (\text{I.18})$$

$$P_y = 2w\tau(x_0 - x) \left[(A_y - C_y v_0) + \frac{1}{2} B_y \left(\dot{x} - \dot{x}_0 \right) - \frac{1}{2} C_y \left(\dot{y} - \dot{y}_0 \right) \right] \quad (\text{I.19})$$

où A_x , B_x et C_x ; et A_y , B_y , et C_y sont les coefficients dynamiques de coupe. f_p est la force de pénétration qu'ils approximent comme suit :

$$f_p = \frac{K w \dot{x}}{v_0} \quad (\text{I.20})$$

Ils arrivent à une forme réduite de la force de coupe dynamique et de la relation de l'angle de cisaillement, en supposant une longueur constante du plan de cisaillement:

$$\cot \phi = (A_\phi - C_\phi v_0) + B_x \left(\dot{x} - \dot{x}_0 \right) \quad (\text{I.21})$$

$$P_x = -2w\tau(x_0 - x) \left[(A_x - C_x v_0) + B_x \left(\dot{x} - \dot{x}_0 \right) \right] - f_p \quad (\text{I.22})$$

$$P_y = 2w\tau(x_0 - x) \left[(A_y - C_y v_0) + B_y \left(\dot{x} - \dot{x}_0 \right) \right] \quad (\text{I.23})$$

I.8. Analyse de la stabilité du broutement

Cette partie traite l'aspect physique de l'instabilité du broutement. Elle commence par l'analyse de la stabilité classique qui est concernée par la relation entre l'instabilité, l'amortissement et la force de coupe aux différentes vitesses de la broche.

I.8.1. Mise en équation du système dynamique

Le but de cette partie est de déterminer les zones stables et instables en fonction des paramètres de coupe utilisés. Le système est modélisé par un système masse-ressort-amortisseur. Ces caractéristiques sont m_y , c_y et k_y qui sont respectivement : la masse, l'amortissement et la raideur.

$F_f(t)$: effort d'avance
 h_0 : épaisseur du copeau non déformé
 $h(t)$: épaisseur de copeau instantanée ;
 $y(t)$: vibration relative outil/pièce
 ε : décalage de phase des vibration d'un tour à l'autre, $0 < \varepsilon < 2\pi$
 n : nombre d'ondulations entière entre chaque tour
 N : vitesse de rotation de la pièce

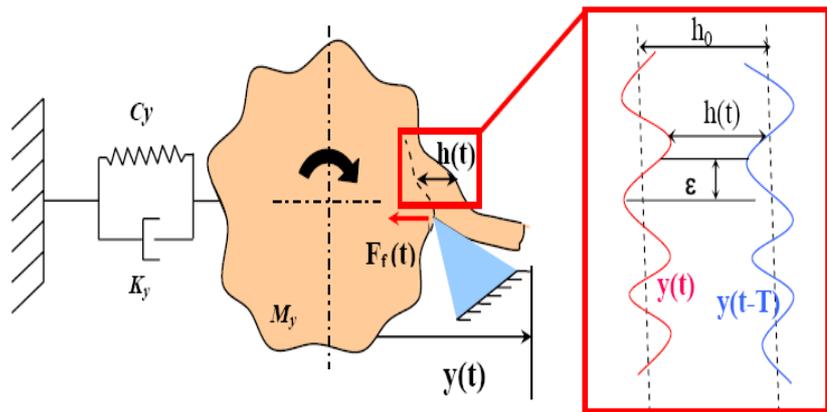


Figure.I.15.Schématization du procédé d'usinage, [1].

L'équation de la dynamique régissant ce système est donc donnée sous la forme :

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = F_f(t) \quad (\text{I.24})$$

L'effort $F_f(t)$ est déterminé par une loi de coupe linéaire :

$$F_f(t) = K_f b h(t) \quad (\text{I.25})$$

Il dépend donc du coefficient K_f qui est déterminé de manière expérimentale, de la largeur du copeau b et de l'épaisseur instantanée de coupe $h(t)$:

$$h(t) = h_0 + [y(t-T) - y(t)] \quad (\text{I.26})$$

L'équation de la dynamique devient donc :

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = K_f b \left(h_0 + [y(t-T) - y(t)] \right) \quad (\text{I.27})$$

Afin de pouvoir résoudre ce système de manière analytique, il est nécessaire de passer dans le domaine de Laplace :

$$m_y s^2 y(s) + c_y s y(s) + k_y y(s) = K_f b h(s) = K_f b \left(h_0 + (e^{-sT} - 1)y(s) \right), \text{ où :} \quad (\text{I.28})$$

$$\Leftrightarrow y(s) = F_f(s) \phi(s)$$

Dans la **figure I.6** on présente le schéma modélisant le système dynamique sous forme de boucles de retour « feed rate ».

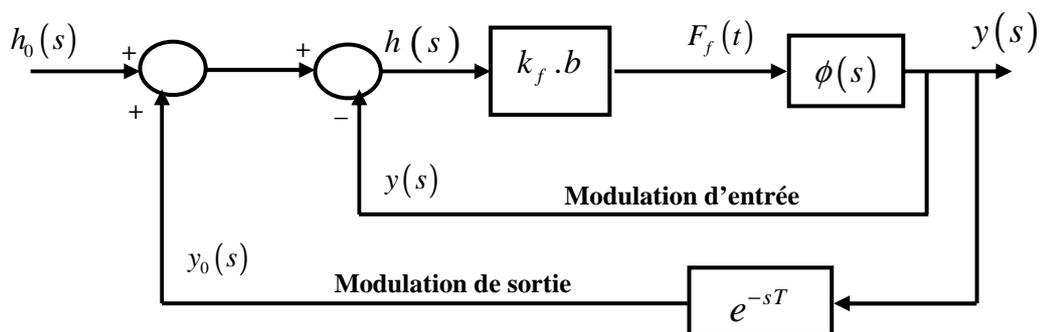


Figure.1.16. Schéma modélisant analytiquement le système dynamique, [1].

Les données du système sont donc :

- la pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\frac{k_y}{m_y}}$
- le coefficient d'amortissement : $\xi = \frac{c_y}{2\sqrt{k_y m_y}}$
- masse équivalente du système m_y ,
- la raideur équivalente du système k_y .

La fonction de transfert du système à 1 degré de liberté $\phi(s)$ est donc :

$$\phi(s) = \frac{\omega_n^2}{k_y (s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (\text{I.29})$$

I.8.2. Etude de la stabilité du système

La recherche de la stabilité du système s'effectue par l'étude du rapport entre l'épaisseur moyenne du copeau $h(s)$ et l'épaisseur du copeau non déformée h_0 et:

$$\frac{h(s)}{h_0} = \frac{1}{1 + (1 - e^{-sT}) K_f b \phi(s)} \quad (\text{I.30})$$

Considérons $s = \sigma + j\omega_c$, une racine de l'équation caractéristique associée à l'équation ci-dessus. Si σ est positif, la transformée inverse de Laplace de la racine comporte un terme en $e^{+\sigma T}$. L'amplitude des vibrations tend vers l'infini et le système sera donc instable. Au contraire, si σ est négatif, la racine avec le terme $e^{+\sigma T}$ converge et le système est considéré comme stable.

Pour obtenir la frontière de la stabilité, il faut donc se placer à $\sigma = 0$. La résolution de l'équation caractéristique en ce point permet d'obtenir la largeur de coupe limite (b_{lim}).

$$1 + (1 - e^{-j\omega_c T}) K_f b_{lim} \phi(s) = 0 \quad (\text{I.31})$$

Soit $\phi(j\omega_c) = G + jH$. En développant l'équation (I.32), elle devient alors :

$$(1 + K_f b_{lim} [G(1 - \cos \omega_c T) - H \sin \omega_c T]) + j(K_f b_{lim} [G \sin \omega_c T - H(1 - \cos \omega_c T)]) = 0 \quad (\text{I.32})$$

Pour satisfaire cette relation, il faut que la partie réelle et la partie imaginaire soient nulles.

I.8.3. Annulation de la partie imaginaire

$$(K_f b_{\text{lim}} [G \sin \omega_c T - H (1 - \cos \omega_c T)]) = 0 \quad (\text{I.33})$$

Cette équation permet d'obtenir le déphasage de la fonction de transfert liée à la structure,

Comme $\psi = \frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)}$, or $\frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)} = \frac{\sin \omega_c T}{\cos \omega_c T - 1}$. Après transformation, $\tan \psi$ s'écrit:

$$\tan \psi = \tan \left(\frac{\omega_c T}{2} - \frac{3\pi}{2} \right), \text{ soit : } \omega_c T = 3\pi + 2\psi + 2k\pi \quad (\text{I.34})$$

Le but est de relier la fréquence de vibration régénérative ou « chatter » aux paramètres de coupe, notamment la vitesse de rotation et la profondeur de passe, afin de tracer les lobes de stabilité. L'équation (I.35) et pour $T=60/N$ permet d'obtenir la relation concernant la vitesse de rotation.

$$N(\omega_c) = \frac{60 \omega_c}{2k\pi + 2\psi(\omega_c) + 3\pi} \quad (\text{I.35})$$

Pour trouver la relation faisant intervenir la profondeur de passe limite, il faut résoudre la deuxième partie de l'équation (I.33) : annuler la partie réelle.

I.8.4. Annulation de la partie réelle

$$1 + K_f b_{\text{lim}} [G(1 - \cos \omega_c T) - H \sin \omega_c T] = 0 \quad (\text{I.36})$$

Les équations (I.34) et (I.37) permettent de déduire : $b_{\text{lim}} = \text{fonction}(\omega_c)$:

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2K_f G(\omega_c)}, \text{ avec } G(\omega_c) = \text{Re}(\phi(j\omega_c)) \quad (\text{I.37})$$

b_{lim} correspond à une valeur physique positive. Cette égalité n'est valable que pour des valeurs de $G(\omega_c)$ négatives, [1].

I.9.Méthodologie de construction des lobes de stabilité

Les expressions de la vitesse de rotation et de la profondeur de passe limite en fonction de la fréquence de brottement permettent de tracer les lobes de stabilité. Ce graphique permet de délimiter les zones stables et instables de la coupe en fonction de la vitesse de rotation et de la profondeur de passe. Ils permettent par conséquent d'optimiser les conditions de coupe pour un système outil-pièce donné. En effet, le changement d'un des paramètres dynamiques de l'équation (I.24) nécessite de rééditer tout le calcul précédemment expliqué. Pour tracer ces lobes de stabilité, l'algorithme est montré par la **Figure. I.17**.

1. Calcul de $b_{i,lim}=a_{p,lim}$ correspondant à ω_{ci} à l'aide de l'équation (I.37) ;
 2. Calcul du déphasage ψ pour une fréquence ω_{ci} à l'aide de l'équation (I.37);
 3. Calcul des différentes vitesses de rotation N_{ik} en faisant varier $k = \{1, 2,3, \dots,n\}$;
 4. Réitération de l'opération avec une autre fréquence ω_{ci} .
- (k représente le nombre d'ondulations complètes pendant un tour).

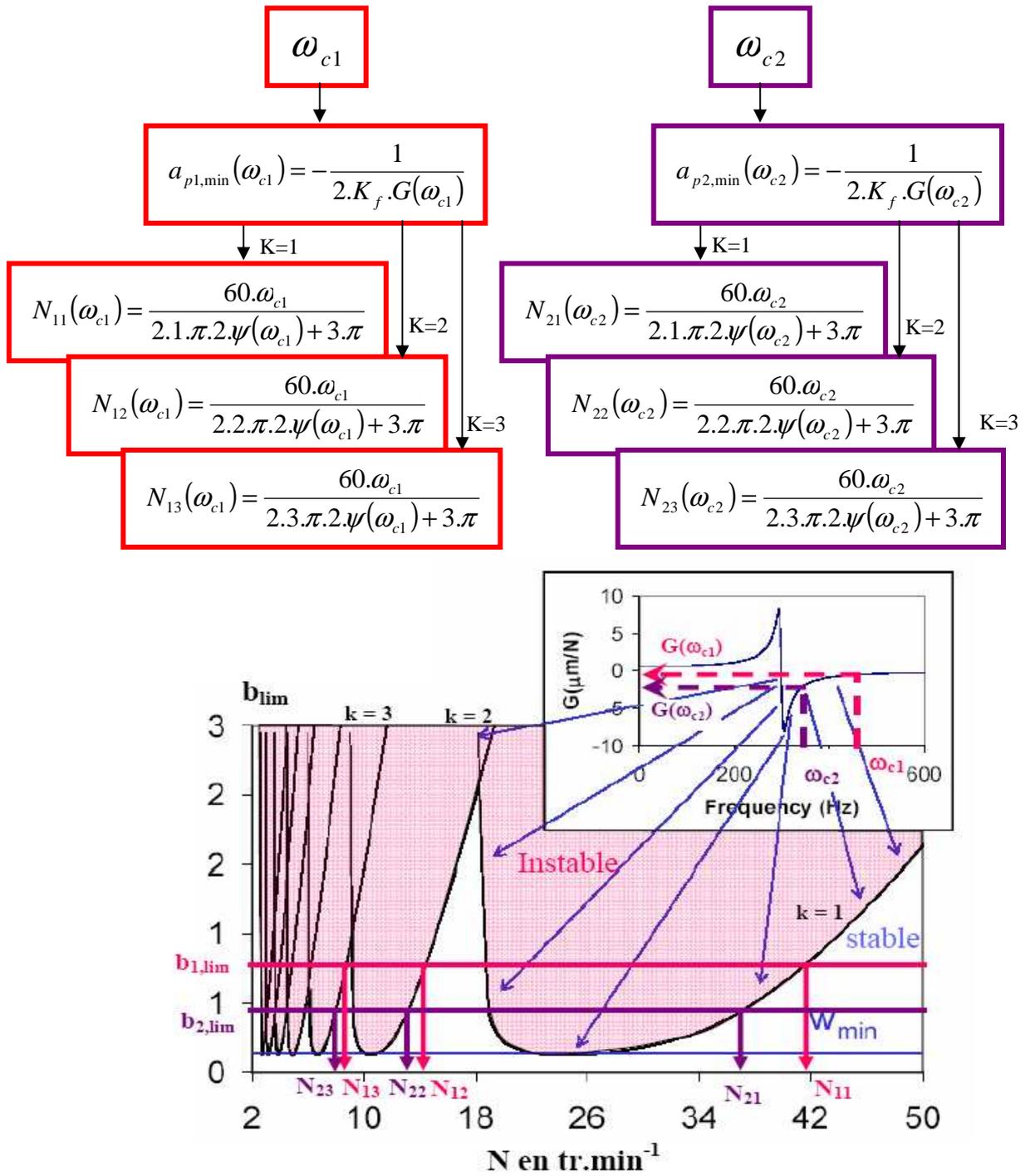


Figure.I.17. Algorithme de calcul des lobes de stabilité en tournage (coupe orthogonale).

I.10. Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est intéressé dans un premier temps à la connaissance de la dynamique de la coupe orthogonale. En premier lieu nous avons défini la coupe orthogonale, en donnant quelques détails sur la zone de formation du copeau, ainsi que les différents phénomènes physiques dans la zone de la coupe.

On a aussi présenté les phénomènes vibratoires générés par la dynamique de la coupe, tels que :

- ▶ vibrations libres ;
- ▶ vibrations forcées ;
- ▶ vibrations auto excitées.

Dans un second temps, on a présenté des différentes modélisations de la coupe orthogonale qui ont été la base de la modélisation de la dynamique de la coupe dans le cas du fraisage.

Dans un troisième temps, on a fait l'analyse de la stabilité du broutement par la mise en équation du système d'usinage en régime dynamique. Par la suite, on a montré l'algorithme qui permet de tracer les lobes de stabilité pour le cas du tournage- coupe orthogonale.

CHAPITRE II

ETAT DE L'ART DE L'ETUDE DE LA DYNAMIQUE DE LA COUPE EN FRAISAGE

II.1. Introduction

L'étude de la dynamique de la coupe en fraisage est rendue délicate par la complexité même de la coupe, à commencer par les géométries des fraises qui posent de réelles difficultés de modélisation. De plus, à la différence de la coupe orthogonale continue, la coupe en fraisage donne lieu à de nombreuses non- linéarités qui peuvent être faibles, comme la variation des efforts de coupe au cours du temps et dans l'espace quand une dent est en prise avec la matière ; ou fortes, comme la discontinuité due aux passages des dents hors de la matière. Enfin la périodicité de la coupe entraîne le développement de vibrations forcées.

Dans ce chapitre nous allons représenter quelques méthodes de modélisation du fraisage et qui permettent de tracer les cartes de stabilité.

II.2. La mécanique du processus de fraisage

Le fraisage est un processus de coupe plus compliqué que le tournage. L'opération de coupe est obtenue par un outil rotatif qui se déplace le long de différents axes quand la pièce est fixée. La majorité des pièces peuvent être produites par l'opération de fraisage. La différence la plus importante entre le tournage et le fraisage est la cinématique de l'épaisseur de copeau générée. Chaque dent de l'outil de fraisage suit une trajectoire trochoïdale ; alors l'épaisseur de copeau varie à partir du premier contact entre la dent et la matière jusqu' à la fin de la séquence de coupe de la dent. Cette variation est toujours périodique et peut être

approximée par un mouvement circulaire. Une autre différence importante du fraisage est la direction du mouvement de coupe. Deux modèles différents en concordance et en opposition peuvent être utilisés dans l'opération du fraisage périphérique. Dans le fraisage en concordance, l'opération de coupe commence à partir de la surface de la pièce au point où l'épaisseur du copeau est maximale. A la fin du mouvement de coupe de la dent, l'épaisseur de copeau diminue jusqu'à zéro. Ce type d'opérations de fraisage est recommandé pour éviter les vibrations d'usinage et obtenir une bonne surface de finition. Dans le fraisage en opposition, l'opération de coupe commence à partir d'une épaisseur de copeau minimale et cette dernière augmente jusqu'à la fin de coupe. Cette opération est utilisée pour avoir une longue durée de vie de l'outil.

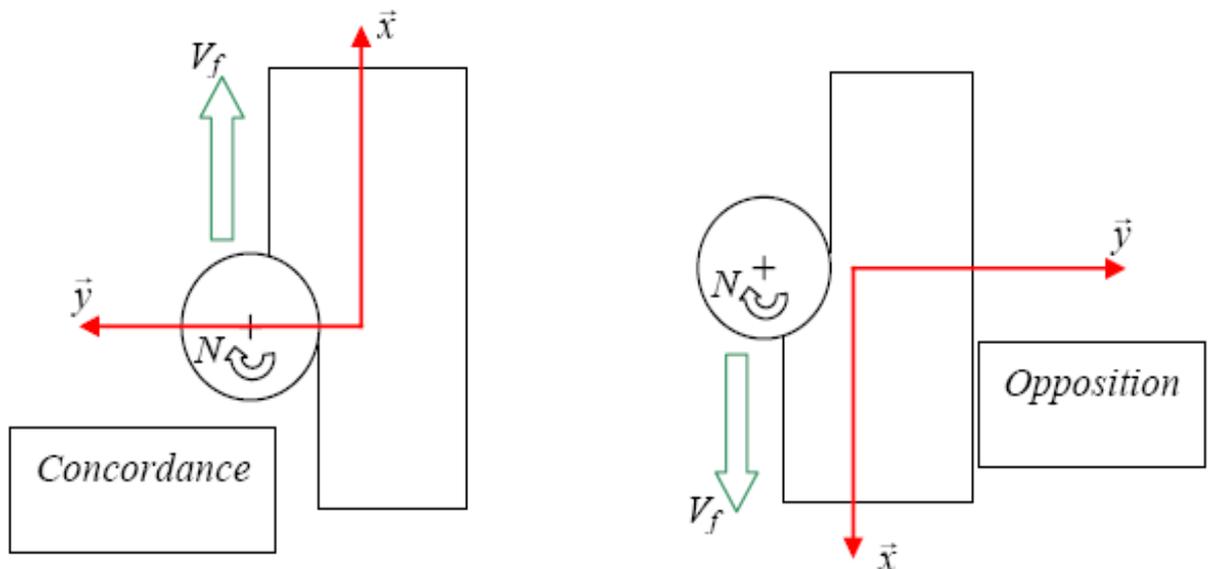


Figure.II.1. Configurations du fraisage en concordance et en opposition, [6].

II.3. Etat de l'art de l'étude de la dynamique de la coupe en fraisage

II.3.1.L'analyse analytique modale

Les machines outils ont plusieurs degrés de liberté dans de différentes directions. Les vibrations entre l'outil et la surface générée de la pièce sont d'un intérêt principal, puisque elles influent la qualité de surface, l'épaisseur du copeau enlevé et les forces de coupe excitant la machine outil,[9].

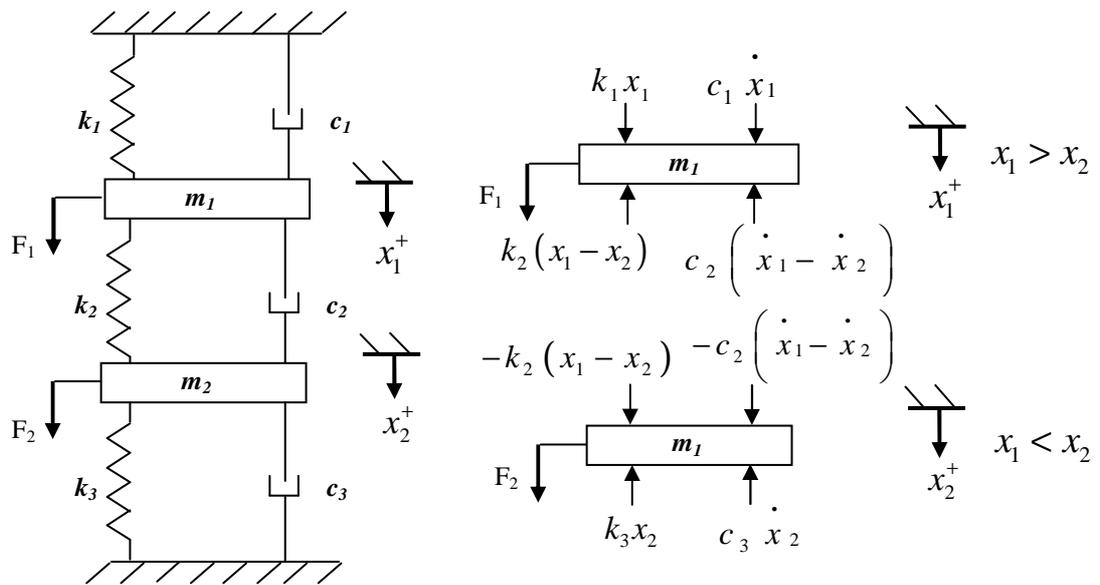


Figure. II.2. Le modèle mathématique d'un système à deux degré de liberté, [9].

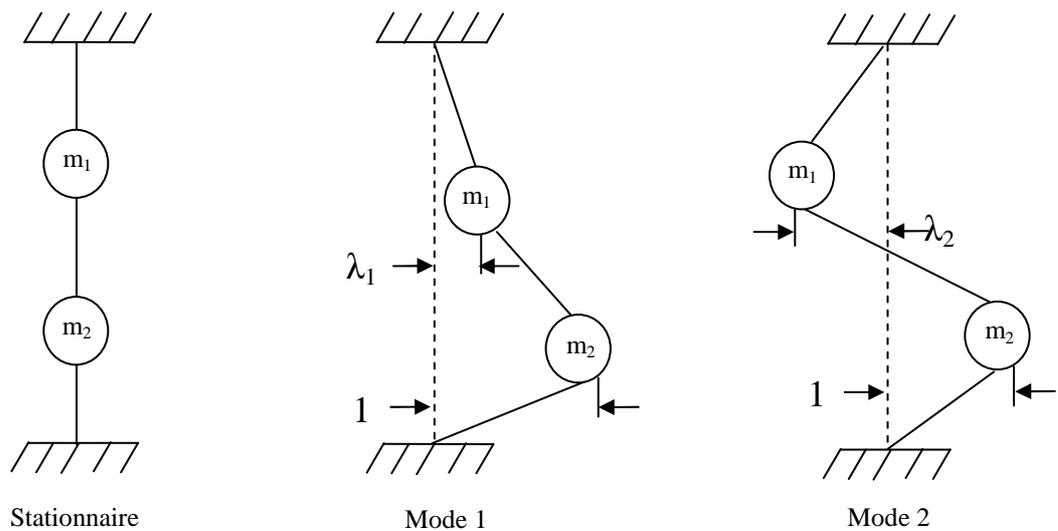


Figure. II.3. Les formes modales pour un système à deux degré de liberté, [9].

A partir du deuxième principe de Newton, les équations du mouvement pour les masses m_1 et m_2 dans les coordonnées locales ou mesurées (x_1, x_2) peuvent être écrites comme suit :

$$m_1 \ddot{x} = F_1 - c_1 \dot{x}_1 - c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2) \tag{II.1}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_2 - c_2 \left(\dot{x}_2 - \dot{x}_1 \right) - k_2 (x_2 - x_1) - k_3 x_2 - c_3 \dot{x}_2 \quad (\text{II.2})$$

Arrangeant les équations sous forme matricielle, on obtient :

$$[M_x]\{\ddot{x}\} + [C_x]\{\dot{x}\} + [K_x]\{x\} = \{F\} \quad (\text{II.3})$$

Ou les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement sont respectivement:

$$[M_x] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, [k_x] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}, [C_x] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Le vecteur de déplacement $\{x\}$ et le vecteur de force $\{F\}$ sont définis comme suit :

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}, \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}. \quad (\text{II.5})$$

La solution de l'ensemble des équations différentielle est premièrement obtenue pour le cas des vibrations libres non amorties ($c_1=c_2=c_3=0$) et ($\{F\}=0$) :

$$[M_x]\{\ddot{x}\} + [K_x]\{x\} = \{0\} \quad (\text{II.6})$$

Le système non amortie a une solution générale de la forme :

$$\{x(t)\} = \{X\} \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.7})$$

où $\{X\}$ et ψ sont des constantes et ω la fréquence propre du système.

Substituant le vecteur de déplacement et sa deuxième dérivée comme un vecteur d'accélération $\{\ddot{x}\} = -\omega^2 \{X\} \sin(\omega t + \psi)$, l'équation (II.6) devient :

$$([K_x] - \omega^2 [M_x])\{X\} = \{0\} \quad \text{(II.8)}$$

Sous forme matricielle, on écrit :

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - \omega^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Pour obtenir une solution non triviale de ces équations algébriques simultanément, il faut que leurs déterminants soit nul.

En posant $s = \omega^2$, on a :

$$\begin{vmatrix} k_1 + k_2 - sm_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - sm_2 \end{vmatrix} = 0$$

ou bien :

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad \text{(II.9)}$$

Où n est le nombre de degré de liberté du système. Pour un système à deux degrés de liberté, on écrit :

$$s^2 - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2 + k_3}{m_2} \right) s + \frac{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3}{m_1 m_2} = 0$$

Ce polynôme a deux valeurs réelles de s : $s_1 = \omega_{n1}^2$ et $s_2 = \omega_{n2}^2$ où ω_{n1} et ω_{n2} sont les fréquences propres du système. En superposant la contribution de chaque solution, nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_1 \sin(\omega_{n1}t + \psi_1) + \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}_2 \sin(\omega_{n2}t + \psi_2) \quad (\text{II.10})$$

où $\{p\}_{1,2} = \{X_1, X_2\}_{1,2}^T$ sont les vecteurs propres associés avec la fréquence propre principale (ω_{n1}) et la seconde pulsation propre (ω_{n2}) respectivement. X_{ik} est le déplacement du nœud i et ψ_k est la phase attribuée par le mode propre k . La solution de l'équation (II.8) donne seulement le rapport des amplitudes à chaque nœud. Il est usuel de normaliser les modes en respectant une coordonnée de référence (par exemple X_2). En substituant ω_{n1} et ω_{n2} dans l'équation (II.8), nous obtenons :

$$\left(\frac{X_1}{X_2} \right)_1 = \lambda_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2 - \omega_{n1}^2 m_1} = \frac{k_2 + k_3 - \omega_{n1}^2 m_2}{k_2}$$

$$\left(\frac{X_1}{X_2} \right)_2 = \lambda_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2 - \omega_{n2}^2 m_1} = \frac{k_2 + k_3 - \omega_{n2}^2 m_2}{k_2}$$

En substituant $\lambda_{1,2} = \left(\frac{X_1}{X_2} \right)_{1,2}$ et en posant $X_{21} = Q_1$ et $X_{22} = Q_2$ dans l'équation des

vibrations transitoires (équation (II.10)), on obtient :

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \sin(\omega_{n1}t + \psi_1) \\ Q_2 \sin(\omega_{n2}t + \psi_2) \end{Bmatrix}$$

Qu'on peut l'écrire sous forme vectorielle :

$$\{x(t)\} = \begin{bmatrix} \{P\}_1 & \{P\}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = [P]\{q(t)\} \quad (\text{II.11})$$

Où $\{P\}_1 = \{\lambda_1 \ 1\}^T$ et q_1 sont la première forme modale et le déplacement modal contribué par le premier mode. Le nombre naturel du mode cause un de déplacement qui vaut l'unité à la masse m_2 et un déplacement λ_1 à la masse m_1 . $[P]$ est la matrice modale complète de dimension $[n \times n]$ pour un système de n degrés de liberté. Cependant ce n'est pas nécessaire que la matrice modale soit carrée. Le nombre de rangés est égal au nombre des coordonnées des points sur la machine d'usinage, et chaque colonne représente un mode.

Puisque les modes sont orthogonaux, ils ont les propriétés suivantes :

$$\{P\}_1^T [M_x] \{P\}_2 = 0$$

$$\{P\}_1^T [M_x] \{P\}_1 = m_{q1}$$

où m_{q1} est la masse modale associée avec le premier mode. Lorsque le principe d'orthogonalité est appliqué de la même manière pour le reste des formes modales, les matrices de masse et de rigidité locales sont transférées dans les coordonnées modales :

$$\left. \begin{aligned} [M_q] &= [P]^T [M_x] [P] \\ [K_q] &= [P]^T [K_x] [P] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.12})$$

Les matrices de la masse modale résultante ($[M_q]$) et de la rigidité modale ($[K_q]$) sont diagonales et chaque élément diagonal représente la masse ou bien la rigidité modale. Il est à noter que lorsque le système a un amortissement proportionnel (c'est-à-dire $[C_x] = \alpha_1 [M_x] + \alpha_2 [K_x]$, α_1 et α_2 sont des constantes empiriques). La matrice d'amortissement modale transformée $[C_q]$ est aussi diagonale, c'est-à-dire :

$$[C_q] = [P]^T [C_x] [P] \quad (\text{II.13})$$

En appliquant les transformations modales à l'équation (II.3), nous obtenons les équations du mouvement dans les coordonnées modales :

$$\begin{bmatrix} m_{q1} & 0 \\ 0 & m_{q2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{q1} & 0 \\ 0 & c_{q2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{q1} & 0 \\ 0 & k_{q2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

En notation vectorielle, on écrit:

$$[M_q] \{\ddot{q}\} + [C_q] \{\dot{q}\} + [K_q] \{q\} = \{0\} \quad (\text{II.14})$$

Si on considère les vibrations libres du premier mode, par exemple :

$$m_{q1} \ddot{q}_1 + c_{q1} \dot{q}_1 + k_{q1} q_1 = 0$$

Ils ont une solution de la forme:

$$q_1(t) = Q_1 e^{-\xi \omega_{n1} t} \sin(\omega_{n1} \sqrt{1 - \xi^2} t + \psi_1)$$

où le rapport d'amortissement modal est $\xi_1 = c_{q1} / (2\sqrt{k_{q1} m_{q1}})$ et Q_1 est calculé à partir des conditions initiales. Après la résolution des déplacements des coordonnées modales, les vibrations dans les coordonnées locales peuvent être facilement obtenues par les transformations modales dans les coordonnées locales (équation **(II.11)**): $(\{x(t)\}) = [P]\{q\}$. Lorsque la transformation est appliquée pour le système à deux degrés de liberté par exemple, les déplacements locaux deviennent :

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}$$

En appliquant les mêmes transformations modales aux deux côtés des équations du mouvement pour les vibrations forcées (équation **(II.3)**), le vecteur de force $\{F\}$ peut être transformé dans les coordonnées modales :

$$\{R\} = [P]^T \{F\} \quad \text{(II.15)}$$

Les expressions des vibrations forcées dans les coordonnées modales deviennent :

$$[M_q]\{\ddot{q}\} + [C_q]\{\dot{q}\} + [K_q]\{q\} = \{R\} \quad \text{(II.16)}$$

Lorsque les transformations sont appliquées à un système à deux degrés de liberté, nous obtenons :

$$m_{q_1} \ddot{q}_1 + c_{q_1} \dot{q}_1 + k_{q_1} q_1 = R_1$$

$$m_{q_2} \ddot{q}_2 + c_{q_2} \dot{q}_2 + k_{q_2} q_2 = R_2$$

La fonction de transfert est exprimée dans les coordonnées modales pour chaque mode k :

$$|\Phi_{q,k}(\omega)| = \left| \frac{q_k}{R_k} \right| = \frac{1}{k_{qk}} \frac{1}{\sqrt{(1-r_k^2)^2 + (2\xi_k r_k)^2}} \quad (\text{II.17})$$

$$\phi_k = \tan^{-1} \frac{-2\xi_k r_k}{1-r_k^2}$$

ϕ_k : représente la phase.

où le rapport des fréquences est $r_k = \omega/\omega_{nk}$. Pour l'exemple à deux degrés de liberté les déplacements modaux peuvent être exprimés comme suit:

$$\begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{q_1} & 0 \\ 0 & \Phi_{q_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}$$

En utilisant une forme matricielle généralisée:

$$\{q\} = [\Phi_q] \{R\} \quad (\text{II.18})$$

où Φ_q est la fonction de transfert diagonale modale. En substituant $\{R\} = [P]^T \{F\}$ et $\{x\} = [P]\{q\}$ dans l'équation (II.18), nous obtenons les vibrations dans les coordonnées locales :

$$\{x\} = [P] [\Phi_q] [P]^T \{F\} \quad (\text{II.19})$$

ou bien :

$$\{x\} = \left(\sum_{k=1}^n \{P\}_k \{P\}_k^T \Phi_{q,k} \right) \{F\} \quad (\text{II.20})$$

où $\{P\}_k$ est le vecteur propre pour le mode k et n le nombre de degrés de liberté. Par conséquence les vibrations forcées harmoniques pour chaque coordonnée peuvent être calculées en utilisant la forme modale $\{P\}_k$, les fonctions de transfert modales Φ_{qk} et le vecteur de force extérieure $\{F\}$. Si la force extérieure est $\{F\} = \{F_1 \sin(\omega t) \ 0\}$, les vibrations mesurées dans les coordonnées locales x_1 et x_2 seront:

$$\frac{x_1(\omega)}{F_1(\omega)} = \lambda_1^2 \Phi_1 + \lambda_2^2 \Phi_{q2} \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{x_2(\omega)}{F_2(\omega)} = \lambda_1 \Phi_1 + \lambda_2 \Phi_{q2} \quad (\text{II.22})$$

II.3.2. La méthode de Altintas et Budak

Altintas et Budak [2] étendent leur étude au fraisage et à la modélisation du broutement faite par Tobias. Ils étudient une opération de fraisage de profil d'une pièce rigide par un outil flexible, qui est modélisé dans chacune des directions du plan de coupe par un système masse ressort amortisseur, **figure. II.4**. Le système est infiniment rigide suivant l'axe de rotation et les déplacements x et y de l'outil suivant les directions X et Y sont régis par les équations dynamiques suivantes :

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + b_x \dot{x} + k_x x = F_{cx} \\ m_y \ddot{y} + b_y \dot{y} + k_y y = F_{cy} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

où F_{cx} et F_{cy} sont les composantes de l'effort de coupe suivant X et Y.

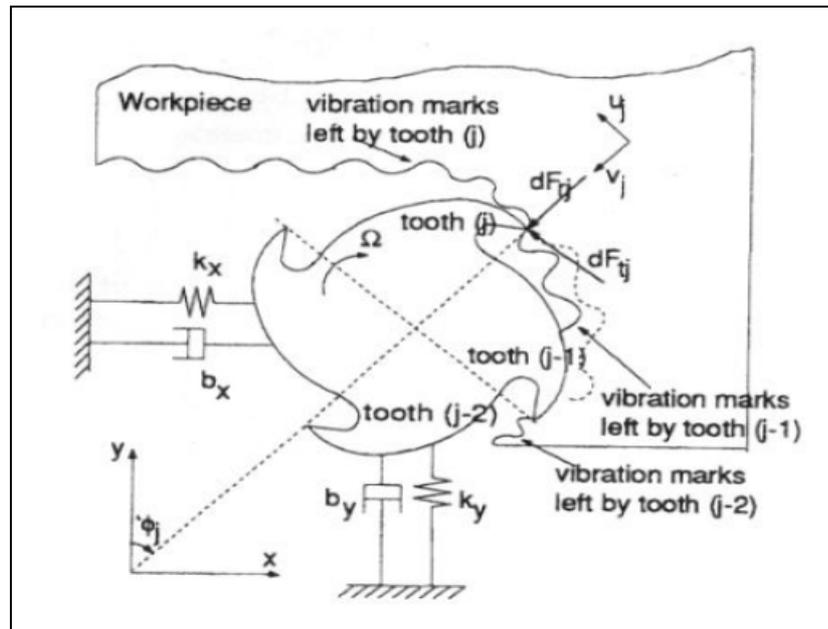


Figure. II.4. Modèle dynamique de l'usinage proposé par Altintas et Budak, [2].

L'effort de coupe exercé sur chaque dent est modélisé par une composante radiale dF_r et une composante tangentielle dF_t toutes les deux linéairement dépendantes de la profondeur de passe b , de l'épaisseur de copeau h et de coefficients spécifiques de coupe K_s et K_r qui sont données par les relations :

$$\begin{cases} dF_t = K_s \cdot b \cdot h \\ dF_r = K_r \cdot dF_t \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

K_s et K_r sont généralement déterminés expérimentalement, par exemple dans notre travail on s'est basé sur des valeurs des coefficients spécifiques de coupe qui sont déterminées expérimentalement (voir chapitre III).

L'épaisseur de copeau instantanée h , qui correspond à la distance entre l'arête de coupe et la surface usinée mesurée suivant la direction radiale, est la somme d'une composante

cinématique dépendant de la position angulaire θ de la dent et de l'avance par dent f ; et d'une composante dynamique qui est une fonction de l'actuelle flexion radiale de l'outil $r(t)$ et de sa déflexion au précédent passage de la dent $r(t-\tau)$:

$$h(t) = f \sin(\theta) + r(t) - r(t-\tau) \quad (\text{II.25})$$

où τ est la période de passage des dents. La déflexion instantanée $r(t)$ dépend des positions de la pièce :

$$r(t) = x(t) \sin(\theta) + y(t) \sin(\theta) \quad (\text{II.26})$$

L'écriture sous forme vectorielle de l'équation (II.24) sur les axes X et Y, après substitution de h et de r par leurs expressions données dans (II.25) et (II.26), permet d'obtenir :

$$F_c(t) = \frac{1}{2} b K_s [\underline{A}(t) \cdot (X(t) - X(t-\tau)) + C(t)] \quad (\text{II.27})$$

où $F_c(t)$ et $X(t)$ sont respectivement les vecteurs des efforts de coupe $\{F_{cx}, F_{cy}\}^T$ et des déplacements $\{x, y\}^T$, et $\underline{A}(t)$ et $C(t)$ des fonctions périodiques de période τ . L'intégration de cette expression dans l'équation de mouvement (II.24) donne :

$$\underline{M} \ddot{X} + \underline{C} \dot{X}(t) + \underline{K} X(t) = \frac{1}{2} b K_s [\underline{A}(t) \cdot (X(t) - X(t-\tau)) + C(t)] \quad (\text{II.28})$$

Cette équation s'apparente à celle obtenue en tournage, équation (I.14) et admet une solution triviale $X_0(t)$ périodique de période τ , qui vérifie :

$$\underline{M} \ddot{X}_0(t) + \underline{C} \dot{X}_0(t) + \underline{K} X_0(t) = \left[\frac{1}{2} b K_s C(t) \right] \quad (\text{II.29})$$

Cette solution est le régime vibratoire forcé, provoqué par la variation périodique des efforts de coupe. Elle est périodique de période τ . En effectuant le changement de variable $U = X - X_0$, l'équation (II.29) devient :

$$\underline{M}\ddot{U}(t) + \underline{C}\dot{U}(t) + \underline{K}U(t) = \frac{1}{2} b K_s \underline{A}(t) \cdot (U(t) - U(t - \tau)) \quad (\text{II.30})$$

L'étape suivante consiste à décomposer la fonction périodique $\underline{A}(t)$ de fréquence $\omega = 1/\tau$ en série de Fourier :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{A}(t) = \sum_{n_r = -\infty}^{n_r = +\infty} \underline{A}_r e^{i r \omega t} \\ \underline{A}_r = \frac{1}{\tau} \int_0^T \underline{A}(t) \cdot dt \end{array} \right. \quad (\text{II.31})$$

Le nombre d'harmoniques n_r à prendre en compte pour représenter précisément $\underline{A}(t)$ dépend des conditions d'engagement de l'outil dans la matière et du nombre de dents. Altintas et Budak proposent en première approximation de ne retenir que le terme d'ordre zéro (\underline{A}_0), ce qui conduit au système linéaire suivant :

$$\underline{M}\ddot{U}(t) + \underline{C}\dot{U}(t) + \underline{K}U(t) = \frac{1}{2} b K_s \underline{A}_0 \cdot (U(t) - U(t - \tau)) \quad (\text{II.32})$$

La résolution de ce système se fait alors dans le domaine fréquentiel en appliquant la transformée de Laplace. Les lobes de stabilité sont tracés en fonction de la vitesse de rotation et de l'engagement axial. Pour valider leurs hypothèses simplificatrices, les auteurs comparent les lobes calculés analytiquement avec leur méthode à ceux obtenus par simulation numérique en résolvant directement le système non linéaire (II.28). Cette comparaison se fait sur une opération analogue à celle illustrée dans la **figure.II.4**. L'outil possède 8 dents et l'engagement radial est égal au rayon. Dans cette configuration, la résolution analytique donne des résultats très proches de la simulation numérique. Cependant, les auteurs font remarquer

que leur simplification est valable principalement pour les opérations d'usinage où la coupe est très peu discontinue (grand nombre de dents et engagement radial important).

Dans le cas de la coupe assez discontinue la prise en compte d'un seul harmonique devient alors insuffisante. Cette limite a été mise en évidence expérimentalement par Arnaud et Dessein [5] dans une étude consacrée à des usinages avec un très faible taux de coupe. Par ailleurs, Lapujoulade [2] a montré que, dans ces conditions, la solution ne convergeait pas malgré la prise en compte de plusieurs harmoniques.

Cette méthode ne se révèle donc pas adaptée à l'étude des opérations de finition en usinage de profil. Par contre, elle trouve entièrement sa place pour les usinages de faces dans lesquels les efforts sont beaucoup plus lisses. Ainsi Jensen et Shin [2] ont appliqué cette méthode à ce type d'opération. Leur modélisation permettant par ailleurs d'étudier des systèmes ayant des flexibilités dans les trois directions.

Campomanes [2] a proposé une autre application intéressante de cette méthode sur les fraises ravageuses qui, en raison de leur géométrie particulière peuvent, faire intervenir plusieurs valeurs de déphasage τ dans l'équation (II.28). Cette particularité est avancée pour expliquer la plus grande stabilité de la coupe avec ces fraises.

Altintas et al [2] ont appliqué cette méthode aux outils ayant une répartition non uniforme des dents. Là encore, l'existence de différentes phases permet d'accroître la stabilité.

Cette méthode a par ailleurs trouvé des applications commerciales dans les logiciels CUTPRO et MILSIM d'aide au choix des conditions de coupe. Ces logiciels sont couplés à un système d'analyse modale servant à mesurer la fonction de transfert à l'extrémité de l'outil. Les caractéristiques modales sont saisies dans ces logiciels afin de calculer les lobes. Si l'outil présente plusieurs modes propres, le logiciel détermine les lobes associés à chaque mode et la frontière globale est obtenue en superposant l'ensemble des lobes obtenus (**figure II.5**), [2].

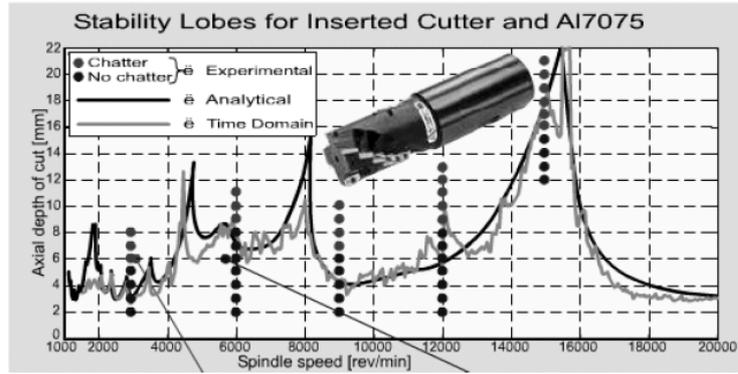


Figure II.5. Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes, [2].

II.3.3. Méthode de la semi discrétisation SD

La méthode de semi discrétisation basée sur la discrétisation des termes retardés de l'équation de la dynamique a été introduite par Insepger et Stépan,[1]. L'application de ce principe au fraisage est expliquée par Hartung et al. et Gradišek et al. [1].

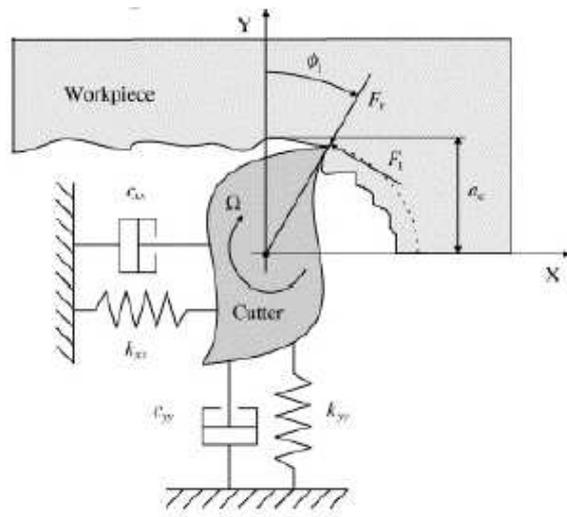


Figure II.6. Modélisation du système d'usinage en régime dynamique, [1].

L'équation de la dynamique prise en compte reste inchangée par rapport à la méthode analytique.

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = a_p \underbrace{K_t A(t)}_{F(t)} (X(t) - X(t-T)) \tag{II.33}$$

avec :

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{z-1} -g_j [\sin(2\Phi_j) + k_r(1 - \cos(2\Phi_j))] & \sum_{j=0}^{z-1} -g_j [(1 + \cos(2\Phi_j) + k_r \sin(2\Phi_j))] \\ \sum_{j=0}^{z-1} g_j [(1 - \cos(2\Phi_j)) - k_r \sin(2\Phi_j)] & \sum_{j=0}^{z-1} g_j [\sin(2\Phi_j) + k_r(1 + \cos(2\Phi_j))] \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

$$\text{et } T = \frac{60}{N\Omega}$$

Par la suite pour simplifier l'écriture, nous poserons : $Q(t) = -a_p k_t A(t)$ (II.35)

C'est la méthode de résolution qui diffère de la méthode analytique. Le but de la semi discrétisation consiste à discrétiser le terme retardé de l'équation qui est ici $X(t-T)$. L'objectif est de transformer le système d'équation différentielle retardée non autonome (II.33), en une série d'équations différentielles autonomes dont les solutions sont connues.

Dans un premier temps, il faut construire un intervalle de division temporel. Ainsi, on choisi un pas de temps de discrétisation $\Delta t = T/m$, avec m un entier qui représentera la finesse de la discrétisation.

La semi- discrétisation du système s'effectue en approximant le terme retardé et le coefficient de coupe périodique, ce qui permet d'écrire:

- $\Delta t = [t_i, t_{i+1}]$
- $X(t-T) \approx \frac{1}{2} (X(t_{i-m+1}) + X_{i-m})$
- $Q(t) \approx Q(t_i) = Q_i$

L'équation (II.33) discrétisée devient :

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + (K + Q_i) X(t) = \frac{Q_i}{2} (X(t_{i-m+1}) + X_{i-m}) \quad (\text{II.36})$$

La transformation de Cauchy permet d'écrire l'équation sous la forme :

$$\dot{u}(t) = W_i u(t) + V_i (u_{i-m+1} + u_{i-m}) \quad \text{où} \quad u(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.37})$$

avec :

$$W_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_n^2 - \frac{wh_{xxi}}{mt} & -\frac{wh_{xyi}}{mt} & -2\xi\omega_n & 0 \\ -\frac{wh_{yxi}}{mt} & -\omega_n^2 - \frac{wh_{yyi}}{mt} & 0 & -2\xi\omega_n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad V_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{wh_{xxi}}{m_t} & \frac{wh_{xyi}}{m_t} & 0 & 0 \\ \frac{wh_{yxi}}{m_t} & \frac{wh_{yyi}}{m_t} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour la condition initiale $u(t_i) = u_i$ la solution de l'équation est de la forme :

$$u(t) = e^{W_i(t-t_i)} (u_i + W_i^{-1} V_i (u_{i-m+1} + u_{i-m})) - W_i^{-1} V_i (u_{i-m+1} + u_{i-m}) \quad (\text{II.38})$$

en substituant $t=t_{i+1}$, et $u(t_{i+1})=u_{i+1}$, ils obtiennent alors :

$$u_{i+1} = \underbrace{e^{W_i \Delta t}}_{P_i} u_i + \underbrace{(e^{W_i \Delta t} + I) W_i^{-1} V_i}_{R_i} (u_{i-m+1} + u_{i-m}) \quad (\text{II.39})$$

Afin d'avoir la relation entre les $i^{\text{ème}}$ termes et les $i^{\text{ème}+1}$ termes, l'équation (II.39), devient :

$$v_{i+1} = Z_i v_i$$

$$v_i = \begin{pmatrix} u_i \\ u_{i-1} \\ \vdots \\ u_{i-m} \end{pmatrix} \text{ et } Z_i = \begin{bmatrix} P_i & 0 & 0 & \cdots & 0 & R_i & R_i \\ I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I & 0 \end{bmatrix}$$

avec la matrice de transition Φ de Floquet sur la période \mathbf{T} qui est obtenue en couplant les solutions de m périodes de temps successives : $\Phi = Z_{m-1} Z_{m-2} \cdots Z_1 Z_0$

La stabilité du système est déterminée, sur une période T , par la valeur du module des valeurs propres de Φ . Le système est stable si tous leurs modules sont inférieurs à 1. Il existe deux types d'instabilité : le broutement quasi-périodique et le broutement périodique, [1].

Insperger et al. [10] ont prédit le broutement pour un système à deux degré de liberté (2 DDL) de fraisage par la méthode de semi discrétisation. La pièce est considérée flexible et l'outil rigide. Ils ont utilisé un système avec une force non linéaire et ont obtenu une équation de mouvement circulaire. Ils ont construit les graphes de stabilité pour différentes valeurs de rigidité dans les directions X et Y. Ils ont montré que le cas de 2 DDL ne peut pas être obtenu par l'intermédiaire de recouvrement pure des diagrammes des deux cas d'un seul degré de liberté.

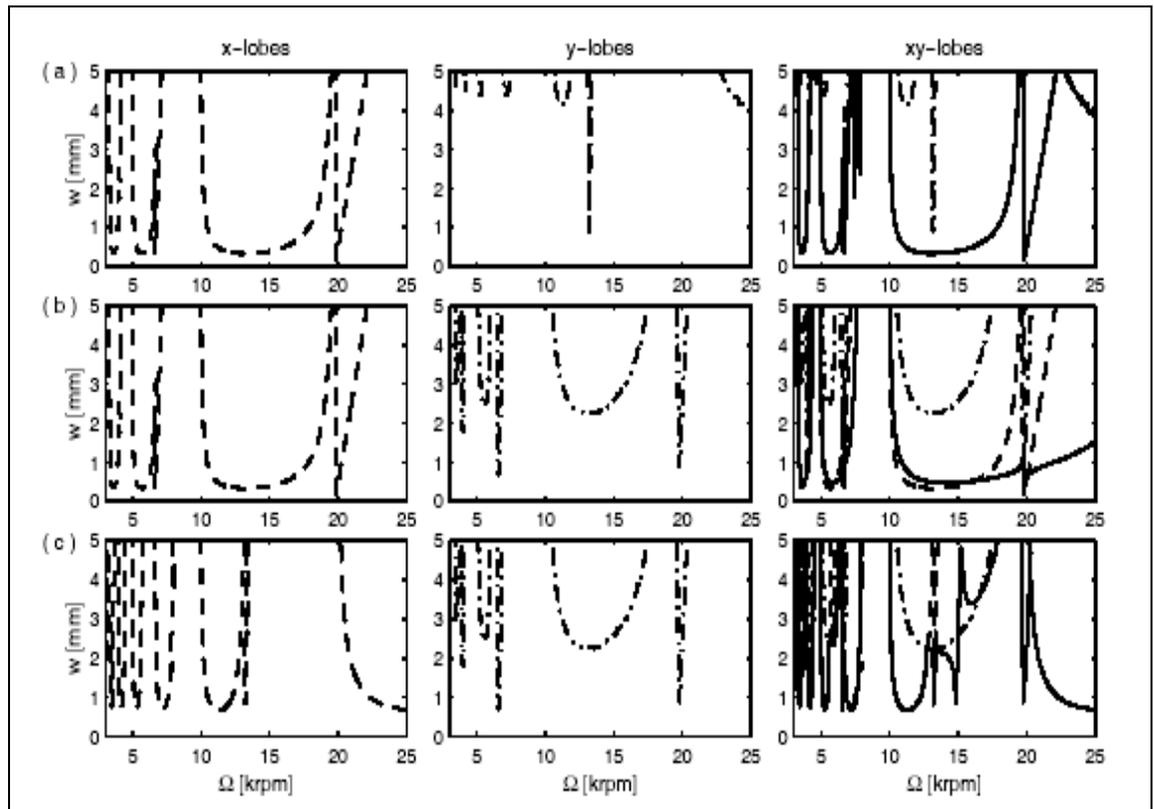


Figure .II.7. Les lobes de stabilité pour un engagement radial de 10% dans le cas du fraisage en opposition, [10].

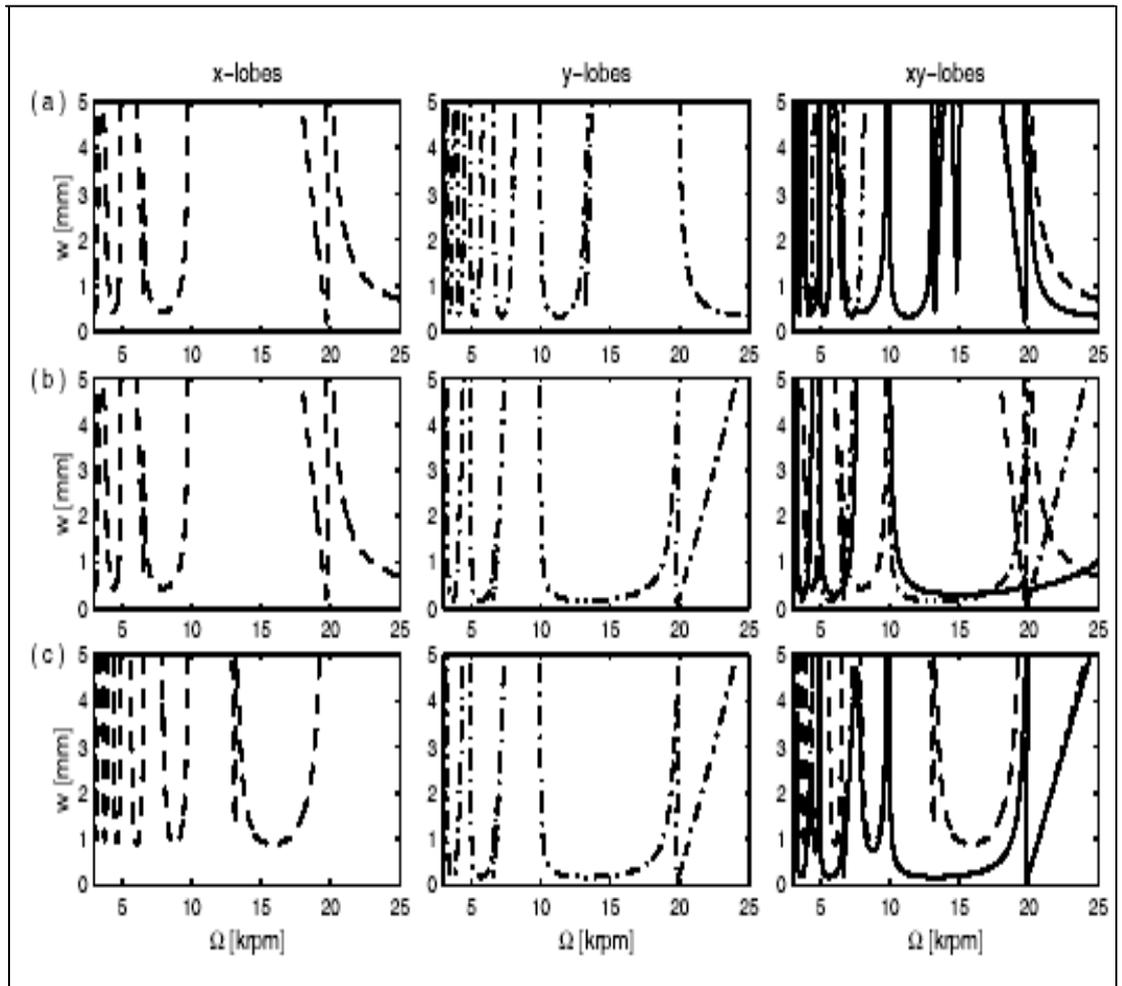


Figure II.8. Les lobes de stabilité pour un engagement radial de 10% dans le cas de fraisage en concordance, [10].

Lors d'une étude, F. Hartung et al [1] montrent la différence entre la discrétisation complète et partielle. La différence la plus importante est qu'avec la semi discrétisation seul les termes périodiques et retardés sont discrétisés. Comme le montre la **figure II.9** et la **figure II.10**, la méthode de discrétisation complète nécessite un pas de temps m beaucoup plus petit pour converger, ce qui génère des temps de calcul plus long. De plus, lors du calcul des lobes de stabilité, la méthode complète ne converge pas même avec des pas de temps très petits (pour $m=500$).

La convergence de la méthode de semi discrétisation été étudiée aussi par J. Warmi et al. [11]. De plus ils ont montré que la semi- discrétisation préserve une stabilité asymptotique de l'équation originale par conséquence, elle peut être utilisée pour obtenir des bonnes approximations pour les diagrammes de stabilité.

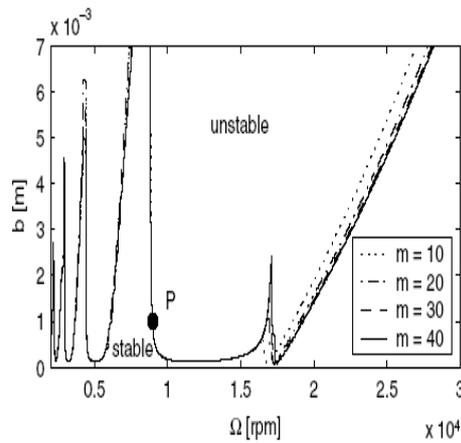


Figure.II.9. Les lobes de stabilités obtenues par la SD, [11].

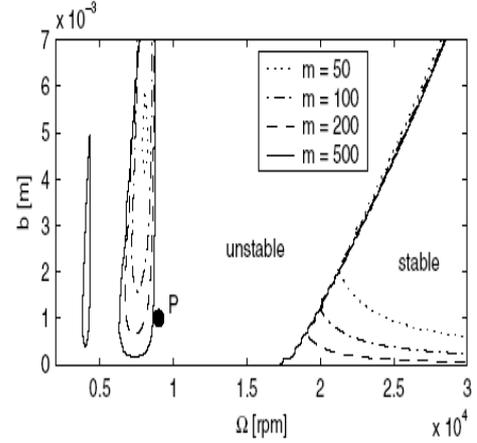


Figure.II.10. Les lobes de stabilités obtenues par la discrétisation complète, [11].

II.3.4. La méthode d'analyse par éléments finis temporels (FEAT)

Le comportement dynamique du processus est gouverné par l'équation :

$$M \ddot{\vec{X}}(t) + C \dot{\vec{X}}(t) + K \vec{X}(t) = K_c(t) b \left(\vec{X}(t) - \vec{X}(t-\tau) \right) + \vec{f}_0(t) b \quad (\text{II.40})$$

Puisque cette équation n'a pas de solution exacte, une solution approximative est recherchée pour comprendre le comportement du système. Une de ces techniques d'approximation utilisée pour les systèmes dynamiques est l'analyse par éléments finis temporels (FEAT : finite element analysis in time). Une carte linéaire discrète approximative est construite en utilisant les éléments finis temporels dans la coupe pour le tracé exacte de vibrations libres hors de la coupe. Le traçage est performant sur les composantes de déplacement et la vitesse de vibration. La formulation de la carte dynamique pour les systèmes à multi degrés de liberté suit complètement la procédure de discrétisation.

I.3.4.1. Vibration libre

Lorsque l'outil n'est pas en contact avec la pièce, le système est gouverné par l'équation de vibration libre. Les forces de coupe seront donc nulles.

$$M \ddot{\vec{X}}(t) + C \dot{\vec{X}}(t) + K \vec{X}(t) = 0 \quad (\text{II.41})$$

La solution exacte pour la vibration libre peut être écrite avec la matrice de transition d'état $\Phi(t_f + t_c, t_c)$, où t_c est le temps où l'outil quitte l'objet et t_f est la durée de vibration libre. La discrétisation exacte des composantes de déplacement et de vitesse peut être écrite en termes de la matrice de transition d'état comme :

$$\begin{Bmatrix} \vec{X}(t_f + t_c) \\ \dot{\vec{X}}(t_f + t_c) \end{Bmatrix} = \Phi(t_f + t_c, t_c) \begin{Bmatrix} \vec{X}(t_c) \\ \dot{\vec{X}}(t_c) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

II.3.4.2. Vibration durant la coupe

Quand l'outil est dans la matière, son mouvement est gouverné par l'équation différentielle retardée, puisque cette équation n'a pas une solution à forme fermée, Une solution approximative pour le déplacement d'outil est assumée pour le $n^{\text{ième}}$ passage de la dent comme une combinaison linéaire de polynômes :

$$\vec{X}(t) = \sum_{i=1}^4 a_{ji} \phi_i(\sigma_j(t)) \quad (\text{II.43})$$

avec $\sigma_j = t - n\tau - \sum_{k=1}^{j-1} t_k$: la longueur du $k^{\text{ième}}$ élément (t_k) et les fonctions d'essai

$\Phi_i(\sigma_j(t))$ sont les polynômes d'Hermite cubiques qui sont définis par :

$$\phi_1(\sigma_j) = 1 - 3 \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^2 + 2 \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^3$$

$$\phi_2(\sigma_j) = t_j \left[\left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right) - 2 \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^3 \right]$$

$$\phi_3(\sigma_j) = 3 \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^2 - 2 \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^3$$

$$\phi_4(\sigma_j) = t_j \left[-2 \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_j}{t_j} \right)^3 \right]$$

Après le développement on obtient une matrice de transition $\Phi = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$ et les valeurs propres de cette matrice sont appelées les multiplicateurs caractéristiques (MC) et donnent une analogie discrète aux exposants caractéristiques, qui régissent la stabilité pour les systèmes continus. La condition de stabilité est que les modules des (MC) sont inférieurs à (1) pour une vitesse de rotation (Ω) et une profondeur de coupe (b) données pour un processus de fraisage, [12-13]. Bayly et al. [14] ont réalisé des expériences pour confirmer les prédictions de stabilité par la méthode (FEAT) pour un système à un seul degré de liberté.

Mann et al. [15] ont étudié le choix entre un modèle d'axe fixe typique et un modèle pour des éléments structurels rotatifs utilisant la méthode FEAT. Les investigations initiales des modélisations pratiques actuelles montrent une grande différence avec les études expérimentales. Cela a été une motivation pour les auteurs dans leur étude, qui est l'introduction d'un modèle de force non linéaire. Ils ont confirmé les études analytiques et numériques à travers des séries de tests expérimentaux de coupe. Les résultats principaux sont des régions instables additionnelles d'hystérésis dans le diagramme de bifurcation et aussi montrent la coexistence des attracteurs périodiques et quasi-périodiques qui sont confirmés par l'expérience [15].

Garg et al. [16] ont investigué deux techniques de FEAT, une méthode avec un seul élément (p- version) et une méthode avec multiples éléments (h- version), pour analyser la stabilité d'un système avec un coefficient du temps périodique et un temps de retard. Ce problème est appelé l'équation Mathieu amortie retardée (delayed damped Mathieu equation).

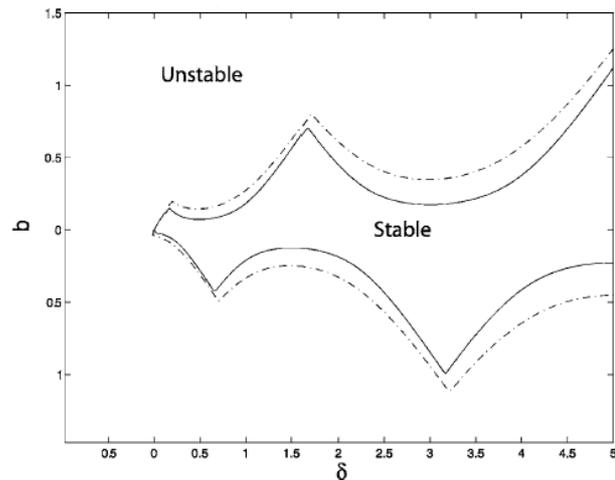


Figure. II.11. Les graphes de stabilité de l'équation Mathieu retardée pour deux valeurs du coefficient d'amortissement, [16].

II.3.5. Différence entre la méthode SD et la méthode FEAT

Insberger et al [17] ont utilisé deux méthodes analytiques pour la prédiction de la stabilité des opérations générales du fraisage : la méthode d'analyse par élément fini temporel et la méthode de semi discrétisation (SD). Les lobes montrés sur la **figure.II.13** montrent que la méthode (FEAT) est plus efficace que la méthode (SD). Il y a deux raisons pour ça : la première raison est que la méthode (FEAT) contient un calcul symbolique qui fait la procédure plus rapide, et la deuxième raison, est que la méthode (FEAT) discrétise le temps durant la coupe, alors que la méthode (SD) discrétise tout le domaine du temps indépendamment, si il est pendant la coupe ou non. Cependant l'effet est négligeable pour le fraisage à engagement élevé, quand le temps dans la coupe est large et la méthode (SD) peut être utilisée pour des cas plus généraux des temps de retard distribués ou de vitesses de coupe variables.

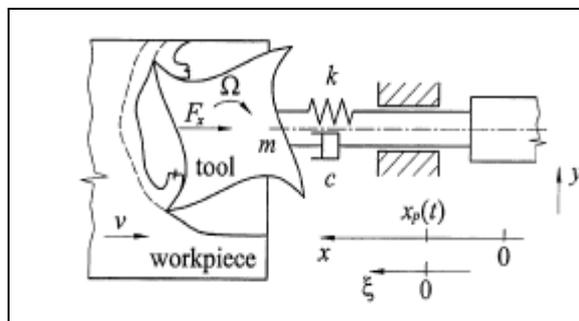


Figure.II.12. Modèle mécanique de processus de fraisage à un seul degré de liberté, [17].

La prédiction de stabilité montre que les zones d'instabilité pour le fraisage en opposition et en concordance sont presque inversées à faible immersion, [17].

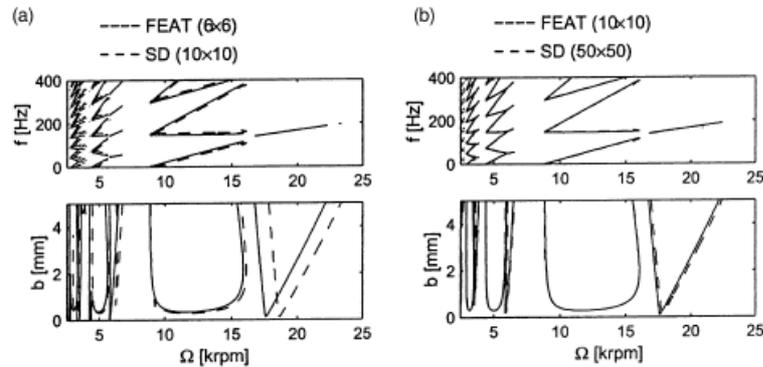


Figure.II.13. Les lobes de stabilité et les fréquences de broutement pour un engagement complet de fraisage, [17].

Ces résultats ont été vérifiés expérimentalement par Mann et al. [18] qui ont étudié la stabilité de la coupe discontinue pour un système à un seul degré de liberté. Les résultats confirment les prédictions théoriques obtenues.

II.3.6. Différence entre la méthode de SD et la méthode de Altintas et Budak

Gradisèka et al. [19] ont étudié la stabilité du système du fraisage à deux degrés de liberté. Ils ont estimé les limites de stabilité par l'utilisation de la méthode d'approximation d'ordre zéro ZOA (méthode de Altintas et Budak) et la méthode de semi discrétisation (SD). Les résultats obtenus sont similaires dans le cas des immersions élevées. Les résultats des deux méthodes se développent de plus en plus différemment quand l'immersion radiale diminue. La différence la plus significative est un ensemble additionnel de stabilité nommé la (filp bifurcation) qui est la cause de broutement de type périodique qui est démontré seulement par la méthode de semi discrétisation. Par opposition au broutement quasi- périodique causé par l'instabilité appelée (hopf bifurcation), les expériences confirment les prédictions de la méthode (SD).

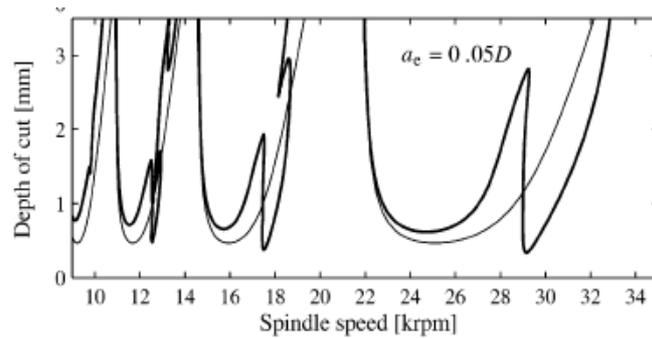


Figure. II.14. Les limites de stabilité pour le fraisage en concordance pour différents engagements radiaux prédits par la ZOA (mince) et SD (épais), [19].

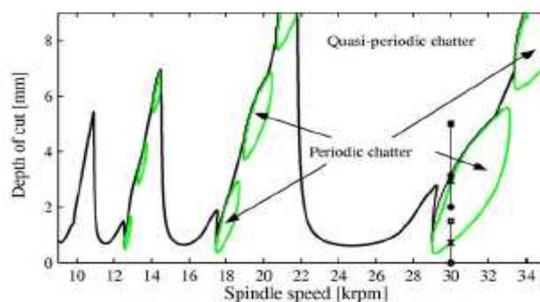


Figure. II.15. Les limites de stabilité pour le fraisage en opposition prédit par la méthode SD, [19].

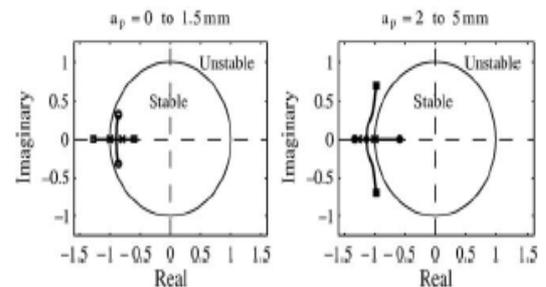


Figure .II.16. La trajectoire de la valeur propre, [19].

II.3.7. La méthode de collocation Chebychev

Butcher et al. ([20] et [21]) ont présenté une nouvelle technique pour l'étude des propriétés de la stabilité des systèmes dynamiques. Par l'utilisation de l'approximation polynomiale de Chebyshev décalée dans chaque intervalle du temps, la dynamique du système peut être réduite à un ensemble d'équations de différence linéaire pour, les coefficients de développement de Chebychev de vecteur d'état dans les intervalles précédent et actuel. Cela décrit une carte linéaire qui est «la matrice de transition de Floquet de dimension infinie U ». Cette méthode [21] conduit à une convergence rapide pour le multiplicateur de Floquet. Elle est flexible pour les systèmes avec multiples degrés de liberté et produit des graphes de stabilité avec une grande vitesse et une précision des paramètres.

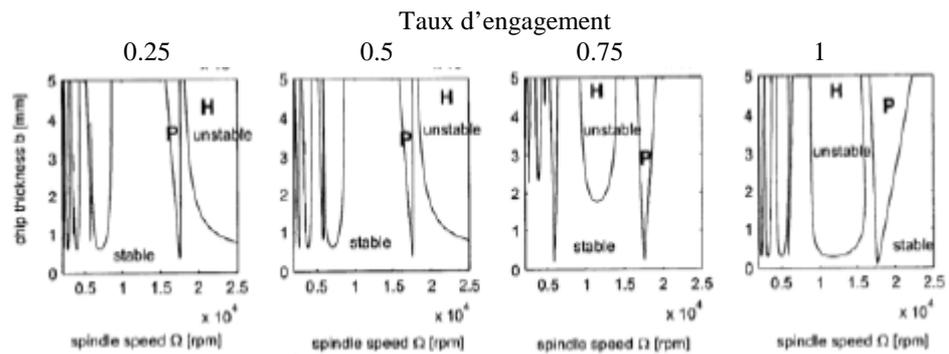


Figure.II.17. Les lobes de stabilité obtenus par la méthode de Chebychev, [21].

II.3.8. Modélisation de la coupe fortement discontinuée

Davies et al. ([22], [23], [24] et [25]) ont proposé une nouvelle théorie de stabilité pour l'usinage discontinu. La prédiction la plus importante de cette théorie est que le nombre des vitesses stables sera doublé, quand le rapport entre le temps dans la coupe et celui hors de la coupe (ρ) diminue. Ils ont anticipé que cette théorie sera applicable pour le choix optimal des paramètres d'usinage dans le fraisage périphérique à grande vitesse où la profondeur radiale de la coupe est seulement une petite fraction du diamètre de l'outil, [22]. Insperger et al. [22] confirment les résultats de Davies et al. [22]. Particulièrement, l'analyse de stabilité par Davis et al. [22] montre que le point fixe du modèle peut perdre sa stabilité de deux manières : soit par bifurcation « Neimark-Saker » ou par la bifurcation de période doublée.

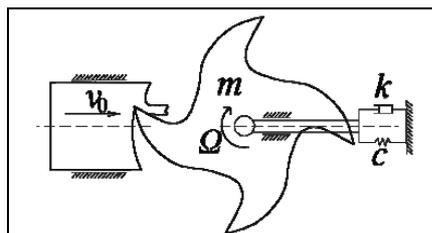


Figure.II.18. Le modèle mécanique pour le fraisage à grande vitesse, [25].

Stepan et al. [26] ont décrit un modèle, le plus simple possible, mais non linéaire de la coupe fortement discontinuée. L'analyse de bifurcation est effectuée le long de la stabilité limite reliée à la bifurcation à période doublée.

Lorsque la « flip bifurcation » s'avère être sous critique, l'existence de vibrations à période-2 instable n'explique pas les oscillations à période-2 stable présentées par les expériences effectuées pour le fraisage à grande vitesse. Globalement, l'attracteur à période double été trouvé dans les modèles analytiques du fraisage à faible engagement, mais sa

structure est en contradiction avec celle obtenue par les mesures. Cette contradiction est expliquée par les limitations de l'approche de petit paramètre dans le modèle du fraisage à engagement faible, [26].

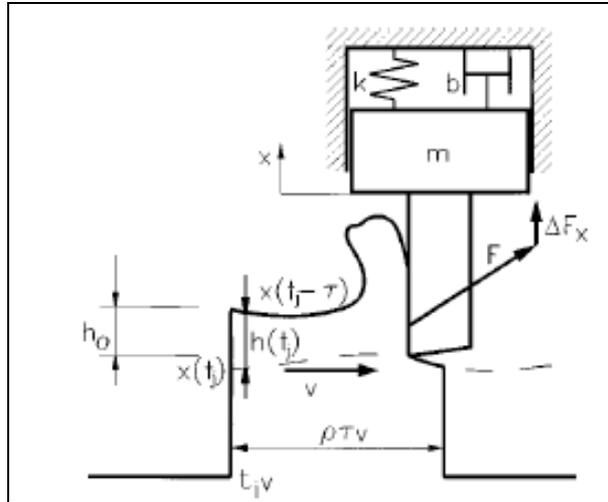


Fig. II.19 Le modèle mécanique de la coupe fortement discontinue, [26].

II.3.9. La fonction de transfert

La construction des diagrammes de lobes de stabilité pour une certaine combinaison broche/porte-outil/outil, se fait numériquement ou analytiquement en impliquant la connaissance de la dynamique au bout d'outil. Le point de la fonction de réponse en fréquence FRF (fonction de transfert) est celui qui relie le déplacement et la force dynamique [27].

Schmitz et al. [28] ont décrit le développement des diagrammes de la stabilité à trois dimensions. La réponse fréquentielle, du bout de l'outil qui est considéré comme une donnée du calcul des lobes de stabilité, est déterminée analytiquement en utilisant la méthode de RCSA (Receptance Coupling Substructure Analysis). Dans cette méthode, l'outil est modélisé comme une poutre d'Euler-Bernoulli, qui contient une longueur du porte à faux comme variable et qui est couplée à une mesure expérimental de la sous structure porte-outil/broche, à travers des paramètres de connexion empiriques.

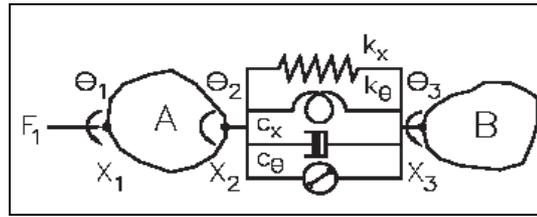


Figure.II.20. Le modèle outil/porte-outil/broche RCSEA avec les paramètres de connexion, [28].

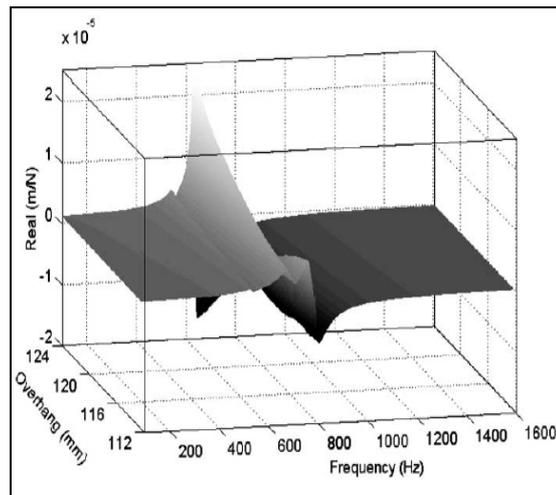


Figure.II.21. Le diagramme de la partie réelle de la FRF en 3D prédit par la méthode RCSEA, [28].

Erturk et al ([27] et [29]) ont représenté une méthode analytique utilisant la théorie de la poutre de Timoshenko, pour calculer la fonction de la réponse fréquentielle FRF (Frequency Response Function FRF) du bout de l'outil, pour une combinaison donnée, par l'utilisation des méthodes RCSEA.

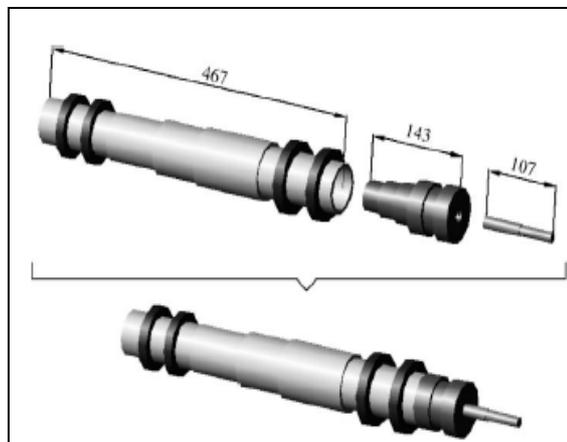


Figure.II.22. Les composantes du cas étudié et leur assemblage, [29].

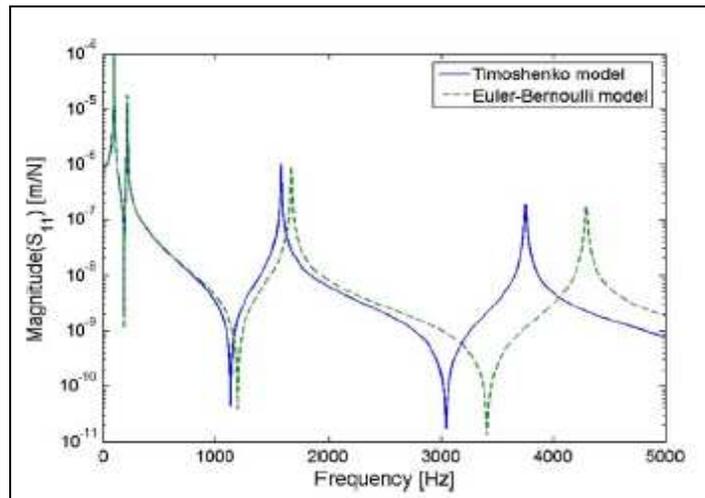


Figure.II.23. Le point FRF au bout de la broche (le porte-outil et l'outil ne sont pas connectés), [29].

Qu et al. [30] ont développé un modèle dynamique pour le broutement du fraisage de profil. L'outil de coupe est modélisé comme un modèle d'éléments finis d'une poutre de Timoshenko. Ils ont développé une analyse analytique de stabilité et ils ont comparé les lobes de stabilité obtenus à celles obtenues par l'analyse modale de la poutre de Bernoulli-Euler. Les résultats montrent que le modèle de la poutre de Timoshenko prévoit une région moins stable.

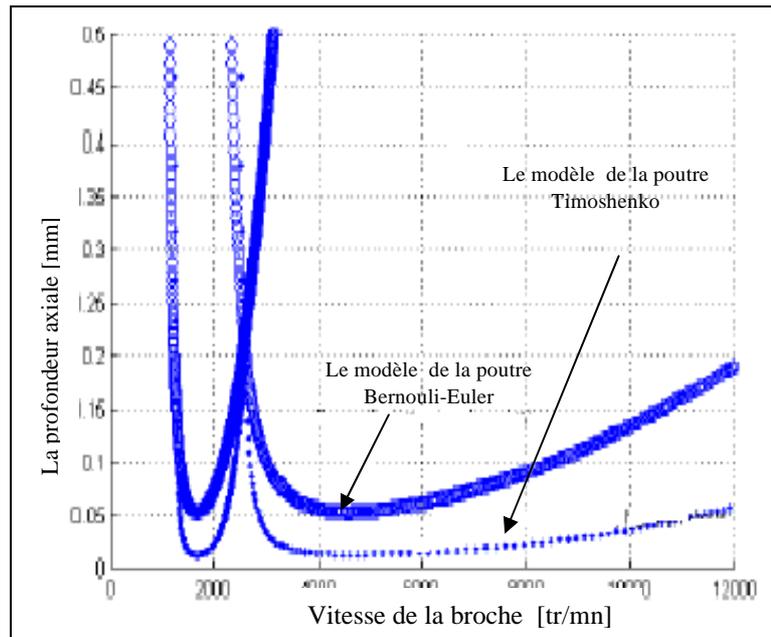


Figure.II.24. Les limites de stabilité, [29].

II.3.10. La prédiction du broutement dans le fraisage à grande vitesse avec effet gyroscopique

Movahhedy et Mosaddegh [31] ont utilisé un modèle d'élément finis pour modéliser la vitesse de rotation de la broche, le porte-outil et l'outil de coupe. Ils utilisent la théorie de la poutre de Timoshenko pour obtenir la fonction de transfert du système quand les termes gyroscopiques sont présents. Ils ont prouvé que les effets gyroscopiques font diminuer la profondeur de coupe dans le cas de fraisage à grande vitesse.

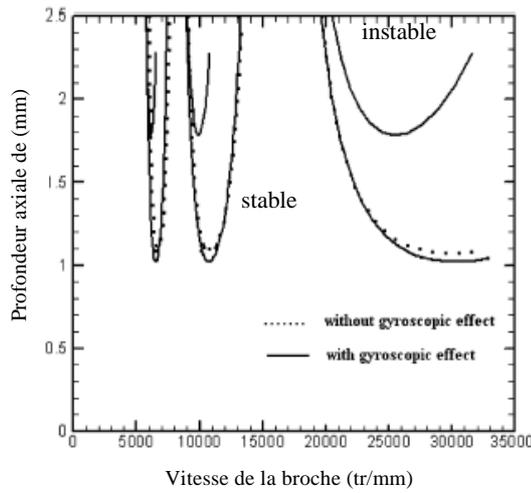


Figure.II.25. Le diagramme de lobes de stabilité pour le système de broche avec effets gyroscopiques basé sur les FRFs, [31].

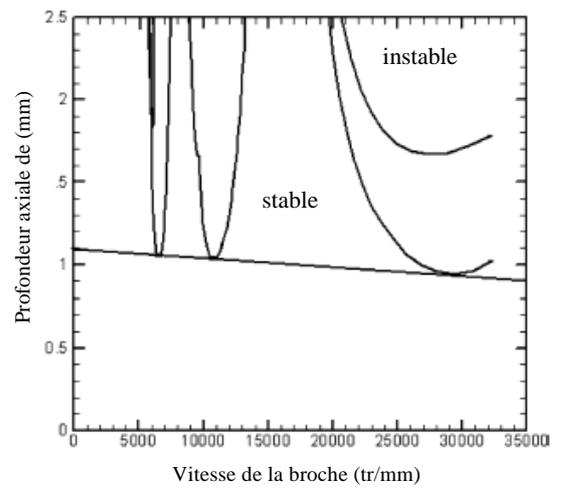


Figure.II.26. La comparaison des diagrammes de lobes de stabilité pour une broche avec et sans effets gyroscopiques, [31].

II.3.11. Modèle de la trajectoire d'outil

Faassen et al. [32] ont proposé un modèle dynamique pour le processus de fraisage de profil (figure.II.27). Pour ce modèle, la méthode D- partitionnée (SD) est utilisée pour produire les lobes de stabilité.

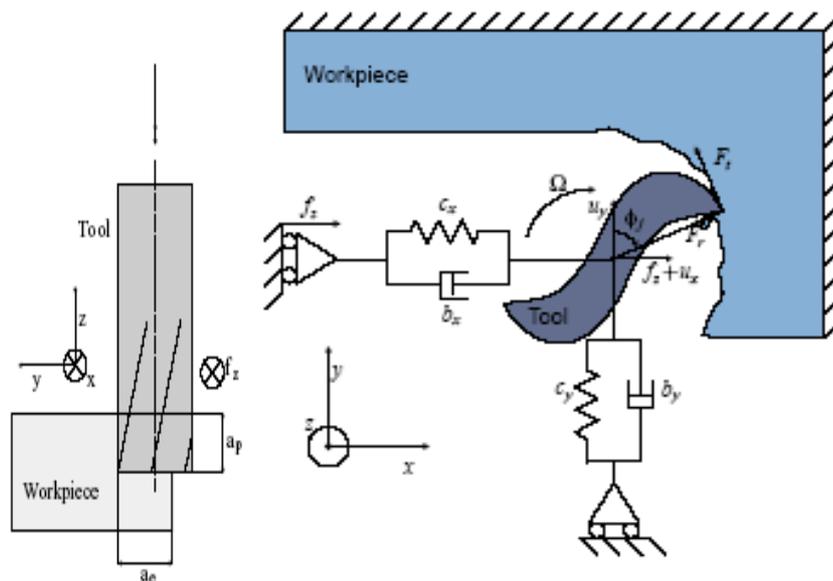


Figure.II.27. Représentation du processus de fraisage de profil, [32].

La position des sommets des lobes de stabilité qui sont construites par l'utilisation de ce modèle est en accord avec les limites de stabilité déterminées. Les fréquences de broutement déterminées par ce modèle coïncident avec celles déterminées expérimentalement avec une erreur de 3%, [32].

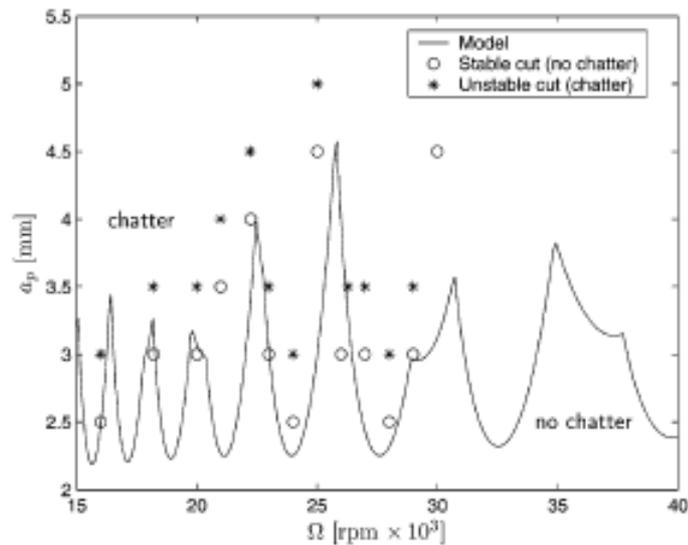


Figure.II.28. Les lobes de stabilité de modélisation, comparés avec les coupes effectuées expérimentales, [32].

En utilisant le modèle développé dans [32], Faassen et al. [33] et [34] ont supposé que la trajectoire de l'outil est décrite par un trochoïde au contraire des anciens modèles (Alintas., Insperger et al.) où la trajectoire de l'outil est considérée comme un cercle. Spécialement, pour les engagements faibles de coupe, il apparut que les lobes de stabilité changent radicalement pour le nouveau modèle par rapport aux lobes produits par l'ancien modèle.

Faassen et al. [35] ont montré une autre forme qui peut être incluse dans le modèle, c'est l'excentricité de l'outil. Dans la pratique, la combinaison de la broche/porte-outil/outil toujours montre un certain niveau d'excentricité. Cela ne conduit pas seulement aux erreurs dans la partie géométrique, mais conduit aussi à un lobe de stabilité modifié.

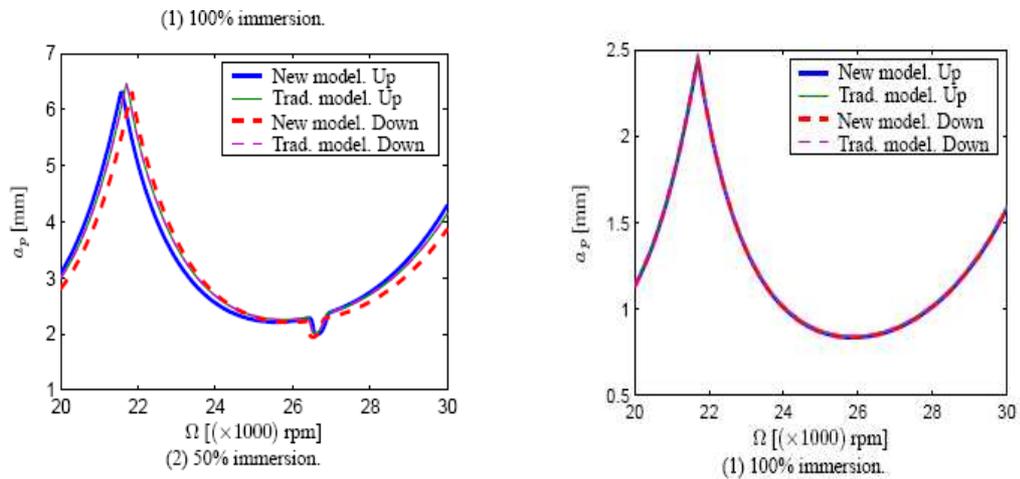


Figure.II.29. Comparaison de lobes de stabilité par l'ancien et le nouveau modèle, [35].

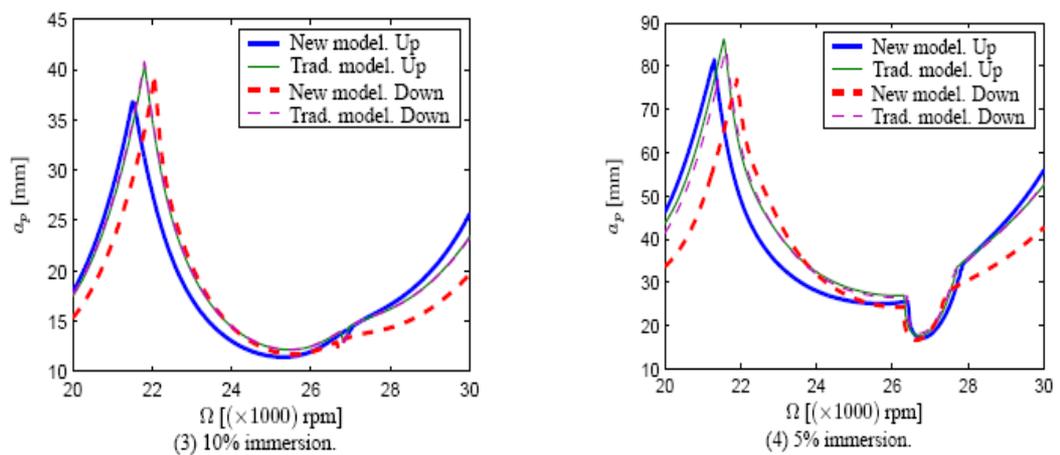


Figure.II.30. Lobe de stabilité pour un engagement de 5% en opposition utilisant le modèle traditionnel et des parties de nouveau modèle, [35].

II.3.12. Etude des oscillations non linéaires dans le fraisage

Balachandran et al. [36] ont présenté deux modèles mathématiques qui peuvent être utilisés dans l'étude des oscillations non-linéaires du fraisage, qui sont la méthode de semi-désintégration et la méthode de l'opérateur intégré (Integral Operator). Ils ont expliqué les sources de la non-linéarité et la dépendance de l'effet du temps de retard sur le taux de coupe.

Xinhua Long [37] a étudié aussi les effets de la coupe sur les angles d'entrée et de sortie, en se basant sur une formulation d'un temps de retard variable. Avant d'analyser la

stabilité d'un système avec un temps de retard variable, un système avec deux temps de retard été examiné par Xinhua Long [37]. Il a montré que ce système prédit des graphes de stabilité qui sont les même que ceux obtenus expérimentalement et ceux obtenus par les simulations temporelles. De plus, les résultats obtenus par ce système indiquent qu'à part les bifurcations hopf secondaires, les bifurcations à période-2 peuvent exister dans les opérations à faibles engagements.

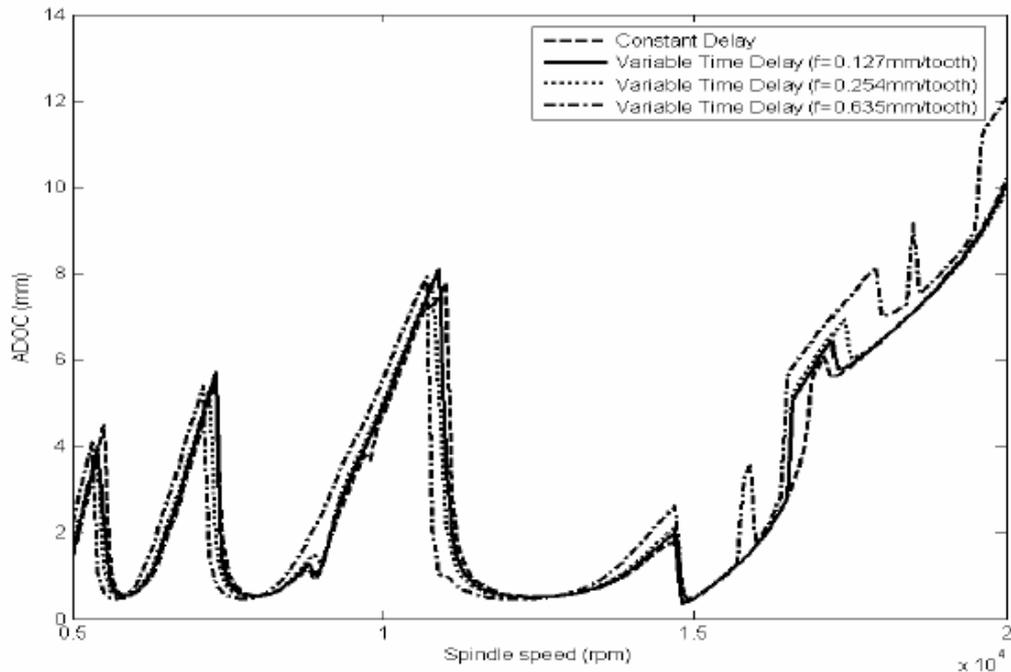


Figure.II.31. Les lobes de stabilité pour un engagement de 5% immersion, cas de fraisage en opposition, [37].

Xinhua Long [37] a illustré l'amélioration de la limite de stabilité due à la méthode de variation de la vitesse de la broche par la comparaison des graphes de stabilité des opérations de fraisage à vitesse variable de la broche avec celles obtenues pour des opérations de fraisage à vitesse élevée constante. Xinhua Long [37] a présenté aussi les forces de coupe simulées pour illustrer les caractéristiques de l'opération de fraisage non régulier.

II.3.13. La limite de stabilité de fraisage dans le cas de la flexibilité de la pièce et de la machine

A ce jour, les études ont considéré soit la pièce ou la machine la plus rigide. Cependant, le cas réel est que le long d'usinage la rigidité des deux est similaire. Le broutement vient de la machine et de la pièce. Cependant dans la majorité des études

actuelles, le phénomène des deux systèmes présentant un comportement dynamique similaire n'a pas été pris en considération. Dans ces situations, le déplacement relatif entre les deux corps (outil et pièce) est dû à la somme des déplacements de l'outil et de la pièce.

Dans l'étude présentée par Bravo et al. [38], une méthodologie scientifique est développée et dans laquelle le phénomène de broutement est traité de ces origines, selon la relation d'interaction de la paroi/ l'outil, dans les cas du fraisage en opposition et en concordance. Finalement, à partir des expériences effectuées, le tracé du diagramme de lobes pour le cas des comportements dynamiques similaires ont été testé et validé. Les diagrammes des lobes sont obtenus, en considérant que l'outil ou la machine ne sont pas réelles, seulement par la considération du FRF relatif et les régions de stabilité réelles peuvent être obtenus.

Dans cette méthode, le développement du diagramme de stabilité à trois dimensions est recommandé, pour montrer la variation expérimentale dans le diagramme des lobes de stabilité lors du processus d'usinage.

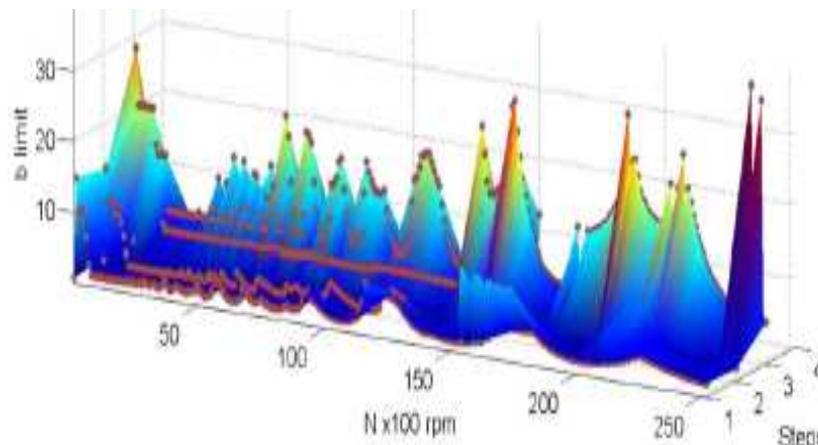


Figure II.32. Les lobes de stabilité en 3D, [38].

II.3.14. La réduction du broutement dans le fraisage à grande vitesse

Ganguli [39] a établi un simulateur mécatronique pour un système à deux degrés de liberté, pour l'étude du broutement dans le processus du fraisage. Le simulateur suit le modèle de processus du fraisage régénératif et peut expérimentalement simuler l'existence des bifurcations (flip et hopf) dans des différents types d'opérations de fraisage. Cela montre la possibilité du simulateur de simuler le broutement régénératif dans le fraisage réellement.

Il a montré aussi que l'amortissement actif est capable de stabiliser tous les types d'opérations de fraisage par augmenter les limites de stabilité. L'effet est plus marqué dans les zones basses du diagramme des lobes de stabilité du système incontrôlé que dans les zones élevées de stabilité. Par conséquent l'amortissement actif peut être proposé comme un élément de stabilisation potentiel du broutement dans les opérations réelles d'usinage.

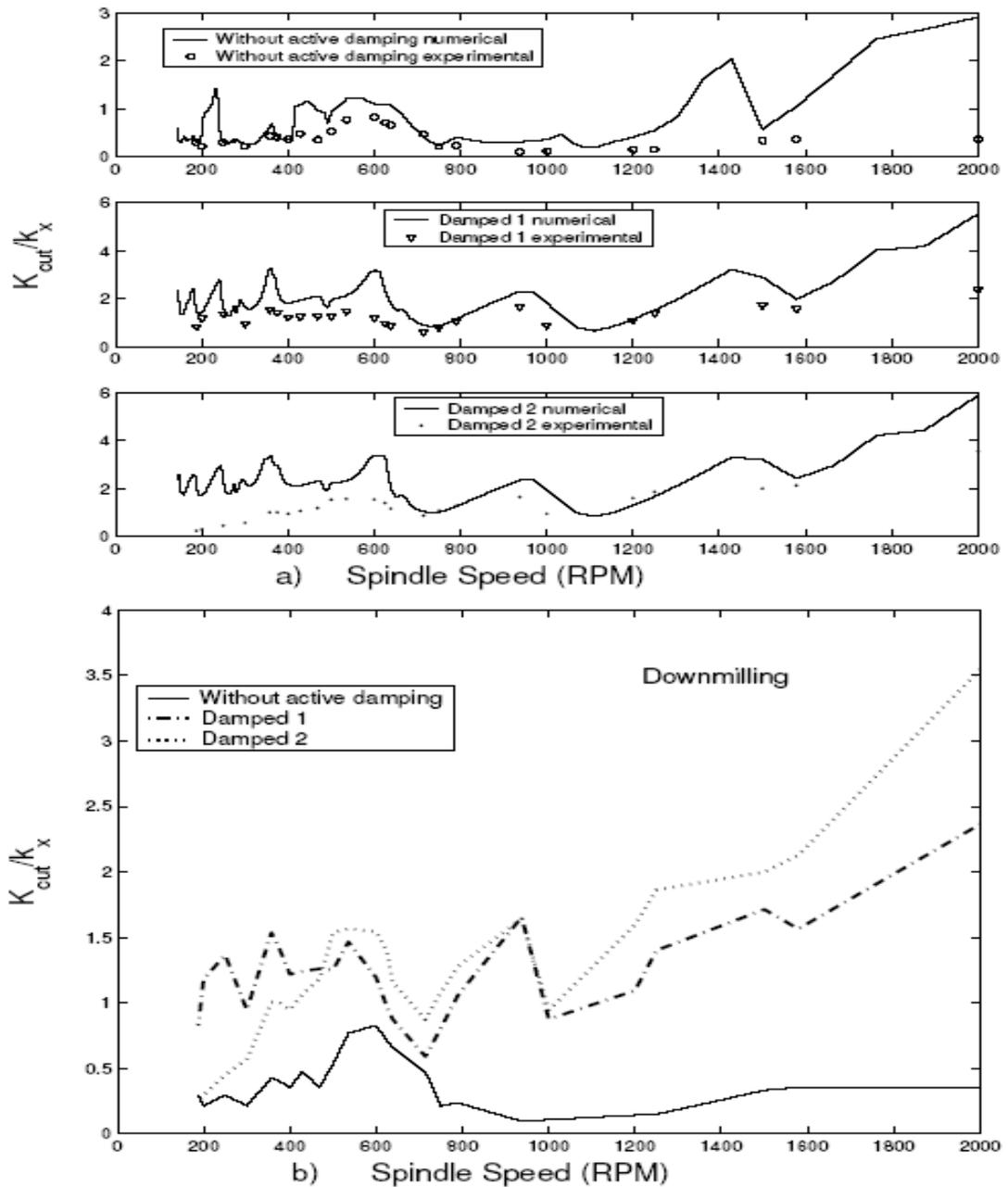


Figure. II.33. Comparaison entre (a) les lobes de stabilité numérique et expérimentale (b) les lobes de stabilité expérimentales pour le fraisage en concordance avec et sans amortissement actif, [39].

III.4. Conclusion

Dans cette partie de notre travail on s'est intéressé à citer et présenter les différentes méthodes utilisées pour obtenir les lobes de stabilité tel que :

- la méthode d'Altintas et Budak ;
- la méthode de semi discrétisation,
- la méthode d'analyse par éléments finis temporels
- La méthode de la collocation de Chebychev.
- Et d'autres méthodes,....

Nous avons présenté la modélisation de la coupe fortement discontinue, ainsi que quelques méthodes pour obtenir la fonction de transfert qui est une nécessité pour obtenir les lobes de stabilité.

De plus nous avons présenté comment identifier le broutement dans le cas du fraisage à grande vitesse avec effet gyroscopique, et la détermination de la limite de stabilité de fraisage dans le cas de la flexibilité de la pièce et la machine, et nous avons présenté une idée sur la réduction du broutement dans le fraisage à grande vitesse.

Notre étude consiste à simuler la dynamique de la coupe dans le cas de fraisage, en prenant comme cas d'application le fraisage de profil, et pour cette raison on s'est basé sur les travaux de Thevenot et al. [40] et qui ont développé une méthode de modélisation d'un système de coupe à un seul degré de liberté, en se basant sur les travaux d'Altintas et Budak, [1].

CHAPITRE III

MODELISATION DU FRAISAGE DE PROFIL ET TRACE DES LOBES DE STABILITE

III.1. Introduction

Lors de certaines opérations d'usinage, il peut apparaître des vibrations entre la pièce et l'outil. C'est notamment le cas en fraisage lorsqu'on utilise des outils longs de faible diamètre ou que l'on veut usiner une paroi fine en contournage. Ce phénomène engendre une imprécision dimensionnelle et un mauvais état de surface.

La théorie des lobes de stabilité appliquée au fraisage orthogonal (outil sans angle d'hélice) apparaît à la fin des années 1960, et est utilisée pour étudier les vibrations de l'outil. Au milieu des années 1990, Altintas présente une forme analytique de la théorie des lobes de stabilité pour le fraisage.

Dans ce chapitre, on s'est basé pour tracer les cartes de stabilité sur une méthode développée par Thevenot et al. [40]. Cette méthode est basée sur les travaux d'Altintas et Budak, [9].

La théorie des lobes de stabilité est basée sur un modèle de coupe avec vibrations régénératives. Elle vise à prédire dans quelles conditions (profondeur de passe axiale et vitesse de rotation de la broche) les oscillations dues à la dent $n+1$ ont une amplitude plus ou moins importante par rapport aux oscillations dues à la dent n .

III.2. Les hypothèses de départ

On s'est basé sur les hypothèses de Thevenot et al. [40], qui sont :

- la pièce est déformable par rapport à l'outil, qui est beaucoup plus rigide que la pièce.
- La pièce est assimilée à un corps rigide dans la zone d'usinage.
- La pièce se déplace suivant la direction Y , comme un corps rigide dans la zone usinée, selon l'équation suivante :

$$\ddot{U} + 2.\xi.\omega_n.\dot{U} + \omega_n^2.U = \left(\frac{F_c \cdot y}{K} \right) \omega_n^2 \quad (\text{III.1})$$

$U(t)$: le déplacement de la pièce assimilée à un corps rigide ;

ξ : le taux d'amortissement ;

ω_n : la pulsation propre ;

F_c : effort de coupe ;

K : la raideur ;

La loi de coupe linéaire utilisée est de type $F_t = K_t A_p a_e$ et $F_r = K_r F_t$, où F_t et F_r sont respectivement les efforts de coupe tangentielle et radiale, K_t et K_r sont les coefficients spécifiques de coupe tangentielle et radiale, et A_p et a_e les profondeurs de passe axiale et radiale. On évite les cas où $a_e \ll f_z$, l'avance par dent, pour lesquels la loi de coupe linéaire est peu précise. C'est l'hypothèse la plus difficile à respecter étant donné l'imprécision sur la profondeur de passe radiale réelle en finition qui est très faible. Ces hypothèses sont simples, le but de notre travail est de montrer comment construire les lobes de stabilité et d'étudier l'influence des différents paramètres de coupe sur la zone de stabilité.

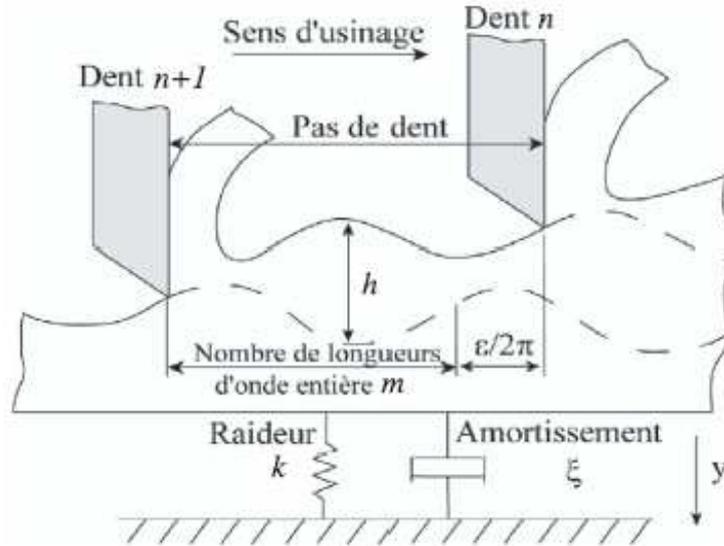


Figure III.1. Modélisation du fraisage avec vibrations régénératives avec un modèle à un seul degré de liberté, [40].

III.3. Les principes des vibrations libres et forcées

Un système d'une structure simple avec un seul degré de liberté peut être modélisé par une combinaison d'éléments : une masse (m), une rigidité (k) et un amortissement (c) comme il est montré sur la **figure.III.2**. Lorsque la force extérieure $F(t)$ est exercée sur la structure, son mouvement est décrit par l'équation suivante :

$$m \cdot \ddot{y} + c \cdot \dot{y} + k \cdot y = F(t) \tag{III.2}$$

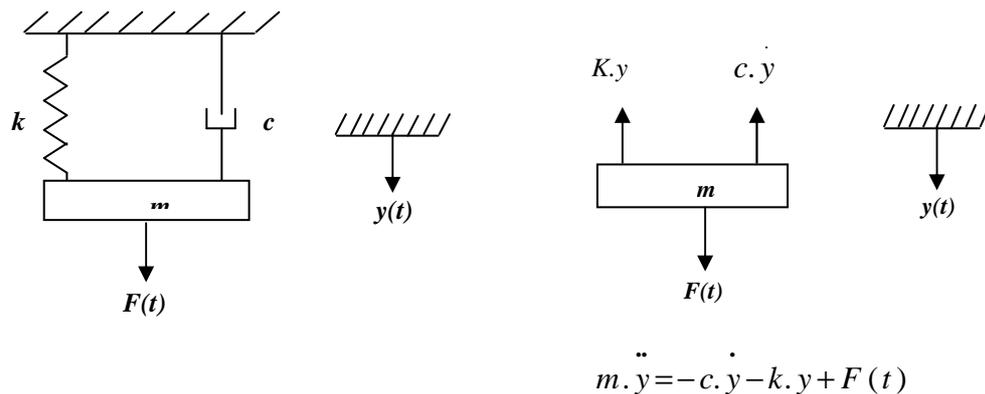


Figure III.2. Le système à un seul degré de liberté, [9].

Si le système reçoit un coup de marteau pour une courte durée, ou lorsque il est en repos et il dévie statiquement de son équilibre ; le système éprouve des vibrations libres.

L'amplitude des vibrations se dégrade avec le temps comme une fonction des systèmes avec un amortissement constant. Les fréquences des vibrations sont généralement fortement dominées par la rigidité et la masse, et elles sont faiblement influées par la constante d'amortissement visqueux qui est très petite dans les structures mécaniques. Lorsque la constante d'amortissement visqueux est nulle ($c=0$), le système oscille à sa fréquence propre :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{III.3})$$

Un rapport d'amortissement est défini $\xi = c / 2 \cdot \sqrt{k \cdot m}$ qui est toujours inférieur à un dans les structures mécaniques. Dans la majorité des structures métalliques $\xi \leq 0.05$. La fréquence amortie d'une structure est définie par :

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} . \quad (\text{III.4})$$

Supposant que la masse est libre de n'importe quelle force extérieure et se déplace statiquement par une quantité y_0 et que le système est libéré, le mouvement des vibrations libres peut être décrit par :

$$y(t) = y_0 e^{-\xi \omega_n t} \cos \omega_d t \quad (\text{III.5})$$

La période entre chaque vibration d'onde est $\tau_d = 2\pi / \omega_d$, qui est une façon simple pour l'estimation de la fréquence propre amortie du système à partir des mesures des vibrations libres et transitoires. La constante d'amortissement peut s'approximer à partir du rapport de décalage des amplitudes maximales de la première et la $n^{\text{ième}}$ onde successives avec l'équation :

$$\xi = \frac{1}{n} \left(\ln \frac{y_1}{y_n} \right) / 2\pi . \quad (\text{III.6})$$

Lorsqu'une force extérieure $F(t)$ est présente, le système éprouve des vibrations forcées. Quand une force constante $F(t) = F_0$ est appliquée à la structure, le système éprouve

des vibrations courtes libres ou transitoires et après il se stabilise à une déflexion statique $y_0 = F_0 / k$. Supposant que la force extérieure est harmonique, on peut écrire :

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = F_0 \sin(\omega_c t) \quad (\text{III.7})$$

Donc le système éprouve des vibrations forcées à la même fréquence ω_c de la force extérieure, mais avec un temps ou une phase de retard. Supposant que les vibrations forcées causées par le chargement initial ont été diminuées et le système est à l'état d'équilibre. Donc :

$$y(t) = Y \sin(\omega_c t + \phi) \quad (\text{III.8})$$

Il est très commode d'utiliser les fonctions harmoniques complexes dans les vibrations forcées. La force harmonique peut être exprimée par $F(t) = F_0 e^{j\alpha} e^{j\omega_c t}$, où α est la phase avancée d'un temps de référence ou une position angulaire sur un plan complexe. La réponse harmonique est $y(t) = Y e^{j(\omega_c t + \phi)}$, et lorsque celle-ci est substituée dans l'équation du mouvement (III.7), on obtient :

$$(k - \omega_c^2 m + j\omega_c c) Y e^{j\phi} e^{j\omega_c t} = F(t) = F_0 e^{j\alpha} e^{j\omega_c t}. \quad (\text{III.9})$$

L'amplitude et la phase résultantes des vibrations harmoniques sont :

$$\text{Amplitudes : } |\phi_y(i\omega_c)| = \left| \frac{Y}{F_0} \right| = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - r_p^2)^2 + (2\xi r_p)^2}} \quad (\text{III.10})$$

$$\text{Phase : } \phi = \tan^{-1} \frac{-2\xi r_p}{1 - r_p^2} + \alpha \quad (\text{III.11})$$

Lorsque le rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence naturelle est ($r_p = \omega_c / \omega_n$), l'équation (III.10) est appelée la fonction de transfert. Cette fonction du

transfert $\phi_y(i\omega_c)$ peut être séparée en composante réelle $G_y(\omega_c)$ et composante imaginaire $H_y(\omega_c)$ de $\frac{Y}{F_0} e^{j(\phi-\alpha)}$.

III.4. Fonction de transfert

Le calcul des fonctions de transfert est une nécessité pour obtenir les lobes de stabilité, elles représentent le rapport entre le déplacement et la force de coupe.

Pour un système vibrant à un seul degré de liberté, la fonction de transfert $\phi_y(i\omega_c)$ peut être séparée en deux parties, réelle et imaginaire qui sont données par les relations :

$$G_y(\omega_c) = \frac{1}{k} \left[\frac{1 - r_p^2}{(1 - r_p^2) + 4\xi^2 r_p^2} \right] \quad \text{(III.12)}$$

$$H_y(\omega_c) = \frac{1}{k} \left[\frac{-2\xi r_p}{(1 - r_p^2)^2 + 4\xi^2 r_p^2} \right] \quad \text{(III.13)}$$

où :

r_p : est le rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence propre, ($r_p = \frac{\omega_c}{\omega_n}$);

$\phi_y(i\omega_c)$: la fonction de transfert d'un système usinant suivant y ;

k : la raideur ;

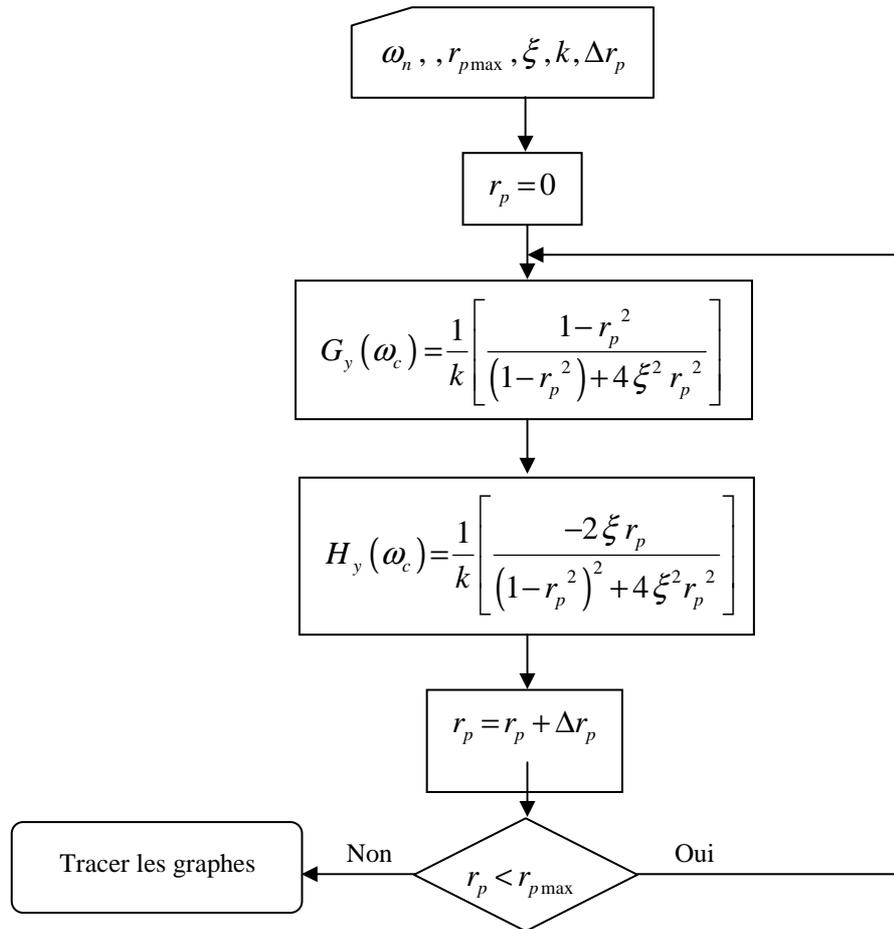
ξ : le taux d'amortissement ;

$G_y(\omega_c)$: la partie réelle de la fonction de transfert ;

$H_y(\omega_c)$: la partie imaginaire de la fonction de transfert.

On va présenter dans le paragraphe suivant, l'organigramme qui permet le tracé de la fonction de transfert.

III.5. Organigramme du tracé de la fonction de transfert



On a utilisé l'organigramme précédant pour développer un programme de simulation qui donne les figures (III.3 et III.4) représentant les graphes de la partie réelle et de la partie imaginaire de la fonction de transfert, successivement, pour un système à un seul degré de liberté.

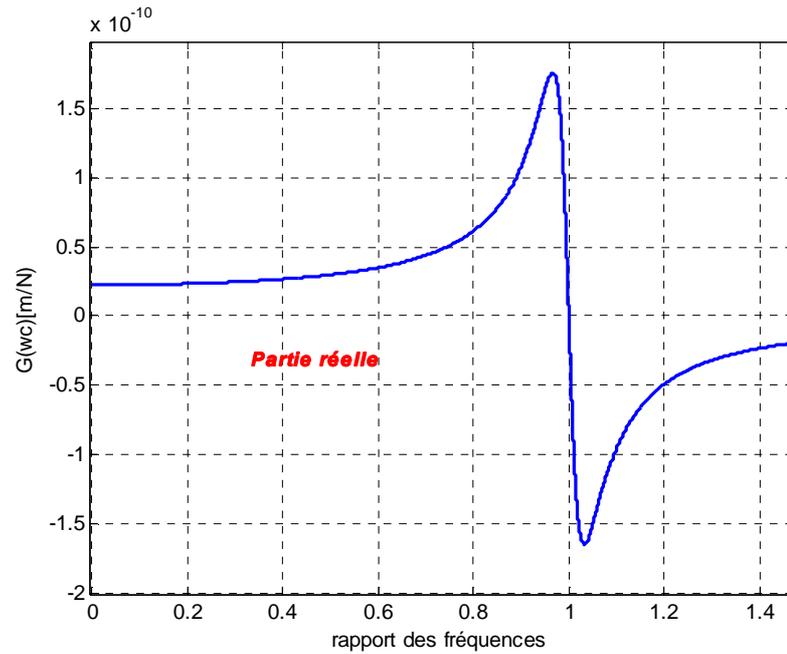


Figure III.3. La partie réelle de la fonction de transfert pour un système vibrant à un seul degré de liberté.

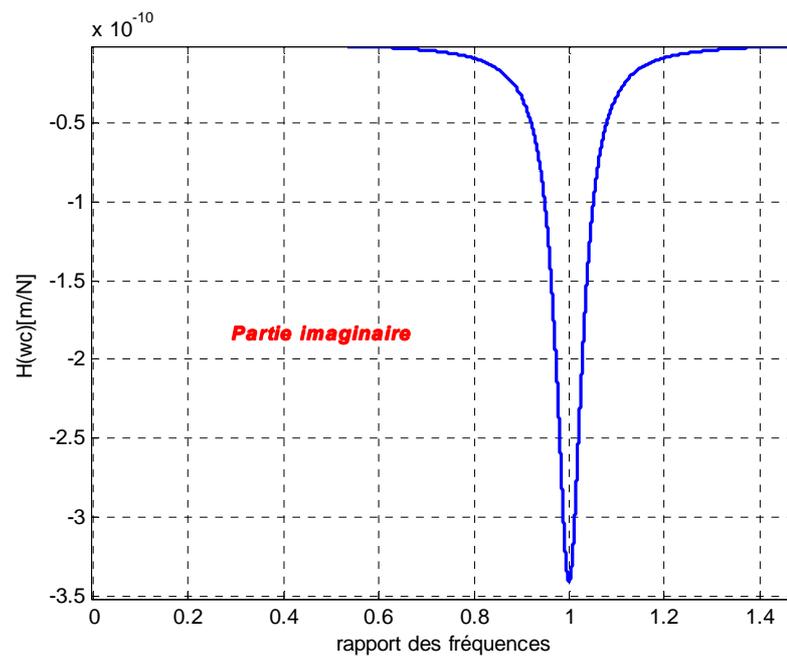


Figure III.4. La partie imaginaire de la fonction de transfert pour un système vibrant à un seul degré de liberté.

Un autre programme de simulation a été développé sous MATLAB, pour tracer La **figure.III.5** qui représente, dans les coordonnées polaires, la partie réelle et la partie imaginaire de la fonction de transfert.

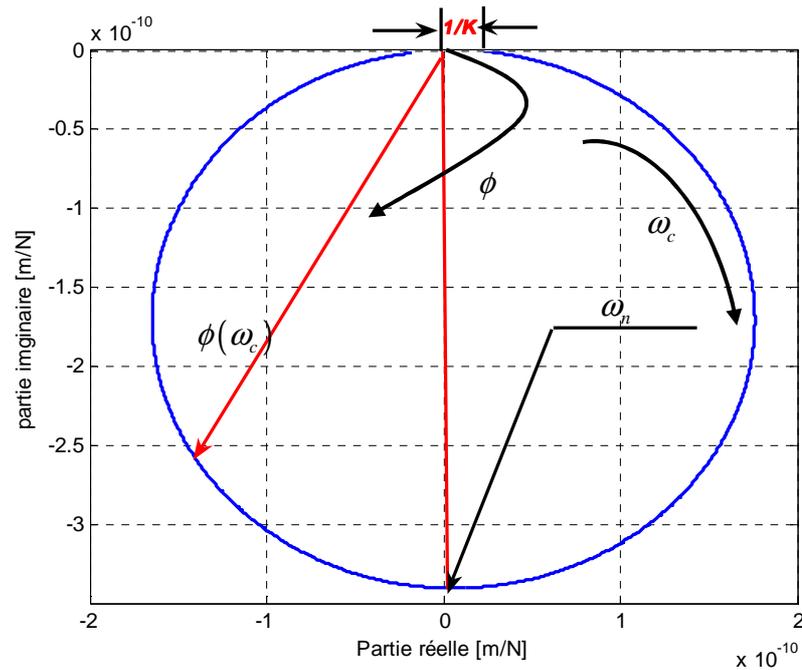


Figure.III.5. Présentation en coordonnées polaires des parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert.

Quand la fréquence de brottement est nulle, la partie réelle de la fonction de transfert est égale la flexibilité statique ($1/k$).

Par la suite, on a développé un organigramme pour pouvoir tracer les lobes de stabilité pour le cas du fraisage de profil.

III.6. Coefficient directionnel dynamique α_{yy}

Le coefficient directionnel dynamique α_{yy} est donné par l'équation suivante:

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} \left[-\cos(2\theta) - 2k_r \theta - k_r \sin(2\theta) \right]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \quad (\text{III.14})$$

avec θ est l'engagement de l'outil, ϕ_{ex} l'angle de sortie de l'outil de la matière, et ϕ_{st} l'angle de l'entrée de l'outil dans la matière.

Pour le fraisage en opposition, on a :

$$\phi_{st} = 0 \text{ et } \phi_{ex} = \cos^{-1}(1 - 2a_e / D) \quad (\text{III.15})$$

Pour le fraisage en concordance :

$$\phi_{ex} = \pi \text{ et } \phi_{st} = \cos^{-1}(2a_e / D - 1) \quad (\text{III.16})$$

où :

a_e : la profondeur de passe radiale;

D : diamètre de la fraise.

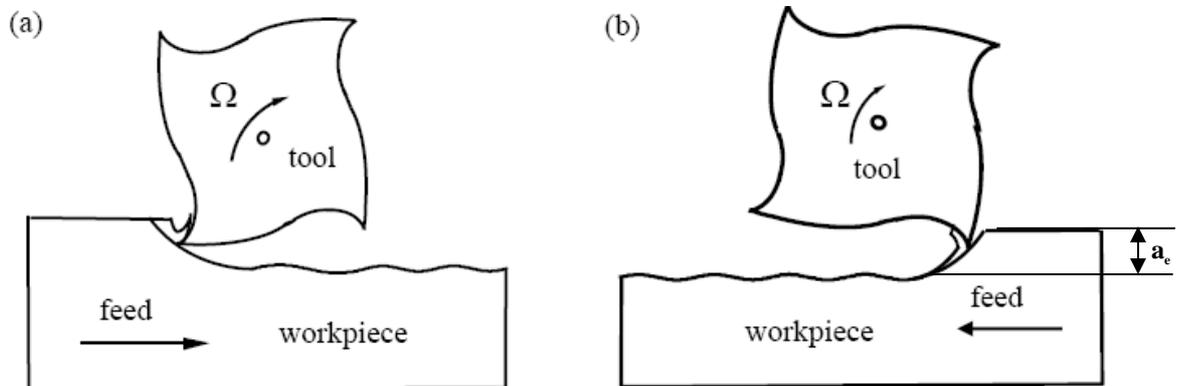


Figure.III.6. Les modes du fraisage: a) fraisage en opposition b) fraisage en concordance, [20].

Dans ce qui suit on va tracer l'évolution du α_{yy} en fonction de (ϕ_{ex}, ϕ_{st}) pour les deux cas du fraisage.

Les **figure.III.7** et **III.8** représentent notre résultats de simulation en tenant compte de l'influence du coefficient de coupe radial (k_r) sur le coefficient directionnel moyen (α_{yy}), ainsi que l'influence des angles ϕ_{st} et ϕ_{ex} d'immersion pour les deux modes du fraisage, soient en concordance ou en opposition.

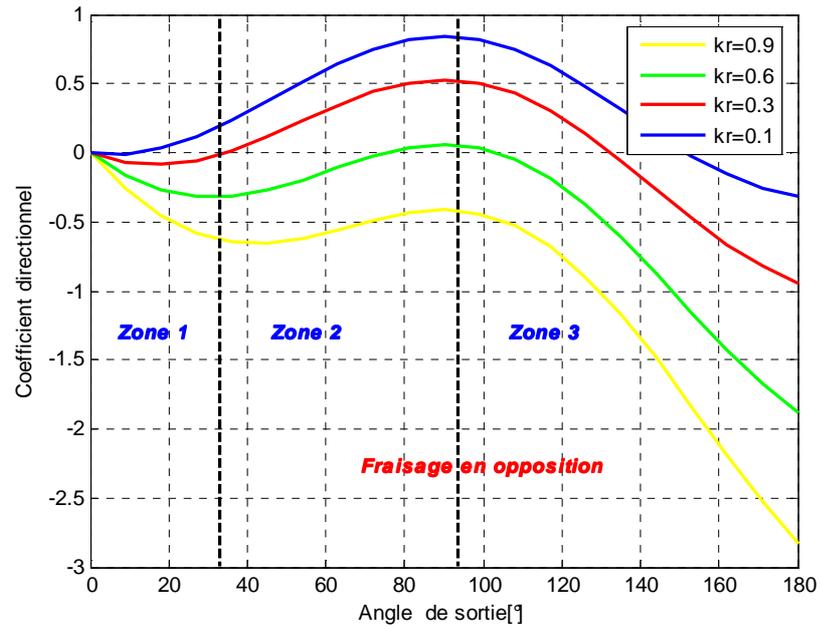


Figure III.7. L'influence de la constante de coupe radiale (k_r) et l'immersion (ϕ_{st}, ϕ_{ex}) sur le coefficient directionnel dynamique pour le cas de fraisage en opposition.

En ce qui concerne l'effet des angles d'entrée et de sortie sur le coefficient α_{yy} :

Pour le cas de fraisage en opposition il existe trois zones :

- 1- La première zone : quand l'angle de sortie augmente les valeurs de coefficient α_{yy} sont descendantes ;
- 2- La deuxième zone : quand l'angle de sortie augmente les valeurs de coefficient α_{yy} sont ascendantes ;
- 3- La troisième zone : quand l'angle de sortie augmente les valeurs de coefficient α_{yy} sont descendantes.

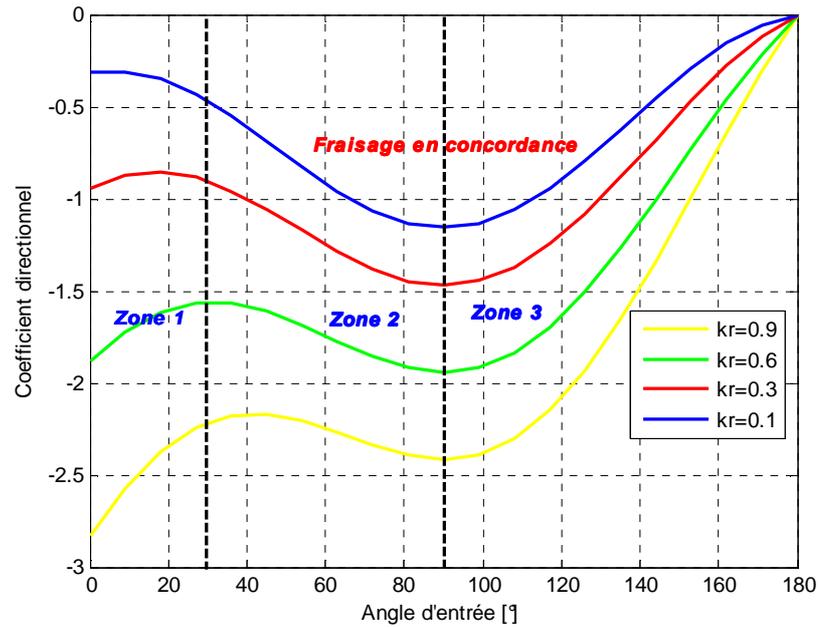


Figure III.8. L'influence de la constante de coupe radiale (k_r) et l'immersion (ϕ_{st}, ϕ_{ex}) sur le coefficient directionnel dynamique pour le cas de fraisage en concordance.

Pour le cas du fraisage en concordance' il existe aussi trois zones :

- 1- La première zone : quand l'angle de sortie augmente les valeurs de coefficient α_{yy} sont ascendante ;
- 2- La deuxième zone : quand l'angle de sortie augmente les valeurs de coefficient α_{yy} sont descendantes ;
- 3- La troisième zone : quand l'angle de sortie augmente les valeurs de coefficient α_{yy} sont ascendantes.

Les **figures III.7** et **III.8** montrent que le coefficient directionnel α_{yy} est diminué à chaque fois qu'on augmente la valeur du coefficient (k_r).

III.7. Calcul de la profondeur de passe axiale limite en fonction de la pulsation de broutement

La profondeur de passe axiale limite est A_{plim} pour un mode en fonction de la fréquence de broutement ω_c (fréquence de vibration de la pièce). Nous utilisons un modèle en coupe orthogonale, bien que la forme des lobes ne soit pas tout à fait la même avec un modèle en coupe oblique. Le déplacement est considéré suivant y ,

$$A_{p\lim} = \frac{1}{\left(\frac{z}{2.\pi}\right) \cdot \alpha_{yy} \cdot k_t \cdot G_y(\omega_c)} \quad (\text{III.17})$$

Avec :

Z : le nombre de dents de l'outil.

α_{yy} : le coefficient directionnel dynamique suivant y ;

$G_y(\omega_c)$: la partie réelle de la fonction de transfert complexe d'un système à un degré de liberté.

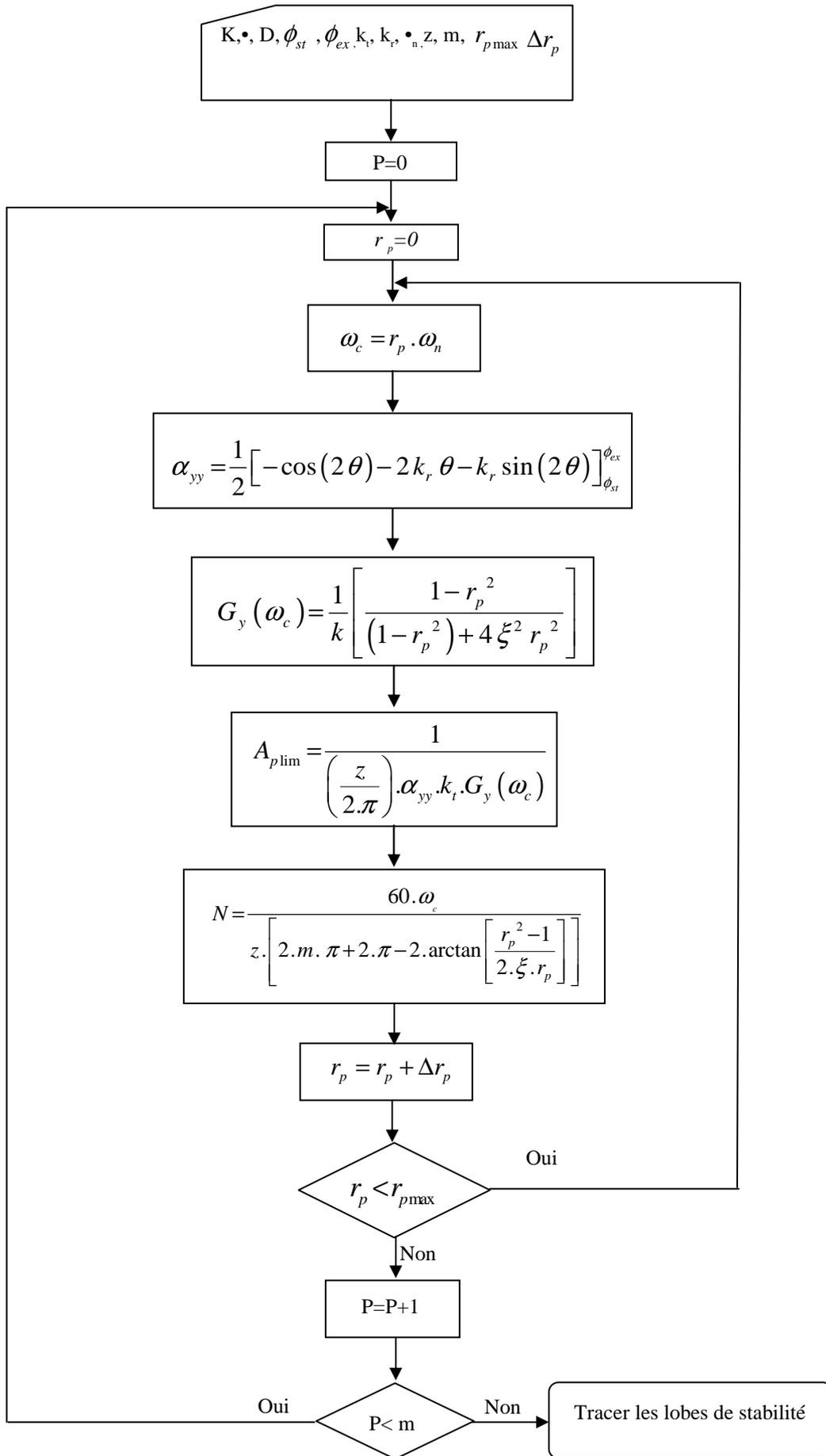
III.8. Calcul de la vitesse de rotation de la broche en fonction de la pulsation de broutement

On cherche ici à exprimer la vitesse de rotation N de la broche en fonction de la pulsation de broutement ω_c .

A partir de la **figure III.1**, on constate qu'il existe entre deux passages de dents un nombre entier de longueurs d'onde m et une fraction de longueur d'onde ($\varepsilon/(2.\pi)$). En exprimant ce déphasage en fonction de la pulsation de broutement et de la fréquence de dent, nous obtenons l'expression suivante :

$$N = \frac{60.\omega_c}{z \cdot \left[2.m.\pi + 2.\pi - 2.\arctan \left[\frac{r_p^2 - 1}{2.\xi.r_p} \right] \right]} \quad (\text{III.18})$$

III.9.Organigramme du tracé des lobes de stabilité



A partir de cet organigramme, on a développé un programme de simulation qui permet le tracé des lobes de stabilité.

III.10. Procédure du tracé des lobes de stabilité

Pour obtenir les lobes de stabilité il faut suivre les étapes suivantes :

1. choisir une fréquence au voisinage de la fréquence dominante ;
2. calculer la fonction de transfert ;
3. calculer la profondeur de passe axiale A_{plim} donnée par l'équation (III.2) ;
4. calculer les différentes vitesses de rotation N données par de l'équation (III.3) en faisant varier le nombre de lobes de zéro jusqu'à m .
5. Réitération de l'opération avec une autre fréquence.

(m représente le nombre de lobe).

III.11. Tracé des lobes de stabilité

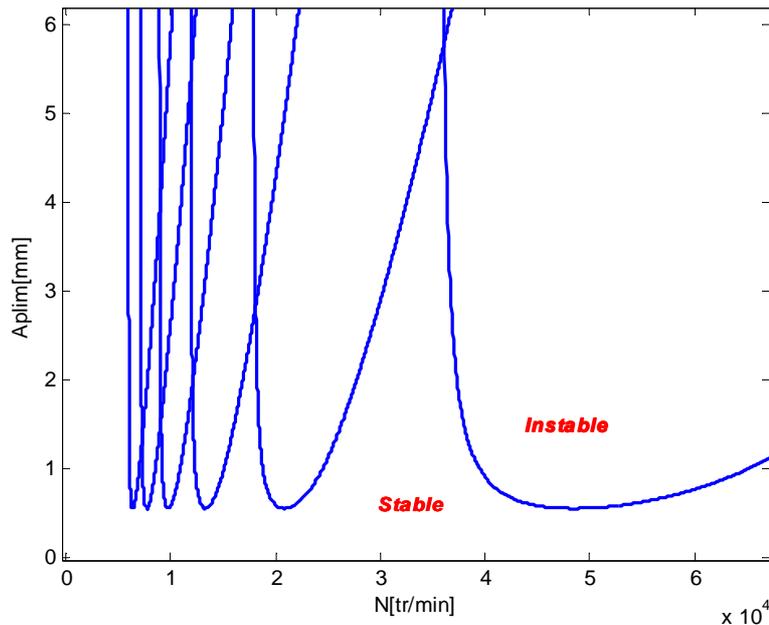
Nous disposons maintenant des fonctions $A_{plim} = f(\omega_c)$ et $N = f(\omega_c)$. La fonction $N = f(\omega_c)$ n'étant pas inversible analytiquement, nous traçons les lobes de manière paramétrique avec le paramètre ω_c , (figure.III.9).

Chaque lobe représente la limite de stabilité pour un nombre entier de longueurs d'ondes m . Les paramètres utilisés pour tracer les lobes de la figure III.9 sont données dans le tableau III.1.

Ce calcul est applicable à chaque mode propre de la pièce, lorsque ceux-ci sont suffisamment espacés. La pièce est une structure continue, elle possède donc par définition une infinité de modes propres. Et il s'en suit une infinité de lobes. De plus, pour un mode, il peut y avoir une infinité de longueurs d'ondes entière entre deux passages de dents. Il y a donc une infinité de lobes pour chaque mode. Mais plus le mode considéré est élevé, plus sa raideur est élevée. La profondeur de passe axiale limite étant proportionnelle à cette raideur modale, et ainsi qu'à l'amortissement modal. On s'aperçoit que seuls les premiers modes de la pièce jouent un rôle prépondérant.

Tableau III.1. Paramètres utilisés pour tracer les lobes de la **figure III.9**, [40].

Pièce en acier (S235)	Immersion complète
$k_r=2400$ Mpa	$z=1$
$k=45 \cdot 10^9$ N.m ⁻¹	$k_r=0.9$
$\omega_n=592$ Hz	$\xi=0.033$

**Figure III.9.** Le tracé des lobes de stabilité pour un système vibrant à un seul degré de liberté.

III.12. L'influence des différents paramètres de coupe sur la stabilité du système de l'usinage

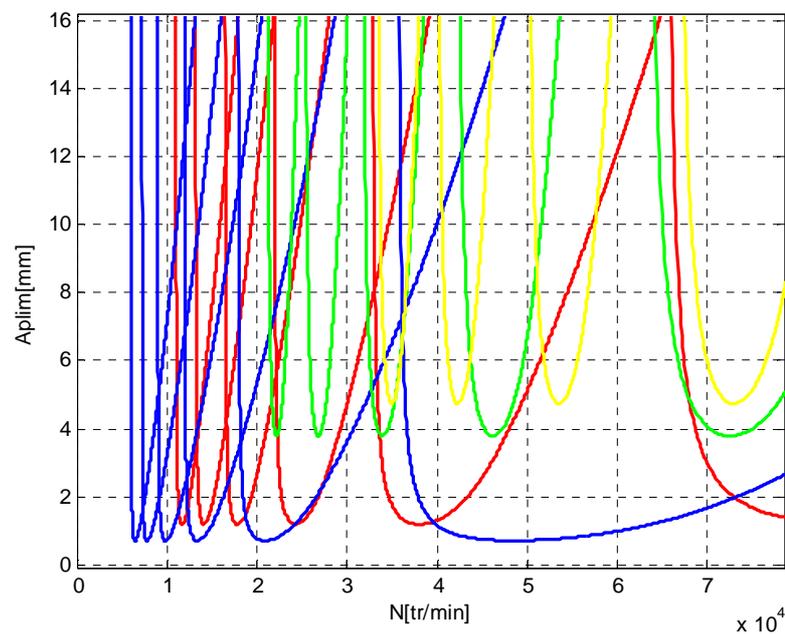
Notre but dans cette partie est d'étudier l'influence des différents paramètres de coupe sur la stabilité du processus de fraisage de profil, afin de choisir les conditions optimales de coupe.

III.12.1. Etude de l'influence des modes de vibration sur la stabilité de la coupe

Les lobes de stabilité de la **figure.III.10** sont obtenus pour un engagement de 0.75 (cas du fraisage en concordance) et pour différents modes vibratoires à l'aide du programme de simulation sous MATLAB qu'on a développé.

Tableau III.2. Paramètres utilisés pour tracer le graphe des lobes des **figures III.9**, [40].

Mode	ω_n (Hz)	ξ	K (N.m ⁻¹)
1	592	0.033	44.497*10 ⁹
2	1088	0.023	108.109*10 ⁹
3	2100	0.01	803.759*10 ⁹
4	3320	0.009	1.119*10 ¹²
pièce en acier (S235) $k_r=2400$ Mpa	Rayon de la fraise R=4 mm $k_r=0.9$	Nombre de dent z=1	

**Figure III.10.** Tracé de lobes de stabilité pour les quatre premiers modes :
— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

D'après les résultats présentés dans la **figure III.10** on constate que les modes de vibration ont des effets importants sur les zones de stabilité.

III.12.2. Influence du taux d'amortissement sur la stabilité

Dans cette partie on garde tous les paramètres de la coupe constants et on fait varier la valeur du taux d'amortissement ξ .

Tableau.III.3. Paramètres utilisés pour tracer le graphe de la **figure.III.11.**

Paramètres de la coupe	
$\omega_n=592\text{Hz}$	Taux d'amortissement
Rayon de la fraise $R=4\text{mm}$	0.033
Nombre de dents $z=1$	0.023
Engagement complet	0.01
	0.009
	0.0032

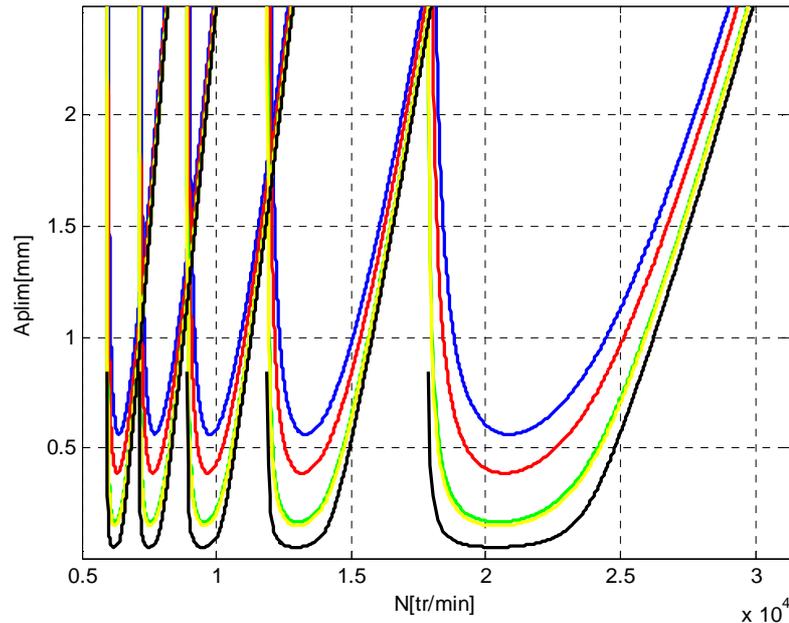


Figure.III.11. Tracé de lobes de stabilité pour différent ξ .
 — 0.033, — 0.023, — 0.001, — 0.009, — 0.0032.

Les limites de stabilité sont plus élevées lorsque le taux d'amortissement est grand, c'est-à-dire l'amortissement fait diminuer les vibrations lors de l'usinage.

III.12.3. Influence du nombre de dents

Les paramètres utilisés pour obtenir les lobes de stabilité de la **figure.III.12** sont les mêmes que ceux donnés par le **tableau.III.1** avec un rayon de la fraise de 10 mm et une profondeur radiale $a_e=0.1\text{mm}$.

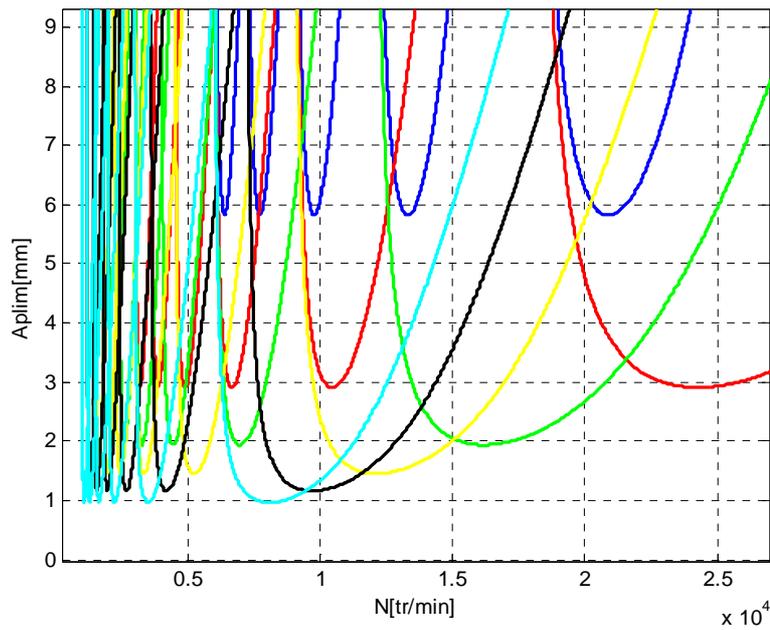


Figure.III.12. Les lobes de stabilité pour différents nombres de dents.

— 1 dent, — 2 dents, — 3 dents,
 — 4 dents, — 5 dents, — 6 dents.

De la **figure III.12** on remarque que l'augmentation du nombre de dents fait diminuer la zone de stabilité, à l'inverse de la zone d'instabilité de la coupe qui augmente.

III.12.4. Influence du diamètre de la fraise

En gardant toujours les mêmes paramètres du **tableau.III.1** et avec une profondeur radiale $a_e=0.1\text{mm}$ et en variant le diamètre, on obtient les lobes de stabilité représentés par la **figure III.13**.

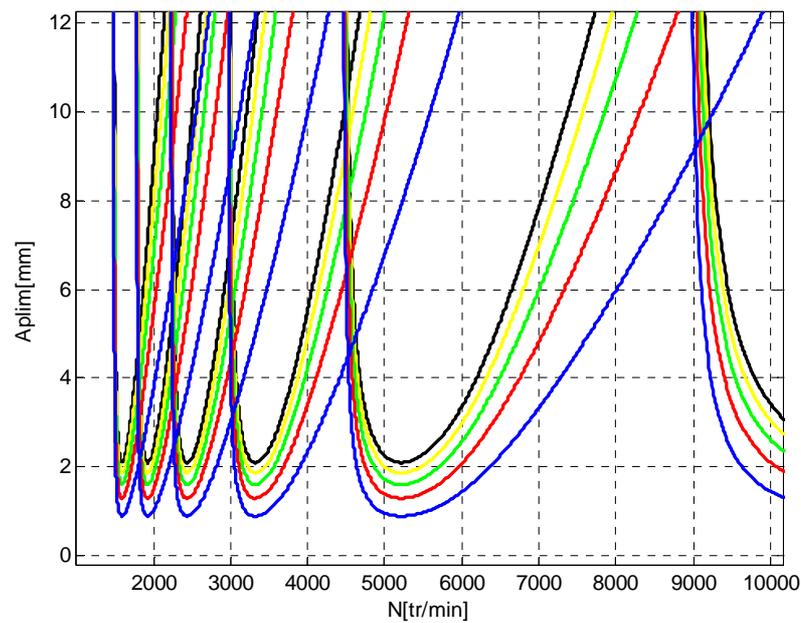


Figure.III.13. Les lobes de stabilité pour différents rayons de fraise.

— 4mm, — 8 mm, — 12 mm, — 16mm, — 20mm.

Les lobes de stabilité de la **figure III.13** montrent qu'à chaque fois qu'on augmente le diamètre de la fraise, on obtient des zones de stabilité plus larges.

III.12.5. Influence du nombre de dents et du diamètre de la fraise

A fin de choisir les conditions optimales de coupe et puisque le nombre de dents et le diamètre de la fraise ont des effets inverses sur la stabilité ; on les a combiné et les résultats sont montrés sur la **figure III.14**.

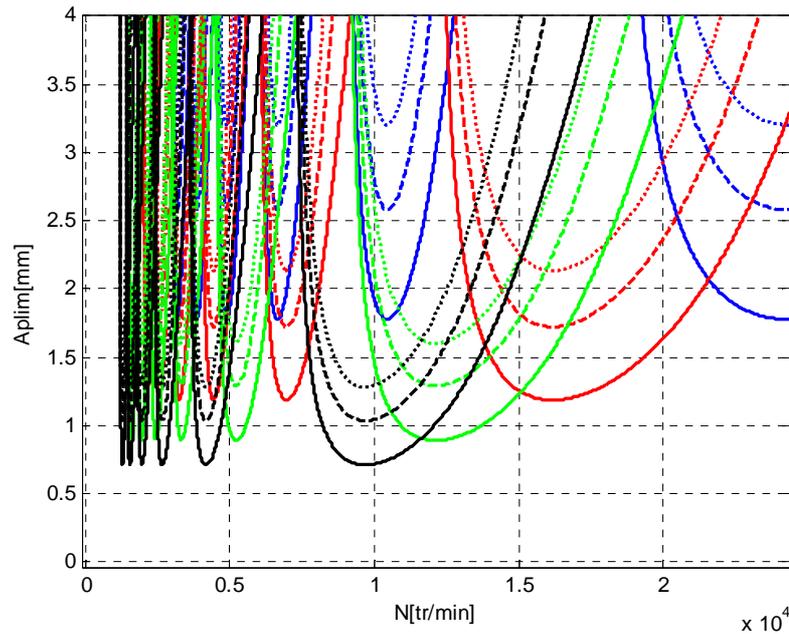


Figure. III.14. Les lobes de stabilité pour le mode à 592Hz.

— $z=2$ et $R=4\text{mm}$, - - $z=2$ et $R=8\text{mm}$, $z=2$ et $R=12\text{mm}$;
 — $z=3$ et $R=4\text{mm}$, - - $z=3$ et $R=8\text{mm}$, $z=3$ et $R=12\text{mm}$;
 — $z=4$ et $R=4\text{mm}$, - - $z=4$ et $R=8\text{mm}$, $z=4$ et $R=12\text{mm}$;
 — $z=5$ et $R=4\text{mm}$, - - $z=5$ et $R=8\text{mm}$, $z=5$ et $R=12\text{mm}$.

D'après la **figure III.14**, on remarque que les zones de stabilité sont plus larges pour le cas d'une fraise avec un nombre de dents petit et un diamètre grand, et elles sont réduites dans le cas inverse.

III.12.6. Influence des modes de vibration, du nombre de dents et du diamètre de la fraise

On peut étudier aussi l'influence des modes de vibration en variant à chaque fois le nombre de dents et le diamètre de la fraise. Les résultats sont obtenus pour une profondeur radiale de 0.1mm et en gardant les mêmes paramètres du **tableau.III.2**.

Les résultats obtenus sont pour les deux modes du fraisage : en concordance et en opposition.

III.12.6.1. Cas du fraisage en opposition

Pour obtenir les lobes des **figures III.15** et **III.16**, on garde le même mode, et on fait augmenter le diamètre de la fraise et le nombre de dents, en même temps.

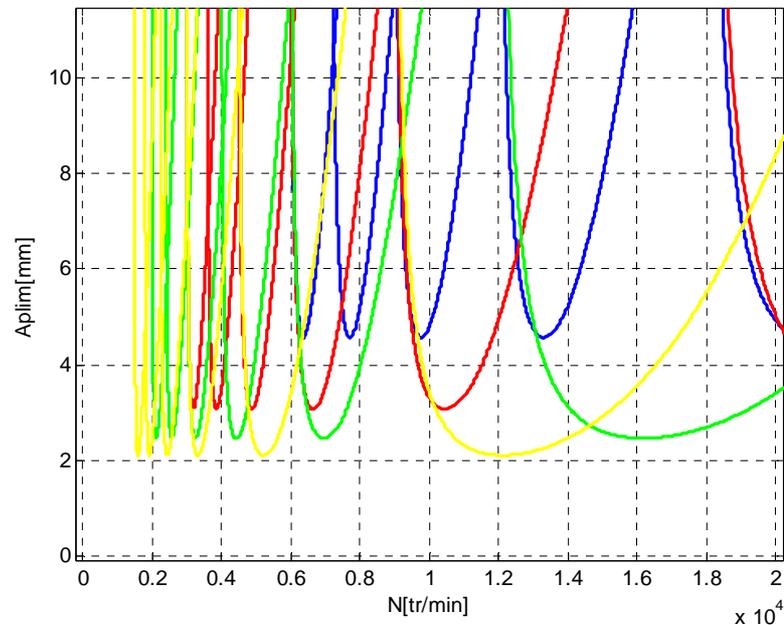


Figure.III.15. Tracé des lobes de stabilité pour le mode à 592Hz.

— $z=1$ et $R=4$ mm, — $z=2$ et $R=8$ mm, — $z=3$ et $R=12$ mm, — $z=4$ et $R=16$ mm.

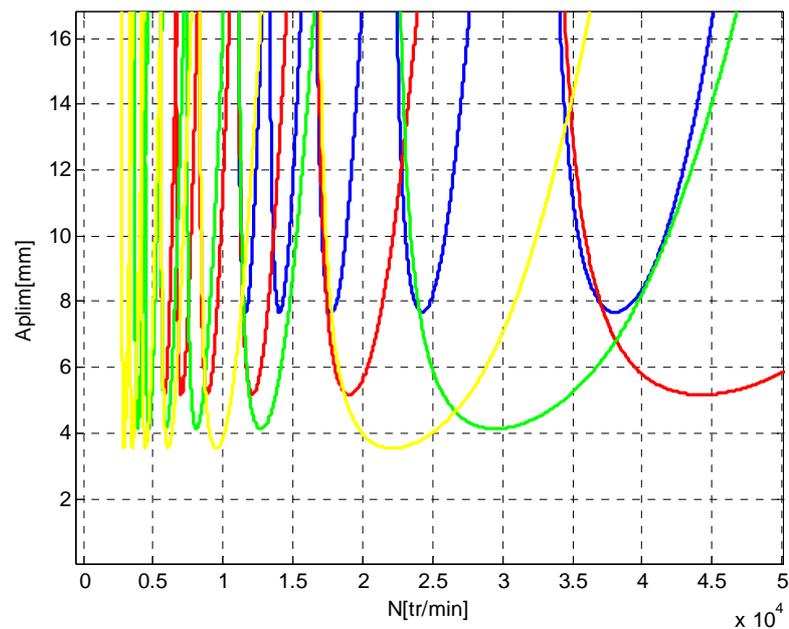


Figure.III.16 Tracé des lobes de stabilité pour le mode à 1088Hz.

— $z=1$ et $R=4$ mm, — $z=2$ et $R=8$ mm, — $z=3$ et $R=12$ mm, — $z=4$ et $R=16$ mm.

Les **figures.III.15** et **III.16** montrent que dans le cas des fraises avec un petit diamètre, un petit nombre de dents est un mode à une fréquence élevée, les zones de stabilité sont plus larges que dans le cas contraire.

Pour mieux comprendre l'influence des modes de vibration, le nombre de dents et le diamètre de la fraise sur la stabilité de la coupe, on va étudier pour chaque type de fraise l'influence des modes de vibration.

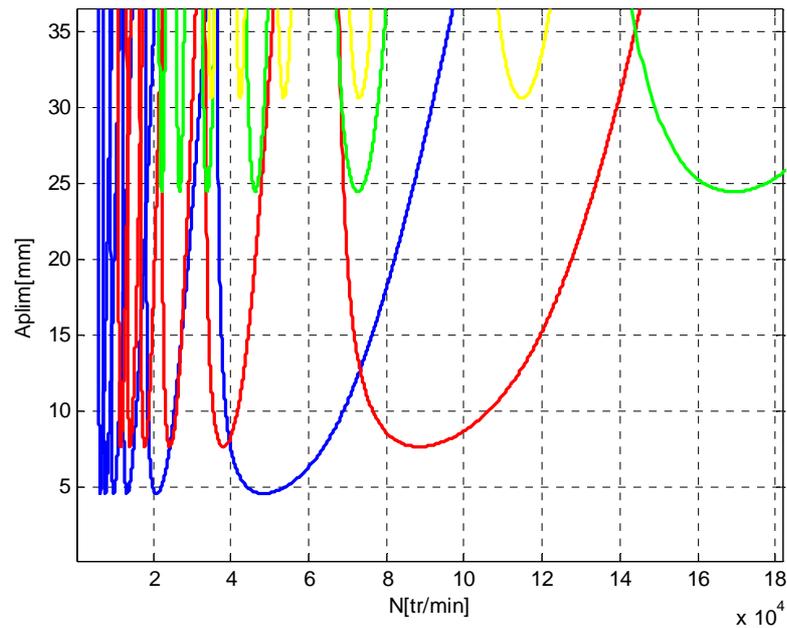


Figure.III.17. Tracé des lobes de stabilité pour quatre modes avec $z=1$ et $R=4$.

— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

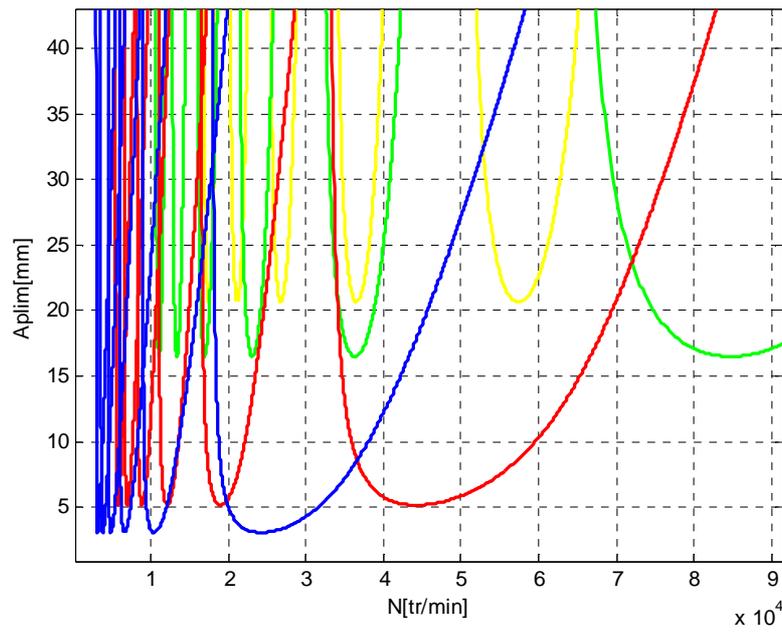


Figure.III.18. Tracé des lobes de stabilité pour quatre modes avec $z=2$ et $R=8$ mm.

— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

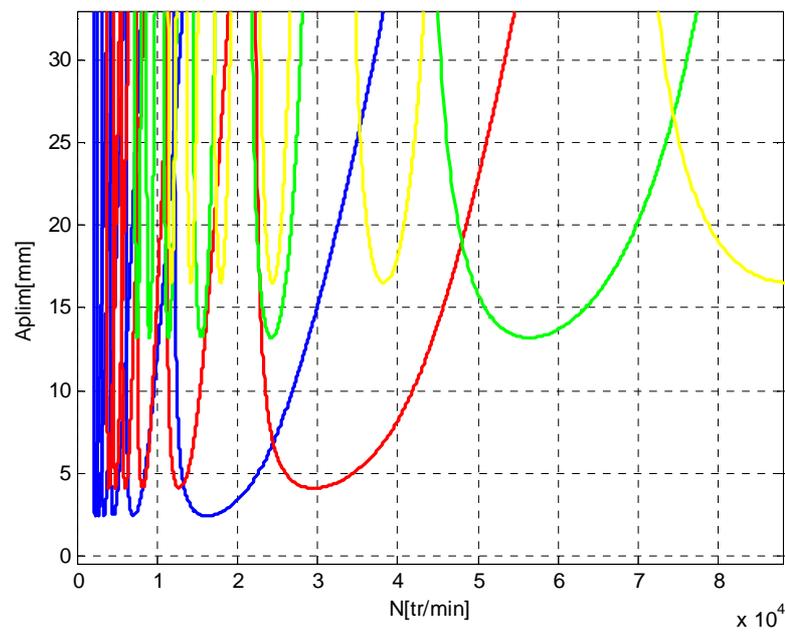


Figure.III.19. Tracé des lobes de stabilité pour les quatre modes avec $z=3$ et $R=12$ mm.

— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

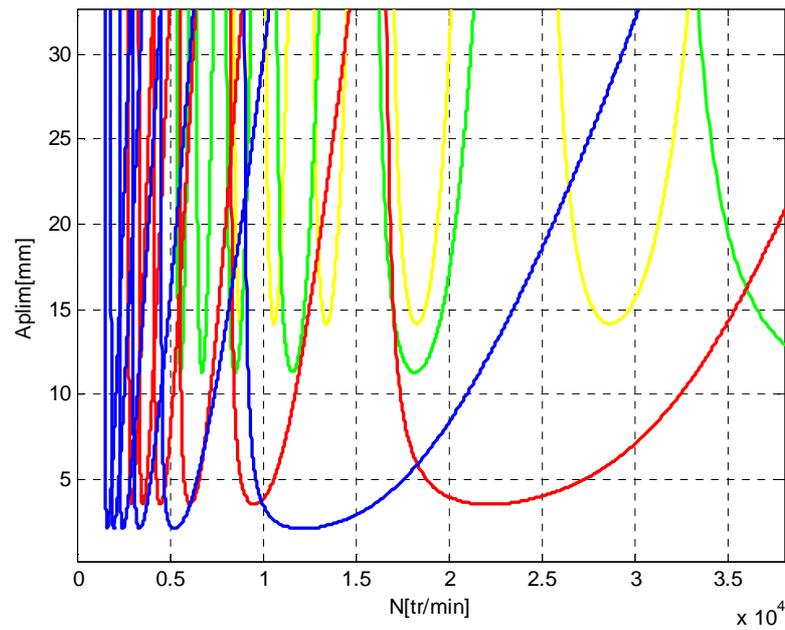


Figure.III.20. Tracé des lobes de stabilité pour quatre modes avec $z=4$ et $R=16$ mm.

— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

On peut déduire de cette étude, qu'à chaque fois qu'on augmente le nombre de dents et le diamètre, on obtient des zones de stabilité réduites.

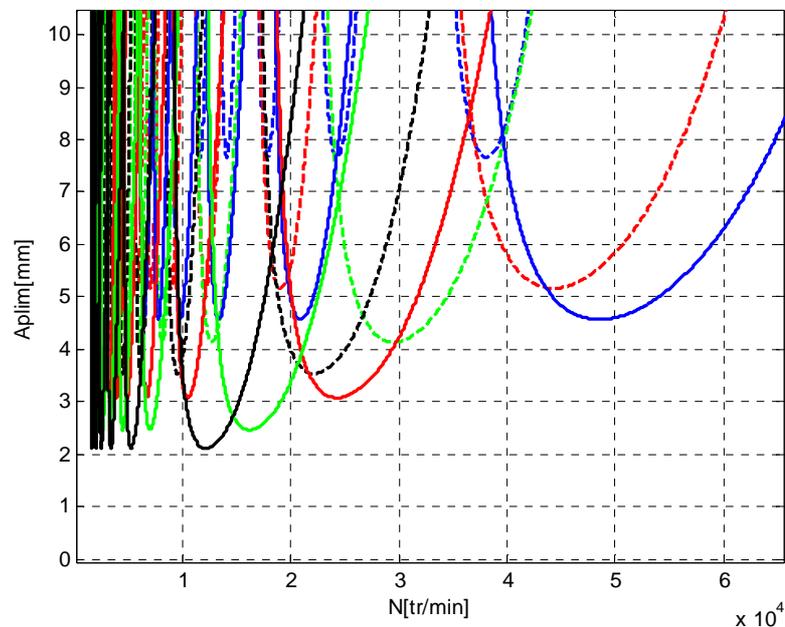


Figure III.21. Tracé des lobes de stabilité pour le mode de 592Hz.

— $z=1$ et $R=4$ mm, — $z=2$ et $R=8$ mm, — $z=4$ et $R=12$ mm, — $z=6$ et $R=20$ mm
 $z=1$ et $R=4$ mm, $z=2$ et $R=8$ mm, $z=4$ et $R=12$ mm, $z=6$ et $R=20$ mm.

De la **figure.III.21**, on remarque que les zones de stabilité les plus larges sont obtenues dans le cas du mode à fréquence élevée (1088Hz) et une fraise avec un petit diamètre et un minimum de nombre de dents.

III.12.6.2. Cas du fraisage en concordance

Le but de cette Partie est d'étudier l'influence des modes de vibrations, du nombre de dents et du diamètre de la fraise sur la carte de stabilité de la coupe dans le cas du fraisage en concordance.

On garde les mêmes paramètres utilisés dans le cas du fraisage en opposition pour obtenir les figures suivantes.

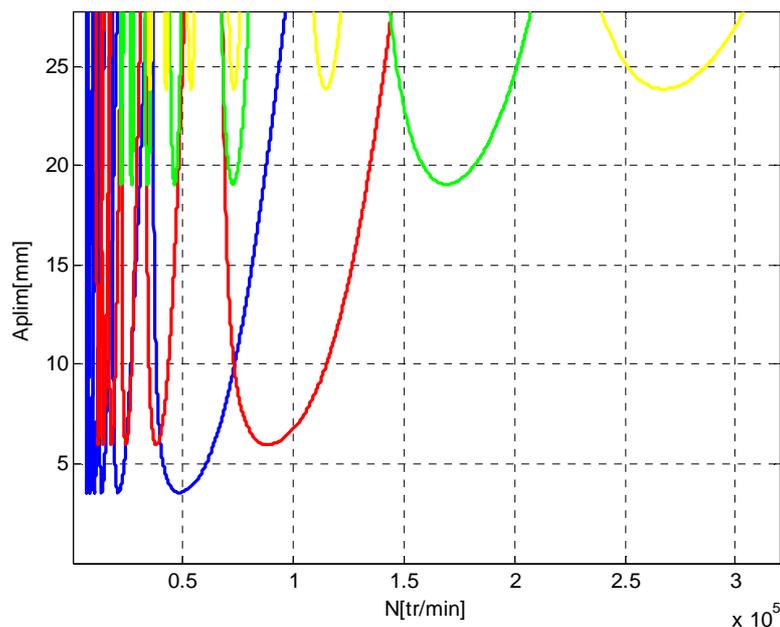


Figure.III.22. Tracé des lobes de stabilité pour quatre modes avec $z = 1$ et $R = 4$ mm.

— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

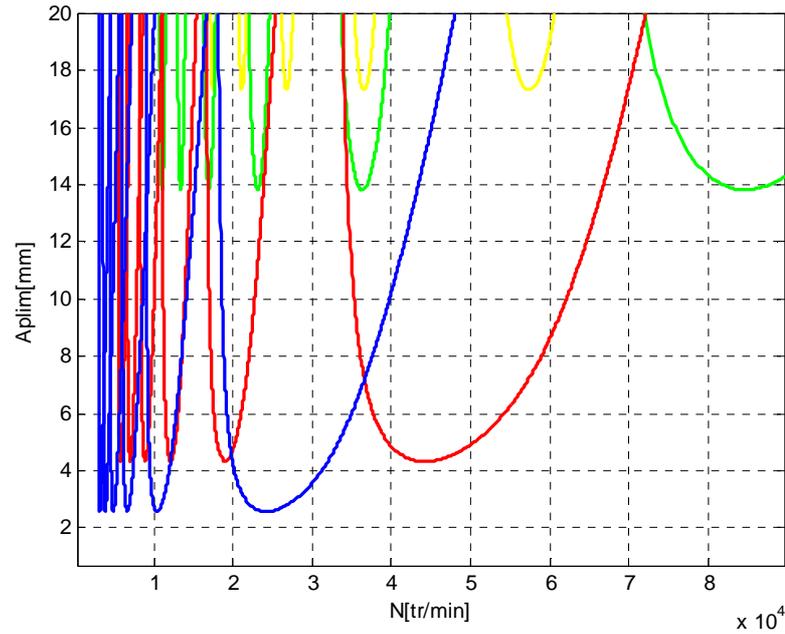


Figure.III.23. Tracé des lobes de stabilité pour quatre modes avec $z = 2$ et $R = 8$ mm.
 — 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

En comparant les résultats obtenus par les **figures .III.22 et III.23** on remarque que les zones de stabilité sont réduites dans le cas d'une fraise avec un diamètre grand et un nombre de dents élevé.

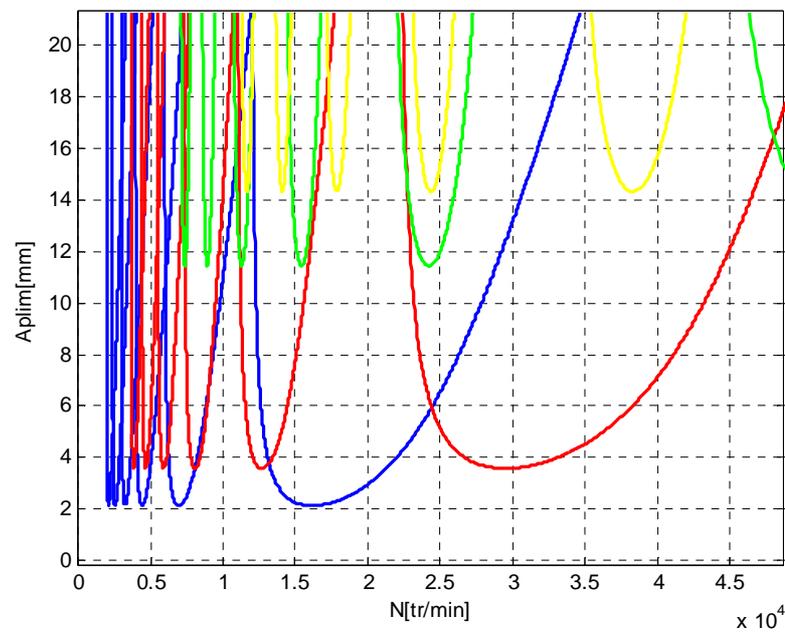


Figure.III.24 Tracé de lobes de stabilité pour quatre modes avec $z = 3$ et $R = 12$ mm.
 — 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

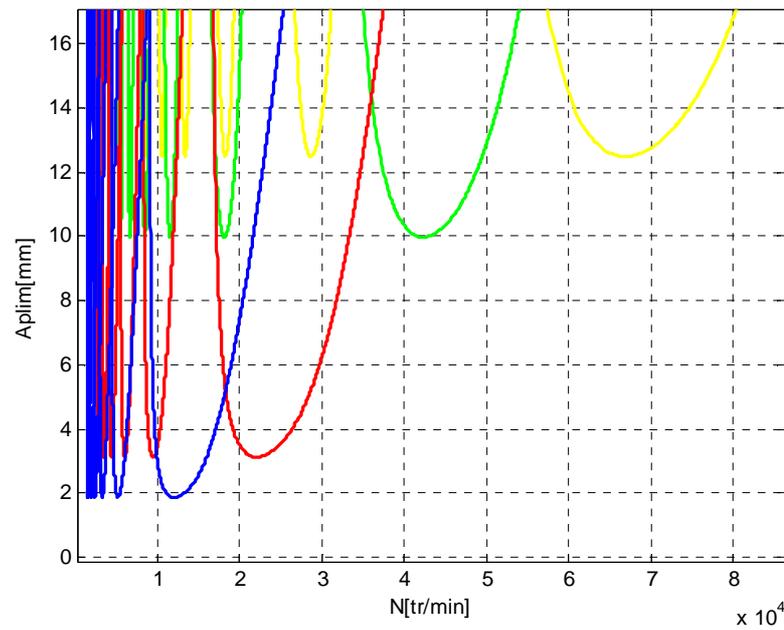


Figure.III.25. Tracé des lobes de stabilité pour quatre modes avec $z = 4$ et $R = 16$ mm.
— 592Hz, — 1088Hz, — 2100Hz, — 3320Hz.

Les figures III.22, III.23, III.24 et III.26 montrent les mêmes résultats dans le cas du fraisage en concordance, que celles obtenus dans le cas du fraisage en opposition ; la seule différence est que les largeurs des zones de stabilité sont plus grandes dans le cas du fraisage en opposition. Donc les modes de vibrations, le nombre de dents et le diamètre de la fraise ont le même effet dans les deux cas du fraisage.

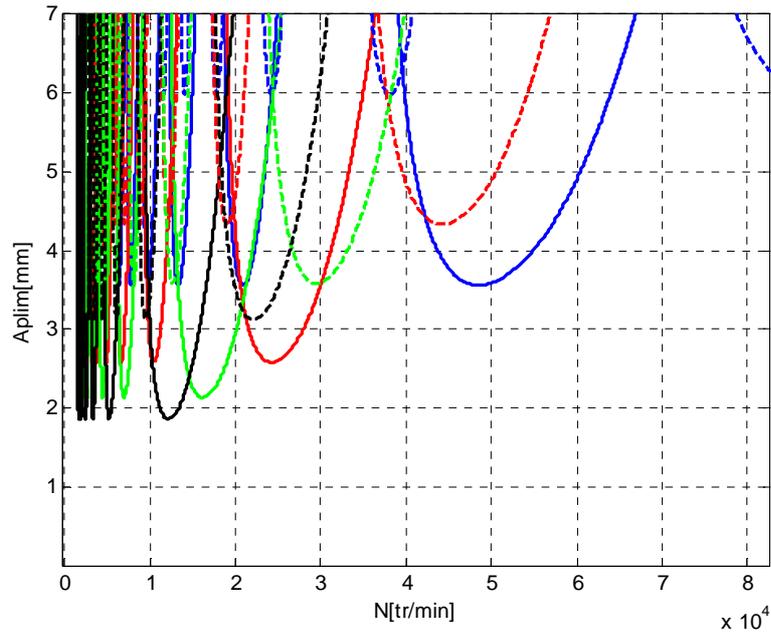


Figure III.26. Tracé des lobes de stabilité pour le mode à 592Hz.

— $z = 1$ et $r = 4\text{mm}$, — $z = 2$ et $R = 8\text{mm}$, — $z = 3$ et $R = 12\text{mm}$, — $z = 4$ et $R = 16\text{mm}$,
 le mode à 1088Hz.
 $z = 1$ et $R = 4\text{mm}$, $z = 2$ et $R = 8\text{mm}$, $z = 3$ et $R = 12\text{mm}$, $z = 4$ et $R = 16\text{mm}$.

La **figure.III.26** montre les conditions optimales pour obtenir la stabilité de la coupe et d'éviter les vibrations.

Les résultats de la simulation (**figures III.15 jusqu'à figure.III.26**) montrent l'importance du bon choix du type de la fraise dans la détermination de la stabilité de la coupe et l'effet des modes de vibrations sur la stabilité de la coupe.

III.12.7. Influence de la matière usinée

III.12.7.1. Influence du coefficient k_r

On représente les résultats de simulation lorsqu'on fait varier la valeur du coefficient spécifique de coupe radial (k_r).

Les résultats de la figure suivante sont obtenus utilisant les données du **tableau.III.1** avec un engagement complet

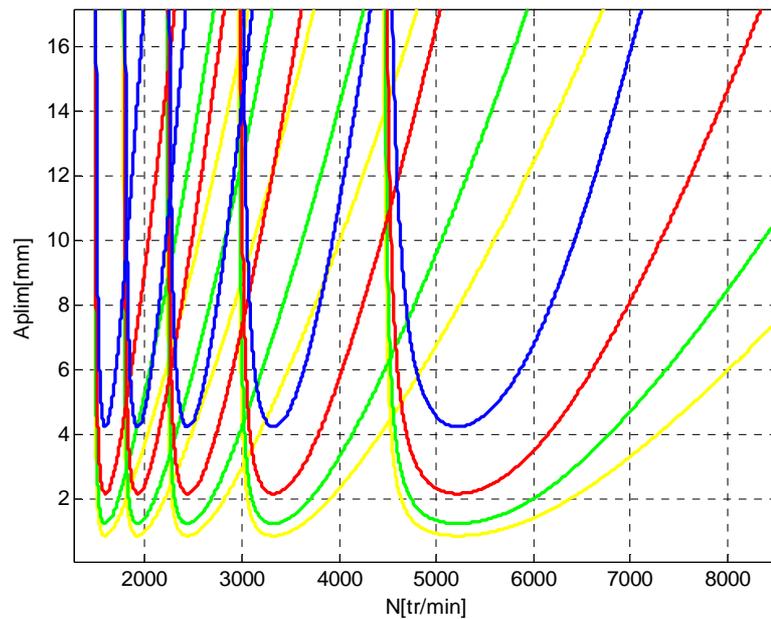


Figure.III.27. Les lobes de stabilité pour différentes valeurs de k_r .

— $k_r=0.1$, — $k_r=0.3$, — $k_r=0.6$, — $k_r=0.9$.

A partir de la **figure.III.27**, on peut déduire que pour les valeurs élevées du coefficient spécifique de coupe radial, les zones de stabilité diminuent.

III.12.7.2. Influence du coefficient k_t

Pour étudier l'influence du coefficient de coupe spécifique tangentielle (k_t), on fait varier ses valeurs en gardant le nombre de dents et le diamètre de la fraise constants.

La **figure.III.28** est obtenue en utilisant les mêmes paramètres du **tableau.III.1** et en faisant varier seulement le coefficient spécifique de coupe tangentiel (k_t), les résultats sont obtenus dans le cas d'un engagement complet et un nombre de dent $z=4$.

- $K_t = 2400 \text{ N/mm}^2$ (Acier S235)
- $K_t = 920 \text{ N/mm}^2$ (Alliage de Titanen -Tig Al4-)
- $K_t = 796 \text{ N/mm}^2$ (Al 7075)
- $K_t = 500 \text{ N/mm}^2$ (Al6061-T6)

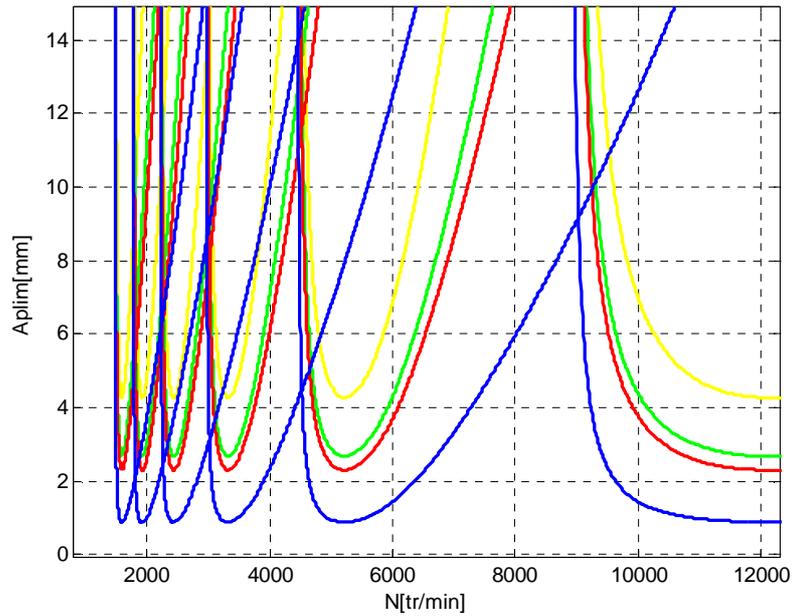


Figure.III.28. Les lobes de stabilité pour différents k_t .
 — $k_t=2400$, — $k_t=920$, — $k_t=796$, — $k_t=500$.

La **figure.III.28** montre que les limites de stabilité diminuent pour les grandes valeurs du coefficient spécifique de coupe tangentiel (k_t).

Les **figure III.29**, **III.30**, **III.31** et **III.32** sont obtenues en variant le coefficient de coupe tangentielle et à chaque fois en changeant le type de la fraise (un diamètre et un nombre de dents différents). Le cas étudié est le cas du fraisage en concordance.

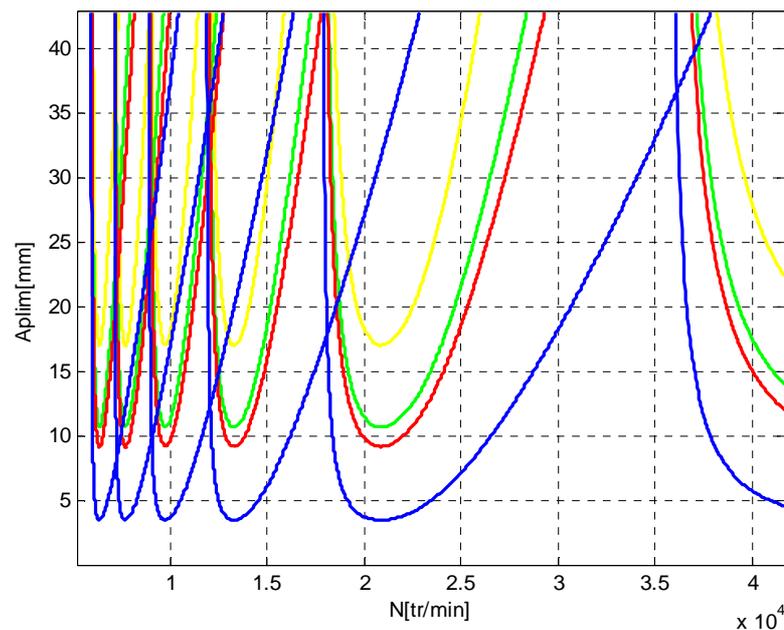


Figure.III.29. Les lobes de stabilité pour différents k_t avec $z=1$ et $R=4\text{mm}$.
 — $k_t=2400$, — $k_t=920$, — $k_t=796$, — $k_t=500$.

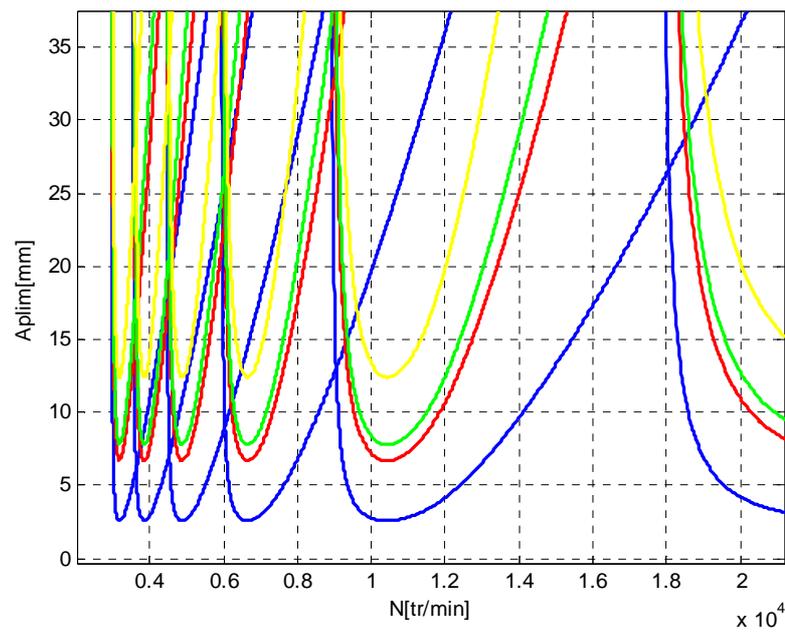


Figure.III.30. Les lobes de stabilité pour différents k_t avec $z=2$ et $R=8$ mm.

— $k_t=2400$, — $k_t=920$, — $k_t=796$, — $k_t=500$.

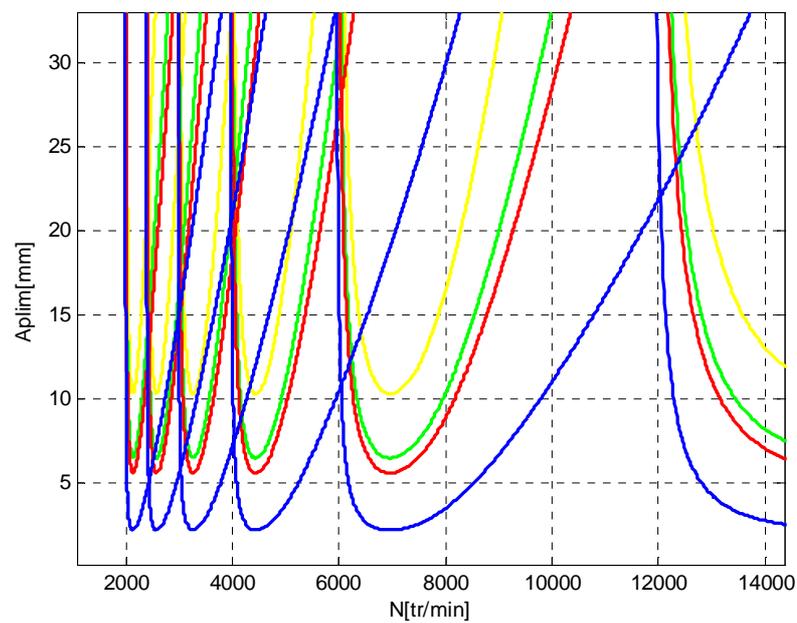


Figure.III.31. Les lobes de stabilité pour différents k_t avec $z=3$ et $R=12$ mm.

— $k_t=2400$, — $k_t=920$, — $k_t=796$, — $k_t=500$.

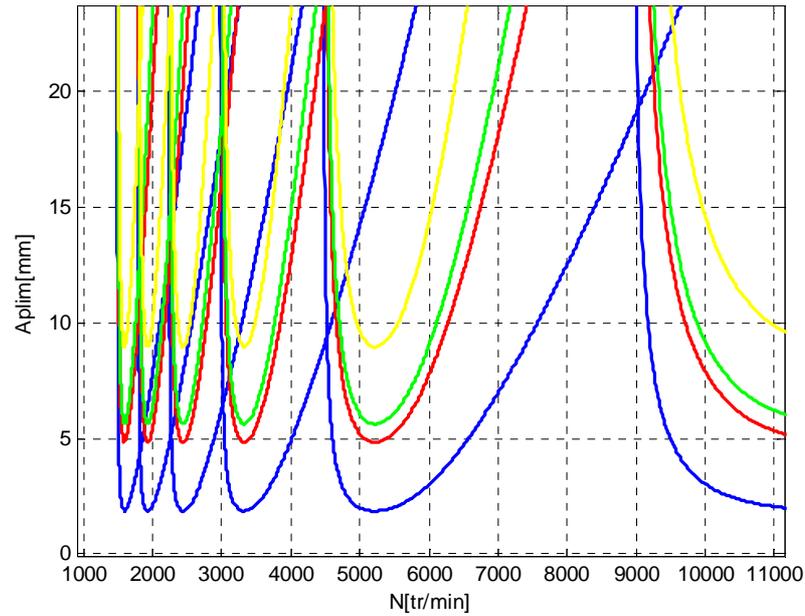


Figure.III.32. Les lobes de stabilité pour différents K_t avec $z=4$ et $R=16\text{mm}$.

— $k_t=2400$, — $k_t=920$, — $k_t=796$, — $k_t=500$.

A partir de la **figure.III.29** jusqu'à la **figure.III.32**, on peut conclure que la qualité de la matière usinée joue un rôle très important pour la détermination de la zone de stabilité. On remarque que les zones de stabilité sont plus larges pour des petites valeurs de K_t .

La **figure.III.33** est obtenue en faisant varier le type de la fraise et le coefficient spécifique de coupe tangentiel.

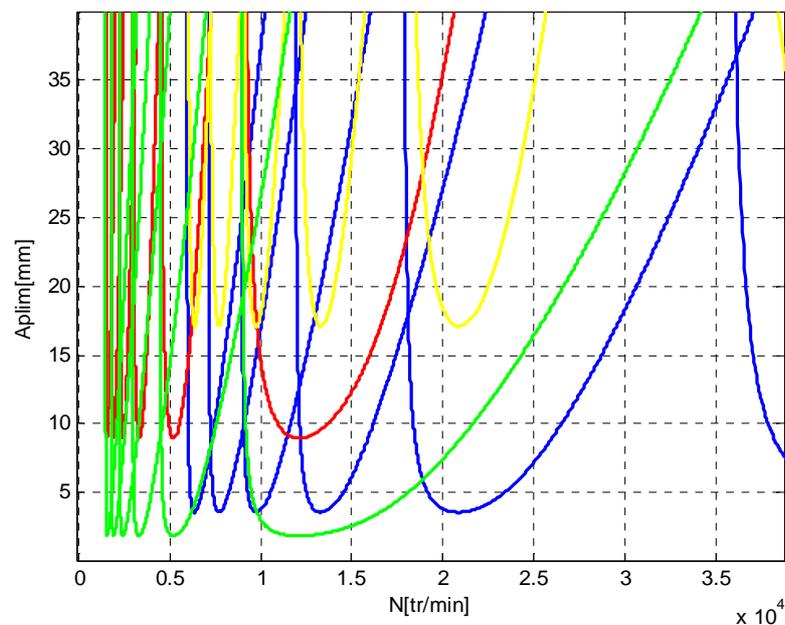


Figure III.33. Les lobes de stabilité pour différents k_t .

— $k_t=2400$ et $z=1$ et $R=4\text{mm}$, — $k_t=500$ et $z=4$ et $R=16\text{mm}$.

— $k_t=24000$ et $z=4$ et $R=16\text{mm}$, — $k_t=500$ et $z=1$ et $R=4\text{mm}$.

De la **figure.III.33**, on constate que la coupe est plus stable dans le cas d'un coefficient spécifique de coupe tangentiel K_t plus petit et une fraise avec un petit diamètre et un nombre de dents réduit.

III.12.8. Influence de la profondeur radiale

En gardant tout les paramètres constants, pour un rayon de la fraise $R=4$ mm, $z=1$ et le mode de vibration est égal à 592Hz et on fait varier la profondeur radiale de 0.0195 mm jusqu'à 0.105 mm.

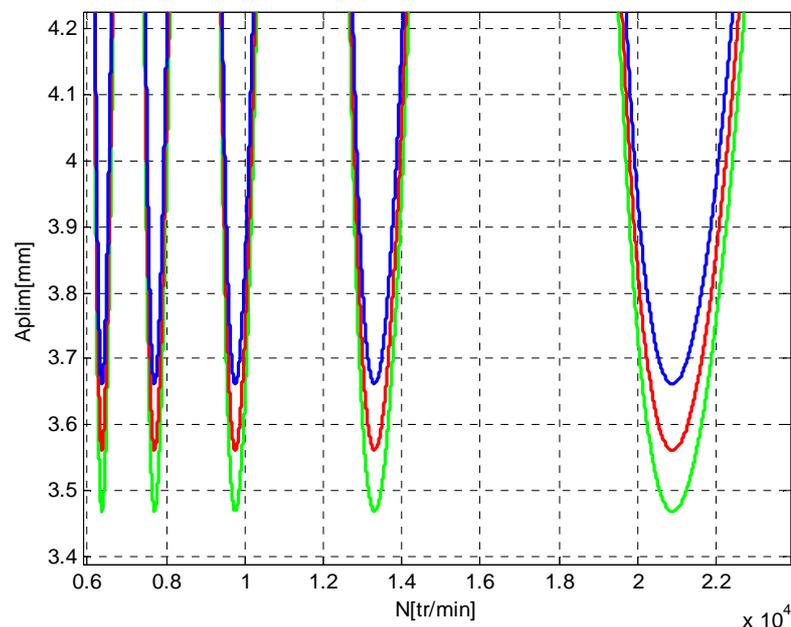


Figure.III.34. Les lobes de stabilité pour différents de profondeur radiale.

— $a_e=0.095$, — $a_e=0.100$, — $a_e=0.105$.

D'après les résultats montrés sur la **figure.III.34**, on constate que les limites de stabilité sont plus élevées pour des profondeurs de coupe radiales minimales.

III.12.9. L'influence du taux d'engagement

Dans cette partie, on a étudié l'influence du taux d'engagement sur la limite de la stabilité, pour les cas du fraisage en concordance et en opposition.

III.12.9.1. Cas du fraisage en opposition

On garde les mêmes paramètres du **tableau III.1**, pour tracer les lobes de stabilité des figures suivantes. Sauf que le nombre de dents $z=4$ et le mode de vibration est égal à 592Hz

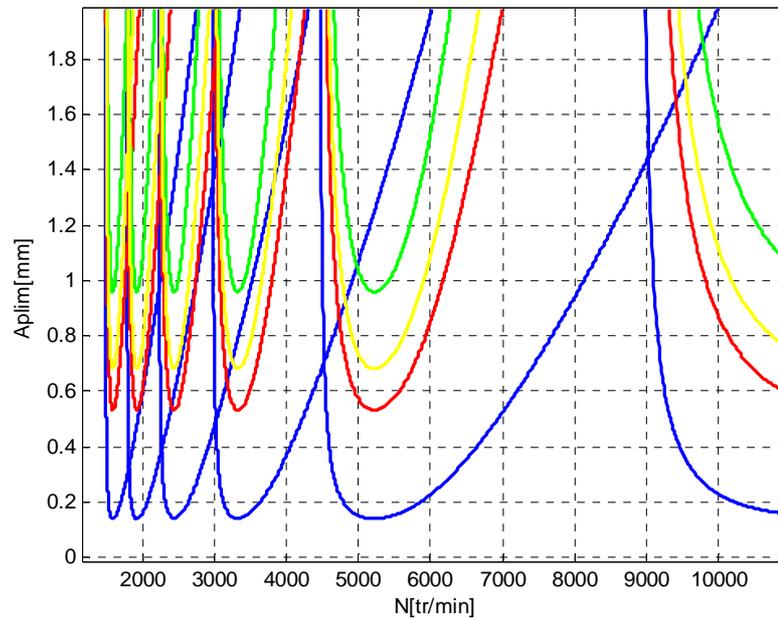


Figure.III.35. Les lobes de stabilité pour différents taux d'engagement :
 — complet, — 0.75, — 0.5, — 0.25.

En comparant les zones de stabilité obtenues pour des engagements qui varient entre 0.5 et 1 on remarque qu'elles augmentent à chaque fois qu'on fait diminuer le taux d'engagement. On remarque l'inverse dans le cas des engagements entre 0.5 et 0.25, ce qui est montré clairement sur la **figure.III.36**.

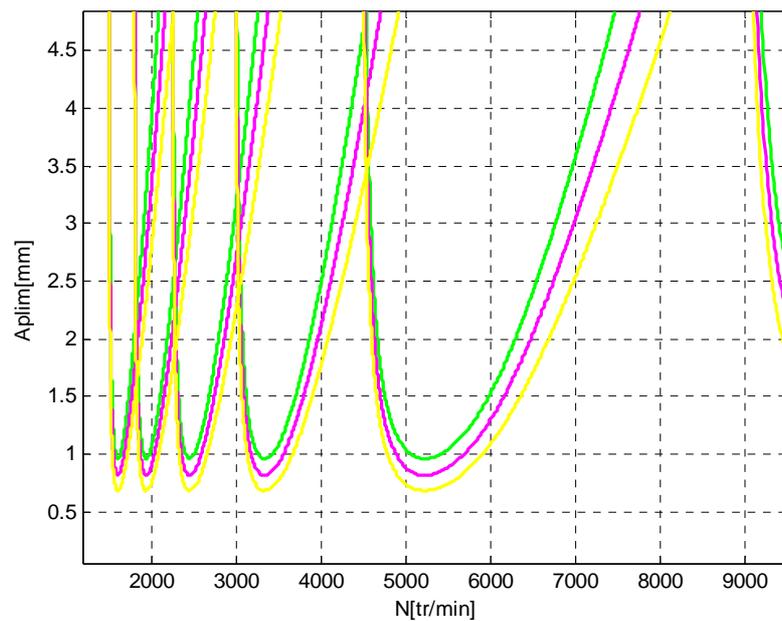


Figure.III.36. Les lobes de stabilité pour différents taux d'engagement
 — 0.25, — 0.35, — 0.5.

On peut conclure des **figures III.35** et **III.36** que la profondeur axiale est maximale dans le cas du fraisage en opposition pour un engagement de 0.5.

III.12.9.2. Cas du fraisage en concordance

On garde les mêmes paramètres de la **figure III.35**. Pour le tracer des lobes de la **figure.III.37**.

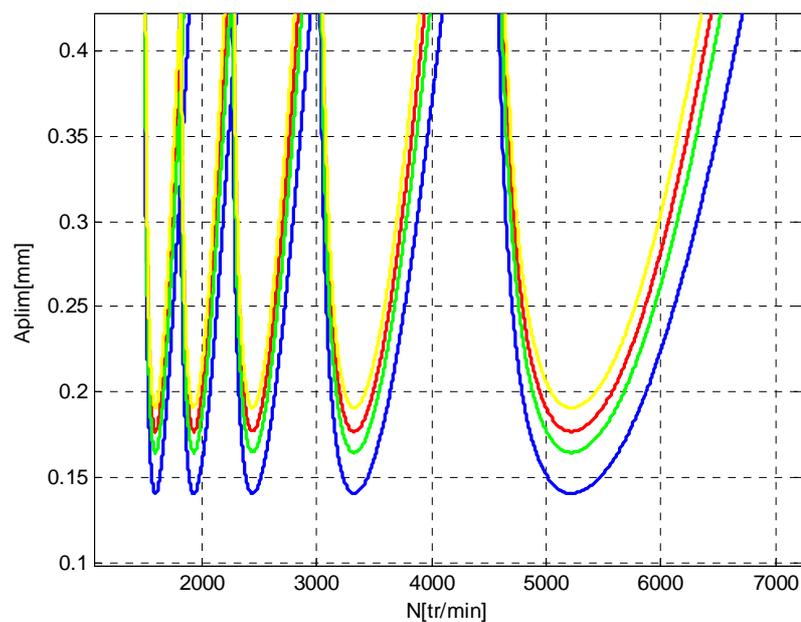


Figure.III.37. Les lobes de stabilité pour différent taux d'engagement :
 — Complet, — 0.75, — 0.5 — 0.25

De la **figure III.37** on note que les zones de stabilité augmentent en faisant diminuer les engagements de 1 jusqu'à 0.75, et pour les engagements de 0.75 jusqu'à 0.5 elles diminuent et pour les engagements de 0.5 à 0.25 les zones de stabilité augmentent. On note aussi que la profondeur axiale est maximale dans le cas du fraisage en concordance pour un engagement de 0.25.

III.12.10. Comparaison entre le fraisage en concordance et en opposition

Les figures suivantes représentent les zones de stabilité pour différents taux d'engagement.

Les résultats sont obtenus pour un nombre de dents $z=4$ et un mode de vibration à 592Hz.

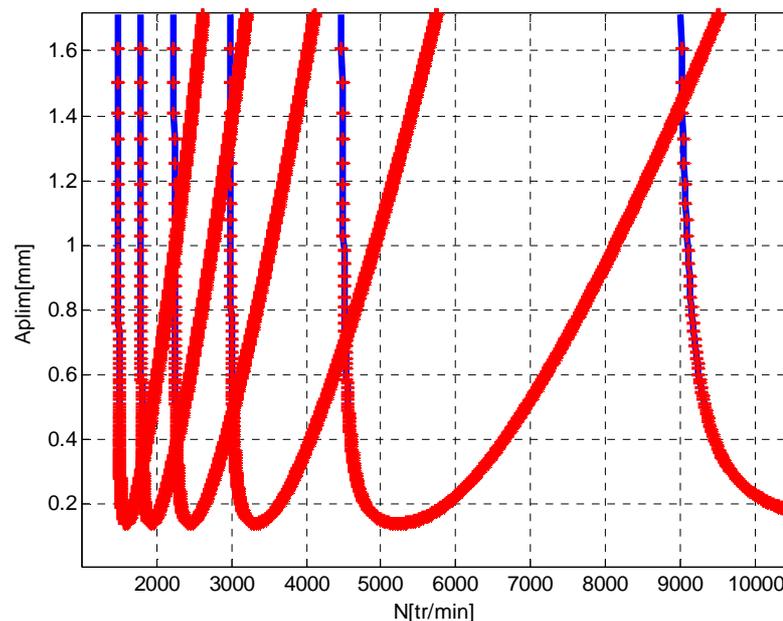


Figure.III.38. Les lobes de stabilité pour un engagement complet.
 — Fraisage en concordance, ++++ fraisage en opposition

D'après la **figure III.38** on constate que les limites de stabilité sont les mêmes, pour les deux cas du fraisage, soit en concordance ou bien en opposition lorsque l'engagement est complet.

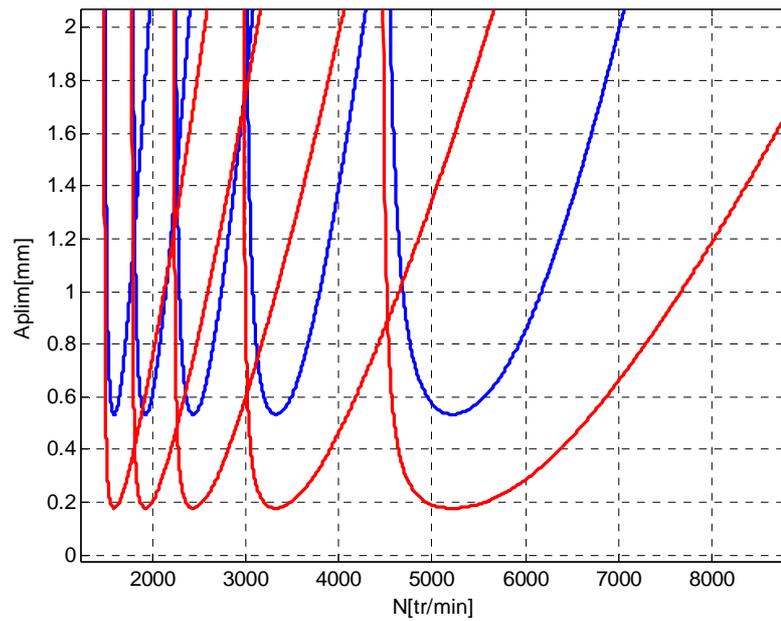


Figure.III.39. Les lobes de stabilité pour un engagement de 0.75.
 — Fraisage en opposition, — fraisage en concordance.

La différence entre les limites de stabilité ne sont pas les mêmes quand on fait diminuer le taux d'engagement à (0.75). Elles sont plus élevées pour le cas du fraisage en opposition.

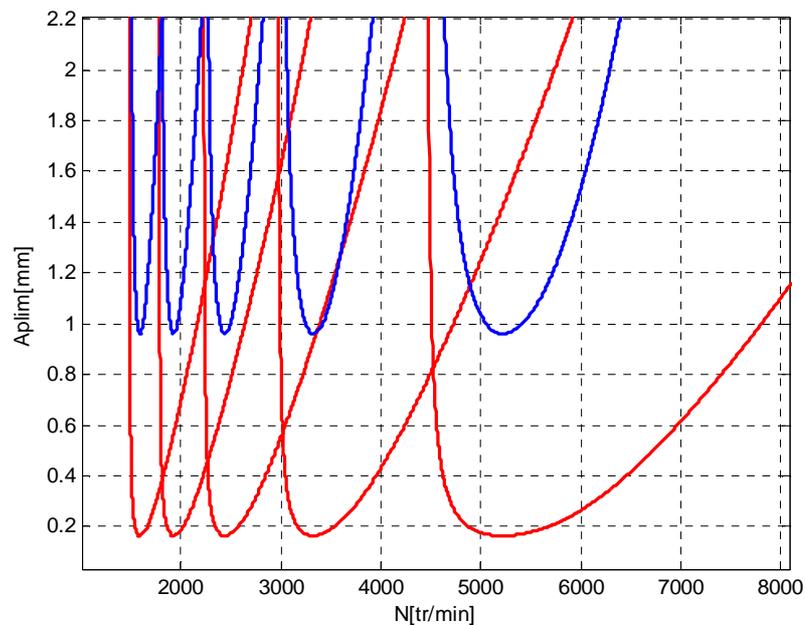


Figure.III.40. Les lobes de stabilité pour un engagement de 0.50.
 — Fraisage en opposition, — fraisage en concordance.

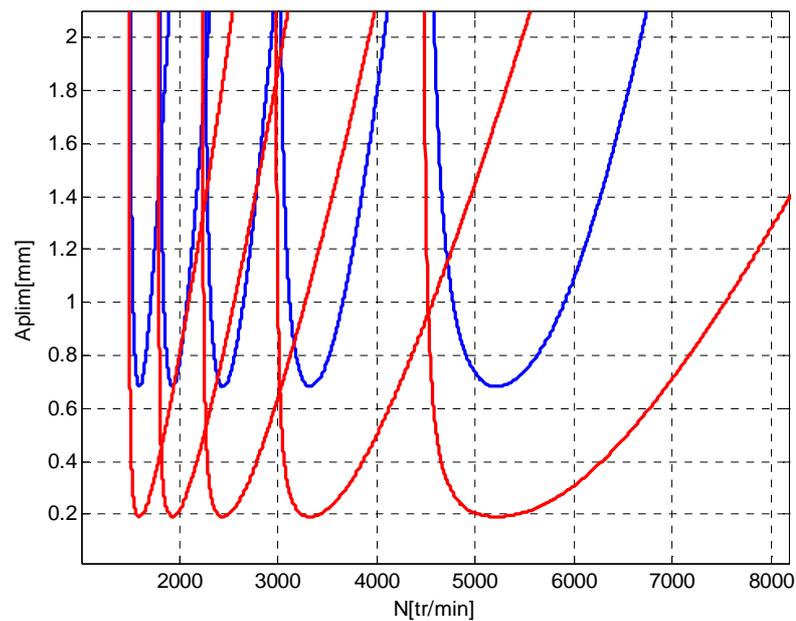


Figure.III.41. Les lobes de stabilité pour un engagement de 0.25.
— Fraisage en opposition, — fraisage en concordance.

D'après les **figures III.38 jusqu'à la figure III.41** on remarque que les différences entre les limites de stabilité dans les deux cas de fraisage se différent à chaque fois qu'on diminue le taux d'engagement: elles sont plus élevées dans le cas de fraisage en opposition, donc on peut conclure que le broutement apparaisse dans le cas du fraisage en concordance avant le cas du fraisage en opposition.

Les figures suivantes représentent les résultats obtenus pour des engagements à faible immersion

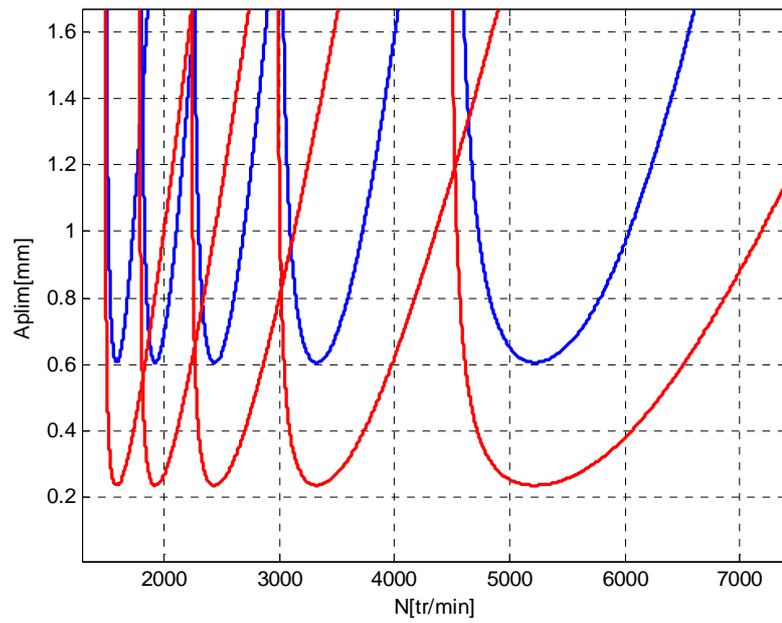


Figure.III.42. Les lobes de stabilité pour un engagement de 0.15.
— Fraisage en opposition, — fraisage en concordance.

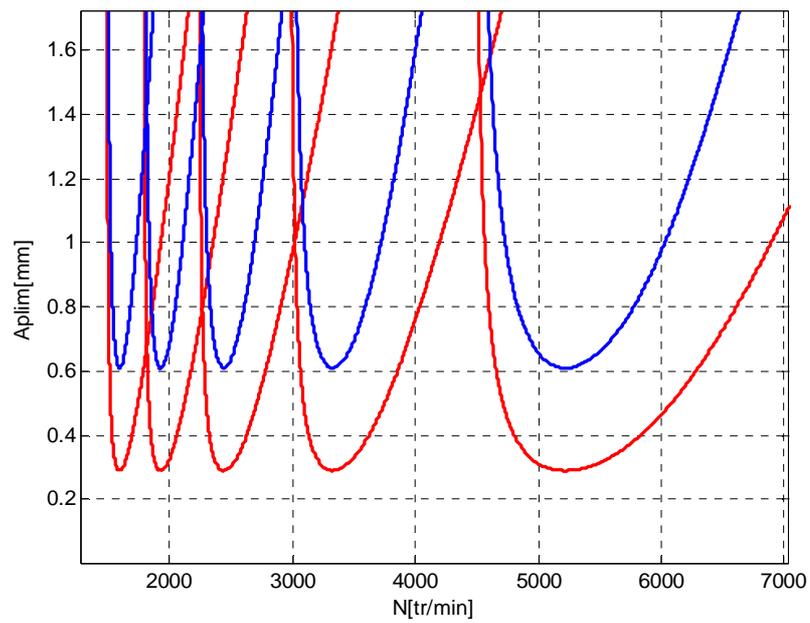


Figure.III.43. Les lobes de stabilité pour un engagement de 0.10.
— Fraisage en opposition, — fraisage en concordance.

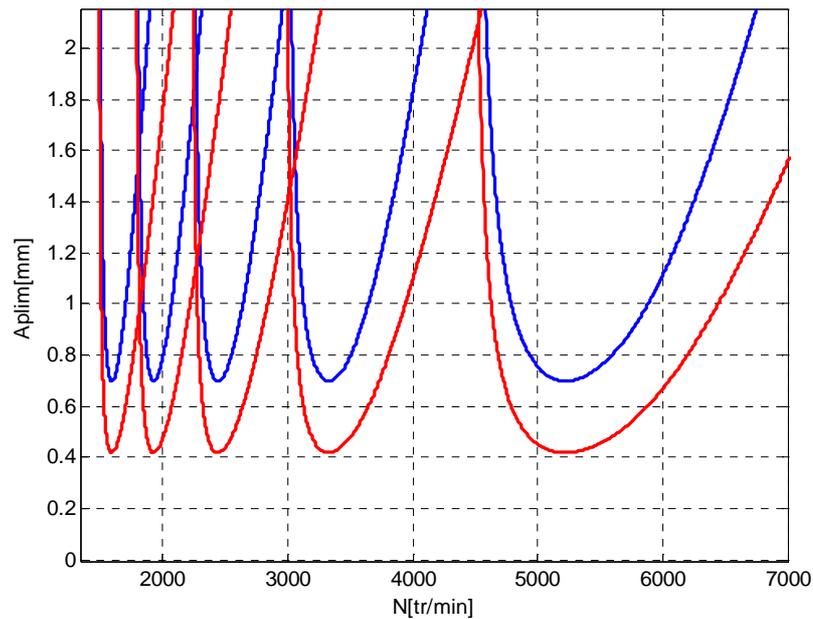


Figure.III.44. Les lobes de stabilité pour un engagement de 0.05.
 ——— Fraisage en opposition, ——— fraisage en concordance.

Les **figures III.42, III.43 et III.44** montrent que les zones de stabilité sont plus élevées dans le cas du fraisage en opposition que celles obtenues dans le cas du fraisage en concordance, pour des engagements faibles.

III.12.11. Les zones optimales de stabilité

Etant donné l'imprécision des mesures réalisées par Thevenot et al. [39], il en résulte deux courbes entre lesquelles se trouve la limite de stabilité réelle du système, (**figures III.45et**

III.46).

Tableau III.4. Paramètres utilisés pour tracer les lobes de stabilité, [39].

$\omega_0 = 592 \text{ Hz} \pm 1 \text{ Hz}$
$1134 \text{ Mpa} < k_t < 2880 \text{ Mpa}$
$0.675 < kr < 0.9$
$0.0297 < \xi < 0.0363$
$41.8 \times 10^9 \text{ N.m}^{-1} < k < 46.2 \text{ Mpa} \times 10^9 \text{ N.m}^{-1}$
$0.095 \text{ mm} < a_e < 0.105 \text{ mm}$

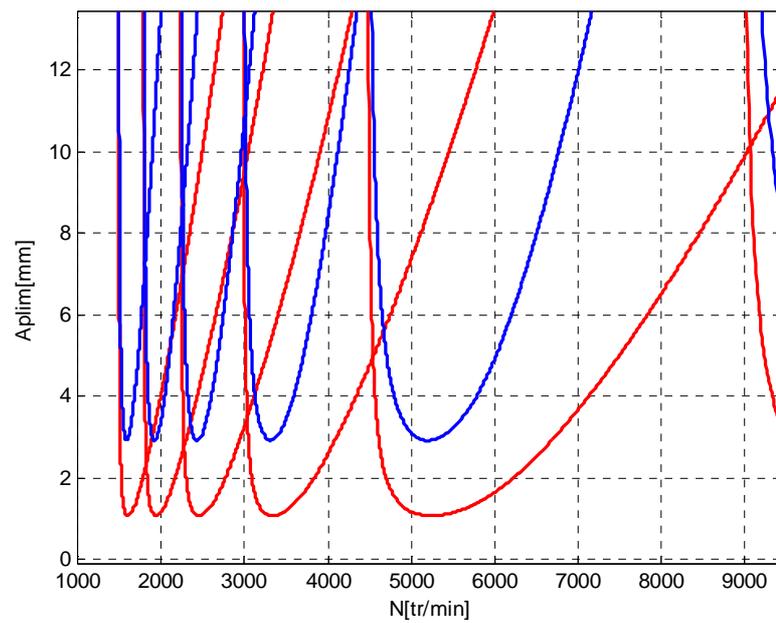


Figure.III.45. Tracé des lobes de stabilité intégrant l'imprécision des mesures des paramètres cas du fraisage en opposition avec $z=1$ et $R=4\text{mm}$.

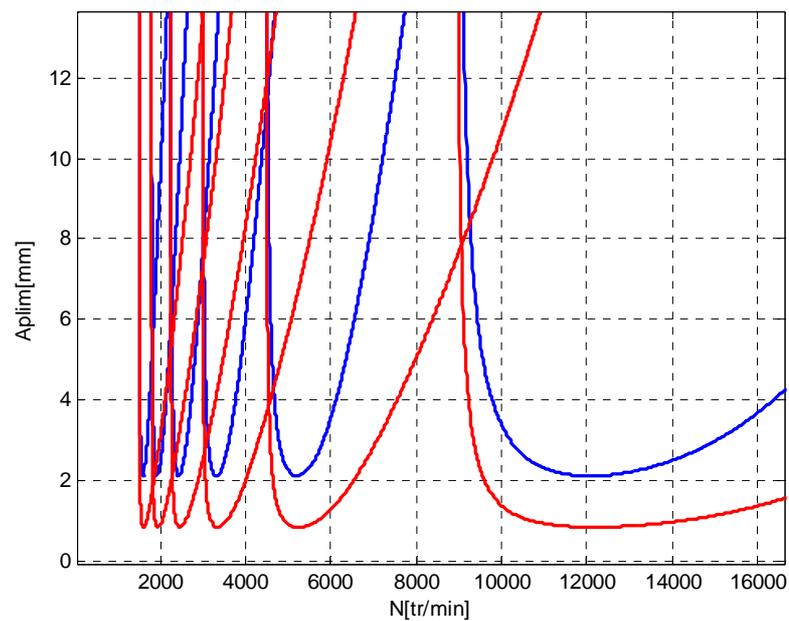


Figure.III.46. Tracé des lobes de stabilité intégrant l'imprécision des mesures des paramètres cas du fraisage en concordance avec $z=1$ et $R=4\text{mm}$.

III.13. Conclusion

Dans cette partie nous avons utilisé une méthode de modélisation et qui nous a permis de montrer comment introduire dans la théorie des lobes de stabilité les variations de comportement dynamique de la pièce.

Nous avons étudié l'influence des modes vibratoires sur la limite de stabilité, ainsi que le type de l'outil (le nombre de dents et le diamètre), de plus nous avons étudié l'influence de la matière usinée.

Nous avons montré aussi la différence entre le fraisage en concordance et en opposition, et l'influence du taux d'engagement sur les limites de stabilité. Enfin nous avons défini les zones optimales de stabilité en se rendant compte de l'imprécision des différents paramètres utilisés.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Le point principale de cette thèse est le tracer des cartes de stabilité en développant un programme de simulation sous MATLAB pour le cas du fraisage de profil.

Les cartes de stabilité nous ont permis de déterminer les zones de stabilité où on peut éviter le broutement et obtenir un bon état de surface de la pièce usinée.

Dans notre travail le calcul des lobes de stabilité nous a permis d'obtenir les conditions optimales de la coupe dans le cas du fraisage en étudiant l'influence de différents paramètres d'usinage sur la stabilité tels que :

- le nombre de dents de la fraise ;
- le diamètre de la fraise ;
- le type d'engagement total ou partiel ;
- le mode du fraisage soit en concordance ou en opposition ;
- les coefficients de coupe spécifiques (k_r , k_t).

Plusieurs perspectives pourraient être envisagées pour poursuivre ce travail :

1- la validation expérimentale.

2- obtenir les cartes de stabilité par d'autres méthodes comme :

- la méthode d'Altintas et Budak ;
- la méthode de semi discrétisation ;
- la méthode d'analyse par éléments finis temporels ;
- étude de la stabilité dans le cas des systèmes à plusieurs degrés de liberté.
- Le calcul des conditions de la stabilité dans le cas de la flexibilité de la pièce et de l'outil (effet de couplage des modes).
- L'obtention des cartes de stabilité en modélisant la trajectoire de l'outil.

3- la validation dans le cas de la présentation de l'effet gyroscopique.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Nolwenn Corduan**, «Etude des phénomènes vibratoires en fraisage de finition de plaques minces : application aux aubages de turbines aéronautiques», Thèse de Doctorat, *ENSAM, CER de Paris*, 2006.
- [2] **Grégoire Piègne**, « Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil», Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 2003.
- [3] **Rafic younes, Joe Chalfoun, Yasser Alayli et Peter Wagstaff**, «Etude de la stabilité des vibrations de l'usinage», 2003.
- [4] **Raynald Laheurte**, «Application de la théorie du second gradient à la coupe des matériaux», Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux 1, France, 2004.
- [5] **Marian Wiercigroch and Erhan Budak**, «Sources of Nonlinearities, Chatter Generation and Suppression in Metal Cutting», *Phil. Trans. R. Soc. Lond., A.* 359, pp 336- 693, 2001.
- [6] **Stéphanie BISSEY**, «Développement d'un modèle d'efforts de coupe applicable a des familles d'outils : cas du fraisage des aciers traités thermiquement», Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux, 2005.
- [7] **Jon Robert Pratt**, «Vibration control for chatter suppression with application to borings bars», Thèse de Doctorat, 1997.
- [8] **George Florin Moraru**, «Etude du comportement du systeme « piece – outil – machine en regime de coupe vibratoire», Thèse de Doctorat, *ENSAM*, 2002.
- [9] **Yusuf Altintas**, « Manufacturing Automation Metal Cutting Mechanics, Machine Tool, and CNC Design» University of British Columbia, pp 72-108, 2000.

- [10] **Tamas Insperger et Gabor stépan**, «Stability transition between 1 and 2 degrees of freedom models of milling», *Periodica Polytechnica Ser.Mech.*,Vol.48, NO.1, pp. 27- 39, 2004.
- [11] **Ferenc Hrtung, Tamàs Insperger, Gabor Stépan and Jonos Turi**, «Approximate stability charts for milling processes using semi-discretization», *Applied Mathematics and Computation*, 174,pp 51-73,2006.
- [12] **B.P.Mann, N.K.Garg, K.A.Young and A.M.Helvey**, «Milling bifurcations from structural asymmetry and milling nonlinear regeneration, *Nonlinear Dynamics*», 42, pp 319-337, 2005.
- [13] **Mohammad H. Kurdi**, «Robust Multicriteria Optimization Of Surface Location Error And Material Removal Rate In High-Speed Milling Under Uncertainty»,Thèse de doctorat en mécanique, Université de Florida ,2005.
- [14] **P.V.Bayly, J.E.Halley, B.P.Mann and M.A.Davies**, «Stability of interrupted cutting by temporel finite element analysis», *ASME*, Vol. 125, 2003
- [15] **B.P.Mann, N.K.Garg, K.A.Young and A.M.Helvey**, «Milling bifurcations from structural asymmetry and milling nonlinear regeneration», *Nonlinear Dynamics*, 42, pp 319-337, 2005
- [16] **Nitin K.Garg, Brian P maan, Nam h.Kimm and mohammad H.Kurdi**, «Stability of a time –delayed system with parametric excitation», *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 129, pp 125-139, 2007.
- [17] **T. Insperger a, B.P. Mann, G. Stépan and P.V. Bayly**, «Stability of up-milling and down-milling, part 1: alternative analytical methods», *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 43, pp 25–34, (2003)

[18] **B.P. Mann, T. Insperger, P.V. Bayly and G. Stépàn**, «Stability of up-milling and down-milling, part 2: experimental Verification», *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 43, pp 35–40, 2003.

[19] **Janez Gradisèka, Martin Kalveramb, Tamàs Inspergerc, Klaus Weinertb, Gabor Stépàn , Edvard Govekara and Igor Grabec**, «On stability prediction for milling», *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 45, pp 769–781, 2005.

[20] **Eric A. Butcher, Haitao Ma, Ed Buelet, Victoria Averina and Szolt Szabo**, «Stability of linear time-périodic delay-differential equations via Chebyshev polynomials», *Int. J. Numer. Meth. Engng*; 59, pp 895-922, 2004.

[21] **Eric A. Butcher; Praveen Nindujaria and Ed Bueler**, «stability of up-milling and down milling using chebyshev collocation method», *ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference* September, Long Beach, California, USA, pp 24-28, 2005.

[22] **M.A .Davies et J.R.Pratt, B.Duttererm and T.J.Burns**, «Stability predictions for low Radial milling», *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 124, pp 217-225, 2002.

[23] **Burns T.Insperger and G.Stépàn**, «Vibration Frequencies in high speed milling Processes or a positive answer to Davis, Pratt, Dutterer and Burns», *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 126, pp 481-487, AUGUST 2004.

[24] **Róbert Szalai, Gábor Stépán and S. John Hogan**, «Global dynamics of low immersion high-speed milling», pp 1-19, 2004.

[25] **R. Szalai1, B. Mann and G. Stepan**, « Period-two and Quasi-periodic Vibrations of High-speed Milling», pp 1-9, 2005.

[26] **Gabor Stepan, Robert Szalai, Brian P. Mann, Philp V. Bayly, Tamas Insperger, Janez Gradisek and Edvard Govekar**, «Non linear Dynamics of high speed milling – analyses, Numérics , and experiments», Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 127, pp 197-203, APRIL 2005.

[27] **A.Erturk, H.N.Ozguven and E.Budak**, «Analytical modeling of spindle–tool dynamics on machine tools using Timoshenko beam model and receptance coupling for the prediction of tool point FRF» , International Journal of machine Tools &Manufacture, pp 1- 11, 2006.

[28] **Tony L.Schmitz, Timothy J.Burns and John C.Zieger**, «Tool length-Dependent stability surfaces», Machining Science And Technology, Vol. 8, No. 3, pp. 1–21, 2004

[29] **A. Ertürk, H.N. Özgüven and E. Budak**, «**Effect analysis of bearing and interface dynamics on tool point FRF for chatter stability in machine tools by using a new analytical model for spindle- tool assemblies**» , International Journal of machine Tools &Manufacture, pp 1- 11, 2006.

[30] **T. Qu, K. Behdinan and B. Lin A. Khajepour**, «Finite Element Modeling and Stability Analysis of End Milling Chatter», Canada, pp 1-2.

[31] **Mohammad R. Movahhedy and Peiman Mosaddegh**, «Prediction of chatter in high speed milling including gyroscopic effects», International Journal of Machine Tools & Manufacture, pp 1–6, 2005.

[32] **R.P.H. Faassen, N.van de Wouw , J.A.J. Oosterling and H. Nijmeijer**, «Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling», International Journal of Machine Tools & Manufacture, 43, pp 1437–1446, 2003.

[33] **Ronald Faassen, Nathan van deWouw, Han Oosterling and Henk Nijmeijer**, «Updated tool path modeling with periodic delay for chatter prediction in milling», ENOC-2005, Eindhoven, Netherlands, pp 1-10, 2005.

[34] **R.P.H. Faassen, N. Van de Wouw m H.Nimeijer and J.Q.J Oostelling**, «An Improved Tool Path Model Including Periodic Delay for chatter Prediction in Milling», *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 2, pp 167-179, APRIL 2007.

[35] **R. Faassen**, «Chatter prediction and control for high- speed milling: modeling and experiments», These de Doctorat, Université de Eindhoven Netherlands, 2007

[36] **B.Balachandran and D. GILSINN**, «Non- linear oscillations of milling», *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, Vol. 11, No. 3, pp 273 – 290, September 2005.

[37] **Xinhua Long**, «Loss of contact time delay dynamics of milling processes», Thèse de Doctorat, University of Maryland, USA, 2006.

[38] **U. Bravo, O. Altuzarra, L.N. López de Lacalle, J.A. Sánchez and F.J. Campa**, «Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine», *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 45, pp 1669–1680,2005.

[39] **Abhijit Ganguli**, «Chatter reduction through active vibration damping», Thèse de Doctorat, Université Libre de Bruxelles, 2005.

[40] **Vincent Thevenot, Lionel Arnaud, Gilles Dessen et Gilles Cazenave-Larroche**, «Influence de la position de l’outil sur le comportement dynamique en fraisage de parois minces», *Mécanique & Industries*, 6, pp 403–410, 2005.

RESUME

On s'est intéressé dans ce mémoire à développer un programme de simulation dans le cas du fraisage de profil en se basant sur la modélisation d'un système de coupe à un seul degré de liberté. Ce programme nous a permis de tracer les lobes de stabilité et d'étudier l'influence de différents paramètres de coupe sur la stabilité de la coupe, comme : le nombre de dents et le diamètre de la fraise, les modes vibratoires, le mode de fraisage soit en concordance ou en opposition et le taux d'engagement.

Mot clés : Modélisation, fraisage de profil, simulation, lobes de stabilité.

ABSTRACT

In this memory we have developed a simulation program for the case of end milling, which is based on the model of a cutting system with one degree of freedom. This program allowed us to obtain the stability lobes and to study the effects of the different cutting parameters on the cutting stability such as: the teeth number, the mill diameter, the vibratory modes, the type of milling if it is up or down milling and the engagement rate.

Key words: Modeling, end milling, simulation, stability lobes.

ملخص

في هذه المذكرة قمنا بإعداد برنامج محاكاة في حالة التفريز الجانبي بالاعتماد على نموذج لنظام قطع له درجة حرية واحدة. هذا البرنامج سمح لنا برسم بطاقة الاستقرار و دراسة تأثيرات مختلف عوامل القطع على استقرار عملية القطع مثل عدد أسنان وقطر الفارزة ، طبيعة الاهتزازات، نوع التفريز إذا كان بالتوافق أو على التعاكس و نسبة التفريز.

الكلمات المفتاحية: نمذجة، التفريز الجانبي، محاكاة، بطاقة الاستقرار.