

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSENGNEMENT SUPERIEUEE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Thèse

Présentée

AU DEPARTEMENT DE MECANIQUE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
UNIVERSITE DE BATNA

Pour obtenir le Diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES EN GENIE MECANIQUE

Option: Construction Mécanique

Par

Mohamed-saïd CHEBBAH

**Simulation et optimisation rapides
des paramètres du procédé d'hydroformage
de tubes par éléments finis en utilisant
une méthode inverse**

Soutenue publiquement le : 16 Mai 2010, devant le jury composé de:

BARKAT Belkacem	Professeur, Université de Batna	Président
CHAOUI Kamel	Professeur, Université d'Annaba	Examineur
HECINI Mabrouk	Maître de Conférences, Université de Biskra	Co-Rapporteur
MEZIANI Salim	Professeur, Université de Constantine	Examineur
NACEUR Hakim	Professeur, Université de Valenciennes - France	Rapporteur
OUATTAS Toufik	Professeur, Université de Batna	Examineur

A mes parents

A ma femme et mes enfants

Remerciements

Je remercie vivement Monsieur NACEUR Hakim Professeur à l'Université de Valenciennes, Directeur de la thèse, qui m'a offert l'opportunité de réaliser un Doctorat et qui, tout au long de celui-ci, m'a guidé par ses conseils judicieux et ses discussions fructueuses.

J'adresse mes remerciements à Monsieur HECINI Mabrouk maître de conférences à l'université de Biskra pour son accord pour co-diriger ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur BARKAT Belkacem Professeur à l'Université de Batna qui a honoré notre travail en acceptant la présidence de jury.

Mes remerciements s'adressent également à Messieurs les membres du jury : CHAOUI Kamel Professeur à l'université d'Annaba, MEZIANI Salim Professeur à l'Université de Constantine, OUATTAS Toufik Professeur à l'université de Batna qui m'ont fait l'honneur de participer au jury.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance au professeur Jean-Marc ROELANDT, Directeur du laboratoire Roberval de l'Université de technologie de Compiègne, pour l'accueil qu'il m'a réservé au sein de son laboratoire.

Mes remerciements vont aussi au Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique d'Algérie et le Centre Régional des Œuvres Universitaires et Scolaires (CROUS) d'Amiens en France, pour la bourse Franco-Algérienne octroyée pour la finalisation de cette thèse, au laboratoire Roberval.

Mohamed-saïd CHEBBAH.

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre 1 : Etat de l'art de l'hydroformage de tubes

1. Introduction	4
2. Généralités sur le procédé d'hydroformage	5
2.1. Principe d'hydroformage de tubes	7
2.2. Avantages et inconvénients de l'hydroformage	9
2.3. Principaux défauts d'hydroformage	9
2.4. Courbes limites de formage	11
2.5. Paramètres influents sur la formabilité	13
2.6. Presses d'hydroformage	13
3. Travaux réalisés en hydroformage	18
3.1. Travaux liés à la formabilité des matériaux en hydroformage	18
3.2. Propriétés Mécaniques	21
3.3. Méthodes d'optimisation pour la conception en hydroformage	24
3.4. Opérations nécessaires en hydroformage	25

Chapitre 2 : Modélisation en hydroformage de tubes par approche inverse

1. Introduction	27
2. Modélisation numérique de l'hydroformage de tubes	28
2.1. Approches simplifiées	28
2.2. Approches incrémentales	30
2.3. Brève description des méthodes utilisées dans ABAQUS	32
3. Formulation mathématique de l'approche inverse en 3D	36
3.1. Projection sur le tube cylindrique initial	38
3.2. Mesure des déformations	40
3.2.1. Relations cinématique	40
3.2.2. Déformations logarithmiques	42
3.3. Mesure des contraintes	45
3.4. Eléments triangulaire DKT12	48
3.4.1. Approximation des déplacements et déformations	48
3.4.2. Vecteur des forces internes	51
3.4.3. Vecteur des forces externes	52
3.4.4. Matrice tangente	52
3.5. Procédure de calcul	53

Chapitre 3 : Validation du modèle non linéaire développé par méthode inverse

1. Introduction	55
2. Applications numériques de validation	56
2.1. Hydroformage de tube cylindrique	56
2.1.1. Hydroformage de tube cylindrique sous charges axiales	57
2.1.2. Hydroformage de tube cylindrique sans charges axiales	59
2.2. Hydroformage de tube sphérique sous charges axiales	60
2.3. Hydroformage de tube sous charge axiale d'un seul coté	64
2.4. Hydroformage de tube en branche de T	69

Chapitre 4 : Optimisation des paramètres du procédé d'hydroformage et validation

1. Introduction	70
2. Problème d'optimisation	74
3. Méthode de programmation quadratique séquentielle	75
4. Techniques de plans d'expérience retenus	78
4.1. Plan factoriel complet 3k	78
4.2. Plan central composite	79
4.3. Plan Box-Behnken	80
5. Méta-modèles basées sur les méthodes de surface de réponse	81
5.1. Techniques d'approximation des réponses	82
5.2. Facteurs déterminants la précision des SR	83
5.3. Méthode de SR basée sur l'approximation diffuse	83
6. Validation des algorithmes SQP/AD sur des fonctions analytiques	87
7. Application à l'hydroformage de tubes	91
7.1. Etude de sensibilités des paramètres d'hydroformage de tubes	91
7.1.1 Etude de sensibilités des paramètres matériau	92
7.1.2 Etude de sensibilités des paramètres géométriques	93
7.1.3 Etude de sensibilités des paramètres mécaniques de fonctionnement	95
7.2. Optimisation de paramètres géométriques et de matériau	96
7.3 Optimisation d'une Branche en T	101
7.3.1. Hydroformage avec matrice ouverte	102
7.3.2. Hydroformage avec matrice fermer	103
7.3.3. Les données du problème d'optimisation	107
7.3.4. Résultats numériques	108
Conclusions et perspectives	112
Bibliographie	116
Annexe	125

Introduction générale

Dans le domaine de mise en forme de matériaux métalliques il existe trois voies principales telles que: le moulage, le façonnage (avec ou sans enlèvement de matière) et le frittage. La distinction entre ces trois voies est due à l'état de départ du matériau métallique (liquide ou solide). Parmi les techniques de formage sans enlèvement de matière, on trouve le procédé d'hydroformage.

L'hydroformage est l'un des procédés de mise en forme qui consiste à déformer une surface métallique dans un moule ayant la forme finale désirée en appliquant une pression hydraulique. Cette technologie a été reconnue et utilisée pour la première fois dans les années vingt du vingtième Siècle, et les percées technologiques principales ont été faites en production par série dans les vingt dernières années [Shi02]. Avec la réduction de temps du cycle de fabrication et l'amélioration du contrôle de procédé, les champs d'application de l'hydroformage sont devenus plus larges. En raison de ses nombreux avantages et parce qu'il suit le développement des technologies par rapport au procédé d'emboutissage,

l'hydroformage a gagné un intérêt en constante progression depuis les dix dernières années dans le monde.

Plusieurs travaux de recherche sur la technologie d'hydroformage et l'effet des paramètres du procédé ont été effectués par beaucoup de chercheurs, analytiquement et/ou expérimentalement. On peut citer les travaux de Kridli et al. [Kri03], Koç et al. [Koç02b], Imaninejad et al. [Ima04a], Hwang et al. [Hwa05], Manabe et al. [Man02], Lang et al. [Lan04b], etc.

À côté des travaux réalisés expérimentalement dans le domaine d'hydroformage, il y a également la simulation numérique sur ordinateur, de tout le procédé qui a l'avantage de réduire les coûts de mise au point de telles opérations.

De nos jours il existe plusieurs logiciels industriels basés sur des approches incrémentales comme ABAQUS, ADINA, LS-DYNA, AUTOFORM, RADIOSS, STAMPACK, etc. qui sont basés sur des algorithmes de résolution de type statique implicite ou dynamique explicite. L'approche incrémentale nécessite une connaissance de tous les paramètres initiaux du procédé et de la configuration initiale mais permet une analyse précise des déformations et contraintes au cours des différentes étapes du processus. Cependant les temps de calcul peuvent être significatifs (voire plusieurs jours de calcul pour des pièces industrielles) et constituent encore aujourd'hui un frein à l'utilisation de ce type d'approches dans une boucle d'optimisation mathématique pour la conception.

Les méthodes d'analyses basées sur des approches simplifiées sont développées et utilisées en mise en forme de tôles minces comme outils d'aide à la conception. Elles utilisent le fait que la forme finale de la surface moyenne de l'embouti est connue ainsi que le contour initial du flan et son épaisseur, l'épaisseur finale et le contour final du flan sont inconnus. L'avantage majeur de ce type d'approches réside dans la rapidité de calcul et dans la simplicité de mise en œuvre.

Ces approches utilisent également des algorithmes de résolution, en général implicites mais prennent en compte des simplifications sur les comportements de la tôle et sur l'action des outils. Parmi ces méthodes simplifiées la méthode inverse a fait l'objet de travaux importants à l'UTC depuis 1990 dans le domaine d'emboutissage.

La méthode inverse exploite la connaissance « à priori » de la forme de la partie utile de la configuration finale et néglige également « l'historique » des trajets de déformations et de l'action des outils. Si, en conséquence, la précision de ce type d'approches ne peut rivaliser avec celle des approches incrémentales, elles donnent néanmoins dans de nombreux cas industriels des résultats satisfaisants, pour un temps de calcul très faible (quelques minutes

pour des pièces industrielles) les rendant particulièrement attractives pour les étapes de faisabilité d'hydroformage et de préconception. Elles peuvent en effet être assez facilement prises en compte dans une boucle d'optimisation nécessitant de nombreuses simulations.

Les principaux objectifs de cette thèse sont :

- La simulation du procédé d'hydroformage de tubes par approche inverse.
- L'optimisation des paramètres du procédé d'hydroformage par combinaison de l'AI et des algorithmes d'optimisation SQP et de surface de réponse.

Le mémoire de thèse est composé de quatre chapitres:

Dans le premier chapitre, nous commençons par un rappel des principales définitions liées au procédé d'hydroformage, son principe, les domaines d'application de ce procédé, les avantages et les inconvénients et les paramètres influant sur la formabilité. Ensuite on donne une étude bibliographique détaillée sur les principaux travaux réalisés dans le domaine de l'hydroformage.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des principales caractéristiques des méthodes éléments finis utilisées pour l'évaluation des grandes déformations élasto-plastiques des structures métalliques minces provenant de la mise en forme, telle que l'hydroformage. Dans la deuxième partie de ce chapitre nous présentons la formulation mathématique de l'approche inverse adaptée à la résolution des problèmes d'hydroformage de tubes appliquée au cas tridimensionnel.

Le chapitre 3 concerne la validation du modèle élément fini développé dans le chapitre 2. Différents types d'applications pour des tubes de révolution ou 3D, sont simulés afin de montrer les avantages et les limites de notre approche. Les comparaisons sont faites entre les résultats obtenus avec cette méthode et ceux extraits de la littérature, soit de nature numérique ou expérimentale.

Dans le dernier chapitre nous présentons la procédure d'optimisation utilisée. Deux techniques sont proposées : la méthode de surface de réponse utilisant l'Approximation Diffuse et la méthode SQP pour l'optimisation des paramètres du procédé d'hydroformage de tubes. A la fin de ce chapitre, nous présentons des applications de validation des méthodes utilisées.

A l'issue de ce mémoire, une conclusion générale et des perspectives, sont données.

Chapitre 1

Etat de l'art de l'hydroformage de tubes

1. Introduction

L'hydroformage de tubes a fait l'objet de nombreux travaux, aussi bien sur le plan expérimental que numérique. On peut citer les travaux de Jeong et al. [Jeo04], Abrantes et al. [Abr05], Jirathearanat et al. [Jir04], Koç [Koç03]. En optimisation des paramètres du procédé, on peut citer les travaux de Koç et al. [Koç00], Fann et al. [Fan03], Ray et al. [Ray04], Lin et al. [Lin04].

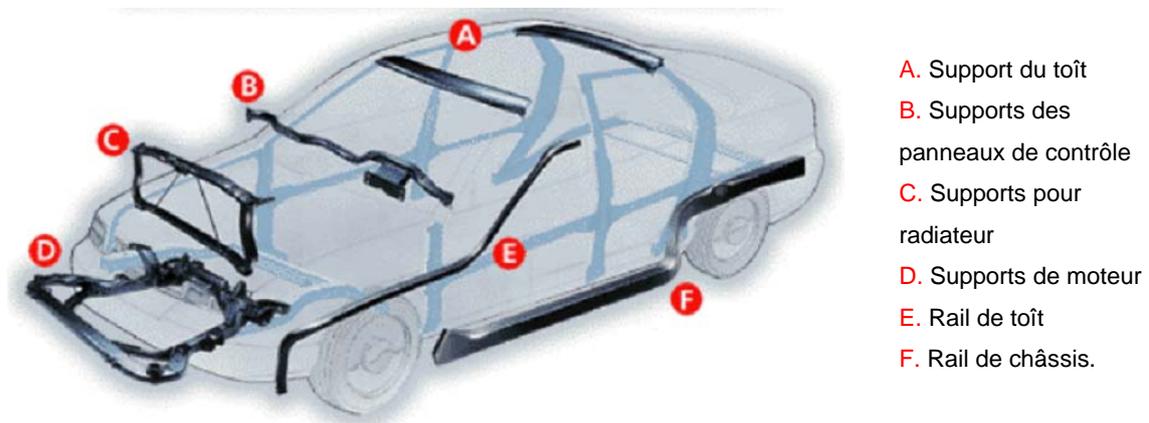
Avant d'aborder la formulation et la résolution du problème il est nécessaire de présenter les principales définitions liées au procédé d'hydroformage, son principe, les domaines d'application de ce procédé, les avantages et les inconvénients et les paramètres pouvant influencer sur la formabilité ainsi qu'une étude bibliographique sur les travaux réalisés dans le domaine de l'hydroformage.

2. Généralités sur le procédé d'hydroformage

Les applications principales de l'hydroformage peuvent être trouvées dans les industries : aéronautique, automobile, électrotechnique aussi bien dans la production des composants pour l'usage sanitaire, etc. Dans le domaine de l'automobile l'hydroformage permet la production des berceaux de moteurs, les collecteurs d'échappement, les vilebrequins, les arbres à cames, etc. [Ahm00a]. La figure 1.1 présente quelques produits obtenus par hydroformage de tubes.

L'hydroformage est reconnu non seulement dans la production de pièces tubulaires mais aussi pour les pièces de formes quelconques.

Le procédé d'hydroformage peut être organisé en trois classes distinctes, selon les différents outils utilisés et selon la forme initiale comme suite :



(Source: Variform)



Système d'échappement Mercedes
(Source: Schuler hydroforming)

Figure 1.1: Exemples de produits obtenus par l'hydroformage de tubes.

1. L'hydroformage de coques

L'hydroformage de coques appelé en anglais «integral hydro-bulge forming» (IHBF), a été introduit par Z.R. Wang en 1985 à l'institut Harbin de technologie en Chine [Lan04a]. Cette méthode est utilisée pour la production de coques de formes sphériques, elliptiques et toriques, figure 1.2. Plusieurs autres méthodes d'hydroformage de coques sont utilisées pour

former des réservoirs, des décorations de construction (bâtiment), des têtes de navires sous pression «pressure vessel heads», etc. La figure 1.2-a présente une boule de décoration, se trouvant à l'institut Harbin de technologie en Chine.

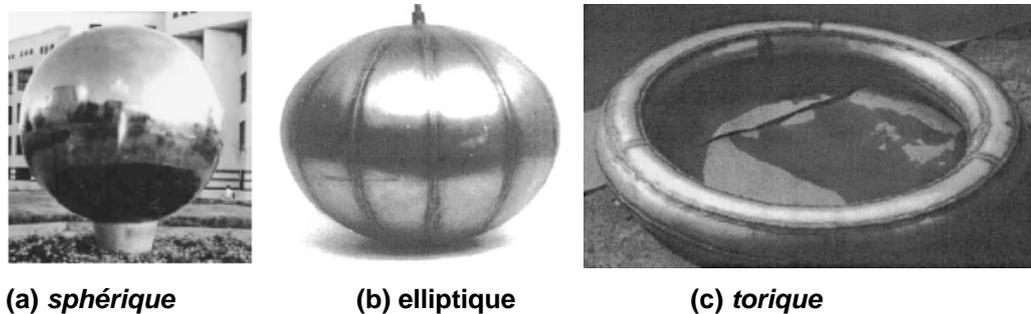


Figure 1.2: Trois formes obtenues par l'hydroformage des coques [Lan04a] et [Wan04].

2. L'hydroformage de plaques

La figure 1.3 présente une méthode typique dans l'hydroformage de feuilles plates, c'est l'emboutissage hydrodynamique (HDD). Le poinçon rigide se déplace vers la chambre fluide et la tôle est forcée de prendre la forme de poinçon sous la pression du fluide variant entre 30 et 150 MPa et pouvant atteindre plus de 200 MPa pour des cas exceptionnels. La pression appliquée sert aussi à éliminer le contact direct entre la feuille métallique et la partie supérieure de la matrice qui réduit l'effet du frottement plaque/matrice.

Avec ce procédé, la valeur de la limite du rapport de déformation «limit drawing ratio» (LDR) de la feuille métallique peut être augmentée et la qualité de la pièce améliorée [Lan04a].

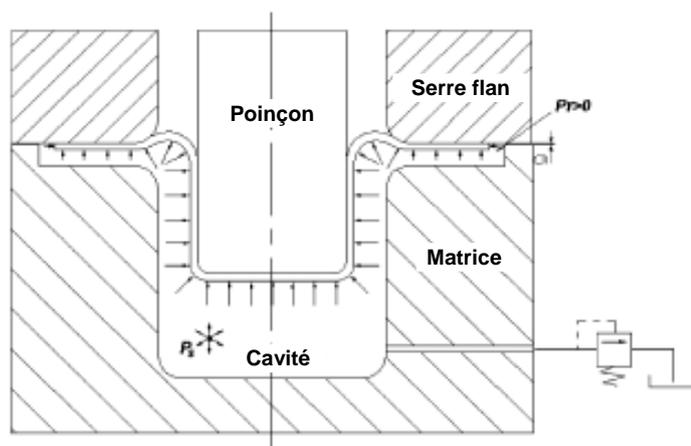


Figure 1.3: Exemple d'hydroformage de plaques.

3. L'hydroformage de tubes

Dans l'hydroformage généralement, le liquide est utilisé, soit pour jouer le rôle d'une matrice, soit pour améliorer la formabilité par minimisation de l'effet du frottement entre le Flan et la Matrice ou entre le Flan et le poinçon (figure 1.3). Dans le cas d'hydroformage de tubes, le liquide joue le rôle d'un poinçon, comme montré sur la figure 1.4.

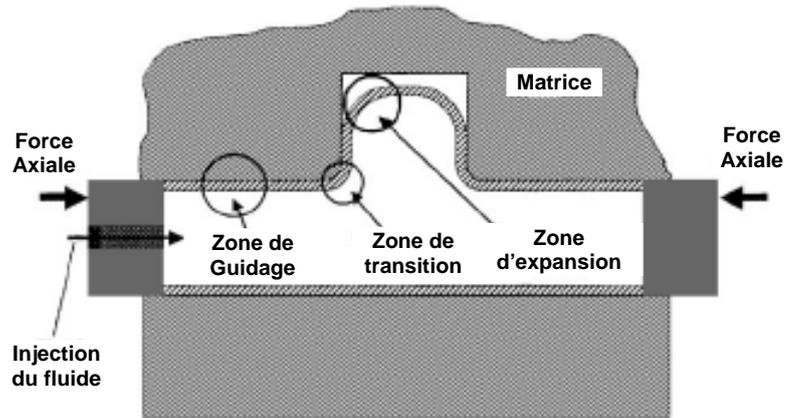


Figure 1.4: Exemple d'hydroformage de tubes [Ahm00a].

Le tube peut être obtenu de plusieurs manières, dont la plus utilisée est, par recourbement et soudure d'une plaque rectangulaire. Le tube prend la forme de la matrice par application d'une pression interne et deux charges axialement opposées sur les deux extrémités (Figure 1.4). Dans les applications industrielles, la pression normale à l'intérieur du tube est variée entre 400 et 600 MPa, tandis que dans certains cas exceptionnels la pression peut atteindre les 1000 MPa [Lan04a], cela dépend bien sûr des paramètres géométriques et du matériau du tube et des spécificités du produit final.

2.1. Principe d'hydroformage de tubes

Le principe d'hydroformage de tubes est montré sur la figure 1.5-a. Initialement le tube est rempli par un liquide et la matrice fermée, ensuite le tube est forcé à épouser le contour interne de la matrice par application d'une pression intérieure et deux charges axialement opposées. Il est cependant, nécessaire de noter que les forces axiales opposées n'ont pas toujours les mêmes grandeurs. Pour améliorer la formabilité du tube et retarder la striction, il est possible d'appliquer une contre pression dite pression externe ou duale (Figure 1.5-b). Les tubes soudés sont habituellement utilisés dans l'hydroformage et la ligne de soudure peut être soumise à une pression interne dépassant les 300 MPa.

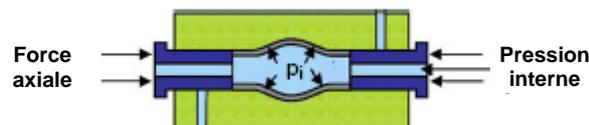
Selon l'état de déformation que subit le tube, on distingue trois zones principales (Figure 1.4) :

- la zone de guidage: caractérisée par une grande vitesse de glissement et une

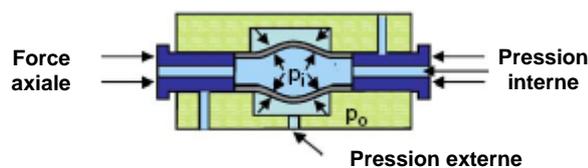
grande force axiale;

- la zone de transition: caractérisée par une basse vitesse de glissement et une grande force de contact;
- la zone d'expansion: caractérisée par une expansion de surface élevée.

Dans certains cas, le tube est construit seulement par application d'une pression interne, dans ce cas, le rôle des charges axiales est d'éviter le problème de fuites. Il y a également des cas dans lesquels les forces axiales sont très élevées afin de pousser fortement la matière dans la zone d'expansion. Dans ces cas, le tube est formé sous l'action simultanée de pression interne et de force axiale.



a- Hydroformage de tubes



b- Hydroformage de tubes avec pression externe

Figure 1.5: Principe d'hydroformage de tubes [Jeo04].

L'opération d'hydroformage de tubes peut être divisée en deux grandes étapes :

1. Le formage libre dans lequel le tube se déforme sans contact de la zone d'expansion avec la matrice ;
2. Le calibrage: cette étape commence dès que le contact de la zone d'expansion/matrice est établi. Pendant le calibrage, le tube est forcé de se conformer à la découpe intérieure de la matrice, seulement par la pression interne. Aucun matériau additionnel n'est introduit dans la zone d'expansion par les cylindres axiaux.

Il y a deux possibilités pour la commande d'hydroformage, soit par variation de pression en fonction des deux charges axiales appelée « force-contrôlée », ou par variation de pression en fonction des déplacements des deux extrémités du tube, appelée « course-contrôlée » [Asn99].

2.2. Avantages et inconvénients de l'hydroformage

Les avantages du procédé d'hydroformage sont nombreux [Ahm00a, Asn99, Abe05] et le procédé suscite un important intérêt de la part des industries de l'automobile et de l'aéronautique, parmi ces avantages, on peut citer :

1. amélioration de la formabilité due à la pression appliquée par le fluide ;
2. minimisation du contact poinçon/matrice ;
3. amélioration de la distribution d'épaisseur de la pièce finale par rapport à l'emboutissage ;
4. minimisation des déchets en fin de formage ;
5. diminution de la puissance consommée avec un outillage plus simple ;
6. consolidation des pièces ;
7. réduction du poids ;
8. amélioration de la rigidité des pièces ;
9. dimensions plus précises et contraintes résiduelles moindres (minimisation du retour élastique) ;
10. coût d'outillage réduit, ainsi peu d'opérations secondaires.

A coté de ce qui précède, il y a aussi la possibilité de production de pièces avec des matériaux comme les aciers à haute résistance, qui sont habituellement moins faciles à former.

L'hydroformage a également quelques inconvénients [Ahm00a], dont on peut citer :

1. le cycle est lent (1000 pièces contre 10000 pièces en emboutissage) ;
2. les équipements sont chers (30% de plus par rapport aux équipements d'emboutissage) avec un manque de base de connaissances étendues du procédé et de la conception d'outillages ;
3. les produits d'hydroformage exigent également de nouvelles techniques de soudure pour l'assemblage.

La conception et la production de pièces par ce procédé exigent la connaissance de loi de comportement du matériau du tube et des effets tribologiques pendant l'hydroformage, et du contrôle des étapes d'hydroformage.

2.3. Principaux défauts d'hydroformage

L'un des objectifs de la conception en hydroformage est d'optimiser le trajet de déformation du tube de sorte que l'amincissement de la paroi soit réduit au minimum sans risque de plissement, de rupture (éclatement), ni de flambement. Ces défauts sont montrés sur la figure 1.6.

Du point de vue trajet de chargement (pression/temps et course/temps) chacun de ces problèmes est du à ce qui suit:

- Le problème de plissement peut apparaître pendant le formage libre, dans la zone d'expansion, si le trajet de chargement conduit à un état de cisaillement pur. Les plissements ne posent pas de grands problèmes en hydroformage puisqu'ils sont redressés par la suite, pendant le calibrage.

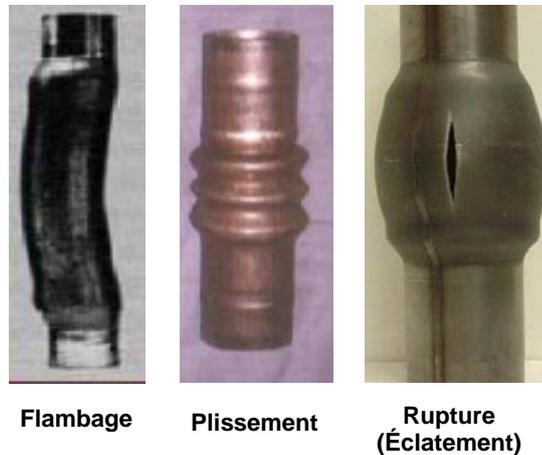


Figure 1.6: Défauts en hydroformage de tubes [Asn99].

- La rupture (éclatement) est généralement causée par grande pression interne, sans alimentation en matériau dans la zone d'expansion, ce qui conduit à un état de déformations planes (il résulte un amincissement excessif de la paroi de tube).
- Le risque de flambement est plus grand au début du procédé d'hydroformage, en particulier, lorsque l'alimentation en matériau vers la zone d'expansion est réalisée seulement par les forces axiales (les valeurs des deux forces axiales sont plus grandes par rapport à la valeur de la pression interne).

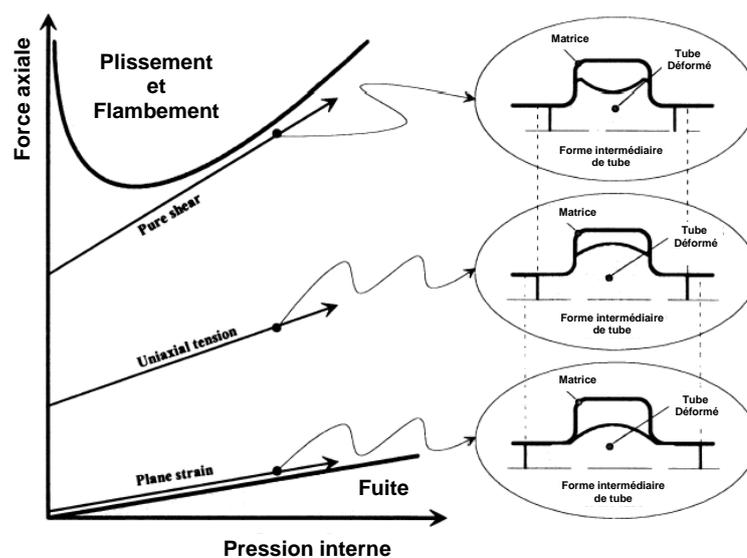


Figure 1.7: Trajet de chargement et modes de déformation en hydroformage [Asn99].

Pour réduire l'amincissement de la paroi, il est donc recommandé que le trajet de chargement pendant le formage libre, conduise à un état se trouvant entre déformations planes et cisaillement pur. La Figure 1.7 présente un tube de forme axisymétrique et non pas un tube 3D en forme de T.

Si les deux problèmes, rupture et flambement se produisent, il ne sera plus possible de continuer le procédé d'hydroformage, puisque ces phénomènes sont irréversibles.

2.4. Courbes limites de formage

Les forces axiales agissantes sur les extrémités du tube, doivent dépasser une certaine valeur pour empêcher la fuite du liquide. Cette limite est montrée sur la figure 1.8. La déformation pendant l'hydroformage comporte une partie élastique et une autre plastique, la limite élastique après laquelle la déformation plastique se produit, a une grande importance. Une fois ces limites (plissement, rupture) sont déterminées, la zone de travail peut être établie (Figure 1.8). Cette zone dépend du matériau du tube et des paramètres de l'outillage. Comme d'autres procédés de formage, le développement des courbes limites de formage (CLF) est une tâche essentielle dans l'hydroformage de tubes, afin de permettre aux concepteurs et aux fabricants de déterminer les limites du procédé et d'estimer les caractéristiques de formage du tube. Le diagramme limite de formage obtenu peut être employé pour optimiser les géométries des outils d'hydroformage et pour élaborer également des critères de défauts (flambage, éclatement et plissement).

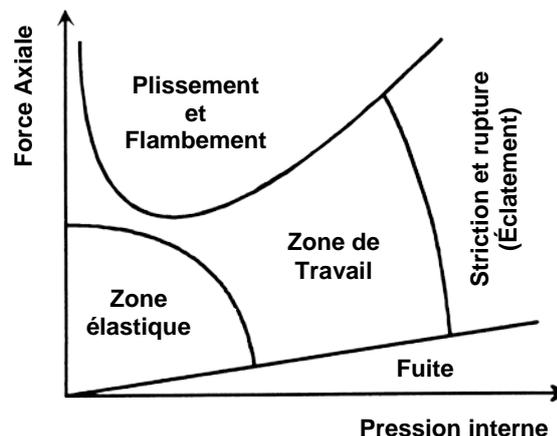
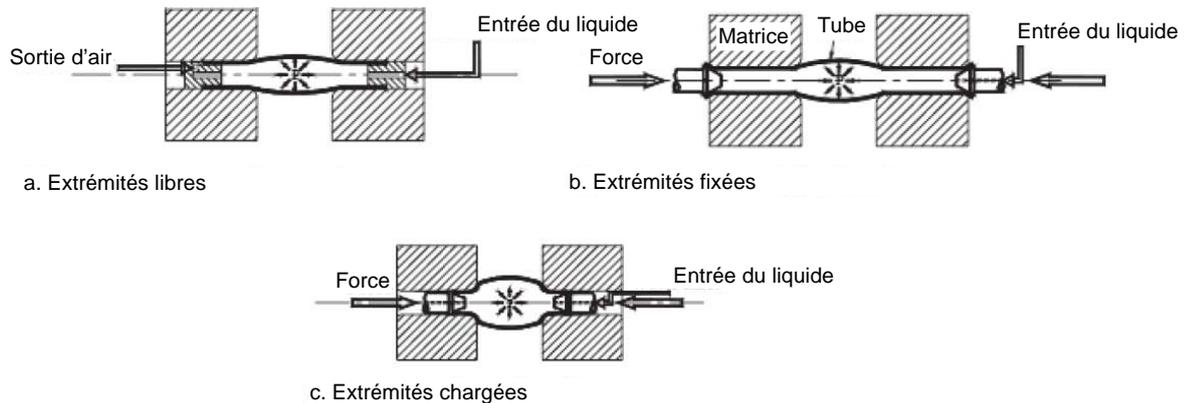


Figure 1.8: Courbes limites de formage en hydroformage de tubes [Asn99].

L'une des méthodes utilisées pour l'obtention du diagramme limite de formage (DLF) et la détermination des lois de comportement de divers matériaux, est la méthode dite : matrice ouverte [Ima04a].

Avec l'application de pression interne comme un mode fondamental pour réaliser l'expansion désirée du tube, les conditions d'extrémités utilisées dans ces essais peuvent être classées principalement en trois catégories (Figure 1.9):

1. Extrémités libres : aucune charge axiale externe n'est appliquée, les extrémités du tube sont scellées et peuvent librement glisser vers l'intérieur dans la cavité de la matrice pendant l'expansion de la partie centrale du tube, figure (1.9-a).



2. Extrémités fixées : consiste en une élimination du mouvement des deux extrémités du tube dans la direction axiale. Cependant, les deux forces axiales doivent toujours être appliquées pour sceller les extrémités du tube afin d'empêcher la fuite ou la perte de pression pendant l'hydroformage (Figure 1.9-b). On trouve pratiquement ce mode dans la production de système d'échappement (Figure 1.10), où une expansion de 10% peut être accomplie.



Figure 1.10: Système d'échappement (Source: VW).

3. Extrémités chargées : les deux forces axiales sont utilisées pour empêcher la fuite et ainsi pousser la matière (les extrémités sont libres de se déplacer dans la direction axiale) vers la zone d'extension, figure 1.9-c. On trouve pratiquement ce mode, par exemple dans la production de longerons de cadre de châssis (Figure 1.11), où une

expansion de 40% peut être accomplie avec une grande déformation due à l'écoulement axial du matériau et l'amincissement de la paroi est minimisé.



Figure 1.11: Longeron de cadre de châssis (Source: Tower automotive).

Imaninejad et al. [Ima04b], ont réalisé des expériences d'hydroformage de tubes axisymétriques en alliage d'aluminium AA6082-T4 pour développer des courbes limites de formage, en utilisant les trois types de conditions précédentes (extrémités libres, extrémités fixées et extrémités chargées). Ils ont montré que la condition d'extrémités libres donne les plus faibles limites de formage, suivie des conditions d'extrémités fixées et d'extrémités chargées. Ils ont déduit également que l'éclatement du tube se produit à moins de 5° (figure 1.6) de la soudure dans le cas d'extrémités libres. Il se produit à moins de 7° dans le cas d'extrémités fixées et jusqu'à 10° dans le cas d'extrémités chargées.

2.5. Paramètres influents sur la formabilité

Les paramètres qui influent sur la formabilité en hydroformage, peuvent être classés en trois catégories :

1. Les paramètres géométriques : diamètre du tube initial, rayons d'entrée matrice, etc.
2. Les paramètres de matériau : coefficient d'écroutissage, coefficient d'anisotropie, coefficient de frottement, etc.
3. Les paramètres de fonctionnement : ce sont les charges axiales, la pression interne, les forces de retenue, etc.

Tous ces paramètres peuvent être contraints par des limitations de natures technologiques ou économiques à prendre en compte dans la résolution du problème de conception.

2.6. Presses d'hydroformage

Les principaux rôles des presses d'hydroformages sont, l'ouverture et la fermeture de la matrice et la production d'un effort de retenue pendant le formage, pour éviter la séparation des deux parties de la matrice. Les unités additionnelles qui sont exigées pour suivre le processus incluent des pistons, pour les charges axiales et un compresseur. Actuellement, des presses hydrauliques sont utilisées, pour fournir de grandes forces de retenue pendant le processus. Ces presses sont habituellement très coûteuses. Parmi les considérations à prendre en compte, durant la sélection des presses d'hydroformage on distingue:

- une presse de haute ou basse pression
- le type de système de fermeture
- force Maxi de fermeture
- pression interne Maximale
- force axiale Maximale
- prix de la presse
- énergie d'utilisation
- facilité d'entretien

Actuellement, beaucoup de compagnies, telles que Siempelkamp (SPS), Bauer, Schuler hydroforming, Variform, APT et AP&T hydroforming center, etc. produisent des équipements pour l'hydroformage, même pour une production en série.

Normalement, les capacités des équipements industriels, utilisées dans la chaîne de production d'hydroformage s'étendent de 20 000 à 60 000 KN, le tableau 1.1 présente quelques caractéristiques (Force de retenue et Pression interne) de quatre produits presses. La figure 1.12 présente une presse d'hydroformage.



Figure 1.12: Presse d'hydroformage de 50 000 KN (SPS, Germany) [Lan04a].

Pour économiser l'énergie le mieux possible et diminuer le temps d'un cycle du processus entier, beaucoup de techniques développées ont été appliquées dans la conception d'équipement d'hydroformage [Luk01].

Tableau 1.1: Caractéristiques de quelques presses d'hydroformage.

Presse	Force de retenue	Pression interne
Bauer	60, 000 KN (6744 Tonnes)	6000 Bars (87,000 PSI) (600 MPA)
Schuler	700-10,000 Tonnes (6228-44484 KN)	15,000-45,000 PSI
SPS	60,000 KN	2,500 Bars (36, 260 PSI)
Variform		moins de 15 000 PSI

La figure 1.13 montre un système de remplissage rapide (un débit de remplissage plus que 20 l/s) à cause de meilleures caractéristiques des flexibles. En utilisant ces méthodes

combinées avec un système rapide de transition, la durée de cycle peut être réduite jusqu' à 10%, selon l'application [Shi03].

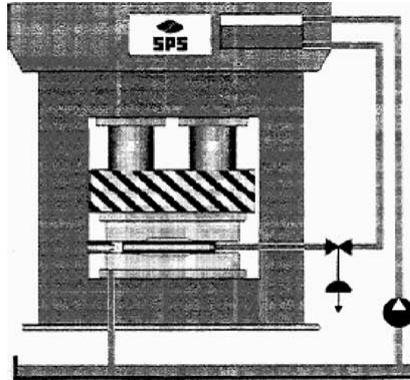


Figure 1.13: Optimisation du temps de cycle de procédé [Shi03].

Sieger et al. [Sie98, Sie00]] ont présenté une série de travaux de recherche sur la pression serre-flan réglable, comme montré sur la figure 1.14. Le coussin multipoint hydraulique combiné avec le serre flan élastique segmenté a été inventé et employé pour le formage de pièces de forme très complexe.

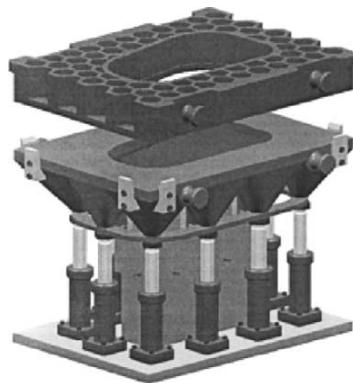


Figure 1.14: Coussin hydraulique multipoint [Sie00].

Wang et Yuan, ont étudié et développé une machine de formage à haute pression interne basée sur une presse à double-action, pour fournir la force de retenue, comme montré dans la figure 1.15. Cet équipement peut être employé pour la vérification expérimentale de base, ou pour produire aux industriels des expériences faisables. La force de retenue maximale atteint 10 000 KN, la pression interne peut atteindre un maximum de 400MPa et peut être classée de 0-150 à 150-400 MPa afin de répondre aux besoins de formage de différents matériaux. Un système précis de rétroaction pour la pression interne et de déplacement des pistons des côtés a été conçu.

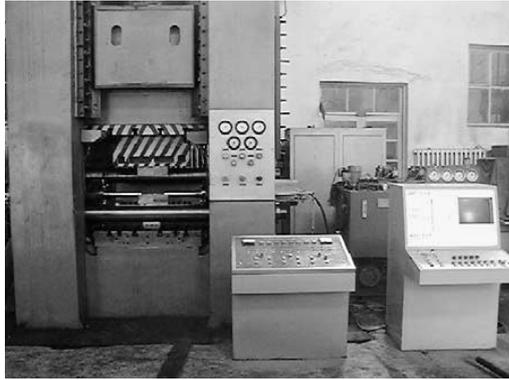


Figure 1.15: Equipement d'hydroformage (HIT, Chine) [Lan04a].

Plusieurs instituts de recherche essaient de développer des équipements à prix réduit avec des actions séparées pour l'ouverture et la fermeture de la matrice et la production de l'effort de retenue. La figure 1.16 montre le principe d'un système d'hydroformage développé à l'université de Stuttgart [Ahm00a].

Selon ce principe, la matrice supérieure est actionnée par un cylindre de basse pression et de longue course. Une fois la matrice supérieure descendue, les deux cylindres horizontaux sont actionnés pour la bloquer en position. Puis, la matrice inférieure est soulevée à l'aide d'un cylindre de haute pression et de courte course pour fermer la matrice et pour produire l'effort de retenue. Ensuite, les cylindres axiaux s'engagent et la pression interne augmente à l'intérieur de la pièce. L'avantage de ce système est de réduire au minimum le volume hydraulique, qui a comme conséquence le minimum temps pour la fermeture. Déplacement d'un grand volume de fluide pour l'ouverture et la fermeture de la matrice, mouvement de la pièce à l'intérieur et à l'extérieur des outillages, remplissage et gonflement de la pièce, sont les principaux facteurs pour la réduction du temps de cycle.

L'un des principaux facteurs, limitant le taux de production est l'opération de cintrage/pré-formage.

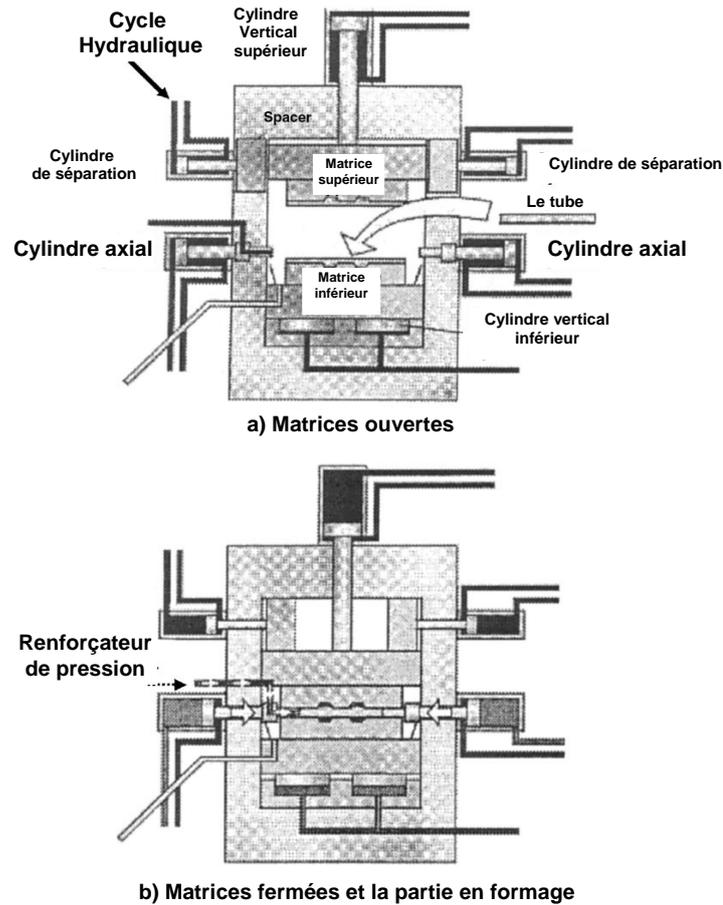


Figure 1.16: Principe d'une presse d'hydroformage à coût réduit [Ahm00a].

Par conséquent, plusieurs machines à cintrage peuvent être utilisées, pour fournir des pièces par le procédé d'hydroformage. Le tableau 1.2 montre le temps de cycle pour quelques produits.

Tableau 1.2: Temps de cycle pour différentes pièces [Ahm00a].

Composante	pièces/course	temps de cycle
Tubulure d'échappement	2-4	15-20 sec
Side-rail pour camion de remorque	2	40 sec
Poutre pour Panneau d'instrument	1	35 sec
Branche en T	jusqu'à 25	13 sec

3. Travaux réalisés en hydroformage

Plusieurs travaux de recherches ont été menés dans la dernière décennie dans le domaine d'hydroformage de tubes tant sur le plan numérique que pratique expérimentale (Dohmann

et Hartl, 1997; Asnafi, 1999; Ahmetoglu et al. 2000; Kang et al., 2002; Koç et Altan, 2002 ; Cherouat et al., 2002; Gelin et Labergere, 2002; Manabe et Amino, 2002; Kridli et al., 2003; Altan et al., 2003; Trana, 2004; Imaninejad et al. 2005 ; Wang et al. 2005 ; Aydemir et al. 2005;). Ces recherches sont principalement concentrées sur l'étude des les paramètres géométriques et de matériau, liés au procédé de mise en forme. Dans l'étude des problèmes d'hydroformage, trois méthodes ont été généralement employées : les méthodes semi-analytiques, les méthodes expérimentales et les méthodes numériques. Du point de vue mécanique, ces travaux concernent :

- **La formabilité des matériaux:** critères de défauts, le trajet de chargement et la détermination du domaine de travail (DLF), ainsi que l'influence des paramètres mécaniques sur la formabilité.
- **Les propriétés mécaniques:** détermination de loi de comportement du matériau utilisé dans le procédé, les caractéristiques des lubrifiants, etc.
- Les méthodes utilisées pour l'**optimisation** des paramètres du procédé.
- Les techniques utilisées pour le **cintrage et pré-formage** de tubes.

3.1. Travaux liés à la formabilité des matériaux en hydroformage

L'éclatement est un phénomène d'instabilité en hydroformage à partir duquel le tube ne peut plus supporter la pression interne, à cause de l'amincissement excessif localisé sur la paroi du produit. Le début de l'éclatement dépend de certains paramètres de fonctionnement tels que: les charges axiales et la pression interne, aussi bien que sur les propriétés matérielles. Comme ce problème est irréversible, beaucoup de travaux en été menés sur ce sujet. On peut citer : Chow et al. [Cho02], qui ont montré l'influence des paramètres d'anisotropie et de loi de comportement sur le début d'éclatement de l'aluminium AL6111-T4 en se basant sur la théorie incrémentale de plasticité des matériaux anisotropes. Ils ont mené des simulations numériques sur des tubes de sections circulaire et rectangulaire et ce, pour différentes conditions aux limites sur le tube (en état de formage libre ou calibrage, avec extrémités libres ou fixées). Dans le but de prédire l'éclatement, Jeong et al. [Jeo04], en utilisant un model analytique, ont introduit la notion d'instabilité plastique diffuse basée sur le potentiel plastique quadratique de Hill afin de déterminer la limite d'hydroformage par éclatement, ainsi que l'influence de l'anisotropie sur cette limite. Lei et al. [Lei02], ont présenté et calculé l'intégrale de rupture ductile d'Oyane à partir de l'histoire de contraintes/déformations sur chaque élément, en employant la méthode éléments finis basée sur la technique rigide-plastique (pas de prise en compte d'élasticité).

Pour prendre en considération l'effet d'anisotropie, la théorie incrémentale basée sur le potentiel plastique quadratique de *Hill* a été adoptée par Kim et al. [Kim04a], les auteurs ont effectué des analyses par éléments finis pour la prévision de l'éclatement dans l'hydroformage de tubes sous pression interne avec alimentation axiale indépendante.

Boudeau et al. [Bou02], ont développé une approche analytique, basée sur l'idée originale de *Molinari* (1985), qui permet la prévision de la striction. Ils ont prolongé cette technique à un état de contraintes tridimensionnelles pour prévoir l'éclatement pendant l'hydroformage de tubes par la méthode des éléments finis. Les résultats numériques ont été obtenus sur des tests : de gonflement, d'hydroformage d'un tube 3D en forme de T et d'hydroformage d'une plaque, afin de valider leur approche. Pour tous les tests, les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux.

Dans un second travail, Kim et al. [Kim05], ont effectué des analyses avec des techniques semi-analytiques pour la détermination de la limite d'hydroformage de tubes sous l'action combinée de la pression interne et l'alimentation axiale. Afin de prévoir le déclenchement de la striction, le critère d'instabilité plastique diffuse de *Swift* a été adopté. En outre, afin de prévoir le déclenchement de rupture, le critère de rupture ductile d'*Oyane* a été utilisé et évalué à partir de l'histoire de contraintes et de déformations calculées de façon incrémentale. Les tests ont été effectués sur le matériau : STKM-11A. Kulkarni et al. [Kul04], ont fait une recherche comprend une recherche expérimentale et numérique sur le formage libre de tubes d'alliage d'aluminium (AL-3%Mg) afin d'étudier l'échec dû au gonflement suivi de striction qui conduit par la suite à la rupture. Les tubes sont soumis à différentes histoires de chargement impliquant une compression axiale et une pression interne. Les simulations numériques sont effectuées par utilisation de deux éléments finis 2D et 3D du code ABAQUS [Aba06] en appliquant la charge axiale et la pression interne obtenue expérimentalement.

Dans le travail de Song et al. [Son05], le défaut d'éclatement dans l'hydroformage de tubes sous l'action combinée de la pression interne et de chargement axial est étudié analytiquement et numériquement. Pour prévoir le déclenchement de la striction le critère de *Swift* basé sur la théorie générale de *Hill* est adopté. En plus, au moyen du critère de rupture de *Cockcroft* et *Latham*, le déclenchement de rupture est prévu par l'histoire des contraintes et des déformations qui sont obtenues à partir de la simulation par éléments finis.

D'autres travaux, dans le même sens de détermination de limite de formage mais cette fois-ci sont consacrés non seulement à l'éclatement mais à l'étude combinée entre les trois modes de défaillance. Dans le travail de Nefussi et al. [Nef02], les auteurs ont confirmé par simulation numérique qu'en hydroformage de tubes isotropes soumis à une pression interne et une charge axiale indépendante, le flambage peut se produire avant la striction. Deux critères de *Swift* sont utilisés pour prévoir la striction, l'un pour les plaques et le second pour

les tubes. Brunet et al. [Bru04] ont considéré les deux défaillances, de striction et de plissement, dans une approche unifiée basée sur le tau des travaux interne et externe. Deux critères locaux sont déduits dans le contexte de codes explicites et comparés aux résultats expérimentaux dans l'hydroformage d'un tube en acier inoxydable.

Le travail de Chu et al. [Chu04a, Chu04b], comprend deux parties, dans la première les auteurs ont formulé les conditions d'initiation des trois modes de défauts (plissement, flambage et éclatement) dans un état de formage libre. Par l'utilisation du critère limite élastique de *Barlat* et *Lian* (1989) et la loi de comportement plastique, l'état de début d'éclatement est obtenu par des expressions analytiques pour des déformations circonférentielles et pression interne critique. La théorie de stabilité géométrique pour le flambage et plissement élasto-plastiques d'hydroformage de tubes en Aluminium est basée sur la forme de *Donnell* basée sur la théorie de coques cylindriques. La théorie développée est utilisée pour établir les limites du domaine de formage (LDF) dans la deuxième partie. La LDF prévue est validée par des résultats expérimentaux.

Le choix du trajet de chargement est l'un des paramètres les plus importants qui affectent la formabilité en hydroformage. Pour cela plusieurs travaux de recherche ont été effectués par plusieurs chercheurs pour la détermination du trajet de chargement tel que Aydemir et al. [Ayd05], Johnson et al. [Joh04], Abrantes et al. [Abr05], Jirathearanat et al. [Jir04], Koç [Koç03], etc. Dans le travail de Ray et al. [Ray05], des branches en X et en T ont été formés à l'aide d'une machine d'hydroformage de tubes. Des trajets de chargement expérimentaux ont été obtenus par l'intermédiaire d'un système d'acquisition de données intégré à la machine. En suite, le procédé a été simulé en utilisant le code explicite d'EF LS-DYNA, afin de comparer les résultats de simulation aux résultats expérimentaux comme : les tailles de branches et la distribution d'épaisseur sur les parois. Kang et al. [Kan04], ont étudié l'effet du diamètre du tube initial sur la formabilité par hydroformage d'une pièce de section complexe «*vehicle bumper rail*». Quatre types de trajets de chargement ont été utilisés, pour examiner l'amincissement de la pièce.

En ce qui concerne l'effet de la contre-pression sur l'instabilité plastique de tubes axisymétriques à paroi mince, Jain et al. [Jai05], ont montré que le début d'instabilité plastique est retardé et la ductilité du métal est augmentée. Jain et al. [Jai04], ont montré que l'amincissement excessif et le problème de plissement prématuré, ont pu être empêchés. Ainsi, une plus grande expansion de tube a pu être réalisée. Le processus sera reconnu en tant qu'hydroformage duel. Le modèle d'analyse par EF a été développé à l'aide du code LS-DYNA.

Dans le développement de codes EF destinés à simuler le procédé d'hydroformage, Kim et al. [Kim02] ont développé un programme EF pour la conception de forme initiale de tubes qui

donne la meilleure forme finale après hydroformage. Ce programme basé sur une approche inverse incrémentale et le principe rigide plastique, avec traitement de l'interface matrice/tube. Un autre travail de Lei et al. [Lei03], dans lequel ont développé un programme basé sur la méthode EF, appelé HydroFORM-3D, pour l'analyse et la conception des procédés d'hydroformage de tube. Le programme est appliqué au procédé d'hydroformage pour un logement d'axe arrière «*rear axle housing*» et une armature secondaire d'automobile «*sub-frame*» pour prédire l'emplacement potentiel de striction par l'utilisation d'un critère de rupture ductile avec comparaison par des résultats expérimentaux.

Dans le cadre d'étude de paramètres influants sur la distribution de l'épaisseur sur la forme finale tel que l'écoulement plastique, l'épaisseur de paroi initiale de tube, les rayons d'entrée-matrice, le coefficient de frottement, le coefficient d'écroutissage n et d'anisotropie R . Kridli et al. [Kri03], Koç et al. [Koç02b], Imaninejad et al. [Ima04a], Hwang et al. [Hwa05], Manabe et al. [Man02], montrent que l'effort axial et de meilleurs états de lubrification améliorent la distribution d'épaisseur et la valeur de R est un des paramètres matériau les plus importants dans l'hydroformage de tubes.

Hwang et al. [Hwa02] ont montré avec simulation par EF qu'avec l'introduction du processus d'écrasement «*crushing*» dans le procédé d'hydroformage, l'effort de retenue et la pression de formage peuvent être considérablement réduits. Ainsi une meilleure distribution d'épaisseur sur la paroi du tube de section final carrée est obtenue.

L'une des méthodes utilisées pour l'augmentation de la formabilité des alliages d'aluminium en hydroformage, est le contrôle de la température de formage. Keigler et al. [Kei05], présentent le principe d'hydroformage thermique avec réalisation d'un outil de formage de plaques destinées à étudier la formabilité, la distribution de l'épaisseur sur la paroi, l'état microscopique avant et après le formage et la distribution de la déformation pour les alliages d'aluminium à température élevée (entre 300 et 450°C).

Un module d'analyse de contraintes est élaboré, par Hsu [Hsu03]. Il est basé sur la géométrie des grilles déformées et des grilles initiales. Comme application ils ont considéré l'hydroformage d'un tube en T, les déplacements des grilles carrées sont mesurés par la technologie de transformation d'images numériques en trois dimensions, due à leur modèle compliqué de déformation.

3.1. Propriétés Mécaniques

La pertinence des simulations d'hydroformage de tubes dépend fortement des paramètres de lois de comportement utilisés pour décrire la plasticité des matériaux tubulaires. Strano et al. [Str04], proposent une approche énergétique inverse pour la détermination de loi de

comportement des matériaux tubulaires par essai de gonflement «bulge test», basé sur un bilan énergétique.

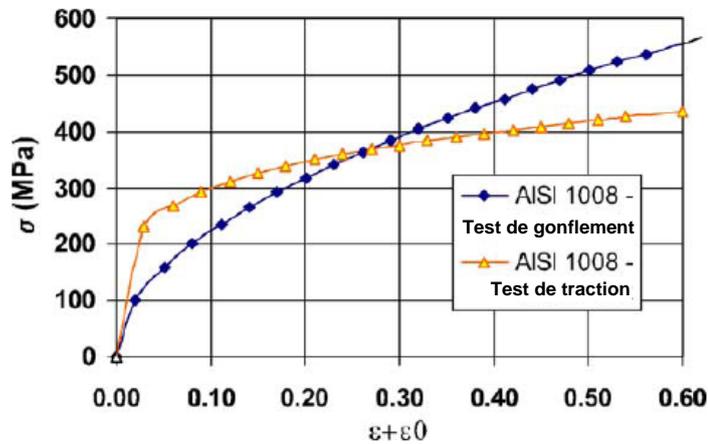


Figure 1.17: Loi de comportement de l'acier AISI 1800-galvanisé (essai de gonflement et de traction uni axiale) [Str04].

La figure 1.17 présente les courbes d'écoulement plastique de l'acier à faible teneur en carbone (AISI 1800- galvanisé) obtenues par essai de gonflement $\bar{\sigma} = 722(0.041 + \bar{\epsilon})^{0.52}$ comparé avec celui de l'essai de traction uni-axiale $\bar{\sigma} = 484\bar{\epsilon}^{-0.21}$ à l'aide d'un tube d'épaisseur initiale de 2 mm et de rayon externe initial de 28.58 mm.

Il est prouvé également que la loi d'écoulement plastique obtenue avec la méthode d'énergie assure une meilleure précision, si on la compare avec la loi d'écoulement plastique déterminée par l'essai de traction uni-axiale (Figure 1.18).

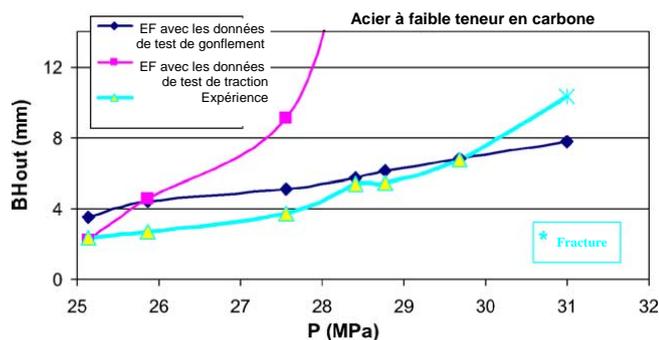


Figure 1.18: Loi de comportement de l'acier AISI 1800-galvanisé [Str04].

Des améliorations analytiques et leur comparaison avec des résultats expérimentaux sur la mesure des propriétés mécaniques (loi de comportement plastique) des tubes, par essai de gonflement ont été effectuées par Koç et al. [Koç01]. Avec trois méthodes différentes, par mesure de paramètres (épaisseur, rayon de courbure dans les deux directions circonférentielle et longitudinale, pression interne et charge axiale). La différence entre les

trois méthodes revient au mode de mesure, c'est-à-dire, la mesure instantanée pendant l'opération d'hydroformage, en fin d'opération pour des cas où il est difficile d'obtenir ces mesures ou calcul analytique de rayon de gonflement longitudinale et/ou d'épaisseur au lieu de les mesurés. Les valeurs mesurées sont injectées dans des relations mathématiques pour l'obtention de loi de comportement.

Les auteurs Li et al. [Li04], ont montré comment l'état de contraintes se déplace sur l'ellipse de la limite élastique (Figure 1.19) pendant le procédé d'hydroformage. Ils ont également discuté comment la commande de paramètres d'hydroformage de tube, affecte l'état de contraintes.

Levy et al. [Lev04], sur un travail expérimental, ont suivi l'évolution des propriétés mécaniques de l'acier (AKDQ et HSLA) pendant le processus de production de tubes, pour les utiliser comme données initiales dans la simulation du procédé d'hydroformage.

Jansson et al. [Jan05], ont montré que le comportement anisotrope de l'alliage d'aluminium AA6063-T4, ne peut pas être décrit correctement par les critères de Hill et de Barlat-Lian. D'autre part, par le nouveau critère limite d'élasticité YLD 2000 de Barlat (2003), en combinaison avec une procédure d'estimation des paramètres, une description précise du comportement matériel ont été réalisés.

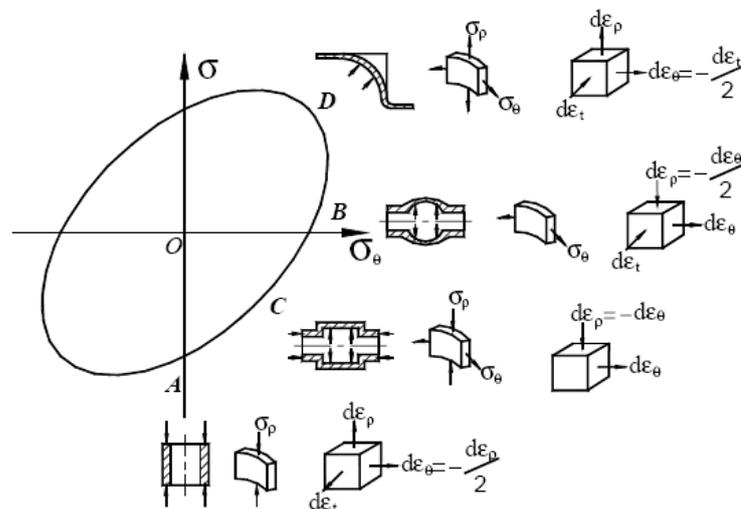


Figure 1.19: Etat de contraintes sur ellipse de limite élastique [Li04].

La tribologie joue un rôle important en formage de matériaux, particulièrement dans l'hydroformage de tubes. Vollertsen et al. [Vol02], ont développé un nouveau principe de mesure des coefficients de frottements dans la zone de guidage d'un tube soumis au procédé d'hydroformage. Dans cette méthode le coefficient de frottement varie en fonction de l'épaisseur, lors du déplacement du piston avec application d'une pression interne qui sert

à déformer la paroi, du tube elasto-plastiquement vers la matrice. Les deux travaux de Ngaile et al. [Nga04a, Nga04b], sont consacrés aux mécanismes de lubrification qui se produisent à l'interface tube-matrice dans les zones de transition et d'expansion lors du processus d'hydroformage. La première partie basé sur un travail par élément fine dans le quel ont montré la sensibilité du test limite de la taille d'une dôme (LDH) par le frottement et par conséquent la possibilité d'utilisé ce test pour déterminé les performance d'un lubrifiant dans la zone de transition, ainsi des test sur plusieurs géométries des matrices (carré, triangulaire avec surface plan, triangulaire avec surface courbé, matrice en forme de poire, etc.), Afin de fournir le meilleur modèle test pour l'évaluation des lubrifiants dans la zones d'expansion. La deuxième partie basée sur un travail expérimentale qui contient deux models tests, le premier pour évalué les performances d'un lubrifiant dans la zone de transition par le test LDH, le deuxième pour la zone d'expansion par le test «pear-shaped tube expansion test» (PET).

Placak et al. [Pla05], ont proposé un nouveau modèle analytique pour déterminer le coefficient de frottement (COF) dans la zone de formage dans le cas de l'hydroformage de tube. Selon le modèle développé, le COF peut être calculé sur la base des propriétés matérielles de tube et de la géométrie de tube avant et après déformation sans mesure de la charge. La vérification du modèle proposé a été effectuée avec simulation par éléments finis sur des tubes en AlMgSi et St35 NBK.

3.2. Méthodes d'optimisation pour la conception en hydroformage

Plusieurs travaux d'optimisation de paramètres du procédé d'hydroformage concernent la recherche du meilleur trajet de chargement pour éviter les défauts qui peuvent apparaître lors de l'hydroformage (flambage, plissement, rupture), etc. On peut citer les travaux suivants:

Un modèle basé sur la technique de plans d'expériences nouvellement proposé, appelé méthode de surface de réponse à coût réduit (*LCRSM*). Cette méthode a été utilisée par Koç et al. [Koç00], pour faciliter la prévision et l'optimisation de la hauteur du tube en T obtenu par le procédé d'hydroformage.

Fann et al. [Fan03], ont présenté une approche d'optimisation basée sur la méthode de gradient conjugué avec la méthode des EF pour déterminer les meilleurs conditions de charge pour l'hydroformage d'un tube en T.

Le travail de Yang et al. [Yan01] concerne une technique d'optimisation, au moyen d'une méthode de gradient comprenant l'analyse de sensibilités. Elle a été employée afin de réduire la variation d'épaisseur du tube en déterminant le chemin optimal de chargement pendant le formage de pièce industrielle armature secondaire «*sub-frame*».

Différentes approches ont été proposées par Gelin et al. [Gel02]. L'une basée sur des stratégies d'optimisation et exige l'analyse de sensibilités, l'autre basée sur une approximation locale de l'épaisseur du tube.

Ray et al. [Ray04], ont utilisé un algorithme de contrôle de logique floue «*fuzzy logic control algorithm*», pour éviter l'éclatement du tube dû aux contraintes excessives pendant le procédé de formage. Cet algorithme est employé avec le code *LS-DYNA* pour la simulation du procédé de formage de tubes en forme de X et de T. Dans le travail d'Imaninejad et al. [Imn05], le logiciel EF *LS-DYNA* et le logiciel d'optimisation *LS-OPT* sont utilisés pour optimiser le trajet de chargement pour l'hydroformage de tubes axisymétriques et en T.

Aue-U-Lan et al. [Lan04b] ont vérifié expérimentalement et numériquement deux approches utilisées pour l'optimisation des chemins de chargement. Ces deux méthodes sont utilisées pour déterminer des chemins de chargement dans l'hydroformage d'une pièce axisymétrique. Koç et al. [Koç02a], ont développé des modèles analytiques simples, basés sur la théorie de plasticité, pour des tubes en membrane, minces et épais. Elles sont utiles pour optimiser les principaux défauts (flambage, plissement, rupture), ainsi que la variation de la force axiale en fonction de la pression interne, la contre-pression et l'amincissement de la paroi.

3.3. Opérations nécessaires en hydroformage

Il est parfois nécessaire de réaliser des étapes avant le procédé d'hydroformage pour des pièces tubulaires de forme multiaxiale, comme le cas des membres de support de radiateur «*radiator support members*». Lee et al. [Lee02], par une étude expérimentale, ont montré l'influence d'un nouvel outillage de conception appelé mécanisme à came glissante «*mechanical cam sliding*», figure 1.20. Ce système a été présenté pour le processus de préformage, dans lequel un tube est simultanément cintré et rétréci, durant lequel la pression interne varie entre 150 et 420 bar. Ceci est fait pour adapter approximativement la forme de la pièce, durant le procédé d'hydroformage avec une pression interne entre 420 et 780 bar.

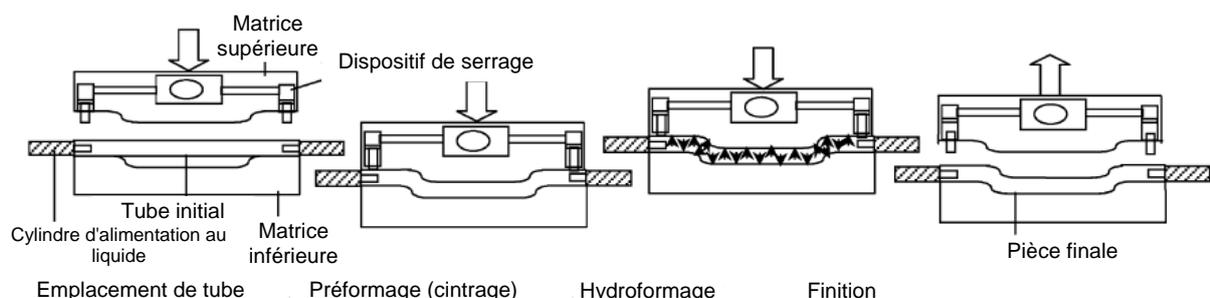


Figure 1.20: Représentation d'une technique de cintrage, «Free-Bending» [Lee02].

Dans le travail de Trana [Tra02], des simulations ont été effectuées pour l'analyse de cintrage, pré-formage et d'hydroformage d'une pièce industriel en utilisant le code explicite *LS-DYNA*. Il a montré également l'influence des opérations de cintrage et de pré-formage sur les résultats d'hydroformage.

Le travail de Lee et al. [Lee05], présente des études paramétriques détaillées sur le cintrage de tubes ovales sans mandrin «*mandrel*». La technique de modélisation par EF est employée pour examiner les caractéristiques de déformation, telles que l'amincissement de la paroi, la déformation, le côté-gonflé, l'aplatissement pour les tubes circulaires et ovales.

Une technique de cintrage relativement nouvelle, appelée cintrage libre «*Free-Bending*», figure 1.21, sans application de pression à l'intérieur du tube, particulièrement appropriée pour le cintrage des tubes, a été étudiée par Gantner et al. [Gan05]. Gao et al. [Gao04], avec une analyse par EF ont étudié l'influence des paramètres tels que le coefficient de frottement, le matériau de tube et le rayon de cintrage du tube.

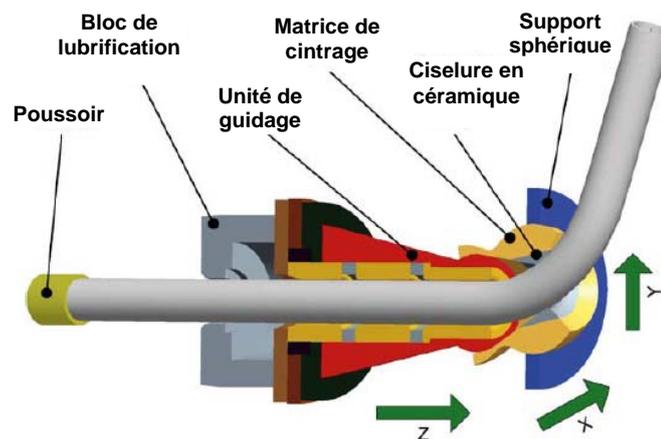


Figure 1.21: Technique de cintrage, «Free-Bending» [Gan05].

Chapitre 2

Modélisation de l'hydroformage de tubes par approche inverse

1. Introduction

La première partie de ce chapitre présente les caractéristiques principales des méthodes éléments finis utilisées pour l'évaluation des grandes déformations élasto-plastiques des structures métalliques minces provenant de la mise en forme, tel que l'hydroformage. Une description succincte de l'approche incrémentale et de l'approche simplifiée et des méthodes de résolution utilisées dans le code ABAQUS est également présentée. Dans la deuxième partie nous présentons la formulation mathématique de l'approche inverse adoptée à la résolution des problèmes d'hydroformage de tubes appliquée au cas tridimensionnel (le cas axisymétrique est présenté dans l'annexe), le modèle EF DKT12 adapté et modifié pour la simulation d'hydroformage est présenté en détail. Plusieurs applications des deux cas sont présentées dans le chapitre suivant.

2. Modélisation numérique de l'hydroformage de tubes

L'hydroformage de tubes fait partie des nombreux procédés de mise en forme où la modélisation numérique joue un rôle important dans la phase de conception de pièce et dans celle de mise au point des paramètres opératoires du procédé. Ceci aussi bien au niveau préconception qu'au niveau vérification de la faisabilité du produit. Lors de la simulation de l'hydroformage nous devons prendre en compte différents concepts tels que : grandes transformations, trajets complexes de chargement, comportement élasto-plastique anisotrope, interaction tube-outillage, etc.

L'hydroformage est un problème mathématiquement non linéaire, où la non linéarité est due généralement à trois sources:

- les non linéarités géométriques dues aux grands transformations de la structure : grand déplacements, grandes rotations et grandes déformations;
- les non linéarités matérielles dues à la loi de comportement élasto-plastique : la relation qui lie les déformations aux contraintes est en général non linéaire;
- les non linéarités dues aux conditions aux limites variables au cours des configurations (contact avec frottement).

Deux approches différentes sont utilisées pour la simulation d'une telle opération : l'approche incrémentale (plusieurs centaines de milliers de pas) et les approches simplifiées (1 seul pas).

2.1. Approches simplifiées

Plusieurs méthodes simplifiées ont été proposées depuis 1980: l'approche dite "the Geometric Mapping Method" proposée par Gerdeen et al [Ger92], l'approche à un pas par Chung et Lee [Chu84], l'approche dite "the ideal forming theory" par Chung et Richmond [Chu92], la méthode inverse par Batoz, Duroux, Guo et al [Bat89, Guo90], la méthode dite à un pas par Liu et Karima [Liu92], la méthode dite "the ideal deformation algorithm" par Sklad et al [Skl92], etc.

L'approche inverse telle que définie par le professeur J.L. Batoz et ses collaborateurs, est en développement à l'Université de Technologie de Compiègne (UTC) depuis 1987. Cette approche permet d'estimer les grandes déformations élasto-plastiques rencontrées en emboutissage de tôles minces. Elle exploite la connaissance de la forme de la partie utile de la pièce emboutie ainsi que la surface initiale incluant son contour. C'est cette approche qui fait l'objet de ce travail dans le détail de la formulation mathématique est présenté dans la troisième section de ce chapitre.

Les approches dites simplifiées utilisent des algorithmes de résolution explicites ou implicites mais prennent en compte des simplifications sur les comportements de la tôle et sur l'action des outils

L'avantage majeur de ce type d'approches réside dans sa simplicité à mettre en œuvre et dans la rapidité de calcul. Elles donnent néanmoins dans de nombreux cas industriels des résultats satisfaisants, pour un temps de calcul très faible (de quelques minutes pour des discrétisations de 50000 éléments, sur PC) les rendant particulièrement attractives pour la pré-conception (preliminary design). Elles peuvent en effet être assez facilement prises en compte dans une boucle d'optimisation nécessitant de nombreuses simulations. Son utilisation permet d'aboutir à une estimation rapide et précise des déformations. Cependant, les contraintes sont moins précises, car ces approches ne prennent pas en compte l'histoire des déformations résultant de l'évolution des conditions de sollicitations.

Il existe aujourd'hui plusieurs logiciels de simulation qui utilisent les approches simplifiées (AUTOFORM, QUICK-STAMP, SIMEX, ISOPUNCH, etc.).

Nous avons développé nos travaux dans le code REFORM qui est un code de recherche modulaire. Ce code de calcul permet de modéliser le comportement linéaire et non linéaire des structures (poutres, plaques et coques). Ce code est développé au Laboratoire Roberval par l'équipe du Professeur Batoz à l'Université de Technologie de Compiègne. Comme tous les codes modulaires, il consiste en un programme principal comprenant l'appel ou une succession d'appels aux différentes modules (Figure 2.1) ou sous-routines. Ceci lui assure une grande flexibilité, ce qui est précieux dans le cadre d'une activité de recherche ou de développement. Les avantages principaux de ce code (modulaire) sont sa robustesse, sa simplicité, et ce qui est très important, sa possibilité d'être modifié.

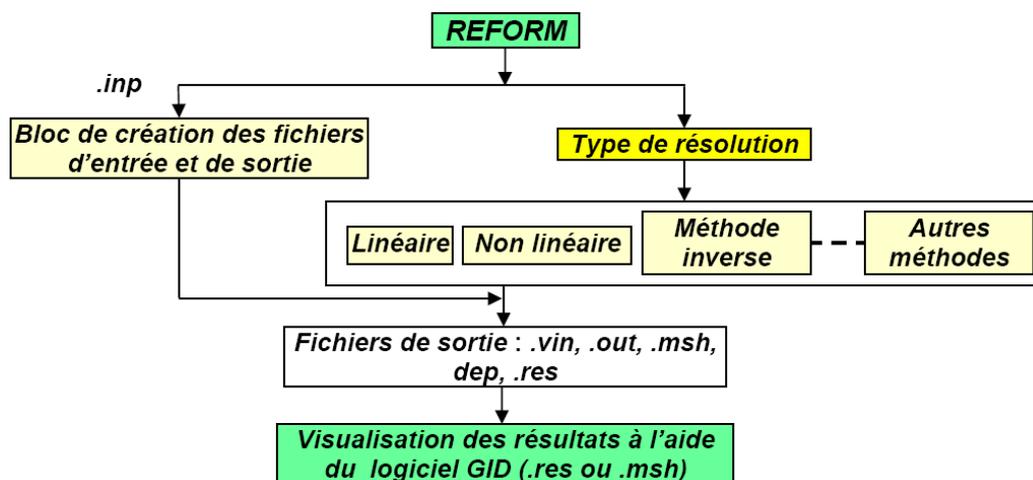


Figure 2.1: Structure du logiciel REFORM.

2.2. Approches incrémentales

Les approches incrémentales sont largement utilisées dans les codes dédiés à la simulation numérique des procédés de mise en forme. Selon la nature et la complexité du problème de mise en forme traité, quatre procédures de résolution différentes, peuvent être utilisées : Statique / (Implicite ou Explicite) et Dynamique / (Implicite ou Explicite). Ces procédures permettent d'obtenir des résultats précis mais avec des temps de calcul malheureusement conséquents et d'autre part la convergence du calcul n'est pas garantie.

Quelque soit la procédure choisie, l'objectif de toute étude est la recherche d'un état d'équilibre à l'instant t , qui peut être défini sous forme variationnelle à partir du principe des travaux virtuels, qui s'écrit sur la configuration finale:

$$\int_V \langle \varepsilon^* \rangle \{\sigma\} dV = \int_S \langle u^* \rangle \{f_s\} dS + \int_V \langle u^* \rangle (\{f_v\} - \rho \{\ddot{u}\}) dV \quad \forall u^* \in C.A \quad (2.1)$$

- $C.A$: cinématiquement admissible, $u^* = 0$ sur Su (partie du contour S où les déplacements sont imposés) ;
- $\{\sigma\}$ est le vecteur des contraintes de Cauchy ;
- $\langle \varepsilon^* \rangle$ les déformations virtuelles ;
- $\{f_s\}$ est le vecteur des forces surfaciques ;
- $\{f_v\}$ est le vecteur des forces volumiques ;
- $\langle u^* \rangle$ sont les déplacements virtuels ;
- $\langle \ddot{u} \rangle$ le vecteur accélération ;
- ρ est la masse volumique.

La résolution de (2.1) par éléments finis, repose sur une discrétisation spatiale du domaine. Les déplacements (réels et virtuels) ainsi que les accélérations, d'un point q , peuvent être définies respectivement à partir des déplacements (réels et virtuels) et des accélérations aux nœuds en utilisant des fonctions d'interpolation:

$$\{u_q\} = [N_n] \{u_n\} \quad \text{et} \quad \{u_q^*\} = [N_n] \{u_n^*\} \quad (2.2)$$

$$\{\ddot{u}_q\} = [N_n] \{\ddot{u}_n\} \quad (2.3)$$

Les déformations virtuelles sont définies par:

$$\{\varepsilon^*\} = [B] \{u_n^*\} \quad (2.4)$$

où $[B]$ est la matrice de déformations qui dépend de la géométrie à l'instant t et du type d'éléments.

En utilisant les relations (2.2-3-4) l'équation d'équilibre (2.1) peut être écrite sur un élément comme suit:

$$\sum_e \int_{V^e} \langle u_n^* \rangle [B]^T \{\sigma\} dV - \int_{S^e} \langle u_n^* \rangle [N]^T \{f_s\} dS + \int_{V^e} \langle u_n^* \rangle [N]^T (\{f_v\} - \rho \{\ddot{u}\}) dV = 0 \quad (2.5)$$

où V^e et S^e sont le volume et le contour d'un élément fini.

En utilisant les notions, de force interne, force externe et matrice masse, cette équation peut être écrite:

$$\sum_e \langle u_n^* \rangle (\{f_{int}^e\} - \{f_{ext}^e\} + [M^e] \{\ddot{u}\}) = 0 \quad (2.6)$$

avec:

$$\{f_{int}^e\} = \int_{V^e} [B]^T \{\sigma\} dV$$

$$\{f_{ext}^e\} = \int_{S^e} [N]^T \{f_s\} dS + \int_{V^e} [N]^T \{f_v\} dV$$

$$[M^e] = \int_{V^e} [N]^T \rho \{\ddot{u}\} dV$$

Après assemblage de tout le système d'équations (2.6), on obtient le système non linéaire :

$$\{F_{int}\} = \{F_{ext}\} - [M] \{\ddot{U}\} \quad (2.7)$$

$[M]$ est la matrice masse globale.

En analyse dynamique, la structure possède un amortissement de type visqueux, (2.7) l'équation 2.7 devient :

$$\{F_{int}\} = \{F_{ext}\} - [M] \{\ddot{U}\} - [C] \{\dot{U}\} \quad (2.8)$$

Si les forces d'inertie sont négligées (analyse statique) ce système d'équation s'écrit:

$$\{R(U)\} = \{F_{int}\} - \{F_{ext}\} = \{0\} \quad (2.9)$$

Plusieurs codes utilisent les approches incrémentales tels que : ABAQUS, STAMPACK, LS-DYNA, PAM-STAMP, RADIOSS, etc. Nous avons choisi d'utiliser le code EF ABAQUS, qui nous permet de manipuler facilement tous les paramètres du modèle EF (les caractéristiques géométriques, les propriétés du matériau, les paramètres du procédé, etc.), afin de comparer les résultats de l'approche inverse avec ceux de la méthode incrémentale.

2.3. Brève description des méthodes utilisées dans ABAQUS

La simulation numérique d'hydroformage pour ABAQUS implique le choix d'une procédure de résolution des équations non linéaires décrivant l'état d'équilibre. Nous présentons dans la suite une brève description du logiciel ABAQUS avec les deux procédures de résolution les plus utilisées en hydroformage: statique implicite et dynamique explicite.

ABAQUS est un logiciel généraliste de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique. Il est connu et répandu dans le milieu universitaire, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires. À partir d'un fichier de données, qui décrit l'ensemble du problème mécanique, le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées, et fournit les résultats dans un fichier .odb (Figure 2.2).

Le module CAE est l'interface graphique d'ABAQUS, il propose dix sous-modules : Sketch, Part, Property, Assembly, Step, Interaction, Load, Mesh, Job et Visualisation. Les huit premiers sous-modules servent à définir le problème mécanique à simuler. Le module Job est celui qui gère le passage du calcul de simulation proprement dit. Enfin, le dernier module regroupe tout ce qui concerne l'exploitation des résultats sous forme de diverses visualisations.

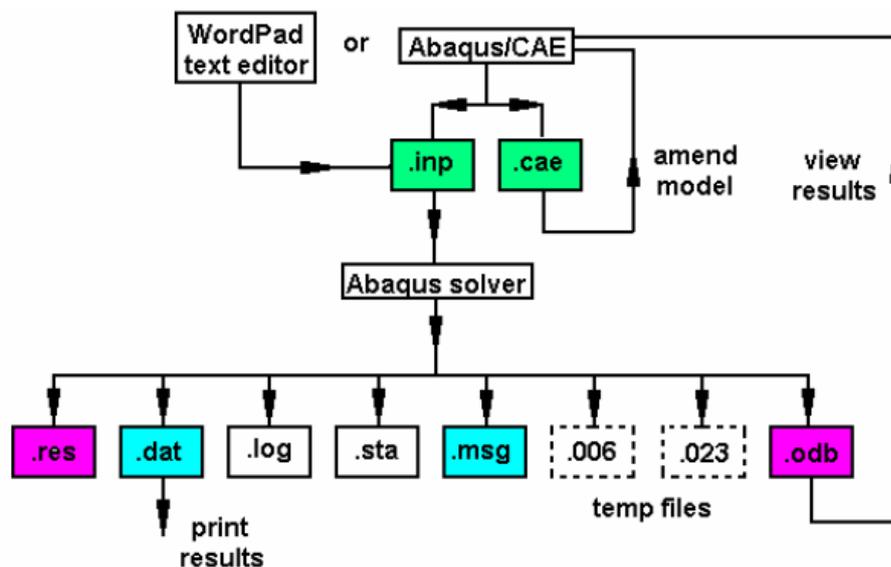


Figure 2.2: Structure du logiciel ABAQUS.

Le logiciel ABAQUS comprend deux solveurs, le premier est ABAQUS /Standard qui utilise une méthode de résolution basé sur un algorithme statique implicite et le second est ABAQUS /Explicit qui utilise une méthode de résolution par un algorithme dynamique explicite. Les deux méthodes sont présentées brièvement dans les deux sous paragraphe suivantes.

ABAQUS renferme une grande bibliothèque d'éléments finis qui peuvent moduler pratiquement la majorité des géométries. Il a également une liste étendue de modèles de matériaux qui peuvent simuler le comportement de la plupart des matériaux d'ingénierie, avec la possibilité de programmer de nouveaux éléments en FORTRAN et de nouvelles lois de comportement ainsi la Possibilités de remaillage automatique.

a. Module ABAQUS Standard

En analyse statique implicite la procédure de résolution est itérative est elle utilise la méthode de Newton Raphson pour résoudre, à chaque pas le système d'équation non linéaires d'équilibre (2.8).

Quelque soit la méthode itérative utilisée, une approximation de la solution, U , est obtenue à chaque itération, i . pour aboutir à l'équilibre il faut que la différence, ΔU_{i+1}^p , entre cette solution et la solution exact soit nulle, à un critère de précision près. Ceci nous ramène à la résolution du système suivant:

$$\{R(U_i^p + \Delta U_{i+1}^p)\} = \{0\} \tag{2.10}$$

Un développement de premier ordre en série de Taylor du système (2.10) au voisinage de la solution approchée donne:

$$[K_i^p] \{\Delta U_{i+1}^p\} = -\{R_i^p\} \tag{2.11}$$

avec: $[K_i^p] = \frac{\partial \{R(U_i^p)\}}{\partial \{U\}}$ est la matrice tangente, $\{R_i^p\} = \{R(U_i^p)\}$ est le vecteur résidu à

l'itération i du pas p . la solution actualisée est:

$$\{U_{i+1}^p\} = \{U_i^p\} + \{\Delta U_{i+1}^p\} \tag{2.12}$$

Les itérations sont poursuivies jusqu'à satisfaire un critère d'arrêt.

$$\sqrt{\langle \Delta U_i \rangle \{\Delta U_i\}} < tol \cong 10^{-3}$$

b. ABAQUS Explicite

La procédure de résolution de l'approche dynamique explicite est basée sur l'utilisation d'une méthode d'intégration explicite des équations de mouvement et sur l'emploi d'une matrice masse diagonale.

Le schéma d'intégration temporelle utilisé dans ABAQUS /Explicit est de type différence finie centrale (Newmark, O-wilson, etc.). Le but de cette méthode est de déterminer la réponse dynamique transitoire de la structure au temps $t + \Delta t$, connaissant les déplacements, vitesses et accélérations au temps t .

Au début de l'incrément le programme résout l'équilibre dynamique qui lie la matrice masse, $[M]$, le vecteur accélération, $\{\ddot{U}\}$, le vecteur charge externe $\{F_{ext}\}$ et le vecteur charge interne $\{F_{int}\}$ comme suivent:

$$[M]\{\ddot{U}\} = \{F_{ext}\} - \{F_{int}\} \quad (2.13)$$

Les accélérations sont intégrées dans le temps en utilisant les différences finies centrales, par le calcul du changement de la vitesse supposant que l'accélération est constante.

$$\dot{u}\Big|_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}\Big|_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t\Big|_{t+\Delta t} + \Delta t\Big|_t)}{2} \ddot{u}\Big|_{(t)} \quad (2.14)$$

Les vitesses sont intégrées dans le temps et ajoutées aux déplacements au début de l'incrément pour déterminer les déplacements à la fin de l'incrément:

$$u\Big|_{(t+\Delta t)} = u\Big|_{(t)} + \Delta t\Big|_{(t+\Delta t)} \dot{u}\Big|_{(t+\frac{\Delta t}{2})} \quad (2.15)$$

où u est le déplacement, \dot{u} est la vitesse et \ddot{u} est l'accélération.

Le schéma explicite est conditionnellement stable (des pas de temps très grands entraîneraient des instabilités numériques). Le processus numérique doit être stable pour des pas de temps inférieurs ou égaux au pas de temps critique Δt_{cr} :

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} \text{ avec } \Delta t_{cr} = \frac{2}{w_{max}} \quad (2.16)$$

Une approximation de la limite de stabilité a été proposée par Belytschko et Mullen [Mul83], la fréquence maximale w_{max} peut être estimée par :

$$w_{max} \leq \frac{2C_d}{L_e} \quad (2.17)$$

où L_e est la longueur du plus petit élément de la structure et C_d est la vitesse de l'onde solide traversant cet élément.

Ainsi à l'aide de la relation (2.16), nous obtenons :

$$\Delta t \leq \frac{L_e}{C_d} \quad (2.18)$$

Pour l'analyse non linéaire dynamique, le pas de temps critique peut changer au cours du temps. Ainsi il faudrait qu'à chaque instant de la résolution, la condition (2.16) soit vérifiée.

3. Formulation mathématique de l'approche inverse en 3D

La méthode d'éléments finis simplifiée appelée "Approche Inverse" a été proposée par le professeur Batoz en 1989 [Bat89, Guo90] pour estimer les grandes déformations dans les pièces embouties. L'approche inverse est en développement à l'Université de Technologie de Compiègne (UTC). Elle permet d'estimer les grandes déformations élasto-plastiques rencontrées en emboutissage de tôles minces. Elle exploite principalement la connaissance géométrique de la surface emboutie ainsi que la surface initiale incluant son contour. Les hypothèses sur l'action des outils et la loi de comportement permettent d'éviter le problème de contact et l'intégration pas à pas de la plasticité. L'A.I. présente l'avantage d'être beaucoup plus rapide que les approches incrémentales.

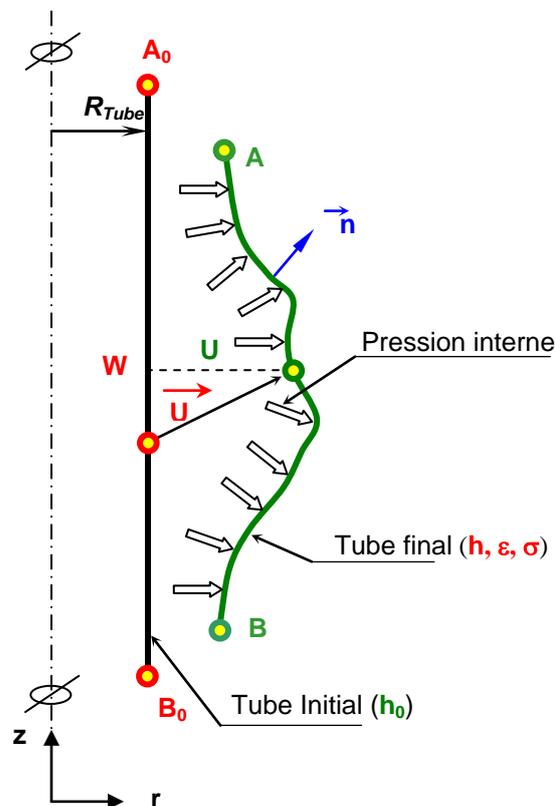


Figure 2.3: Description de l'approche inverse en hydroformage (Forme de révolution).

Dans ce travail on a modifié l'AI pour l'étude des problèmes d'hydroformage de tubes. A partir d'un maillage du tube final déformé, on cherche les positions des noeuds dans le tube cylindrique initial (Figure 2.3). Alors, trois hypothèses principales sont retenues dans cette approche:

1. l'hypothèse du chargement radial ou proportionnel, qui permet d'utiliser la loi intégrée de Hencky;
2. l'hypothèse simplificatrice des actions des outils, qui permet de remplacer ces actions par des forces de pression/frottement pour éviter le problème de contact. Ainsi nous obtenons une méthode directe et indépendante de l'histoire des déformations.
3. projection sur une surface cylindrique (tube initial)

Les inconnues du problème sont:

1. les positions géométriques des nœuds dans le tube initial.
2. les distributions de l'épaisseur, des déformations et des contraintes dans le tube final,
3. la longueur du tube initial.

La figure 2.4 présente un organigramme qui contient les étapes nécessaires en Approche inverse.

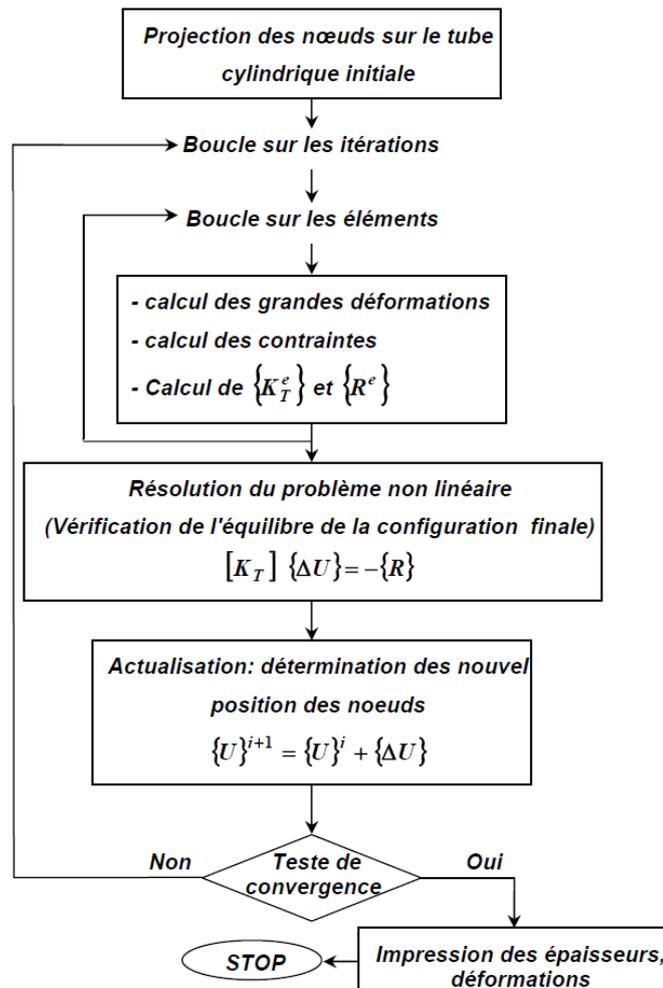


Figure 2.4: Organigramme de calcul en Approche Inverse.

3.1. Projection sur le tube cylindrique initial

Dans ce travail on va se limiter à l'étude d'hydroformage des tubes de forme initiale cylindrique mais de forme finale quelconque. La surface moyenne de la forme finale est discrétisée par des éléments de coque triangulaires de type facettes planes et d'épaisseur constante. La figure 2.5 présente la projection d'un élément triangulaire sur un cylindre (coaxial avec l'axe des Z) c'est à dire les positions des nœuds du triangle dans la configuration finale, la configuration initiale et les positions de chaque nœud après projection.

Les positions des nœuds du triangle dans la configuration finale sont connues on cherche les positions initiales de ces nœuds en passant par une première estimation c'est l'intersection de la projection de ces nœuds sur l'axe des Z avec la surface cylindrique, ces positions sont modifiées par un algorithme de Newton-Raphson afin de satisfaire l'équilibre de l'objet final.

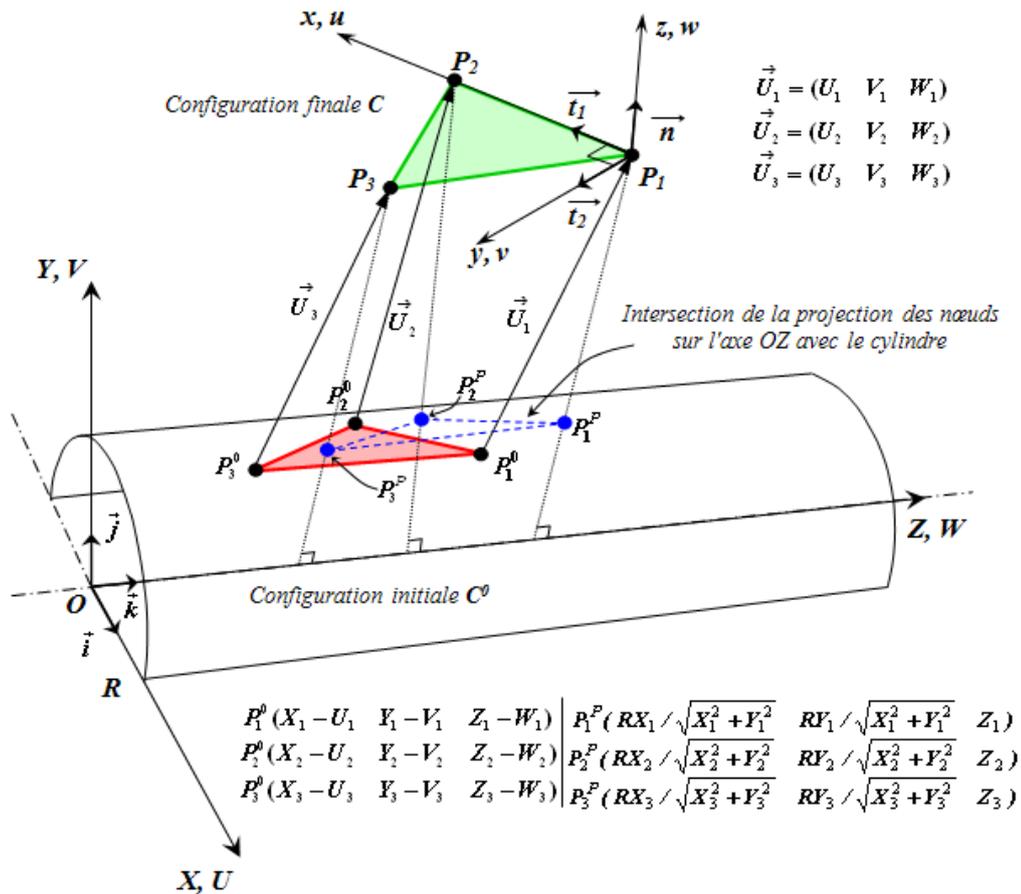


Figure 2.5 : Projection d'un élément triangulaire en hydroformage des tubes.

Chaque nœud a un vecteur déplacement de trois composantes U , V et W . Comme la projection est faite sur l'axe du cylindre Z , alors la composante radiale dans un repère cylindrique est connue, donc il reste de déterminer les deux autres composantes U_φ et W

- Résolution des systèmes d'équations non linéaires par la méthode de Newton-Raphson (méthode statique implicite).

3.2. Mesure des déformations

3.2.1. Relations cinématique

En suppose dans ce travail que le tube initial à une forme cylindrique rectiligne. L'hypothèse de la forme initiale C^0 cylindrique, permet d'exprimer les composantes U et V du vecteur déplacement \overrightarrow{U}_p d'un point matérielle p dans le repère cartésien en fonction du composante radial U_r et l'incrément de rotation $\Delta\varphi$ (figure 2.6) à chaque itération telle que:

$$\begin{aligned} U_p^i &= U_r \cos\varphi - \Delta U_p^i \\ V_p^i &= U_r \sin\varphi + \Delta V_p^i \end{aligned} \quad (2.19)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Delta U_p^i &= R_\theta (\cos(\varphi - \Delta\varphi^i) - \cos\varphi) \\ \Delta V_p^i &= R_\theta (-\sin(\varphi - \Delta\varphi^i) + \sin\varphi) \end{aligned}$$

R_θ est la composante radiale initiale du point p .

Le vecteur position d'un point matériel p^0 situé sur la surface moyenne de la configuration initiale C^0 (tube initial) peut être défini en fonction du vecteur position du même point p situé sur la surface moyenne de la configuration finale C (tube final) et du vecteur déplacement en ce point (figure 2.7) par:

$$\overrightarrow{X}_p^0 = \overrightarrow{X}_p - \overrightarrow{U}_p \quad (2.20)$$

Le vecteur déplacement \overrightarrow{U}_p du point p peut être défini dans un repère local orthonormé $(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n})$ en p , tangent à la surface moyenne de la configuration finale comme suit:

$$\overrightarrow{U}_p = u \vec{t}_1 + v \vec{t}_2 + w \vec{n} \quad (2.21)$$

En utilisant l'hypothèse de conservation des normales de *Kirchhoff*, le vecteur position d'un point q , se trouvant suivant la direction normale au plan tangent défini au point p appartenant à la surface moyenne (figure 2.7), s'exprime alors sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{X}_q &= \overrightarrow{X}_p + z \vec{n} \\ -\frac{h}{2} &\leq z \leq \frac{h}{2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

La même description pour la configuration initiale:

$$\vec{X}_q^0 = \vec{X}_p^0 + z^0 \vec{n}^0 \quad (2.23)$$

$$-\frac{h_0}{2} \leq z \leq \frac{h_0}{2}$$

où h et h_0 sont les épaisseurs de tube final et initial respectivement, z et z^0 représente la position des points q et q^0 dans l'épaisseur par rapport à la fibre neutre de la structure dans les configurations finale et initiale respectivement.

\vec{n}^0 est Le vecteur unitaire normal à la surface moyenne de la configuration initiale C^0 exprimé dans le repère local orthonormé $(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n})$ en p par:

$$\vec{n}^0 = n_x^0 \vec{t}_1 + n_y^0 \vec{t}_2 + n_z^0 \vec{n} \quad (2.24)$$

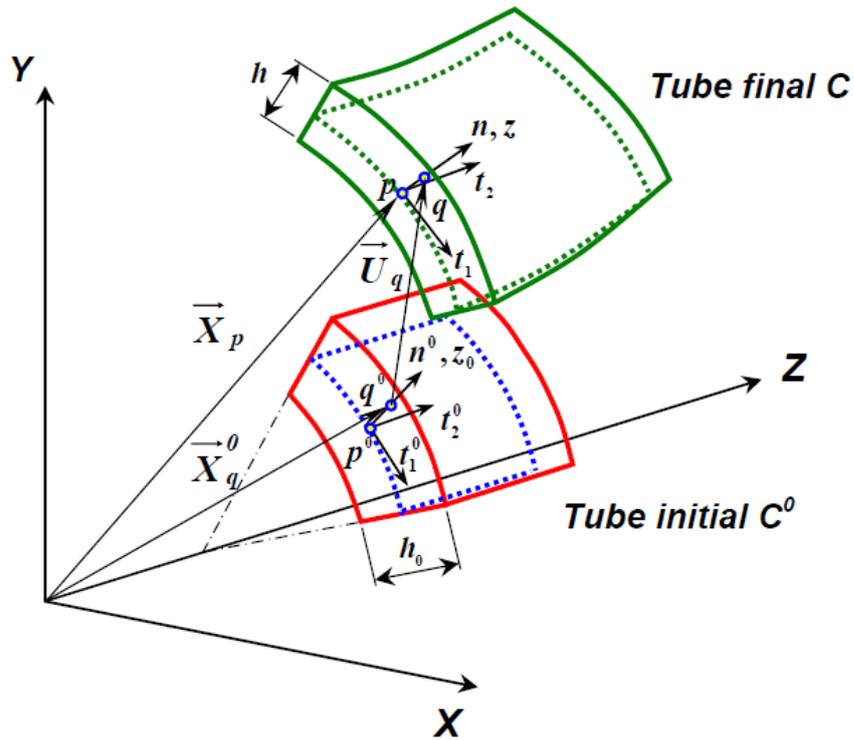


Figure 2.7 : Cinématique d'une coque mince en hydroformage.

Ainsi nous avons, en utilisant (2.20) et (2.23), déterminé le vecteur position du point q dans sa configuration initiale.

$$\vec{X}_q^0 = \vec{X}_p - \vec{U}_p + z^0 \vec{n}^0 \quad (2.25)$$

3.2.2. Déformations logarithmiques

L'élongation est supposée constante selon l'épaisseur, cette élongation est définie par:

$$\lambda_3 = \frac{h}{h^0} = \frac{z}{z^0} = \frac{dz}{dz^0} \quad (2.26)$$

Le repère local $(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n})$ en p à la surface moyenne dans la configuration finale est orthogonal tel que:

$$\begin{aligned} \vec{t}_1 &= \vec{X}_{p,x} \\ \vec{t}_2 &= \vec{X}_{p,y} \end{aligned} \quad (2.27)$$

et la matrice de transformation local-global est alors: $[Q] = [\vec{t}_1 \ : \ \vec{t}_2 \ : \ \vec{n}]$.

avec x et y sont les coordonnées paramétriques de la surface moyenne.

On utilisant la définition (2.26) et les équations (2.25), (2.27) et puisque en membrane ($z=0$),

l'élément différentiel \overrightarrow{dX}_q^0 sera donné par:

$$d\vec{X}_q^0 = (\vec{t}_1 - \vec{U}_{p,x}) dx + (\vec{t}_2 - \vec{U}_{p,y}) dy + \frac{1}{\lambda_3} \vec{n}^0 dz \quad (2.28)$$

Soit sous forme matricielle:

$$\{d\vec{X}_q^0\} = [F_x^0]^{-1} \{dX\} \quad (2.29)$$

avec:
$$[F_x^0]^{-1} = \begin{bmatrix} \vec{t}_1 - \vec{U}_{p,x} & \vec{t}_2 - \vec{U}_{p,y} & \frac{1}{\lambda_3} \vec{n}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u_{,x} & -u_{,y} & n_x^0 \lambda_3^{-1} \\ -v_{,x} & 1 - v_{,y} & n_y^0 \lambda_3^{-1} \\ -w_{,x} & -w_{,y} & n_z^0 \lambda_3^{-1} \end{bmatrix}$$

et: $\langle dX \rangle = \langle dx \ dy \ dz \rangle$

On utilisant les équations (2.22) et (2.27), l'élément différentiel \overrightarrow{dX}_q sera donné par:

$$d\vec{X}_q = (\vec{t}_1 + z \vec{n}_{,x}) dx + (\vec{t}_2 + z \vec{n}_{,y}) dy + \vec{n} dz \quad (2.30)$$

Soit encore sous forme matricielle:

$$\{d\vec{X}_q\} = [F_x] \{dX\} \quad (2.31)$$

avec:
$$[F_x] = \begin{bmatrix} \vec{t}_1 + z \vec{n}_{,x} & \vec{t}_2 + z \vec{n}_{,y} & \vec{n} \end{bmatrix} = [Q]([I] + z [b])$$

et:
$$[b] = \begin{bmatrix} \vec{t}_1 \cdot \vec{n}_{,x} & \vec{t}_1 \cdot \vec{n}_{,y} & 0 \\ \vec{t}_2 \cdot \vec{n}_{,x} & \vec{t}_2 \cdot \vec{n}_{,y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & -s & 0 \\ -s & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

r , s et t sont les composantes du tenseur des courbures de la coque déformée, cette coque est considérée mince pour avoir:

$$[F_x]^{-1} = ([I] + z [b])^{-1} [Q]^T \quad (2.32)$$

À partir des formules (2.31) et (2.29) nous pouvons définir l'inverse du tenseur gradient de déformation $[F]^{-1}$ comme suit:

$$\{dX_q^0\} = [F]^{-1} \{dX_q\} = [F_x^0]^{-1} [F_x]^{-1} \{dX_q\} \quad (2.33)$$

On définit l'inverse du tenseur de Cauchy Green gauche $[B]$ par:

$$\langle dX_q^0 \rangle \langle dX_q^0 \rangle = \langle dX_q \rangle [B]^{-1} \langle dX_q \rangle \quad (2.34)$$

En utilisant (2.33) on aura:

$$[B]^{-1} = [F]^{-T} [F]^{-1} = [Q] [B_z]^{-1} [Q]^T \quad (2.35)$$

avec: $[B_z]^{-1} = ([I] + z [b])^{-1} [B_0]^{-1} ([I] + z [b])^{-1}$

$[B_0]^{-1}$ est l'inverse du tenseur Cauchy-Green gauche provenant du modèle de membrane qui s'exprime par:

$$[B_0]^{-1} = [F_x^0]^{-T} [F_x^0] = \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & 0 \\ b_0 & c_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^{-2} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

tel que:

$$\begin{cases} a_0 = (1 - u_{,x})^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2 \\ b_0 = u_{,y}^2 + (1 - v_{,y})^2 + w_{,y}^2 \\ c_0 = -u_{,y}(1 - u_{,x}) - v_{,x}(1 - v_{,y}) + w_{,x}w_{,y} \end{cases} \quad (2.37)$$

$[B_z]^{-1}$ a une forme similaire que la forme de $[B_0]^{-1}$ c'est à dire:

$$[B_z]^{-1} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^{-2} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\text{avec: } \begin{cases} a = \frac{a_0(-1+zt)^2 + sz(c_0zs + b_0(2-2zt))}{d^2} \\ b = \frac{zs(a_0 + b_0zs - a_0zt) + (1-zs)(b_0 + c_0zs - b_0zt)}{d^2} \\ c = \frac{c_0(-1+zr)^2 + zs(a_0zs + b_0(2-2zr))}{d^2} \end{cases}$$

$$\text{et : } d = (1-zr)(1-zt) - z^2s^2$$

Les élongations principales λ_1 et λ_2 sont les racines carrées des valeurs propres de $[B]^{-1}$ données par:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \left(\frac{1}{2}(a+c) + \frac{1}{2}\sqrt{(a-c)+4b^2} \right)^{-1/2} \\ \lambda_2 = \left(\frac{1}{2}(a+c) - \frac{1}{2}\sqrt{(a-c)+4b^2} \right)^{-1/2} \end{cases} \quad (2.39)$$

Ces quantités variant suivant l'épaisseur, nous considérons l'hypothèse de l'incompressibilité à la surface moyenne de la pièce, l'élongation suivant l'épaisseur est, rappelons le, constante (équation 2.26).

Les déformations principales logarithmiques dans la configuration C sont:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ln \lambda_1 \\ \ln \lambda_2 \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

L'hypothèse d'incompressibilité du matériau permet d'écrire:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1 \quad \text{ou} \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 1 \quad (2.41)$$

on obtient ainsi l'élongation dans l'épaisseur λ_3 :

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (2.42)$$

L'épaisseur h dans la configuration finale C sera alors:

$$h = h_0 \lambda_3 = \frac{h_0}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}$$

La matrice de transformation entre le repère local et le repère principal des déformations est celle dont les colonnes sont trois vecteurs propres de $[B]^{-1}$.

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

avec α (figure 2.8) données par:

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-2b}{a-c} \right) \quad (2.44)$$

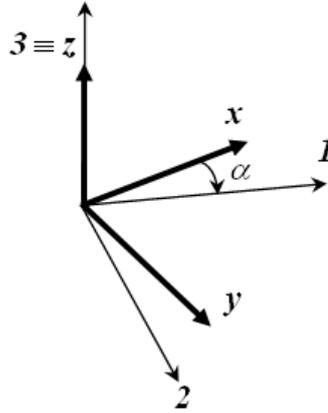


Figure 2.8 : Angle α entre repères local et principal.

Les déformations locales sont liées aux déformations principales par les relations suivantes:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

3.3. Mesure des contraintes

Pour exprimer les contraintes totales de Cauchy en fonction des déformations logarithmiques, en tenant compte de l'incompressibilité et du comportement élasto-plastique anisotrope transverse du matériau, nous considérons le critère de *Hill 1948* dans le cas des contraintes planes [HOS83] qui donné par:

$$f = \overline{\sigma}^2 - \overline{\sigma_y}^2 = (\langle \sigma \rangle [P] \{ \sigma \}) - \overline{\sigma_y}^2 = 0 \quad (2.46)$$

avec $\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy} \rangle$ est le vecteur de contrainte de Cauchy, $\overline{\sigma_y}$ est la limite élastique et $\overline{\sigma}$ est la contrainte équivalente.

La matrice $[P]$ est exprimé par:

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & -\bar{\nu} & 0 \\ -\bar{\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\bar{\nu}) \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad \bar{\nu} = \frac{\bar{R}}{1+\bar{R}} \quad (2.47)$$

où $\bar{R} = \frac{1}{4}(r_0 + 2r_{45} + r_{90})$ est le coefficient d'anisotropie transverse moyen de Lankford.

Les coefficients d'anisotropie r_0, r_{45}, r_{90} sont les rapports des taux de déformation $D_{22}(\alpha), D_{33}(\alpha)$ mesurés expérimentalement dans les directions transverse et normale (épaisseur) pour différents angles α ($0^0, 45^0, 90^0$) par rapport à la direction de traction.

Les incréments de déformations élastiques et plastiques sont donnés par les équations suivantes:

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} \quad (2.48)$$

Décomposition additive entre mesures de déformations.

Et d'après l'hypothèse de normalité:

$$\{d\varepsilon^p\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \quad (2.49)$$

qui conduit à:

$$\{d\varepsilon^p\} = 2d\lambda [P] \{\sigma\} \quad (2.50)$$

En utilisant l'hypothèse du chargement radial et la théorie de la déformation plastique totale (théorie de plasticité d'*Hencky*), la loi de normalité peut être intégrée pour donner la relation entre les déformations plastiques principales et les contraintes de Cauchy:

$$\{\varepsilon^p\} = \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\sigma} [P] \{\sigma\} = [H^p]^{-1} \{\sigma\} \quad (2.51)$$

$\bar{\varepsilon}^p$ est la déformation plastique équivalente telle que:

$$\bar{\varepsilon}^p = (\langle \varepsilon^p \rangle [P]^{-1} \{\varepsilon^p\})^{1/2} \quad (2.52)$$

avec: $\langle \varepsilon^p \rangle = \langle \varepsilon_x^p \quad \varepsilon_y^p \quad \varepsilon_{xy}^p \rangle$

Les déformations élastiques sont données par:

$$\{\varepsilon^e\} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \{\sigma\} = [H^e]^{-1} \{\sigma\} \quad (2.53)$$

E étant le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.

Les déformations totales s'expriment en fonction des déformations élastiques et plastiques par la relation suivante:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^p\} + \{\varepsilon^e\} \quad (2.54)$$

avec : $\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_{xy} \rangle$ et $\langle \varepsilon^e \rangle = \langle \varepsilon_x^e \ \varepsilon_y^e \ \varepsilon_{xy}^e \rangle$.

Les contraintes totales sont alors obtenus par:

$$\{\sigma\} = ([H^e]^{-1} + \frac{1}{E_t} [P])^{-1} \{\varepsilon\} \quad (2.55)$$

avec : $E_t = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}^p} = \frac{E \cdot E_s}{E - E_s}$ est le module tangent et $E_s = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}}$ est le module sécant, voire la figure suivante.

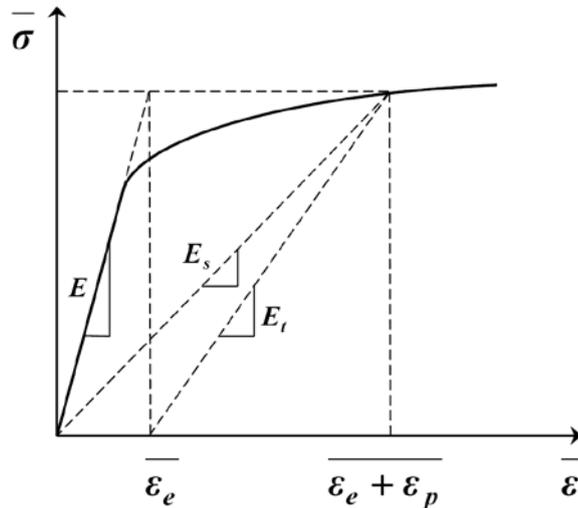


Figure 2.9 : Courbe de traction uni-axiale.

3.4. Eléments triangulaire DKT12

La discrétisation de la forme finale de la pièce désirée est effectuée par des éléments de coque plat triangulaires et d'épaisseur constante appelé DKT12 [BAT92], à 3 noeuds sommets et 3 noeuds aux milieux des côtés, comme montré sur la figure 2.10. Cet élément est obtenu par assemblage de l'élément de membrane CST (u, v aux noeuds sommets) avec l'élément de flexion DKT6 (w aux sommets et θ_s aux milieux des cotés).

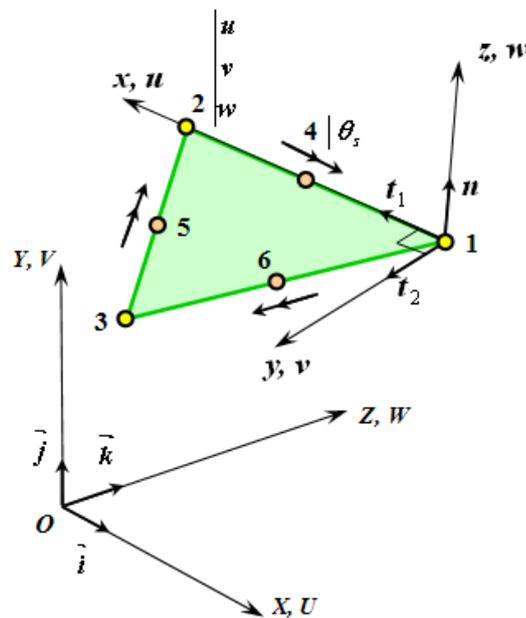


Figure 2.10 : Elément de coque DKT12 (CST + DKT6).

3.4.1. Approximation des déplacements et déformations

1. Pour la membrane les déplacements nodaux sont: $\langle u_{nm} \rangle = \langle \dots u_i v_i \dots \rangle \quad i = \overline{1, 3}$

Les déformations virtuelles de membrane s'expriment en fonction des déplacements virtuels u^* et v^* , suivant les directions x et y , comme suit:

$$\langle e^* \rangle = \langle u_{,x}^* \quad v_{,y}^* \quad u_{,y}^* + v_{,x}^* \rangle \quad (2.56)$$

Des approximations linéaires sont considérées pour u^* et v^* (élément de membrane CST) :

$$\{e^*\} = [B_m] \{u_{nm}^*\} \quad (2.57)$$

avec:

$$[B_m] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & y_{31} & 0 & y_{12} & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & x_{31} & 0 & x_{21} \\ x_{32} & y_{23} & x_{13} & y_{31} & x_{21} & y_{12} \end{bmatrix}$$

$$2A = (y_{31}x_{21} - x_{31}y_{21})$$

2. Pour la flexion les variables nodales sont: $\langle u_{nf} \rangle = \langle w_1 \ w_2 \ w_3 \rangle$

Le vecteur des courbures virtuelles est exprimé en fonction des rotations virtuelles β_x^* et β_y^* comme suit:

$$\langle \chi^* \rangle = \langle \beta_{x,x}^* \ \beta_{y,y}^* \ \beta_{x,y}^* + \beta_{y,x}^* \rangle; \quad \{\chi^*\} = [B_{fx}] \{\beta_{xn}^*\} \quad (2.58)$$

$$\langle \beta_{xn}^* \rangle = \langle \beta_{x4} \ \beta_{y4} \ \beta_{x5} \ \beta_{y5} \ \beta_{x6} \ \beta_{y6} \rangle$$

β_x^* et β_y^* sont les rotations de la normale dans les plans xz et yz respectivement.

Des approximations semi- C^0 sont considérées pour β_x^* et β_y^* (élément de flexion DKT6) :

$$\beta_x^* = \sum_{k=4,5,6} N_k \beta_{xk}^* \quad ; \quad \beta_y^* = \sum_{k=4,5,6} N_k \beta_{yk}^* \quad (2.59)$$

$$N_4 = 1 - 2\eta \quad ; \quad N_5 = -1 + 2\xi + 2\eta \quad ; \quad N_6 = 1 - 2\xi$$

avec le changement de variables aux nœuds k suivant:

$$\beta_{xk} = C_k \beta_{sk} + S_k \beta_{nk}; \quad \beta_{yk} = S_k \beta_{sk} - C_k \beta_{nk} \quad (2.60)$$

où C_k et S_k représentent les cosinus directeurs du côté k de longueur L_k (nœuds i et j), on obtient:

$$\{\chi^*\} = [B_{fs}] \{\beta_{sn}^*\} \quad (2.61)$$

$$\langle \beta_{sn}^* \rangle = \langle \beta_{s4} \ \beta_{s5} \ \beta_{s6} \ \beta_{n4} \ \beta_{n5} \ \beta_{n6} \rangle$$

β_{sk}^* et β_{nk}^* sont les rotations de la normale dans les plans xy et son plan perpendiculaire à xy respectivement.

La théorie des plaques minces en flexion de Kirchhoff permet d'exprimer la rotation β_{sk}^* de chaque côté d'élément par les déplacements w_i^* et w_j^* des nœuds sommets.

$$\int_0^{L_k} \gamma_{sk}^* ds = \int_0^{L_k} (w_{,s}^* + \beta_s^*) ds = 0 \quad (2.62)$$

Sur chaque côté k les relations (2.59) et (2.62) donnent:

$$L_k \cdot \beta_{sk}^* = w_i^* - w_j^* \quad (2.63)$$

Les rotations virtuelles $\theta_{sk}^* = \beta_{nk}^* = -w_{,nk}^*$ sont nulles puisque dans la configuration déformée C , les déplacements U_r dans le repère global sont connues, ainsi les rotations aux nœuds milieux sont connues.

Nous pouvons ainsi écrire explicitement:

$$\{\chi^*\} = [B_f] \{u_{nf}^*\} \quad (2.64)$$

$$[B_f] = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} S_4 C_4 - S_6 C_6 & \vdots & S_5 C_5 - S_4 C_4 & \vdots & S_6 C_6 - S_5 C_5 \\ -S_4 C_4 + S_6 C_6 & \vdots & -S_5 C_5 + S_4 C_4 & \vdots & -S_6 C_6 + S_5 C_5 \\ -C_4^2 + S_4^2 + C_6^2 - S_6^2 & \vdots & -C_5^2 + S_5^2 + C_4^2 - S_4^2 & \vdots & -C_6^2 + S_6^2 + C_5^2 - S_5^2 \end{bmatrix}$$

$$2A = (y_{31}x_{21} - x_{31}y_{21})$$

$$C_4 = x_{21}/L_4; C_5 = x_{32}/L_5; C_6 = x_{13}/L_6$$

$$S_4 = y_{21}/L_4; S_5 = y_{32}/L_5; S_6 = y_{13}/L_6$$

$$L_4 = (x_{21}^2 + y_{21}^2)^{1/2}; L_5 = (x_{32}^2 + y_{32}^2)^{1/2}; L_6 = (x_{13}^2 + y_{13}^2)^{1/2}$$

3. Après assemblage les variables nodales total concéderaient sont:

$$\langle u_n \rangle = \langle \dots u_i v_i w_i \dots \rangle \quad i = \overline{1, 3}.$$

Les déformations virtuelles dans une coque mince sont composées d'une partie de membrane et d'une partie de flexion :

$$\langle \varepsilon^* \rangle = \langle e^* \rangle + z \langle \chi^* \rangle \quad (2.65)$$

A partir des équations (2.57), (2.64) et (2.65) nous obtenons:

$$\{\varepsilon^*\} = ([B_m] + z [B_f]) \{u_n^*\} \quad (2.66)$$

$\langle \varepsilon^* \rangle = \langle \varepsilon_x^* \quad \varepsilon_y^* \quad \varepsilon_{xy}^* \rangle$: est le vecteur des déformations virtuelles.

Les déplacements virtuels globaux peuvent être transformés dans le repère local :

$$\{u^*\} = [T] \{U_n^*\} \quad (2.67)$$

$$\text{avec: } [T] = \begin{bmatrix} [Q]^T & 0 & 0 \\ 0 & [Q]^T & 0 \\ 0 & 0 & [Q]^T \end{bmatrix}; [Q] = [\vec{t}_1 \quad \vec{t}_2 \quad \vec{n}] = \begin{bmatrix} t_{1X} & t_{2X} & n_{3X} \\ t_{1Y} & t_{2Y} & n_{3Y} \\ t_{1Z} & t_{2Z} & n_{3Z} \end{bmatrix}$$

$[Q]$: et la matrice de transformation local-global.

3.4.2. Vecteur des forces internes

Le principe des travaux virtuels est utilisé pour établir l'équilibre de la pièce désirée. Les effets de cisaillement transverse sont négligés, ce qui permet d'écrire le travail virtuel interne élémentaire sous la forme générale suivant :

$$W_{int}^e = \int_{V^e} \langle \varepsilon^* \rangle \{ \sigma \} dV = \langle u_n^* \rangle \{ f_{int}^e \} \quad (2.68)$$

$\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy} \rangle$: est le vecteur des contraintes de Cauchy.

En utilisant les équations (2.68), (2.66) et (2.67), nous pouvons écrire :

$$W_{int}^e = \langle U_n^* \rangle \{ F_{int}^e \} \quad (2.69)$$

$\langle U_n^* \rangle = \langle \dots U_i^* V_i^* W_i^* \dots \rangle \quad i = \overline{1, 3}$

avec :

$$\{ F_{int}^e \} = [T]^T \int_{V^e} ([B_m]^T + z[B_f]^T) \{ \sigma \} dV$$

En effectuant une intégration à travers l'épaisseur, nous pouvons écrire :

$$\{ F_{int}^e \} = [T]^T \int_{A^e} ([B_m]^T \{ N \} + [B_f]^T \{ M \}) dA \quad (2.70)$$

où $\{ N \}$ est le vecteur des efforts normaux et $\{ M \}$ le vecteur des moments de flexion.

avec :

$$\{ N \} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{h}{2} \int_{-1}^1 \{ \sigma \} d\zeta ;$$

$$\{ M \} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{h^2}{4} \int_{-1}^1 \{ \sigma \} \zeta d\zeta$$

Comme les opérateurs de membrane et de flexion sont constants, alors:

$$\{ F_{int}^e \} = A [T]^T ([B_m]^T \{ N \} + [B_f]^T \{ M \}) \quad (2.71)$$

3.4.3. Vecteur des forces externes

On peut définir le vecteur des forces externes par:

$$\{F_{ext}^i\} = \begin{Bmatrix} F_{x(ext)}^i \\ F_{y(ext)}^i \\ F_{z(ext)}^i \end{Bmatrix} = P^i \begin{Bmatrix} n_x^i \\ n_y^i \\ n_z^i \end{Bmatrix} \quad (2.72)$$

avec : - $\{F_{ext}^i\}$: est le vecteur forces externe au nœud i ;

- $\langle n_x^i \ n_y^i \ n_z^i \rangle$ est la normale moyenne à la paroi de tube final au nœud i .

L'équilibre en un nœud i dans le repère global permet d'écrire :

$$\begin{Bmatrix} F_{x(int)}^i \\ F_{y(int)}^i \\ F_{z(int)}^i \end{Bmatrix} = P^i \begin{Bmatrix} n_x^i \\ n_y^i \\ n_z^i \end{Bmatrix} \quad (2.73)$$

Ce qui nous donne la pression nodale P^i normale à la paroi de tube final pour chaque nœud :

$$P^i = \langle n_x^i \ n_y^i \ n_z^i \rangle \begin{Bmatrix} F_{x(int)}^i \\ F_{y(int)}^i \\ F_{z(int)}^i \end{Bmatrix} \quad (2.74)$$

3.4.4. Matrice tangente

La matrice tangente élémentaire peut être obtenue en exprimant la variation de l'expression du travail virtuel.

$$\Delta W^e = \langle U_n^* \rangle \left[\frac{\partial \{R^e\}}{\partial \{U\}} \right] \{\Delta U_n\} = \langle U_n^* \rangle [K_T^e] \{\Delta U_n\} \quad (2.75)$$

Où $\{R^e\}$ le vecteur résidu élémentaire tel que:

$$\{R^e\} = \{F_{int}^e\} - \{F_{ext}^e\} \quad (2.76)$$

qui conduit à définir:

$$[K_T^e] = [K_{int}^e] - [K_{ext}^e] \quad (2.78)$$

Dans le système (2.75), les forces correspondant à la rotation φ sont supposés des Moments ($M = F_t.r$) et r est la première coordonnée des nœuds dans le repère cylindrique de la configuration finale (figure 2.6).

3.5. Procédure de calcul

La procédure de calcul est présentée comme suit (figure 2.11). Premièrement, La surface moyenne de la forme finale est discrétisée par des éléments de coque triangulaires de type facettes planes et d'épaisseur constante DKT12.

Dans les analyses présentées dans ce travail, l'approche incrémentale à l'aide du code d'ABAQUS est employée, et la configuration déformée obtenue à un instant donné est considérée comme configuration finale pour l'analyse inverse (seulement pour la validation et la comparaison entre les deux méthodes, pour l'optimisation nous pouvons employer un autre maillage).

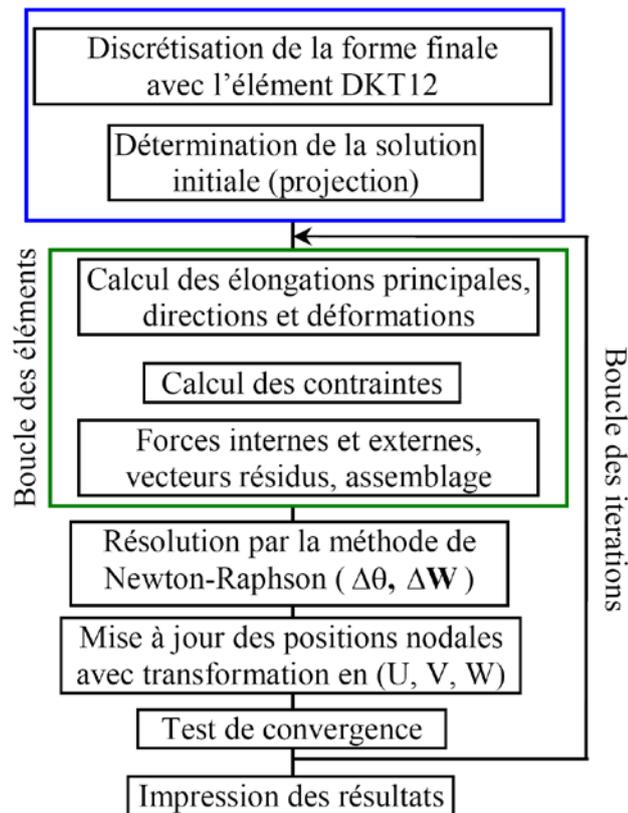


Figure 2.11 : Procédure de calcul utilisant l'approche Inverse.

La première estimation des positions initiale des nœuds est d'abord obtenue par une projection radiale des nœuds de la configuration finale sur le tube cylindrique initial. La

connaissance des positions initiales des nœuds permet le calcul des déformations en utilisant l'équation (2.45).

En utilisant la courbe uni-axiale de contrainte-déformation, nous déterminons la contrainte équivalente et le module sécant. En suite les contraintes dans chaque élément sont calculer on utilise la relation (2.53).

Après avoir calculé les forces internes et externes et avoir assemblé la matrice de rigidité tangente de chaque élément, une première évaluation d'incrément de déplacement est obtenue par la résolution des équations d'équilibre (système 2.75).

Après transformation des déplacements aux coordonnées cartésiennes, les positions initiales puissent être mise à jour pour commencer une nouvelle itération.

Le processus itératif s'arrête quand la norme de déplacement est inférieure ou égal à une précision désirée.

Chapitre 3

Validation du modèle non linéaire développé par méthode inverse

1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les résultats des applications d'hydroformage réalisées sur des tubes de forme initiale cylindrique et de forme finale soit de révolution afin de mettre en évidence les performances et les limites de l'approche inverse (A.I) en utilisant un élément de coque axisymétrique baptisé *CAXI_K* à deux nœuds et trois degrés de liberté par nœud avec une approximation cubique de type Hermite du champ de déplacement (voir les détails de formulation en annexe), et un élément de coque triangulaire baptisé *DKT12* à 6 nœuds et 9 degrés de liberté (les détails de formulation non linéaire sont donnés au chapitre 2).

Dans ce qui suit nous nous intéressons essentiellement à l'étude de sensibilités de trois types de paramètres de procédé d'hydroformage :

- les lois de comportement du matériau, en considérant les coefficients d'écroûissage plastique (rigidité et exposant de puissance);

- les paramètres géométriques tels que: l'épaisseur initiale du tube, le profil géométrique de forme de la matrice (rayons d'outils);
- les paramètres de fonctionnement telles que: les courses des pistons, la pression interne.

2. Applications numériques de validation

Dans cette section nous présentons les résultats de quatre problèmes: le premier concerne l'hydroformage d'un tube axisymétrique sous pression et de deux charges axialement opposées à ses deux extrémités [Imn05]. Le second est l'hydroformage d'un tube axisymétrique sous pression avec un coté chargé et l'autre bloqué [Ahm00b]. La troisième application concerne l'hydroformage d'un tube dont la partie utile est de forme sphérique [Lun04], qui est soumis également à une pression interne et deux charges axiales. La quatrième application a été dédiée à l'hydroformage d'un tube en branche de T, cet exemple a été étudié par Koç et al. [Koç00]. Pour l'ensemble des applications traitées, les résultats numériques obtenus par approche inverse seront confrontés aux mesures expérimentales (quand elles sont disponibles) et aux résultats numériques obtenus par calcul avec ABAQUS explicite (éléments SAX1 et S3R).

Dans le logiciel ABAQUS explicite, la prise en compte de l'anisotropie de la tôle, peut être faite en activant la matrice d'anisotropie dont les coefficients (R_{11} , R_{22} , R_{33} , R_{12} , R_{13} , R_{23}) peuvent être exprimés en fonction de r_{00} , r_{45} et r_{90} :

$$R_{11}=R_{13}=R_{23}=1, R_{22} = \sqrt{\frac{r_{90}(r_{00} + 1)}{r_{00}(r_{90} + 1)}}, R_{33} = \sqrt{\frac{r_{90}(r_{00} + 1)}{r_{00} + r_{90}}} \text{ et } R_{12} = \sqrt{\frac{3r_{90}(r_{00} + 1)}{(2r_{45} + 1)(r_{00} + r_{90})}}.$$

2.1. Hydroformage de tube cylindrique

La première application numérique concerne l'hydroformage d'un tube cylindrique fabriqué d'un matériau en alliage d'aluminium de nuance AA6063-T4 avec 3.18 mm d'épaisseur et 200 mm de longueur initiale. La courbe de traction uni-axiale a été donnée par Jansson et al [Jan05] sous forme de loi d'érouissage en puissance de type Hollomon. Les principales propriétés du matériau sont résumées dans le tableau 3.1.

Cette application a été proposée la première fois par Imaninejad et al. [Imn05], qui l'a étudiée expérimentalement et numériquement. Durant le formage, une pression maximale de 50 MPa est adoptée dans toutes les simulations [Imn05].

Pour des raisons de symétrie, seule la moitié du problème est étudiée comme montrée sur la figure 3.1.

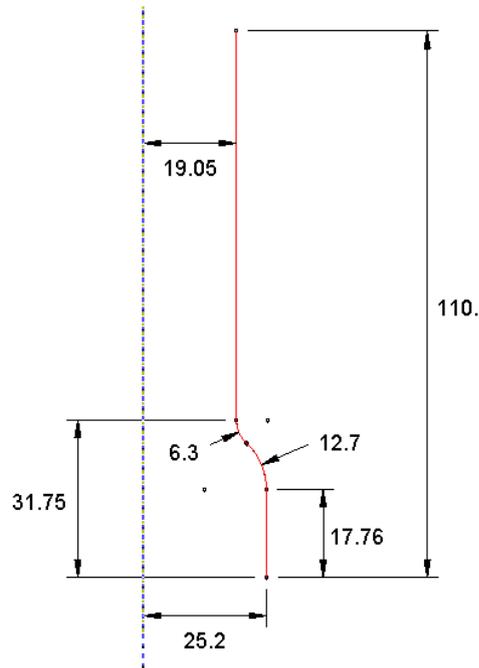


Figure 3.1 : Caractéristiques géométriques de la matrice (mesures en mm).

Tableau 3.1 : Propriétés du matériau du tube

ρ	2700 kg /m ³
E (MPa)	66500
ν	0.3
σ_y (MPa)	76
K (MPa)	289.48
n	0.2597
r_0, r_{45}, r_{90}	0.47, 0.12, 2.47

2.1.1. Hydroformage de tube cylindrique sous charges axiales

Dans cette application, la compression axiale aux deux extrémités du tube a été appliquée par deux pistons sur une course de totale de 9,79 mm de chaque extrémité. Pour la modélisation numérique du procédé d'hydroformage, nous adoptons une variation linéaire de la course du piston en fonction de la pression interne appliquée et ce, durant tout le processus.

Afin de valider le modèle numérique utilisé (qualité de maillage, et nombre de points d'intégration de plasticité dans l'épaisseur de coque), nous procédons dans un premier temps à l'étude de l'influence du nombre de points d'intégration de type *Lobatto* dans l'épaisseur, sur la qualité de la solution avec les deux éléments *CAXI_K* et *DKT12*.

Le tube est modélisé par un maillage uniforme de 50 éléments de coque axisymétrique *CAXI_K* le long du méridien (Figure 3.2-a) et par 2000 éléments de coque triangulaire

DKT12 (50 éléments suivant le méridien et 20 éléments suivant la circonférence). De plus, pour cause de symétrie axiale, seule 1/8 du tube est modélisé comme montré sur la figure 3.2-b.

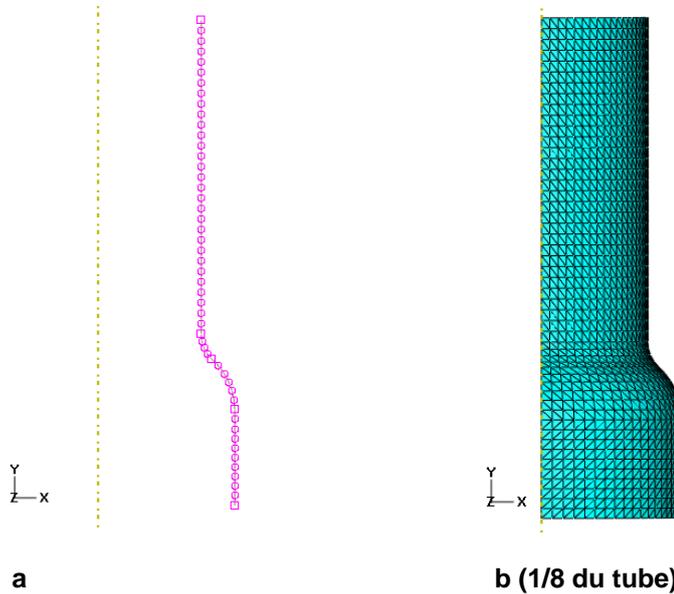


Figure 3.2 : Modèles éléments finis du tube final: a)- 50 CAXI_K, b)- 2000 DKT12.

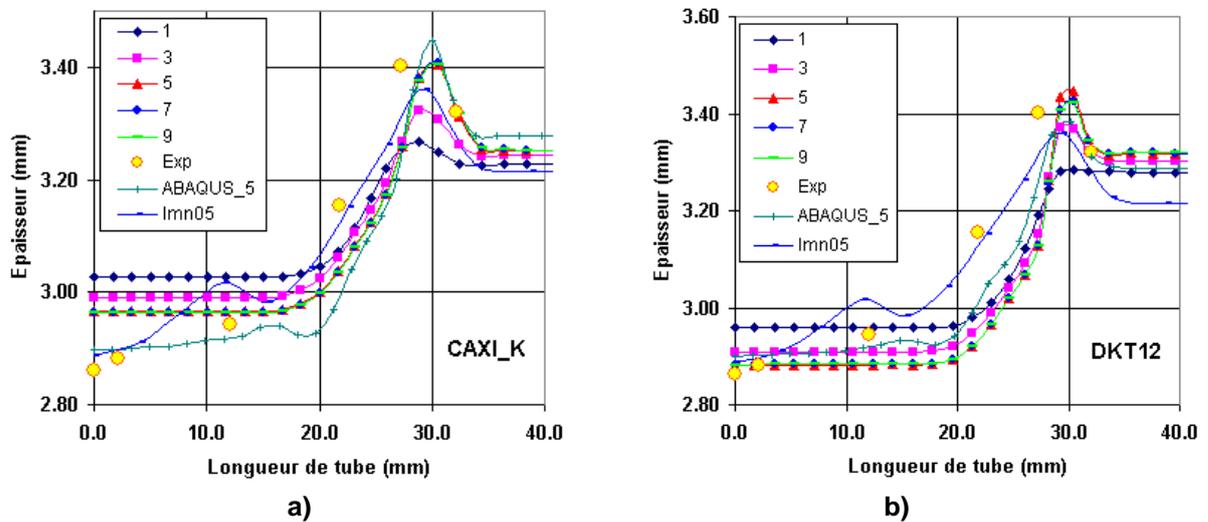


Figure 3.3 : Courbes de variation d'épaisseur le long du profil méridien (Influence du nombre de points d'intégration à travers l'épaisseur).

La figure 3.3, présente la distribution d'épaisseur le long du profil méridien du tube. On présente les courbes de variation d'épaisseur numériques obtenues pour différents nombres de points d'intégration à travers l'épaisseur. Afin de mettre en évidence l'influence des points d'intégration sur la qualité des résultats, nous étudions les cas correspondants à 1, 3, 5, 7 et 9 points de *Lobatto*. Le temps CPU total de calcul pour le cas 3D sur un PC Pentium doté de

2.1GHZ de fréquence d'horloge et de 2 Go de mémoire Ram, à été de 7 min et 35 s avec le logiciel ABAQUS en calcul incrémental et 2.4 s avec notre code REFORM utilisant la méthode inverse. Dans le cas 3D les résultats de notre approche sont en bonne corrélation avec ceux de l'approche incrémentale, pour 5 point de Lobatto, et même avec l'expérimentale sauf un léger écart entre les résultats qui dût essentiellement à la non pris en compte de l'effet de frottement. Pour le cas de l'axisymétrique notre modèle donne des résultats un peut loin de la référence expérimentale avec un écart maximale de 3.5% au milieu de tube.

D'après la figure 3.3, nous pouvons constater que les résultats deviennent stables au-delà de 5 points de *Lobatto*. Donc, nous concluons que le choix de 5 points d'intégration de plasticité à travers l'épaisseur est optimal et donc sera adopté pour la suite de tous nos calculs (inverses et incrémentaux de type Simpson).

2.1.2. Hydroformage de tube cylindrique sans charges axiales

Dans cette application nous considérons les même donnés présentées sur la figure 3.1 et le tableau 3.1 de l'hydroformage de tube cylindrique. Le formage est à extrémités libres (sans charges axiales).

Le tube est modélisé par un maillage uniforme de 50 éléments de coque axisymétrique *CAXI_K* le long du méridien (Figure 3.2-a) et par 2000 éléments de coque triangulaire *DKT12* (50 éléments suivant le méridien et 20 éléments suivant la circonférence), Le maillage utilisé dans le cas de Al et identique à ce lui utilisé dans ABAQUS. De plus, pour cause de symétrie axiale, seule 1/8 du tube est modélisé comme montré sur la figure 3.2-b.

Le tableau 3.2 présente les déplacements libres des cotés de tube en mm à la fin du processus (à 50 MPa de pression). Les résultats des déplacements des cotés obtenus avec notre modèle sont en bonne concordance avec ceux de la méthode Explicite dynamique du logiciel ABAQUS.

Tableau 3.2 : Déplacements libres des cotés de tube

Elément	Déplacements en mm
CAXI_K	4.868
SAX1	4.542
DKT12	4.824
S3R	4.435

2.2. Hydroformage de tube sphérique sous charges axiales

Cette application concerne la modélisation du gonflement d'un tube initialement cylindrique pour lui donner une forme sphérique. Ce benchmark a été proposé en 2004 par Lundqvist qu'il a baptisé VTG tube [Lun04].

Les caractéristiques géométriques de la matrice permettant la fabrication du VTG tube sont données sur la figure 3.4. Tandis que le tube initial possède une longueur de 550 mm, un rayon initial de 29.105 mm, et une épaisseur initiale de 1.79 mm.

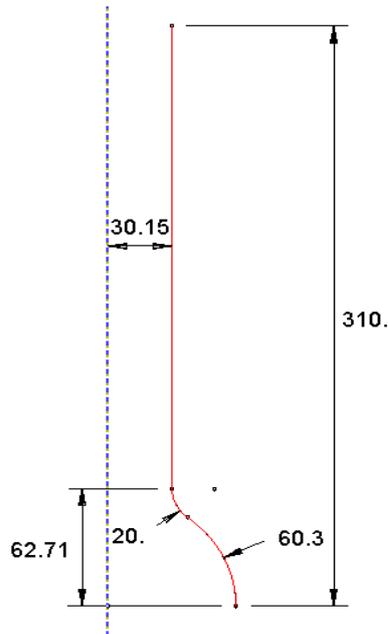


Figure 3.4 : Caractéristiques géométriques de la matrice.

Les propriétés mécaniques du tube utilisé dans la simulation correspondent à une densité $\rho = 7800 \text{ kg} / \text{m}^3$, une loi d'écoulement de type Hollomon: $\sigma = 530.59 \varepsilon^{0.2456}$, un module d'Young de 210 GPa, un coefficient de Poisson de 0.3 et une anisotropie dont les coefficients sont : $r_{00} = 1.87$, $r_{45} = 1.14$, $r_{90} = 2.17$.

Lundqvist [Lun04] a mené ses expériences d'hydroformage du tube VTG avec une pression linéaire en fonction du temps, pouvant atteindre sa valeur maximale de 22.5 MPa. La compression axiale est faite par un piston cylindrique produisant une course variable non linéaire en fonction du temps (figure 3.5) et pouvant atteindre sa valeur maximale de 32.5 mm.

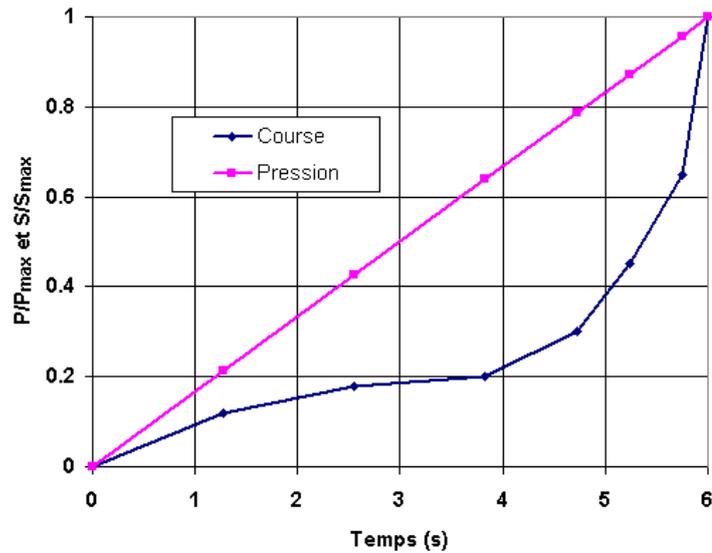


Figure 3.5 : Evolution de la pression et la course en fonction du temps.

Pour la modélisation de ce problème par la méthode inverse, nous utilisons un maillage uniforme de 50 éléments de coque axisymétrique *CAXI_K* le long du méridien, et 1500 éléments triangulaires de coque *DKT12* (50 éléments suivant le méridien et 15 éléments suivant la circonférence) pour le cas 3D. Pour des raisons de symétrie cylindrique, seul le 1/8 du tube est modélisé. Un maillage identique à celui utilisé en AI est adopté pour le cas de l'approche incrémentale.

La figure 3.6 présente les courbes de variation d'épaisseur du tube final, obtenue simultanément par approche inverse et par approche dynamique explicite en utilisant le logiciel ABAQUS.

Tableau 3.3 : Comparaison de la variation de l'épaisseur

	Δh_{\min} [%]	Δh_{\max} [%]	Temps CPU
Dynamique explicite (S3R)	-34.21	0	18 min et 41 s
notre modèle (DKT12)	-34.63	-0.55	1.7 s
(Belytschko-Tsay)	-30.00	0.55	-----

Le tableau 3.3, résume les principaux paramètres obtenus tel que l'épaississement, l'amincissement et le temps CPU de simulation. La valeur négative de l'épaississement signifie que la partie de tube dans la zone de guidage est en traction, donc la course utilisée d'après notre modèle n'ai pas suffisante pour l'hydroformage de ce tube malgré que cette valeur n'ai pas grande.

On observe sur la figure 3.6 que la variation d'épaisseur obtenue par notre modèle est en parfait accord avec le résultat de référence [Lun04], ainsi qu'avec les résultats que nous avons pu obtenir avec ABAQUS. La solution de référence donnée correspond à un résultat

numérique obtenu par approche incrémentale de type dynamique explicite par le logiciel LS-DYNA et donnée pour l'instant $t=5.6$ s.

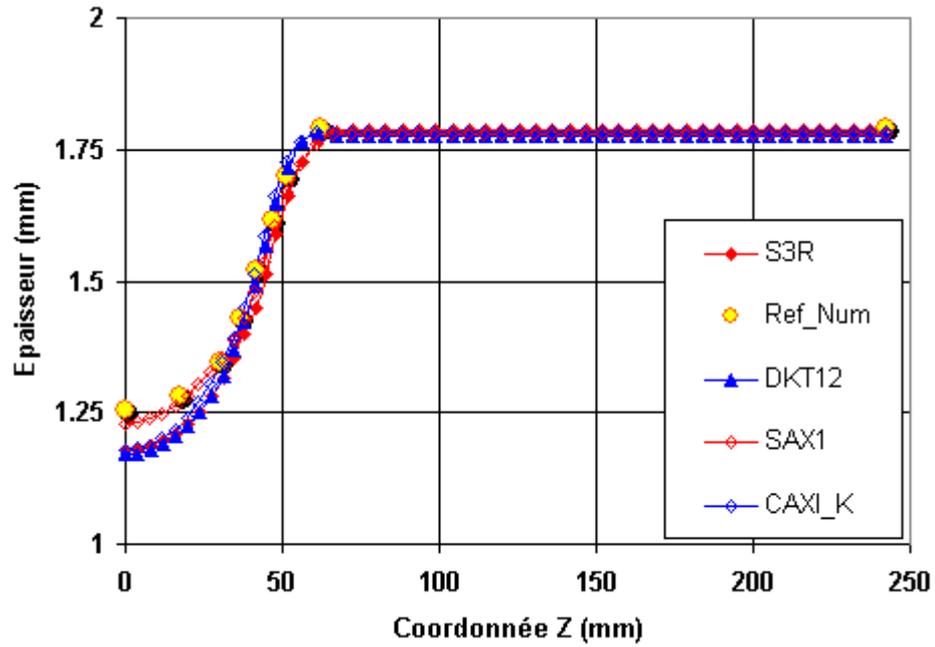


Figure 3.6 : Courbe de variation d'épaisseur le long du profil méridien

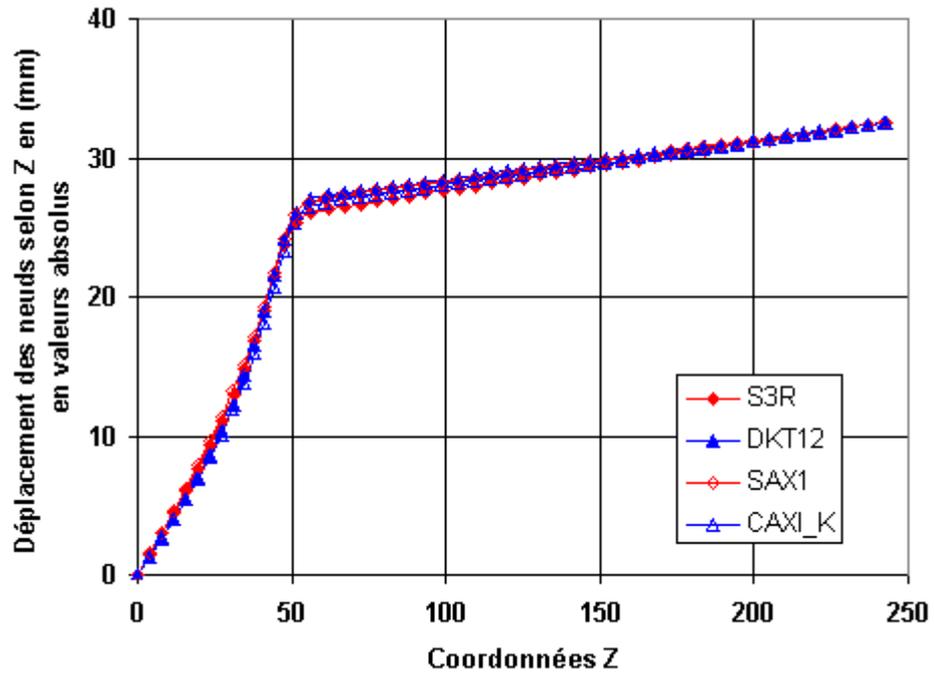


Figure 3.7 : Courbes de variation des déplacements le long du profil méridien.

La figure 3.7 présente les déplacements des noeuds d'une génératrice de tube le long de son axe. Où les positions présentées sont les positions des noeuds sur la configuration finale. Ces déplacements sont dans le sens positif dans le cas de l'approche incrémentale et négatif dans le cas de l'approche inverse. Les résultats montre que les positions initiales des noeuds obtenues par approche inverse coïncident aux positions des noeuds de la configuration initiale utilisée dans la méthode incrémentale, et inversement.

Dans la figure 3.8 les déformations principales logarithmiques le long du profil méridien sont présentées, ces déformations sont données pour le cas de l'élément DKT12 par les relations 2.47. Nous pouvons remarquer que nos résultats sont en adéquation avec ceux obtenus par le code ABAQUS.

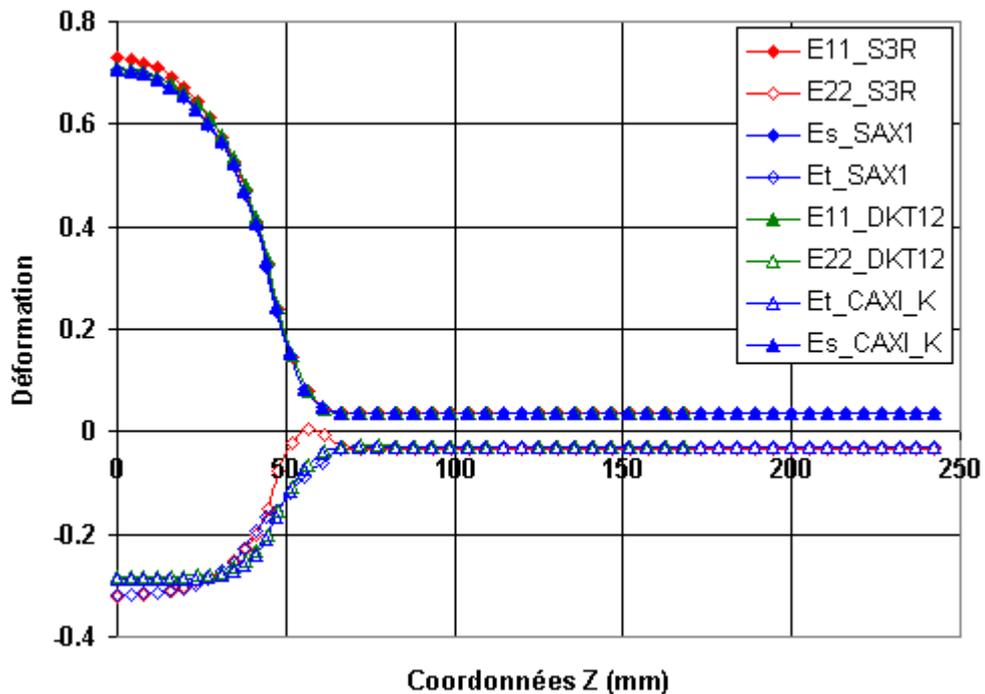


Figure 3.8 : Courbes de variation des déformations principales le long du profil méridien.

2.3. Hydroformage de tube sous charge axiale d'un seul côté

Cette application a été proposée et étudiée expérimentalement et numériquement en 2000 par Ahmetoglu et al [Ahm00b]. Elle correspond à l'hydroformage d'un tube cylindrique sous pression et chargé axialement non pas des deux cotés mais d'un seul.

Les paramètres géométriques de la matrice entrant dans la fabrication du profil du tube sont donnés sur la figure 3.10. Le tube cylindrique initial est de longueur 177.8 mm et d'épaisseur 1.65 mm, la courbe de traction uni-axiale du matériau est idéalisée par le modèle de Hollomon : $\sigma = 431.01\varepsilon^{0.1126}$. Le matériau du tube est un alliage d'aluminium AA-6061-T6 de module d'Young $E = 70665$ MPa, de coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ et de densité $\rho = 2700 \text{ kg} / \text{m}^3$.

Les expériences d'hydroformage du tube ont été effectuées avec une course axiale de 12.7 mm et une pression variable dans le temps. Contrairement à l'application 2.1.1, ici la force de poussée axiale est appliquée du seul côté supérieur, tandis que l'autre côté est complètement bloqué.

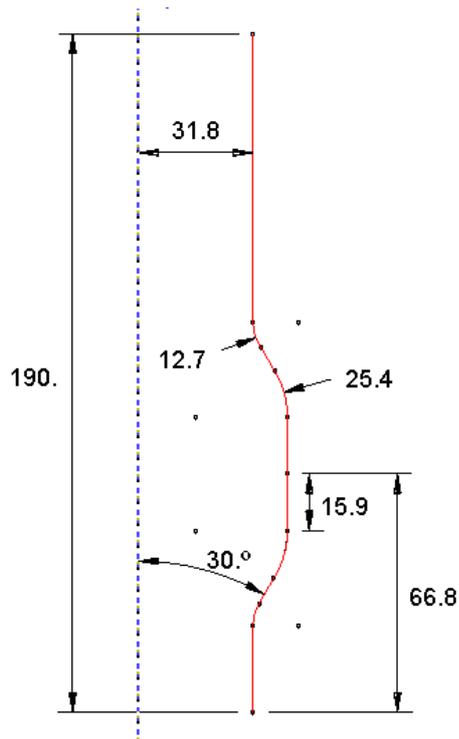


Figure 3.10 : Caractéristiques géométriques de la matrice.

Durant les manœuvres expérimentales la pression atteint sa valeur maximale de 57 MPa, tandis que la course peut aller jusqu'à une valeur maximale de 12.7 mm. La figure 3.11 présente les variations de pression et de course en fonction du temps.

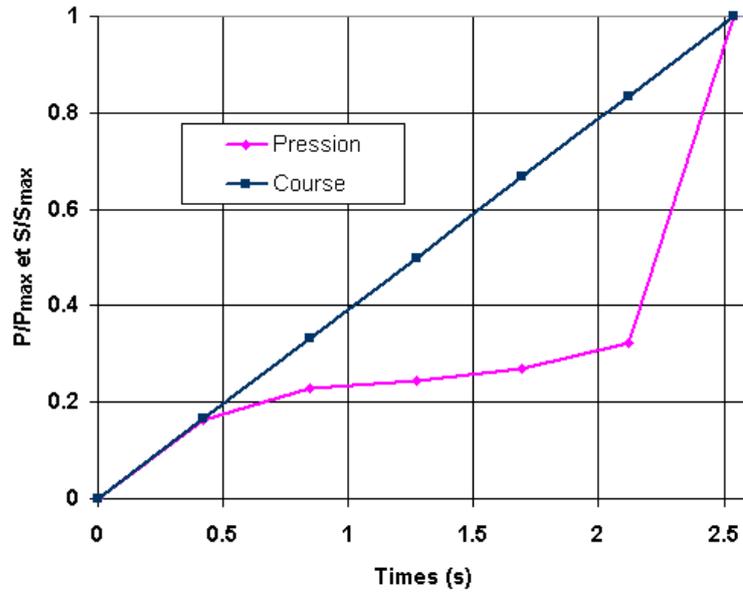


Figure 3.11 : Evolutions de pression et course durant le formage.

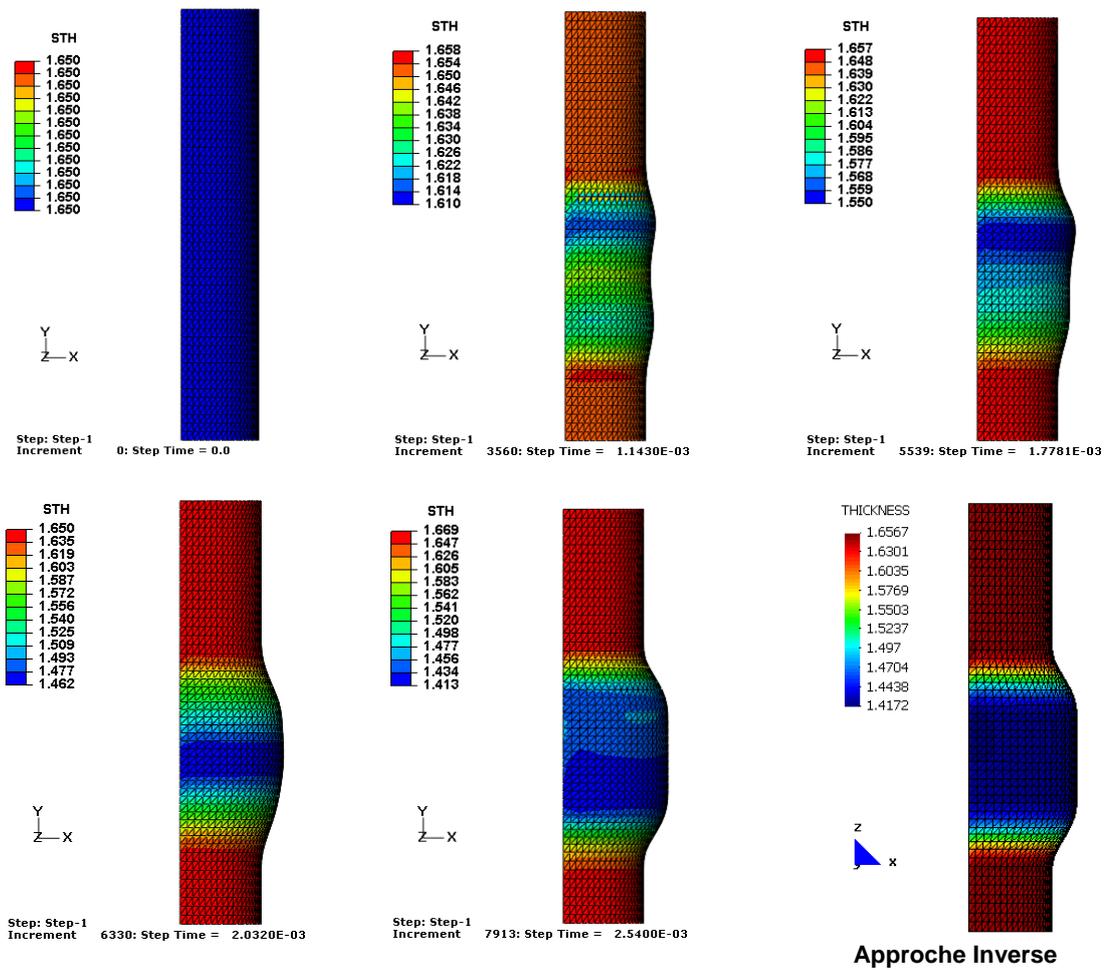
Pour des raisons de symétrie, seul le quart du tube est modélisé par 2000 éléments de coque triangulaire *DKT12* (50 éléments suivant le méridien et 20 éléments suivant la circonférence), et un maillage uniforme de 50 éléments de coque axisymétrique *CAXI_K* le long du méridien. Le même maillage est utilisé pour le cas des éléments *SAX1* et *S3R* dans ABAQUS.

Le tableau 3.4, résume les principaux paramètres obtenus tel que l'épaississement, l'amincissement et le temps CPU de simulation. Nos résultats sont très proches de la référence expérimentale et cela pour les deux méthodes incrémentale et inverse, les résultats de notre méthode sont obtenus à un temps de calcul très court par rapport la méthode incrémentale.

Tableau 3.4 : Comparaison des variations d'épaisseur

	Δh_{\min} [%]	Δh_{\max} [%]	Temps CPU
ABAQUS-Explicite (S3R)	-13.7	1.15	1 min 9 s
notre modèle (DKT12)	-13.76	0.18	2.5 s
Expérience	-14.56	1.21	

La figure 3.12 présente les variations d'épaisseur pour différentes valeurs de pression avec une valeur finale d'alimentation axiale de 12.7 mm. Ces résultats sont obtenus par approche incrémentale en utilisant le code ABAQUS-Explicite (Discrétisation par l'élément coque *S3R*). Ce qu'on peut observer sur la figure 3.12, c'est la variation non symétrique du profil de tube qui d'ûe au chargement axiale de tube sur un seul côté.



Approche Inverse

Figure 3.12 : Prédiction de la forme de tube d'aluminium 6061-T6 avec isovaleurs d'épaisseur pour différentes valeurs de pression (alimentation axiale de 12.7 mm).

La figure 3.13 présente les courbes de variation d'épaisseur sur le tube final par les différents modèles. Les deux méthodes donnent presque les mêmes résultats sur toute la partie utile. La courbe d'épaisseur obtenue par la méthode incrémentale présente bien l'allure de la courbe expérimentale par rapport à la méthode inverse, et cela dû au fait que notre approche ne prend pas en considération l'histoire de déformation. Il est utile de noter que dans cette application on n'a pas pris en compte l'effet de frottement, c'est l'un des paramètres qui influent aussi sur les résultats numériques.

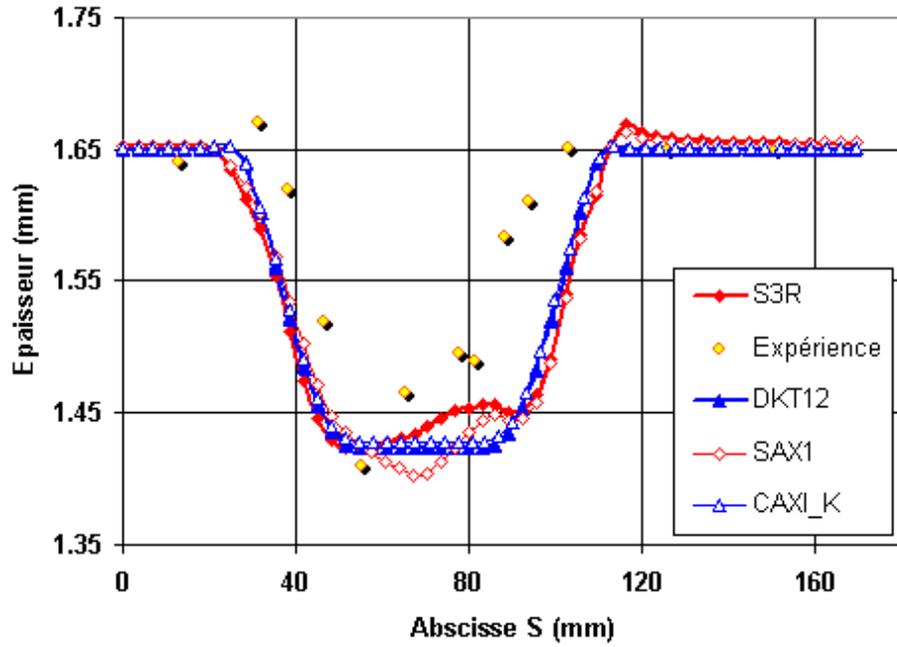


Figure 3.13 : Courbe de variation d'épaisseur le long du profil méridien.

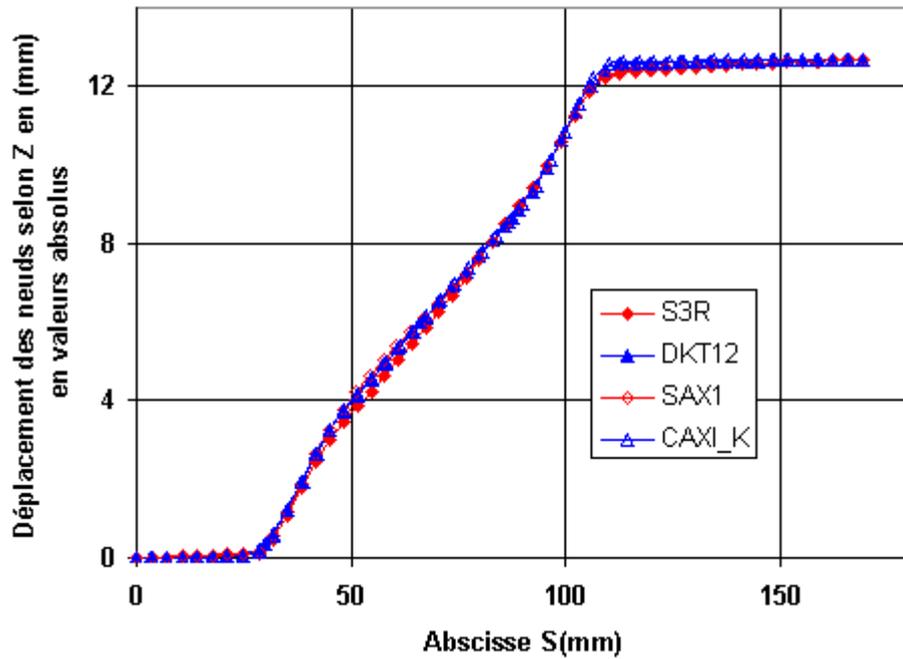


Figure 3.14 : Les déplacements des nœuds selon la longueur de tube.

La figure 3.14 présente les déplacements des noeuds d'une génératrice de tube le long de son axe. Où les positions présentées sont les positions des noeuds sur la configuration finale. Ces déplacements sont dans le sens positif dans le cas de l'approche incrémentale et négatif dans le cas de l'approche inverse. Les résultats montrent que les positions initiales des noeuds obtenus par approche inverse coïncident aux positions des noeuds de la configuration initiale utilisée dans la méthode incrémentale, et inversement.

Comme pour l'application précédente 2.2 on observe dans la figure 3.15 les déformations principales logarithmiques le long du profil méridien sont présentées, ces déformations sont données pour le cas de l'élément DKT12 par les relations 2.47. Nous pouvons remarquer que nos résultats sont en adéquation avec ceux obtenus par le code ABAQUS, sauf une légère perturbation entre les résultats qui concernent les déformations ε_{22} et ε_{θ} de la méthode incrémentale.

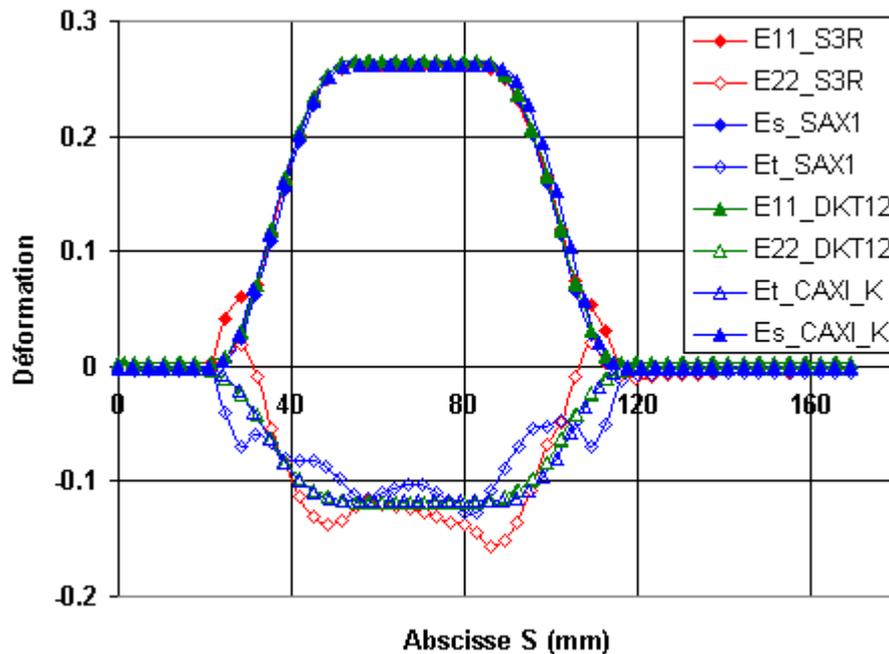
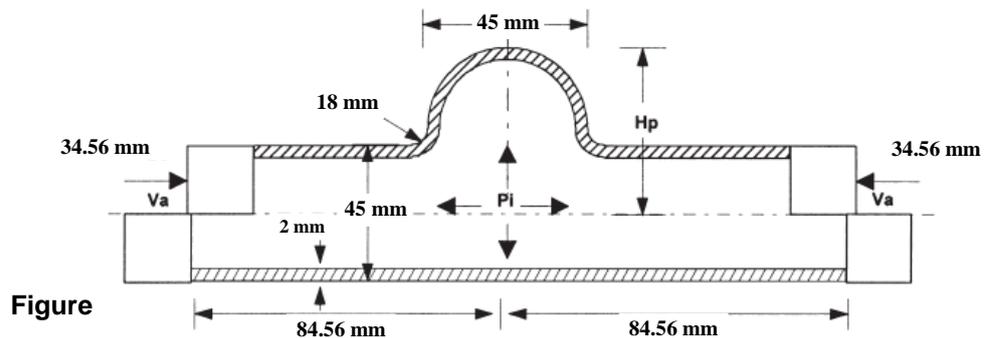


Figure 3.15 : Les déformations principales au milieu de chaque élément sur une génératrice de tube.

2.4. Hydroformage de tube en branche de T

Ce benchmark d'hydroformage de tube en branche de T a été proposé en 2000 par Koç et al. [Koç00]. L'intérêt principal de cette application est la mise en œuvre et validation des modèles numériques tridimensionnels pour la modélisation du procédé d'hydroformage de tubes.

Dans cette application un tube cylindrique de longueur initiale 169.12 mm, de diamètre 45 mm et d'épaisseur initiale 2 mm est formé par l'intermédiaire d'une matrice en forme de T comme indiquée sur la figure 3.16.



Figure

Le tube est formé par un matériau en acier LCS_1008 à basse teneur en carbone, correspondant à un module de Young de 200 GPa, un coefficient de Poisson $\nu=0.3$ et une densité $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$. Cet acier est considéré comme isotrope, avec une loi d'érouissage isotrope de type Hollomon donnée par $\bar{\sigma} = 484 \bar{\epsilon}^{-0.19}$. La matrice est ouverte du côté de la saillie pour permettre au tube de se gonfler librement.

Les pistons axiaux opposés se déplacent l'un vers l'autre avec la même vitesse de 3 mm/s. Les chemins de chargement utilisés dans l'analyse sont donnés sur la figure 3.17, où l'on peut remarquer le caractère non linéaire de la variation de pression durant le formage du tube. La pression maximale atteinte est de 44 MPa, pour une course totale de 34.56mm sur chaque côté.

Pour des raisons de symétrie, seul un quart du tube est modélisé, ce dernier est discrétisé par 4000 éléments triangulaires de coque DKT12 (50 éléments suivant le méridien et 40 éléments suivant la circonférence) pour la modélisation de l'hydroformage par approche inverse. Le même maillage est utilisé pour la modélisation par le logiciel ABAQUS-explicite pour la validation de notre modèle.

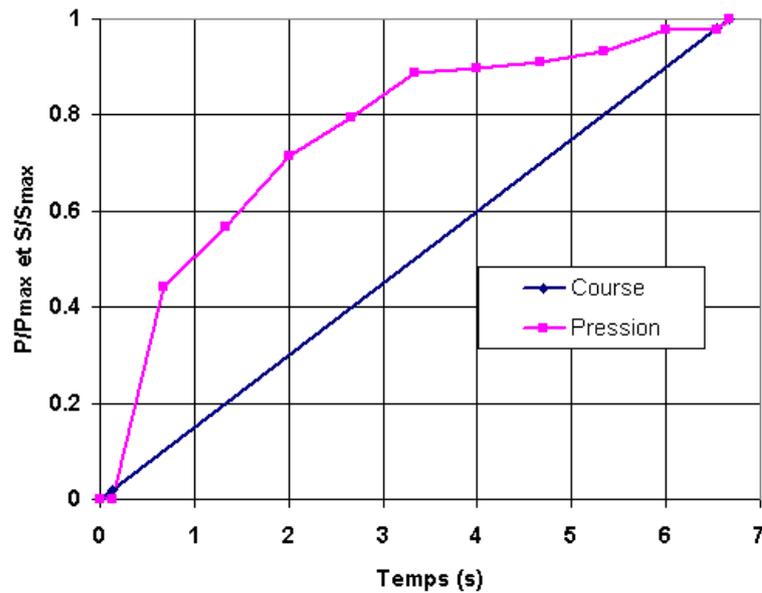


Figure 3.17 : Courbes d'évolution de la pression et de la course durant le formage.

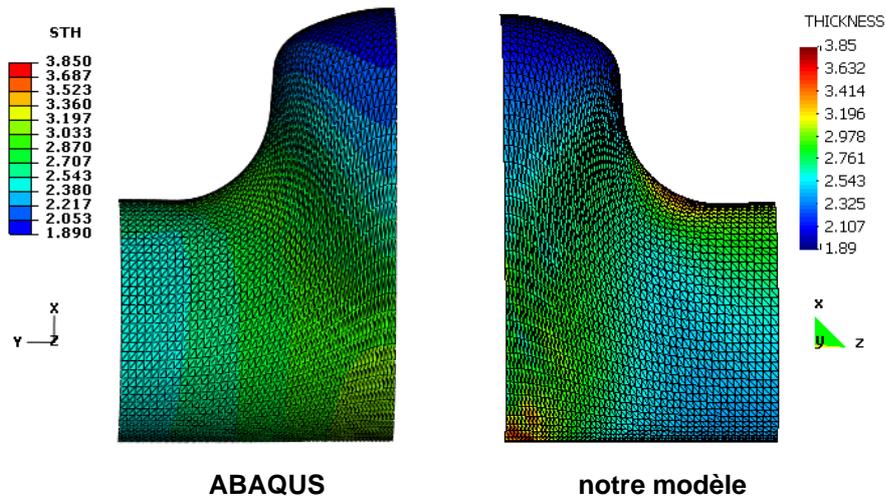


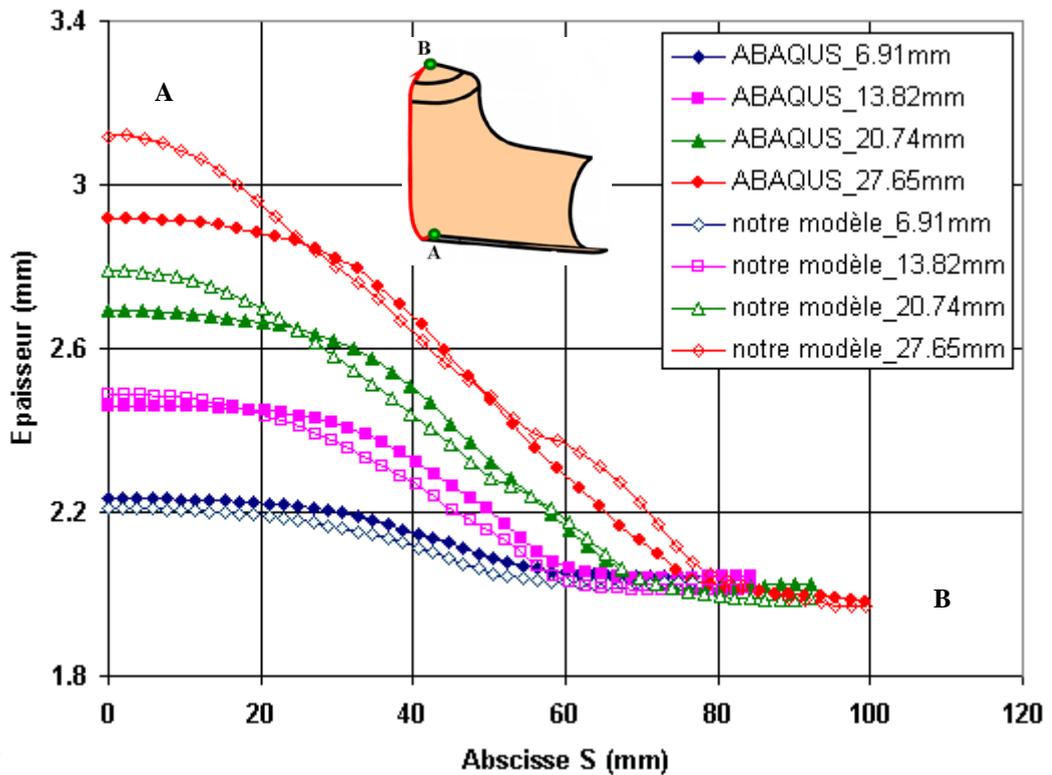
Figure 3.18 : Variation d'épaisseur sur le tube final (course maxi 34.56mm).

Nous présentons sur la figure 3.18, une comparaison de nos résultats en terme de distribution d'épaisseur, avec ceux obtenus par ABAQUS. Notre méthode a bien estimée la valeur minimale d'épaisseur localisée au sommet du tube (tableau 3.5). On observe que le grand écart entre les résultats est au niveau de la zone sous rayons de matrice et le voisinage du point A (figure 3.19). Le temps CPU de simulation jusqu'à le dernier pas sur un PC de 2.1GHZ et 2.0 Go de Ram, à été de 18 min et 11 s en Approche incrémentale et 15.5 s en AI.

Tableau 3.5 : Comparaison des variations d'épaisseur

	Δh_{\min} [%]	Δh_{\max} [%]	Temps CPU
ABAQUS-Explicite (S3R)	-4.1	92.38	18 min et 11 s
notre modèle (DKT12)	-5.45	57.7	15 s

La modélisation du procédé d'hydroformage a été faite par notre modèle d'approche inverse et ce pour différentes valeurs de course de piston : 6.91 mm, 13.82 mm, 20.74 mm et 27.65 mm. Les mêmes calculs sont faits en utilisant le logiciel ABAQUS explicite pour la confrontation des résultats.



Fig

La figure 3.19 montre les courbes de variation d'épaisseur en fonction de l'abscisse curviligne AB, nous remarquons globalement une très bonne concordance de nos résultats avec ceux obtenus par ABAQUS. Nous notons cependant un léger écart entre les résultats au voisinage du point A pour les grandes profondeurs (courses) où les éléments subissent beaucoup de distorsion géométrique. Ceci est certainement lié aux effets locaux qui sont dus à l'historique de cambrage/décambrage au passage par les rayons qui ne sont pas pris en compte dans notre modèle, qui rappelons-le est basé sur un seul pas. Des améliorations de ce modèle sont possibles et ont fait l'objet de la thèse de S. BenElechi à l'UTC [Ben04], par ajout de moments de cambrage dans l'expression du résidu non linéaire. Ces modifications

ont montré que les résultats en emboutissage peuvent être améliorés pour correspondre à ceux obtenus par approche incrémentale.

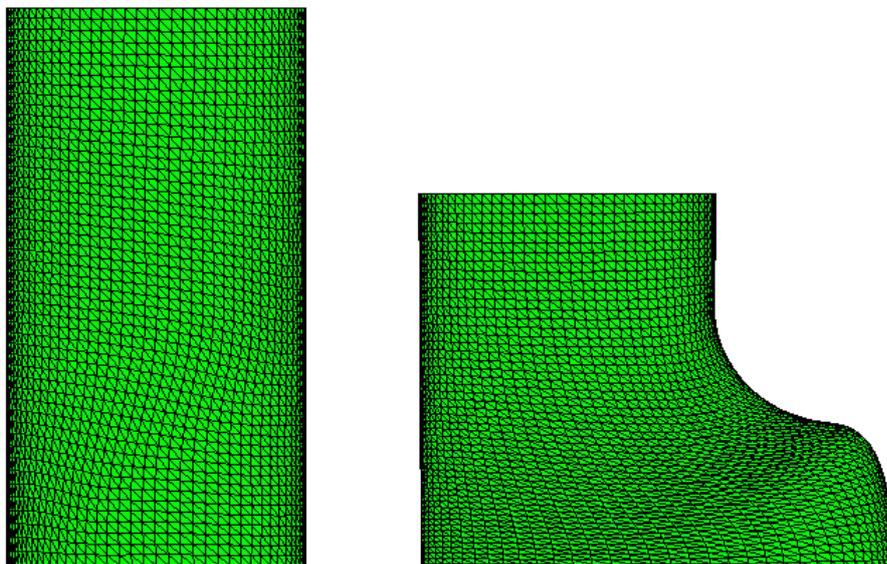


Figure 3.20 : Maillage du tube initial obtenu par notre modèle basé sur l'approche inverse et maillage du tube final.

Le maillage initial utilisé en approche incrémentale est un maillage régulier. Les résultats présentés sur la figure 3.20, montrent que la forme initiale obtenue par approche inverse est assez proche à la forme initiale utilisée en approche incrémentale (maillage régulier avec 4000 éléments triangulaires S3R, dont 50 selon la longueur de tube).

Optimisation des paramètres du procédé d'hydroformage et validation

1. Introduction

Le comportement du tube au cours du procédé d'hydroformage est complexe et dépend de nombreux paramètres, qui peuvent être classés en deux grandes familles :

- Les paramètres mécaniques du procédé tels que : matériau du tube initial, conditions de frottement, pression de gonflement, course, etc.
- Les paramètres géométriques, tels que : rayons des outils, dimensions des parties additionnelles, longueur du tube initial, etc.

La maîtrise et l'optimisation de certains paramètres opératoires du procédé permettent d'améliorer la formabilité du matériau et la robustesse du procédé [Bar98, Nac98]. En effet la réussite de l'opération d'hydroformage repose généralement sur un minutieux travail de mise au point. L'utilisation de la simulation numérique couplée avec un algorithme d'optimisation

permet une mise au point automatique et virtuelle de certains paramètres du procédé [Bar98, Ben05, Nac98].

Dans ce chapitre nous allons présenter deux approches d'optimisation que nous avons développées dans le cadre de la thèse de doctorat. La première méthode est classique, basée sur le couplage de notre méthode d'approche inverse pour la simulation d'hydroformage avec un algorithme de programmation quadratique séquentielle (SQP) développé par M.J.D. Powell [Pow78]. La deuxième technique que nous avons développée est basée sur l'utilisation des méthodes dites « méta-modèles », dont le fonctionnement revient à découpler le problème physique de simulation du procédé d'hydroformage de celui d'optimisation. Elle consiste ensuite à construire une approximation de la réponse du problème physique par utilisation de surfaces de réponses construite sur un ensemble de données générées par des techniques de plans d'expérience [Nac06, Che07]. Plusieurs applications numériques relatives à l'optimisation de paramètres d'hydroformage de tubes seront donnés et discuter pour montrer l'intérêt de l'approche proposée.

2. Problème d'optimisation

De point de vue mathématique, l'optimisation est la recherche des valeurs de variables qui maximisent ou minimisent une fonction donnée en présence ou non de fonctions limitations (contraintes) d'égalités et /ou d'inégalités. Cet outil mathématique une fois transposé au monde de l'entreprise, permet un rendement idéal en identifiant, les conditions les plus favorables.

Mathématiquement un problème d'optimisation de l'ingénieur se présente habituellement sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \min f(\vec{x}) & \quad \vec{x} = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \\
 g_j(\vec{x}) \leq 0; & \quad j = 1, 2, \dots, m \\
 h_k(\vec{x}) \leq 0; & \quad k = 1, 2, \dots, p \\
 x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} & \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

où $f(\vec{x})$, $g(\vec{x})$ et $h(\vec{x})$ sont des fonctions des variables $\vec{x} = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$. La fonction $f(\vec{x})$ est la fonction coût ou fonction objectif (FO), elle permet d'identifier la quantité à minimiser ou à maximiser. Les fonctions $g(\vec{x})$ et $h(\vec{x})$ sont les limitations d'inégalité et d'égalité respectivement, elles représentent des restrictions physiques sur la conception. Les variables définies par le vecteur \vec{x} sont les 'variables de conception' ou 'paramètres de conception'.

Pour améliorer la vitesse de convergence, éviter les difficultés numériques et garantir la stabilité des algorithmes d'optimisation, il est important de normaliser les quantités utilisées par l'algorithme d'optimisation (fonction objectif, limitations et variables de conception) en les rendant adimensionnelles.

Typiquement la fonction coût du problème d'optimisation s'écrit :

$$\min \frac{f(\bar{x})}{f(\bar{x}_0)} \quad (4.2)$$

avec $f(\bar{x}_0)$ la valeur de fonction objectif à la première itération.

Les variables d'optimisation sont normalisées en utilisant les bornes géométriques pour transformer chaque variable x_i en une variable ξ_i , de cette façon :

$$\xi_i = \frac{x_i - x_{iL}}{x_{iU} - x_{iL}} \quad (4.3)$$

Il faut noter que l'utilisation de cette technique de normalisation, nécessite la modification de l'expression du gradient, lorsqu'il est utilisé par l'algorithme d'optimisation :

$$\nabla f_i = \frac{\partial f_i(x)}{\partial x} = \frac{\partial f_i(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial f_i(\xi)}{\partial \xi} \left(\frac{1}{x_{iU} - x_{iL}} \right) \quad (4.4)$$

3. Méthode de programmation quadratique séquentielle

La méthode de programmation quadratique séquentielle (SQP) appartient à la famille des méthodes de descente (ou de gradient). Elles utilisent les propriétés mathématiques de la fonction à optimiser, telles que la continuité et la dérivabilité en tout point du domaine de recherche. La localisation de la solution optimale se fait itérativement, en calculant une direction de descente privilégiée. Le principe de base de ces méthodes consiste à transformer le problème d'optimisation initial avec limitations en une suite de problèmes d'optimisation équivalents sans limitations.

La méthode SQP est très utilisée pour la résolution des problèmes d'optimisation avec des limitations non linéaires. De nombreux ouvrages et articles ([Sny02], [Gil00], [Pow78],...) traitent de ces méthodes d'optimisation et ont montré leurs propriétés fondamentales qui ont fait leur intérêt pratique.

Le concept de base de la méthode SQP, consiste à approcher le problème d'optimisation initial (4.1) par le nouveau problème quadratique (4.5), dont les fonctions limitations et fonction objectif à minimiser sont écrites respectivement sous une forme linéaire et quadratique :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{1}{2} \langle \Phi \rangle [H] \langle \Phi \rangle + \langle \nabla f(\bar{x}) \rangle \langle \Phi \rangle; \quad \langle \Phi \rangle \in \mathbb{R}^n \\
 & [\nabla h(\bar{x})]^T \langle \Phi \rangle - \langle h(\bar{x}) \rangle = \langle 0 \rangle \\
 & [\nabla g(\bar{x})]^T \langle \Phi \rangle - \langle g(\bar{x}) \rangle \leq \langle 0 \rangle \\
 & \langle u \rangle - \langle x \rangle \leq \langle \Phi \rangle \leq \langle v \rangle - \langle x \rangle
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

où $\langle \Phi \rangle$ est une direction de descente, $[H]$ est une approximation définie positive du Hessien du Lagrangien (ou fonction de Lagrange). La fonction de Lagrange du problème initial est écrite en introduisant les multiplicateurs de Lagrange $\langle \lambda \rangle$, $\langle \mu \rangle$ et pour supprimer les limitations :

$$L(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) = f(\bar{x}) + \langle \lambda \rangle \langle h(\bar{x}) \rangle + \langle \mu \rangle \begin{bmatrix} \langle g(\bar{x}) \rangle \\ \langle x \rangle - \langle v \rangle \\ \langle u \rangle - \langle x \rangle \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

où $\langle \lambda \rangle$ et μ sont respectivement les multiplicateur de Lagrange des contraintes d'égalité et d'inégalité. L'algorithme de la programmation quadratique séquentielle présente cinq étapes principales (voir figure 4.1). Ainsi, à partir d'un point initial, $(\bar{x}^0, \bar{\lambda}^0, \bar{\mu}^0)$, un nouveau point est obtenu en faisant un pas $\bar{\mu}_k$ suivant une direction de descente $\bar{\Phi}_k$ du problème quadratique approché (4.5) et ainsi de suite jusqu'à convergence vers une solution optimale $(\bar{x}^*, \bar{\lambda}^*, \bar{\mu}^*)$ (locale ou globale) du problème.

Le point optimal doit vérifier les conditions de Kuhn-Tucker suivantes :

Soient les scalaires $\lambda_i^* \geq 0$ et $\mu_j^* \geq 0$ tel que :

$$\begin{cases} \langle \nabla L(\bar{x}^*, \bar{\lambda}^*, \bar{\mu}^*) \rangle = \langle \nabla f(\bar{x}^*) \rangle + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \langle \nabla g_i(\bar{x}^*) \rangle + \sum_{j=1}^p \mu_j^* \langle \nabla h_j(\bar{x}^*) \rangle = \langle 0 \rangle \\ \lambda_i^* \langle \nabla g_i(\bar{x}^*) \rangle = \langle 0 \rangle \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \end{cases} \tag{4.7}$$

Cette méthode nécessite de connaître les gradients de la fonction objectif et des limitations par rapport aux variables de conception ainsi que le Hessien de la fonction de Lagrange. Un développement de Taylor à l'ordre deux du lagrangien offre une approximation quadratique locale :

$$L(\bar{x}) = L(\bar{x}_k) + \langle \nabla L^T(\bar{x}_k) \rangle (\langle x \rangle - \langle x \rangle_k) + \frac{1}{2} (\langle x \rangle - \langle x \rangle_k)^T [H(\bar{x}_k)] (\langle x \rangle - \langle x \rangle_k) \tag{4.8}$$

où $\langle \nabla L \rangle$ est le gradient de la fonction de Lagrange L et $[H]$ la matrice Hessien (composée des dérivées secondes partielles de L). La matrice $[H]$ peut être approchée en utilisant la méthode BFGS, développée par Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno.

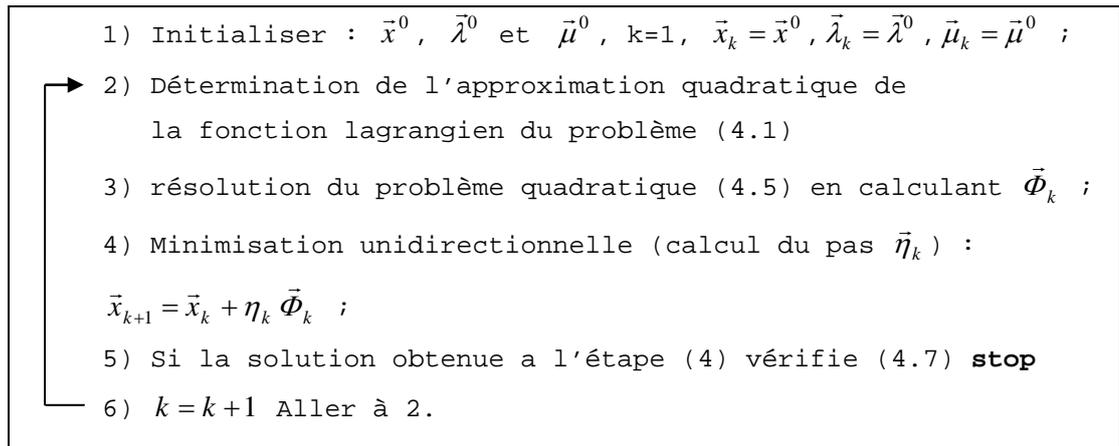


Figure 4.1 : Algorithme de programmation quadratique séquentielle (SQP)

Dans ce travail, nous avons implémenté le couplage entre notre module de simulation d'hydroformage de tube par méthode inverse avec le programme VF02AD qui est un programme d'optimisation de type SQP développé par M.J.D. Powell [Pow78]. Ce programme a été utilisé avec succès par différents chercheurs et thésards à l'UTC [Abi95, Nac98, Bar98]. Ce type d'algorithme ainsi que d'autres ont en commun le fait qu'ils sont basés sur la théorie du premier ordre, c.-à-d., ils utilisent les dérivées premières des fonctions coût.

Ces dérivées peuvent être calculées analytiquement ou numériquement. Pour assurer la convergence de ce type d'algorithmes. La différenciation analytique exige la formulation et l'implémentation du calcul des dérivées de la fonction coût et des limitations par rapport aux variables de conception, ce qui revient à dire dans la majorité des cas à dériver le code de simulation par éléments finis lui entièrement ! A cause de la complexité de cette tâche, les dérivées analytiques (ou sensibilités) ne sont pas souvent disponibles. La différenciation numérique est basée essentiellement sur les méthodes de différences finies qui exigent l'évaluation d'au moins n conceptions perturbées, en plus de la conception initiale courante. Cette technique est simple à implémenter par contre elle reste coûteuse et hasardeuse à cause de la présence des erreurs de troncature. En conséquence, pour les problèmes pratiques, il est souvent difficile de choisir la valeur de perturbation des variables de conception, sans risquer de grosses erreurs sur les dérivées (la valeur choisie dans notre cas est de 10^{-6} multipliée par la valeur de la variable physique).

C'est pour toutes ces raisons, que les chercheurs ont eu recours aux méthodes d'approximation globales dites « méta-modèles ». Le principe étant de découpler complètement le problème d'optimisation de celui de la simulation du problème physique d'hydroformage de tubes et ainsi éviter tous les problèmes d'arrêt de programme en cas de divergence du solveur E.F. La thématique de développement des approximations globales

des réponses par les techniques de méta-modèles a connue un grand essor depuis la dernière décennie (voir par exemple la référence [Bar93]). Barthelemy [Bar93] reconnaît deux grandes familles de méthodes de méta-modèles, à savoir les techniques de construction de surfaces de réponses [Mey02] et la technique des réseaux neuronaux [Abo07, Car07], toutes deux reposent sur un échantillonnage de jeu de données initialement préparé de façon optimale par les techniques de plans d'expérience.

4. Techniques de plans d'expérience retenus

Souvent, le nombre de variables impliquées et leurs interactions empêchent toute évolution d'optimisation, car le nombre d'évaluations à effectuer serait beaucoup trop élevé et la convergence difficile. Les plans d'expériences, notamment la méthode Taguchi [Tze03], permettent de recueillir des renseignements précieux sur les variables les plus importantes du procédé afin d'atteindre des objectifs recherchés. Les effets des différents facteurs peuvent être représentés sur des graphiques pour favoriser la discussion et conduire à l'identification de ceux qui influent le plus et par conséquent au développement d'un modèle approché efficace pour l'optimisation.

Ainsi la recherche d'une solution meilleure consisterait à remplacer le problème d'optimisation initial (implicite par rapport aux variables d'optimisation) par un problème approché et s'exprimant de façon explicite en fonction des variables.

En général, pour des problèmes industriels, on trouve rarement l'optimum global, mais un point dans son voisinage en lequel la fonction objectif est relativement faible dans un voisinage proche.

Le plan d'expérience (PE) consiste à sélectionner des points d'évaluation dans l'espace de conception. Plusieurs P.E. existent dans la littérature [Gou00]. Les plus connus sont : le plan factoriel, le plan central composite, le plan Hypercube Latin, le plan D-Optimal, le plan Box-Behnken, etc.

Nous présentons dans ce qui suit un aperçu des P.E. que nous avons programmés et développés dans le cadre de la thèse qui sont : le plan factoriel, le plan central composite et le plan Box-Behnken. Pour plus de détails, concernant d'autres P.E., nous renvoyons le lecteur aux références [Hin98, Han07a, Han07b, Asl07].

4.1. Plan factoriel complet 3^k

Ce plan d'expérience est formé par toutes les combinaisons des niveaux : minimum, milieu et maximum de k facteurs. Le nombre d'essais est 3^k . Le PE factoriel complet est simple et possède de très bonnes propriétés statistiques par contre il est coûteux, le nombre de calculs est toujours 3^k .

Le PE factoriel complet 3^k est valable pour représenter tout modèle comprenant des termes du type $x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k}$ où a_i peut être 0, 1 ou 2. Par exemple : $x_i, x_i^2, x_i x_j, x_i x_j x_k, x_i^2 x_j, \dots$

La figure 4.2 représente le PE factoriel en deux et en trois dimensions (2, 3 variables).

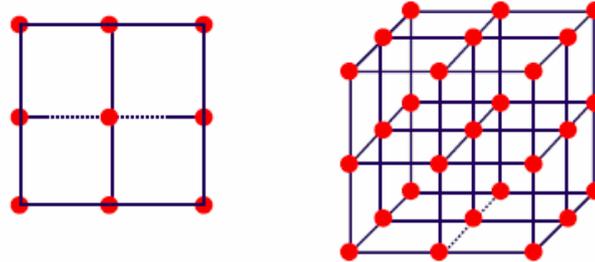


Figure 4.2: Plan d'expérience factoriel à 2 et 3 variables.

4.2. Plan central composite

Un plan composite centré à k facteurs est composé de (voir figure 4.3) :

- N_f essais d'un plan factoriel complet ou fractionnaire 2^{k-r} .
- $2k$ essais en étoile sur les axes à une distance du centre du domaine.
- N_0 essais au centre du domaine.

En général il est associé à des modèles quadratiques. Son coût total est égale à :

$$N = 2^{k-r} + 2k + N_0.$$

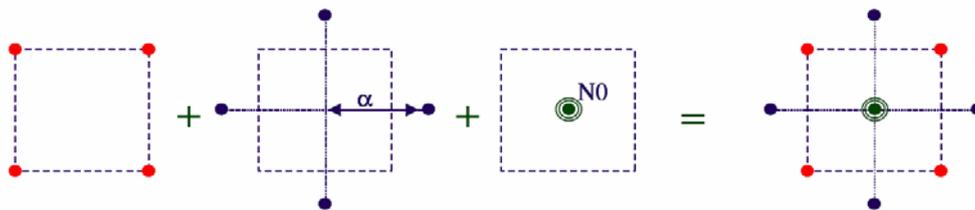


Figure 4.3: Plan d'expérience central composite à 2 variables.

Pour bien choisir les paramètres du PE central composite, on doit respecter quelques règles simples :

- Choisir un plan factoriel de résolution $r = 5$. Pour $k < 5$, mettre $r = 0$.
- Le choix du paramètre distance α dépend des propriétés statistiques désirées pour le plan (α peut être égal à 1 ou \sqrt{k}, \dots).
- Choisir $N_0 > 1$ pour pouvoir estimer la variance expérimentale en fonction des propriétés statistiques désirées pour le plan.

Il est à noter également qu'un plan composite de base a ses essais sur les axes hors du domaine $(-\alpha, +\alpha)$. Il est d'usage de le remettre à l'échelle. Pour le choix du paramètre plusieurs valeurs peuvent être prises, par exemple :

- $\alpha = 1$, les essais sont effectués sur les faces du cube. C'est un choix commode, les facteurs n'ont alors que trois niveaux de variation (-1, 0, 1).
- $\alpha = \sqrt{k}$, les essais sont effectués sur une sphère de rayon \sqrt{k} .
- $\alpha = \sqrt[4]{N_f}$, ce choix est utilisé quand on est en phase de prédiction, il assure l'isovariance par rotation (rotabilité) du plan pour l'estimation d'un modèle d'ordre 2.
- $\alpha = \sqrt{\frac{\sqrt{N_f \cdot N} - N_f}{2}}$, ce choix est utilisé quand on est en phase d'estimation, il assure l'orthogonalité des estimateurs.

Pour le choix du paramètre N_0 , deux possibilités existent :

- $N_0 > 1$, choisi par l'expérimentateur en fonction de son budget,
- $N_0 = \sqrt[4]{N_f} + 4 - 2k$, ce choix permet d'assurer l'orthogonalité et la rotabilité.

4.3. Plan Box-Behnken

Un plan Box-Behnken est une fraction d'un plan factoriel complet 3^k qui permet d'estimer un modèle quadratique. La représentation schématique de ce plan à 3 facteurs est montrée sur la figure 4.4.

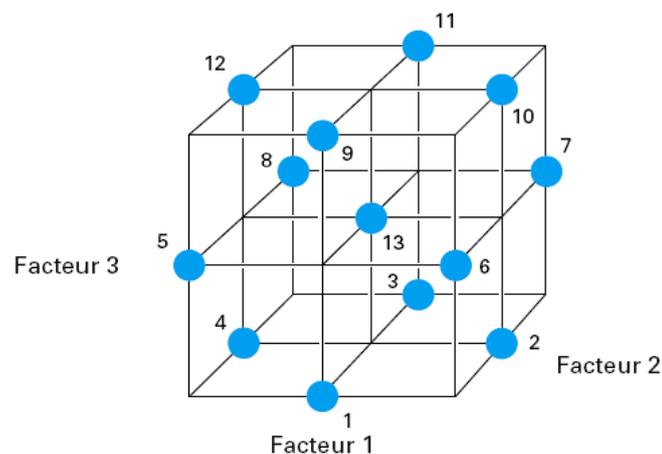


Figure 4.4: Plan d'expérience Box-Behnken à 3 facteurs.

La construction de ce plan est faite en combinant un plan factoriel comportant k facteurs et r niveaux ($2k-r$) avec un plan de type « bloc équilibré incomplet » de façon à obtenir un plan à trois niveaux. La particularité de cette combinaison est qu'elle permet la rotation du plan tout en évitant les sommets du cube.

Ce type de plans ne présentant pas de points axiaux permet l'exécution des expériences dans des zones expérimentales tout à fait praticables du point de vue analytique. Il en est de

même pour les points extrêmes qui ne sont jamais exécutés simultanément, ce qui est un avantage considérable pour la réalisation des expériences impliquant des facteurs quantitatifs et pour lesquels certaines expériences sont des contraintes. De plus, ce plan comporte un nombre limité d'expériences. On note sur un total de 5 facteurs exécutés de manière randomisée et répartis en 40 expériences plus 6 répétitions au niveau central.

Le plan de Box-Behnken répond à un critère d'optimisation particulier : l'erreur de prévision des réponses est la même pour tous les points d'une sphère (ou une hyper sphère) centrée à l'origine du domaine expérimental. C'est le critère d'isovariance par rotation. Le plus connu des plans de Box-Behnken est celui qui permet d'étudier trois facteurs (figure 4.4). Le tableau (4.1) représente un PE de Box-Behnken pour le cas de 3 variables, nous remarquons qu'un minimum de treize expériences seulement peut être nécessaire pour construire un modèle.

Tableau 4.1: PE de Box-Behnken pour le cas de 3 variables.

Numéro d'essai	Facteur 2	Facteur 3	Facteur 4
1	0	-1	-1
2	+1	0	-1
3	0	+1	-1
4	-1	0	-1
5	-1	-1	0
6	+1	-1	0
7	+1	+1	0
8	-1	+1	0
9	0	-1	+1
10	+1	0	+1
11	0	+1	+1
12	-1	0	+1
13	0	0	0

5. Méta-modèles basées sur les méthodes de surface de réponse

Comme signaler plus haut, une des techniques de construction de méta-modèles est la méthode de surface de réponse (MSR). On peut définir les MSR comme "une collection de techniques statistiques et mathématiques conçues pour améliorer et optimiser un procédé". Bien que les méthodes statistiques ont été établies il y a plusieurs décennies déjà, cependant elle n'ont fait l'objet d'applications concrètes que récemment de façon très active, notamment dans la conception optimale de structures mécaniques [Nac07]. Du fait de l'importance de réduction de poids et la nature multidisciplinaire de la conception de structures aéronautiques complexes, l'application d'optimisation par MSR a connu ses premiers débuts dans l'industrie aérospatiale.

Bien que fondamentalement simple, l'application de la MSR en conception mécanique a été freinée par le coût excessif des simulations et le grand nombre d'analyses exigées dans le

cas de plusieurs variables de conception. Au lieu de méthodes rigoureuses, les concepteurs ont traditionnellement eu recours pour améliorer leurs structures à l'intuition et aux essais-corrrections. Cette technique est bien évidemment peu efficace et nécessite souvent des essais manuels intensifs. De plus, les variables d'optimisation sont souvent conflictuelles par rapport aux différentes fonctions coût, rendant ainsi les méthodes conventionnelles de l'ingénieur, difficiles à appliquer.

5.1. Techniques d'approximation des réponses

La méthode de surface de réponse s'appuie sur le fait que les jeux de variables initialement sélectionnés pour construire les réponses approchées ont été bien choisis par des plans d'expérience adéquats. Des tirages aléatoires de jeux de données pour construire des surfaces de réponse, peuvent conduire souvent à de mauvaises réponses. Comme les simulations numériques sont souvent très gourmandes en temps CPU et peuvent dans certaines applications (par exemple la mise en forme) prendre des jours de calculs, l'efficacité du modèle de réponse approché est fortement dépendante des plans de répartition des jeux de variables pour réaliser la meilleure surface de réponse possible.

Considérons une seule réponse $y(\vec{x})$ dépendante de plusieurs variables x . La relation exacte entre ces quantités est :

$$y = \eta(\vec{x}) \quad (4.9)$$

La réponse exacte est maintenant approchée par une nouvelle approximation (par exemple polynomiale) :

$$\eta(\vec{x}) \approx f(\vec{x}) \quad (4.10)$$

La fonction d'approximation $f(\vec{x})$ est supposée être une somme de plusieurs fonctions de base :

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L a_i \phi_i(\vec{x}) \quad (4.11)$$

avec L le nombre de fonctions de base $\phi_i(\vec{x})$ utilisées pour approximer le modèle. Les constantes a_i peuvent être déterminées de façon à minimiser l'erreur quadratique entre la 'vraie' fonction $y(\vec{x})$ et le modèle approché $f(\vec{x})$ telle que :

$$J = \sum_{j=1}^m (y(x_j) - f(x_j))^2 = \sum_{j=1}^m \left(y(x_j) - \sum_{i=1}^L a_i \phi_i(x_j) \right)^2 \quad (4.12)$$

où m est le nombre de points expérimentaux. La solution de (4.12) peut être donnée par :

$$([X]^T [X]) \{a\} = [X]^T \{y\} \quad (4.13)$$

avec $[X]$ la matrice suivante :

$$[X] = \begin{bmatrix} \vdots \\ [\varphi_1(x_j)], [\varphi_2(x_j)], \dots, [\varphi_L(x_j)] \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

L'étape suivante qui est fondamentale est le choix des fonctions de base appropriées. Un choix très largement utilisé est celui d'une approximation quadratique.

$$[\varphi(x)] = [1, x_1, \dots, x_n, x_1^2, x_1x_2, \dots, x_1x_n, \dots, x_n^2]^T \quad (4.15)$$

5.2. Facteurs déterminants la précision des SR

Plusieurs facteurs déterminent la précision d'une surface de réponse. On peut citer :

- a. *La taille du domaine* : la taille du domaine influe beaucoup sur la précision d'une réponse, plus le domaine est petit mieux est l'approximation. Dans le problème général, il y a une limite minimale en dessous de laquelle il n'y a plus aucun gain de précision sur la fonction. En dessous de cette valeur, la variabilité de la réponse devient insensible à la présence de bruit numérique.
- b. *Le choix des fonctions d'approximation* : les fonctions de haut degré d'approximation sont généralement plus précises que les fonctions d'ordre inférieur. Dans la pratique, l'usage de fonctions de haut degré polynomial peut produire des résultats néfastes, dans le sens où toute extrapolation peut donner des résultats catastrophiques.
- c. *Le nombre et distribution des points d'évaluation* : pour la plupart des problèmes, plus le nombre de points du PE est important plus la précision de la prédiction de la surface de réponse est meilleure. Mais plus le nombre de points est grand plus le coût en temps calcul sera conséquent et peu devenir non pratique pour des problèmes industriels.

5.3. Méthode de SR basée sur l'approximation diffuse

Une méthode assez originale qui permet de construire des surfaces de réponse (locales ou globale) nommée 'Approximation Diffuse' (AD) a été développée en 1994 à l'UTC [Nay94]. Depuis cette date, la méthode d'AD a connue énormément d'applications en tant qu'outil de transfert de champs que dans les applications d'optimisation structurale [Lop89, Bar98, Nac98]. L'AD, comme toutes les autres MSR, est basée sur l'approximation de la fonction

implicite (inconnue) provenant de calculs E.F. de simulation du procédé d'hydroformage, par une fonction réponse ou surface de réponse polynomiale linéaire ou plus souvent quadratique de la forme :

$$\tilde{f}(x) = \langle P(x) \rangle \{a\} \quad (4.16)$$

Ici $\langle P(x) \rangle$ représente la base d'approximation polynomiale, qui peut être linéaire, quadratique, cubique, etc. Dans le cas quadratique elle s'écrit :

$$\langle P(x) \rangle = \langle 1, \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n, \Delta x_1 \Delta x_2, \Delta x_1 \Delta x_3, \dots, \frac{\Delta x_1^2}{2}, \frac{\Delta x_2^2}{2}, \dots, \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \dots \rangle^T \quad (4.17)$$

avec : $\Delta x = x_i - x$. Le vecteur $\{a\}$ dans (4.16) représente les paramètres généralisés non linéaires. Dans le cas quadratique par exemple, l'expression (4.16) peut aussi se mettre sous la forme générale :

$$\tilde{f}(\bar{x}) = c + \langle b \rangle \{ \Delta x \} + \frac{1}{2} \langle \Delta x \rangle [H] \{ \Delta x \} \quad (4.18)$$

avec : $\langle \Delta x \rangle = \langle \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n \rangle$, $\{b\}$ représentant le gradient de $\tilde{f}(\bar{x})$ et $[H]$ son Hessien.

$$\langle b \rangle = \left\langle \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_1}, \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_n} \right\rangle^T, \quad [H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x_2^2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Les éléments qui constituent les opérateurs $\{b\}$ et $[H]$ sont rassemblés dans le vecteur $\{a\}$.

Dans le cas de trois variables, la fonction quadratique approximative $\tilde{f}(\bar{x})$ peut s'écrire sous la forme :

$$\tilde{f}(\bar{x}) = \left\langle 1, \Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta x_1 \cdot \Delta x_2, \Delta x_1 \cdot \Delta x_3, \Delta x_2 \cdot \Delta x_3, \frac{\Delta x_1^2}{2}, \frac{\Delta x_2^2}{2}, \frac{\Delta x_3^2}{2} \right\rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

L'originalité de l'AD par rapport aux autres techniques d'approximation, est que les paramètres généralisés a_i sont non linéaires, c'est-à-dire qu'ils varient au cours des itérations en s'adaptant au voisinage local. Nous chercherons les coefficients a_i de l'approximation $\tilde{f}(\bar{x})$ en se servant des fonctions de base $P_i(\bar{x})$ et des valeurs de la

fonction $f(\vec{x})$ sur une collection de points \vec{x}_i "voisins" du point courant \vec{x} . Les coefficients a_i sont déterminés par la méthode des moindres carrés pondérée en minimisant l'erreur suivante :

$$\begin{aligned} J(\vec{a}) &= \sum_{i=1}^L \omega_i (f(\vec{x}_i) - \langle P(\vec{x}_i - \vec{x}) \rangle \{a\})^2 \\ &= \frac{1}{2} (\{F\} - [P]\{a\})^T (\{F\} - [P]\{a\}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

avec L le nombre de points expérimentaux du voisinage, ω_i sont des fonctions de pondération.

Ces dernières jouent un rôle assez important dans le sens où ils permettent le lissage local de la surface de réponse de façon plus ou moins accentué. Les fonctions ω_i assurent également la continuité de l'approximation et sont choisies telles que $\omega_i > 0$ à l'intérieur du domaine d'influence du point expérimental X_i et ω_i ailleurs. Plusieurs expressions de fonctions de pondération ont été établies [Vil91, Mar94, Pru99], elles peuvent être polynomiales, trigonométriques, exponentielles, etc., dont voici quelques-unes les plus employées :

- Une gaussienne tronquée : $\omega(d) = e^{-(d/\alpha)^2}$
- Une gaussienne modifiée : $\omega(d) = (e^{-(d/\alpha)^2} - e^{-1/\alpha^2}) / (1 - e^{-1/\alpha^2})$
- Une spline d'ordre 3 : $\omega(d) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4d^2 + 4d^3 & \text{si } d \leq \frac{1}{2} \\ 1 - 6d^2 + 8d^3 - 3d^4 & \text{si } \frac{1}{2} < d \leq 1 \end{cases}$
- Une spline d'ordre 4 : $\omega(d) = 1 - 6d^2 + 8d^3 - 3d^4$

avec $d = x_j - x$ la distance entre le point j et le point actuel obtenu par optimisation.

Le domaine d'influence est choisi assez restreint pour assurer la localité de l'approximation, mais suffisamment grand pour que l'approximation soit définie en tout point en évitant ainsi les minimas locaux. Dans la pratique, pour nos problèmes d'optimisation de paramètres d'hydroformage, on prendra un domaine d'influence allant de $1/50^{\text{ème}}$ jusqu'au $1/10^{\text{ème}}$ du domaine total de recherche.

La minimisation de $J(\vec{a})$ s'écrit :

$$\nabla J(\vec{a}) = \{0\} \Rightarrow \{a\} = ([A]^{-1} [B]) \{Z\} \quad (4.22)$$

avec :

$$[A] = [P]^T [W] [P] \quad \text{et} \quad [B] = [P]^T [W] \quad (4.23)$$

et :

$$W = \begin{bmatrix} \omega(x_1 - x) & \cdots & 0 \\ & \omega(x_2 - x) & \vdots \\ \vdots & & \ddots \\ 0 & \cdots & \omega(x_L - x) \end{bmatrix} \text{ et } P = \begin{bmatrix} \langle P(x_1 - x) \rangle \\ \vdots \\ \langle P(x_L - x) \rangle \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

L'approximation diffuse représente exactement les monômes de la base P . Différentes variantes d'AD, notamment l'Interpolation Diffuse, peuvent être obtenus par un choix approprié des fonctions de pondération [Bre04].

Les paramètres a peuvent être interprétés comme des coefficients de l'expression d'une série de Taylor de $f(\bar{x})$ dans le voisinage du point \bar{x} . Dans ce sens là, les paramètres a correspondent aux approximations des dérivées au sens diffus. On utilisera le symbole δ pour les différentiel des dérivées 'réelles' ∂ .

$$\langle a \rangle = \left\langle \tilde{f} \frac{\delta f}{\delta x_1} \frac{\delta f}{\delta x_2} \cdots \frac{\delta f}{\delta x_n} \frac{\delta^2 f}{\delta x_1 \delta x_2} \cdots \frac{\delta^2 f}{\delta x_i \delta x_{i+1}} \cdots \frac{\delta^2 f}{\delta x_1^2} \cdots \frac{\delta^2 f}{\delta x_n^2} \right\rangle^T \quad (4.25)$$

Si des informations sur les sensibilités sont disponibles, alors une version de type Hermite de l'approximation diffuse peut être formulée en introduisant un terme supplémentaire correspondant au gradient de $f(\bar{x})$ dans l'expression de l'erreur à minimiser (4.21). Ceci donnera une nouvelle expression de l'erreur :

$$\begin{aligned} J_H(\vec{a}) &= J(\vec{a}) + \sum_{i=1}^L \omega_i (\nabla f(x_i) - \langle \nabla P(x_i - x) \rangle \{a\})^2 \\ &= \frac{1}{2} (\langle \nabla F \rangle - [\nabla P] \{a\})^T (\langle \nabla F \rangle - [\nabla P] \{a\}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Pour plus de détails techniques sur la méthode d'AD, le lecteur pourra consulter les références suivantes [Nay94, Han07b, Ben04].

L'actualisation des variables d'optimisation se fait comme l'on fait couramment en cumulant l'accroissement $\Delta \bar{x}$ déjà obtenu à l'itération i , avec ou sans recherche linéaire.

$$\bar{x}^{i+1} = \bar{x}^i + \alpha \Delta \bar{x} \quad (4.27)$$

Avec α est un paramètre de relaxation qui peut être obtenu soit par des techniques de recherche unidirectionnelle (règle d'or,...) ou simplement fixé par l'utilisateur entre [0, 1]. Ce paramètre permet d'éviter des sauts trop importants et ainsi garantir la convergence. Une valeur trop faible permet une meilleure stabilité, par contre provoquera une convergence

lente. Une valeur trop grande permet une convergence rapide mais avec le risque d'instabilités.

Le calcul de l'accroissement $\Delta\bar{x}$ peut se faire de différentes façons, une fois que les paramètres a_i sont connus. On peut utiliser les algorithmes SQP, BFGS, simplexe,...

Néanmoins on peut faire une hypothèse qui consiste à dire qu'on suppose que le gradient de la fonction approchée sera nul à la prochaine itération (la même idée que celle de l'algorithme de Newton), ainsi on pourra écrire :

$$\nabla\tilde{f}(\bar{x}^i + \Delta\bar{x}) = 0 \Rightarrow \Delta\bar{x} = -[H]^{-1} \{b\} \quad (4.28)$$

En considérant les coefficients a constants durant l'itération i , dans ce cas le point extrême de la surface approchée peut être exprimé explicitement en fonction des coefficients a calculés pour la solution de l'itération courante \bar{x}^i . La nouvelle solution sera donnée par la résolution d'un système linéaire de dimension n .

$$[H]_{(n,n)} \{\Delta x\} = -\{b\}_{(n,1)} \quad (4.29)$$

L'algorithme général d'optimisation par AD est donné ci-dessous:

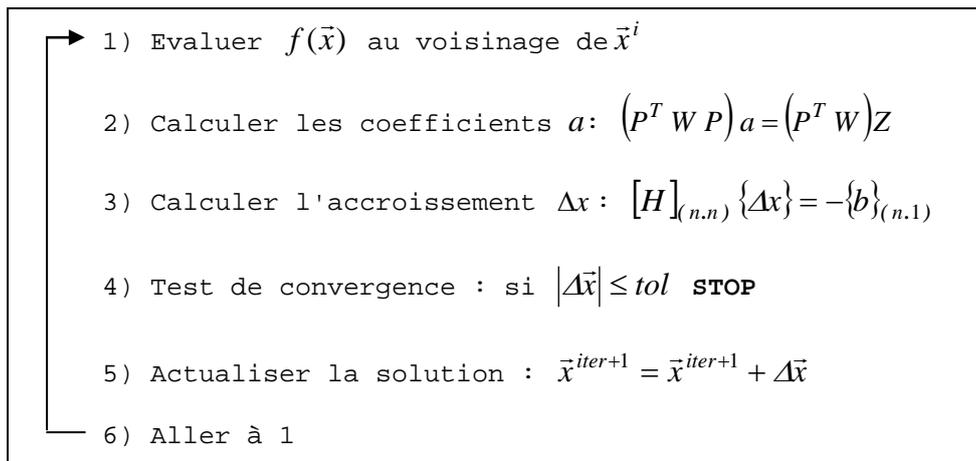


Figure 4.5: Algorithme d'optimisation basé sur l'AD

Le processus itératif s'arrête quand les solutions successives sont confondues avec une certaine tolérance: $|\Delta\bar{x}| \leq tol$. La solution optimale est donnée par l'analyse du Hessien H de la fonction approchée.

6. Validation des algorithmes SQP/AD sur des fonctions analytiques

Pour montrer les performances des deux méthodes d'optimisation présentées et utilisées dans ce chapitre, la méthode SQP et la méthode de moindre carrée mobile (MCM) basée sur l'approximation diffuse, nous avons utilisé trois cas tests analytiques des fonctions à deux

variables. L'expression de chaque fonction et son minimum ainsi les coordonnées de ce minimum sont données dans le tableau 4.2. Les formes des trois fonctions tests analytiques sont présentées sur la figure 4.7.

Tableau 4.2: Fonctions analytiques tests.

	Fonction	Solution	Minimum
Polynomiale	$\begin{cases} f(x_i) = \sum_{i=1}^2 0.01((x_i + 0.5)^4 - 30x_i^2 - 20x_i) \\ -7.0 < x_i < 6.0 \quad \forall i = 1,2 \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1 &= -4.4537 \\ x_2 &= -4.4537 \end{aligned}$	$f = -5.2327$
Sinusoidale	$\begin{cases} f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_1)^2 + x_2^2 \\ -3.0 < x_1 < 0.0 \\ -2.0 < x_2 < 2.0 \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1 &= -2.81368 \\ x_2 &= 0.0 \end{aligned}$	$f = -2.8081$
Rosenbrock	$\begin{cases} f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 \\ -2.0 < x_i < 4.0 \quad \forall i = 1,2 \end{cases}$	$\begin{aligned} x_1 &= 1.0 \\ x_2 &= 1.0 \end{aligned}$	$f = 0.0$

Dans la méthode MCM nous avons utilisé une tête chercheuse de type TCR9 comme présenté sur la figure 4.6 à grille uniforme de $dx = dy = 10^{-3}$ pour obtenir une précision de l'ordre de 10^{-6} sur la fonction la même précision est retenu pour la méthode SQP. Nous avons retenu pour l'approche MCM une fonction gaussienne tronquée (pour $\alpha = 1$) :

$$\omega(d) = e^{-d^2} \tag{4.30}$$

avec $d = x_j - x$ la distance entre le point j et le point actuel obtenu par optimisation.

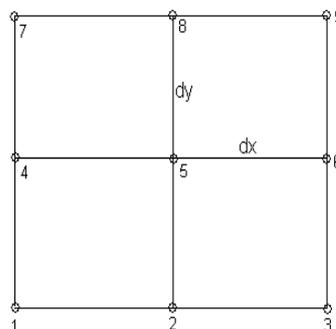


Figure 4.6: Tête chercheuse de type TCR9 (à 9 points).

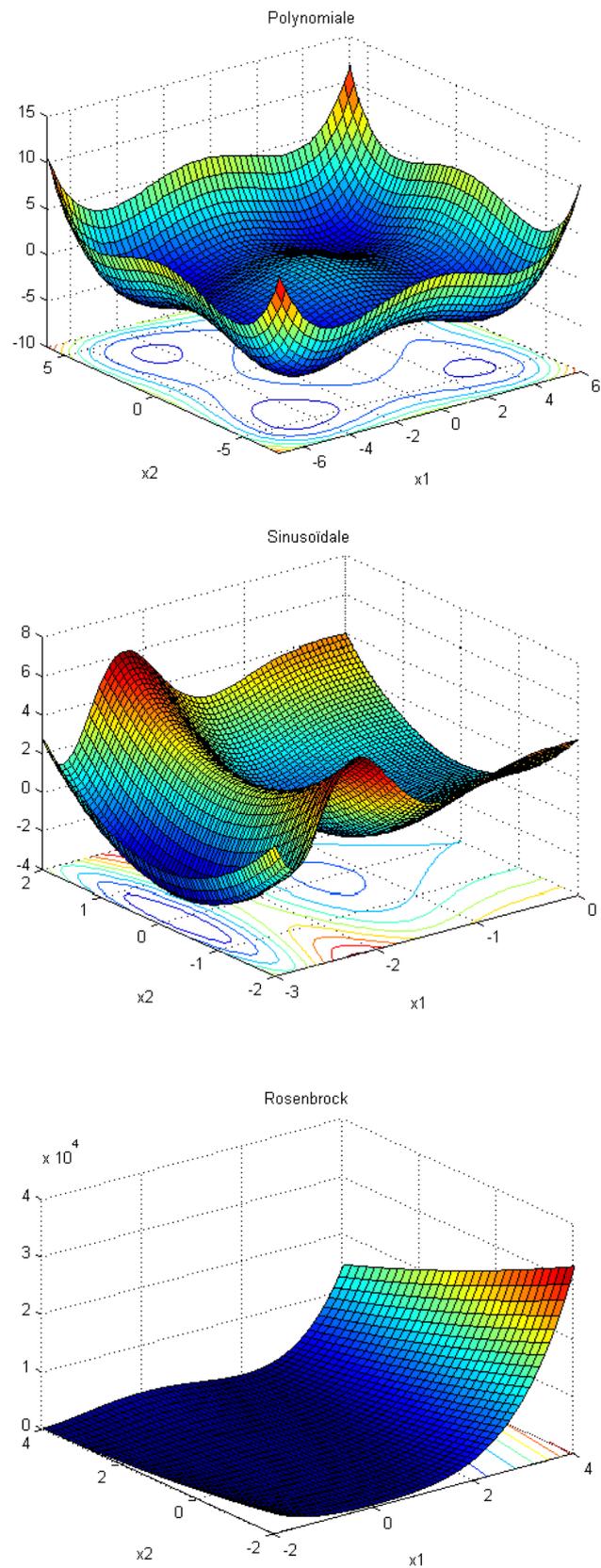


Figure 4.7: Présentation des fonctions tests analytiques.

Pour les trois cas tests, le tableau 4.3 récapitule les résultats obtenus avec les deux algorithmes d'optimisation SQP et MCM.

Tableau 4.3: Résultats des deux méthodes SQP et MCM.

Fonction	Méthode	x_{01}	x_{02}	x_1	x_2	F_{obj}	itération
Polynomiale	SQP	-5.0	-5.0	-4.4536	-4.4536	-5.2327	4
	MCM	-5.0	-5.0	-4.4538	-4.4538	-5.2328	5
Sinusoïdale	SQP	-3.0	-1.0	-2.8137	$-1.412 \cdot 10^{-5}$	-2.8081	9
	MCM	-3.0	-1.0	-2.8137	0.0000	-2.8081	5
Rosenbrock	SQP	-1.9	2.0	0.9997	0.9994	$8.732 \cdot 10^{-8}$	45
	MCM	-1.9	2.0	0.9999	0.9998	$1.0088 \cdot 10^{-4}$	7

Pour comparaison, notre critère est que les meilleurs résultats sont ceux qui assurent un bon compromis entre la valeur minimale de la fonction objectif et le minimum nombre d'appels à la fonction objectif.

Dans les deux premier cas le nombre d'appel à la fonction objective pour le même point initial utilisé est obtenu par la méthode SQP. Par contre pour la surface de Rosenbrock la MCM donne des résultats un peu plus précis avec le minimum d'appel à la fonction objectif. Cela du au fait que dans la méthode SQP, à chaque itération en à trois appel, 1 à la fonction objectif et 2 pour le calcul du gradient tandis que pour le cas de la MCM à chaque itération en fait 9 appels à la fonction objectif.

Concernant la précision, les deux méthodes donnent des résultats globalement correctes est ce quelque soit la fonction étudié.

7. Application à l'hydroformage de tubes

Dans cette section, deux applications sont présentées pour validation de la méthode de surface de réponse basée sur l'approximation diffuse.

Le premier concerne la détermination de la meilleure longueur initiale et l'exposant n de la loi d'érouissage afin d'obtenir un tube final sans défauts et avec le minimum de dépense d'énergie. Le second s'intéresse par la détermination des limites du domaine d'expérience, pour obtenir les meilleures dimensions de la matrice et les courses des poinçons (afin de maximiser la hauteur de la branche en T) et pour obtenir une pièce avec la meilleure distribution d'épaisseur.

7.1. Etude de sensibilités des paramètres d'hydroformage de tubes

Pour réduire le nombre des pièces défectueuses et pour faciliter la mise au point des outils, il s'avère nécessaire d'arriver à une meilleure compréhension de l'influence des différents paramètres du procédé sur la qualité de la pièce finie.

En hydroformage, les paramètres qui influent sur la formabilité peuvent être classés en trois catégories :

- Les paramètres matériau : coefficients d'érouissage, coefficients d'anisotropie, coefficient de frottement, etc.
- Les paramètres géométriques : diamètre du tube initial, rayons de matrice, etc.
- Les paramètres de fonctionnement : effort de poussée du piston, pression du fluide, forces de retenue, etc.

Dans cette section on va étudier la sensibilité des paramètres du procédé d'hydroformage. Pour cela reprenant le test du tube 3D en forme de T. Dans cette application un tube cylindrique de longueur initiale 169.12 mm, de diamètre 45 mm et d'épaisseur initiale 2 mm est formé par l'intermédiaire d'une matrice en forme de T comme indiquée sur la figure 3.16.

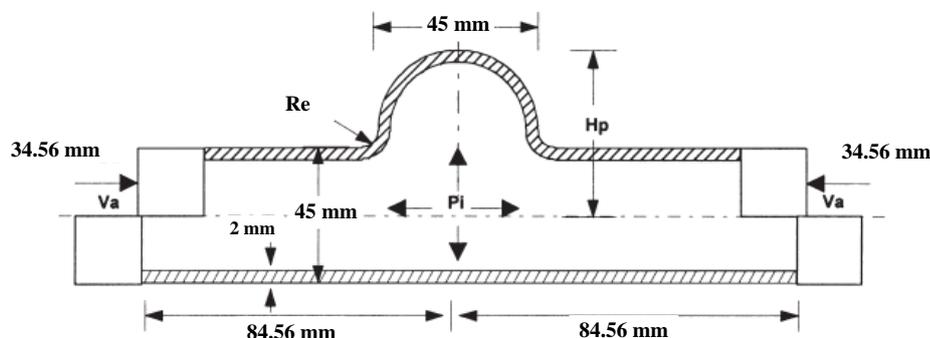


Figure 4.8 : Caractéristique géométriques de la matrice [Koç00].

Le tube est formé par un matériau en acier LCS_1008 à basse teneur en carbone, correspondant à un module de Young de 200 GPa, un coefficient de Poisson $\nu=0.3$ et une

densité $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$. Cet acier est considéré comme isotrope, avec une loi d'érouissage isotrope de type Hollomon donnée par $\bar{\sigma} = 484 \varepsilon^{-0.19}$. La matrice est ouverte du côté de la saillie pour permettre au tube de se gonfler librement.

Les pistons axiaux opposés se déplacent l'un vers l'autre avec la même vitesse de 3 mm/s. Les chemins de chargement utilisés dans l'analyse sont donnés sur la figure 4.9.

Pour des raisons de symétrie, seul un quart du tube est modélisé, ce dernier est discrétisé par 4000 éléments triangulaires de coque DKT12 (50 éléments suivant le méridien et 40 éléments suivant la circonférence) pour la modélisation de l'hydroformage par approche inverse. Le même maillage est utilisé pour la modélisation par le logiciel ABAQUS-explicite pour la validation de notre modèle.

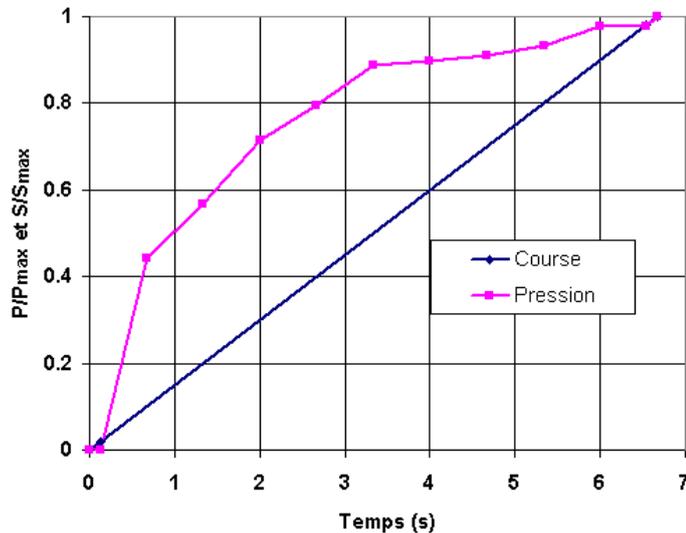


Figure 4.9 : Courbes d'évolution de la pression et de la course durant le formage.

7.1.1 Etude de sensibilités des paramètres matériau

Afin d'étudier l'effet de la variation des propriétés matériau sur la qualité de la pièce finie, nous nous proposons d'étudier l'exemple d'hydroformage du tube en forme de T. Les deux coefficients d'érouissage k et n sont pris comme paramètres d'étude, toutes les autres caractéristiques étant prises constantes. Nous utilisons une pression de 44 MPa. Les pistons axiaux opposés se déplacent l'un vers l'autre avec la même vitesse de 3 mm/s d'une course de 20 mm. Le rayon d'entrée matrice R_e est de 18 mm. Le coefficient de perturbation pour l'évaluation des sensibilités étant fixé à 0.16, 0.19 et 0.22 pour n et 470, 480 et 490 pour k . L'objectif visé par l'étude de sensibilité étant la variation d'épaisseur et les valeurs de la hauteur H_p (Figure 4.8), le tableau 4.4 résume les paramètres de sensibilité ainsi que les variations de l'épaisseur et de la hauteur H_p .

Tableau 4.4: Résultats de sensibilités des paramètres matériau.

n	K	Hp	Δh_{\min} %
0.16	470	52.88	-11
0.16	470	53.55	-14.45
0.16	470	54.37	-18.25
0.19	480	52.53	-10.1
0.19	480	53.15	-13
0.19	480	53.88	-16.55
0.22	490	52.22	-9.4
0.22	490	52.78	-11.95
0.22	490	53.43	-15.1

La figure 4.10 présente les iso-lignes de la hauteur H_p .

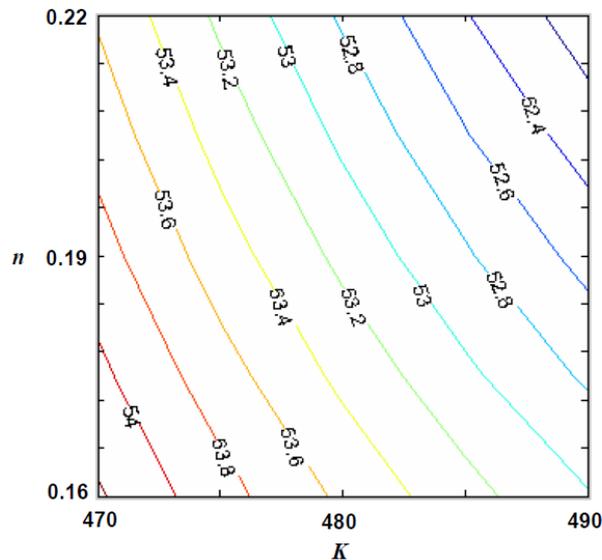


Figure 4.10 : Hauteur H_p pour différentes valeurs des paramètres d'érouissage.

Pour une même valeur de $k=480\text{MPa}$, la variation du coefficient n de 0.16 à 0.22 cause une différence de 2.5 % en expansion qui correspond à une diminution de 7.17 % de l'épaisseur minimal. Par contre pour la même valeur de $n=0.19$, la diminution du coefficient k de 490 MPa à 470 MPa cause une diminution de 1.4 % en expansion qui correspond à une augmentation de 2.8 % de l'épaisseur minimal.

7.1.2 Etude de sensibilités des paramètres géométriques

Les paramètres géométriques étudiés dans cette partie sont : le rayon R_e d'entrée matrice (Figure 4.8) et l'épaisseur initiale. Cette fois-ci nous perturbons les paramètres géométriques, tout en gardant les mêmes paramètres matériau. Nous faisons varier

l'épaisseur initiale de 2, 2.5 et 3 mm et le rayon d'entrée matrice entre 6, 12 et 18 mm comme présenté sur la figure 4.11.

L'objectif visé par l'étude de sensibilité étant la variation d'épaisseur et les valeurs de la hauteur H_p (Figure 4.8), le tableau 4.5 résume les paramètres de sensibilité ainsi que les variations de l'épaisseur et de la hauteur H_p .

Tableau 4.5: Résultats de sensibilités des paramètres géométriques.

h	Re	H_p	$\Delta h_{\min} \%$
2	6	48.83	-10.45
2.5	6	44.39	-3.6
3	6	42.32	-1.9
2	12	51.23	-11.6
2.5	12	47.57	-5.4
3	12	45.23	-2.87
2	18	53.23	-13.5
2.5	18	49.51	-6.24
3	18	47.22	-3.8

La pression maximale est fixée à 44 MPa et les pistons axiaux opposés se déplacent l'un vers l'autre avec la même vitesse de 3 mm/s d'une course de 20 mm. Les résultats présentés sur la figure 4.11, montrent la dépendance non linéaire de la hauteur H_p vis-à-vis des deux paramètres R_e et h_0 . La diminution du rayon d'entrée matrice influe négativement sur la hauteur H_p .

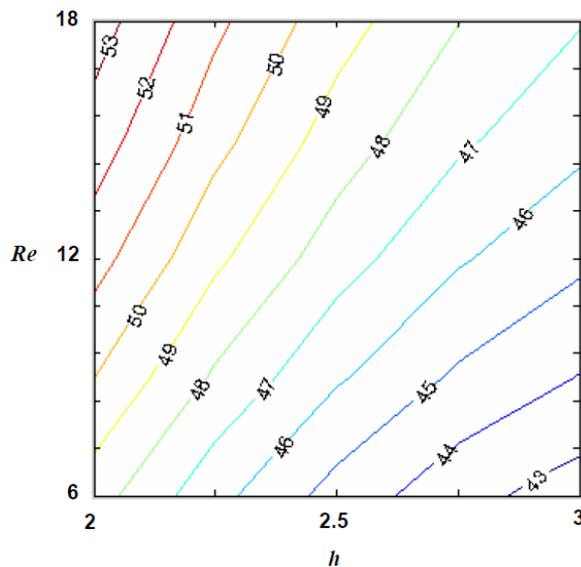


Figure 4.11 : La hauteur H_p pour différents valeurs de l'épaisseur initiale de tube et le rayon d'entrée de la matrice.

7.1.3 Etude de sensibilités des paramètres mécaniques de fonctionnement

Nous reprenons l'exemple d'hydroformage du tube en forme de T, Afin d'étudier l'effet de la variation des propriétés matériau sur la qualité de la pièce finie. Nous nous proposons d'étudier les sensibilités de pression P et de course axiale S du piston. Toutes les autres caractéristiques étant prises constantes. Nous utilisons un rayon d'entrée R_e de 18 mm et une épaisseur de tube initial de 2 mm. Les pistons axiaux opposés se déplacent l'un vers l'autre avec la même vitesse de 3 mm/s.

La figure 3.21 montre les courbes de variation de la réponse H_p pour les valeurs de course s : 10, 20, 30 mm et une pression P : 36, 40 et 44 MPa. Le tableau 4.6 résume les valeurs des paramètres perturbés ainsi que les valeurs des variations extrêmes d'épaisseur et la réponse H_p .

Tableau 4.6: Résultats de sensibilités des paramètres mécaniques.

P	S	H_p	Δh_{\min} %
36	10	40.99	-9.95
40	10	42.44	-14.25
44	10	44.13	-21.9
36	20	50.14	-6.85
40	20	51.62	-9.05
44	20	53.23	-13.5
36	30	57.46	-5.25
40	30	59.15	-6.75
44	30	61.05	-10.5

Les résultats montrent une grande influence de la course sur la hauteur H_p par rapport l'influence de la pression. Pour la même valeur de $S=20$ mm, la valeur maximale de la pression (entre les deux cas de 36 et 44 MPa) sert à diminuer l'épaisseur minimale de tube à la fin du procédé d'une valeur de 7.22 %. Donc il n'a pas permis de travailler sur l'augmentation de la hauteur H_p sans contrôle de l'épaisseur minimale, comme la diminution de cet épaisseur sous certains valeurs inadmissible conduite au problème d'éclatement de tube.

L'épaisseur minimale du dessus du tube en T est affectée par l'augmentation de la course. Par exemple pour le cas d'un tube à 2mm d'épaisseur, de rayon d'entrée R_e 18 mm et pour la même valeur de pression maximale : 44 MPa, l'augmentation course axiale de 10 à 30 mm donne une augmentation de 16.92 % de hauteur H_p avec une récupération de 14.6 % d'épaisseur minimale, pour $s=10$ mm, l'amincissement atteint 21.9%.

Non seulement il faut contrôler l'amincissement mais il faut également contrôler l'épaississement. Puisque dans le cas de tube en forme de révolution les grandes valeurs d'épaississement conduisent à des problèmes de plissement.

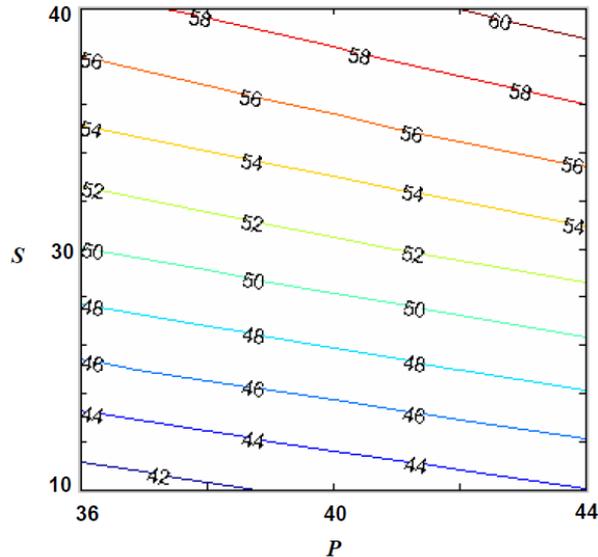


Figure 4.12 : La hauteur H_p pour différentes valeurs de course axiale et de pression.

7.2. Optimisation de paramètres géométriques et de matériau

Cette application concerne l'optimisation de la longueur L_0 du tube initial et du paramètre d'écroûissage n afin de réaliser un tube avec le minimum de travail plastique total.

Cette application correspond à l'hydroformage d'un tube cylindrique sous pression et chargé axialement non pas des deux côtés mais d'un seul.

Les paramètres géométriques de la matrice entrant dans la fabrication du profil du tube sont donnés sur la figure 4.13. Le tube cylindrique final est de longueur 165.1 mm et d'épaisseur 1.65 mm, la courbe de traction uni-axiale du matériau est idéalisée par le modèle de Hollomon: $\sigma = k \varepsilon^n$. Le matériau du tube est un alliage d'aluminium de module d'Young $E=70665$ MPa, de coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ et de densité $\rho = 2700 \text{ kg} / \text{m}^3$.

Pour quantifier la quantité de travail total dépensé pour l'hydroformage, nous considérons qu'une grande partie de ce travail peut être exprimée par le travail plastique total dû à la déformation plastique du tube.

Ainsi, nous définissons une fonction objective comme étant l'intégrale sur le domaine de la densité de travail plastique sur un élément fini dans la configuration finale. Cette fonction coût peut être donnée par:

$$f = \sum_{e=1}^{nelt} f^e \quad \text{avec} \quad f^e = \int_V \left(\int_0^{\bar{\varepsilon}_p} \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}_p \right) dv \quad (4.30)$$

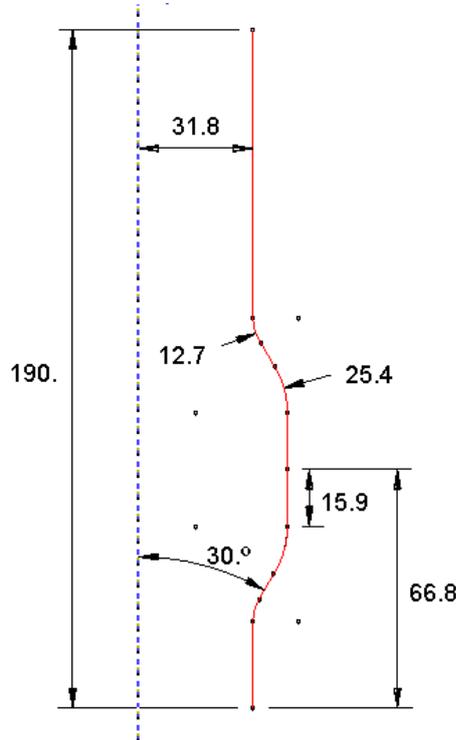


Figure 4.13 : Caractéristiques géométriques de la matrice.

Dans le cas d'écoulement isotrope avec une loi de traction uni-axiale de type Hollomon $\bar{\sigma} = k \bar{\varepsilon}^n$ et avec l'utilisation de l'hypothèse d'additivité l'expression du travail plastique peut être exprimée en terme de la contrainte équivalente totale par:

$$f^e = \int_V \left(\int_{\bar{\sigma}_0}^{\bar{\sigma}} \bar{\sigma} \left(\frac{1}{nk} \left(\frac{\bar{\sigma}}{k} \right)^{\frac{1}{n}-1} - \frac{1}{E} \right) d\bar{\sigma} \right) dv \quad (4.31)$$

avec $\bar{\sigma}_0$ est la contrainte équivalente correspondante au cas $\bar{\varepsilon}_p = 0$ (avant plastification).

L'intégration de la fonction objectif, donne l'expression:

$$f^e = \int_V \left(\frac{(1+n)(\bar{\sigma}_0^2 - \bar{\sigma}^2) - 2E \left(\bar{\sigma}_0 \left(\frac{\bar{\sigma}_0}{k} \right)^{\frac{1}{n}} - \bar{\sigma} \left(\frac{\bar{\sigma}}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \right)}{2E(1+n)} \right) dv \quad (4.32)$$

Dans la pratique nous recherchons souvent une solution optimale tenant compte de quelques contraintes sur la formabilité de la pièce. Le dernier aspect peut être exprimé à

travers la condition que l'épaisseur finale du tube doit répondre à l'exigence industrielle suivante:

$$-20 \% \leq \left(\frac{h - h_0}{h_0} \right) \cdot 100 \leq +15 \% \quad (4.33)$$

avec h_0 et h sont l'épaisseur initial et final respectivement. Cette dernière expression peut être écrite en termes de l'élongation selon l'épaisseur λ_z comme suit:

$$\begin{cases} \lambda_z^{max} \leq 1.15 \\ \lambda_z^{min} \geq 0.8 \end{cases}$$

Finalement le problème d'optimisation pour la conception de l'hydroformage de tube peut être énoncé comme suit:

Minimisation de : $f(L_0, n) = \sum_{e=I}^{nelt} \int_{\bar{V}} \left(\int_0^{\bar{\varepsilon}_p} \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}_p \right) dv$

soumis à :

$$\begin{cases} \lambda_z^{max} \leq 1.15 \\ \lambda_z^{min} \geq 0.8 \\ 150 \text{ mm} \leq L_0 \leq 200 \text{ mm} \\ 0.1 \leq n \leq 0.6 \end{cases} \quad (4.34)$$

Au début un plan d'expérience de 9 évaluations de la fonction objectif, basées sur l'algorithme de conception central composite (figure 4.3) est effectué en utilisant trois groupes de points de conception (4 points à deux niveaux de conception factorielle, 4 points axiaux et un 1 point central). En suite les variables de conception sont normalisés (- 1, +1) afin de faciliter le traitement des données. Le domaine d'expérience (DOE), les valeurs calculées de la fonction objectif et des contraintes sont donnés dans le tableau 4.7.

Un modèle quadratique global de surface de réponse basé sur l'approximation diffuse est construit en utilisant le plan d'expérience (tableau 4.7). Cette fonction de réponse est donnée explicitement par:

$$\tilde{f}(L_0, n) = 10^5 (7.610 - 4.719 L_0 - 8.847 n + 2.721 L_0 n + 11.34 L_0^2 + 2.232 n^2)$$

Cette surface est représentée sur la figure 4.14.

Les réponse des fonctions approchés des deux contraintes (λ_z^{max} , λ_z^{min}) sont également effectuées en utilisant l'approximation diffuse basée sur le même plan d'expérience du tableau 4.7. Ces surfaces sont représentées par des iso-lignes sur la figure 4.15 et la figure 4.16, elles sont données explicitement par:

$$\lambda_z^{max}(L_0, n) = 1.01 + 0.094 L_0 - 0.012 n + 0.049 L_0 n + 0.012 L_0^2 + 0.0003 n^2$$

$$\lambda_z^{min}(L_0, n) = 0.84 + 0.22 L_0 + 0.0085 n - 0.051 L_0 n - 0.089 L_0^2 + 0.016 n^2$$

Tableau 4.7: DOE plan central composite.

Numéro de l'essai	L_0	n	f	λ_z^{max}	λ_z^{min}
1	1	-1	2.47E+06	1.084	1.025
2	0	0	8.15E+05	1.007	0.854
3	0	1	4.79E+05	1.017	0.842
4	-1	-1	3.97E+06	0.999	0.483
5	1	1	8.33E+05	1.138	0.959
6	-1	0	2.32E+06	0.920	0.513
7	0	-1	1.43E+06	1.000	0.862
8	1	0	1.42E+06	1.120	0.982
9	-1	1	1.25E+06	0.858	0.621

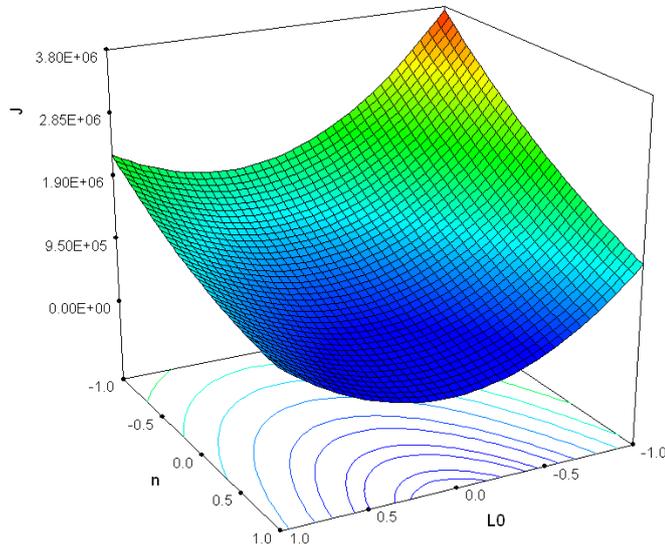


Figure 4.14: Surface de réponse de la fonction objectif.

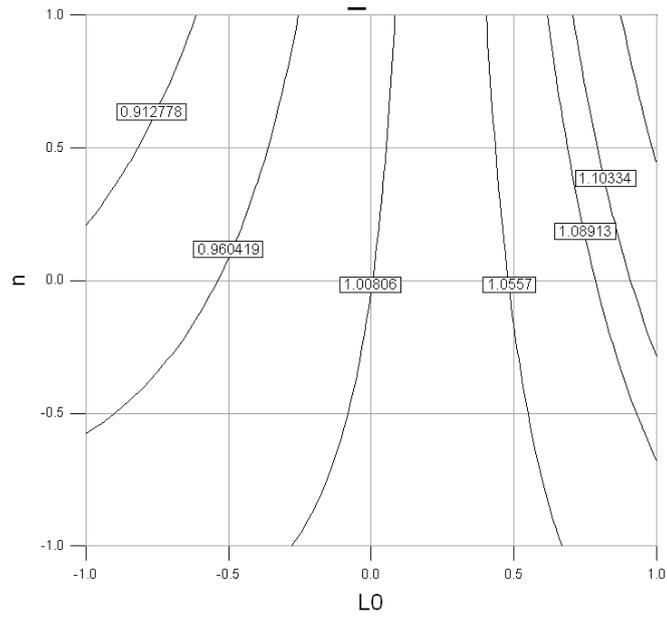


Figure 4.15: Iso-lignes de la contrainte λ_z^{max} .

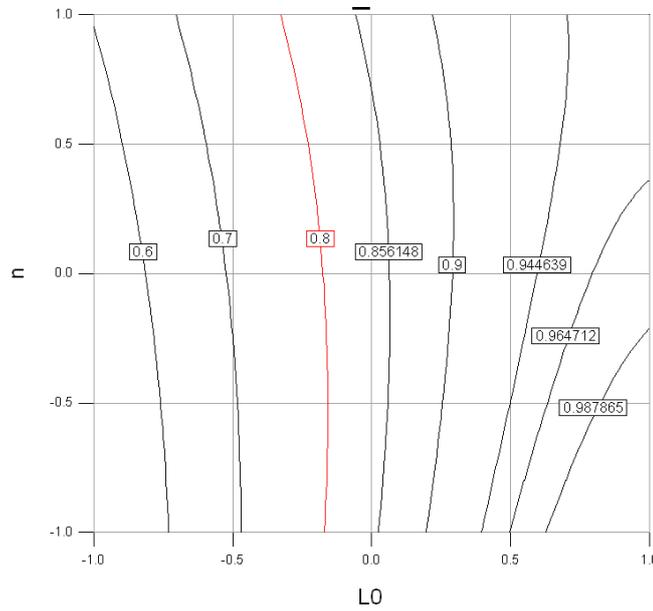


Figure 4.16: Iso-lignes de la contrainte λ_z^{min} .

La minimisation de la fonction $\tilde{f}(L_0, n)$ sous les contraintes $\lambda_z^{max} \leq 1.15$, $\lambda_z^{min} \geq 0.8$, a été réalisée en utilisant l'algorithme SQP basé sur le travail de Powell. Après test de plusieurs

points initiaux, la solution optimale sous la forme codée $\langle L_0, n \rangle = \langle 0.046, 0.976 \rangle$ a été obtenue à 3 itérations, correspond à la valeur optimale $\tilde{f}_{opt} = 102938$ de la fonction objectif. Après dinormalisation nous obtenons la solution optimale de notre problème $\langle L_0, n \rangle = \langle 178.82\text{mm}, 0.59 \rangle$.

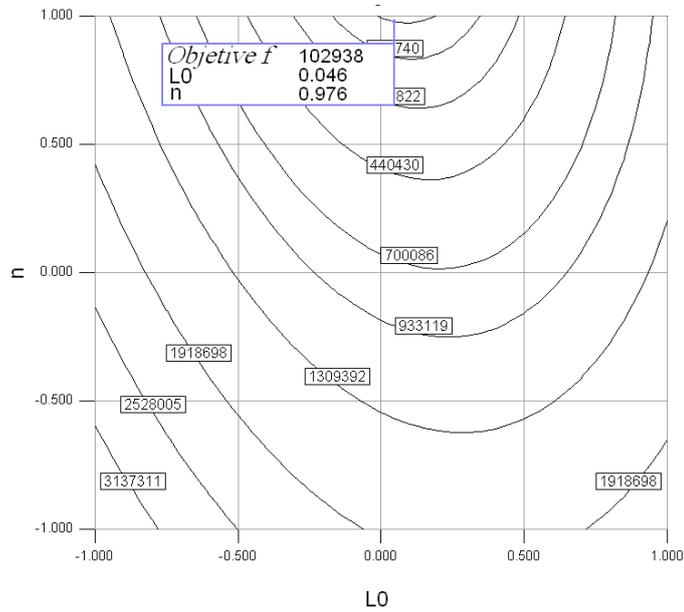


Figure 4.17: Iso-lignes représentant la solution optimale.

7.3 Optimisation d'une Branche en T

Le but de cette seconde application est la détermination des limites du domaine d'expérience, pour obtenir les meilleures dimensions de la matrice et les courses des pistons (afin de maximiser la hauteur de la branche en T) et pour obtenir une pièce avec la meilleure distribution d'épaisseur.

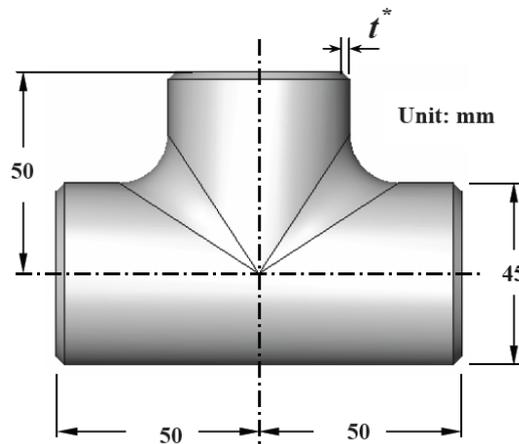


Figure 4.18: Les dimensions de la branche en T.

Les dimensions de la Branche en LCS_1008 désirés sont montrées sur la figure 4.18. Un coefficient de frottement de 0,05 est supposé à l'interface entre le tube et la matrice. Les seuls paramètres considérés comme variables d'optimisation sont : le rayon d'entrée R_e qui ne doit pas dépasser 18 mm, le rayon du coin R_c et La course S (la même sur les deux cotés) comme présenté sur la figure 4.19.

A cause de la symétrie, seulement un quart de la matrice et du tube ont pris en considération dans l'analyse.

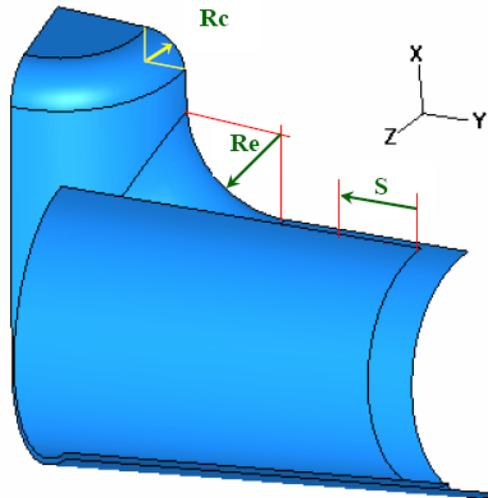


Figure 4.19: ¼ de l'ensemble Tube Matrice.

7.3.1. Hydroformage avec matrice ouverte

L'opération d'hydroformage peut être divisée en deux étapes: formage libres et calibrage. La période de l'opération d'hydroformage dans laquelle le tube gonflé librement sans contact avec la matrice s'appelle formage libre. Le calibrage commence dès que le contact tube matrice sera établi [Asn99].

La notion de la matrice ouverte est reliée à l'utilisation ou non du chapeau de la matrice (rayon du coin).

Les résultats sont obtenus par des simulations élément fini avec le code commercial ABAQUS® basés sur l'approche Explicite-Dynamique avec 4000 élément triangulaire de coque S3R.

La figure 4.20 montre la distribution d'épaisseur et la hauteur H_p , pour le cas de 40 mm d'alimentation axiale et 18 mm de rayon d'entrée à la fin du processus.

Pour montrer l'influence de la course S et le rayon d'entrée R_e sur la hauteur H_p , trois courses de 20, 30 et 40mm qui correspondent respectivement à 140, 160 et 180mm de longueur de tubes est appliquées. La figure 4.11 présente l'influence des paramètres R_e et S sur le paramètre H_p . La valeur maximale de H_p est obtenue avec 18mm de R_e , où dans le cas de 30mm de la course, l'augmentation de H_p entre 6 et 18mm de R_e est de 10,77%.

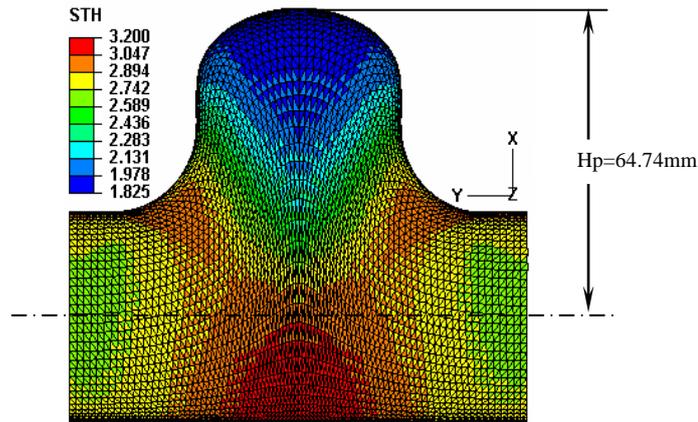


Figure 4.20: Distribution d'épaisseur pour 40 mm de course et 18 mm du rayon d'entrée.

Puisque le rayon d'entrée ne doit pas dépasser 18mm et comme R_e influe positivement sur la hauteur de tube H_p , alors la meilleure solution c'est la valeur de 18 mm qu'on va considérer pour le reste de l'application.

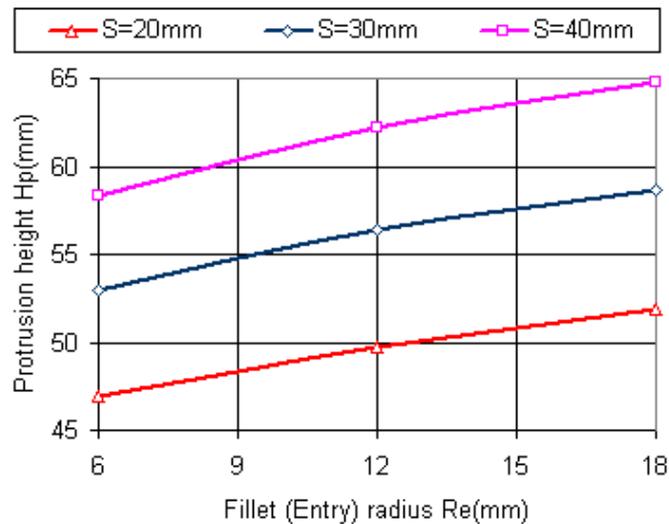


Figure 4.21: Influence de la course et le rayon d'entrée sur la hauteur H_p .

7.3.2. Hydroformage avec matrice fermer

Dans cette section nous considérons le problème de calibrage, qui débute dès que le contact tube matrice sera établi. Pendant le calibrage, le tube est forcé à prendre la forme intérieure de la matrice par l'effet de la pression interne seulement. Aucun matériau additionnel n'est introduit dans la zone d'expansion par les cylindres axiaux [Asn99]. Nous proposons une

méthode pour déterminer la limitation des variables d'optimisation telle que le rayon du coin, la course sur les deux extrémités de tube et la pression de calibrage.

1. *Limitation du rayon de coin et la pression de calibrage*

Pour déterminer les limites du rayon de coin nous avons considéré la proposition suivante:

La figure 4.22 présente les longueurs curvilignes AB et CD des sections de la matrice dans les plans XY et XZ respectivement, c'est la configuration du tube final dans le cas d'une matrice fermée.

Les longueurs L_1^* , L_2^* des lignes AB et CD peuvent être donnés par:

$$L_1^* = (41.5 + 9\pi)mm + \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)R_c \quad (4.35)$$

$$L_2^* = 72.5 mm + \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)R_c$$

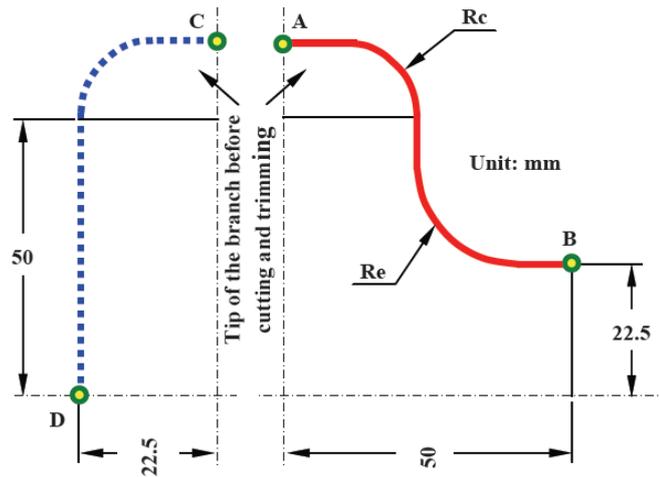


Figure 4.22: Les longueurs curvilignes des sections de la matrice dans les plans XY et XZ.

Les longueurs curvilignes L_1 et L_2 des deux sections de tube dans les plans XY et XZ, sont obtenues par élément finie avec le code commercial ABAQUS® dans le cas de la matrice ouverte avec $R_e = 18mm$, pour les course de 20, 30 et 40 mm (figure 4.23).

De la figure 4.22, pour que le contact matrice tube soit possible à la fin du processus, il faut au moins que : $L_1 \geq L_1^*$ et $L_2 \geq L_2^*$.

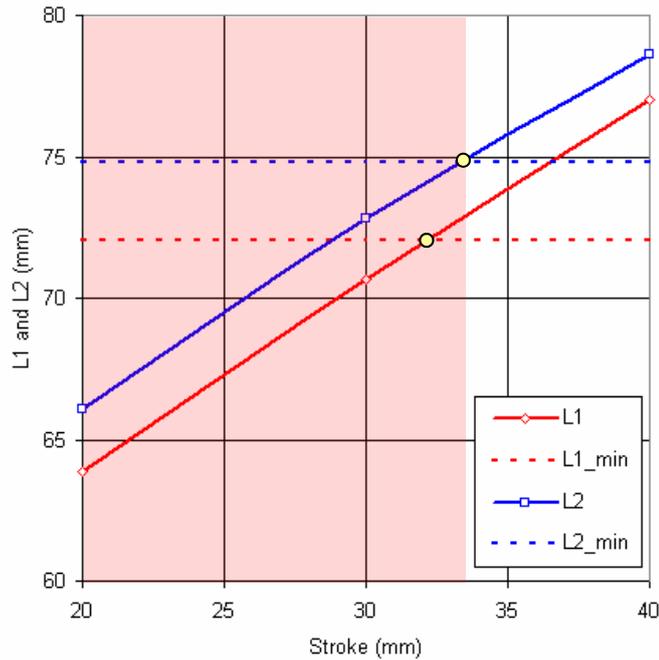


Figure 4.23: Variation de L1 et L2 en fonction de la course.

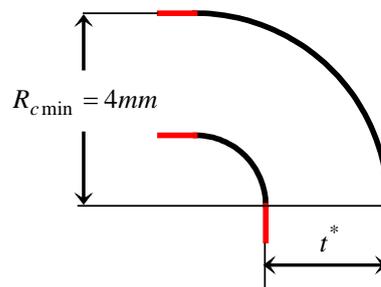


Figure 4.24: Rayon du coin.

t^* est l'épaisseur de paroi minimum d'une branche en T, pour l'industrie ne devrait pas être moins que 87,5% d'épaisseur initial [Lin04].

Pour la valeur minimum de R_c (la figure 4.24) et par considération de la figure 4.23, les valeurs minimales de la courses nécessaires sont:

$$R_c \geq 4mm \Rightarrow \begin{cases} L_1 \geq 72.06mm \Rightarrow S \geq 32.15mm \\ \text{and} \\ L_2 \geq 74.78mm \Rightarrow S \geq 33.01mm \end{cases} \quad (4.36)$$

Donc, 33.01mm est la valeur de la course qui vérifie les deux conditions (4.36)

Les résultats obtenus par élément finie (code ABAQUS®) pour la course de 33.01mm et la matrice fermée, présentent le problème de calibrage. À la fin du processus c.-à-d. 44 MPa de pression, le rayon du coin moyen maximal obtenu est 9mm avec l'épaisseur de 1.82mm.

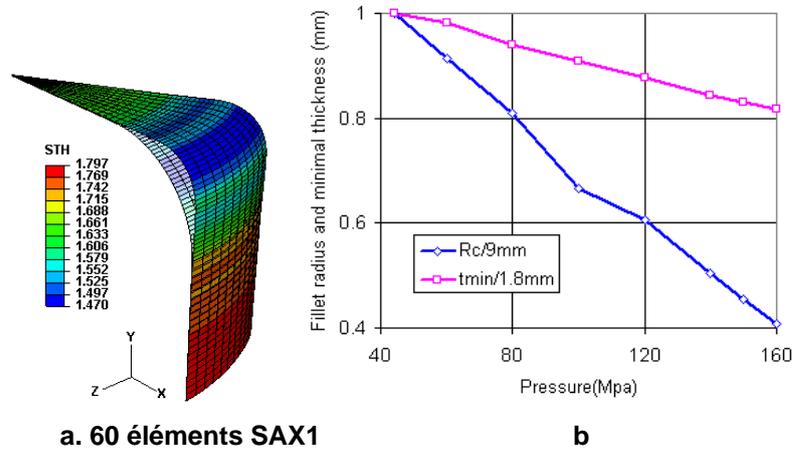


Figure 4.25: a- la distribution d'épaisseur à 160MPa. b- Rayon du coin et l'épaisseur minimale en fonction de la pression.

Pour réaliser le contact tube/matrice au coin, c.-à-d. 4 mm du rayon du coin, il est nécessaire que la pression atteigne 160MPa. Sur la figure 4.15, on observe que l'épaisseur minimum obtenue est de 1.47 mm; elle est proche de 1.5 mm (Contrainte 1 dans le paragraphe 5.2.3). Pour le reste de l'application nous utilisons la même pression de calibrage, 160 MPa pour garantir le contact total entre le tube et la matrice à la fin du processus.

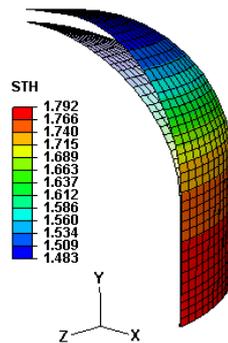


Figure 4.26: Distribution d'épaisseur sur la configuration finale d'un rayon de 16 mm.

Pour déterminer le rayon du coin maximal possible dans ce cas (pour éviter le problème d'éclatement), nous avons fait un essai simple sur la forme finale du coin de la branche obtenue pour le cas de 40 mm de course et 44 MPa de pression comme une configuration

initiale, et on fait augmenter la pression. Nous avons trouvé que le rayon du coin maximal possible ne doit pas dépasser 16mm, au dessus de cette valeur le problème d'éclatement se produit. Ces résultats sont obtenus avec 41 éléments SAX1.

Finalement la valeur du rayon du coin R_c est limitée entre 4 et 16mm.

2. Limitation de la course

L'un des contraintes qu'il faut la prendre en considération en hydroformage est que l'épaisseur de la paroi maximum d'une branche en T ne doit pas dépasser 58% de l'épaisseur initial [Ray04]. Mais, dans notre cas, pour la course de 40mm et avec la matrice ouverte ($R_e=18mm$), l'épaisseur maximale obtenue est 3.18mm c.-à-d. 57,8% d'épaississement. Alors, la valeur maximum de la course prise en compte est 40mm.

Finalement la valeur de la course est limitée entre 33,01 et 40mm.

7.3.3. Les données du problème d'optimisation

Une distribution uniforme d'épaisseur sur la paroi de la branche est souvent souhaitable en hydroformage. Donc, le problème d'optimisation peut être défini comme:

La fonction objectif : la détermination du rayon du coin optimal R_c et de la course S (la figure 4.19) pour obtenir une branche avec une distribution d'épaisseur uniforme le plus possible, cet objectif est présenté par la fonction suivante:

$$f(t) = \left(\sum_{i=1}^N \left| \frac{t_i - t_0}{t_0} \right|^2 \right)^{1/2} \quad (4.37)$$

où t_0 et t_i sont l'épaisseur initial et final à chaque nœuds de la partie utile de la branche (figure 4.18). Et les variables de l'optimisation sont limitées par:

$$32mm \leq S \leq 40mm \text{ et } 4mm \leq R_c \leq 16mm$$

Cet objectif est soumis aux trois contraintes suivantes:

Contrainte (1): Pour éviter le problème d'éclatement, l'amincissement de la paroi à la fin du processus ne doit pas dépasser 25% [Koç00].

$$\frac{t_0 - t_{min}}{t_0} \leq 25\% \text{ ou } \lambda_{zmin} \geq 0.75$$

Contrainte (2): L'épaississement de la paroi d'une branche en T ne doit pas dépasser 58% [Ray05].

$$\frac{t_{max} - t_0}{t_0} \leq 58\% \quad \text{ou} \quad \lambda_{z,max} \leq 1.58$$

Contrainte (3): L'épaisseur de paroi minimum (à $Z=50\text{mm}$, figure 4.18) d'une branche en T ne doit pas être moins que 87,5% d'épaisseur initial [Lin04].

$$\frac{t^* - t_0}{t_0} \leq 12.5\% \quad \text{ou} \quad t^* \geq 1.75\text{mm}$$

7.3.4. Résultats numériques

Basant sur le plan composite central, nous avons effectué une expérience à cinq niveaux de variation dans cette étude qui exige 25 expériences. Les variables de conception sont codées linéairement $\langle -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \rangle$ afin de faciliter le traitement des données. Le tableau 4.7, présente les différentes combinaisons entre les variables d'optimisation d'un plan d'expérience central composite et les résultats qu'ils correspondent de la fonction objectif et des contraintes. Seulement 22 évaluations de fonction ont été effectuées, comme le reste des fonctions n'ont pas de sens physique (le minimum de S avec le maximum de R_c ne donnent pas le contact total entre tube et matrice).

Nous avons procédé à la construction de surface de réponse en se basant sur les données du plan d'expérience central composite, tableau 4.7, avec une approximation par surface de réponse globale quadratique à coefficient de pondération constants $\omega_i = 1$, ce qui reviendrait à la méthode de moindre carrée. La fonction trouvée dans l'espace des deux variables R_c et S codées (-1, +1), présentée sur la figure 4.27 en 3D est donnée par :

$$F(R_c, S) = 16.332 - 0.881R_c + 2.479S - 0.397R_cS + 0.379R_c^2 + 0.0715S^2 \quad (4.38)$$

La même chose pour les constraints :

$$\lambda_z^{min}(R_c, S) = 0.76 - 0.105R_c + 0.1S - 0.0234R_cS - 0.0236R_c^2 + 0.024S^2 \quad (4.39)$$

$$\lambda_z^{max}(R_c, S) = 1.534 - 0.0477R_c + 0.0827S - 0.0262R_cS + 0.0315R_c^2 + 0.00651S^2 \quad (4.40)$$

$$t_{min}^*(R_c, S) = 1.796 + 0.0179R_c + 0.107S + 0.00092R_cS - 0.005R_c^2 - 0.0082S^2 \quad (4.41)$$

Ces surfaces avec la fonction objectif sont présentées par des contours iso-ligne sur la figure 4.28. Par superposition des deux surfaces de réponse qui correspond à λ_{zmin} et t_{min}^* , le minimum de la fonction objectif est l'intersection des deux courbes correspond à $\lambda_{zmin} = 0.75$ et $t_{min}^* = 1.75$.

Tableau 4.8: Bilan du plan d'expérience central composite.

Run	S	Rc	F(S, Rc)	λ_{zmin}	λ_{zmax}	t_{min}^*
1	-1	-1	14.756	0.756	1.514	1.653
2	-1	-0.5	14.210	0.703	1.471	1.644
3	-1	0	13.998	0.641	1.466	1.702
4	-0.5	-1	16.141	0.798	1.565	1.694
5	-0.5	-0.5	15.455	0.740	1.503	1.742
6	-0.5	0	15.093	0.699	1.494	1.749
7	-0.5	0.5	15.054	0.607	1.498	1.750
8	0	-1	17.561	0.872	1.610	1.826
9	0	-0.5	16.716	0.800	1.556	1.787
10	0	0	16.184	0.784	1.525	1.815
11	0	0.5	16.040	0.697	1.524	1.820
12	0	1	16.042	0.559	1.524	1.825
13	0.5	-1	19.051	0.913	1.666	1.866
14	0.5	-0.5	18.997	0.942	1.657	1.716
15	0.5	0	17.428	0.828	1.561	1.852
16	0.5	0.5	17.135	0.766	1.559	1.857
17	0.5	1	17.125	0.640	1.561	1.852
18	1	-1	20.526	0.923	1.725	1.857
19	1	-0.5	19.507	0.919	1.674	1.905
20	1	0	18.632	0.903	1.615	1.898
21	1	0.5	18.183	0.846	1.580	1.914
22	1	1	18.099	0.736	1.584	1.914

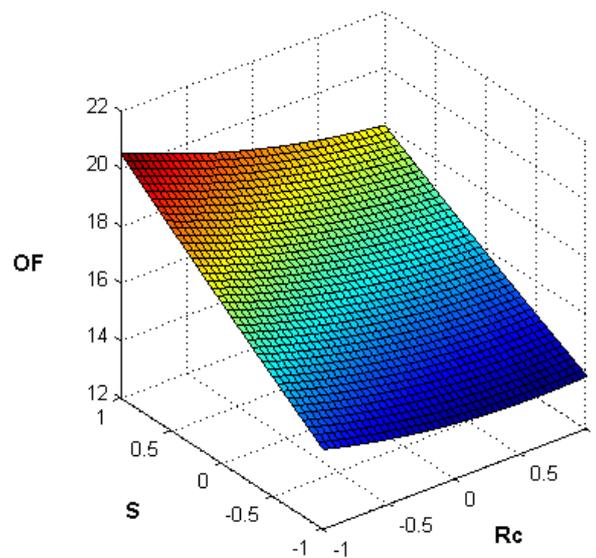


Figure 4.27: surface de réponse de la fonction objectif.

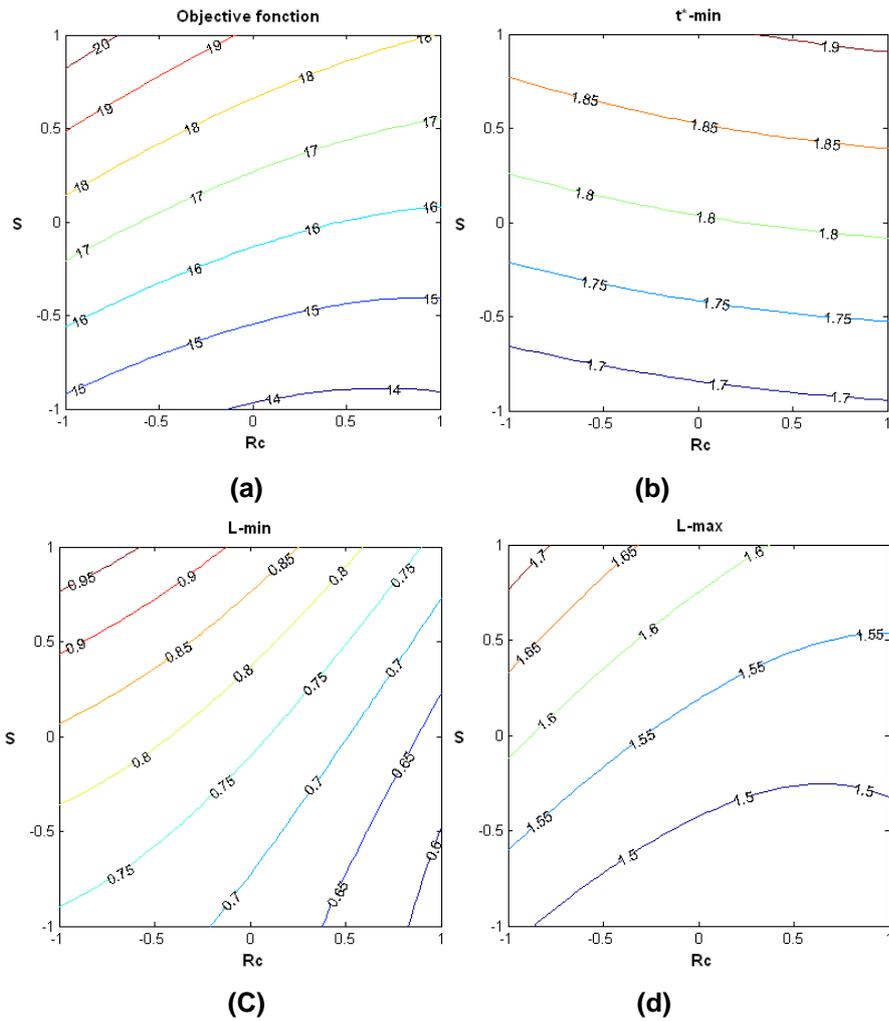


Figure 4.28: Iso-ligne de la FO (a) et des contraintes (b, c, d).

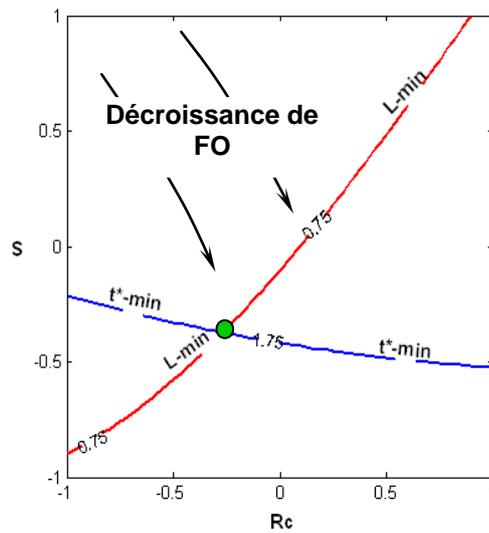


Figure 4.29: Intersection des deux contraintes $\lambda_{z,min}$, t_{min}^* .

Dès deux figures 4.28.a et 29, on observe que, la minimisation de la fonction objectif avec les contraintes : λ_{zmin} , λ_{zmax} et t_{min}^* , conduit à la solution optimale localisée entre $\langle R_c, S \rangle = \langle -0.28, -0.36 \rangle$, correspond à une valeur optimale de 15.685 de la fonction objectif. Après dinormalisation nous obtenons la solution optimale de notre problème $\langle R_c, S \rangle = \langle 8.32mm, 34.56mm \rangle$.

À la fin du processus entier d'optimisation, nous effectuons une simulation finale sur le code ABAQUS en utilisant les valeurs optimales des paramètres obtenus numériquement. Après calcul nous avons obtenu les résultats récapitulés dans le tableau 4.9, où nous pouvons observer que l'erreur maximum entre les résultats d'optimisation et la simulation finale en utilisant des résultats optimaux est environ de 0,92% qui est petite erreur et qui nous permet de conclure que le résultat obtenu est un optimum robuste.

Tableau 4.9: Comparaison des résultats de la MEF et de la MSR.

$R_c = 8.32mm$ $S = 34.56mm$	contraints	MSR	MEF (avec ABAQUS®)
OF		15.685	15.586
λ_{zmin}	≥ 0.75	0.752	0.747
λ_{zmax}	≤ 1.58	1.518	1.504
t_{min}^*	$\geq 1.75mm$	1.752	1.756

Conclusions et perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur la simulation et l'optimisation rapides du procédé d'hydroformage de tubes par l'utilisation d'une approche simplifiée dite approche inverse utilisée en emboutissage de tôles.

Nous avons séparé le contenu des travaux dans ce mémoire en deux parties essentielles. La première partie concerne la simulation de l'hydroformage par deux modèles simplifiés pour une accélération des calculs, un premier modèle EF inverse est axisymétrique à deux nœuds CAXI_K, le deuxième modèle EF inverse est 3D représenté par l'élément DKT12. Pour des raisons de validation la méthode incrémentale de type dynamique explicite est utilisée à l'aide du code commercial ABAQUS. Dans ce travail on a choisi la méthode dynamique explicite à cause de sa convergence inconditionnelle dans la majorité des applications réalisées dans ce travail. L'adaptation de l'approche inverse à l'étude des problèmes de l'hydroformage des tubes s'articule sur la recherche des positions initiales des

nœuds de la configuration finale dans la configuration initiale supposée cylindrique (tube initial).

La solution initiale est la projection des nœuds du tube final discrétisé par des éléments triangulaires sur la surface initiale considérée cylindrique comme une première estimation (l'intersection de la projection de ces nœuds sur l'axe du cylindre avec la surface cylindrique). Ces positions sont modifiées par l'algorithme de Newton-Raphson afin de satisfaire l'équilibre mécanique sur le tube final qui permet l'évaluation des déformations est ainsi la distribution d'épaisseur sur la forme finale.

Des applications d'hydroformage de tubes en été effectués pour valider notre modèle A.I, des comparaisons avec des résultats de l'approche incrémentale sont également effectués. Dans les trois premières applications (tubes de révolution) les résultats obtenus, tels que les déplacements, les déformations et la distribution d'épaisseur sont en très bon accord avec les résultats numériques et expérimentaux de référence concernant les deux méthodes.

Les résultats de l'approche inverse sont obtenus en des temps de calcul très réduits, en comparaison avec les temps de calcul de l'approche incrémentale, ce qui était le but recherché par notre modeste contribution dans cette thèse.

Dans la dernière application d'hydroformage de tube 3D en forme de T, le formage est libre (matrice ouverte). Ce test montre la limite de l'approche inverse basée sur la méthode statique implicite en terme de convergence. Cette méthode donne de bons résultats mais jusqu'à une certaine valeur d'expansion, qui conduit à beaucoup de distorsion géométrique.

La deuxième partie de la thèse traite de l'optimisation des paramètres du procédé d'hydroformage, tels que : les paramètres matériau, les paramètres géométriques et les paramètres de fonctionnement. Pour résoudre le problème d'optimisation, nous avons utilisé une méthode de construction de surfaces de réponse (MSR). Cette technique a l'avantage de remplacer un modèle de réponse complexe par un modèle approximatif évalué en un nombre limité de points disposés selon un plan d'expérience.

Dans la présente étude, nous avons exploité la MSR basée sur l'Approximation Diffuse afin de concevoir un algorithme de minimisation performant pour des problèmes d'hydroformage qui sont fortement non linéaires.

Deux applications numériques d'optimisation d'hydroformage de tubes ont été présentées. Les exemples numériques confirment que la méthode d'optimisation basée sur la surface de réponse couplée à l'AI en hydroformage est efficace et particulièrement adaptée aux problèmes industriels.

Plusieurs extensions peuvent être envisagées pour la suite de notre modeste travail, que nous aurions aimé faire, mais par manque de temps nous les proposons ci-dessous comme perspectives possibles:

- Extension de notre modèle d'approche inverse 3D élaboré pour l'hydroformage de tubes cylindriques pour le cas où la forme initiale du tube est quelconque non cylindrique, c'est-à-dire courbes, c'est le cas du cintrage et l'hydroformage de tubes industriels.
- Introduction de la méthode de correction des efforts dans l'approche inverse pour améliorer l'état de contraintes dans les tubes formés (voir travaux [Ben04], [Nac07]).
- L'utilisation d'autres types d'éléments finis : tels que les éléments de coque quadrilatères, les éléments triangulaires sans degrés de liberté de rotation (DKTRF), ou encore des éléments de type solide-coque pour la prise en compte l'effet du cisaillement transverse et de la contrainte normale transverse dans l'épaisseur pour des applications d'hydroformage de tubes épais.
- L'application de l'approche inverse pour le cas d'hydroformage de tubes formés de matériaux composites multicouches.
- Introduction d'autres types d'algorithmes d'optimisation, tels que les algorithmes génétiques, etc.
- Introduction de la prise en compte des incertitudes dans la simulation de l'hydroformage par approche inverse et contrôle de cette incertitude en amont.

Bibliographie

[Aba06] ABAQUS user's manuel-version 6.6, Edition HKS, USA, 2006.

[Abe05] N. Abedrabbo, M.A. Zampaloni & F. Pourboghrat, « Wrinkling control in aluminium sheet hydroforming », International Journal of Mechanical Sciences, V. 47, pp. 333–358, 2005.

[Abi95] S. Abid, « Optimisation d'épaisseur de structures minces isotropes et composites en présence de non linéarités géométriques », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 1995.

[Abo07] M. Abouhamze, M. Shakeri, Multi-objective sequence optimization of laminated cylindrical panels using a genetic algorithm and neural networks, Composite structures, V. 81, pp. 253-263, 2007.

[Abr05] J.P. Abrantes, A. Szabo-Ponce & G.F. Batalha, « Experimental and numerical simulation of tube hydroforming », Journal of Materials Processing Technology, V. 164–165, pp. 1140–1147, 2005.

[Ahm00a] M. Ahmetoglu & T. Altan, « Tube hydroforming state-of-the-art and future trends », Journal of Materials Processing Technology, V. 98, pp 25-33, 2000.

- [Ahm00b] M. Ahmetoglu, K. Sutter, X.J. Li & T. Altan, « Tube hydroforming current research applications and need for training », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 98, pp 224–231, 2000.
- [Asl07] N. Aslan, Y. Cebeci, « Application of Box-Behnken design response surface methodology for modelling of some Turkish coals », *FUEL*, Vol. 86, pp. 90-97, 2007.
- [Asn99] N. Asnafi, « Analytical modelling of tube hydroforming », *Thin-Walled Structures*, V. 34, pp. 295–330, 1999.
- [ASn00] N. Asnafi & A. Skogsgårdh, « Theoretical and experimental analysis of stroke-controlled tube hydroforming », *Materials Science and Engineering A*, V.279, pp. 95–110, 2000.
- [Ayd05] A. Aydemir, J.H.P. de Vree, W.A.M. Brekelmans, M.G.D. Geers, W.H. Sillekens & R.J. Werkhoven, « An adaptive simulation approach designed for tube hydroforming processes », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 159, pp. 303–310, 2005.
- [Bar98] O. Barlet, « contribution à l'optimisation de forme de pièces embouties pour l'industrie automobile », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 1998.
- [Bar93] J.F. Barthelemy, « Function approximation, Structural optimization: Status and promise », Ed. Kamat M.P, 1993.
- [Bat89] J.L. Batoz & al. , « An efficient algorithm to estimate the large strains in deep drawing », In *Proc. 3rd international Conf. on Industrial Forming Process (NUMIFORM'89)*(edited by E.G. THMPSON et al.), p.383. Balkema, Rotterdam, the Netherlands, 1989.
- [Bat92] J.L. Batoz, G. Dhatt « modélisation des structures par éléments finis », vol.3 Coques Ed. Hermès, Paris 1992.
- [Ben04] S. Ben-elechi, « Analyse et conception rapides de paramètres du procédé d'emboutissage pour le contrôle du retour élastique », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 2005.
- [Ben05] L. Ben ayed, « Modélisation numérique de l'emboutissage et optimisation des outils serre-flan », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 2005.
- [Bie99] P. Bieling, « Mechanically locked hydroforming machines for high volume production », in: *Proceedings of the International Conference on Hydroforming*, Stuttgart, pp. 161–172, October 1999.
- [Bou02] N. Boudeau, A. Lejeune & J.C. Gelin, « Influence of material and process parameters on the development of necking and bursting in flange », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 125-126, pp 849–855, 2002.
- [Bre04] P. Breikopf, A. Rassineux, J.M. Savignat, P. Villon, « Integration constraint in diffuse element method », *C.M.A.M.E.*, Vol. 193, pp. 1203-1220, 2004.
- [Bru04] M. Brunet, S. Boumaiza & G. Nefussi, « Unified failure analysis for tubular hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 148, pp. 269–277, 2004.

- [Car07] J.B. Cardoso, J.R. de Almeida, J.M. Dias, P.G. Coelho, « Structural reliability analysis using monte carlo simulation and neural networks », *Advances in Engineering software*, March 2007.
- [Che02] A. Cherouat, K. Saanouni & Y. Hammi, « Numerical improvement of thin tubes hydroforming with respect to ductile damage », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 44, pp. 2427 – 2446, 2002.
- [Che07] M.S. Chebbah, H. Naceur, M Hecini & S. Belouattar, « Response Surface Method for the Rapid Design of Process Parameters in Tube Hydroforming », *Numiform07, Porto-Portugal du 17 au 21 JUIN 2007*.
- [Cho02] C.L. Chow & X.J. Yang, « Bursting for fixed tubular and restrained hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 130-131, pp. 107-114, 2002.
- [Chu84] K. Chung & D. Lee, « Computer-aided analysis of sheet material forming process », *1st Int. Conf. on Technology of Plasticity*, V. 1, pp. 660-665, Tokyo, 1984.
- [Chu92] K. Chung & O. Richmond, « Sheet forming process design based on ideal forming theory », *NUMIFORM'92*, eds. Chenot, Wood and Zeinkiewicz, pp. 445-460, 1992.
- [Chu04a] E. Chu & Yu Xu, « Hydroforming of aluminum extrusion tubes for automotive applications. Part I buckling wrinkling and bursting analyses of aluminum tubes », *International Journal of Mechanical Sciences*. V. 46, pp. 263 – 283, 2004.
- [Chu04b] E. Chu & Yu Xu, « Hydroforming of aluminum extrusion tubes for automotive applications. Part II process window diagram », *International Journal of Mechanical Sciences* V. 46, pp. 285 – 297, 2004.
- [Fan03] K-J. Fann & P-Y. Hsiao, « Optimization of loading conditions for tube hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 140, pp. 520–524, 2003.
- [Gan05] P. Gantner, H. Bauer, D.K. Harrison & A.K.M. De Silva, « Free-Bending—A new bending technique in the hydroforming process chain », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 167, pp. 302–308, 2005.
- [Gao02] L. Gao, S. Motsch & M. Strano, « Classification and analysis of tube hydroforming processes with respect to adaptive FEM simulation », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 129, pp. 261–267, 2002.
- [Gao04] L. Gao & M. Strano, « FEM analysis of tube pre-bending and hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 151, pp. 294–297, 2004.
- [Gat02] W. Gati, « Approche Pseudo Inverse pour simulations rapides du procédé d'emboutissage et de retour élastique des pièces en tôles minces », *Thèse de Doctorat, UTC*, 2002.
- [Gel02] J-C. Gelin & C. Labergere, « Application of optimal design and control strategies to the forming of thin walled metallic components », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 125-126, pp. 565–572, 2002.
- [Ger92] J.C. Gerdeen & P. Chen, « Geometric mapping method of computer modelling of sheet metal forming », *NUMIFORM'89, Balkema*, pp. 437-444, 1992.

- [Gil00] P.E. Gill, O.L. Jay, M.W. Leonard, L.R. Petzold, V. Sharma « An SQP method for the optimal of large-scale dynamical systems », *Journal of Computational and Applied Mathematics*, V. 120, pp. 197-213, 2000.
- [Guo90] Y.Q. Guo & al. , « Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts », *Int. J. for Num. Methods in Eng.*, V. 30, pp. 1385-1401, 1990.
- [Gou00] Goupy J., « Plans d'expériences: les mélanges », Ed. Dunod/industries et technologies, 2000.
- [Han07a] M. Hannachi, H. Naceur, J.L. Batoz, « Continuum based solid-shell element modeling for the optimization of composite multilayered structures », *I.RE.M.E*, 2007.
- [Han07b] M. Hannachi, « Formulation d'éléments finis volumiques adaptés à l'analyse, linéaire et non linéaire, et à l'optimisation de coques isotropes et composites », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 2007.
- [Ham04] T. Hama, M. Asakawa & A.Makinouchi, « Investigation of factors which cause breakage during the hydroforming of an automotive part », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 150, pp. 10–17, 2004.
- [Han07b] M. Hannachi, H. Naceur, J.L. Batoz, S. Belouettar, « Méthode de surface de réponse pour l'optimisation de structures composites multicouches utilisant les éléments solide-coque », 8ème colloque national en calcul des structures, V.1, pp.533-539, Giens, France 2007.
- [Hin98] K. Hinkelmann, J. Jo, « Linear trend-free Box-Behnken designs », *Journal of statistical planning and inference*, V. 72, pp. 347-354, 1998.
- [Hos83] W. F. Hosford, R. M. Cadell, « Metal forming, Mechanics and metallurgy », prentice Hall, 1983.
- [Hsu03] Q-Ch. Hsu, « Theoretical and experimental study on the hydroforming of bifurcation tube », *Journal of Materials Processing Technology*, V.142, pp. 367–373, 2003.
- [Hwa02] Y-M. Hwang & T. Altan, « Finite element analysis of tube hydroforming processes in a rectangular die », *Finite Elements in Analysis and Design*, V. 39, pp. 1071–1082, 2002.
- [Hwa05] Y-M. Hwang & W-C. Chen, « Analysis of tube hydroforming in a square cross-sectional die », *International Journal of Plasticity*, V. 21, pp. 1815–1833, 2005.
- [Ima04a] M. Imaninejad, G. Subhash & A. Loukus, « Experimental and numerical investigation of free-bulge formation during hydroforming of aluminum extrusions », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 147, pp. 247–254, 2004.
- [Ima04b] M. Imaninejad, G. Subhash & A. Loukus, « Influence of end-conditions during tube hydroforming of aluminum extrusions », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 46, pp. 1195–1212, 2004.
- [Imn05] M. Imaninejad, G. Subhash & A. Loukus, « Loading path optimization of tube hydroforming process », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, V. 45, pp. 1504–1514, 2005.
- [Jai04] N. Jain, J. Wang & R. Alexander, " Finite element analysis of dual hydroforming processes", *Journal of Materials Processing Technology*, V. 145, pp. 59-65, 2004.

- [Jai05] N. Jain & J. Wang, « Plastic instability in dual-pressure tube-hydroforming process », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 47, pp. 1827–1837, 2005.
- [Jan05] M. Jansson, L. Nilsson & K. Simonsson, « On constitutive modeling of aluminum alloys for tube hydroforming applications », *International Journal of Plasticity*, V. 21, 1041–1058, 2005.
- [Jeo04] K. Jeong, K. Sang-Woo, S. Woo-Jin & B-S. Kang, « Analytical approach to bursting in tube hydroforming using diffuse plastic instability », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 46, pp. 1535–1547, 2004.
- [Jir04] S. Jiratharanat, C. Hartl & T. Altan, « Hydroforming of Y-shapes—product and process design using FEA simulation and experiments », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 146, pp. 124–129, 2004.
- [Joh04] K.I. Johnson, B. N. Nguyen, R.W. Davies, G.J. Grant & M.A. Khaleel, « A numerical process control method for circular-tube hydroforming prediction », *International Journal of Plasticity*, V. 20, pp. 1111–1137, 2004.
- [Kan04] S-J. Kang, H-K. Kim & B-S. Kang, « Tube size effect on hydroforming formability », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 151, pp. 294–297, 2004.
- [Kei05] M. Keigler, H. Bauer, D. Harrison & A. K.M. De Silva, « Enhancing the formability of aluminium components via temperature controlled hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 167, pp. 363–370, 2005.
- [Kim02] J. Kim, B.S. Kang & S.M. Hwang, « Preform design in hydroforming by the three-dimensional backward tracing scheme of the FEM », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 130–131, pp. 100–106, 2002.
- [Kim04a] J. Kim, B.S. Kang, S.M. Hwang & H.J. Park, « Numerical prediction of bursting failure in tube hydroforming by the FEM considering plastic anisotropy », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 153–154, pp. 544–549, 2004.
- [Kim04b] T.J. Kim, D.Y. Yang, & S.S. Han, « Numerical modeling of the multi-stage sheet pair hydroforming process », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 151, pp. 48–53, 2004.
- [Kim05] J. Kim, S-W. Kim, W-J. Song & B-S Kang, « Analytical and numerical approach to prediction of forming limit in tube hydroforming », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 47, pp. 1023–1037, 2005.
- [Koç00] M. Koç, T. Allen, S. Jiratharanat & T. Altan, « The use of FEA and design of experiments to establish design guidelines for simple hydroformed parts », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, V. 40, pp. 2249–2266, 2000.
- [Koç01] M. Koç, Y. Aue-u-lan & T. Altan, « On the characteristics of tubular materials for hydroforming—experimentation and analysis », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, V. 41, pp. 761–772, 2001.
- [Koç02a] M. Koç & T. Altan, « Prediction of forming limits and parameters in the tube hydroforming process », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, V. 42, pp. 123–138, 2002.

- [Koç02b] M. Koç & T. Altan, « Application of two dimensional (2D) FEA for the tube hydroforming process », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, V. 42, pp 1285–1295, 2002.
- [Koç03] M. Koç, « Investigation of the effect of loading path and variation in material properties on robustness of the tube hydroforming process », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 133, pp. 276–281, 2003.
- [Kri03] G.T. Kridli, L. Bao & P.K. Mallick & Y. Tian, « Investigation of thickness variation and corner filling in tube hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 133, pp. 287–296, 2003.
- [Kul04] A. Kulkarni, P. Biswas, R. Narasimhan, Alan A. Luo, Raj K. Mishra, Thomas B. Stoughton & Anil K. Sachdev, « An experimental and numerical study of necking initiation in aluminium alloy tubes during hydroforming », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 46, pp. 1727–1746, 2004.
- [Lan04a] L.H. Lang, Z.R. Wang, D.C. Kang, S.J. Yuan, S.H. Zhang, J. Danckert & K.B. Nielsen, « Hydroforming highlights: sheet hydroforming and tube hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 151, pp 165–177 , 2004.
- [Lan04b] Y. Aue-U-Lan, G. Ngaile & T. Altan, « Optimizing tube hydroforming using process simulation and experimental verification », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 146, pp. 137–143, 2004.
- [Lee02] M-Y. Lee, S. Sung-Man, K. Chang-Young & L. Sang-Yong, ” Study on the hydroforming process for automobile radiator support members”, *Journal of Materials Processing Technology*, V. 130–131, pp. 115–120, 2002.
- [Lee05] H. Lee, C.J. Van Tyne & D. Field, « Finite element bending analysis of oval tubes using rotary draw bender for hydroforming applications », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 168, pp. 327–335, 2005.
- [Lei02] L-P. Lei, J. Kim, S-J. Kang & B-S. Kang, « Bursting failure prediction in tube hydroforming processes by using rigid–plastic FEM combined with ductile fracture criterion », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 44, pp. 1411–1428, 2002.
- [Lei03] L-P. Lei, J. Kim, S-J. Kang & B-S. Kang, « Rigid–plastic finite element analysis of hydroforming process and its applications », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 139, pp. 187–194, 2003.
- [Lev04] B.S. Levy, C.J. Van Tyne & J.M. Stringfield, « Characterizing steel tube for hydroforming applications », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 150, pp. 280–289, 2004.
- [Li04] H.Y. Li, X.S. Wang, S.J. Yuan, Q.B. Miao & Z.R. Wang, « Typical stress states of tube hydroforming and their distribution on the yield ellipse », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 151, pp. 345–349, 2004.
- [Lin04] F.C. Lin & C.T. Kwan, « Application of abductive network and FEM to predict an acceptable product on T-shape tube hydroforming process », *Computers and Structures*, V. 82, pp. 1189–1200, 2004.

- [Liu92] S.D. Liu & M.A. Karima, « One step finite element approach for product design of sheet metal stamping », In: J.L CHENOT et al., editors, Proc. NUMIFORM'92, pp. 497-502, A. A Balkema, 1992.
- [Lop89] Lopez Lopez A., « Optimisation de forme de structures minces », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 1989.
- [Luk01] H.U. Luke, Ch. Hartl, T. Abbey, Hydroforming, J. Mater. « Process. Technol ». V. 115, pp 87–91, 2001.
- [Lun04] J. Lundqvist, « Numerical Simulation of Tube Hydroforming, Adaptive Loading Paths », Licentiate thesis, University of Technology, Sweden, 2004.
- [Man02] K. Manabe & M. Amino, « Effects of process parameters and material properties on deformation process in tube hydroforming », Journal of Materials Processing Technology, V. 123, pp. 285–291, 2002.
- [Mar94] Marih M., « Mise en œuvre de l'approximation diffuse et de la méthode des éléments diffus pour la résolution des problèmes de mécanique », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 1994.
- [Mey02] Meyers R.H., Montgomery D.C., « Response surface methodology process and product optimization using designed experiments », John Wiley & sons, Inc., New York, USA, 2nd ed., 2002.
- [Mul83] R. Mullen, T. BELYTSCHKO, « An analysis of an unconditionally stable explicit method », Computers and Structures, Vol. 16, pp. 691-696, 1983.
- [Nac98] H. Naceur, « Contribution a l'optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matérielles », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 1998.
- [Nac06] H. Naceur & M.S. Chebbah, « Response Surface Methodology for the Design of Aluminum Sheet Metal Forming Parameters to Control Springback Effects », 5^{èmes} Journées de Mécanique, JM'05: EMP du 28 au 29 Mars 2006.
- [Nac07] H. Naceur, S. Ben-elechi, J.L. Batoz, C. Knopf-Lenoir, « Response surface methodology for rapid design of aluminium sheet Metal forming parameters », Materials & Design, V. 29, pp. 781-790, 2008.
- [Nay94] B. Nayroles, G. Touzot, P. Villon, « Using diffuse approximation for optimizing the location of anti-sound sources ». Journal of Sound and vibration, V. 171, pp. 1-21, 1994.
- [Nef02] G. Nefussi & A. Combescure, « Coupled buckling and plastic instability for tube hydroforming », International Journal of Mechanical Sciences, V. 44, pp. 899–914, 2002.
- [Nga04a] G. Ngaile, S. Jaeger & T. Altan, « Lubrication in tube hydroforming Part I. Lubrication mechanisms and development of model tests to evaluate lubricants and die coatings in the transition and expansion zones », Journal of Materials Processing Technology. V. 146, pp. 108–115, 2004.
- [Nga04b] G. Ngaile, S. Jaeger & T. Altan, « Lubrication in tube hydroforming Part II. Performance evaluation of lubricants using LDH test and pear-shaped tube expansion test », Journal of Materials Processing Technology, V. 146, pp. 116–123, 2004.

- [Pla05] M. Placak, F. Vollertsen & J. Woitschig, « Analysis, finite element simulation and experimental investigation of friction in tube hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 170, pp. 220–228, 2005.
- [Pow78] M.J.D. Powell, « A fast algorithm for non linearly constrained optimization calculations », *Proceedings of the 1977 Dundee Conference on Numerical Analysis, Lectures Notes in Mathematics*, Springer-Verlag, 1978.
- [Pru99] Pruvost O., « Application de l'approximation diffuse à des problèmes mécaniques linéaires et non linéaires », *Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne*, 1999.
- [Ray04] P. Ray & B.J. Mac Donald, « Determination of the optimal load path for tube hydroforming processes using a fuzzy load control algorithm and finite element analysis », *Finite Elements in Analysis and Design*, V. 41, pp. 173 – 192, 2004.
- [Ray05] P. Ray & B.J. Mac Donald, « Experimental study and finite element analysis of simple X- and T-branch tube hydroforming processes », *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 47, pp. 1498–1518, 2005.
- [Shi02] Y.S. Shin, H.Y. Kim, B.H. Jeon & S.I. Oh, « Prototype tryout and die design for automotive parts using welded blank hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 130-131, pp.121-127, 2002.
- [Shi03] A. Shirayori, S. Fuchizawa, H. Ishigure, M. Narazaki, « Deformation behavior of tubes with thickness deviation incircumferential direction during hydraulic free bulging », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 139, pp. 58-63, 2003.
- [Sie98] K. Siegert, J. Hohnhaus, S. Wagner, « Combination of hydraulic multipoint cushion system and segment-elastic blank holders », *SAE-Paper No. 980077*, 1998.
- [Sie00] K. Siegert, M. Haussermann, B. Losch, R. Rieger, « Recent development in hydroforming technology », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 98, pp. 251–258, 2000.
- [Skl92] M.P. Sklad & B.A. Yungblud, "Analysis of multi-operation sheet forming processes", in *Numerical Methods in Industrial Forming Processes NUMIFORM'92*, pp. 543-548, A. A Balkema, Rotterdam 1992.
- [Sny02] J. A. Snyman, A.M. May, « The Dynamic-Q Optimization Method: An alternative to SQP », *An international Journal Computers and Mathematics with Applications*. V. 44, pp 1589-1598, 2002.
- [Son05] W-J. Song, S-W. Kim, J. Kim & B-S. Kang, « Analytical and numerical analysis of bursting failure prediction in tube hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 164–165, pp. 1618–1623, 2005.
- [Str04] M. Strano & T. Altan, « An inverse energy approach to determine the flow stress of tubular materials for hydroforming applications », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 146, pp. 92–96, 2004.
- [Sun02] K. Sungtae & K. Youngsuk, « Analytical study for tube hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 128, pp. 332-239, 2002.

- [Thi99] S. Thiruvarudchelvan & W. Lewis, « A note on hydroforming with constant fluid pressure », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 88, pp. 51–56, 1999.
- [Tra02] K. Trana, « Finite element simulation of the tube hydroforming process—bending, preforming and hydroforming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 127, pp. 401–408, 2002.
- [Tze03] Y.F. Tzeng, F.C. Chen, « A simple approach for robust design of high-speed electrical-discharge machining technology », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, V. 43, pp. 217-227, 2003.
- [Vil91] Villon P., « Contribution à l'optimisation », Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 1991.
- [Vol02] F. Vollertsen & M. Plancak, « On possibilities for the determination of the coefficient of friction in hydroforming of tubes », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 125-126, pp. 412–420, 2002.
- [Wan04] Z.R. Wang, B.G. Teng, S.J. Yuan, L.H. Lang, Z.J. Wang, « Simulation of some cases of hydroforming and viscous pressure forming », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 150, pp. 25–29, 2004.
- [Yan01a] J-B. Yang, B-H. Jean & S-I. Oh, « Design sensitivity analysis and optimization of the hydroforming process », *Journal of Materials Processing Technology*, V. 113, pp. 666–672, 2001.
- [Yan01b] J-b. Yang, B-h. Jeon & S-I. Oh, « The tube bending technology of a hydroforming process for an automotive part », *Journal of Materials Processing Technology*, V.111, pp. 175–181, 2001.

Modèle axisymétrique pour l'hydroformage en Al

La formulation non linéaire de la méthode inverse en axisymétrie développée dans ce travail est basée sur les hypothèses suivantes:

- discrétisation de la surface moyenne de tube final par des éléments fini de coque tronconique à deux nœuds *CAXI_K* [Bat92], on tient compte des effets de membrane et de flexion ;
- tube initial cylindrique;
- Les actions des outils sont représentées par des pressions nodales sans frottements;
- grandes déformations logarithmiques avec incompressibilité;
- état de contraintes planes;
- évolution radiale des contraintes permettant d'utiliser une loi de comportement elasto-plastique intégrée de type *Hencky-Hill*;
- Résolution des systèmes d'équations non linéaires par la méthode de Newton-Raphson (méthode statique implicite).

1. Mesure des déformations

1.1. Relations cinématique

La figure A.1 présente la cinématique d'un tube axisymétrique à paroi mince, dans la configuration initial C^0 est supposée cylindrique et la configuration final C est une coque de révolution. La composante U (supposée connue: \bar{U}) du vecteur déplacement (\vec{U}_p) d'un point matériel p sur la surface moyenne est :

$$U = \vec{u}_p \cdot \vec{k} = \bar{U} \quad (\text{A. 1})$$

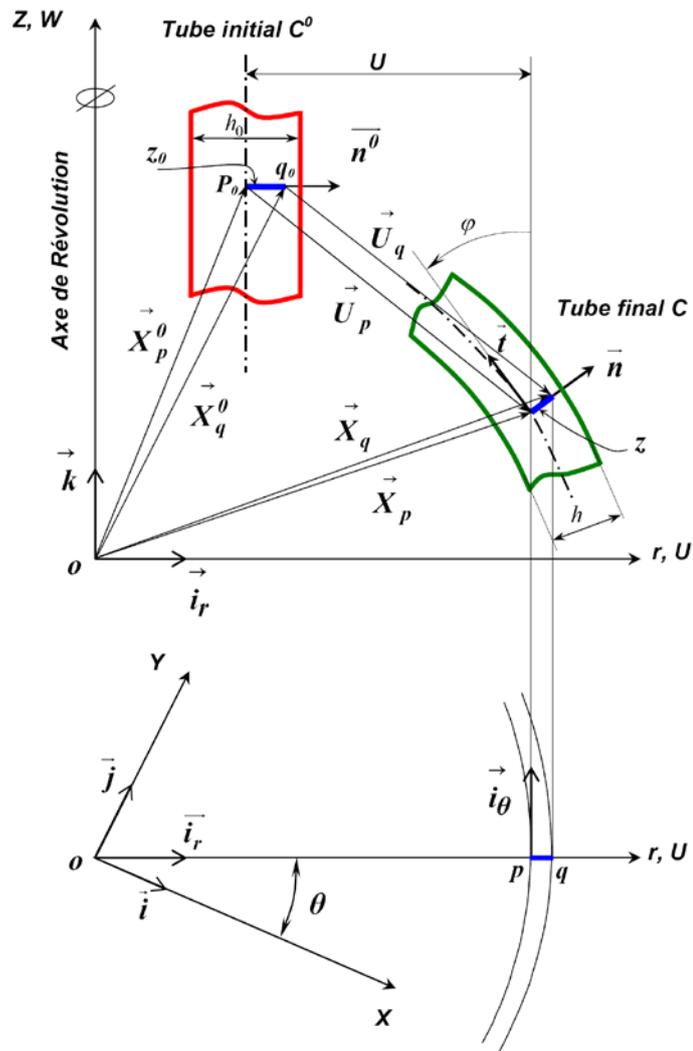


Figure A.1 : Cinématique d'un tube axisymétrique à paroi mince.

Le vecteur position d'un point matériel q , dans la configuration finale C (tube final) est défini en fonction du vecteur position d'un point matériel p sur la surface moyenne et du vecteur normal \vec{n} en ce point (figure A.1).

$$\vec{X}_q = \vec{X}_p + z\vec{n} \quad (\text{A. 2})$$

Soit un point matériel q^0 appartenant à la configuration C^0 , il peut être exprimé par rapport au point p situé sur la surface moyenne de C (Figure A.1) :

$$\vec{X}_q^0 = \vec{X}_p^0 + z^0\vec{n}^0 \quad (\text{A. 3})$$

Et comme: $\vec{X}_p = \vec{X}_p^0 + \vec{U}_p$

Alors: $\vec{X}_q^0 = \vec{X}_p - \vec{U}_p + z^0\vec{n}^0 \quad (\text{A. 4})$

1.2. Déformations logarithmiques

Le tenseur gradient de déformations aux points q^0 et q référencés par rapport à la configuration finale connue C sont définis par les équations (A. 5) et (A. 6):

$$\{dX_q^0\} = [F_s^0]^{-1} \{dS\} \quad (\text{A. 5})$$

$$\langle dS \rangle = \langle ds \, r \, d\theta \, dz \rangle$$

$$\text{avec: } [F_s^0]^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} \vec{i} - u_{p,s} & \vec{i}_\theta - \frac{1}{r}u_{p,\theta} & \frac{1}{\lambda_z}\vec{n}^0 \\ 1 - u_{,s} & 0 & \frac{n_r^0}{\lambda_z} \\ 0 & 1 - \left(\frac{u \cdot \cos \phi - w \cdot \sin \phi}{r} \right) & 0 \\ -w_{,s} & 0 & \frac{n_z^0}{\lambda_z} \end{array} \right]$$

où: $\lambda_3 = \frac{h}{h^0} = \frac{z}{z^0} = \frac{dz}{dz^0}$ est l'élongation d'épaisseur supposée constante à travers l'épaisseur.

$$\{dX_q\} = [F_s] \{dS\} \quad (\text{A. 6})$$

$$\text{avec: } [F_s] = \left[\begin{array}{ccc} \vec{i} + zn_{,s} & \vec{i}_\theta + \frac{z}{r}n_{,\theta} & \vec{n} \end{array} \right]$$

De (A. 5) et (A. 6) le tenseur gradient de déformation inverse décrivant le mouvement de q^0 à q est obtenu:

$$\{dX_q^0\} = [F_s^0]^{-1} [F_s]^{-1} \{dX_q\} = [F]^{-1} \{dX_q\} \quad (\text{A.7})$$

où: $[F_s^0]^{-1}$ et $[F_s]^{-1}$ représentent les contributions de membrane et de flexion respectivement.

On définit l'inverse du tenseur de Cauchy Green gauche $[B]$ par:

$$\langle dX_q^0 \rangle \langle dX_q^0 \rangle = \langle dX_q \rangle [B]^{-1} \langle dX_q \rangle \quad (\text{A.8})$$

en utilisant (A.7) on aura:

$$[B]^{-1} = [F]^{-T} [F]^{-1} \quad (\text{A.9})$$

Le tenseur $[F_s]$ donné par (A. 6) peut être écrit en fonction du tenseur de courbure et de la matrice de passage local-global $[Q]$:

$$[F_s]^{-1} = ([I] + z[b_1])^{-1} [Q]^{-1} \quad (\text{A.10})$$

avec : $[Q] = \begin{bmatrix} \vec{t} & \vec{i}_\theta & \vec{n} \end{bmatrix}$ est la matrice de passage local-global.

et: $[b_1]$ est le tenseur de courbure tel que;

$$[b_1] = \begin{bmatrix} -\rho_s & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi_{,s} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sin \phi}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{t} \cdot \vec{n}_{,s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \vec{i}_\theta \cdot \vec{n}_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le tenseur de Cauchy-Green gauche inverse $[B]^{-1}$ devient :

$$[B]^{-1} = [F]^{-T} [F]^{-1} = [Q] [B_z]^{-1} [Q]^T \quad (\text{A. 11})$$

avec : $[B_z]^{-1} = ([I] + z[b_1])^{-T} [B_0]^{-1} ([I] + z[b_1])^{-1}$

$[B_0]^{-1}$: est l'inverse du tenseur de Cauchy-Green gauche du modèle de membrane. Il s'exprime sous la forme :

$$[B_0]^{-1} = [F_s^0]^{-T} [F_s^0]^{-1} = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & 0 \\ 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z^{-2} \end{bmatrix}$$

avec :

$$a_0 = (1 - u_{,s})^2 + w_{,s}^2$$

$$b_0 = \left(1 - \frac{u \cdot \cos \phi - w \cdot \sin \phi}{r}\right)^2$$

Les valeurs propres de $[B_z]^{-1}$, λ_s^{-2} et λ_θ^{-2} , donnent les deux élongations principales dans la paroi de tube ou le plan de la tôle :

$$\begin{Bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda_s^0(1 - z\rho_s) \\ \lambda_\theta^0(1 - z\rho_\theta) \end{Bmatrix} \quad (\text{A. 12})$$

Ainsi dans le repère local de C, on obtient les déformations logarithmiques suivantes :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ln \lambda_s \\ \ln \lambda_\theta \end{Bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

L'élongation d'épaisseur λ_z est calculée en utilisant l'hypothèse d'incompressibilité :

$$\lambda_z = (\lambda_s \cdot \lambda_\theta)^{-1} \quad ; \text{ à } z = 0 \quad (\text{A.14})$$

L'épaisseur final est donné par :

$$h = \lambda_z h_0 \quad (\text{A.15})$$

2. Mesure des contraintes

Comme dans le cas tridimensionnelle (chapitre 2), pour exprimer les contraintes totales de Cauchy en fonction des déformations logarithmiques, en tenant compte de l'incompressibilité et du comportement élasto-plastique anisotrope transverse du matériau, nous considérons le critère de Hill dans le cas des contraintes planes [Hos83] qui donné par:

$$f = \overline{\sigma}^2 - \overline{\sigma}_y^2 = 0 \quad (\text{A.16})$$

où $\overline{\sigma}_y$ est la limite élastique et $\overline{\sigma}$ est la contrainte équivalente tel que:

$$\overline{\sigma} = (\sigma_s^2 + \sigma_\theta^2 - \frac{2\overline{R}}{1+\overline{R}}\sigma_s\sigma_\theta)^{1/2} \quad (\text{A.17})$$

Le critère de Hill peut se mètre aussi sous la forme matricielle suivante:

$$f = (\langle \sigma \rangle [P] \{\sigma\}) - \overline{\sigma}_y^2 = 0 \quad (\text{A.18})$$

avec $\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_s \ \sigma_\theta \rangle$ est le vecteur de contrainte de Cauchy méridienne et circonférentielle (cas de l'axisymétrique). La matrice $[P]$ est exprimé par:

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & -\overline{\nu} \\ -\overline{\nu} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \overline{\nu} = \frac{\overline{R}}{1+\overline{R}} \quad (\text{A.19})$$

$\overline{R} = \frac{1}{4}(r_0 + 2r_{45} + r_{90})$ est le coefficient d'anisotropie moyen de Lankford.

Les coefficients d'anisotropie r_0, r_{45}, r_{90} sont les rapports des taux de déformation $D_{22}(\alpha), D_{33}(\alpha)$ mesurés expérimentalement dans les directions transverse et normale (épaisseur) pour différents angles α ($0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$) par rapport à la direction de traction.

En utilisant l'hypothèse du chargement radial et la théorie de la déformation plastique totale (théorie de plasticité d'Hencky), la loi de normalité peut être intégrée pour donner la relation entre les déformations plastiques principales et les contraintes de Cauchy:

$$\{\varepsilon^p\} = \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}} [P] \{\sigma\} = [H^p]^{-1} \{\sigma\} \quad (\text{A.23})$$

avec $\langle \varepsilon^p \rangle = \langle \varepsilon_s^p \quad \varepsilon_\theta^p \rangle$ et $\bar{\varepsilon}^p = (\langle \varepsilon^p \rangle [P]^{-1} \{\varepsilon^p\})^{1/2}$.

Les déformations élastiques sont données par :

$$\{\varepsilon^e\} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \{\sigma\} = [H^e]^{-1} \{\sigma\} \quad (\text{A.24})$$

où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.

Les déformations totales s'expriment en fonction des déformations élastiques et plastiques par la relation suivante:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^p\} + \{\varepsilon^e\} \quad (\text{A.25})$$

Ainsi on obtient les contraintes totales suivantes:

$$\{\sigma\} = ([H^e]^{-1} + \frac{1}{E_t} [P])^{-1} \{\varepsilon\} \quad (\text{A.26})$$

avec : $E_t = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}^p} = \frac{E \cdot E_s}{E - E_s}$ est le module tangent et $E_s = \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon}$ est le module sécant, voire la

figure 2.9.

3. Éléments axisymétrique CAXI_K

La recherche d'un champ de déplacement et de contraintes, tels que la configuration finale C soit en équilibre, est obtenue en discrétisant la surface moyenne de la forme finale par un ensemble d'éléments finis de coques axisymétriques tel que:

$$W = \sum_{\text{éléments}} (W_{int}^e - W_{ext}^e) = 0 \quad (\text{A.27})$$

où W_{int}^e et W_{ext}^e représentent les travaux virtuels interne et externe élémentaires.

Dans ce travail notre choix a été porté sur l'élément fini de coque tronconique CAXI_K [Bat92] à deux nœuds et deux déplacements U et W et une rotation par nœuds (figure A. 2),

qui prend en compte les effets de membrane et de flexion. Dans ce qui suit nous présentons une brève description de cet élément.

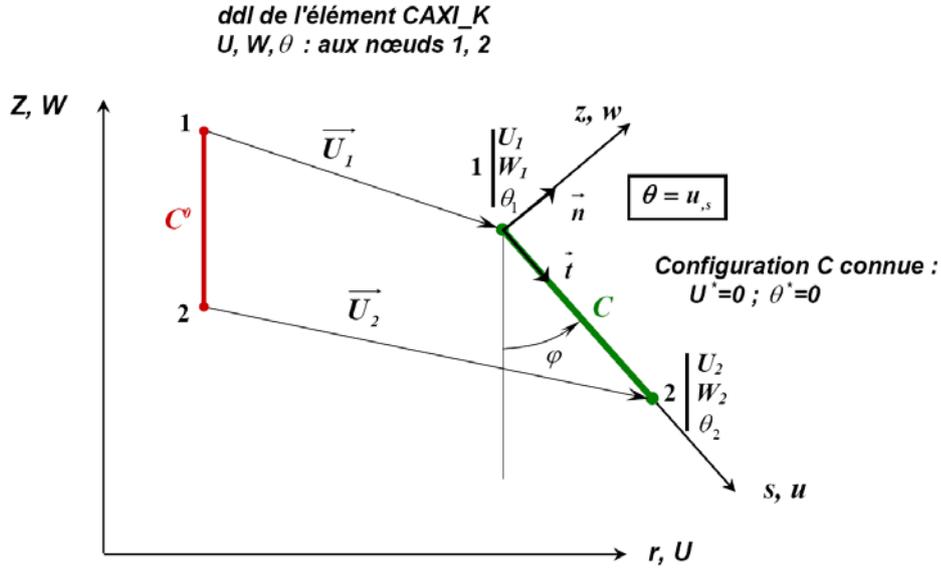


Figure A.2 : Élément de coque tronconique dans les configurations initiale et finale.

3.1. Approximation des déplacements et déformations

Les déplacements virtuels concédérés sont: $\langle u_n \rangle = \langle u_1 \ w_1 \ u_2 \ w_2 \rangle$.

Les composantes curvilignes $u(s)$ et $w(s)$ sont définies par des approximations linéaires et cubiques respectivement.

Les déformations virtuelles de membrane s'expriment en fonction des déplacements virtuels u^* et w^* , suivant les directions s et z , comme suit:

$$\langle e^* \rangle = \langle u_{,s}^* \ \frac{1}{r}(u^* \cos \phi - w^* \sin \phi) \rangle; \quad \{e^*\} = [B_m] \{u_n^*\} \quad (\text{A.28})$$

$$[B_m] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \vdots & \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{r} N_1^L C & -\frac{1}{r} N_1^C S & \vdots & \frac{1}{r} N_2^L C & -\frac{1}{r} N_2^C S \end{bmatrix}; \quad C = \cos \phi, S = \sin \phi$$

$$N_1^L = 1 - \frac{s}{L}; \quad N_2^L = \frac{s}{L}$$

$$N_1^C = \left(1 - \frac{S}{L}\right)^2 \left(1 + 2\frac{S}{L}\right); \quad N_2^C = \left(\frac{S}{L}\right)^2 \left(3 - 2\frac{S}{L}\right)$$

1. Nous pouvons exprimer les courbures virtuelles de flexions comme suit :

$$\langle \chi^* \rangle = \left\langle -w_{,ss}^* - \frac{\cos\phi}{r} w_{,s}^* \right\rangle; \quad \{\chi^*\} = [B_f] \{u_n^*\} \quad (\text{A.29})$$

avec :

$$[B_f] = \begin{bmatrix} 0 & -N_{1,ss}^C & \vdots & 0 & -N_{2,ss}^C \\ 0 & -\frac{C}{r} N_{1,s}^C & \vdots & 0 & -\frac{C}{r} N_{2,s}^C \end{bmatrix}, \quad C = \cos\phi; \quad S = \sin\phi$$

2. Les déformations virtuelles dans une coque mince sont composées d'une partie de membrane et d'une partie de flexion :

$$\langle \varepsilon^* \rangle = \langle e^* \rangle + z \langle \chi^* \rangle \quad (\text{A.30})$$

avec: $\langle e^* \rangle$ et $z \langle \chi^* \rangle$ sont les déformations virtuelles de membranes et de flexions respectivement.

En utilisant les équations (A.28), (A.29) et (A.30), on trouve les approximations des déformations :

$$\{\varepsilon^*\} = ([B_m] + z[B_f]) \{u_n^*\} \quad (\text{A.31})$$

Les déplacements virtuels globaux peuvent être transformés dans le repère local :

$$\{u^*\} = [T] \{U_n^*\} \quad (\text{A.32})$$

avec:

$$[T] = \begin{bmatrix} C & -S & 0 & 0 \\ S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & -S \\ 0 & 0 & S & C \end{bmatrix}, \quad C = \cos\phi; \quad S = \sin\phi$$

3.2. Vecteur des forces internes

Soit un élément tronconique dans la configuration finale C associée au repère local $(\vec{t}, \vec{i}_\theta, \vec{n})$.

Le travail virtuel interne élémentaire W_{int}^e est donné par:

$$W_{int}^e = \int_{V^e} \langle \varepsilon^* \rangle \{\sigma\} dV \quad (\text{A.33})$$

avec :

$\langle \varepsilon^* \rangle = \langle \varepsilon_s^* \quad \varepsilon_\theta^* \rangle$: le vecteur des déformations virtuelles méridiennes et circonférentielle ;

$\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_s \quad \sigma_\theta \rangle$: contrainte de Cauchy méridienne et circonférentielle;

$dV = 2\pi r ds dz$: est l'élément de volume associé au repère local.

En utilisant les équations (A. 31), (A. 32) et (A. 33), nous pouvons écrire :

$$W_{int}^e = \langle U_n^* \rangle \{F_{int}^e\} \quad (A.34)$$

$\langle U_n^* \rangle = \langle U_1^* \quad W_1^* \quad U_2^* \quad W_2^* \rangle$: Les déplacements dans le repère global, les rotations virtuelle θ_1^* et θ_2^* sont nulles puisque les déplacements radial des nœuds sont connues ($\theta^* = -u_{,s}^*$).

avec :

$$\{F_{int}^e\} = 2\pi [T]^T \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} ([B_m]^T + z[B_f]^T) \{\sigma\} r dz ds$$

$$ds = \frac{L}{2} d\xi \quad ; \quad -1 \leq \xi \leq 1$$

$$dz = \frac{h}{2} d\zeta \quad ; \quad -1 \leq \zeta \leq 1$$

En effectuant une intégration à travers l'épaisseur, nous pouvons écrire :

$$\{F_{int}^e\} = \pi L [T]^T \int_{-1}^1 ([B_m]^T \{N\} + [B_f]^T \{M\}) r d\xi \quad (A.35)$$

où $\{N\}$ est le vecteur des efforts normaux et $\{M\}$ le vecteur des moments de flexion.

avec :

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \end{Bmatrix} = \frac{h}{2} \int_{-1}^1 \{\sigma\} d\zeta ;$$

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_s \\ M_\theta \end{Bmatrix} = \frac{h^2}{4} \int_{-1}^1 \{\sigma\} \zeta d\zeta$$

3.3. Vecteur des forces externes

En approche inverse la composante radiale est connue ($U = (r_C - r_{C^0})$). Il en résulte une réaction radiale R_r . Le chargement en hydroformage se produit par une pression qui se traduit en EF par une pression nodale P^i normale à la paroi de tube pour chaque nœud, on peut définir le vecteur des forces externes par:

$$\{F_{ext}^i\} = \begin{Bmatrix} R_r^i \\ F_z^i \end{Bmatrix} = P^i \begin{Bmatrix} n_r^i \\ n_z^i \end{Bmatrix} \quad (A.36)$$

avec : - $\{F_{ext}^i\}$: est le vecteur forces externe au nœud i ;

- $\langle n_r^i \ n_z^i \rangle$ est la normale moyenne à la paroi de tube final au nœud i .

L'équilibre en un nœud i dans le repère global permet d'écrire :

$$\begin{Bmatrix} F_{r(int)}^i \\ F_{z(int)}^i \end{Bmatrix} = P^i \begin{Bmatrix} n_r^i \\ n_z^i \end{Bmatrix} \quad (A.37)$$

ce qui nous donne :

$$P^i = \langle n_r^i \ n_z^i \rangle \begin{Bmatrix} F_{r(int)}^i \\ F_{z(int)}^i \end{Bmatrix} \quad (A.38)$$

3.4. Matrice tangente

La matrice tangente élémentaire peut être obtenue en exprimant la variation de l'expression du travail virtuel.

$$\Delta W^e = \langle U_n^* \rangle \left[\frac{\partial \{R^e\}}{\partial \{U\}} \right] \{\Delta U_n\} = \langle U_n^* \rangle [K_T^e] \{\Delta U_n\} \quad (A.45)$$

Où $\{R^e\}$ le vecteur résidu élémentaire tel que:

$$\{R^e\} = \{F_{int}^e\} - \{F_{ext}^e\} \quad (A.46)$$

qui conduit à définir:

$$[K_T^e] = [K_{int}^e] - [K_{ext}^e] \quad (A.47)$$

RESUME:

L'hydroformage fait partie de nombreux procédés de mise en forme où la modélisation numérique joue un rôle important dans la conception de pièces industrielles complexes, ceci aussi bien au niveau de l'avant-projet qu'au niveau vérification de la faisabilité du produit. Les approches incrémentales sont largement utilisées dans les codes dédiés à la simulation numérique de mis en forme de tôles minces, ces méthodes permettent d'obtenir des résultats précis mais en des temps de calcul conséquents. L'objectif de notre travail est la modélisation et l'optimisation rapides du procédé d'hydroformage de tubes en utilisant une approche simplifiée basée sur le calcul rapide en un seul pas. Couplée à une procédure d'optimisation basée sur la méthode de surface de réponse basée sur l'approximation diffuse et d'un algorithme de programmation mathématique séquentielle, l'approche inverse développée dans le cadre de notre thèse s'avère très intéressante et constitue actuellement, la seule alternative possible pour l'optimisation de paramètres d'hydroformage à coût raisonnable du point de vue industriel.

Les applications traitées dans notre thèse, mettent en évidence la compétitivité de la méthodologie développée en terme de temps de calcul avec une bonne qualité des résultats.

MOTS-CLES : Hydroformage de Tubes, Élément Fini, Approche Inverse, Surface de Réponse.

ABSTRACT:

Hydroforming process is one of a set of forming processes where the numerical modeling plays an important role in the design of complex industrial parts, in both preliminary design stage and during product feasibility validation. Incremental techniques are widely used within industrial softwares which are dedicated for the numerical simulation of sheet metal forming. These methods allow obtaining accurate results but the computing time still being not affordable. The aim of our work is the fast modelling and optimization of tube hydroforming process using a OneStep inverse approach (IA), coupled with an optimization procedure based on the RSM based on diffuse approximation and a Sequential Quadratic Programming method. The model developed based on the IA in our thesis is efficient and seems currently the only possible alternative for the fast optimization of hydroforming process parameters which still being affordable from the industrial point of view. The studied applications in our thesis show the efficiency of the proposed methodology, in terms of computing time, and the good quality of the obtained results.

KEYWORDS: Tube Hydroforming, Finite Element, Inverse Approach, Response Surface.

ملخص:

التشكيل الهيدروليكي هو أحد الطرق المستخدمة في تشكيل المعادن حيث المحاكاة الرقمية تلعب دوراً مهماً في مرحلة الدراسة الأولية للقطع الصناعية المعقدة كما هو الحال في إمكانية عملية التشكيل. المناهج عديدة الخطى كثيرة الاستخدام في البرامج المسخرة للمحاكاة الرقمية لتشكيل الصفائح المعدنية، هذه الطرق تسمح بالحصول على نتائج دقيقة لكن في زمن حساب معتبر.

الهدف من هذا العمل هو المحاكاة و الحصول على الحل الأمثل بطريقة سريعة لعملية التشكيل الهيدروليكي للأنابيب وذلك باستخدام منهج مبسط يعتمد على الحساب السريع بخطوة واحدة. إضافة إلى طريقة الحل الأمثل باستخدام طريقة سطوح الاستجابة و متوالية خوارزمية من نوع SQP. المقاربة العكسية المقترحة تعتبر هامة جداً وتشكل حالياً البديل الوحيد الممكن لإيجاد أفضل الحلول لمشاكل التشكيل الهيدروليكي بثمن معقول من وجهة النظر الصناعية. التطبيقات المحققة في هذه الأطروحة، تأخذ بالحسبان القدرة التنافسية للمنهجية المتبعة من ناحية زمن الحساب و النوعية الجيدة للنتائج المحصل عليها.