

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

MEMOIRE

Présenté

**AU DEPARTEMENT DE MECANIQUE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
UNIVERSITE DE BATNA**

Pour l'obtention du diplôme de

**MAGISTERE EN GENIE MECANIQUE
Option : Energétique**

**Par
SALHI HICHAM**

ETUDE NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DE NANOFLUIDE DANS LES ENCEINTES

Soutenu le2009

Zegadi Rabeh	Pr. Univ. Sétif	Président
Abdelhamid Chaouki	M.C. Univ. Batna	Rapporteur
Siameur Mohamed	Pr. Univ. Batna	Co- Rapporteur
Bougriou Cherif	M.C. Univ. Batna	Examineur
Benbia Makhoulf	M.C. Univ. Batna	Examineur

Remerciements

Nous tenons à remercier:

Au terme des années de préparation de mémoire de magistère, je tiens à remercier chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail:

Je remercie également Professeur SIAMEUR Mohamed pour la qualité du sujet, son support et les orientations durant toute la réalisation de ce mémoire par ses conseils qui m'ont appris la patience.

Docteur ABDELHAMID Chaouki , mon directeur de mémoire, pour la confiance qu'il m'a accordée..

Professeur ZEGADI Rabeh de l'université de Sétif de m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Docteur Bougriou Cherif et Benbia Makhlouf de l'université de Batna qui ont accepté de juger ce travail

DEDICACES

Je Dédie ce modeste Travail :

- *A mes parents.*
 - ✓ *A mes frères et mes sœurs.*
 - ✓ *A toute ma famille et à mes amis.*

.....SALHI HICHAM....

Nomenclature	1
Introduction générale	3

Chapitre I: Généralités et synthèse bibliographique

I.1. Notions sur la convection	6
I.1.1. Définition	6
I.1.2. Type de convection	6
I.1.3. La convection naturelle	7
I.2. Les nanofluides	8
I.3. Techniques de fabrication	8

Chapitre II : Modèle mathématique

II.1. Configuration étudiée	16
II.2. Hypothèses simplificatrices	16
II.3. Equations gouvernantes	17
II.4. le dimensionnement des équations de conservation	18
II.5. Equation générale de conservation	19
II.5.1. Equation de transport	19
II.6. Le nombre de <i>Nusselt</i>	21
II.7. Les conditions initiale et aux limites	21
II.7.1. Condition initiale	21
II.7.2. Conditions aux limites	22

Chapitre III : Modélisation numérique

III.1. Principe de la méthode des volumes finis	23
III.2. Maillage	24
III.3. La discrétisation	25
III.3.1. Discrétisation des différents termes de l'équation de transport	25
III.3.1.1. Terme convectif suivant X	25
III.3.1.2. Terme convectif suivant Y	26
III.3.1.3. Terme diffusif suivant X	26
III.3.1.4. Terme diffusif suivant Y	26
III.3.1.5. Terme source	27
III.3.2. Schéma hybride (HDS)	27
III.3.3. Discrétisation de l'équation de Poisson	28
III.4. Résolution des systèmes d'équations linéaires (méthode de Jacobi)	29
III.5. Le choix du maillage	30
III.6. Structure du programme	31

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Introduction	36
IV.2. Les paramètres utilisés	37
IV.3. Validation du programme numérique	38
IV.4. les résultats et discussions	41
IV.4.1. source de chaleur située au milieu de la paroi droite	41
IV.4.2. source de chaleur située au milieu de l'enceinte	47
IV.4.3 deux sources de chaleur situées au milieu des parois	53
IV.4.4. Profils des températures	59

IV.4.4.1 pour le nanofluide TiO_2	59
IV.4.4.2 pour le nanofluide Ag	62
IV.4.5. variation de nombre de Nusselt	65
Conclusion générale	67
Références bibliographiques	68

Nomenclature

Symboles Latins:

Propriétés	Signification	Unité (S.I)
C_p	Chaleur spécifique du fluide à pression constante.	$J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$
g	Accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
H	la taille de l'enceinte	m
H	Coefficient de transfert de chaleur par convection	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
S_ϕ	Terme source	Sans dimension
T	Température adimensionnelle	Sans dimension
u, v	Composantes du vecteur vitesse	$m \cdot s^{-1}$
U, V	Composantes adimensionnelles du vecteur vitesse	Sans dimension
x, y	Cordonnées cartésiennes	m
X, Y	Cordonnées cartésiennes Adimensionnelles	Sans dimension

Symboles grecs:

α	Diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ν	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
μ	viscosité dynamique	$N \cdot s \cdot m^{-2}$
Γ	Coefficient de diffusion	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	Masse volumique	$Kg \cdot m^{-3}$
ϕ	Variable intervenant dans l'équation de transport	Sans dimension
β	Coefficient de dilatation cubique du fluide à pression constante	K^{-1}
Ω	Vorticité adimensionnelle	Sans dimension
Ψ	Fonction de courant adimensionnelle	Sans dimension
θ	Température	K
φ	Fraction volumique	Sans dimension

Nombres adimensionnels:

Pr	Nombre de <i>Prandtl</i> : $Pr = \nu/\alpha$	Sans dimension
Ra	Nombre de <i>Rayleigh</i> : $Ra = g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot H^3 / \nu \cdot \alpha$	Sans dimension
Nu	Nombre de <i>Nusselt</i>	Sans dimension

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs des procédés industriels, etc.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes gérant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides impliqués (propriétés physico-chimiques).

Chronologiquement, bien que les idées d'amélioration aient touché surtout la géométrie des systèmes, et la nature physico-chimique des milieux convectifs, les travaux n'ont touché que l'ordre macroscopique ou parfois microscopique du processus. Mais avec l'apparition et le développement rapide des nanosciences et nanotechnologies pendant la deuxième moitié du 20^{ème} siècle, la convection a pris une grande part de cette nouvelle richesse, et a pris un autre aspect de perfectionnement : c'est au niveau nanométrique de la matière du milieu convectif que les récents travaux ont été concentrés.

Les nanofluides sont alors l'un des fruits d'une telle richesse. Dotés de propriétés physico-chimiques particulières et intéressantes telle que leur importante conductivité thermique, les nanofluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par les autres caloporteurs. Les études menées dans cette nouvelle direction ont fourni une riche bibliographie, mais très variée : bien qu'en majorité ils sont assez positifs

INTRODUCTION GENERALE

Finalement, comprendre finement le comportement des nanofluides, et donner des formules ou des corrélations universelles qui les décrivent, rendra possible de les intégrer dans différentes sortes d'échangeurs de chaleurs dans divers secteurs technologiques et industriels, visant toujours une meilleure efficacité.

Dans le présent travail, nous étudions la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée remplie de nanofluides. Notre objectif est de comprendre l'effet du nanofluide sur le mécanisme de la convection naturelle dans les enceintes. Dans ce contexte, nous avons développé notre **propre code de calcul** et mener une étude paramétrique regardant les paramètres thermo-mécaniques et géométriques.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$) et pour différentes positions de source de chaleur avec différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\phi=0$) et pour les nanofluide (Ag et TiO_2 , ϕ égale à 0.1, 0.2). Le travail présenté dans ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre, présente la théorie générale de la convection thermique naturelle, puis on citera quelques travaux numériques et expérimentaux menés en convection utilisant respectivement les fluides conventionnels et les nanofluides.

Le modèle physique choisi, à savoir les équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées constituent le contenu du deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis, sa mise en oeuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que le choix du maillage adéquat.

On rassemble dans le chapitre quatre la validation de notre programme de calcul ainsi que les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats de cette étude paramétrique sont également présentés.

INTRODUCTION GENERALE

Enfin, une conclusion générale, qui résume les principaux résultats obtenus, est donnée à la fin du mémoire. Quelques recommandations pour les études futures sont également formulées.

chapitre I

Généralités et synthèse bibliographique

I.1. Notions sur la convection :***I.1.1. Définition :***

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes.

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes, L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement

I.1.2. Type de convection :

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement

Aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée.

Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

1.1.3. La convection naturelle :

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due à la non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

Pour formaliser la convection naturelle, il faut décrire le couplage des champs de température, de pression et de vitesse à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie.

I.2. Les nanofluides :

Les nanofluides sont des solutions colloïdales composées des particules de taille nanométrique en suspension dans un fluide conventionnel.

Un fluide conventionnel est tout corps qui n'est pas à l'état solide, donc constitué d'une seule phase : liquide ou gazeux ; à savoir : l'eau, l'alcool, les fluides frigorigènes, l'air et les différents gaz, etc.

Le terme « nanofluide » a été proposé par *Choi* [1] en 1995 dans le laboratoire national d'Argonne. Le fluide de base est généralement de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol(EG). Les nanoparticules sont des fines particules nanométriques : leur diamètre est de quelques nanomètres (<50nm) et sont fabriqués à base d'oxydes métalliques comme le trioxyde d'Aluminium (Al_2O_3), le dioxyde de Titane (TiO_2), l'oxyde de Cuivre(CuO),

I.3. Techniques de fabrication :

La fabrication des nanoparticules est une industrie nécessitant une technologie très précise, vu la taille et les différentes formes exigées par les expérimentateurs pour avoir plus d'études de cas, et la nécessité de certains traitements chimiques de surface pour les maintenir en suspension.

La préparation des Nanofluides doit tenir compte surtout d'une suspension stable et durable et une agglomération minimale des nanoparticules, et doit assurer qu'elles n'entrent pas en échange chimique avec le fluide de base.

Les nanofluides ont connu beaucoup d'applications dans l'industrie ce qui a incité plusieurs recherches notamment expérimentales.

Wen et Ding [2] ont adopté une procédure expérimentale similaire dans un tube circulaire chauffé uniformément, mais avec des nanoparticules de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3) de 27-56 nm de diamètre figure(1)

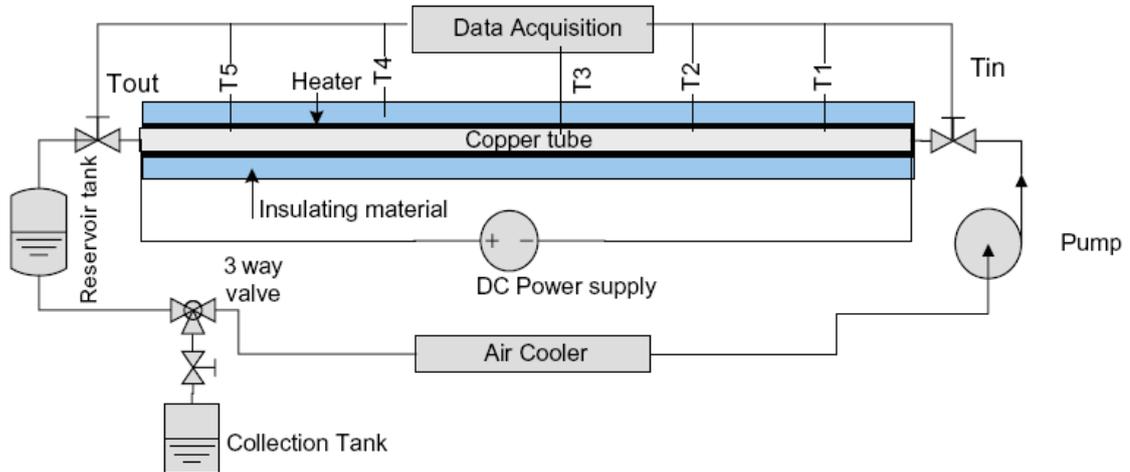


Figure .1 : expérience de Wen et Ding

L'utilisation du nanofluide a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur en régime laminaire, et ce en augmentant le nombre de Reynolds et la concentration du nanofluide :

L'augmentation du transfert de chaleur convectif est particulièrement importante dans la zone d'entrée puis décroît axialement et la longueur de développement est plus grande que celle pour un fluide conventionnel et croit encore plus avec la concentration en nanoparticules.

L'allure du coefficient de transfert en fonction du nombre de *Reynolds*, pour différentes concentrations a été bien proche de celle de l'équation de Shah et de l'équation de *Dittus-Boelter* pour la zone d'entrée, alors que ses valeurs ont été plus différentes pour le reste de la distance axiale du tube.

Tsai et coll [3] ont choisi l'or (Au) comme matériau des nanoparticules de plusieurs tailles qui seront contenues dans l'eau, le nanofluide est donc chauffé dans un évaporateur pour alimenter un tube circulaire inclinable, puis condensé dans un condenseur pour retourner de nouveau dans l'évaporateur.

Les résultats ont montré une réduction importante de la résistance thermique du nanofluide, et surtout une variation de cette résistance avec la taille des nanoparticules pour une position verticale du tube, elle est entre 0.17 et 0.215 °C/W selon la taille.

Ding et coll [4] ont dispersé des nanotubes de carbone (CNT) dans l'eau et la stabilité de leur suspension a été assurée par forte homogénéisation par méthode de cisaillement, en présence de gomme arabique. Le nanofluide obtenu a été chauffé uniformément dans un tube circulaire horizontal.

Les résultats expérimentaux ont montré une augmentation significative du coefficient de transfert thermique le long du tube, et ce pour différentes valeurs croissantes de concentrations en nanotubes pour atteindre une augmentation de 350% pour 0.5% de CNT et à $Re = 800$; et sa représentation a montré un pic maximal au niveau d'une certaine distance axiale, Quand à sa variation en fonction du nombre de Reynolds, le coefficient de transfert convectif est plus important pour les grandes valeurs de Re .

Yang et coll [5] ont utilisé des nanoparticules de graphites suspendues dans du fluide commercial de transmission automatique, et d'autres suspendues dans un mélange de deux huiles synthétiques avec un package d'additif. Les particules ont des diamètres de 1-2 μm et une épaisseur de 20-40nm. Le nanofluide s'écoule en régime laminaire dans un tube horizontal chauffé à deux températures d'études : 50 et 70°C figure (2).

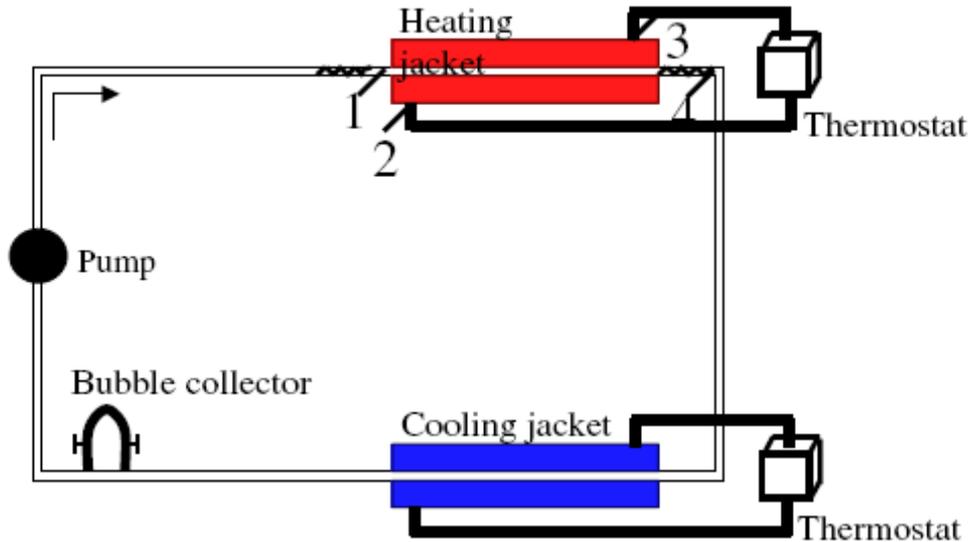


Figure .2 : expérience de **Yang et coll**

Les résultats expérimentaux montrent une amélioration du coefficient de transfert thermique convectif tout en augmentant le nombre de *Reynolds*. ($5 < Re < 110$). A 50°C, et à 2.5 % de graphite, le coefficient de transfert convectif est 22% plus important que celui du fluide de base, alors qu'il est 15% plus important à 70°C, d'où l'effet du facteur température.

Les résultats ainsi obtenus ont été beaucoup moins importants que ceux prédits par les corrélations des fluides conventionnels.

Heris et coll [6] ont examiné des nanoparticules d'oxyde de cuivre (CuO) et de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3), dispersés à différentes concentrations dans l'eau. L'ensemble constituant un nanofluid est testé en écoulement convectif laminaire dans un tube circulaire horizontal maintenu à température constante Figure (3).

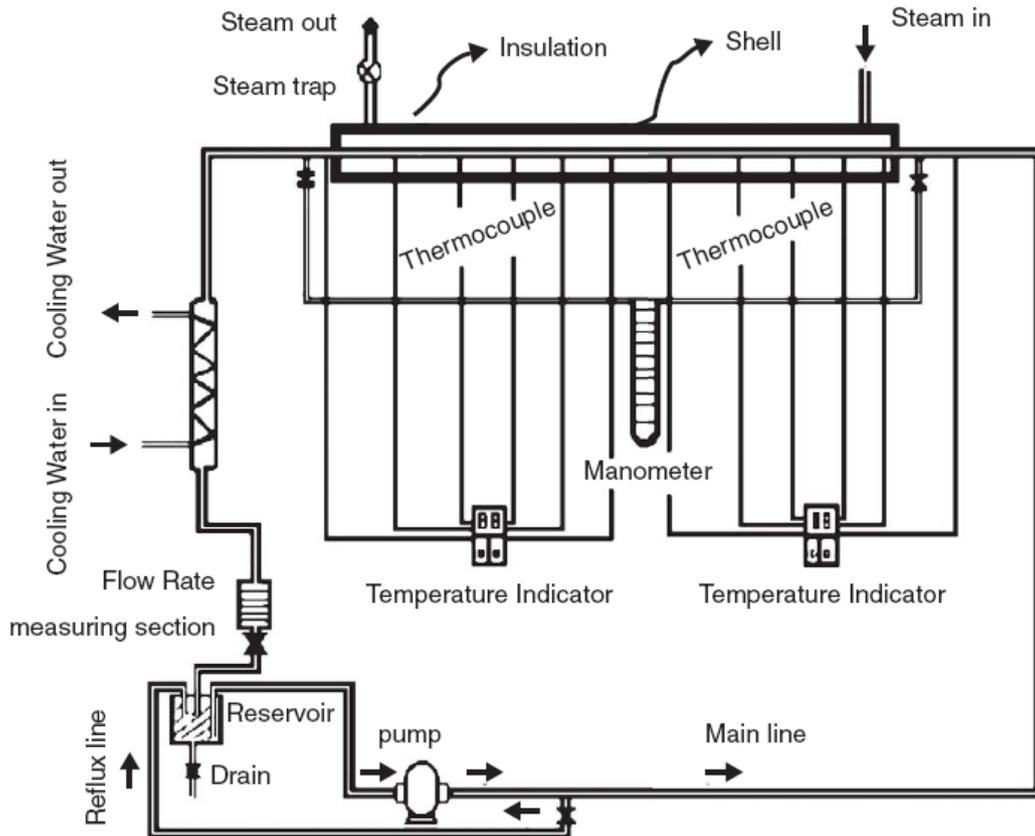


Figure .3 : expérience de **Heris et coll**

Les résultats expérimentaux ont montré que l'augmentation du coefficient de transfert convectif est plus important pour le mélange (eau/ Al_2O_3) que celui du mélange (eau/ Cu) et ceci est plus significatif pour les grandes concentrations volumiques en nanoparticules, et pour un optimum compris entre 2.5 et 3%.

Wen et Ding [7] ont étudié un écoulement de nanofluide entre deux disques horizontaux dont l'un est uniformément chauffé. Le nanofluide est composé de nanoparticules de dioxyde de Titanium (TiO_2) de diamètre compris entre 30 et 40 nm, suspendues dans l'eau

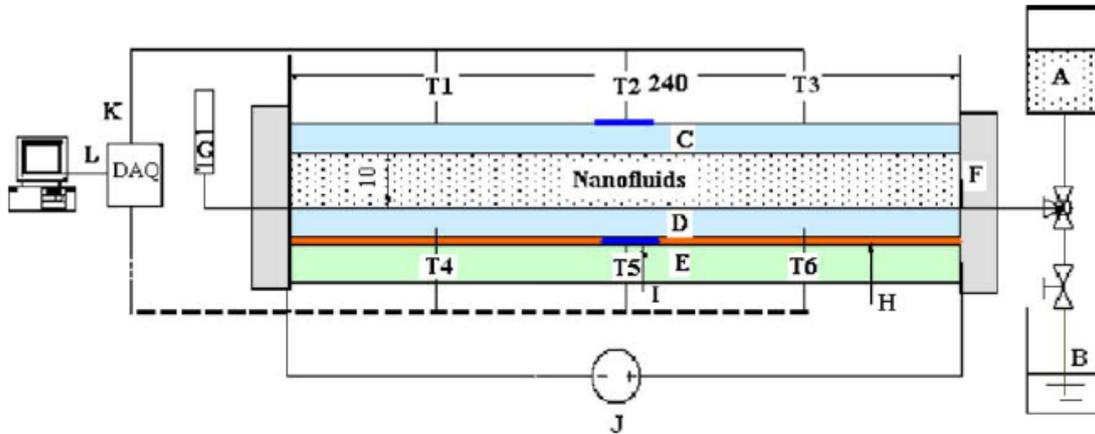


Figure .4 : expérience de Wen et Ding

La suspension a prouvé une bonne stabilité grâce à un système de mixage mécanique et un stabilisateur électrostatique, mais une détérioration rapide du transfert de chaleur en convection naturelle s'est produite, et le coefficient de transfert de chaleur a eu une importante chute avec l'augmentation de la concentration du nanofluide qui se traduit par la décroissance des valeurs du nombre de *Nusselt* Nu en fonction de la croissance du nombre de *Rayleigh* Ra .

D'autre part, le nombre de *Nusselt* Nu était en croissance avec la croissance du produit des nombres de *Grashof* et *Prandtl* ($Gr^* Pr$), et ce d'une façon plus importante pour les plus grandes valeurs de concentration en TiO_2 .

Palm et coll [8] ont étudié un écoulement radial de nanoparticules de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3) suspendues dans l'eau. Le montage étudié est sous forme de deux disques coaxiaux parallèles dont l'inférieur est chauffé uniformément. Le nanofluide est alimenté en haut à travers le disque supérieur.

Pour un pourcentage de 4% de nanoparticules, l'augmentation du facteur de transfert convectif est de 25 % relativement au fluide de base.

En considérant des propriétés dépendantes de la température, les prédictions du modèle montrent que les efforts de cisaillements sont moins considérables et le coefficient de transfert est ainsi plus important

Behzadmehr et coll. [9] ont étudié la convection forcée turbulente dans un tube circulaire, utilisant de l'eau à 1% de nanoparticules cuivre (Cu). Une comparaison entre le modèle à une seule phase et le modèle à deux phases a été faite, puis une comparaison avec les résultats expérimentaux de **Depew et Farbar [10]** a montré la précision du modèle à deux phases vis à vis au modèle à une seule phase, du point de vue prédiction du coefficient de transfert thermique convectif et du nombre de *Nusselt*.

Les résultats numériques ont montré que l'augmentation du nombre de *Reynolds* a engendré la croissance de la valeur asymptotique du nombre de *Nusselt*.

Apurba et Niladri [11] ont étudié l'effet du nanofluide sur un écoulement en régime laminaire dans une conduite rectangulaire horizontale bidimensionnelle chauffé à deux extrémités haute et basse.

Le fluide qui circule dans la conduite est un mélange d'eau et de nanoparticule de cuivre. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de *Reynolds* et de la fraction volumique augmente le transfert thermique

Hakan F. Oztop et Eiyad Abu-Nada [12] ont mené des études numériques pour analyser l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution du champ des températures dans une enceinte de hauteur (H) et de longueur (W) remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticule.

Différents types du nanofluides (Cu , AL_2O_3 , TiO_2) et différents fraction volumique ($\varphi=0.1$ $\varphi=0.2$)

Le mur gauche est maintenu à une température constante (T_H) plus que la température du mur droit (T_L). Ils ont montré que la valeur du nombre de Rayleigh, la taille du réchauffeur et la fraction volumique des nanofluides affecte la force de transfert thermique

Dans le présent travail, nous étudions la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée remplie d'un mélange d'eau et des nanofluides.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de *Rayleigh* ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$) et pour différentes positions de la source de la chaleur avec différentes fractions volumiques pour le fluide pur ($\varphi=0$) et pour les nanofluide (Ag et TiO_2 , φ égale à 0.1, 0.2).

Chapitre II

Etablissement du modèle mathématique

II.1. Configurations étudiées:

Les configurations étudiées sont représentées sur la figure (5). Elles sont principalement basées sur une enceinte carrée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules. Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de *Rayleigh* ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$) et pour différentes positions de source de la chaleur avec différentes fractions volumiques pour le fluide pur ($\varphi=0$) et pour les nanofluide (Ag et TiO_2 , φ égale à 0.1, 0.2), avec des conditions aux limites de type *Dirichlet* pour les lignes de courant et la température de la source de chaleur, et de type *Neumann* pour la température des parois.

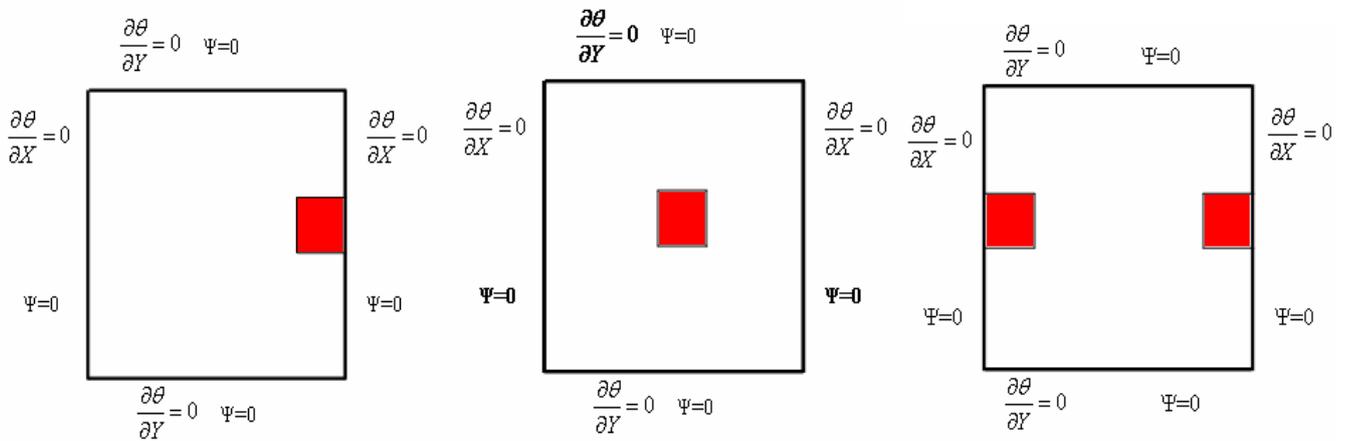


Figure.5. Schéma représentant les cas traités et les conditions aux limites

II.2. Hypothèses simplificatrices:

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes:

- Le fluide de base utilisé est un fluide newtonien, incompressible et qui satisfait l'hypothèse de *Boussinesq*
- Le nanofluide est supposé incompressible et l'écoulement est laminaire, stationnaire et bidimensionnel.
- Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont constantes, sauf pour la variation de la masse volumique, qui est estimée par l'hypothèse de *Boussinesq*

II.3. Equations gouvernantes:

II.3.1. Equations de conservation :

Compte tenu des hypothèses formulées précédemment, les équations classiques de conservation en 2D sont les suivantes :

Equation de Vorticité

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(w \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(w \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{(\varphi \rho_s \beta_s + (1-\varphi) \rho_f \beta_f)}{\rho_{nf}} g \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (\text{II.1})$$

Equation d'énergie

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.2})$$

Equation de poisson (ligne de courant)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (\text{II.3})$$

Avec

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}}$$

La masse volumique effective du nanofluide est donné par

$$\rho_{nf} = (1-\varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad (\text{II.4})$$

La capacité calorifique du nanofluide est donnée d'après (**Abu-Nadu [13] Khanafer et al [14]**) Par l'expression:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\varphi) (\rho C_p)_f + \varphi (\rho C_p)_s \quad (\text{II.5})$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de *Maxwell-Garnetts* :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (\text{II.6})$$

La viscosité du nanofluide est donnée par **Brinkman [15]**

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (\text{II.7})$$

Les vitesses radiale et tangentielle sont données par les relations suivantes respectivement:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (II.8)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

II.4.L'adimensionnement des équations de conservation:

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations permet une meilleure approche de la réalité des phénomènes physiques, car elles sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. Pour ramener les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir des changements de variables.

La dimensionnement se fait comme suit :

$$X = \frac{x}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \quad \Omega = \frac{\omega H^2}{\alpha_f}; \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha_f}; \quad V = \frac{vH}{\alpha_f}; \quad U = \frac{uH}{\alpha_f}; \quad \theta = \frac{T - T_L}{T_H - T_L}. \quad (II.9)$$

Le système d'équations définissant le problème s'écrit alors sous la forme adimensionnelle suivante:

Equation de Vorticité

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \left[\frac{\text{Pr}}{(1-\varphi)^{0.25} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \right] \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) \quad (II.10)$$

$$+ Ra * \text{Pr} \left[\frac{1}{\frac{(1-\varphi) \rho_f}{\varphi \rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\frac{\varphi \rho_f}{(1-\varphi) \rho_s} + 1} \right] \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)$$

Equation d'énergie

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (\text{II.11})$$

Equation de poisson (ligne de courant)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (\text{II.12})$$

Les vitesses radiale et tangentielle

$$\begin{aligned} U &= \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \\ V &= -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$\lambda = \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{(1-\phi) + \phi \frac{(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_f}}$$

$$\text{Le nombre de Rayleigh : } Ra = \frac{g \beta H^3 (T_H - T_L)}{\nu \alpha}$$

$$\text{Le nombre de Prandtl : } Pr = \nu / \alpha$$

II.5. Equation générale de conservation:**II.5.1. Equation de transport:**

Toutes les équations qui gouvernent notre problème peuvent s'écrire sous la même forme conservative suivante (équation de transport):

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\phi \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\phi \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \quad (\text{II.14})$$

Tous ces termes sont listés dans le tableau (1) suivant:

Tableau 1 : Présentation des différents termes de l'équation de transport pour les différentes équations de conservation.

Grandeurs transportées	ϕ	Γ	S_ϕ
Equation de poisson (ligne de courant)	1	0	$-\Omega$
Equation de Vorticité	Ω	$\left[\frac{\text{Pr}}{(1-\phi)^{0.25} \left((1-\phi) + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \right]$	$Ra * \text{Pr} \left[\frac{1}{\frac{(1-\phi) \rho_f}{\phi \rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\frac{\phi \rho_f}{(1-\phi) \rho_s} + 1} \right] \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)$
Energie	θ	λ	0

II.6. Le nombre de *Nusselt*

Le nombre de *Nusselt* est défini comme suite

$$Nu = \frac{hH}{k_f} \quad (\text{II.15})$$

Le coefficient de transfert de chaleur et de conductivité thermique sont données par les relations suivantes respectivement :

$$h = \frac{q_w}{T_H - T_L} \quad (\text{II.16})$$

$$k_{nf} = -\frac{q_w}{\partial T / \partial x} \quad (\text{II.17})$$

D'après les équations (II.16), (II.17) et les variables adimensionnelles on déduit le nombre de *Nusselt* :

$$Nu = -\left(\frac{k_{nf}}{k_f}\right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (\text{II.18})$$

Le nombre de *Nusselt* de moyenne est défini par :

$$Nu_m = \int_0^1 Nu(Y) dY \quad (\text{II.19})$$

II.7. Les conditions initiales et aux limites :

II.7.1. Conditions initiales:

Afin de ne pas être gêné par des problèmes de divergences, on doit partir d'un état initial qui est proche de la réalité, les grandeurs physiques sont donc prises comme suit:

- La fonction de courant $\Psi = 0$.
- La Vorticité $\Omega = 0$.
- La température $\theta = 0$.

II.7.2. Conditions aux limites:

Ces différentes conditions sont résumées dans le tableau (2)

Tableau .2: Conditions aux limites sous formes adimensionnelles

Conditions	θ	Ω	Ψ
Paroi haute et basse	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$	$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}$	0
La source chauffée	1	$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$	0
Paroi gauche	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$	0
Paroi droite	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$	0

Chapitre III

Procédure de simulation numérique

III.1. Principe de la méthode des volumes finis:

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volumes de contrôle) contenant un nœud dit: "nœud principal". Un exemple de volume de contrôle est montré dans la figure ci-dessous. Pour un nœud principal (P'), les points E et W (E: Est, W: West) sont des voisins dans la direction X, tandis que N et S (N: Nord, S: Sud) sont ceux dans la direction Y. Le volume de contrôle entourant (P') est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points (e) et (w) dans la direction X, (n) et (s) dans la direction Y.

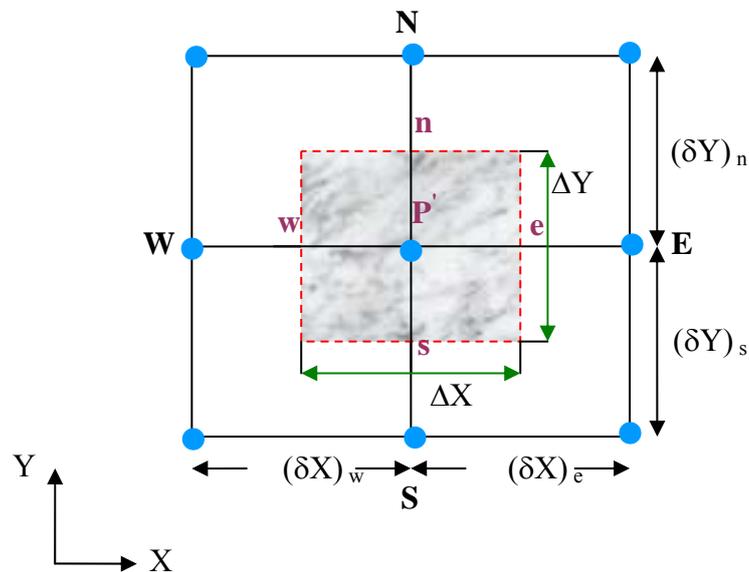


Figure.6. Volume de contrôle bidimensionnel.

III.2. Maillage :

Le maillage est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires sont stockées dans le nœud (P') du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale (U) est décalé suivant la direction (X) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale (V) est décalé suivant la direction (Y).

Ce type de maillage dit: «maillage décalé» permet une bonne approximation des flux convectifs et une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :

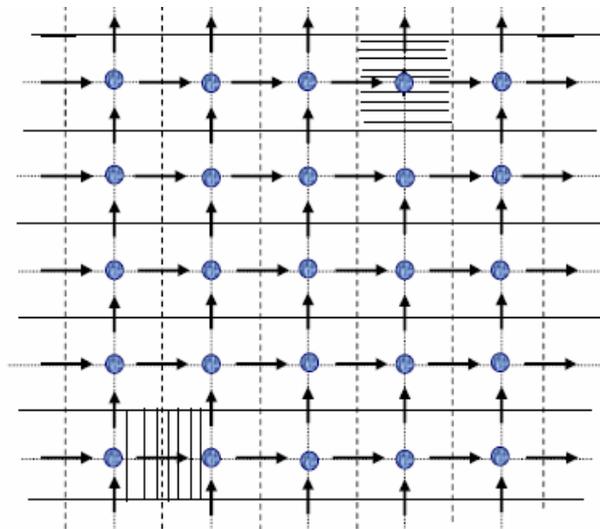
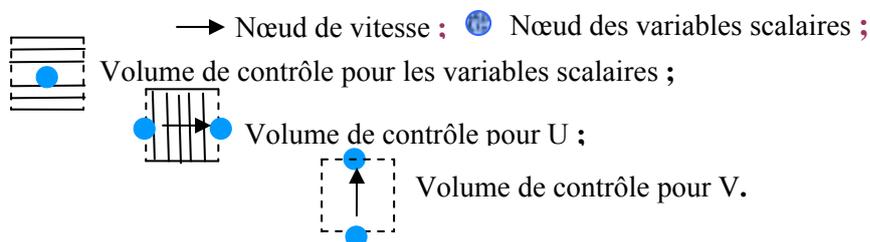


Figure.7. Schéma représentant le maillage décalé.



III.3. La discrétisation:

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas répéter le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme:

$$\underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial X_j} (u_j \phi)}_I = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)}_{II} + \underbrace{S_\phi}_S \tag{III.1}$$

Où:

I : Terme convectif.

II : Terme diffusif.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport ci-dessous demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires reliant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points du maillage ($P'_{i,j}$).

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} (U\phi) + \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) \right) dv = \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} (\phi) \right) + S_\phi \right) dv \tag{III.2}$$

Avec :

$$dv = dX . dY . 1 \tag{III.3}$$

III.3.1. Discrétisation des différents termes de l'équation de transport:

III.3.1.1. Terme convectif suivant X:

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} (U\phi) \right) dv = (U\phi)|_w^e . \Delta Y = ((U\phi)_e - (U\phi)_w) . \Delta Y = (F_e \phi_e - F_w \phi_w) \tag{III.4}$$

Avec:

$$F_e = U_e . \Delta Y , F_w = U_w . \Delta Y \tag{III.5}$$

III.3.1.2. Terme convectif suivant Y :

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) \right) dv = (V\phi)|_s^n \cdot \Delta X = ((V\phi)_n - (V\phi)_s) \cdot \Delta X = (F_n \phi_n - F_s \phi_s) \quad (\text{III.6})$$

Avec:

$$F_n = V_n \cdot \Delta X, \quad F_s = V_s \cdot \Delta X \quad (\text{III.7})$$

III.3.1.3. Terme diffusif suivant X :

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \right) dX \cdot dY &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \Big|_w^e \Delta Y = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \right) \Delta Y \\ &= \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_{P'}}{\delta X_{P'E}} - \Gamma_w \frac{\phi_{P'} - \phi_W}{\delta X_{WP'}} \right) \cdot \Delta Y = \left(\frac{\Gamma_e \cdot \Delta Y}{\delta X_{P'E}} \cdot (\phi_E - \phi_{P'}) - \frac{\Gamma_w \cdot \Delta Y}{\delta X_{WP'}} \cdot (\phi_{P'} - \phi_W) \right) \\ &= (D_e \cdot (\phi_E - \phi_{P'}) - D_w \cdot (\phi_{P'} - \phi_W)) \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Avec:

$$D_e = \frac{\Gamma_e \cdot \Delta Y}{\delta X_{P'E}}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w \cdot \Delta Y}{\delta X_{WP'}} \quad (\text{III.9})$$

III.3.1.4. Terme diffusif suivant Y :

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right) dX \cdot dY &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \Big|_s^n \Delta X = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s \right) \Delta X \\ &= \left(\Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_{P'}}{\delta Y_{P'N}} - \Gamma_s \frac{\phi_{P'} - \phi_S}{\delta Y_{SP'}} \right) \Delta X = \left(\frac{\Gamma_n \cdot \Delta X}{\delta Y_{P'N}} \cdot (\phi_N - \phi_{P'}) - \frac{\Gamma_s \cdot \Delta X}{\delta Y_{SP'}} \cdot (\phi_{P'} - \phi_S) \right) \\ &= (D_n \cdot (\phi_N - \phi_{P'}) - D_s \cdot (\phi_{P'} - \phi_S)) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Avec:

$$D_n = \frac{\Gamma_n \cdot \Delta X}{\delta Y_{P'N}}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s \cdot \Delta X}{\delta Y_{SP'}} \quad (\text{III.11})$$

III.3.1.6. Terme source:

$$\int_{V_c} (S_\phi) dv = \overline{S_\phi} \Delta X \cdot \Delta Y = (S_p \cdot \phi_p + S_c) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (\text{III.12})$$

Où:

$\overline{S_\phi}$: est la valeur moyenne du terme source.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source est linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que:

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \cdot \phi_p \quad (\text{III.13})$$

Où:

S_c : Est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de ϕ_p , S_p : étant la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient (S_p) soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide [16].

Après une substitution dans l'équation de transport on obtient la forme discrétisée suivante:

$$\begin{aligned} & (F_e \phi_e - F_w \phi_w) + (F_n \phi_n - F_s \phi_s) = \\ & (D_e \cdot (\phi_E - \phi_P) - D_w \cdot (\phi_P - \phi_W)) + (D_n \cdot (\phi_N - \phi_P) - D_s \cdot (\phi_P - \phi_S)) + (S_p \cdot \phi_p + S_c) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Pour aboutir à une forme finale, on doit choisir un schéma de discrétisation des termes convectifs, le schéma employé pour la discrétisation étant le schéma hybride.

III.3.2. Schéma hybride (HDS):

Ce schéma, dont la précision spatiale est réduite au premier ordre, possède les propriétés de transport et de conservation. Il est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

Le schéma hybride se réduit à l'approximation du schéma centré (CSD) lorsque $|Pe_i| < 2$ mais il devient identique au schéma Upwind (UDS) lorsque $|Pe_i| \geq 2$ [16].

Où: le nombre de Peclet qui est défini par $Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{U_i (\delta X_i)}{\Gamma_i}$, ($i = w, e, s, n$).

Après un réarrangement de (III.14) on aura:

$$a_p \cdot \phi_p = a_w \cdot \phi_w + a_e \cdot \phi_e + a_s \cdot \phi_s + a_n \cdot \phi_n + S_c \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (III.15)$$

Les coefficients a_i ($i = w, e, s, n$) sont donnés par:

$$a_w = \max(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0) \quad (III.16)$$

$$a_e = \max(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0) \quad (III.17)$$

$$a_n = \max(-F_n, D_e - \frac{F_n}{2}, 0) \quad (III.18)$$

$$a_s = \max(F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0) \quad (III.19)$$

Il est à noter que cette formulation est valable pour n'importe quelle localisation des interfaces entre les mailles.

III.3.3. Discrétisation de l'équation de Poisson :

L'équation (de fonction de courant) a une forme générale de l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} (\phi) \right) + S_\phi = 0 \quad (III.20)$$

Tableau 3: Présentation des différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant.

Grandeurs transporters	ϕ	Γ	S_ϕ
Equation de fonction de courant	Ψ	1	$\Omega -$

L'intégration sur le volume de contrôle définie précédemment donne:

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial y} (\phi) \right) + S_\phi \right) \cdot dv = 0 \quad (III.21)$$

D'où sa forme discrétisée:

$$a_p \cdot \phi_p = a_w \cdot \phi_w + a_e \cdot \phi_e + a_s \cdot \phi_s + a_n \cdot \phi_n + S_\phi \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.22})$$

Où les différents coefficients sont donnés par :

$$a_w = D_w \quad (\text{III.23})$$

$$a_e = D_e \quad (\text{III.24})$$

$$a_s = D_s \quad (\text{III.25})$$

$$a_n = D_n \quad (\text{III.26})$$

$$a_p = D_w + D_e + D_s + D_n - S_p \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.37})$$

III.4. Résolution des systèmes d'équations linéaires (méthode de *Jacobi*) :

Afin de discrétiser l'équation de transport et de *Poisson*, on a la relation générale ayant la forme suivante:

$$a_p \cdot \phi_{i,j} = (a_w \cdot \phi_{i-1,j} + a_e \cdot \phi_{i+1,j} + a_s \cdot \phi_{i,j-1} + a_n \cdot \phi_{i,j+1} + b_{i,j}) \quad (\text{III.38})$$

La méthode de *Jacobi* consiste à estimer une solution ($\phi_{i,j}^k$) dans l'itération (k) pour calculer $\phi_{i,j}^{k+1}$ comme suit :

$$\phi_{i,j}^{k+1} = (a_w \cdot \phi_{i-1,j}^k + a_e \cdot \phi_{i+1,j}^k + a_s \cdot \phi_{i,j-1}^k + a_n \cdot \phi_{i,j+1}^k + b_{i,j}) / a_p \quad (\text{III.39})$$

$$\text{La condition de convergence est : } |\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k| \leq 10^{-3} \quad (\text{III.40})$$

Si la condition (III.40) n'est pas encore satisfaite, on pose que: $\phi_{i,j}^k = \phi_{i,j}^{k+1}$ et on recalcule la même formule jusqu'à ce qu'elle vérifie la condition de convergence.

III. 5. Le choix du maillage :

Pour choisir le meilleur maillage qui permet d'avoir les résultats les plus exacts possibles, on a étudié l'influence de la taille et la répartition des noeuds sur la fonction de courant $|\psi_{\max}|$. Les résultats de cette étude sont exposés dans le tableau (4) et la figure (8). Pour cela, une répartition uniforme des noeuds a été utilisée. A partir de ce tableau il apparaît que $|\psi_{\max}|$ devient insensible au nombre de noeuds à partir de la grille 100×100 . Dans la suite de notre travail, on adoptera donc pour des raisons de précision de calcul un maillage 100×100 (10000 noeuds).

Tableau.4. Influence de la taille du maillage sur $|\psi_{\max}|$.

$Ra = 10^3$								
Maillage	20×20	40×40	60×60	80×80	100×100	120×120	140×140	160×160
$ \psi_{\max} $	0.24	0.16	0.09	0.05	0.03	0.03	0.03	0.03

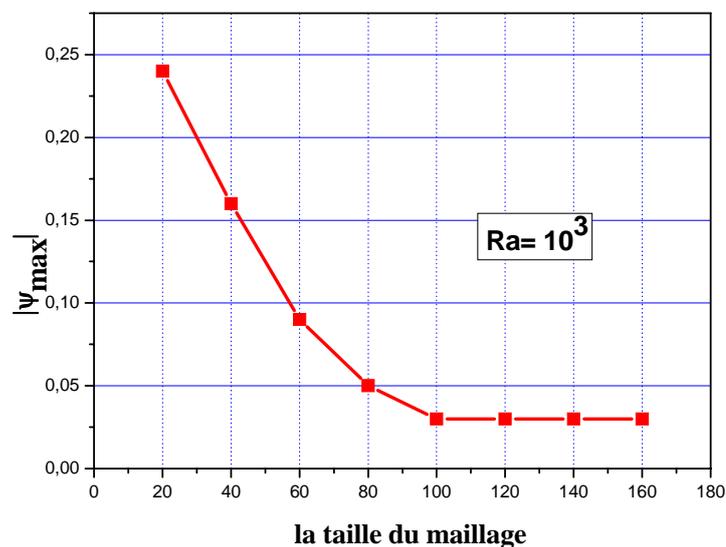


Figure.8. Influence de la taille du maillage sur $|\psi_{\max}|$.

III.6. Structure du programme:

Le programme numérique qu'on a élaboré est écrit en langage de programmation **FORTRAN 6.6**. Il est composé de :

- **Un programme principal** : qui permet de calculer les champs dynamiques (Ω, ψ)

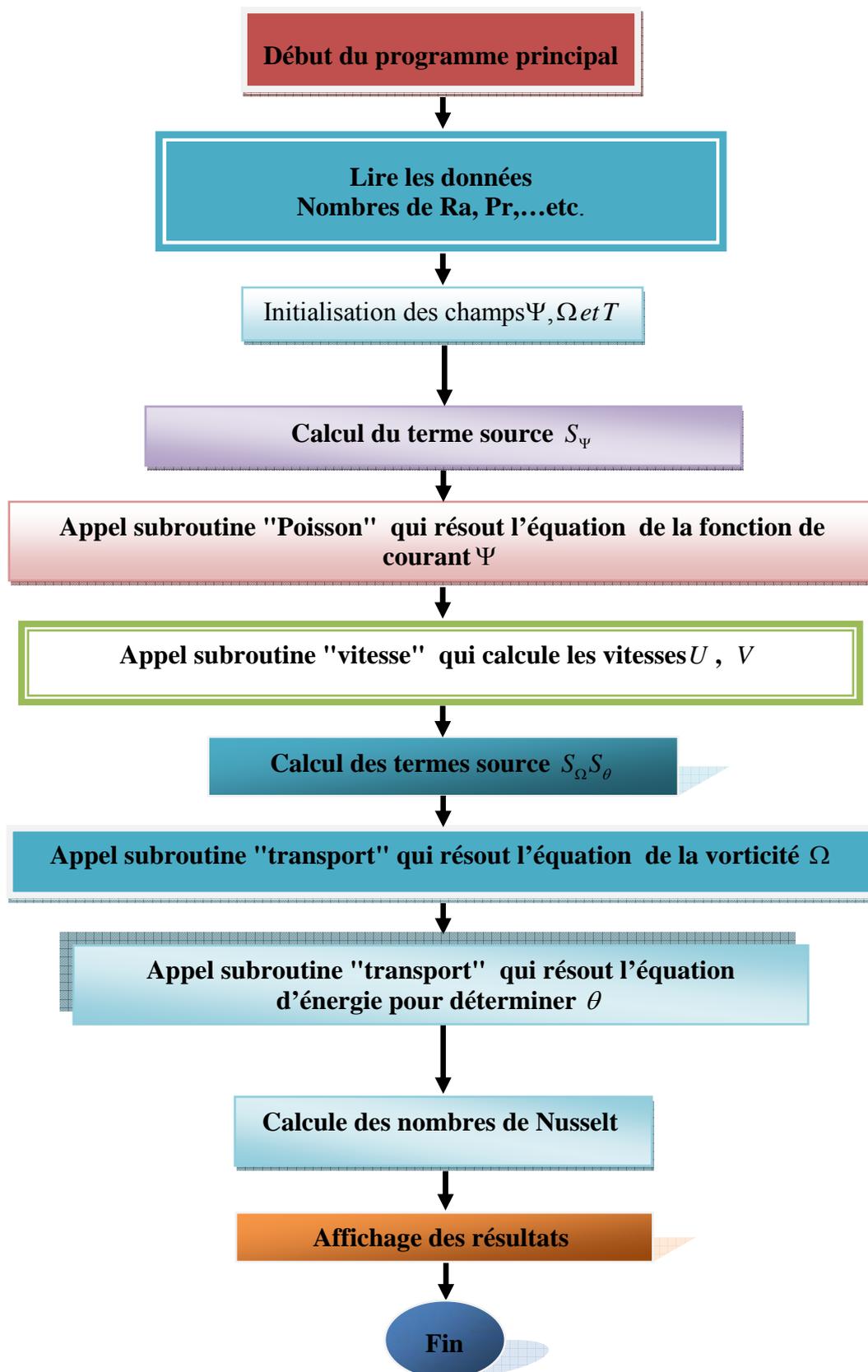
Et le champ thermique (θ), comme il permet de calculer les nombres de *Nusselt* moyens.

Ce programme est composé de trois sous-routines :

* *Subroutine de Poisson* : qui permet de calculer la fonction de courant ψ .

* *Subroutine de vitesse* : qui permet de calculer les vitesses U et V .

* *Subroutine de transport* : qui permet de calculer la vorticité Ω , et la température θ .



Début de subroutine transport

Lire les paramètres nécessaires pour la résolution de l'équation de transport à partir du programme principal

Calcul des coefficients concernant la méthode des volumes finis :
on calcul: $2 \leq i \leq If - 1$ et $2 \leq j \leq Jf - 1$ Pour

$$F_e = \frac{1}{2} \cdot (U_{ij} + U_{i+1j}) \cdot \Delta Y$$

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot (U_{ij} + U_{i-1j}) \cdot \Delta Y$$

$$F_n = \frac{1}{2} \cdot (V_{ij} + V_{ij+1}) \cdot \Delta X$$

$$F_s = \frac{1}{2} \cdot (V_{ij} + V_{ij-1}) \cdot \Delta X$$

$$D_e = \frac{1}{2} \cdot (\Gamma_{ij} + \Gamma_{i+1j}) \cdot \Delta X / \Delta Y$$

$$D_w = \frac{1}{2} \cdot (\Gamma_{ij} + \Gamma_{i-1j}) \cdot \Delta X / \Delta Y$$

$$D_n = \frac{1}{2} \cdot (\Gamma_{ij} + \Gamma_{ij+1}) \cdot \Delta Y / \Delta X$$

$$D_s = \frac{1}{2} \cdot (\Gamma_{ij} + \Gamma_{ij-1}) \cdot \Delta Y / \Delta X$$

$$as_{ij} = \max(F_{s}, D_s + \frac{F_s}{2}, 0)$$

$$aw_{ij} = \max(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0)$$

$$an_{ij} = \max(-F_n, D_e - \frac{F_n}{2}, 0)$$

$$ae_{ij} = \max(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0)$$

$$ap'_{ij} = aw_{ij} + ae_{ij} + as_{ij} + an_{ij} - S_n \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

k = 1 La première iteration

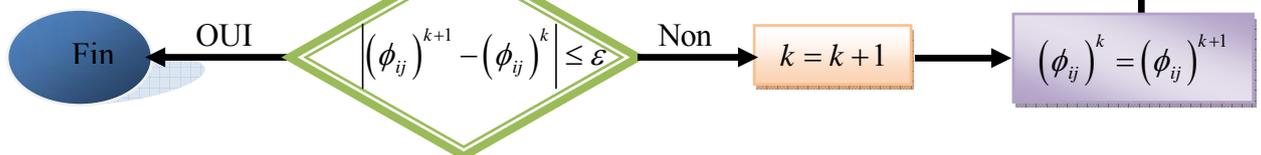
Résolution numérique de l'équation de transport par la méthode itérative de Jacobi :
on calcul : $2 \leq i \leq If - 1$ et $2 \leq j \leq Jf - 1$ Pour

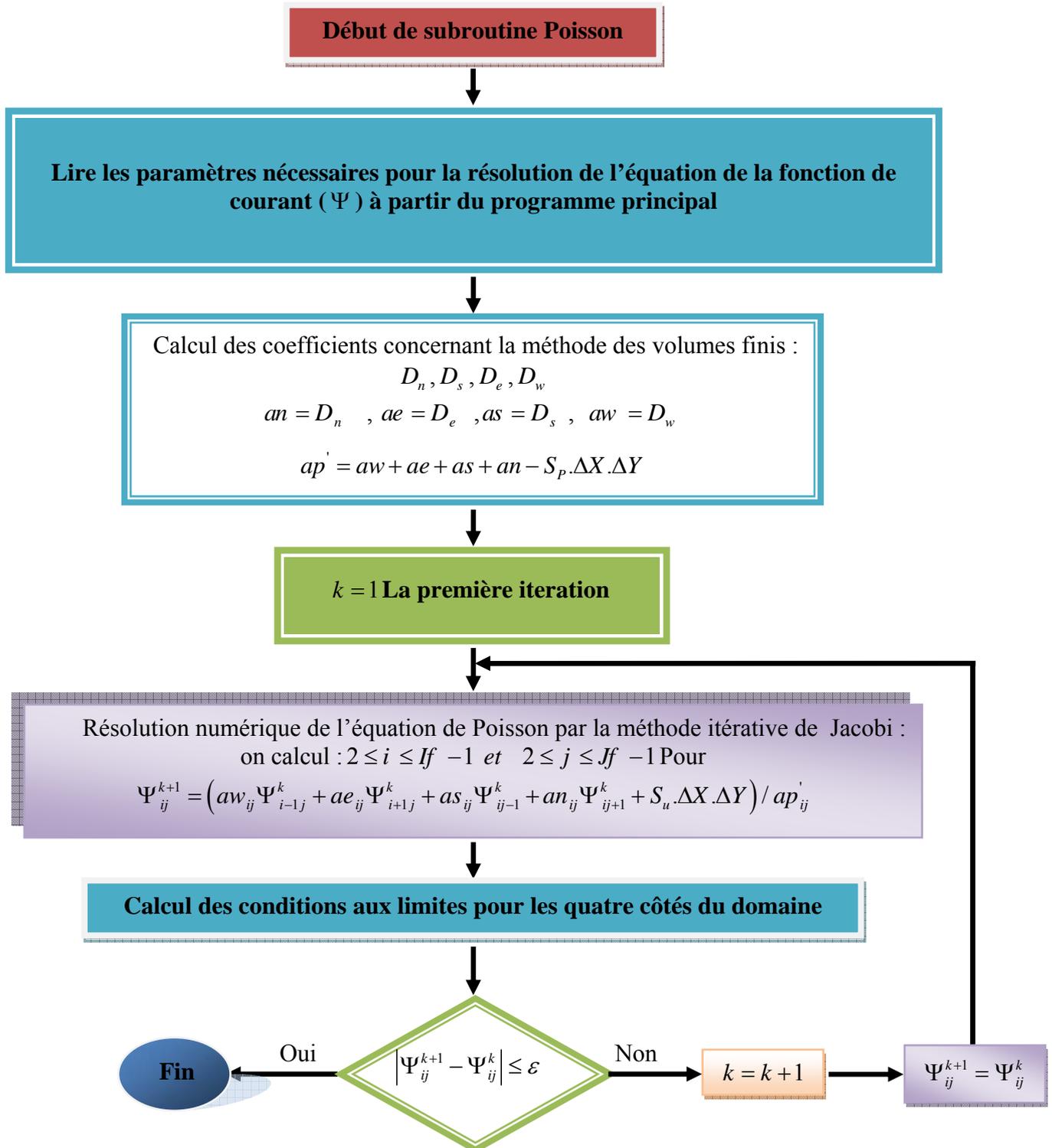
$$(\phi_{ij})^{k+1} = (aw_{ij} (\phi_{i-1j})^k + ae_{ij} (\phi_{i+1j})^k + as_{ij} (\phi_{ij-1})^k + an_{ij} (\phi_{ij+1})^k + ap'_{ij} (\phi_{ij})^k + S_u \cdot \Delta x \cdot \Delta y) / ap'_{ij}$$

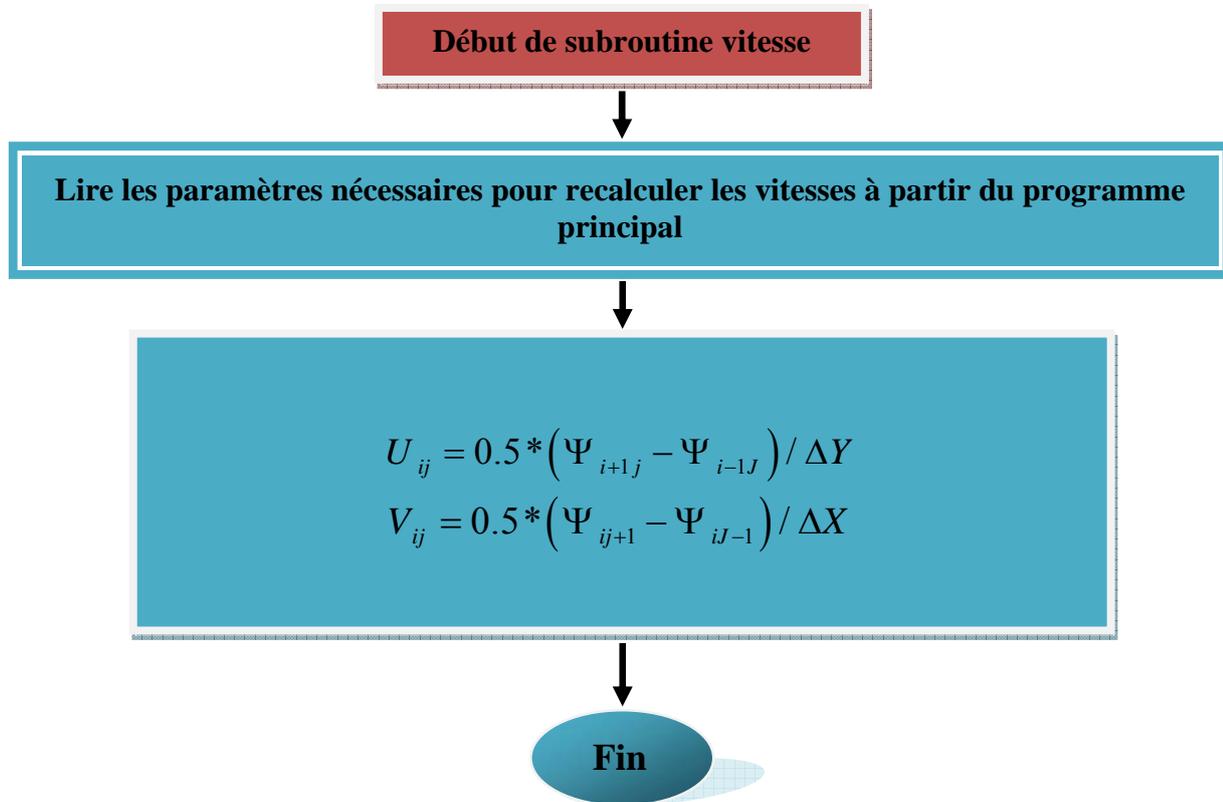
$(\phi_{ij})^k$: C'est la valeur dans l'itération k .

$(\phi_{ij})^{k+1}$: C'est la valeur dans l'itération k + 1 .

Calcul des conditions aux limites pour les quatre côtés du domaine







chapitre IV

Résultats et discussions

IV.1. Introduction:

Après avoir écrit le programme de calcul en langage **Fortran 6.6**, les principaux résultats obtenus reflétant le comportement des champs dynamiques et thermiques pour notre configuration, sont exposés dans ce chapitre.

La restitution de ces champs a été réalisée en utilisant le logiciel de visualisation **Tecplot 9.2**, quant aux courbes, elles ont été réalisées en utilisant le logiciel **Origine 7.5** et **Excel 2003**.

La figure (9) montre le maillage utilisé. Ce maillage est un maillage uniforme (100×100) et le nombre de mailles est donc de 10000.

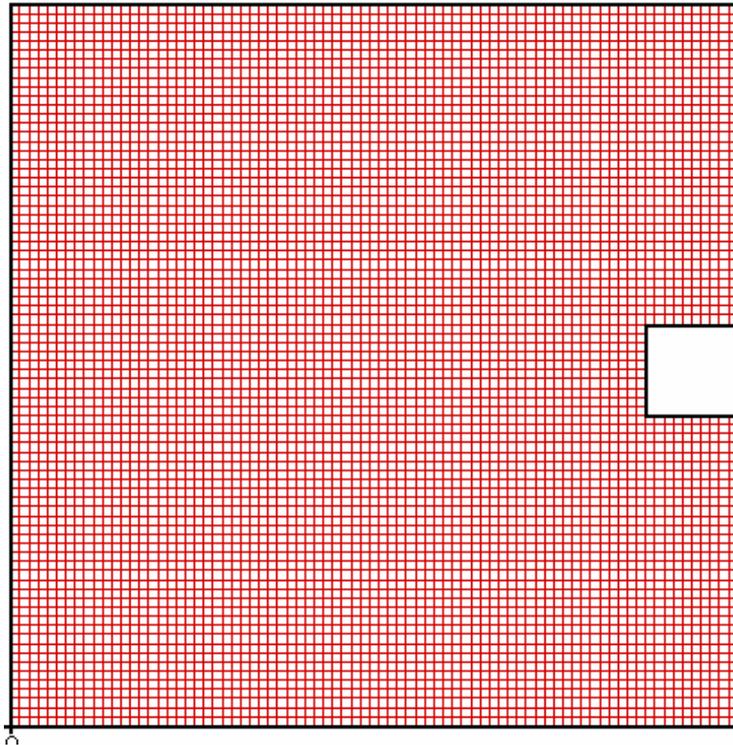


Figure.9 : Le maillage utilisé.

IV.2. Les paramètres utilisés:

Le tableau (5) montre les propriétés physiques utilisées pour notre simulation numérique.

les propriétés physiques	Fluide pure eau	Argent (Ag)	dioxyde de Titanium (TiO ₂)
Cp (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	4179	230	686.2
ρ (kg. m ⁻³)	997.1	10500	4250
K (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0.613	418	8.9538
α × 10 ⁷ (m ² .S ⁻¹)	1.47	1710	30.7
β × 10 ⁻⁵ (K ⁻¹)	21	1.65	0.9

Tableau.5 : Les propriétés physiques utilisées

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de *Rayleigh* ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$) et pour différentes positions de source de la chaleur avec différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\varphi=0$) et pour les nanofluide (Ag et TiO_2 , φ égale à 0.1, 0.2) la présentation des résultats concernant les champs de température, les lignes de courants et ainsi que le nombre de *Nusselt*

IV.3. Validation du programme numérique :

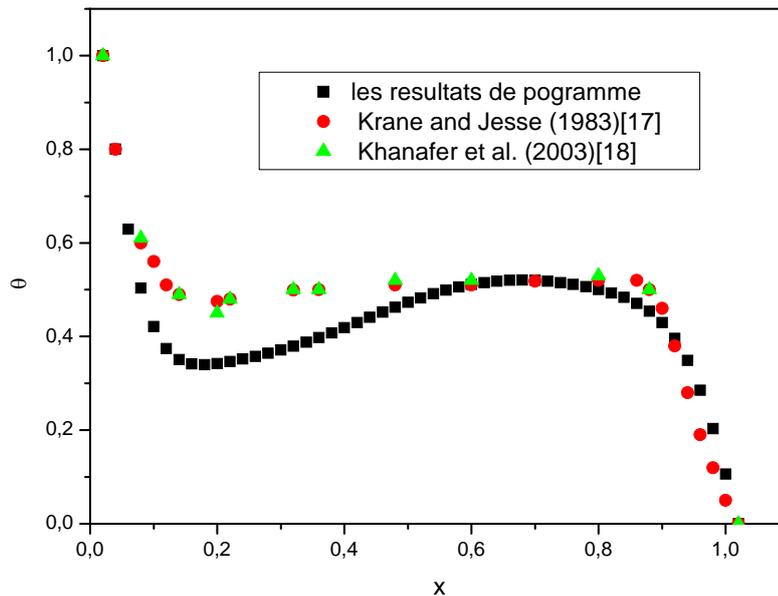


Figure.10 : Distribution de la température sur la paroi gauche ($Ra = 10^5$, $Pr = 0,7$). Comparaison avec d'autres publications

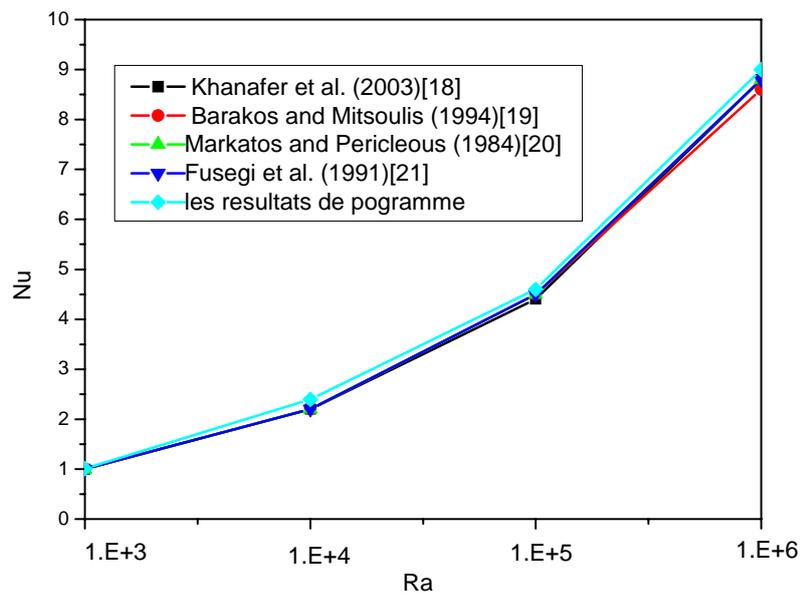


Figure.11. : Nombre de *Nusselt* Comparaison avec d'autres publications

La comparaison des résultats de la distribution de température et de nombre de *Nusselt* obtenue à partir du programme élaboré avec celles des articles publiés montre bien la validité du programme

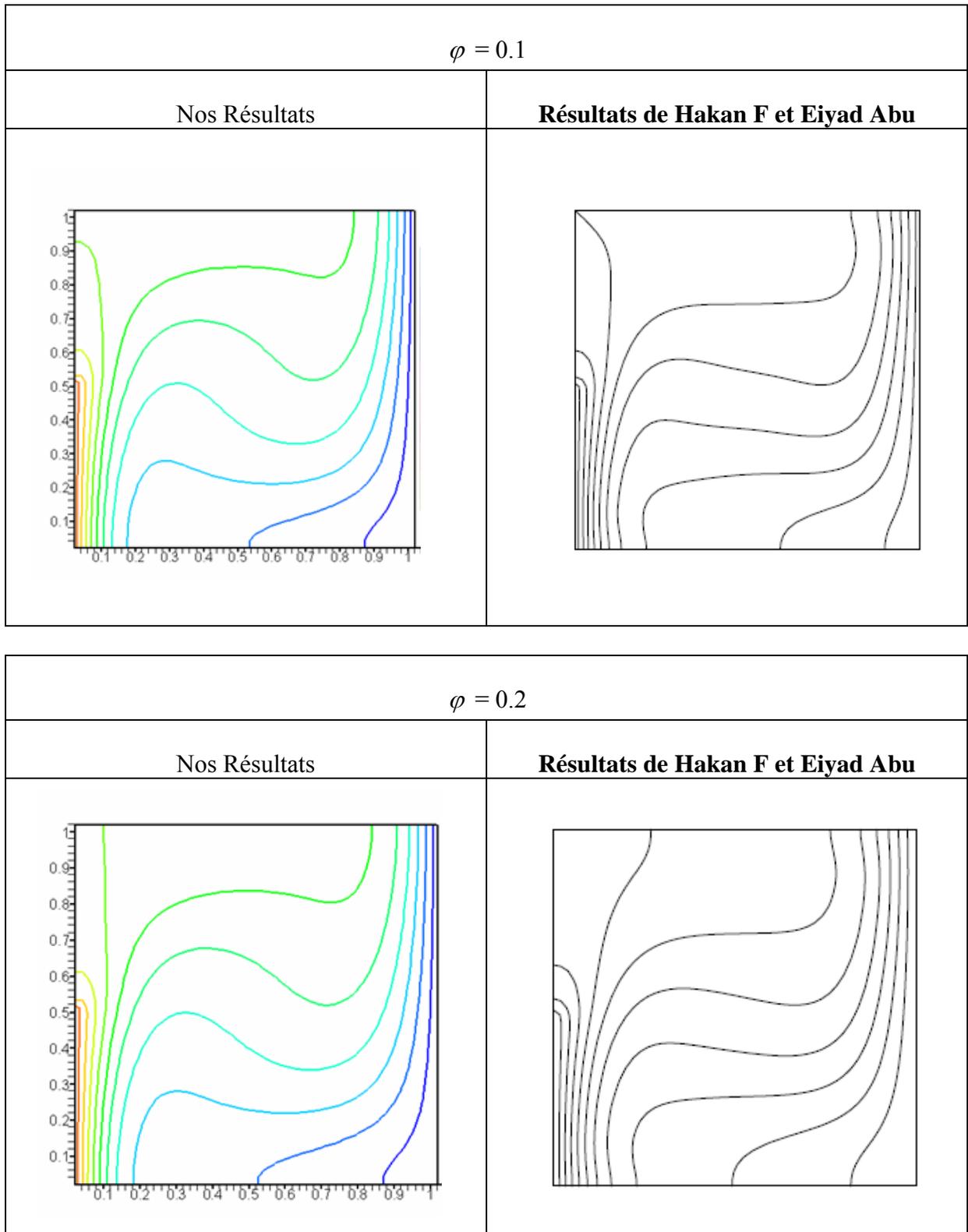


Figure.12 : Les isothermes pour $Ra = 10^5$ et nanfluide TiO_2 ($\varphi=0.1$ $\varphi=0.2$).

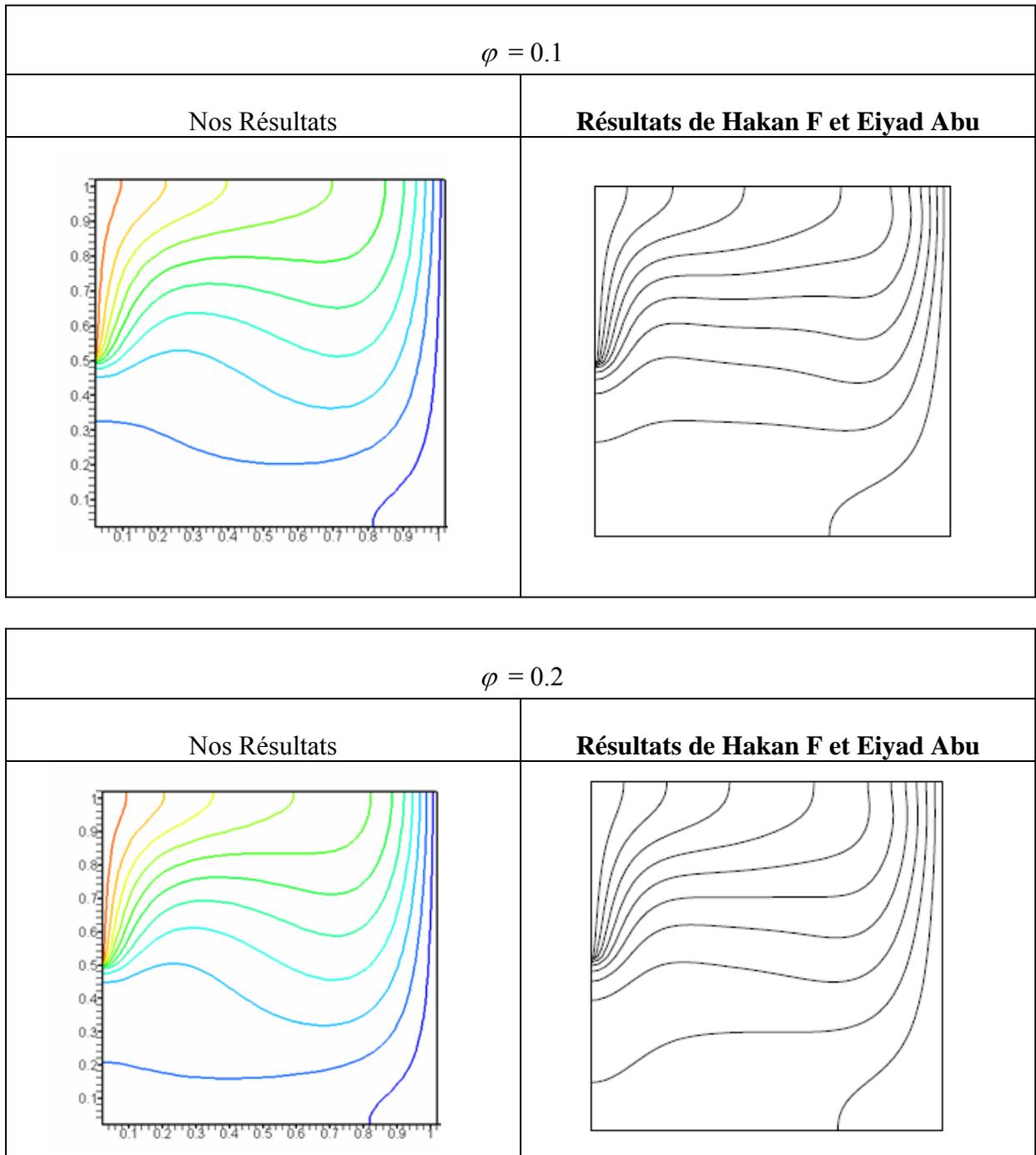


Figure.13 : Les isothermes pour $Ra = 10^5$ et nanofluide TiO_2 ($\varphi=0.1$ $\varphi=0.2$).

Cette comparaison montre qu'il y a un accord qualitatif entre les résultats qu'on a obtenus et ceux de **Hakan F et Eiyad Abu [11]**, ce qui nous réconforte dans le choix de nos modèles mathématique et numérique.

IV.4.les résultats et discussions

Les isothermes et les lignes de courant sont présentés pour un fluide pure (eau) et un nanofluides (TiO_2 , Ag) à différents nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^3$, $Ra = 10^4$ et $Ra = 10^5$) avec différents fractions volumique

IV.4.1. la source de chaleur située au milieu de la paroi droite.

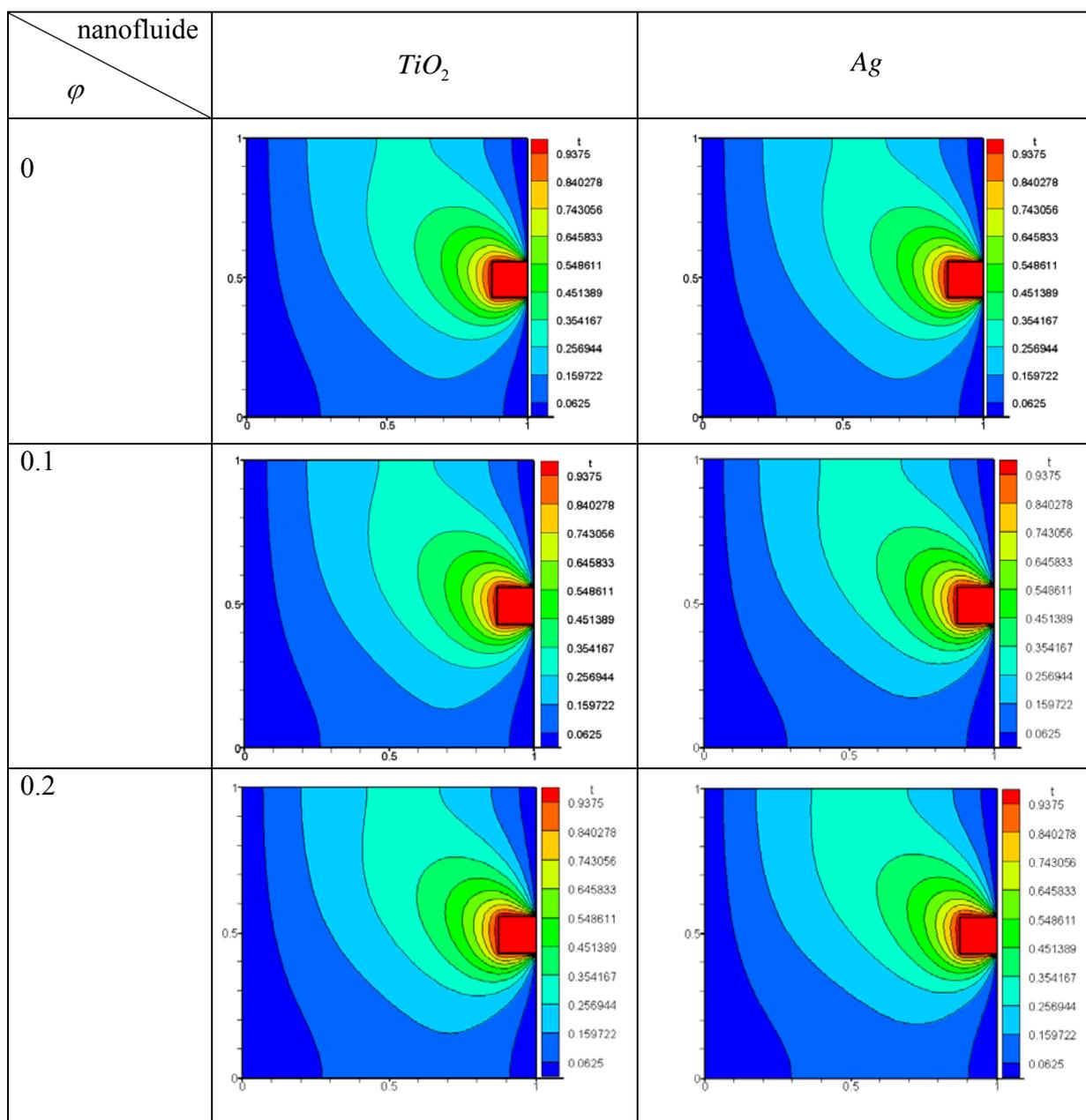


Figure.14 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^3$

L'augmentation des fractions volumique entraîne une légère déviation pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pure, cette déviation est bien observée pour le nanofluide Argent (Ag).

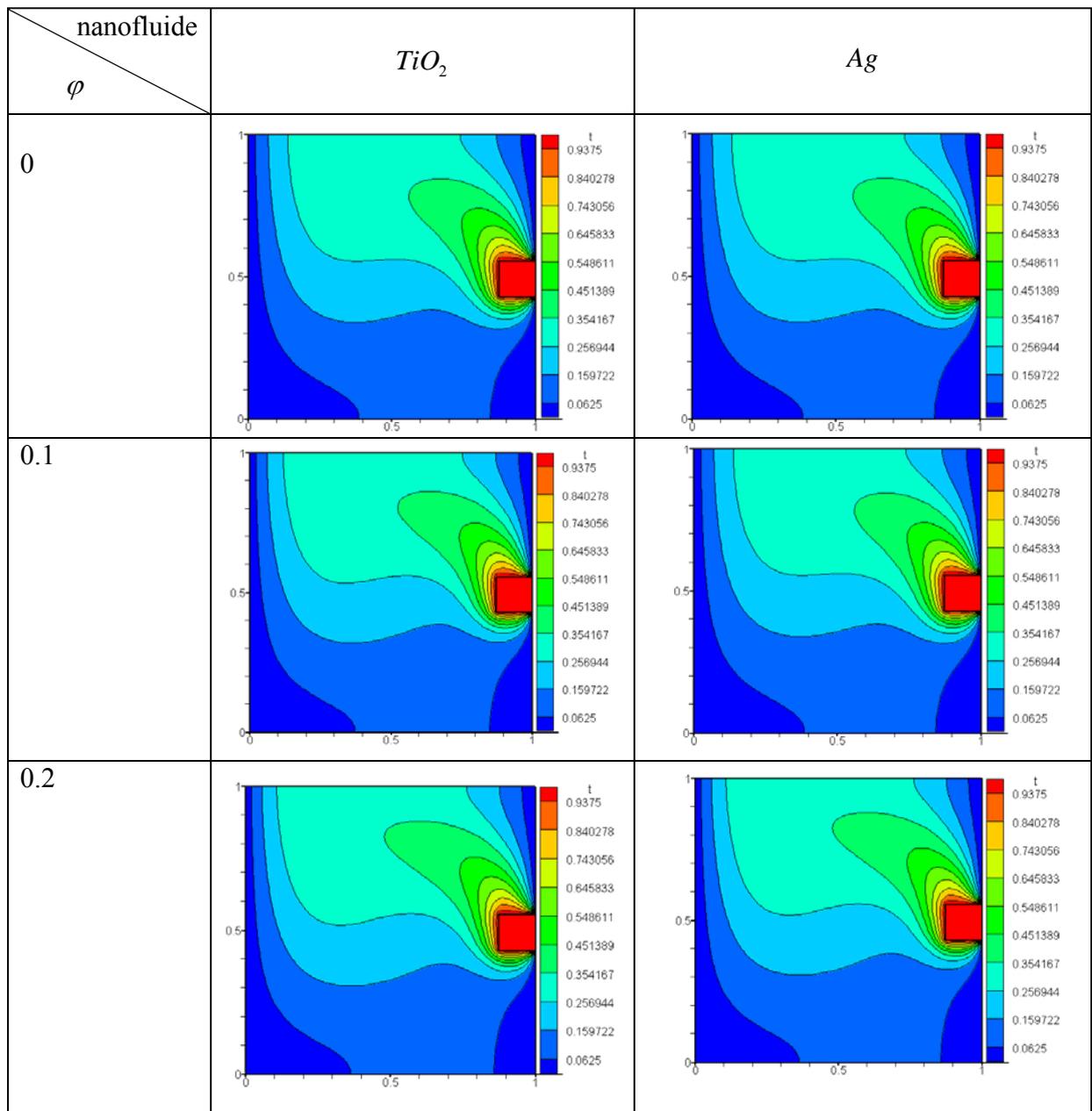


Figure. 15 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^4$

Pour un nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^4$), les isothermes deviennent courbées par rapport à la courbe de la figure précédente. On peut également remarquer que les isothermes sont serrées à côté de la paroi gauche. L'augmentation des fractions volumique entraîne toujours une légère déviation pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pure.

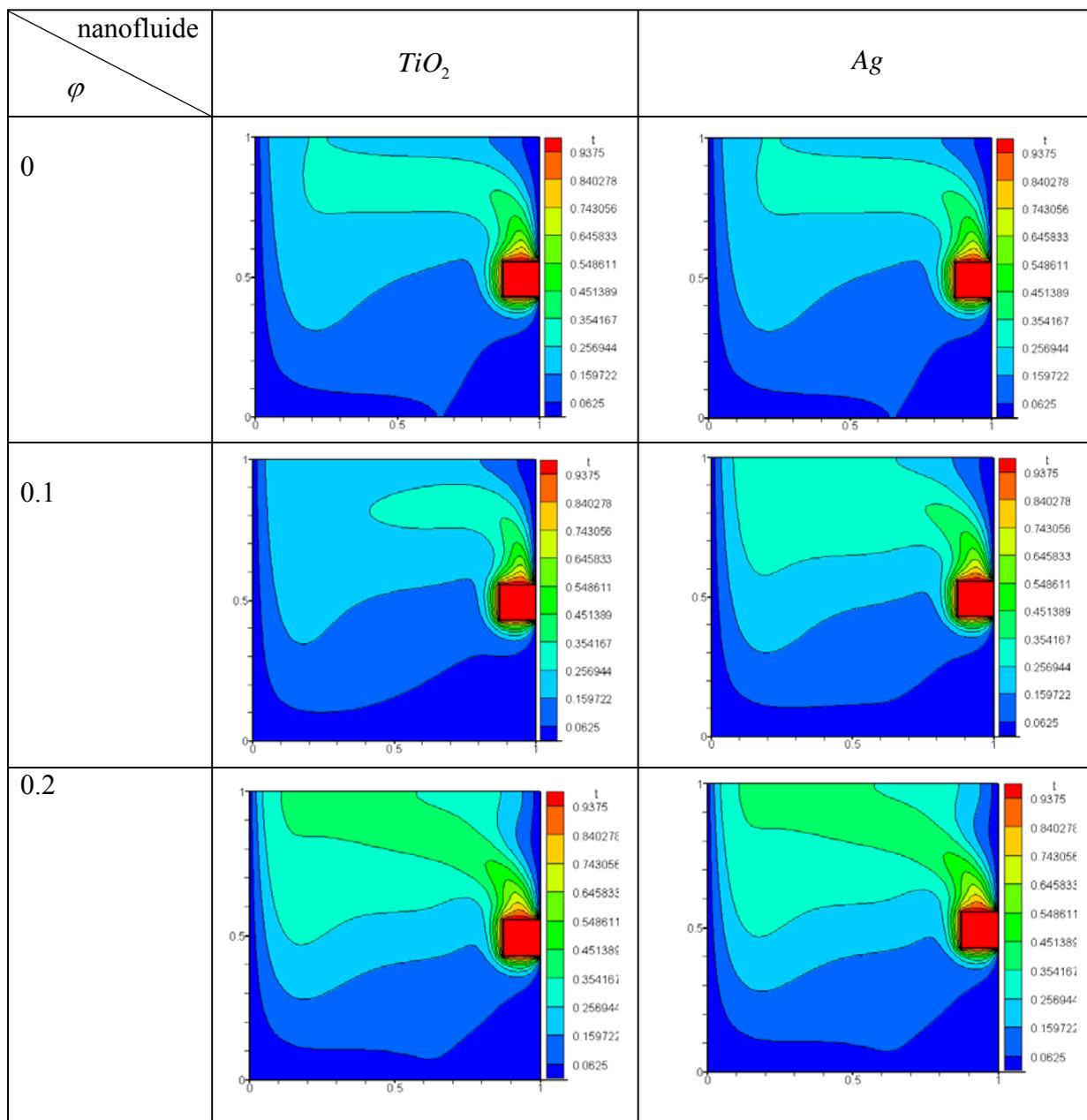


Figure. 16 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^5$

Pour un nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^5$), les isothermes deviennent plus courbées par rapport aux courbes des deux cas précédents. On peut également remarquer que les isothermes sont plus serrées à côté de la paroi gauche.

L'augmentation des fractions volumique résulte à une déviation importante pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pure. La comparaison entre les deux nanofluides utilisés montre que l'argent présente un transfert thermique plus important que le TiO_2 .

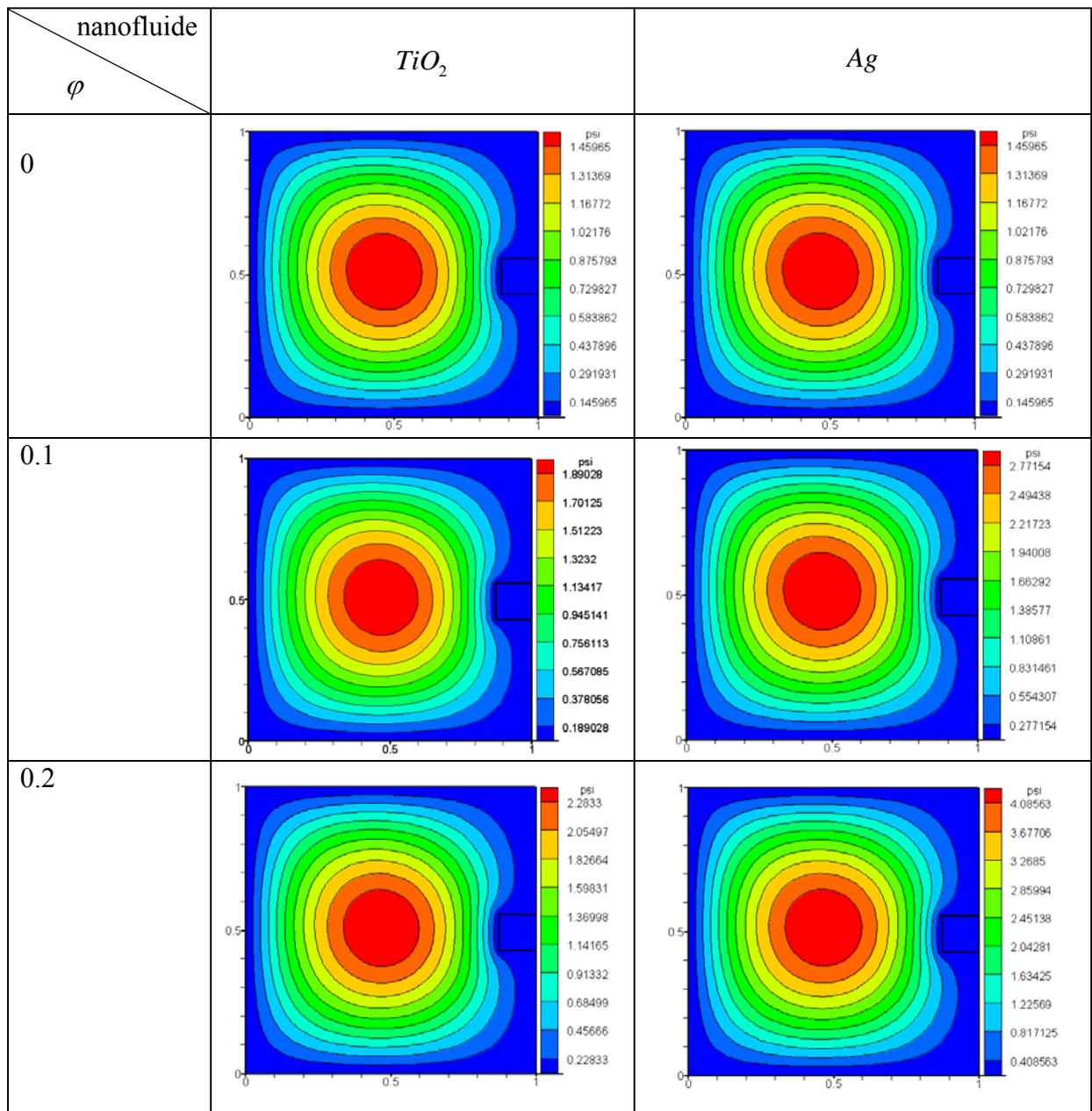


Figure. 17 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^3$

L'augmentation de la fraction volumique influe sur les lignes des courant, on constate ceci sur les valeurs de (Ψ), ces valeurs sont plus grands dans le cas de l'Ag par rapport à celles du TiO_2 .

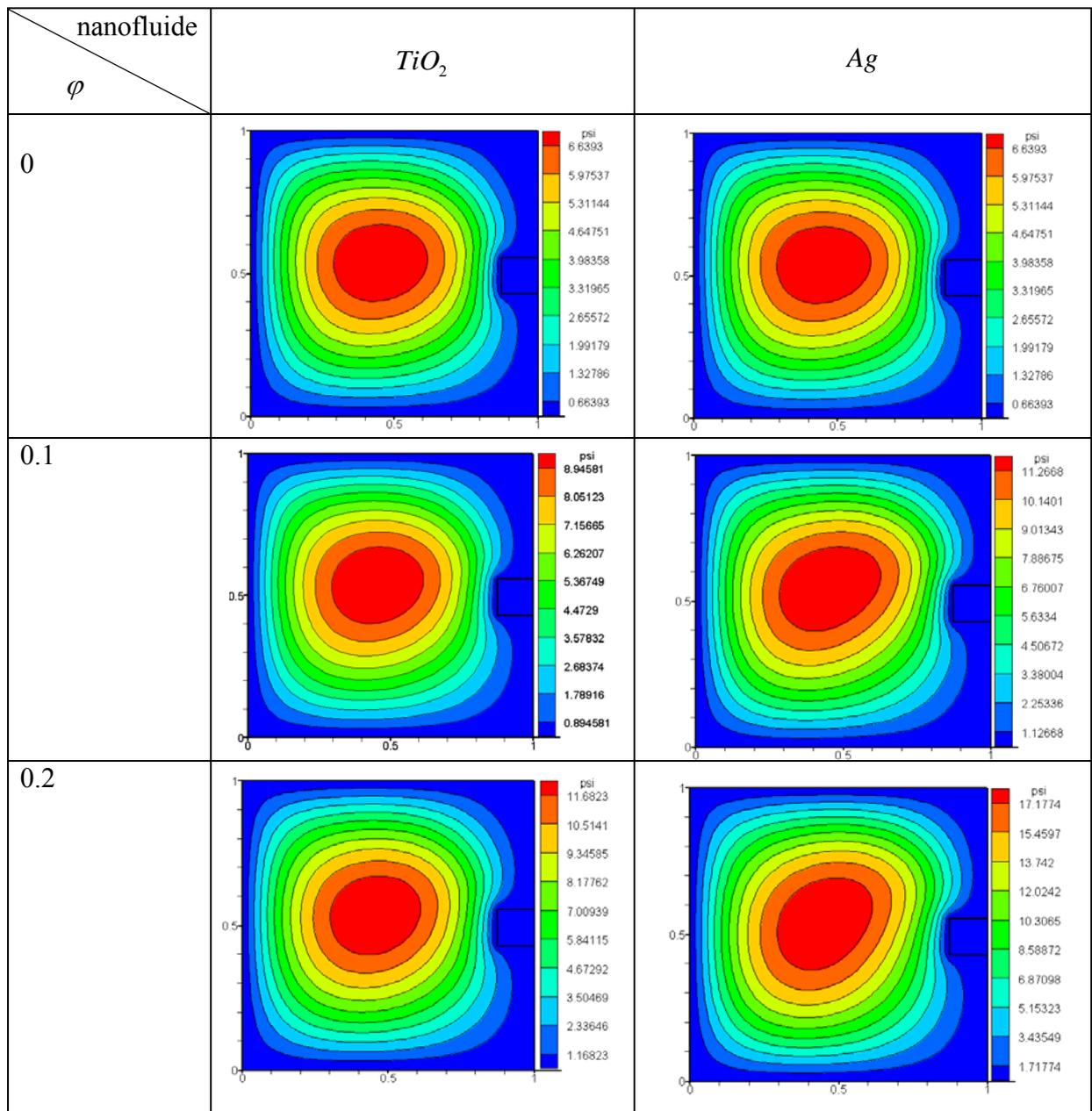


Figure. 18 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^4$

L'augmentation de la fraction volumique et le nombre de *Rayleigh* influence les lignes des courant, on constate ceci sur les valeurs de (Ψ) qui sont élevées par rapport aux celles pour $Ra = 10^3$.

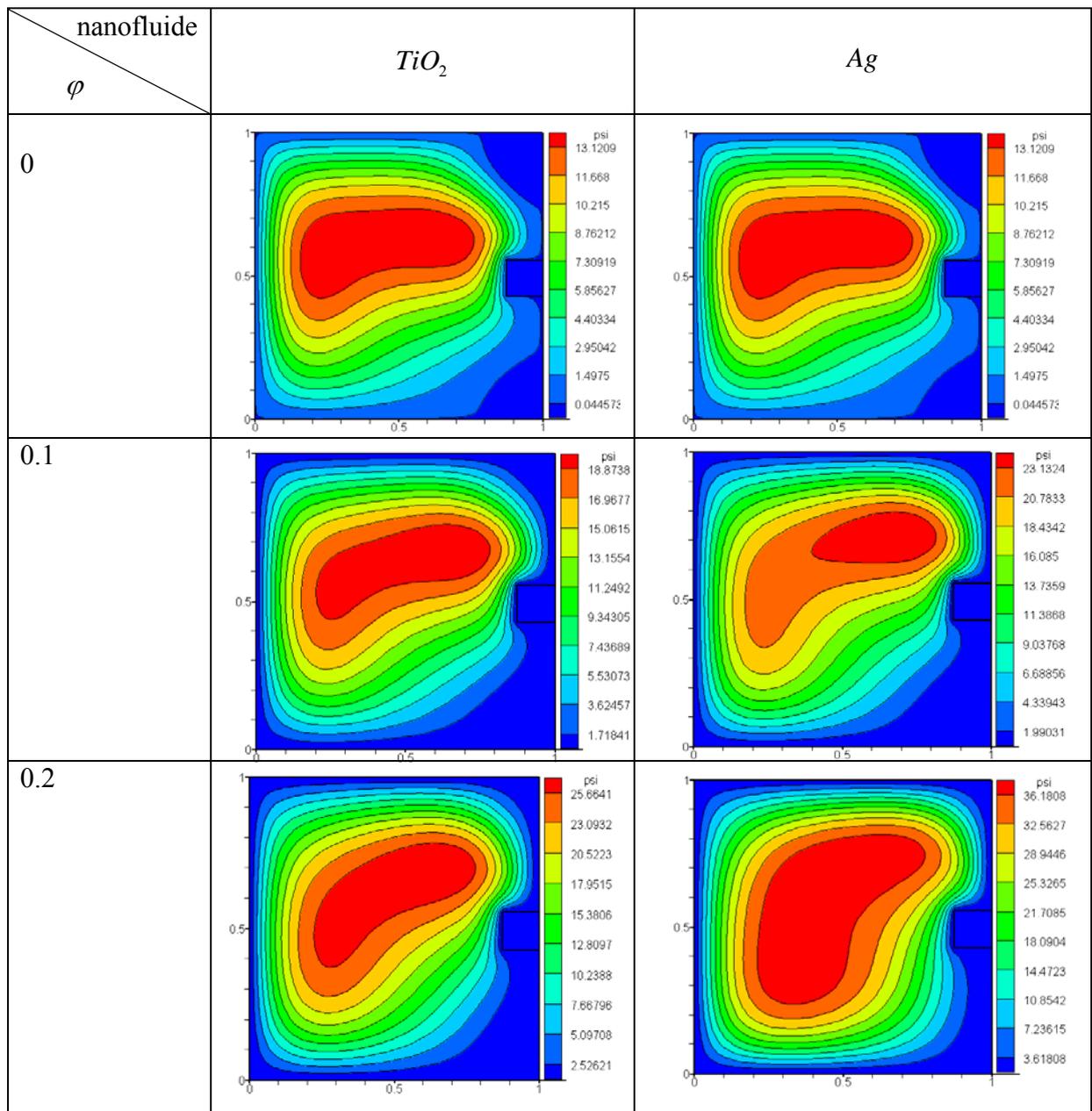


Figure. 19 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^5$

L'augmentation de la fraction volumique et le nombre de *Rayleigh* influence les lignes des courant, on constate ceci sur les valeurs de (Ψ) qui sont plus élevés.

Les lignes de courant deviennent plus serrées à côté des parois latérales à mesure que le nombre de *Rayleigh* augmente et les valeurs de (Ψ) restent toujours plus grands pour le nanofluide Ag par rapport au TiO_2 .

IV.4.2. La source de chaleur située au milieu de l'enceinte.

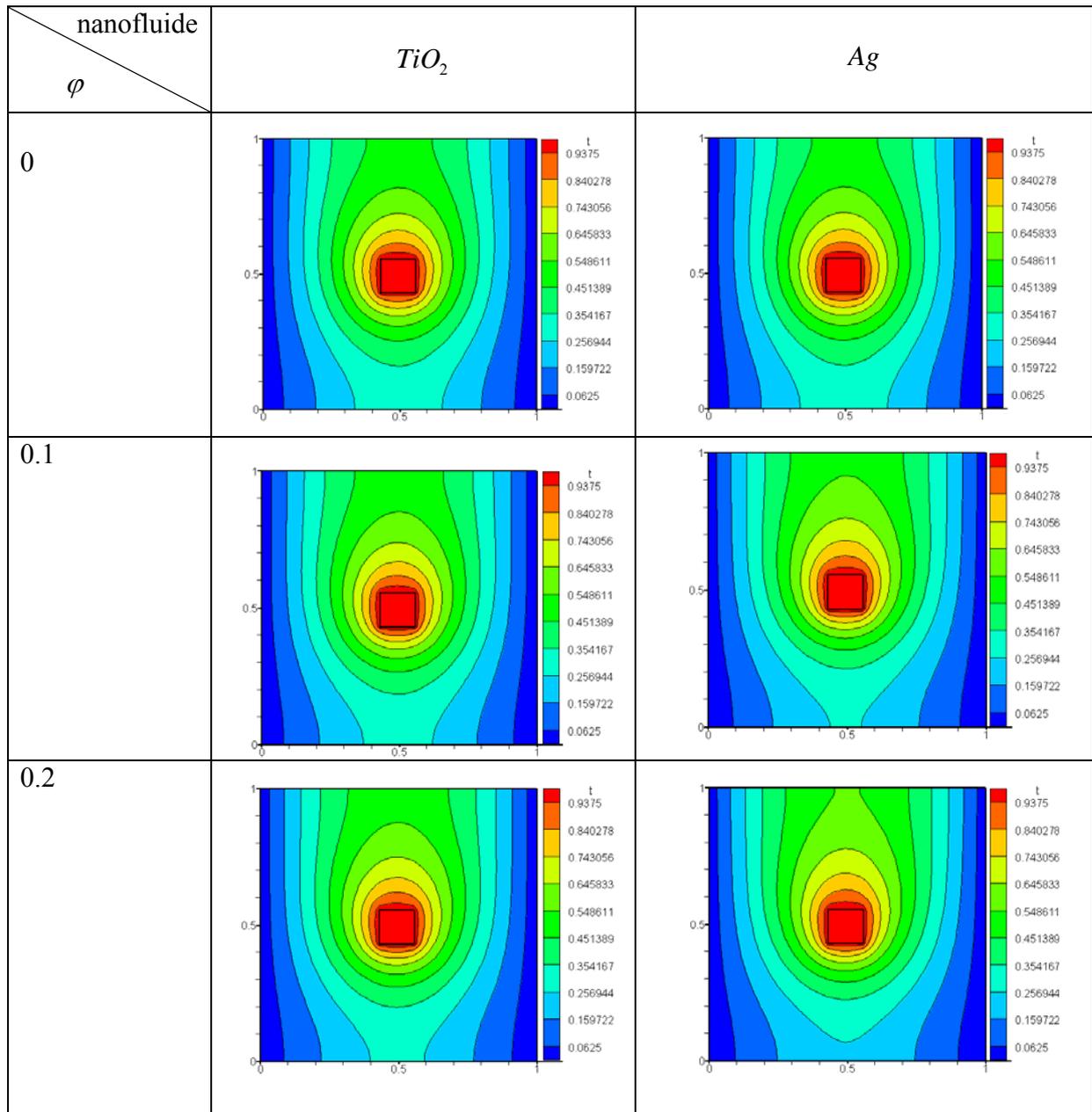


Figure. 20 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^3$

L'augmentation des fractions volumique montre une légère déviation pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pure avec une symétrie des isothermes par rapport à l'axe horizontal $x = 0.5$. la déviation des isothermes pour le nanofluide Ag est importante que le TiO_2 .

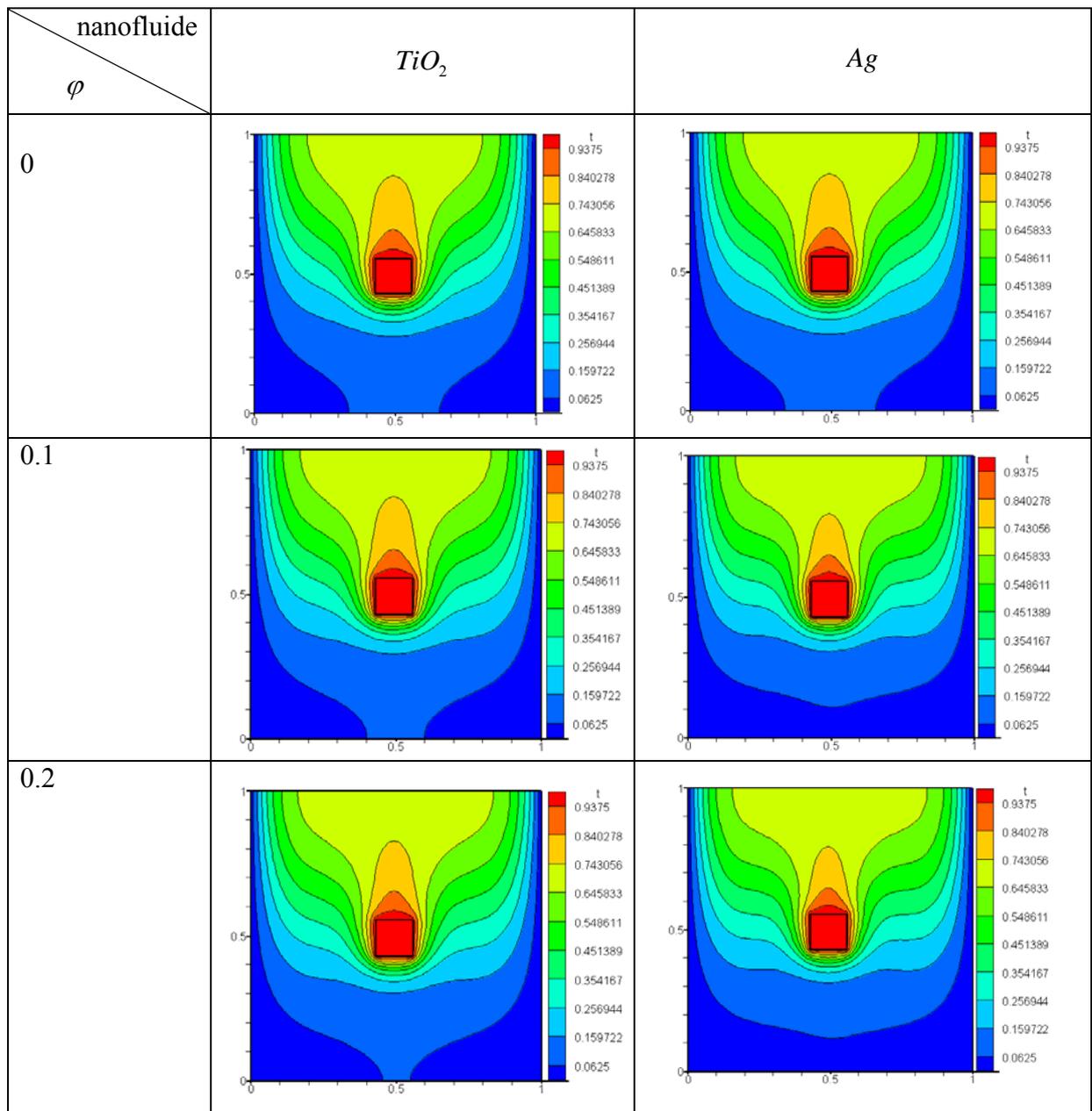


Figure. 21 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^4$

Pour un nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^4$), les isothermes deviennent courbées par rapport aux courbe de la figure précédente. On peut également remarquer que les isothermes sont serrées aux deux côtés de l'enceinte. L'augmentation des fractions volumique donne une légère déviation pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pure.

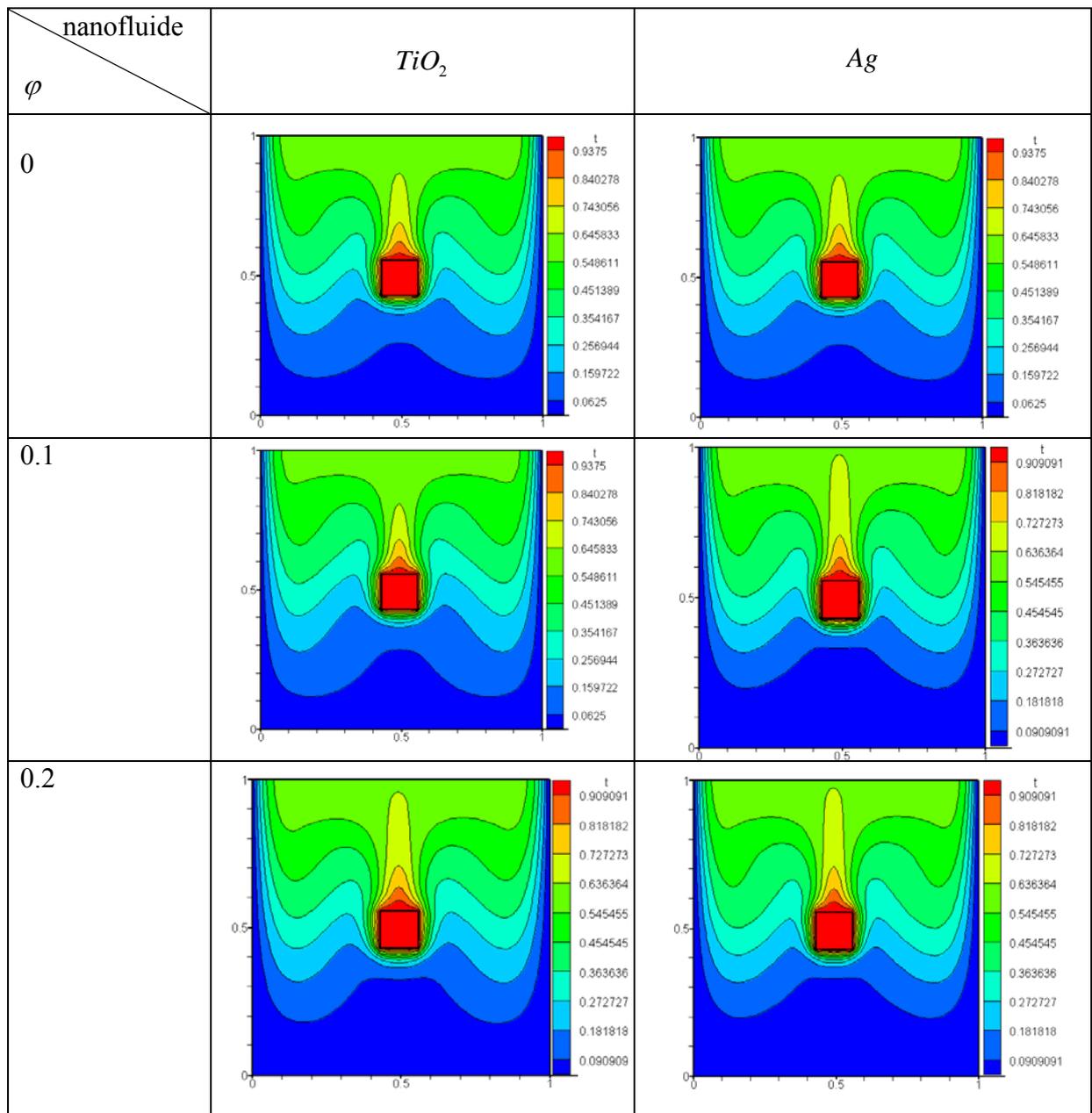


Figure. 22 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^5$

Pour un nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^5$), les isothermes deviennent plus courbées par rapport aux courbes des figures précédentes. On peut également remarquer que les isothermes sont plus serrées aux deux côtés de l'enceinte.

L'augmentation des fractions volumique montre une déviation pour les isothermes, on compare les nanofluides avec le fluide pure.

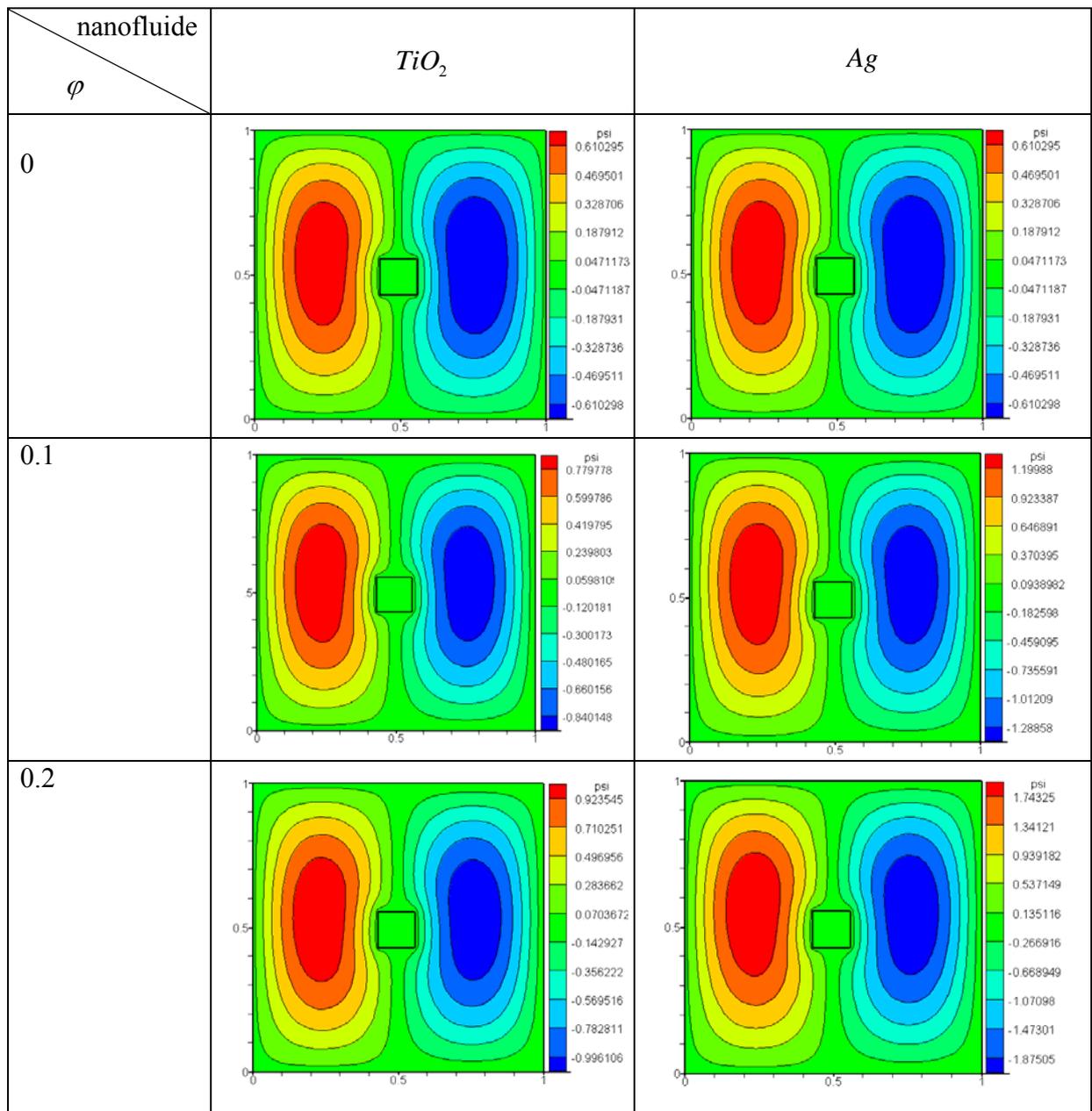


Figure. 23 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^3$

Dans ce cas on observe la formation de deux vortex on comparons avec le cas d'une source de chaleur située au milieu de la paroi droite où il y a la formation d'un seul vortex. Les valeurs de (Ψ) pour le nanofluide Ag est toujours plus importantes que celles du nanofluide TiO_2 .

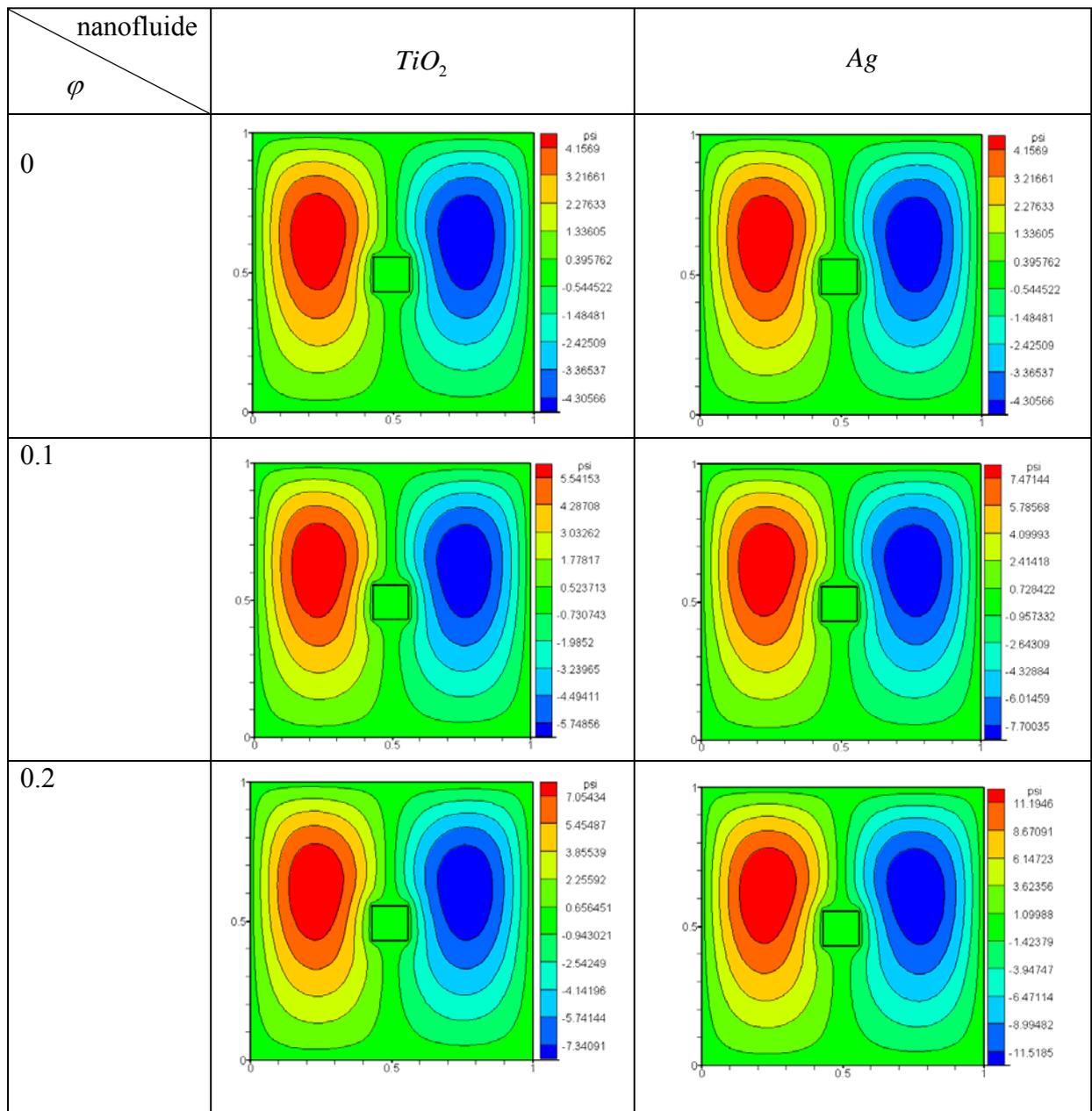


Figure. 24 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^4$

Les lignes de courant montrent un degré de symétrie par rapport l'axe horizontal central de l'enceinte, et on constate toujours que l'augmentation de la fraction volumique influe sur les lignes de courant pour les deux nanofluides.

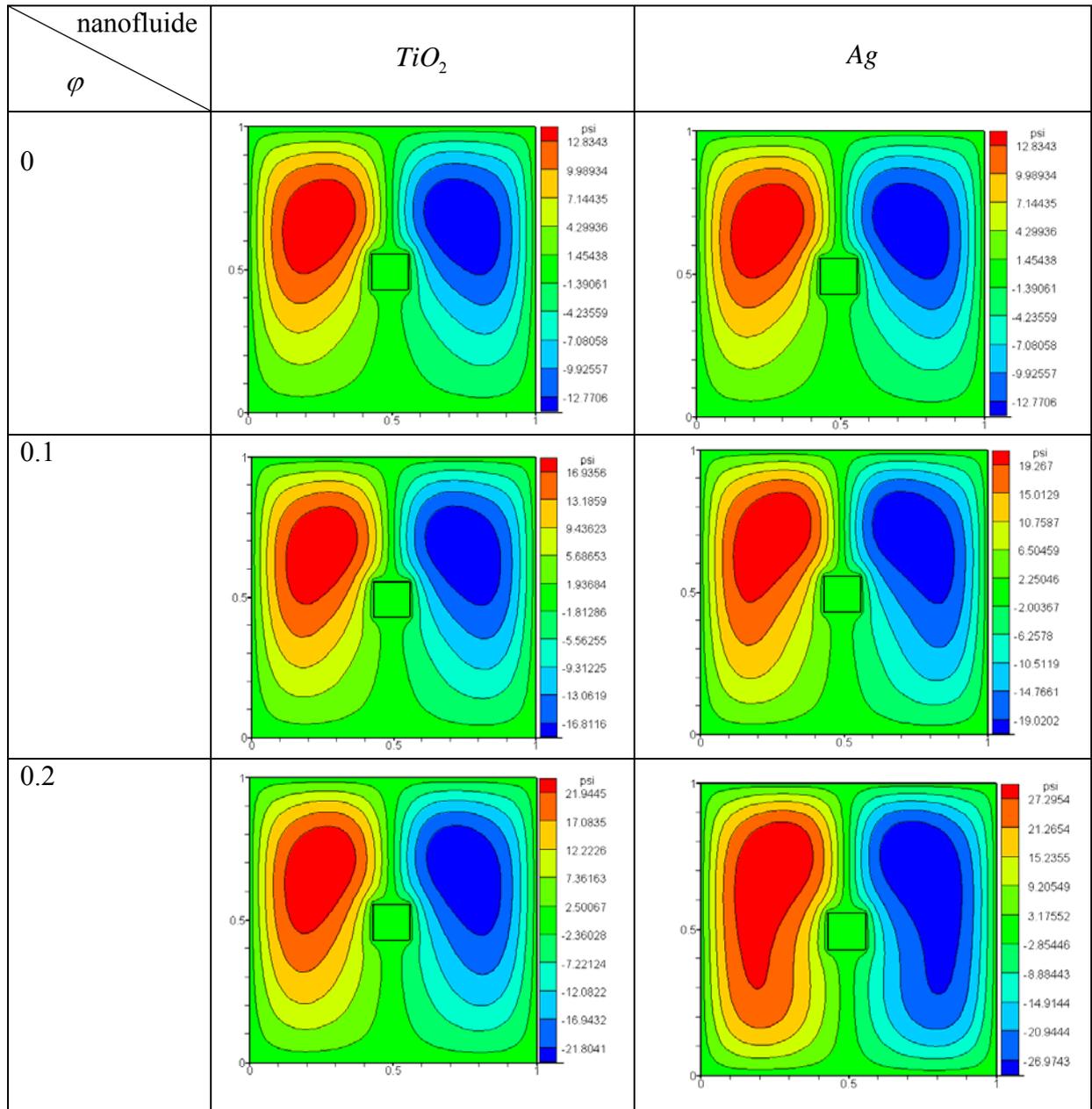


Figure. 25 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^5$

Pour cette valeur de nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^5$) une augmentation importante dans les valeurs de (ψ) a été observée par rapport les cas précédents. Cette augmentation est proportionnelle à l'augmentation de la fraction volumique et le nombre de *Rayleigh* et le type de nanofluide.

IV.4.3 deux sources de chaleur situées au milieu des parois.

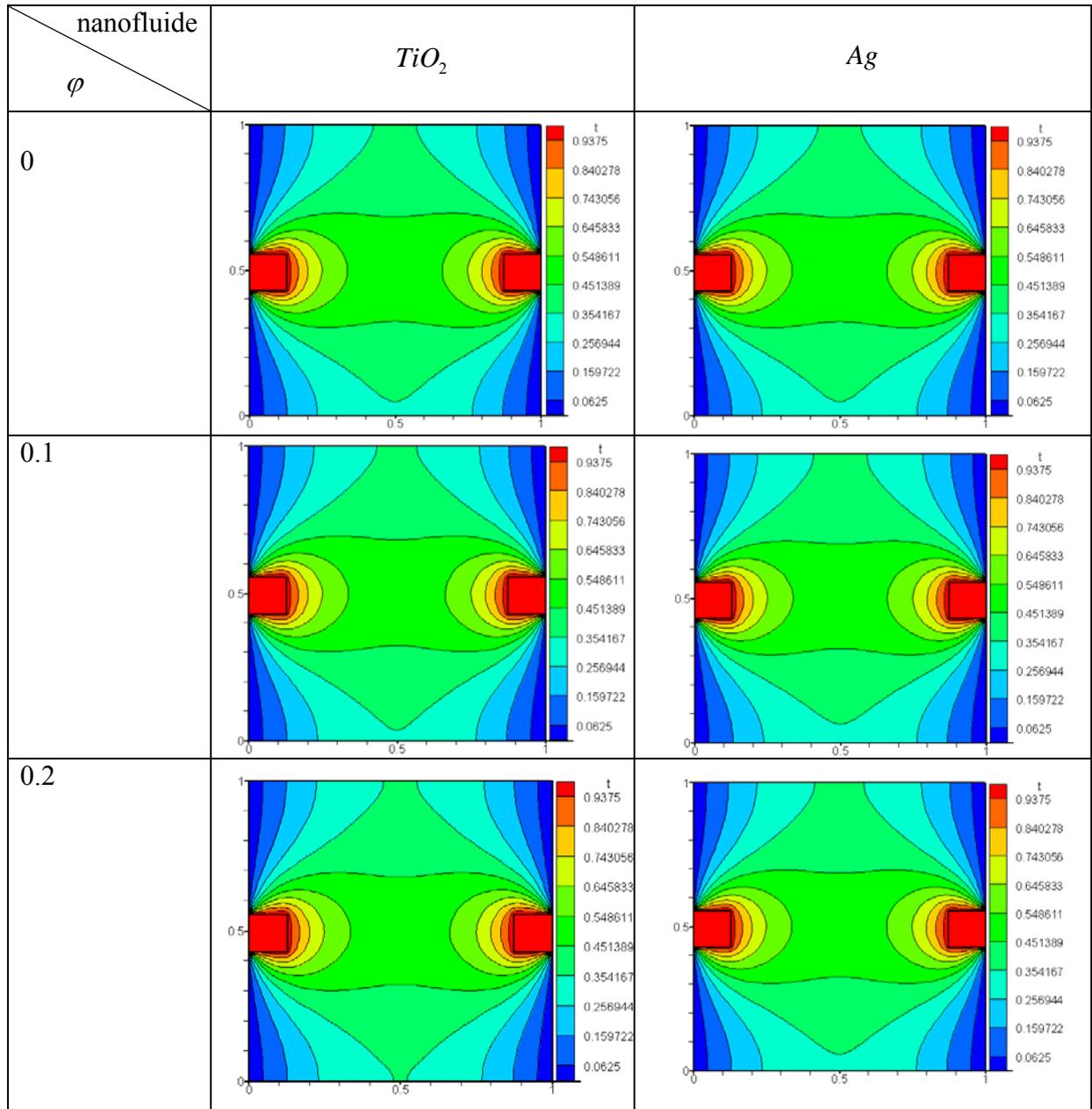


Figure. 26 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^3$

Dans le cas de deux sources situées en milieu des parois gauche et droite, on observe que les isothermes sont courbées et serrées vers les cotés de l'enceinte.

L'augmentation des fractions volumique donne une légère déviation pour les isothermes entre le nanofluide et le fluide pure.

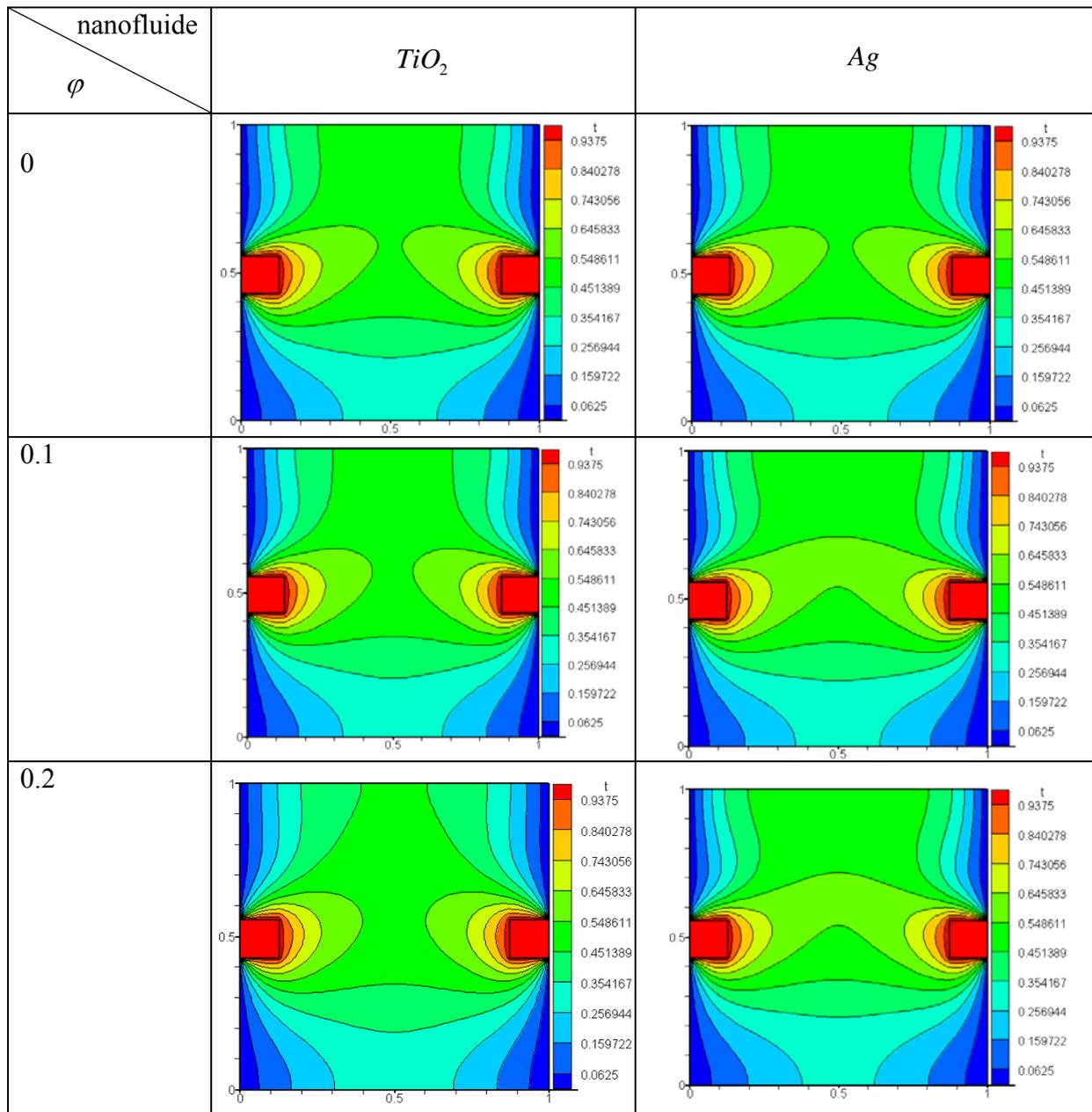


Figure. 27 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^4$

Pour un nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^4$), les isothermes deviennent courbées par rapport à la courbe de la figure précédente. On peut également remarquer que les isothermes sont serrées sur les côtés des parois. L'augmentation des fractions volumique donne toujours une légère déviation pour les isothermes entre les nanofluides et le fluide pure.

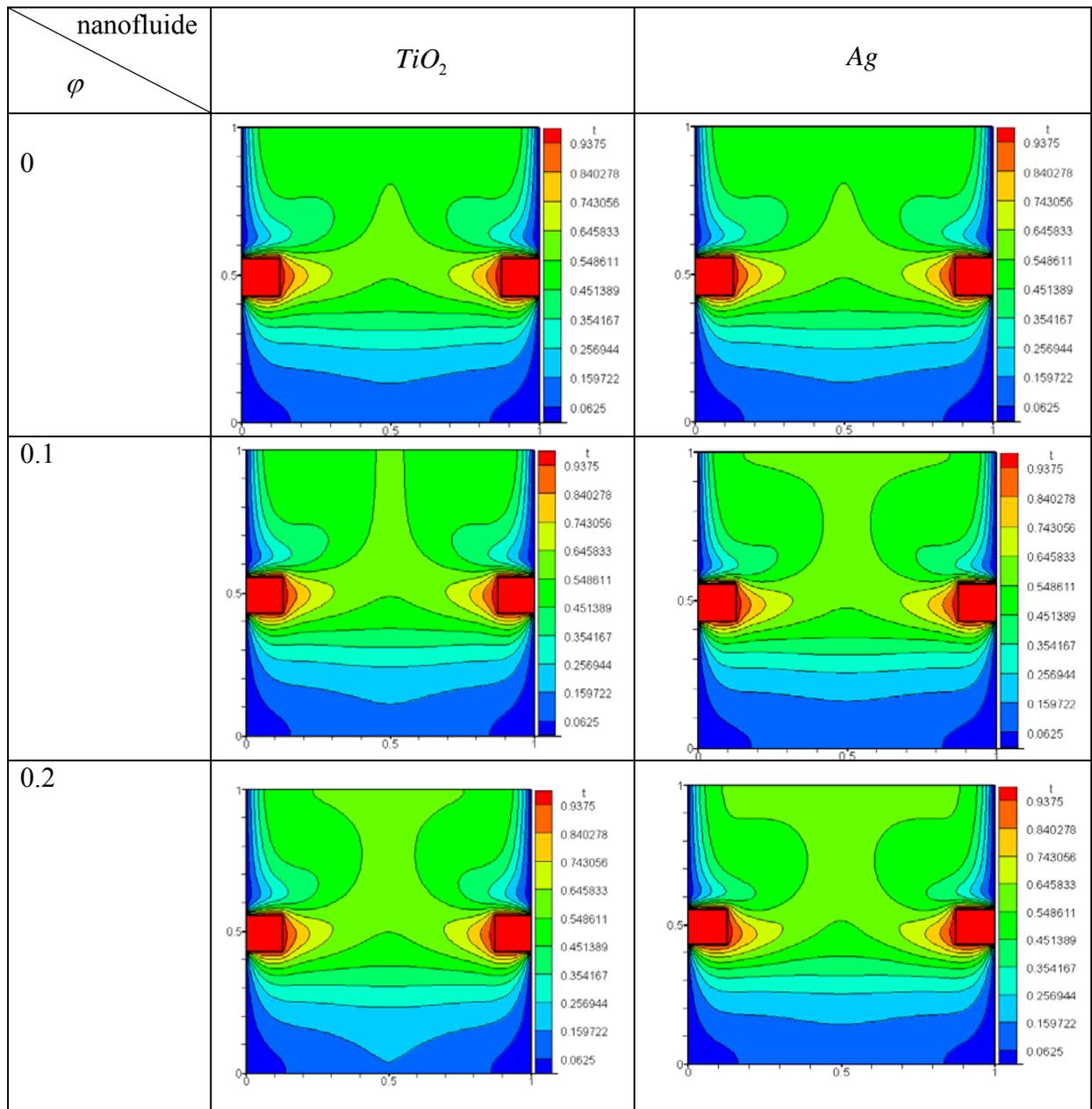


Figure. 28 : Les Champs des températures pour $Ra = 10^5$

Pour un nombre de *Rayleigh* ($Ra = 10^5$), les isothermes deviennent plus courbées par rapport aux courbes des figures précédentes. On peut également remarquer que les isothermes sont plus serrées aux côtés des parois.

L'augmentation des fractions volumique induit une déviation importante pour les isothermes entre les nanofluides et le fluide pure d'une part et entre les différents nanofluides d'autre part.

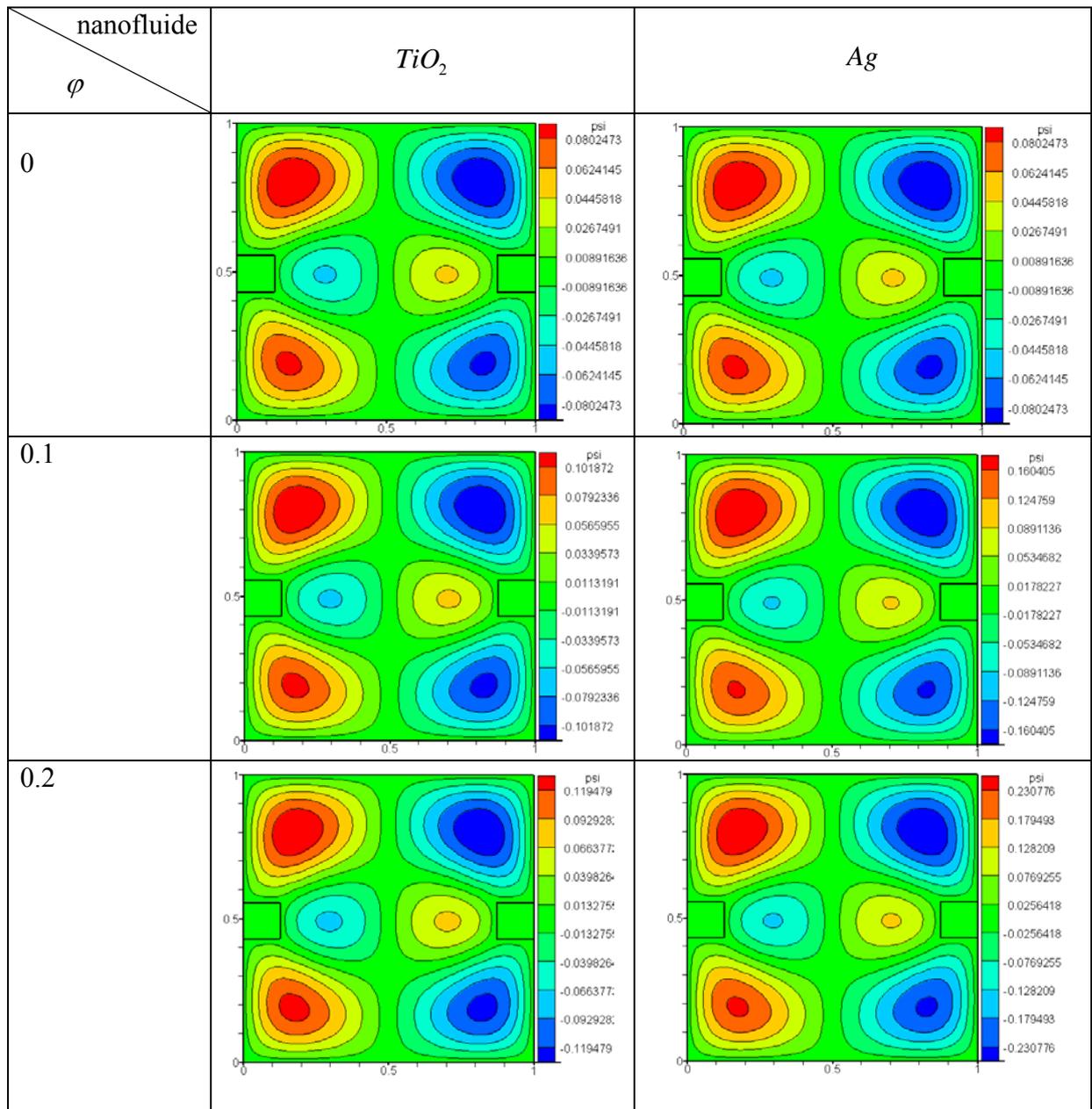


Figure. 29 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^3$

Dans ce cas on observe la formation de six vortex parfaitement symétriques par rapport au centre de l'enceinte.

Les valeurs de ψ augmentent avec l'augmentation de la fraction volumique.

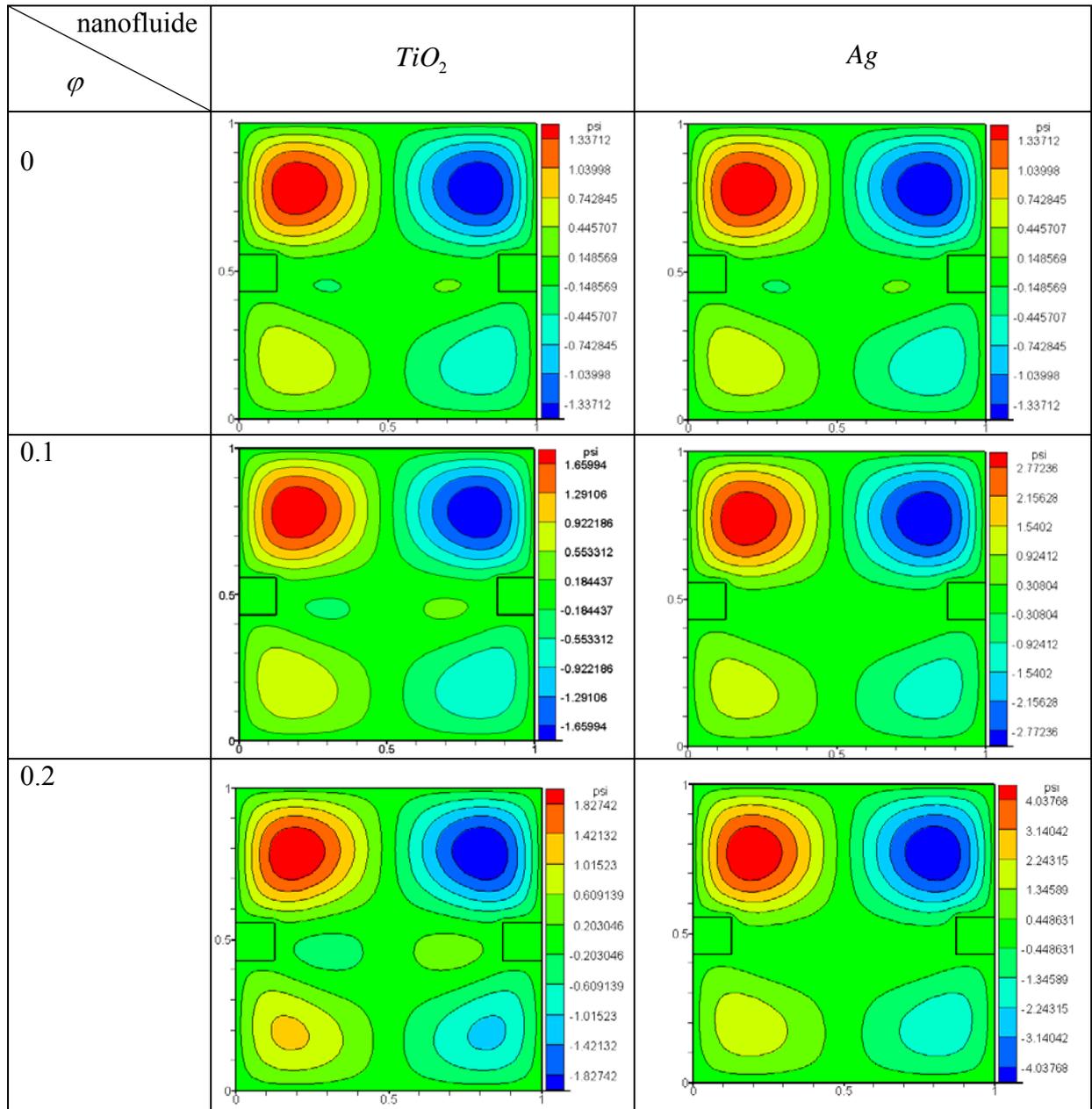


Figure. 30 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^4$

Les lignes de courant montrent un degré de symétrie par rapport l'axe horizontal central de l'enceinte, et on constate toujours que l'augmentation de la fraction volumique influe sur les lignes de courant.

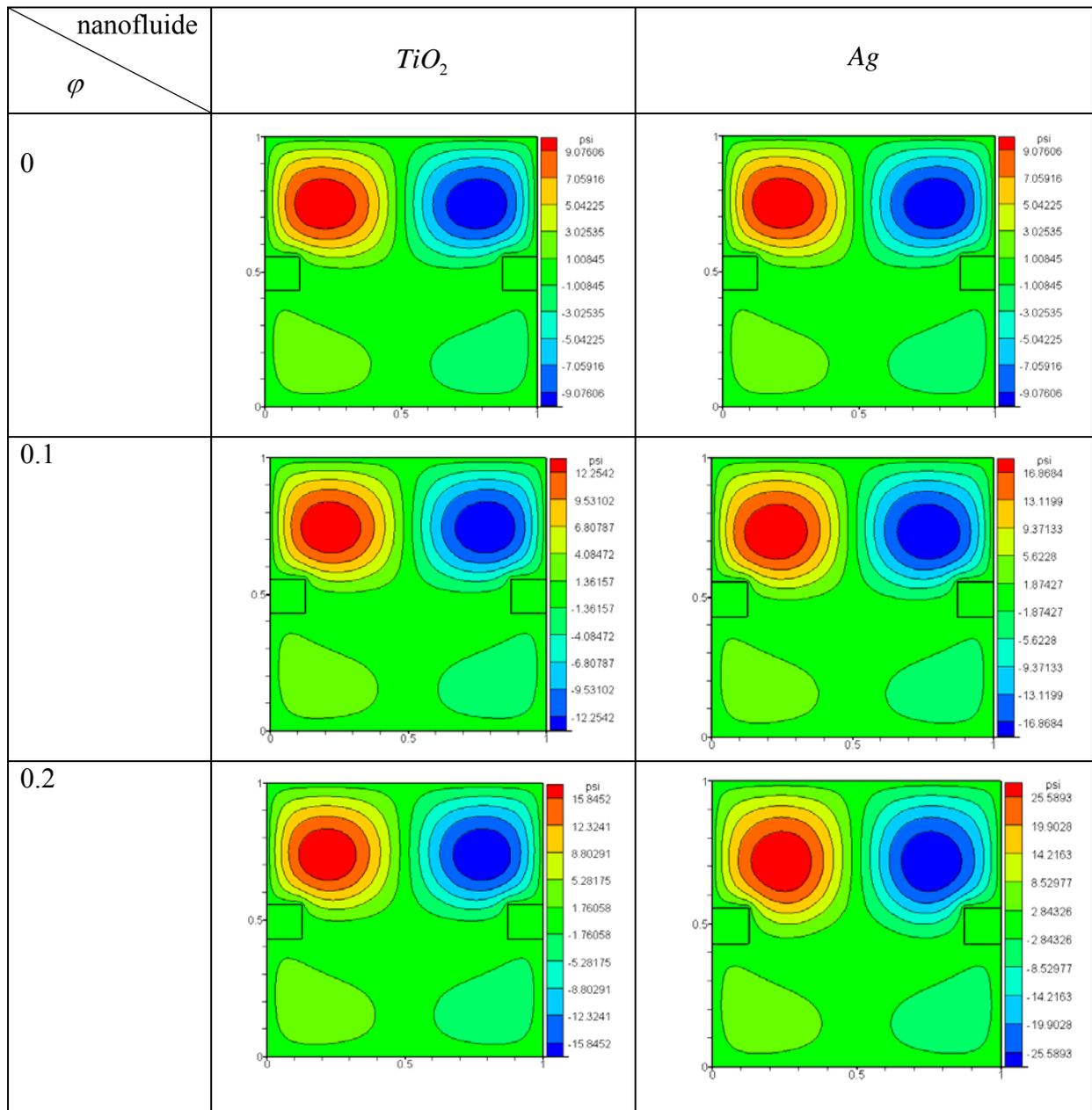


Figure. 31 : Les lignes des courants pour $Ra = 10^5$

Pour cette valeur de nombre de Rayleigh ($Ra = 10^5$) une augmentation importante dans les valeurs de (ψ) a été observée par rapport aux cas précédents. Cette augmentation est proportionnelle à l'augmentation de la fraction volumique et au nombre de Rayleigh et au type de nanofluide. On observe aussi que les vortex sont concentrés dans la zone supérieure de l'enceinte.

IV.4.4. Profils des températures

Dans cette partie on a présenté les profils de température dans le cas d'une source de chaleur située au milieu de la paroi droite de l'enceinte avec différentes fractions volumique et nombre de *Rayleigh*.

IV.4.4.1 pour le nanofluide TiO_2

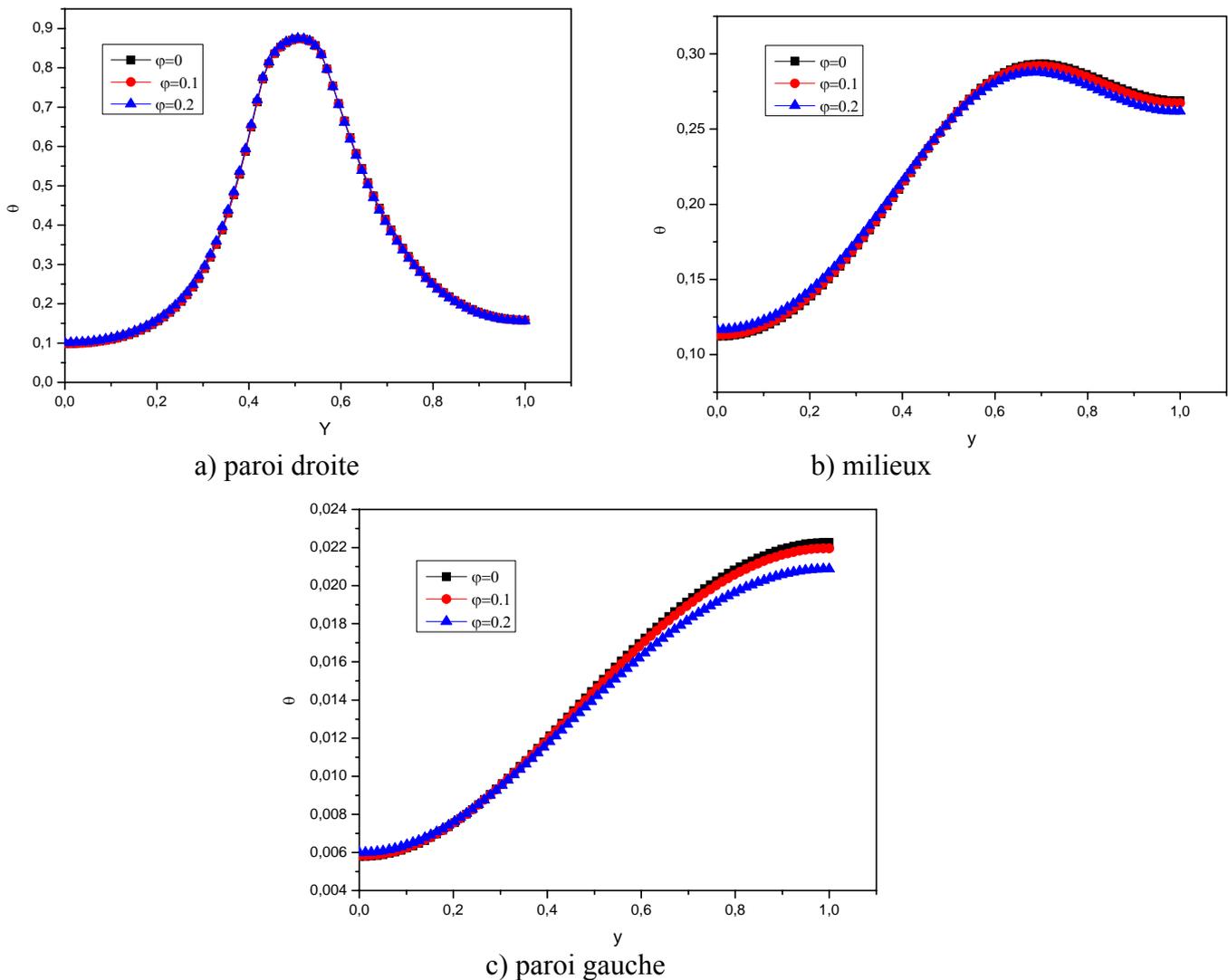
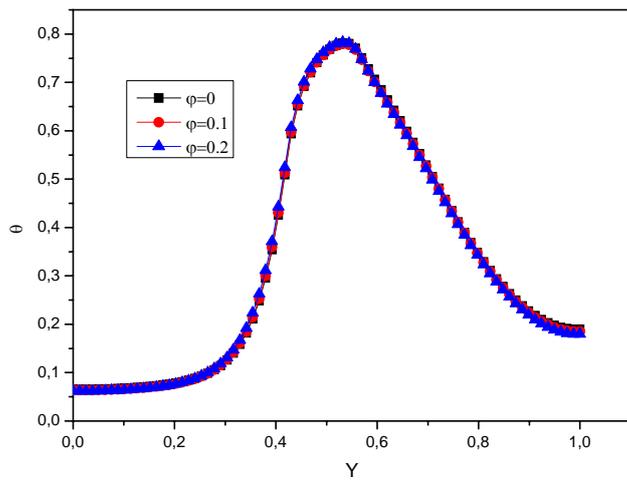
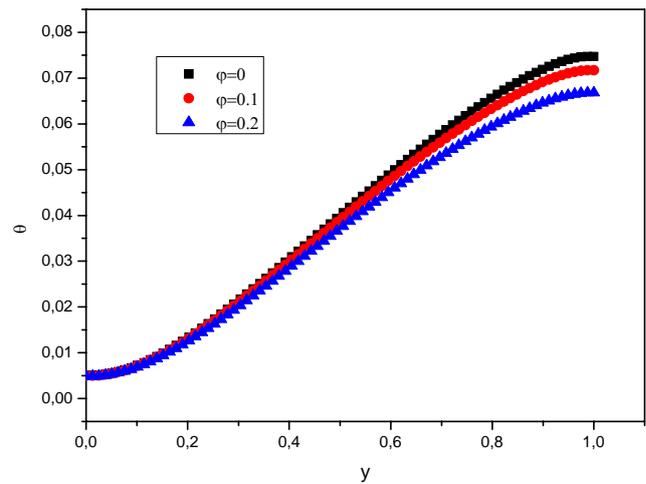


Figure. 32 : Profils des températures $Ra = 10^3$

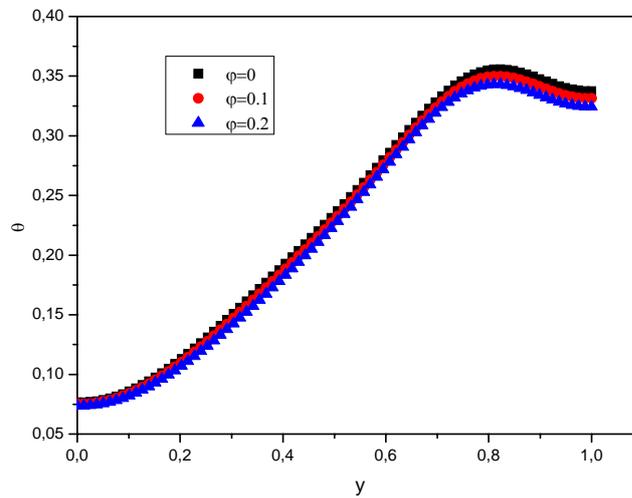
On constate que les graphes au parois droite sont confondus par contre pour les deux autres cas (parois gauche et au milieu) on a une légère déviation.



a) paroi droite



b) milieu



c) paroi gauche

Figure. 33 : Profils des températures pour $Ra = 10^4$

On constate que les graphes de la paroi droite sont presque confondues par contre pour les graphes des (paroi droite et au milieu) on a une légères diminution pour les profils des températures.

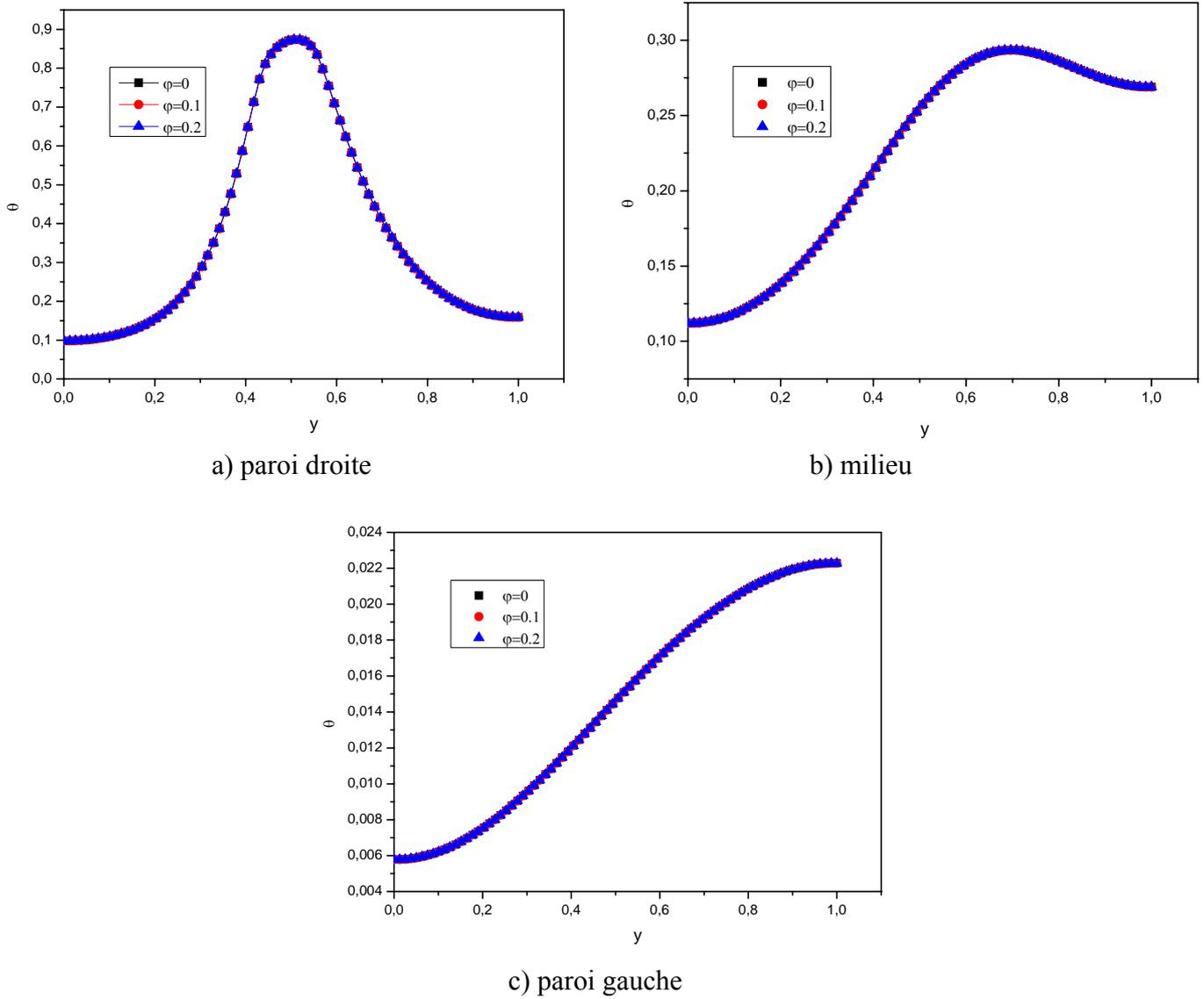


Figure. 34 : Profils des températures pour $Ra = 10^5$

On constate que les profils des températures pour tout les cas sont totalement confondus

IV.4.4.1 pour le nanofluide Ag

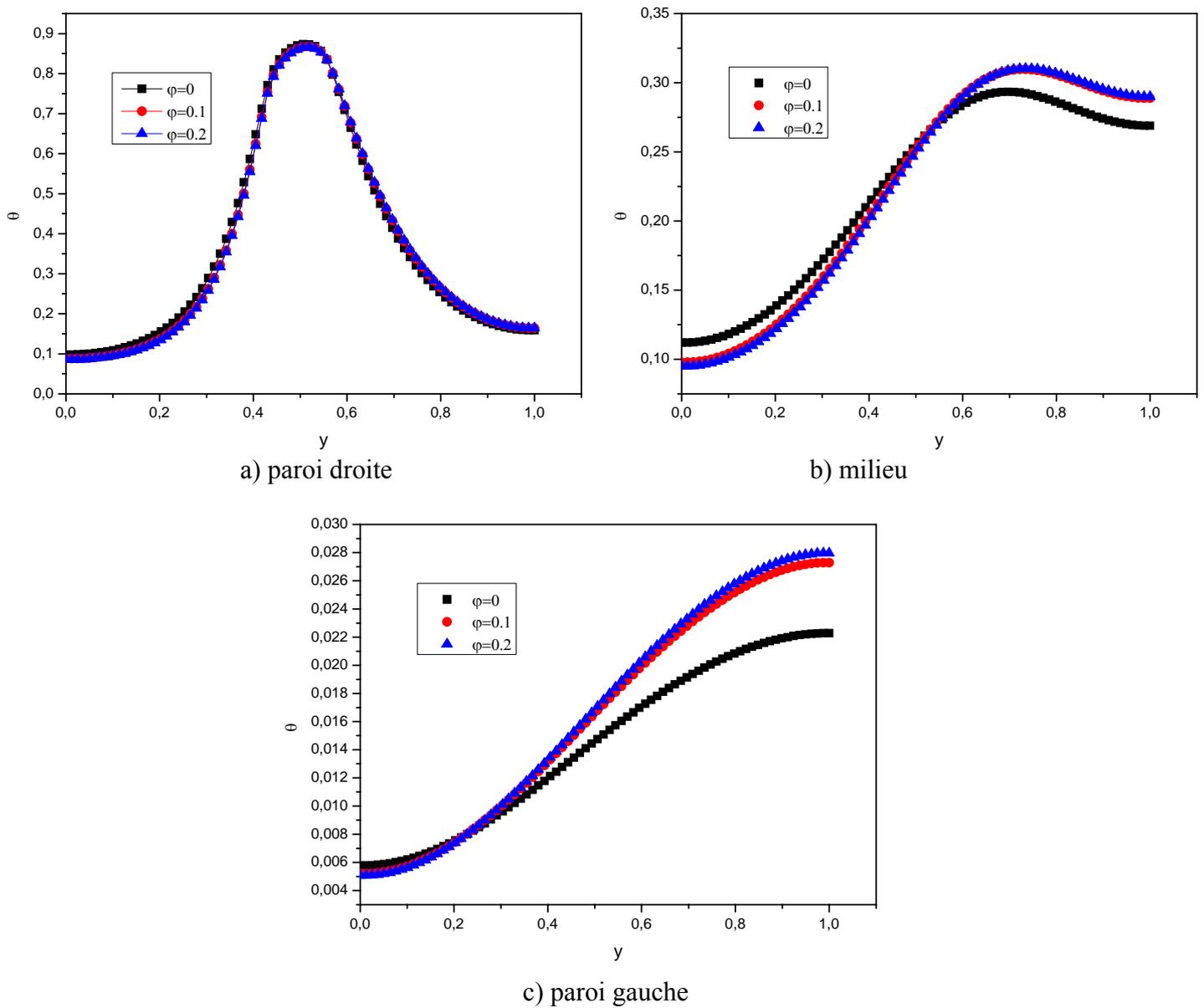
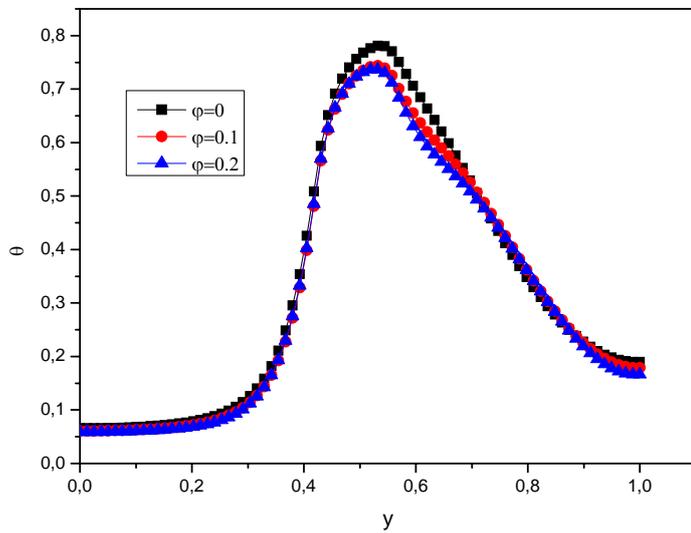
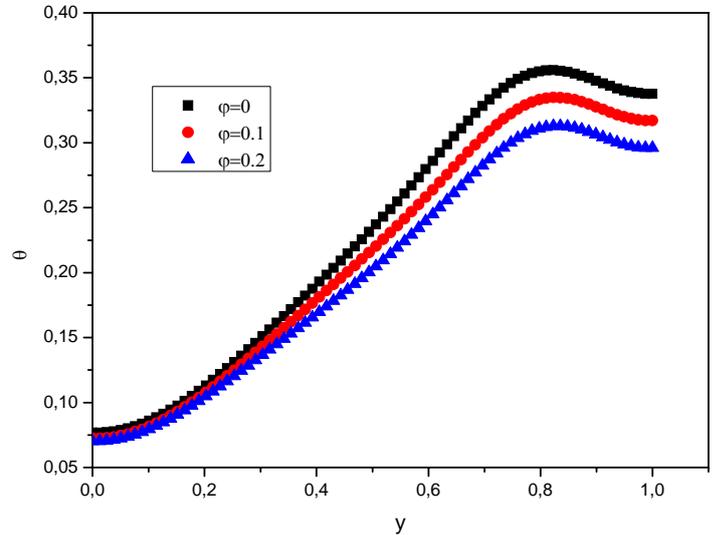


Figure. 35 : Profils des températures pour $Ra = 10^3$

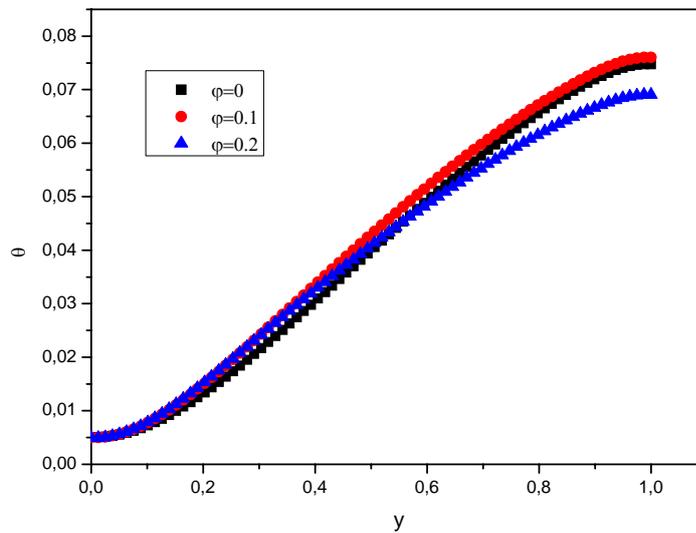
Les profils des températures sont presque confondues les un des autres a la paroi droite (les fractions volumiques influe plus au milieu est au paroi gauche).



a) paroi droite



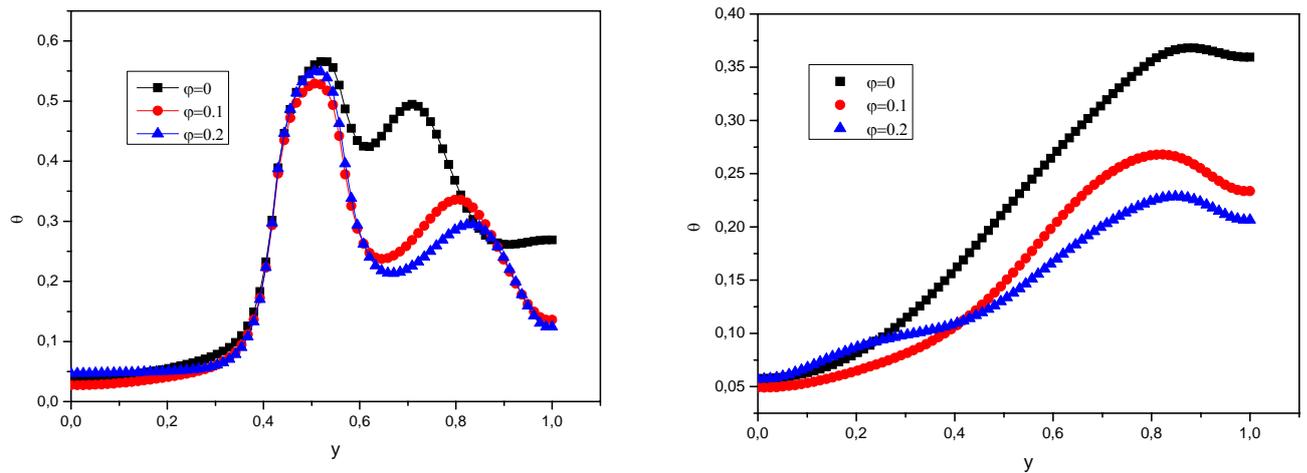
b) milieu



c) paroi gauche

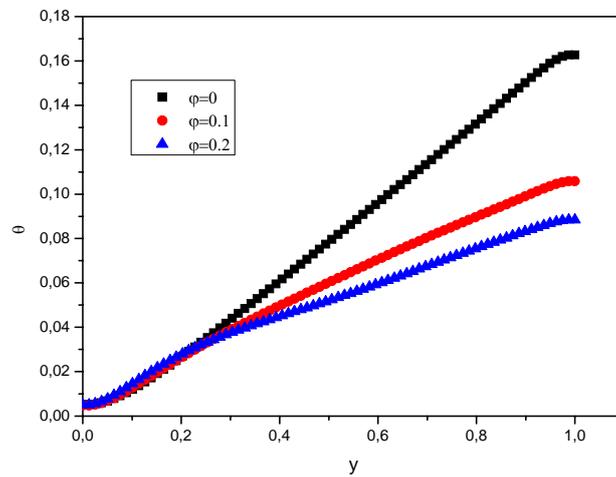
Figure. 36 : Profils des températures pour $Ra = 10^4$

L'augmentation du nombre de *Rayleigh* et de la fraction volumique montre que les profils des températures varient dans la paroi gauche, droite et au milieu.



a) paroi droite

b) milieu



c) paroi gauche

Figure. 37 : Profils des températures pour $Ra = 10^5$

Les figures de la paroi gauche, droite, et au milieu de l'enceinte montre toujours que l'élévation du nombre de *Rayleigh* donne une variation importante pour la distribution de température.

IV.4.5. variation de nombre de *Nusselt*

Dans cette partie on a étudié l'effet de quelques paramètres sur le nombre de *Nusselt* dans le cas d'une source de chaleur située au milieu de la paroi droite de l'enceinte.

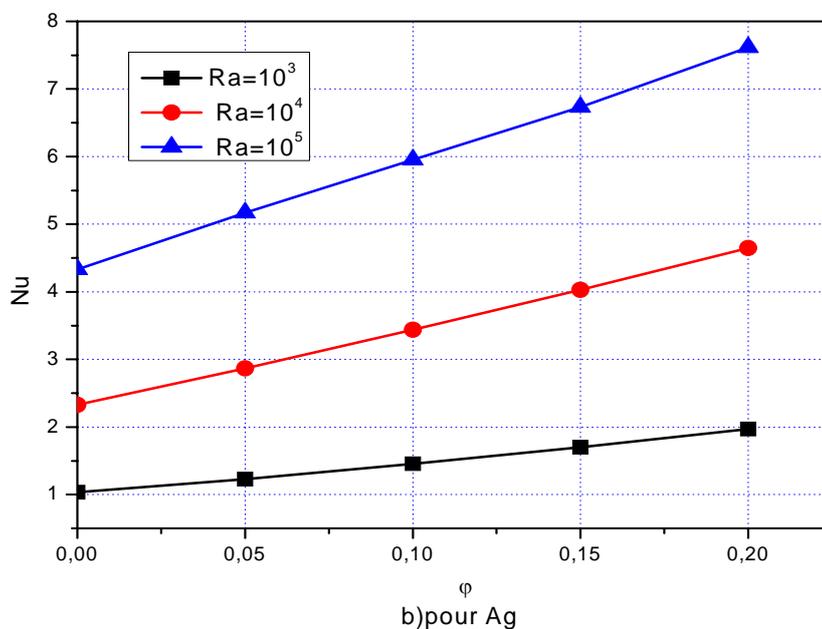
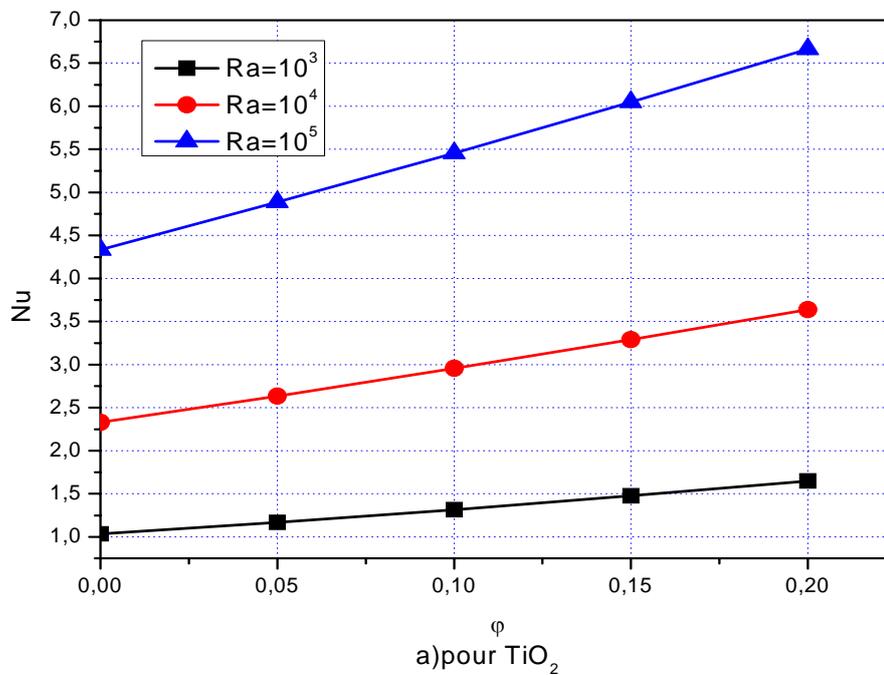


Figure. 38 : La variation du nombre de *Nusselt* moyen on fonction de la fraction volumique pour différent valeurs du nombre de *Rayleigh*.

La figure montre que le nombre de *Nusselt* augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et le nombre de *Rayleigh* pour chaque nanofluide.

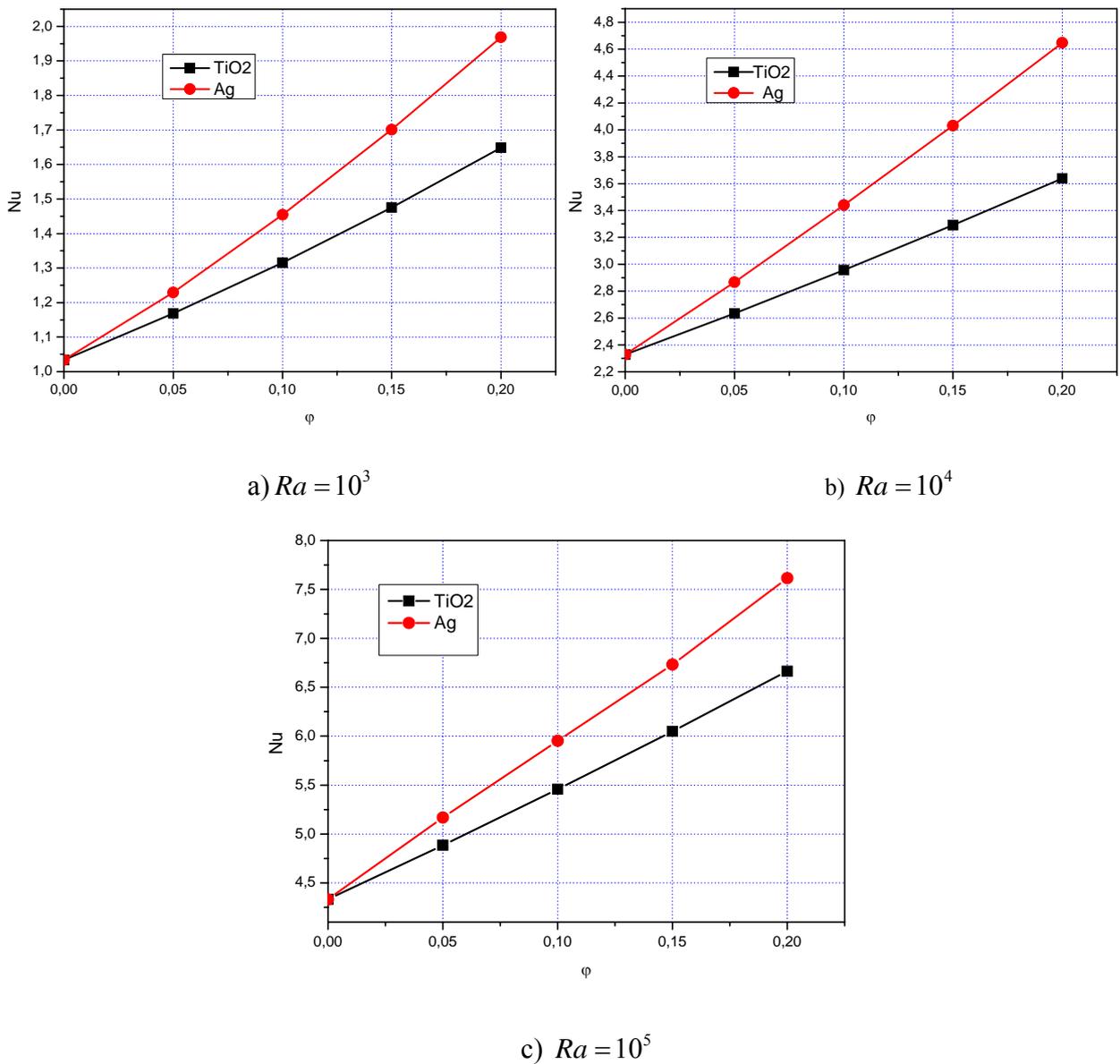


Figure. 39 : effet de type de nanofluide sur la variation du nombre de *Nusselt*.

On observe que les valeurs du nombre de Nusselt pour le nanofluide Ag sont supérieures à celles du nanofluide TiO_2 (pour différentes valeurs de nombre de *Rayleigh*). Ce qui montre que le Ag est un bon conducteur de chaleur par rapport au TiO_2 .

Donc, le type de nanofluide est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire, on a présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte remplie d'un mélange d'eau et des nanofluides.

La configuration géométrique du modèle physique est une enceinte carrée avec une source de chaleur ayant plusieurs positions et avec des conditions aux limites de type *Dirichlet* pour les lignes de courant et la température de la source de chaleur, et de type *Neumann* pour la température des parois.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de *Rayleigh* ($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$) et pour différentes positions de la source de chaleur avec différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\varphi=0$) et pour les nanofluide (Ag et TiO_2 , φ égale à 0.1, 0.2)

En se basant sur les approximations de *Boussinesq*, on a développé le modèle mathématique décrivant notre problème. On a mis également au point un modèle numérique basé sur la méthode de volumes finis avec un schéma hybride pour discrétiser les équations gouvernantes. On a validé notre procédure de simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux d'autres auteurs.

Les résultats principaux se résument dans :

- a) L'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de *Rayleigh* élevé.
- b) l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le transfert de chaleur.
- c) la position de la source de chaleur influence considérablement le champ de la température et les lignes de courant
- d) le transfert thermique en présence des nanoparticule d'Ag s'améliore relativement celui des nanoparticules de TiO_2 . En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique

- [1] **S.U.S.Choi**, enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, developments and applications of Non –Newtonian flows.
FED-Vol.231/MD-Vol.66 (1995)99-105.
- [2] **D. Wen, Y. Ding**, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (24) (2004) 5181.
- [3] **C. Y. Tsai, H. T. Chien, P. P. Ding, B. Chan, T. Y. Luh, P. H. Chen**, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters* 58 (2004) 1461-1465.
- [4] **Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R. A. Williams**, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer In Press*, Corrected Proof.
- [5] **Y. Yang, Z. G. Zhang, E. A. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu**, Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (6) (2005) 1107-1116.
- [6] **S. Zeinali Heris, S.Gh. Etemad, M. Nasr Esfahany**. Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 (2006) 529–535
- [7] **D. Wen, Y. Ding**, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 26 (6) (2005) 855-864.
- [8] **Samy Joseph Palm, Gilles Roy, Cong Tam Nguyen**, Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling systems considering temperature-dependent properties *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) 2209–2218

- [9] **A.Behzadmehr, M.saffar-Avval and N.Galanis**, Prediction of turbulent forced convection of nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, In Press.
- [10] **Depew C.A., Farbar L.**, 1963. Heat transfer to pneumatically conveyed glass particles of fixed size. *ASME transaction*, May, 164-172
- [11] **Apurba et Niladri**. Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates. *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 391–400
- [12] **Hakan F. Oztop et Eiyad Abu-Nada**. Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336
- [13] **Abu-Nada, E.**, 2008. Application of nanofluids for heat transfer enhancement of Separated flows encountered in a backward facing step. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29, 242–249.
- [14] **Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M.**, 2003. Buoyancy-driven heat transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids 46, 3639–3653.
- [15] **Brinkman, H.C**, 1952. The viscosity of concentrated suspensions and solutions *J.Chem. Phys.* 20, 571–581.
- [16] **S. V. Patankar**, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, Washington (1980).

- [17] **Krane, R.J., Jessee, J., 1983.** Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure. Proceedings of the First ASMEJSME Thermal Engineering Joint Conference, vol. 1, 323-329.
- [18] **Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M., 2003.** Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids 46, 3639–3653.
- [19] **Barakos, G., Mitsoulis, E., 1994.** Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions. *Int. J. Num. Meth. Fluids* 18, 695–719.
- [20] **Markatos, N.C., Pericleous, K.A., 1984.** Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer* 27, 772–775.
- [21] **Fusegi, T., Hyun, J.M., Kuwahara, K., Farouk, B., 1991.** A numerical study of threedimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer* 34, 1543–1557.

Résumé:

Dans ce travail on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée chauffée et remplie d'un mélange d'eau et des nanofluides. On a différentes positions de source de chaleur et différentes fractions volumiques pour les nanofluides. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride. Les champs thermique et dynamique ont été obtenus ainsi que le nombre de *Nusselt*. Notre procédure de simulation a été validée en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres travaux. L'influence des paramètres (nombre de *Rayleigh*, type de nanofluides, la position des sources de chaleur) a été considérée. Des corrélations entre le nombre de *Nusselt* et les différents paramètres de contrôle de notre configuration ont été également obtenues.

Mots clés: convection naturelle, enceinte carrée, les nanofluides, méthode des volumes finis.

Abstract:

In this work we make a numerical study of steady and laminar natural convection in a heated square enclosure filled with a mixture of water and nanofluid. We take into account different positions of heat source and different volume fractions for nanofluids. The governing equations were discretized by the finite volume method using a hybrid system. The dynamic and thermal fields have been obtained and the number of *Nusselt* too. Our simulation procedure was validated by comparing the results obtained with other works. The influence of parameters (*Rayleigh* number, type of nanofluids, the position of heat sources) was considered. Correlations between the *Nusselt* number and the various control parameters of our configuration were also obtained.

Keywords: natural convection, square enclosure, the nanofluids, finite volume method.

ملخص:

في هذا العمل قمنا بدراسة عددية للانتقال الحراري الطبيعي غير المضطرب و المستقر داخل حيز مربع يسخن بواسطة منبع حراري و ممتلىء بالماء و النانوفلويد. المعادلات التي استعملناها تم تحليلها بواسطة طريقة الحجوم المنتهية. النتائج التي تحصلنا عليها هي حقول الحرارة و حقول خطوط التيار و عدد نيويسالت. تمت مقارنة هذه النتائج بنتائج أعمال أخرى. و أيضا درسنا تأثير معاملات أخرى على الانتقال الحراري الطبيعي و تتمثل هذه المعاملات في (عدد رايلي، النانوفلويد، موضع المنبع الحراري). كما وجدنا العلاقة التي تربط بين عدد نيويسالت و مختلف المعاملات الأخرى.

الكلمات المفتاحية: الانتقال الحراري الطبيعي، حيز مربع، النانوفلويد، طريقة الحجوم المنتهية.