

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

MÉMOIRE

Présenté

AU DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
FACULTE DES SCIENCES
UNIVERSITE DE BATNA

Pour l'obtention du diplôme

MAGISTÈRE EN PHYSIQUE
Option : Energétique

Par
M. BAADACHE Khireddine

***OPTIMISATION DES ECHANGEURS DE CHALEUR A TRIPLE TUBE
CONCENTRIQUE***

Soutenu publiquement le 02/07/2008, devant le jury composé de :

- | | | |
|----------------------------------|--------------------------------|-------------------|
| ➤ <i>BOUGOUL Saadi</i> | Prof., Univ. Batna | Président |
| ➤ <i>BOUGRIOU Cherif</i> | M.C., Univ. Batna | Rapporteur |
| ➤ <i>SOUDANI Azeddine</i> | Prof., Univ. Batna | Examineur |
| ➤ <i>BOUFENDI Toufik</i> | M.C., Univ. Constantine | Examineur |

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

- ❖ *Aux deux êtres les plus chers : mon père et ma mère, qui ont tout fait pour que je réussisse dans ma vie.*
- ❖ *A mes frères et mes sœurs.*
- ❖ *A mes amis de la promotion. et a tous mes amis*

Remerciements

Je tiens à remercier vivement mon encadreur Dr BOUGRIOU CHERIF pour son suivi, ses orientations pratiques, conseils précieux et son encouragement durant la réalisation de ce travail et la présentation de ce mémoire dans sa forme finale.

Je tiens à remercier tous les membres de jury Pr BOUGOUL Saadi, Pr SOUDANI Azedine et Dr BOUFENDI Toufik qui m'ont fait l'honneur d'accepter de juger mon travail.

Que toute personne ayant contribué, de près où de loin, à l'aboutissement de ce travail trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance. Enfin, je ne pourrais terminer ces remerciements sans une pensée à l'ensemble de mes enseignants, qu'ils trouvent ici, dans ces lignes, l'expression de ma profonde gratitude.

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	
1. INTRODUCTION.....	4
2. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	4
3. CORRELATIONS DE CALCUL.....	12
3.1 Evaluation du coefficient global d'échange de chaleur.....	12
3.2 Estimation des coefficients d'échange par convection h_i et h_e	12
3.3 Coefficient d'échange de chaleur surfacique pour des tubes et anneaux.....	13
3.4 Pertes de charge.....	14
CHAPITRE II : METHODES ET TECHNIQUES D'OPTIMISATION	
1. INTRODUCTION.....	16
2. DEFINITIONS ET TERMINOLOGIE.....	17
2.1 Terminologie.....	17
2.1.1 Variables de conception.....	17
2.1.2 Contraintes.....	17
2.1.3 Fonction objective.....	17
2.1.4 Format standard pour l'optimisation d'un problème multi-objectifs.....	18
2.2 Espace faisable.....	18
2.3 Solution idéale.....	19
2.4 Point inférieur et point dominant.....	19
2.5 Région inférieure, région non-inférieure et région de dominance d'un point....	20
2.6 Front de Pareto.....	20
2.7 Solutions optimales au sens de Pareto "la dominance"	20
3. TECHNIQUES DE RESOLUTION D'UN PROBLEME MULTI- OBJECTIFS.....	21
3.1 Introduction.....	21
3.2 Méthode de pondération.....	21
3.3 Méthode de distance.....	23
4. CONCEPTS DE BASE D'OPTIMISATION MONO-OBJECTIF.....	24

4.1 Introduction.....	24
4.1.1 Forme standard du PNL.....	24
4.1.2 Comportement d'une fonction objective au voisinage d'un optimum.....	25
4.1.3 Gradient d'une fonction.....	26
4.1.4 Conditions nécessaires et suffisantes	26
4.1.5 Critères de convergence.....	27
4.2 Méthodes d'optimisation mono-objectif.....	27
4.2.1 Classification des méthodes d'optimisation.....	27
4.2.2 Algorithmes d'optimisation dans le cas de mono-objectif.....	29
5. METHODES D'OPTIMISATION SANS CONTRAINTES.....	30
5.1 Introduction.....	30
5.2 Méthodes du gradient.....	31
5.2.1 Méthode de la plus grande pente.....	31
5.2.2 Méthodes de directions conjuguées.....	31
5.3 Méthode de Fletcher-Reeves.....	32
5.4 Méthodes de Newton et de quasi-Newton.....	33
5.4.1 Méthodes de Newton.....	33
5.4.2 Méthodes quasi-newtoniennes.....	34
5.4.3 Algorithme de BFGS.....	35
6. METHODES DE LA RECHERCHE MULTIDIMENSIONNELLE EN PRESENCE DE CONTRAINTES.....	35
6.1 Introduction.....	35
6.2 Programmation linéaire successive (PLS)	37
6.3 Programmation Quadratique Successive (SQP)	38
6.3.1 Introduction.....	38
6.3.2 Algorithme.....	39
CHAPITRE III : ETUDE DE PERFORMANCE ET DE CONCEPTION	
INTRODUCTION.....	41
1. DETERMINATION DU CHAMP DE TEMPERATURE ET CALCUL DE L'EFFICACITE.....	41
1.1 Formulation mathématique.....	42

1.1.1 Bilan massique.....	43
1.1.2 Bilan énergétique.....	43
1.1.3. Ecoulement à contre-courant.....	44
1.1.4 Conditions aux limites.....	44
1.1.5 Écoulement co-courant.....	45
1.1.6 Conditions aux limites.....	45
1.1.7 Discrétisation des équations.....	46
1.1.8 Ecoulement à contre-courant.....	46
1.1.9 Ecoulement à co-courant.....	47
1.2 ORGANIGRAMME.....	57
1.2.1 maillage.....	50
1.2.2. Résultats.....	51
1.3 VALIDATION.....	51
1.3.1 Superpositions.....	52
1.3.2 Co-courant.....	53
1.3.3 Contre-courant.....	54
1.3.4 Comparaison.....	55
1.4 INTERPRETATION DES RESULTATS.....	56
2. DIMENSIONNEMENT D' TTEC.....	59
2.1 Organigramme	59
2.2 Choix du pas et de la valeur d'epsilon.....	60
2.3 Résultats (méthodique)	62
CHAPITRE IV : ETUDE PARAMETRIQUE ET OPTIMISATION	
INTRODUCTION	66
1. ETUDE PARAMETRIQUE.....	66
1.1. CAS PERFORMANCE.....	66
1.1.1 Résultats.....	67
1.1.2 Interprétation des résultats	73
1.2 CAS CONCEPTION.....	73
1.2.1 Résultats.....	74
1.2.2. Interprétation des résultats.....	74

2. OPTIMISATION MULTIOBJECTIVE DE L'ECHANGEUR DE CHALEUR A TRIPLE TUBES CONCENTRIQUE.....	74
2.1. Formulation du problème d'optimisation.....	74
2.1.1 Fonctions objectives.....	74
2.1.2 Choix des variables de conception.....	74
2.1.3 Analyse des contraintes.....	75
2.1.4 Relation entre les deux rayons.....	75
2.1.5 Formulation complète du problème.....	75
2.1.6 Choix du point de départ.....	75
2.2. Structure des différents programmes de calcul.....	76
2.2.1. Calculs de la fonction objective	76
2.2.2. Optimiseur "Outil mathématique".....	76
2.2.3. Programme principal.....	78
2.3. Les étapes relatives à la démarche d'optimisation.....	79
2.3.1. Minimisation de la puissance.....	80
2.3.2. Maximisation efficacité.....	80
2.3.3. Solutions extrêmes.....	80
2.3.4. Méthode de la pondération.....	80
2.3.5. Front de Pareto.....	81
2.4. Critère de distance.....	82
2.5. Analyse des résultats et conclusion.....	83
CONCLUSION GENERALE	85
ANNEXE.....	87

Nomenclature

C_p	Chaleur massique en (J/kg. K)
D_h	Diamètre hydraulique en (m)
G	Vitesse massique en (kg/m ² .s)
H	Enthalpie de fluide en (J/kg)
h	Coefficient d'échange de chaleur par convection (W/m ² .K)
K	Coefficient d'échange global (W/m ² .K)
L	Longueur en (m)
L_0	Longueur initiale (m)
L_a	Longueur à priori (m)
m	Masse (kg)
\dot{m}	Débit massique de fluide en (kg/s)
P_{ui}	Puissance totale fournie pour vaincre le frottement (W)
eff	Efficacité de l'échangeur de chaleur
P_m	Périmètre mouillé en (m)
ΔP	Pertes de charge (Pa)
ΔP_e	Pertes de charge dues à l'effet d'entrée et de sortie en (Pa)
ΔP_r	Pertes de charge régulières en (Pa)
ΔP_p	Pertes de charge particulières (Pa)
q_H	Flux de chaleur dans la direction horizontale (W)
q_v	Flux de chaleur dans la direction verticale (W)
r	Rayon interne du tube central (m)
r'	Rayon externe du tube central (m)
R	Rayon interne de l'espace annulaire intermédiaire (m)
R'	Rayon externe de l'espace annulaire intermédiaire (m)
\mathfrak{R}	Rayon interne de l'espace annulaire externe (m)
\mathfrak{R}'	Rayon externe de l'espace annulaire externe (m)
S	Surface d'échange en (m ²)
Sc	Section d'échange en (m ²)
Sp	Section de passage en (m ²)

T	Température (°C)
T _{sc}	Température de sortie du fluide chaud (°C)
T _c	Température calculée (°C)
T _{fe}	Température d'entrée de fluide froid (°C)
T _{ce}	Température de sortie de fluide chaud (°C)
ΔT	Ecart de température (°C)
V	Volume en (m ³)
v	Vitesse en (m/s)
Δ _x	Pas spatial (m)
TTEC	Echangeur de chaleur à triple tube concentrique
DTEC	Echangeur de chaleur à double tube concentrique
PFHE	Echangeur à plaques et ailettes
CHE	Echangeur de chaleur Compact

Lettres grecques

ρ	Masse volumique du fluide en (kg/m ³)
λ	Conductivité thermique de la paroi en (W/m.K)
μ	Viscosité dynamique en (Pa.s) ou en (kg /m.s)
Ω	Coefficient de Darcy
ω	Coefficient correctif de viscosité dynamique
ζ	Coefficient de perte de charge singulière.
π	3.14159 radians.

Nombres adimensionnels

Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\mu}{\lambda} C_p$
Re	Nombre de Reynolds	$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu}$
NUT	Nombre d'unité de transfert	

Les indices

1	Fluide froid (passage circulaire)
---	-----------------------------------

2	Paroi séparatrice entre fluide 1 et fluide 3
3	Fluide chaud (passage annulaire intermédiaire)
4	Paroi séparatrice entre fluide 3 et fluide 5
5	Fluide froid (passage annulaire extérieur)
6	Paroi extérieure
f	Fluide froid
c	Fluide chaud
e	Entrée
s	Sortie

Abréviations Mathématique

SI	Solution idéale
FP	Front de Pareto
PNL	Programmation non linéaire
Max	Maximum
Min	Minimum
Obj	Fonction objective ou critère
Opt	Optimal
X	Vecteur variable
SQP	Programmation Quadratique Successive
α	Pas de déplacement (méthodes de gradient)
$g(X)$	Contraintes d'inégalité
$h(X)$	Contraintes d'égalité
H	Matrice hessienne (deuxième dérivée)
B	Approximation de matrice hessienne
Q	Fonction, forme quadratique
F	Vecteur des fonctions objectives
f	Fonction objective
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
μ_1	Poids de la fonction objective <i>pui</i>
μ_2	Poids de la fonction objective <i>eff</i>

INTRODUCTION
GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Comprendre les principes fondamentaux du transfert de chaleur et de les appliquer à l'échelle mondiale est l'un des Scénarios qui fait l'objet de nombreux chercheurs. Dans nombreuses applications de transfert de chaleur dans l'industrie, il est plus souhaitable de chauffer ou de refroidir les produits dans les plus brefs délais.

Par conséquent, l'augmentation de la quantité d'énergie transférée par unité de surface et par unité de temps est la clé de l'accomplissement de traitement de chauffage ou de refroidissement. Deux façons différentes nous permettent d'intensifier le flux de chaleur : soit par augmentation de la différence de température entre le fluide chaud et le fluide froid ou par l'augmentation du coefficient d'échange thermique global.

Les échangeurs de chaleur ont été utilisés dans diverses industries pour un large éventail d'applications. Certaines de ces applications peuvent être trouvées dans le secteur de chauffage, domaine de climatisation, production d'électricité, récupération de la chaleur perdue, et traitement de produits chimiques, etc.

Le classement des échangeur de chaleur peut être basé sur la direction du flux (co-courant ou contre-courant) ou sur le type de construction (échangeur à plaques, échangeur tubulaire). La plupart des échangeurs tubulaires sont des échangeurs à double tube concentrique (DTEC). Un DTEC se compose de deux tubes concentriques de même longueur, mais de différents diamètres.

Un échangeur de chaleur à triple tube concentrique (TTEC) est une version légèrement modifiée d'un DTEC où le nombre de tubes concentriques est de trois au lieu de deux. Un TTEC a des avantages évidents par rapport à un échangeur de chaleur à double tube, telles que : les grandes surfaces de transfert de chaleur par unité de longueur et la hausse des niveaux de coefficients de transfert de chaleur en raison des vitesses élevées dans le passage annulaire.

Afin d'optimiser l'efficacité des échangeurs de chaleur et par conséquent la consommation d'énergie et du coût, généralement, on utilise les méthodes de prédiction en se basant sur l'échange thermique et le comportement dynamique des fluides. L'inhérente complexité de l'échangeur de chaleur dans la conception des aspects tels que la géométrie et les modes

d'écoulement des fluides, signifie que les possibilités de solutions analytiques sont très limitées.

L'échangeur de chaleur à triple tube concentrique est plus performant qu'un échangeur de chaleur à double tube concentrique d'environ de 70% suivant la littérature [1]. Mais aussi le mauvais choix des valeurs des rayons de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique peut provoquer l'inverse, par ce que l'efficacité et la puissance sont très liées au rapport des rayons du tube central et du tube intermédiaire.

Tous cela nous met devant un problème d'optimisation multi objectifs avec deux fonctions objectives minimisation de la puissance fournie pour vaincre les pertes de charge et maximisation de l'efficacité de l'échangeur de chaleur et avec deux variables qui sont le rayon du tube central et le rayon du tube intermédiaire.

L'utilisation des algorithmes d'optimisation très connus en mathématique sert à simplifier le problème, et le choix de l'algorithme adéquat dépend de la nature des fonctions objectives et des contraintes.

Le présent travail a pour objectif l'optimisation d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique qui possède deux fonctions objectives variables en fonction de deux variables. C'est à dire on a un problème multi objectif a deux variables et une contrainte d'inégalité qui exprime la relation entre des rayons.

Notre travail est reparti en quatre chapitres, le premier est une étude bibliographique sur l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique et leur applications dans l'industrie, avec les problèmes rencontrés tel que : l'encrassement, ...etc, en plus des travaux lies aux utilisations des algorithmes d'optimisation du système énergétique tel que les échangeurs à plaques et les pompes à chaleurs ... etc. On cite à la fin de ce chapitre toutes les corrélations utilisées pour calculer le coefficient de transfert de chaleur et les pertes de charge.

Dans le deuxième chapitre, on focalise l'étude sur les principales méthodes de calcul d'optimisation et de leur algorithme, pour tous les problèmes : linéaire ou non, mono objectif ou multi objectif, avec plus des détails sur l'algorithme SQP.

Le chapitre trois est consacré à la détermination des fonctions objectives (puissance et efficacité de l'échangeur de chaleur). Les fonctions objectives liées à la température de sortie du fluide chaud. Pour calculer cette température, il faut faire une simulation numérique pour déterminer les équations gouvernantes.

Pour résoudre ces équations, on utilise la discrétisation par la méthode des différences finies pour les parois et un schéma upwind dans le cas des fluides, une étude de conception a pour but la détermination de la longueur de l'échangeur

Le chapitre quatre présente la variation des fonctions objectives en fonction des rayons des tubes central et intermédiaire par une étude paramétrique en utilisant le programme réalisé au chapitre précédent et qui présente aussi la variation des fonctions objectives en fonction du débit du fluide chaud. Puis, on utilise un code de calcul de la bibliothèque du (compac visual fortran 6), basé sur la méthode SQP pour calculer les rayons optimaux de cet échangeur. On utilise la méthode de pondération pour transférer le problème à un problème mono objectif.

Enfin, ce manuscrit est clôturé par une conclusion générale sur le problème étudié et quelques recommandations.

Chapitre

1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1. INTRODUCTION

L'échangeur de chaleur est un appareil thermique, on peut le trouver dans plusieurs applications spécifiques telles que le chauffage et la climatisation, la production de l'énergie, la récupération de l'énergie, l'industrie agroalimentaire, l'industrie chimique et pharmaceutique, etc.

La conception des échangeurs de chaleur est liée directement à la détermination de la surface d'échange et de sa forme satisfaisant le plus grand transfert thermique. Le plus important dans les échangeurs de chaleur à tubes et calandre est la détermination des nombre de tubes et de passes, pour avoir un transfert thermique satisfaisant.

La question qui se pose est : est-ce qu'on peut prendre en considération la puissance fournie pour assurer la circulation des fluides.

Dans le cas de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique, l'efficacité et la puissance fournie de l'échangeur sont liées fortement au rapport de diamètres.

Dans la première partie de ce travail, on va présenter les principaux travaux relatifs à l'optimisation des différents types d'échangeurs de chaleur.

2. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

L'échangeur de chaleur à triple tube concentrique a été étudié par Zuritz [1] et Unal [2] qui ont développé des équations analytiques donnant les températures des fluides pour un écoulement à contre-courant. Unal [2] a résolu le système d'équations différentielles par la méthode de la transformée de Laplace pour des racines réelles distinctes.

Ahmet Unal [2] a développé un système d'équations différentielles pour un échangeur de chaleur à triple tube concentrique isolée thermiquement de l'ambiance extérieure pour les conditions d'un écoulement développé, en utilisant des paramètres définis tels que : le rapport de capacité calorifique, le nombre d'unité des transfert (NUT), et d'autre grandeurs adimensionnelles. Les dérivées des équations gouvernantes de cette étude consistent aux équations aux dérivées partielles ordinaires de deuxième ordre pour le tube central et l'écoulement dans le passage annulaire extérieur, et une équation différentielle aux dérivées partielles du premier ordre pour l'écoulement dans le passage annulaire intérieur. Les équations obtenues expriment les variations de la température des trois écoulements le long de l'échangeur de chaleur, permettant de performer la conception, le calcul et le contrôle des effets de différents paramètres sur la taille de l'échangeur de chaleur.

Ozturk [3] a réalisé une investigation théorique sur les échangeurs de chaleur à triple tube concentrique. **Unal et Ozturk [3]** ont présenté quelques résultats pour les échangeurs de chaleur à triple tube concentrique en arrangement contre-courant, ainsi, ils ont démontré que la performance thermique est liée fortement aux rapports de diamètres de l'échangeur. Leur étude a été limitée aux régimes d'écoulement laminaire et turbulent pour les trois écoulements. Unal et Ozturk sont les premiers qui ont étudié ce type d'échangeur de chaleur, comme on a cité ci-dessus, actuellement, il y a plusieurs recherches sur ce type d'échangeur de chaleur, les plus connues sont :

O. García -Valladares [4] a réalisé une simulation numérique unidimensionnelle transitoire détaillée du comportement thermique et dynamique des échangeurs de chaleur à triple tube concentrique. Les équations gouvernantes (continuité, mouvement et énergie) sont déterminées à l'intérieur de tube central et de passage annulaire (intérieur et extérieur), ainsi que les équations d'énergie dans les parois et l'isolation extérieure de tube. Ces équations sont résolues itérativement. Les équations gouvernantes sont discrétisées dans les zones avec les flux de fluide couplés en utilisant la méthode étape-par-étape implicite. Cette formulation exige l'utilisation des corrélations empiriques pour l'évaluation du coefficient de transfert de chaleur par convection, de l'effort de cisaillement. Un schéma numérique de différence centrale implicite et un solveur ligne par ligne ont été employés dans les parois des tubes intérieurs, intermédiaire extérieure avec l'isolation thermique. Toutes les grandeurs de l'écoulement (enthalpies, températures, pressions, fractions massiques, vitesses, etc.) ainsi que les propriétés thermophysiques sont évaluées à chaque point de maillage dans lequel le domaine est discrétisé.

Le modèle de **García** tient en considération le transfert thermique dans les parois séparatrices entre les fluides et l'isolant extérieur. Les propriétés thermophysiques sont variables à chaque point de maillage avec les coefficients d'échange de chaleur.

Les équations gouvernantes discrétisées ont permis l'extension de ce modèle numérique aux cas d'évaporation ou de condensation des fluides à l'intérieur de ce type d'échangeur de chaleur en considérant les corrélations empiriques spécifiques et les propriétés thermophysiques du fluide pour ces zones.

P.K. Nema et A.K. Datta [5] ont étudié le phénomène d'encrassement dans ce type d'échangeur de chaleur. Ils ont également réalisé une stratégie pour la réduction de cette résistance thermique supplémentaire, c'est un sujet d'actualité de préoccupation importante.

La performance d'un échangeur de chaleur de laiterie diminue au fur et à mesure que le lait se précipite sur la surface chaude. Ce dépôt cause de ce fait une résistance thermique accrue au

transfert de la chaleur. La température de sortie de lait baisse avec l'augmentation de l'épaisseur d'encrassement. Divers modèles ont été suggérés pour prévenir l'encrassement en limitant ou en détruisant son épaisseur. Les auteurs ont proposé un modèle amélioré pour l'évaluation précise de l'épaisseur d'encrassement et la température de sortie de lait. Le facteur d'encrassement local en termes de nombre de Biot est employé. L'épaisseur de l'encrassement et la température de sortie de lait sont déterminés en fonction du temps. Les résultats obtenus sont encourageant et montrent que l'encrassement est commandé par la température du fluide et le cisaillement sur la surface d'échange de chaleur. Le facteur d'encrassement adimensionnel du nombre de Biot peut être employé pour modéliser et simuler l'encrassement de la surface en contact avec le lait. Le modèle développé par ces auteurs peut être employé pour tous les stérilisateur commerciaux de lait UHT avec des modifications appropriées.

P.K. Sahoo, I.A. Ansari et A.K. Datta [6] ont aussi étudié l'encrassement dans ce type d'échangeurs de chaleur. Ce phénomène physique est commun pendant le traitement du lait à des hautes températures. La température du lait augmente de 90°C à 150°C pendant le processus de stérilisation (UHT) et cela pendant quelques secondes seulement. À une telle température des minéraux et des protéines dénaturés se déposent sur la surface de l'échangeur de chaleur. La couche d'encrassement sur les parois de l'échangeur agit en tant qu'une résistance au transfert thermique, par conséquent la performance de l'échangeur de chaleur est réduite. En utilisant le concept d'hydrodynamique et d'équilibre thermique, un modèle mathématique a été formulé. Une simulation a été effectuée avec un modèle prévoyant le comportement d'encrassement en fonction du temps et de la position dans un échangeur de chaleur à triple tube hélicoïdal. Ils ont constaté que, le dépôt d'encrassement se produit très tôt sur toute la longueur de l'échangeur de chaleur dû à la température constante de la paroi de l'échangeur de chaleur.

Avec le temps, le nombre de Biot (c.-à-d., le facteur d'encrassement local) augmente vers la sortie de l'échangeur de chaleur et la performance de l'échangeur de chaleur à triple tube hélicoïdal chute gravement et la laiterie industrielle tombe en panne. La conception optimale de l'échangeur de chaleur de la laiterie est importante pour augmenter sa performance. Le comportement d'encrassement de l'échangeur de chaleur a été prévu par une simulation en utilisant la théorie et les principes des transferts thermiques et de dynamique de fluide.

Seo Yoon Chung, Hyung Jin Sung [7] ont étudié l'effet transversal de courbure de l'échangeur de chaleur sur la structure turbulente d'écoulement près de paroi dans un anneau

concentrique. Ils ont prouvé que les viscosités turbulentes globales près de la paroi externe étaient plus grandes que ceux proches de la paroi interne. (L'analyse de quart de cercle de l'effort de cisaillement de Reynolds). Des angles d'inclinaison des vecteurs projetés de vorticités ont fourni des données complètes concernant l'effet transversal de courbure sur la production de turbulence (consommation). En plus de l'étude sur la structure d'écoulement, une étude sur le transfert de la chaleur turbulente dans un anneau concentrique est également importante de points de vue scientifique et technologique.

Un programme a été exécuté pour calculer le transfert thermique turbulent dans un anneau concentrique correspondant au $Re_{Dh} = 8900$ et $Pr = 0,71$ de deux rapports de rayons ($R_1/R_2 = 0,1$ et $0,5$) et $\dot{q} = 1,0$. Ils ont constaté que la pente du profil de température moyen près de la paroi intérieure est plus faible que celle près de la paroi externe. Cette tendance était plus évidente pour le petit rapport de rayons.

Une technique itérative est développée par **P.K. Sahoo et al [29]** pour l'évaluation précise des coefficients de transfert thermique dans un échangeur de chaleur à triple tube hélicoïdal.

Leur solution itérative a été validée par des résultats expérimentaux d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique hélicoïdal (Hicks, T. G).

Les coefficients de transfert thermique de fluide de passage annulaire extérieur ont été obtenus à partir des équations suivantes (Kern, 1984) :

$$h_{c1} = 0.5754 \left[\frac{k_c^3 \rho_c^2 g \lambda}{\mu_c D_{i1} (T_s - T_{i1wall})} \right]^{0.25} \quad (1.1)$$

$$h_{c2} = 0.725 \left[\frac{k_c^3 \rho_c^2 g \lambda}{\mu_c D_{o2} (T_s - T_{o2wall})} \right]^{0.25} \quad (1.2)$$

Les températures du fluide de passage annulaire extérieur et du tube central ont été obtenues à partir des équations suivantes (Cuevas et Cheryan, 1982)

$$\begin{aligned} T_{f1} &= T_s - 0.75(T_s - T_{i1wall}) \\ T_{f2} &= T_s - 0.75(T_s - T_{o2wall}) \end{aligned} \quad (1.3)$$

L'évaluation initiale du coefficient de transfert thermique de fluide de passage annulaire extérieur du côté de lit a été effectuée en utilisant l'équation suivante (Chopey et Hicks, 1984; Geankoplis, 1997; Zuritz, 1990) :

$$h_m = \left(\frac{k_m}{D_{eq}} \right) 0.027 N_{Re}^{0.8} N_{Pr}^{0.33} \left(\frac{D_{i2}}{D_{o1}} \right)^{0.53} \left(1.305 \left[\frac{D_{eq}}{D_c} \right] \right) \quad (1.4)$$

Les températures de la paroi T_{e1} paroi et T_{s2} ont été obtenus à partir des équations suivantes basées sur le concept d'équivalence de flux de la chaleur (Cuevas et Cheryan, 1982) :

$$\frac{T_s - T_{i1wall}}{\frac{1}{k_{c1} D_{i1}}} = \frac{T_{i1wall} - T_{bm}}{\frac{\ln\left(\frac{D_{o1}}{D_{i1}}\right)}{2k_{ss}} + \frac{1}{h_m D_{o1}}} \quad (1.5)$$

$$\frac{T_s - T_{o2wall}}{\frac{1}{k_{c2} D_{o2}}} = \frac{T_{o2wall} - T_{bm}}{\frac{\ln\left(\frac{D_{o2}}{D_{i2}}\right)}{2k_{ss}} + \frac{1}{h_m D_{i2}}} \quad (1.6)$$

Des coefficients globaux de transfert thermique ont été obtenus à partir des équations suivantes basées sur la conduction et la convection dans des coordonnées cylindriques :

$$U_{o1} = \left(\frac{1}{h_m} + \frac{D_{o1} \ln\left(\frac{D_{o1}}{D_{i1}}\right)}{2k_{ss}} + \frac{D_{o1}}{k_{c1} D_{i1}} \right)^{-1} \quad U_{i2} = \left(\frac{1}{h_m} + \frac{D_{i2} \ln\left(\frac{D_{o2}}{D_{i2}}\right)}{2k_{ss}} + \frac{D_{i2}}{k_{c2} D_{o2}} \right)^{-1} \quad (1.7)$$

Timothy J. et al [8] ont caractérisé numériquement le transfert thermique d'un échangeur de chaleur à double tube hélicoïdal. L'effet des propriétés thermiques des liquides sur le transfert thermique a été déterminé. Deux études ont été réalisées ; la première avec trois

nombres différents de Prandtl (7.0, 12.8 et 70.3) et la seconde avec des conductivités thermiques dépendantes de la température des liquides. Les arrangements co-courant et contre-courant ont été étudiés pour la deuxième étude.

Les résultats de la première étude ont prouvé que le nombre de Nusselt dépendait du nombre de Prandtl, ceci insiste à changer les longueurs hydrodynamiques et thermiques d'entrée. Des corrélations de nombre de Nusselt basées sur le nombre de Prandtl et un nombre modifié de Dean sont donnés pour déterminer le transfert thermique de passage annulaire.

Les résultats de la deuxième partie de l'étude ont prouvé que le nombre de Nusselt est très proche de la réalité s'il est lié au nombre modifié de doyen. La configuration contre-courant a des taux de transfert thermique plus élevés que l'arrangement parallèle.

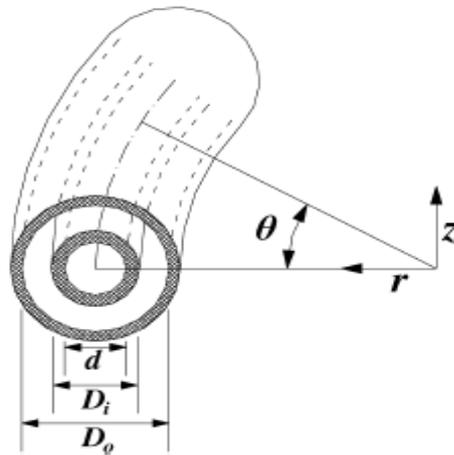


Figure 1.1 : Géométrie étudiée

Le nombre de Dean est le nombre de Reynolds multiplié par la racine carrée du rapport de courbure (le rapport du rayon du tube au rayon de courbure). Le nombre de Dean est employé pour représenter la force des écoulements secondaires.

$$De^* = \frac{\rho V}{\mu} (D_o - D_i) \left(\frac{D_o - D_i}{R} \right)^{1/2} \quad (1.8)$$

Un échangeur de chaleur à double-tube hélicoïdal a été modélisé numériquement par **Timothy J. et al [9]** pour le régime laminaire. Deux diamètres différents de tube ont été testés. Les coefficients globaux de transfert thermique ont été calculés pour l'arrangement co-courant et contre-courant. Les calculs ont été validés en comparant les nombres de Nusselt dans le passage annulaire à ceux trouvés en littérature. La plus grande résistance thermique

correspondait au passage annulaire. Le nombre de Nusselt d'anneau a été corrélé avec un nombre modifié de doyen.

La courbure du tube cause une force centrifuge agissant sur le fluide circulant, ayant pour résultat un écoulement secondaire perpendiculaire à l'écoulement axial principal. Ce modèle d'écoulement secondaire se compose généralement de deux vortex, qui déplacent le fluide de la paroi intérieure du tube vers le centre du tube. L'écoulement secondaire intensifie le transfert thermique. Ainsi, il y a un mécanisme additionnel de convection thermique, perpendiculaire à l'écoulement axial qui n'existe pas dans les échangeurs de chaleur à tubes droits. La majorité des travaux réalisés sur les échangeurs de chaleur hélicoïdaux supposent des conditions aux limites à température de paroi constante ou de flux de la chaleur constant sur la paroi. Cependant, il y a une troisième condition à la limite commune qui n'est pas souvent explorée, et qui est pour des échangeurs de chaleur liquide-liquide, où ni le flux de chaleur, ni la température de paroi sont constants.

Des coefficients globaux de transfert thermique ont été calculés pour des nombres de Dean intérieurs dans la gamme de 38 à 350. L'exposition de résultats des coefficients globaux montre que le transfert thermique est important quand le nombre de Dean intérieur est élevé; cependant, les conditions d'écoulement dans l'anneau ont eu une influence plus forte sur le coefficient global de transfert thermique.

Antonio C. Caputo et al [10] ont utilisé une nouvelle procédure pour la conception optimale de ses échangeurs de chaleur à tubes et calandre et ont proposé, un algorithme génétique pour minimiser le coût total de l'équipement, y compris les investissements de capitaux et la somme de gains annuels des dépenses liées à l'énergie de pompage. Afin de vérifier la capacité de la méthode proposée, trois cas sont étudiés. Ils ont également démontré que des réductions importantes de coûts (gain de plus de 50%) sont possibles en ce qui concerne les échangeurs traditionnellement conçus.

La réduction des investissements en capital atteint environ de 7,4 % et les économies en coûts de fonctionnement est de 93%, avec une diminution globale du coût total jusqu'à 52%.

En outre, l'algorithme génétique permet d'avoir une solution rapide du problème de conception et permet d'examiner un certain nombre de solutions alternatives de qualité.

Le concepteur a plus de degrés de liberté dans le choix final.

Prabhat Kumar Gupta et al [11] ont détaillé un modèle thermodynamique d'un réfrigérateur fondé sur un cycle inverse de Carnot et ont mis l'accent sur l'échangeur de chaleur. La procédure d'optimisation multi-objective a été mise en œuvre pour trouver des valeurs optimales de la conception. La minimisation de l'énergie consommée et des coûts des matières premières ont été les deux objectifs considérés.

Étant donné que ces objectifs sont en conflit. Le résultat de cette recherche est un divertissement de plusieurs solutions optimales, appelées solutions optimales de Pareto.

H. Peng et X. Ling [12] ont démontré la bonne application de l'algorithme génétique (GA) combiné avec la propagation des réseaux de neurones (BP) pour la conception optimale des échangeurs de chaleur à plaques à ailettes (PFHE). Les principaux objectifs pour la conception PFHE sont le minimum du poids total et du coût total annuel pour une certaine contrainte. Le poids total ciblé assure un échangeur de la plus petite taille avec un minimum de coût de revenu, tandis que le coût annuel cible la chute de pression qui représente le compromis entre la consommation d'énergie de l'échangeur de chaleur et le poids. La longueur totale et la largeur de PFHE, le nombre de couches côté chaud, la hauteur de chaque côté de PFHE sont considérés comme des variables qui doivent être optimisées par l'algorithme génétique combiné avec la méthode BP. Cette méthode d'optimisation de PFHE est universelle et peut être utilisée pour diverses PFHE. De cette étude, nous concluons que:

1. L'AG couplé avec l'algorithme BP offre de la véritable amélioration par rapport à la conception optimale traditionnelle.
2. L'algorithme GA couplé avec BP pour la conception optimale de PFHE est nettement efficace et très en avance.
3. Cette méthode d'optimisation de PFHE est universelle et peut être utilisée pour diverses PFHE.

G. N. Xie et al [13] ont optimisé un échangeur de chaleur compact de type plaques à ailettes (CHE). L'algorithme d'optimisation est l'Algorithme Génétique (GA). Le volume total et / ou le coût total annuel respectivement sont minimisés par l'AG. La géométrie des ailettes est fixée, tandis que les trois paramètres de forme varient pour optimiser avec ou sans contraintes "la chute de pression".

Il ont montré quand-t-on pose la contrainte sur la chute de pression « CHE » le volume baisse d'environ 30%, soit environ un coût annuel plus bas de 15%, tandis que l'optimisation sans contraintes de la chute de pression fait baisser le volume de 49% ou ceux du coût annuel présentés dans la littérature d'environ 16%.

Leur étude est une application réussite de l'algorithme génétique pour l'optimisation des

échangeurs de chaleur à plaques ailetés. Une procédure généralisée a été développée pour procéder à l'optimisation. Ils ont conclu que l'algorithme génétique a une forte capacité de recherche automatique et d'optimisation combinée des échangeurs de chaleur par rapport à la conception traditionnelle.

La méthode peut être étendue pour l'optimisation de la conception des différents types d'échangeurs de chaleur sans ailettes ou avec différents types d'ailettes : perforées, à persiennes, etc.

3. CORRELATIONS DE CALCUL

3.1 Evaluation du coefficient global d'échange de chaleur [15]

Le transfert de chaleur du fluide chaud au fluide froid dans un échangeur de chaleur se fait par :

- convection thermique (h_i) entre le fluide chaud et la paroi du tube,
- conduction thermique à travers la paroi séparatrice,
- convection thermique (h_e) entre le fluide froid et la paroi du tube.

On remarque que la surface d'échange n'a pas toujours la même étendue au contact des deux fluides, donc il faut rapporter le coefficient global d'échange de chaleur 'K' à la surface d'échange de chaleur du côté du fluide froid ou du côté du fluide chaud.

Par convention dans ce mémoire de magister, on rapporte le coefficient global d'échange 'K' à la surface extérieure du tube, donc :

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_e} + \frac{d_e}{2\lambda} \ln \frac{d_e}{d_i} + \frac{d_e}{d_i} \left(\frac{1}{h_i}\right)} \quad (1.9)$$

Où :

h_e : coefficient d'échange de chaleur par convection côté extérieur en ($W/m^2.K$).

h_i : coefficient d'échange de chaleur par convection côté intérieur en ($W/m^2.K$).

d_e, d_i : diamètre interne et externe du tube en (m).

λ : conductivité thermique de la paroi en ($W/m.K$).

3.2 Estimation des coefficients d'échange par convection h_i et h_e

Pour la détermination des coefficients d'échange par convection h_i et h_e on procède comme suit :

- a- On évalue le nombre de Prandtl de chaque écoulement.

$$Pr = \frac{\mu}{\lambda} C_p \quad (1.10)$$

Avec :

μ : viscosité dynamique en (Pa.s) ou en (kg/m.s)

C_p : chaleur massique à pression constante en (J/kg.K)

λ : conductivité thermique en (W/m.K)

Ces propriétés sont calculées à la température moyenne de chaque fluide.

b- On calcule par la suite le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu} \quad (1.11)$$

avec:

$$D_H = \frac{4S_p}{P_m} \quad (1.12)$$

- à l'intérieur du tube interne : $D_H = d_i$

- pour la section annulaire : $D_H = D_i - d_e$

S_p : section de passage en (m²).

ρ : masse volumique du fluide en (Kg / m³).

v : vitesse moyenne du fluide en (m / s).

P_m : périmètre mouillé en (m).

3.3 Coefficient d'échange de chaleur surfacique pour des tubes et anneaux [16]

$$\text{Tube intérieur} \begin{cases} \text{Laminaire} & h_i = 3 \frac{\lambda_i}{r_1} \\ \text{Transitoire} & h_i = K_1 Re - K_2 \\ \text{Turbulent} & h_i = 0,023 Pr^{0,4} Re^{0,8} \frac{\lambda_i}{2 r_1} \end{cases} \quad (1.14)$$

Avec:

$$\text{Tube extérieur} \begin{cases} \text{Laminaire} & h_e = (r_3^2 - r_2^2) \frac{\lambda_e}{-2 \cdot ar \cdot ah} \\ \text{Transitoire} & h_e = K_3 Re - K_4 \\ \text{Turbulent} & h_e = 0,023 Pr^{0,4} Re^{0,8} \left(\frac{r_3}{r_2}\right)^{0,14} \frac{\lambda_e}{2 (r_3 - r_2)} \end{cases} \quad (1.13)$$

$$(1.14a) \quad D_H = 2 (r_3 - r_2) \quad \text{pour le passage annulaire}$$

$$(1.14b) \quad D_H = d_i \quad \text{pour le tube central}$$

$$ar = \frac{4 r_2}{\frac{(r_3^2 - r_2^2)^2}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} - (r_3^4 - r_2^4)} \quad (I. 7) \quad b = \frac{r_3^4}{4} - \frac{r_3^2 (r_3^2 - r_2^2)}{4 \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \quad (1.15)$$

$$ah = \frac{5}{32} \left[r_2^4 r_3^2 - \frac{(r_3^6 + 2 r_2^6)}{3} \right] + \frac{b}{2} \left[r_3^2 \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) - \frac{1}{2} (r_3^2 - r_2^2) \right] \\ - \frac{(r_3^2 - r_2^2)}{16 \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \left[r_2^4 \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + 2 r_2^2 r_3^2 - \frac{5}{4} r_3^4 - \frac{3}{4} r_2^4 \right] \quad (1.16)$$

Les équations établies pour les régimes transitoires sont essentiellement empiriques. Les constantes K_1 , K_2 , K_3 et K_4 sont des constantes physiques dépendantes des caractéristiques des fluides en circulation dans l'échangeur de chaleur.

λ_i et λ_e sont les conductibilités thermiques des fluides circulants respectivement à l'intérieur et à l'extérieur du tube intérieur.

Re et Pr correspondent aux nombres de Reynolds et de Prandtl calculés pour chacun des cas.

3.4 Pertes de charge [17]

Dans un échangeur de chaleur, la perte de charge dans les tubes est égale à la somme des pertes dues à l'entrée et à la sortie de l'échangeur de chaleur, régulière et singulière (coudes, etc.). Elle est donnée par :

$$\Delta P = \Delta P_e + \Delta P_r + \Delta P_p \quad (1.17)$$

Où

ΔP_e : perte de charge due à l'effet d'entrée et de sortie en (Pa).

ΔP_r : perte de charge régulière en (Pa).

ΔP_p : perte de charge particulière en (Pa).

La perte de charge due à l'entrée et à la sortie de l'échangeur de chaleur est donnée par :

$$\Delta P_e = \frac{3}{4} \rho v^2 \quad (1.18)$$

Celle due aux frottements le long de l'échangeur de chaleur :

$$\Delta P_r = \frac{\Omega}{2} \frac{L}{\omega D_H} \rho v^2 \quad (1.19)$$

où :

Ω : coefficient de Darcy.

pour :

$2100 \leq Re \leq 10^5$, on applique la formule de Blasius.

$$\Omega = 0.3164 Re^{-0.25} \quad (1.20)$$

pour :

$10^5 \leq Re \leq 10^6$, on applique la formule de Herman.

$$\Omega = 0.0054 + 0.3964 \cdot Re^{-0.3} \quad (1.21)$$

ω : coefficient correctif de viscosité dynamique, il est donné pour le régime turbulent par.

$$\omega = \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} \quad (1.22)$$

μ_p : viscosité dynamique calculée à la température de la paroi.

La perte de charge singulière est donnée par

$$\Delta P_p = \zeta \frac{\rho v^2}{2} \quad (1.23)$$

Où :

ζ : coefficient de pertes de charge singulières.



Chapitre

2

*LES METHODES ET
TECHNIQUES
D'OPTIMISATION*

1. INTRODUCTION

Lorsqu'on modélise un problème d'optimisation, d'une manière générale, on cherche souvent à satisfaire plusieurs objectifs et contraintes. Par exemple, dans notre cas d'application, on veut avoir un échangeur de chaleur à triple tube concentrique performant, qui doit transférer le maximum de la chaleur, mais qui consomme moins d'énergie pour vaincre les pertes de charge (puissance). Dans ce type de problème, on parle de l'optimisation multi-objectifs ou du problème d'optimisation multicritères.

L'économiste Franco-italien, V. Pareto est le premier à pouvoir développer le principe de l'optimisation multi-objective dans le domaine des sciences économiques. Ses théories sont connues sous le nom du concept de l'optimalité de Pareto.

La résolution d'un problème de conceptions optimum multi-objectives (MO), en quelque sorte est similaire à la résolution d'un problème mono-objectif. Dans un problème mono objectif, l'idée est de trouver un ensemble de valeurs pour les variables de conception, lorsqu'elles sont sujettes à un certain nombre de contraintes, qui rapportent une valeur optimale de la fonction objective. C'est-à-dire, dans une région faisable des variables, où toutes valeurs de ces variables est une solution faisable (qui satisfait les contraintes). Mais, une seule qui sera choisie, c'est celle qui minimise la fonction.

La difficulté principale de l'optimisation multicritère est liée à la présence de conflits entre les divers objectifs. En effet, les solutions optimales, pour un objectif donné, ne correspondent généralement pas à celles des autres objectifs pris indépendamment. De ce fait, il n'existe dans la plupart du temps aucun point de l'espace de recherche où toutes les fonctions objectives sont optimales simultanément. Ainsi, contrairement à l'optimisation monocritère, la solution d'un problème d'optimisation multicritère est rarement unique. Elle est constituée de différentes solutions, représentant l'ensemble des meilleurs compromis vis-à-vis des objectifs du problème.

La première étape dans le processus d'optimisation est la formulation du problème physique. Dans lequel le concepteur devra développer un modèle mathématique qui imitera étroitement le comportement du système physique, pour toutes les situations possibles.

2. DEFINITIONS ET TERMINOLOGIE

2.1 Terminologie

2.1.1 Variables de conception

Les variables de conception seront identifiées par X_i ($i = 1, \dots, n$). Parfois, le concepteur peut choisir de retenir une ou plusieurs variables de conception fixes afin de simplifier le problème. Ces quantités fixes seront classifiées comme paramètres. En général, un vecteur à n variables de conception est noté par

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2.1.2 Contraintes

L'étape suivante, dans la formulation du problème consiste à identifier les contraintes, qui sont des conditions à satisfaire afin que la conception fonctionne normalement comme prévu. Ces contraintes sont exprimées comme des inégalités et/ou égalités.

- les inégalités sont habituellement indiquées par $\vec{g}(\vec{x}) \leq \vec{0}$ (\vec{g} est un vecteur représentant les contraintes $g_j, j = 1, \dots, J$). Le format standard d'une contrainte d'inégalité est montré ci-dessous :

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, j \quad (2.2)$$

- les contraintes d'égalité sont indiquées par $\vec{h}(\vec{x}) = \vec{0}$, et qui s'écrivent comme suit :

$$h_k(\vec{x}) = 0 \quad k = 1, \dots, k \quad (2.3)$$

2.1.3 Fonction objective

La dernière étape dans la formulation du problème est la définition des fonctions objectives, qui sont les grandeurs que le concepteur souhaite optimiser. Ces fonctions sont représentées par le vecteur

$$\vec{f}(\vec{x}) = \left\{ f_1(\vec{x}), \dots, f_i(\vec{x}), \dots, f_m(\vec{x}) \right\} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.4)$$

Les fonctions peuvent être définies de sorte qu'elles soient toutes réduites au minimum. Ceci peut être réalisé en multipliant n'importe quelle fonction objective qui doit d'être maximisée par (-1), c'est-à-dire que :

$$\max(f_i(\vec{x})) = \min(-f_i(\vec{x})) \quad (2.5)$$

2.1.4 Format standard pour l'optimisation d'un problème multi-objectifs

Le problème d'optimisation peut être transcrit dans ce qui se nomme le format standard comme suit :

$$\begin{cases} \min_{\vec{x} \in D} \vec{f}(\vec{x}) : & i = 1, \dots, m \\ g_j(\vec{x}) \leq 0 & j = 1, \dots, j \\ h_k(\vec{x}) = 0 & k = 1, \dots, k \end{cases} \quad (2.6)$$

La notation ci-dessus veut dire : trouver les valeurs réelles des variables de conception qui auront comme conséquence les plus petites valeurs des fonctions objectives, sujettes aux contraintes d'égalité et d'inégalité.

2.2 Espace faisable

L'espace faisable des variables est la région où les contraintes sont respectées. Il est donc possible de passer du graphe représentant l'espace des variables de conception au graphe des fonctions objectives et de tracer par la suite ce qui est connu par "espace des fonctions objectives", comme il est montré sur la figure (2.1).

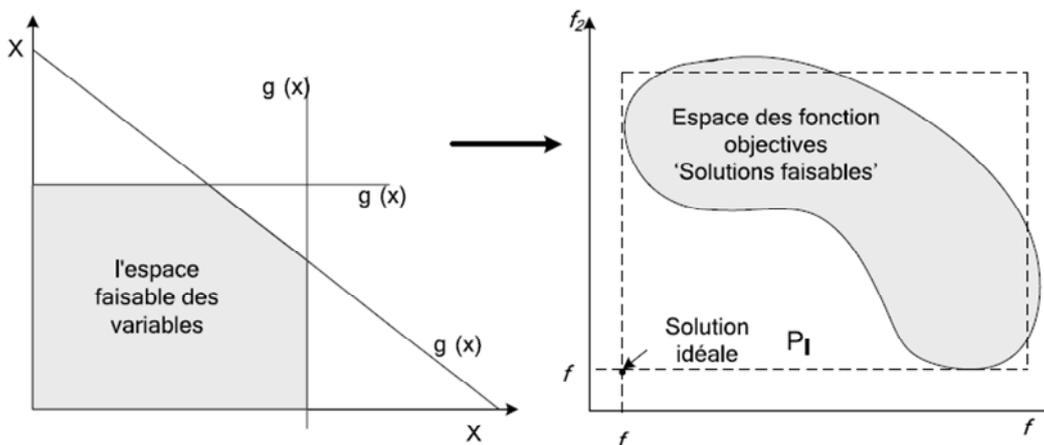


Figure (2.1) définition de solution idéale et 'l'espace faisable' [27]

La figure (2.1) sert à illustrer l'espace ou la région des solutions faisables sujettes aux contraintes, qu'on désigne par espace des variables et qui permet de voir l'espace des solutions acceptables

des fonctions objectives (satisfaisants aux contraintes). Le passage du premier vers le second se fait par des transformations mathématiques.

2.3 Solution idéale

Dans les problèmes d'optimisation MO, le concepteur essaye de trouver des valeurs pour les variables de conception qui optimiseront les fonctions objectives simultanément. De cette manière la solution est choisie d'un prétendu ensemble optimal de Pareto. En général, les solutions optimales obtenues par l'optimisation individuelle des objectifs ne seront pas une solution faisable au problème multi-objectif. Comme il est illustré sur la figure (2.1), la solution idéale, (f_1^0, f_2^0) obtenu par l'intermédiaire de la minimisation individuelle de chaque fonction, elle n'est pas dans la région faisable.

2.4 Point inférieur et point dominant

Supposons qu'on a deux points x_j et x_k , qui sont représentés respectivement par P_j et P_k dans l'espace des fonctions objectives, comme il est montré sur la figure (2.2). Si $f_j(x_j) < f_j(x_k)$ (pour tous $j=1, \dots, m$), ce qui signifie que le point P_j est **dominant**, et le point P_k est **inférieur** au point P_j , dans ce cas on écrit $P_j > P_k$.

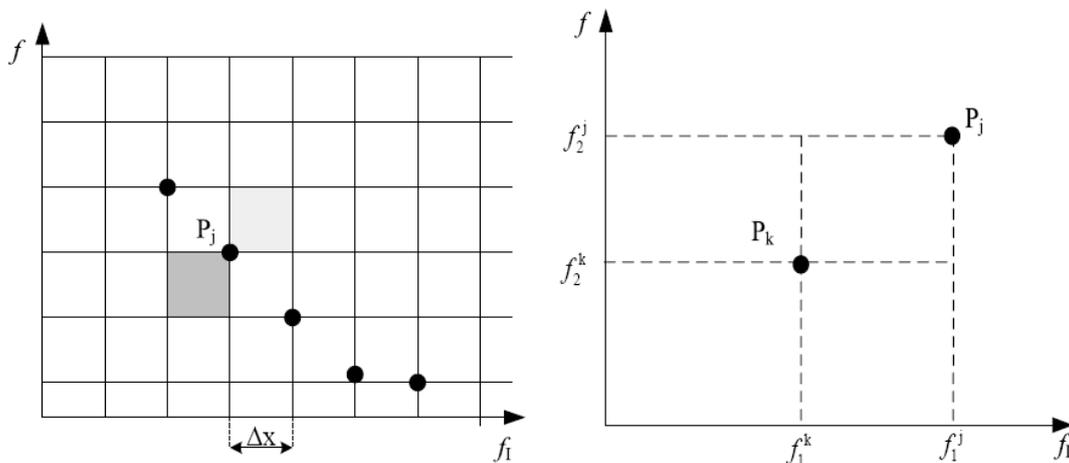


Figure (2.2) Définition de la dominance (infériorité) [27]

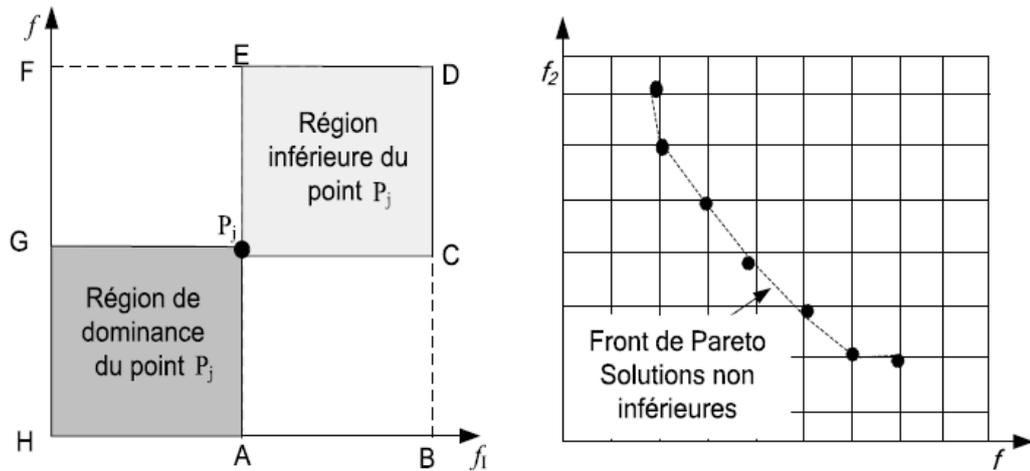


Figure (2.3) Région inférieure, région non-inférieure et région de dominance d'un point [27]

2.5 Région inférieure, région non-inférieure et région dominance d'un point

Dans un l'espace des fonctions objectives comme il est indiqué sur la figure (2.3), une '**région inférieure**' au point P_j est définie par le rectangle qui est limité par P_jCDEP_j , la définition de région non-inférieure vient automatiquement, c'est-à-dire c'est la surface limitée par les points $HABCP_jEFGH$. Par contre la région de dominance d'un point P_j , c'est la région limitée par HAP_jGH .

2.6 Front de Pareto [27]

Dans l'espace objectif, la frontière qui est constituée par un ensemble de solutions de Pareto est désignée sous le nom de "Front de Pareto". Cette frontière définit une limite au-dessus de laquelle, aucune des autres solutions de Pareto ne peuvent être améliorées d'avantage ce qui concerne tous les objectifs simultanément (figure 2.3).

2.7 Solutions optimales au sens de Pareto "la dominance"

Un ensemble de points serait optimal au sens de Pareto, si en se déplaçant dans l'ensemble du point A à l'autre point B (figure (2.4)), n'importe quelle amélioration de l'une des fonctions objectives de sa valeur courante ferait détériorer au moins l'une des autres fonctions objectives. En se basant sur cette définition, le point 'C' n'est pas une solution au sens de Pareto. Les solutions qui dominent les autres, mais qui ne se dominent pas entre elles sont appelées **solutions optimales au sens de Pareto** (ou solutions non dominées). L'ensemble optimal au sens de Pareto

est un ensemble infini de solutions, duquel on peut choisir la solution désirée. Dans la plupart des cas, l'ensemble optimal de Pareto est sur la frontière de la région faisable.

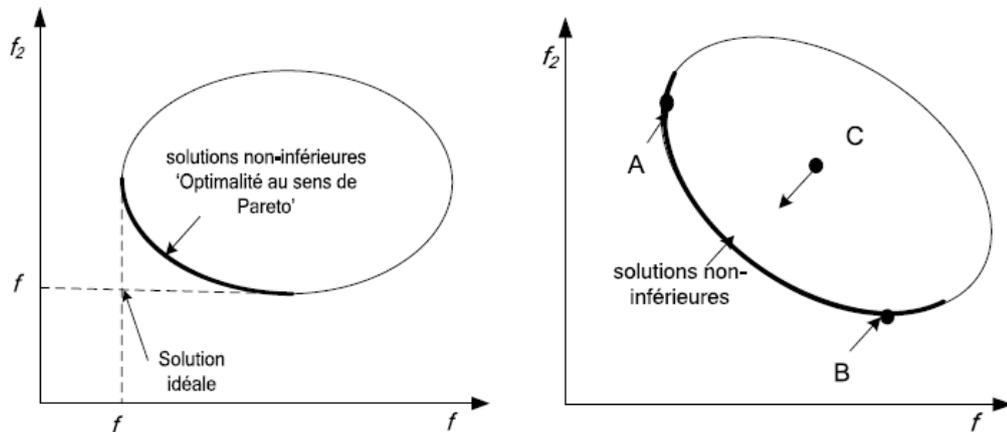


Figure (2.4) Définition graphique des solutions au sens de Pareto [27]

3. TECHNIQUES DE RESOLUTION D'UN PROBLEME MULTI-OBJECTIFS 'MO'

3.1 Introduction

Dans un problème d'optimisation MO, on souhaite trouver un ensemble de valeurs pour les variables de conception qui optimiseront l'ensemble des fonctions objectives. Les solutions qui dominent les autres mais qui ne se dominent pas entre elles sont appelées solutions optimales au sens de Pareto et elles sont notées par le vecteur x^* .

Ici on donne les deux méthodes utiliser qui impliquent la transformation d'un problème de MO en un problème mono-objectif.

- La méthode de la pondération des objectifs
- Méthode de distance

3.2 Méthode de pondération

Cette méthode prend chaque fonction objective et la multiplie par un "coefficient de pondération" qui est représenté par μ_i . Les fonctions modifiées sont alors rassemblées pour obtenir une fonction objective simple, qui peut être par la suite résolue en utilisant l'une des méthodes d'optimisation classique. La nouvelle fonction combinée s'écrit alors.

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \mu_i f_i(x) \quad (2.7)$$

avec $0 \leq \mu_i \leq 1$

$$\sum_{i=1}^k \mu_i = 1 \quad (2.8)$$

Si le problème est convexe, un ensemble complet de solutions non-inférieures à celui de Pareto peut être trouvé. Cependant, si le problème n'est pas convexe, il n'y a aucune garantie que cette méthode rapportera l'ensemble entier de Pareto.

Dans cette méthode, les coefficients de pondération sont supposés à l'avance et ils seront alors changés pour rapporter un ensemble d'optimums faisables qui est l'ensemble optimal de Pareto. On s'attend à ce que le concepteur sélectionne les valeurs des variables de cet ensemble de solutions. Celles-ci, dépendent fortement du jugement du concepteur et elle demande beaucoup d'habileté pour le choix des coefficients.

Considérons un problème d'optimisation à deux objectifs qui s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \text{Min } f_1 \\ \text{Min } f_2 \end{cases} \quad (2.9)$$

Après transformation en un problème mono-objectif pondéré, le problème ci-dessus devient.

$$\text{Min } F = \min (\mu_1 f_1 + \mu_2 f_2) \quad (2.10)$$

Cette nouvelle fonction ' f ' est l'équation pour la ligne L_1 , qui admet une pente de $(-\mu_1/\mu_2)$, tracée dans l'espace des fonctions objectives, entre l'origine et l'espace faisable des fonctions objectives. Le point optimum lié à ces deux fonctions pondérées serait réalisé en déplaçant la ligne ' L ' de l'origine, vers la région faisable, jusqu'à ce qu'elle soit juste tangente à la frontière de la région faisable. Ce point de tangence est le point optimum, x^* , pour des valeurs prescrites de w_1 et w_2 comme il a été montré par l'auteur de la référence [19].

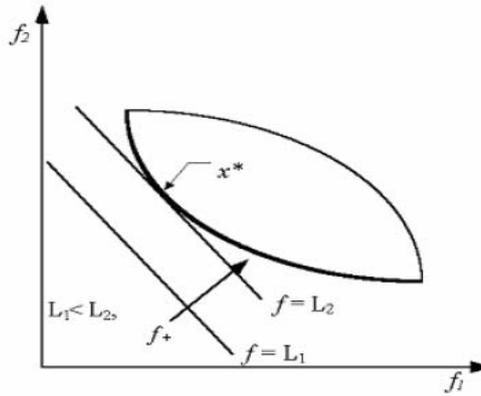


Figure (2.5) Interprétation géométrique de la méthode de pondération de fonctions [27]

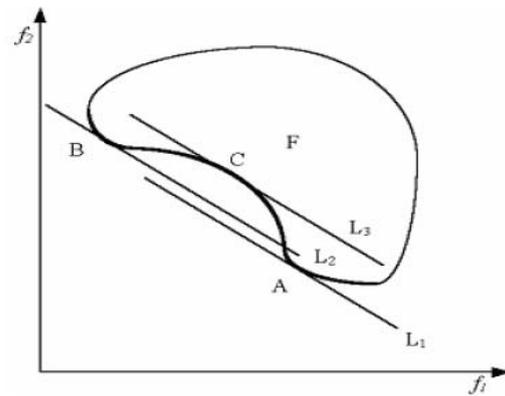


Figure (2.6) Cas d'un problème non convexe [27]

3.3 Méthode de distance

Presque toutes les méthodes de résolution du problème d'optimisation MO, s'opèrent sur le principe de la transformation de l'ensemble des fonctions objectives en une seule fonction (fonction critère), soit par pondération, soit par la méthode hiérarchique, compensation....

Une autre forme de la fonction critère est donnée par la méthode de la fonction de la distance. Ici, la distance entre la solution idéale et la solution actuelle est réduite au minimum.

Pour cela une famille de fonctions définie dans l'espace métrique qui s'écrivent :

$$L_p(f) = \left[\sum_{i=1}^k |f_i^0 - f_i^0(x)|^p \right]^{1/p}, 1 \leq p \leq \infty \tag{2.11}$$

Exemple

$$L_1(f) = \sum_{i=1}^k |f_i^0 - f_i^0(x)|^p \tag{2.12}$$

$$L_2(f) = \left[\sum_{i=1}^k |f_i^0 - f_i^0(x)|^2 \right]^{1/2} \tag{2.13}$$

$$L_\infty(f) = \max_{i \in I} |f_i^0 - f_i^0(x)| \tag{2.14}$$

On peut voir que : si $L_2(f)$ est réduite au minimum, c'est-à-dire que la distance est minimale entre la solution finale et la solution idéale, alors on obtient l'optimum de 'f'.

On recommande habituellement qu'une déviation relative soit examinée, plutôt que la déviation réelle de la solution idéale.

$$L_p(f) = \left[\sum_{i=1}^k \left| \frac{f_i^0 - f_i^0(x)}{f_i^0} \right|^p \right]^{1/p}, 1 \leq p \leq \infty. \tag{2.15}$$

Cette méthode rapportera une solution non-inférieure au problème. Si on emploie un ensemble de coefficients de pondération, alors un ensemble de solutions non-inférieures peut être trouvé.

4. CONCEPTS DE BASE D'OPTIMISATION MONO-OBJECTIF

4.1 Introduction

Dans cette partie on traite le problème de programmation non-linéaire (PNL) relatif aux méthodes mono-objectif qui résulte de la transformation d'un problème Multi-objectifs en un problème simple mono-objectif. Une revue des différentes méthodes standard pour résoudre ce type de problèmes pratiques est donnée ci-dessous.

Avant de discuter ces méthodes de PNL, il est nécessaire de décrire les concepts de base des algorithmes d'optimisation. Un algorithme opère par itérations successives, à partir d'une estimation initiale " X_0 " qui est progressivement améliorée jusqu'au voisinage de l'optimum " X^* ". La différence entre ces méthodes réside dans le choix de la procédure adoptée pour passer d'une estimation X^{q-1} à une nouvelle estimation X^q . Certaines méthodes réalisent ce passage en s'appuyant sur un développement limité de Taylor de la fonction critère autour de la valeur X^q . Elles font donc intervenir le calcul des dérivées d'ordre un, et parfois d'ordre deux de la fonction critère. D'autres méthodes n'utilisent pas les dérivées de la fonction critère, mais elles opèrent directement à partir des valeurs de la fonction en différents points, ce sont des méthodes de recherche directe.

Le taux de convergence d'un algorithme d'optimisation est une autre propriété qui est très importante. Comme il sera vu, la méthode du gradient n'est pas une méthode efficace quoi qu'elle converge vers un optimum. La solution intermédiaire tend à zigzaguer, et le taux de convergence est sensiblement plus lent. En conséquence, un autre critère souvent employé pour comparer les algorithmes entre eux est leur capacité de localiser l'optimum des fonctions quadratiques. Ceci s'appelle "l'arrêt quadratique". La justification pour l'usage de ce critère pour la comparaison, c'est que près d'un optimum, la fonction peut être en juste proportion rapprochée par une forme quadratique [22]. L'auteur de cette dernière référence suggère qu'un algorithme qui n'opère pas bien en réduisant au minimum une fonction quadratique fera probablement la même chose pour une fonction non-linéaire en générale, particulièrement près de l'optimum.

4.1.1 Forme standard du PNL

Rappelons que dans le cas général, l'algorithme d'optimisation numérique d'un PNL qui résout un problème non-linéaire, à une forme standard décrite comme suit :

Min $f(X)$

Sous les contraintes

$$\begin{cases} g_j(x) \leq 0 & j = 1, \dots, J \\ h_k(x) = 0 & k = 1, \dots, K \\ X_i^L \leq X_i \leq X_i^u & i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (2.16)$$

Où les paramètres sont :

$g_j(X)$: contraintes d'inégalité

$h_k(X)$: contraintes d'égalité

M : nombre de contraintes d'inégalité

L : nombre de contraintes d'égalité

N : nombre de variables

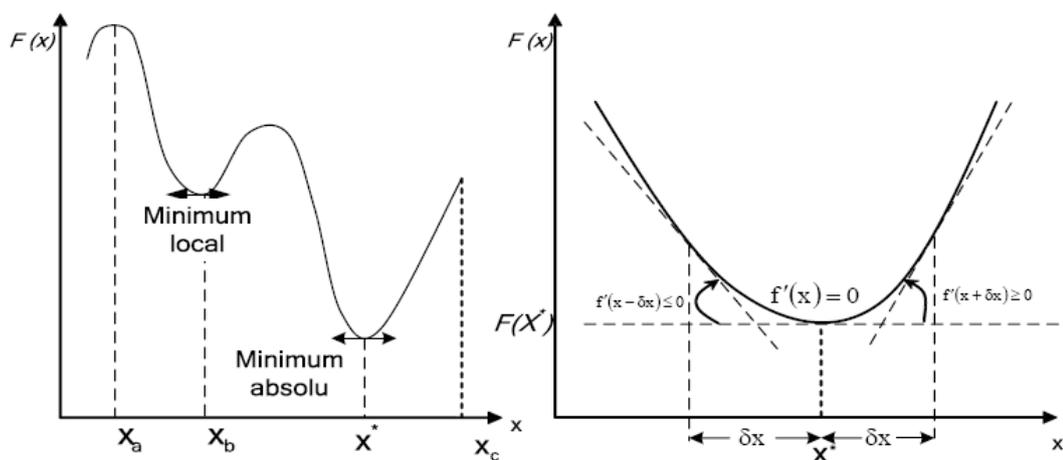
XL : limite inférieure

XU : limite supérieure

4.1.2 Comportement d'une fonction objective au voisinage d'un optimum.

La figure (2.10) représente une fonction objective dans un domaine "D" délimité par l'intervalle $[0, c]$ sur lequel des valeurs " X_a , X_b et X^* " sont particulièrement intéressants.

Le point ' X_a ' correspond à un maximum absolu, qui présente une valeur pour laquelle, il n'y a aucune autre valeur de X qui pourrait donner à la fonction objective une valeur plus grande. Par contre, on dit, que la fonction objective admet un minimum absolu X^* si aucune autre valeur de X ne peut donner à la fonction objective une valeur plus petite.



4.1.3 Gradient d'une fonction

On peut vérifier que le vecteur gradient d'une fonction est toujours orienté dans le sens de la croissance de la fonction. Autrement dit, le gradient a la particularité de nous indiquer la direction à suivre pour arriver jusqu'au minimum. Malheureusement, cette propriété est locale, c'est-à-dire qu'elle change dès que le point X en question change. Autrement dit, le gradient n'indique pas le maximum absolu. C'est pourquoi toutes les méthodes déterministes sont appelées des méthodes de recherche locale.

Le vecteur gradient d'une fonction scalaire F est donné par :

$$\vec{\nabla} F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial X_1} \\ \frac{\partial F}{\partial X_2} \\ \cdot \\ \frac{\partial F}{\partial X_n} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Le module du vecteur gradient est donné par

$$\|\nabla F\| = \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial X_i} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (2.18)$$

Le vecteur unité (cosinus directeurs) du gradient d'une fonction quelconque F est donnée par :

$$\vec{S} = - \frac{\vec{\nabla} F}{\|\nabla F\|} \quad (2.19)$$

4.1.4 Conditions nécessaires et suffisantes

Soit une fonction quelconque dérivable et continue de N variables. Considérons le problème de minimisation de celle-ci suivante :

$$\text{Min } F(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.20)$$

Les conditions relatives à l'existence d'un extremum local sont :

- **Les conditions nécessaires (CN)**

$$\frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (2.21)$$

- **Les conditions suffisantes (CS)** où les dérivées secondes (hessienne) sont positives

$D_i > 0, i=1,2,\dots,n$, on trouve deux cas

D'un minimum local $D_i > 0, i = 2, 4, n$ (Pair)

D'un maximum local $D_i > 0, i = 1,3,5,\dots,n$ (impair)

Où D_i sont les déterminants de la forme

$$D_i = \det \begin{bmatrix} f''_{x_1x_1} & f''_{x_1x_2} & \dots & f''_{x_1x_n} \\ f''_{x_2x_1} & f''_{x_2x_2} & \dots & f''_{x_2x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f''_{x_nx_1} & f''_{x_nx_2} & \dots & f''_{x_nx_n} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

4.1.5 Critères de convergence

Le critère de convergence comprend :

- La comparaison entre les variations relatives de la fonction objective pour deux itérations consécutives par rapport à une tolérance donnée.
- La norme du vecteur de recherche est également employée en tant que critère de convergence.
- Un nombre maximum d'itérations est employé comme limite supérieure au processus d'optimisation.

4.2 METHODES D'OPTIMISATION MONO-OBJECTIF

4.2.1 Classification des méthodes d'optimisation

En prenant comme critères de classification la nature des variables (entière, réelle) et le type de contraintes pour un problème d'optimisation, on peut dessiner l'organigramme suivant représentant l'ensemble des approches possibles, où les flèches épaisses indiquent le type de problème d'optimisation qui nous intéresse :

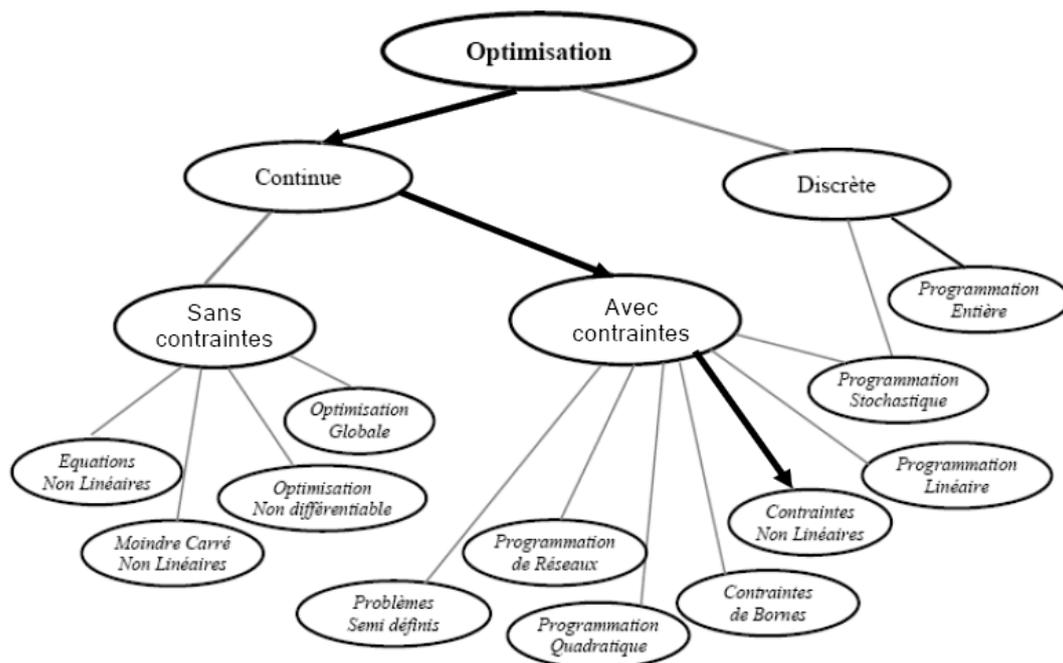


Figure (2.11) Arbre des méthodes d'optimisation [27]

Dans ce qui suit, on détaille les trois types d'optimisation.

- **Discrète** : Les variables sont des valeurs entières (Z) et on parle de :

Programmation entière (Integer programming)

Programmation stochastique (Stochastic programming)

- **Continue** : Les variables sont des valeurs réelles (R)

- **Sans contraintes** :

Equation non-linéaire

Moindre carré non-linéaire

Optimisation globale

Optimisation non-différentiable

- **Avec contraintes** :

Problème linéaire

Contraintes non-linéaires (**PNL**)

Contraintes de bornes

Programmation quadratique

Programmation de réseaux

Programmation stochastique

Il n'est pas possible de revoir en détail toutes ces familles des méthodes d'optimisation, mais nous détaillons celles qui nous semblent les plus intéressantes dans le domaine de PNL.

4.2.2 Algorithmes d'optimisation dans le cas de mono-objectif

Il n'existe pas un algorithme d'optimisation universel, mais il existe plutôt beaucoup d'algorithmes adaptés à des problèmes particuliers d'optimisation. Cependant, beaucoup de méthodes ne sont valables que pour certains types de problèmes. Ainsi, il est important de bien connaître les caractéristiques du problème posé, afin d'identifier la technique appropriée pour sa résolution. Les problèmes d'optimisation sont classés en fonction des caractéristiques mathématiques de la fonction objective, des limitations et des variables d'optimisation. Dans la pratique un algorithme d'optimisation utilise et combine plusieurs méthodes à la fois pour assurer la solution du problème. Le tableau suivant présente quelques méthodes et leurs champs d'applications.

Méthode de recherche	Champ d'application	Présences de contraintes	Nature de recherche
Méthode du simplex (Programmation linéaire)	-Fonction Objective 'FO' linéaire -Contraintes linéaires	Non	Déterministe
- Méthode du gradient - Méthode de Pas à Pas - Méthode de Hook et Jeevs - Méthode de Rosenbrock - Méthode de Fletcher et Powell - Méthode de direction conjuguée - Méthode de BFGS (et ses variantes)	-Un seul optimum local -Tout type de FO	Non	
- Méthode de directions faisables - Méthode du point inférieur - Méthode du gradient projeté - Méthode de SQP	- Un seul optimum - Tout types de contraintes et FO - Très bien adaptée pour PNL	Oui	
- Méthode de Monte-Carlo - Recuit simulé -Algorithmes génétiques (GA)	- Plusieurs optimums - Topologie compliquée - Toutes types de contraintes et FO	Oui (avec des méthodes de pénalisation)	Stochastique

Tableau (2.1) Les champs d'applications et natures de certaines méthodes d'optimisation [27]

5. METHODES D'OPTIMISATION SANS CONTRAINTES

5.1 Introduction

Dans cette section on présente des méthodes de recherche multi-variables sans contraintes. D'abord, on donne les méthodes de gradient, gradient conjuguées et direction conjuguée. Puis les méthodes quasi-newtoniennes qui se sont avérées les plus efficaces et les plus raffinées des algorithmes déterministes.

La procédure itérative des algorithmes de minimisation sans contraintes se fait comme suit : on choisit un point initial, et on définit la direction de descente, ensuite un pas de déplacement approprié est calculé par une technique dite de "line-search". Le processus est répété avec le nouveau point trouvé jusqu'à ce qu'un minimum local soit obtenu. Le schéma algorithmique général de ce type d'algorithmes est le suivant.

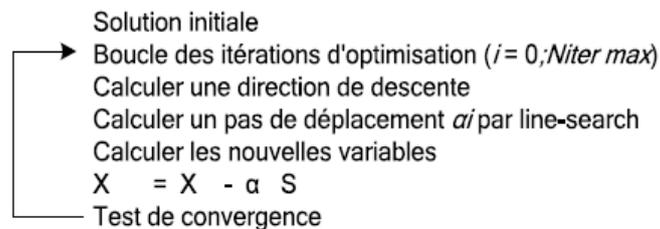


Figure (2.12) Algorithme général de minimisation locale [27]

Tous les algorithmes impliquent une ligne de recherche indiquée par l'équation suivante.

$$X_{k+1} = X_k - \alpha_k H_k \nabla F(X_k)$$

Pour la méthode du gradient " \mathbf{H} " est égale à la matrice unité (\mathbf{I}), et " α " est le pas de déplacement le long de la ligne du gradient (peut être fixé ou optimale). Pour la méthode de newton, \mathbf{H}_k est l'inverse de la matrice hessienne, \mathbf{H}^{-1} et " $\alpha = 1$ " Pour les méthodes quasi newtoniennes, \mathbf{H}_k est une série de matrices commençant par la matrice unité, \mathbf{I} , et finissant par l'inverse de la matrice hessienne, \mathbf{H}^{-1} .

L'algorithme quasi-newtonien qui utilise l'algorithme BFGS (Broyden, Fletcher, Golfarb, et Shanno) pour mettre à jour la matrice Hessienne, est considéré comme le plus efficace des techniques de recherche multi-variables sans contrainte.

5.2 Méthodes du gradient

Parmi les méthodes du gradient les plus utilisées, d'au moins celle qui est incorporé dans les algorithmes d'optimisation courante, on distingue particulièrement la méthode de la plus grande pente "Steepest descent" et la méthode du gradient conjugué [23].

5.2.1 Méthode de la plus grande pente

Sa stratégie est la suivante ; se déplacer dans la direction du gradient et chercher dans cette direction l'optimum de la fonction à n variables que l'on veut optimiser.

$$F = f(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.23)$$

La séquence d'itération se fait à l'aide de l'équation suivante :

$$X^q = X^{q-1} - \alpha^q \nabla F(X^{q-1}) \quad (2.24)$$

Par conséquent, la direction de recherche est simplement donnée par.

$$S^q = -\nabla F(X^{q-1}) \quad (2.25)$$

On emploie toujours le gradient négatif de la fonction objective pour la direction de recherche, et comme pour la méthode de descente de plus grande pente, la direction de recherche est toujours perpendiculaire à la direction précédente. Cependant, cette méthode est notoirement inefficace et ne devrait jamais être employée comme algorithme général [24]. On emploie seulement la direction de descente de la plus grande pente au commencement de l'optimisation ($q=1$). Pour les itérations suivantes, on emploie la méthode BFGS ou la méthode de direction conjuguée de "Fletcher-Reeves", car cette méthode à une convergence initiale rapide mais sa convergence est très lente, quand nous nous rapprochons de la solution.

Mais l'avantage de cette méthode est sa convergence [24, 25], même avec un vecteur initialement loin de la solution.

5.2.2 Méthodes de directions conjuguées

Cette méthode a été proposée à l'origine pour la minimisation des fonctions objectives quadratiques et convexes. Mais, suite aux améliorations considérables qui ont été introduites, la méthode a été étendue pour le cas général. Elle consiste à accélérer la convergence de la première tout en évitant le calcul et le stockage de H^{-1} . L'aspect théorique de ces méthodes concerne les fonctions quadratiques de la forme suivante :

$$F(\vec{X}) = \vec{X}^T Q \vec{X} - b \vec{X} \quad (2.26)$$

Où Q est une matrice définie positive et symétrique.

Les techniques élaborées, se basent sur l'idée qu'au voisinage du point optimal X^* , une fonction quelconque peut être approximée par une fonction de forme quadratique, cette dernière a donc le même critère de convergence que celle des fonctions purement quadratiques.

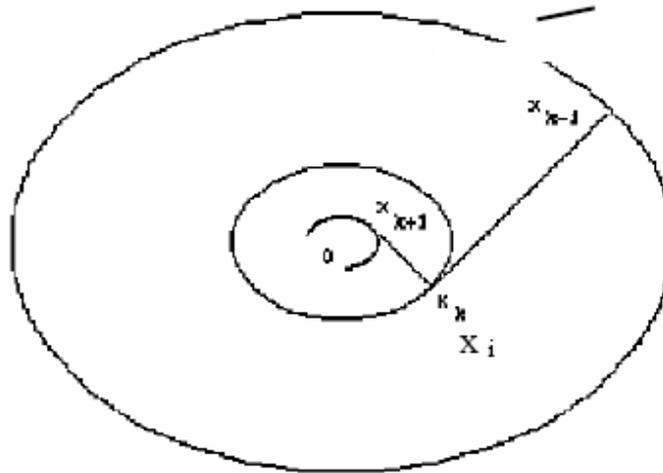


Figure (2.13) Deux directions de recherche consécutives [27]

$d_i = x_{i+1} - x_i$ et $d_{i-1} = x_i - x_{i-1}$ sont orthogonaux $d_i^T d_{i-1} = 0$ mais, x_i, d_i sont conjugués $x_i^T Q d_{i-1} = 0$

- Les directions conjuguées

Étant donné une matrice symétrique Q , deux vecteurs d_1 et d_2 sont dits conjugués par rapport à Q si

$$d_1^T Q d_2 = 0 \quad (2.27)$$

Si $Q = I$, la notation de direction conjuguée est équivalente à celle de l'orthogonalité usuelle.

5.3 Méthode de Fletcher-Reeves.

La première direction est celle du gradient négatif, et chacune des directions suivantes est une combinaison linéaire du gradient courant et des directions précédentes. Cette méthode est très intéressante, parce que sa vitesse de convergence est très supérieure à celle de l'algorithme du gradient.

L'algorithme de la méthode de Fletcher-Reeves peut se résumer comme suivante :

- Prendre pour points initiaux x_1

- Prendre pour direction initiale

$$S_1 = -\nabla f(X_1), \text{ et calculer } X_2 = X_1 + \lambda_1^* S_1$$

- Poser $i=2$ et aller à l'étape suivante.

- Calculer $\nabla f(X_i)$, si le test d'optimalité n'est pas vérifié, poser

$$S_i = -\nabla f(X_i) + \frac{|\nabla f(X_i)|^2}{|\nabla f(X_{i-1})|^2} S_{i-1} \quad (2.28)$$

Calculer le pas optimal λ_i^* dans la direction S , aussi que le point

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i \quad (2.29)$$

- Poser $i = i + 1$ et répéter 4, 5 et 6 jusqu'à vérification du critère de convergence.

5.4 Méthodes de Newton et de quasi-Newton

Rappelons brièvement la procédure des méthodes de type Quasi-Newton. On envisage un problème de minimisation sans contrainte d'une fonction deux fois continûment dérivable:

$$\text{Min } f(X) \quad (2.30)$$

5.4.1 Méthodes de Newton

La méthode de Newton consiste à remplacer, au voisinage du point courant X^q , la fonction par son approximation quadratique.

$$q(X) = f(X^q) + \nabla f(X^q)(X - X^q) + \frac{1}{2}(X - X^q)^T \nabla^2 f(X^q)(X - X^q) \quad (2.31)$$

On prend alors comme nouveau candidat, l'optimum le point X^{q+1} minimum de $q(x)$, lorsqu'il existe. Ceci ne peut être le cas que si la matrice hessienne $\nabla^2 f(X^q)$ est définie positive. Dans ce cas, la fonction $q(x)$ est strictement convexe et a un minimum unique ' X^{q+1} ', défini par la condition $\nabla q(X^{q+1}) = 0$. Soit en explicitant la condition suivante :

$$X^{q+1} = X^q - [\nabla^2 f(X^q)]^{-1} \nabla f(X^q) \quad (2.32)$$

Cette dernière formule suggère une résolution itérative du problème original. Si le problème original est quadratique, la convergence survient en une seule itération. Pour une fonction quelconque, la méthode de Newton est une méthode itérative avec un ordre de convergence quadratique dans le voisinage de l'optimum. La méthode de Newton possède néanmoins plusieurs inconvénients, dus essentiellement au fait qu'elle ne possède pas la propriété de convergence globale.

Pour remédier à ces difficultés, une première modification consiste à introduire une recherche linéaire le long de la direction de recherche :

$$S^q = -[\nabla^2 f(X^q)]^{-1} \nabla f(X^q) \quad (2.33)$$

On détermine le pas α^q afin de minimiser $f(X^q + \alpha S^q)$

Ou, tout au moins, de trouver un nouveau point tel que $f(X^q + \alpha S^q) \leq f(X^q)$.

Une deuxième difficulté peut apparaître lorsque la Hessienne regroupant les dérivées secondes $\nabla^2 f(X^q)$ n'est pas définie positive. Dans ce cas, la direction de déplacement n'est pas une direction de descente S^q , et la convergence globale n'est pas assurée.

La méthode de Newton possède, en outre le handicap d'exiger le calcul de la matrice des dérivées secondes. Ce calcul peut être onéreux ou délicat, voir difficile à effectuer.

5.4.2 Méthodes quasi-newtoniennes

Avec les méthodes Quasi-Newton, on veut généraliser la formule itérative de Newton.

$$X^{q+1} = X^q - \alpha^q [\nabla^2 f(X^q)]^{-1} \nabla f(X^q) \quad (2.34)$$

Le principe des méthodes de résolution de type Quasi-Newton est de générer une séquence de matrices symétriques définies positives qui soient des approximations, toujours améliorées, de la matrice Hessienne réelle ou de son inverse. Désignons par H^q la suite d'approximations de l'inverse de la matrice hessienne $[\nabla^2 f(X^q)]^{-1}$ et par B^q la suite des estimations de la matrice hessienne $\nabla^2 f(X^q)$. On recherche une méthode telle que, dans le cas d'un problème quadratique, la matrice B^q converge vers la valeur exacte des dérivées secondes (constantes dans ce cas), de sorte qu'en fin de convergence, on retrouve une convergence de type Newton.

Si l'on applique la méthode à une fonction quelconque, B^q elle peut être considérée, à chaque instant, comme une approximation (définie positive) du Hessienne. Au point X^q , si B^q est l'approximation définie positive de la matrice hessienne et si $\nabla f(X^q)$ désigne le gradient au point courant (à l'itération q), l'algorithme génère une direction de descente S^q en résolvant le système linéaire

$$B^q S^q = -\nabla f(X^q) \quad (2.35)$$

Une fois la direction de descente S^q obtenue, le nouveau point d'itération $q+1$ sera trouvé en pratiquant une recherche linéaire le long de cette direction.

$$X^{q+1} = X^q + \alpha^q S^q \quad (2.36)$$

Le pas de progression S^q est choisi afin de minimiser la valeur, c'est-à-dire $f(X^{q+1}) < f(X^q)$. Si le nouveau point X^{q+1} ne satisfait pas au critère de convergence, une nouvelle approximation sera faite.

5.4.3 Algorithme de BFGS

La méthode de BFGS est une méthode quasi-newtonienne parce qu'elle crée une approximation à l'inverse de la matrice hessienne (matrice des deuxièmes dérivées de la fonction objective). La matrice H contient les deuxièmes dérivées. Au commencement, H est égale à la matrice d'identité ' I '. La direction de recherche étant définie par

$$S^q = -H\nabla F(X^{q-1}) \quad (2.37)$$

De sorte que la première direction de recherche soit la direction de la descente de plus grande pente. Après première itération, il y a actualisation de la hessienne en utilisant la formule suivante :

$$H^{q+1} = H^q + D^q \quad (2.38)$$

Là où

$$\begin{aligned} D^q &= \left(\frac{\sigma + \tau}{\sigma^2} \right) p p^T - \frac{1}{\sigma} \left[H^q y p^T + p (H^q y)^T \right] \\ \sigma &= p^T y \\ \tau &= y^T H^q y \end{aligned} \quad (2.39)$$

Cette méthode est considérée comme théoriquement la meilleure, mais exige de la mémoire pour stocker la matrice de H . Cette méthode est considérée comme moins sensible à la recherche unidimensionnelle que celle de Fletcher-Reeves, bien que l'expérience prouve que les deux méthodes sont rudement comparables dans l'efficacité et la fiabilité [24].

6. METHODES DE LA RECHERCHE MULTIDIMENSIONNELLE EN PRESENCE DE CONTRAINTES

6.1 Introduction

La programmation mathématique pour les méthodes d'optimisation a débuté par les méthodes de *programmation linéaire*, notamment les travaux de G.B. Dantzig en 1949 sur les problèmes théoriques et algorithmiques de fonction linéaires avec contraintes linéaires [22]. Puis en, 1951

les deux mathématiciens H.W.Kuhn et A.W.Tucker proposèrent un premier travail fondamental sur la théorie de la programmation non-linéaire [22], permettant l'étude de problèmes d'optimisation non-linéaire avec ou sans contraintes. On notera que depuis le début des années soixante, il y a eu un nombre considérable de publications dans ce domaine.

À nos jours la programmation mathématique est une branche très active de mathématiques appliquées, sans doute du fait qu'elle présente beaucoup d'intérêts pour différents domaines des sciences appliquées.

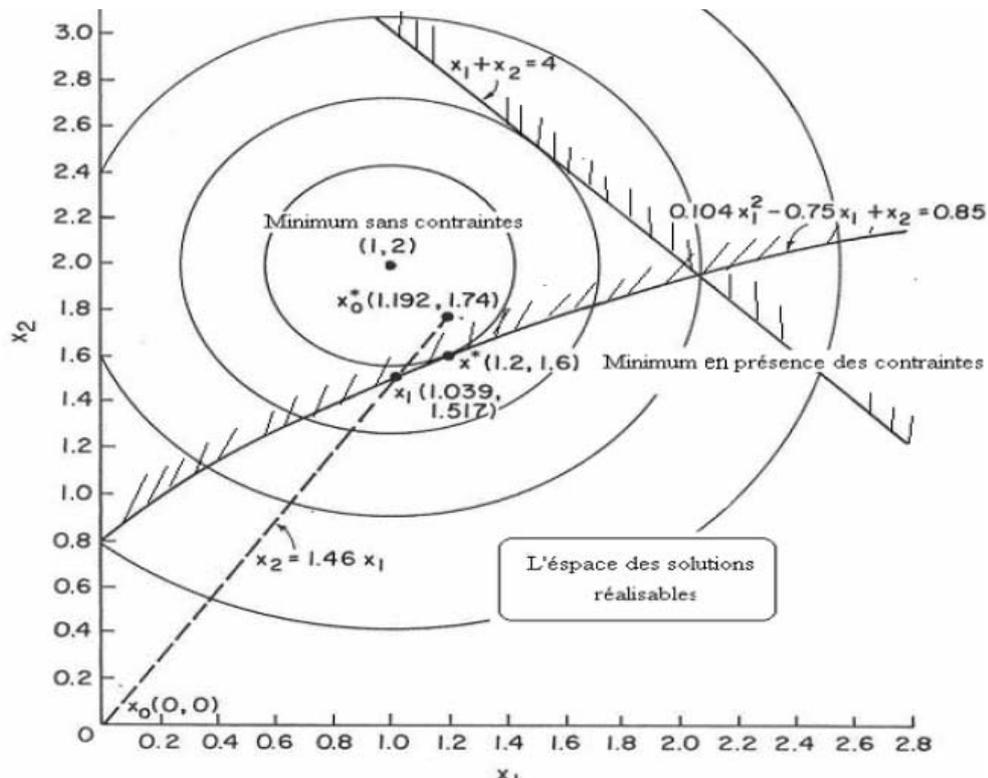


Figure (2.14) Exemple d'optimisation mono-objectif avec et sans contrainte [27]

Dans ce qui suit, on présente brièvement les méthodes de la programmation mathématique qui ont d'une certaine façon des liens avec le thème de ce travail présenté dans ce mémoire. Il s'agit bien des méthodes de programmation non-linéaire. Un développement particulier a été consacré pour les méthodes de la programmation séquentielle quadratique "SQP", dans le but de justifier le choix de l'algorithme qui il été adopté pour la résolution du problème d'optimisation pour l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique qui concerne notre travail. Suivant la nature de la fonction objective f et des contraintes qui définissent D , on distingue les différentes méthodes :

f	Contrainte	Type
Linéaire Quadratique Polynomial Convexe	Linéaires Linéaires Polynomial Convexe	Programmation linéaire Programmation quadratique Programmation polynomiale Programmation convexe

Tableau (2.2) Différents champs de classification de la programmation non linéaire

6.2 Programmation linéaire successive (PLS)

Cette méthode est employée pour résoudre le problème de programmation non-linéaire, où la fonction et les contraintes sont non-linéaires. La fonction objective et les contraintes sont linéarisées en chaque point de l'itération courante, en utilisant un développement de série de Taylor de premier ordre. La solution à ce problème linéaire est alors obtenue en utilisant des techniques de programmation linéaires standards. Ce processus est répété jusqu'à ce que les solutions approximatives convergent vers la solution réelle du problème, d'où son nom "Programmation linéaire successive".

Le développement en série de Taylor du premier ordre de la fonction objective et les contraintes autour de X_0 qui est le point de l'itération courante s'écrit selon :

$$f(X) \approx f(X^0) + \nabla f(X^0)^T \delta X \quad (2.40)$$

Qui doit satisfaire les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} g_j(X) &\approx g_j(X^0) + \nabla g_j(X^0)^T \delta X & j=1, \dots, M \\ h_k(X) &\approx h_k(X^0) + \nabla h_k(X^0)^T \delta X & k=1, \dots, L \\ X_i^l &\leq X_i + \delta X \leq X_i^u & i=1, \dots, N \\ \delta X &= X - X^0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Clairement, ceci représente un problème de programmation linéaire avec comme variables le vecteur δX

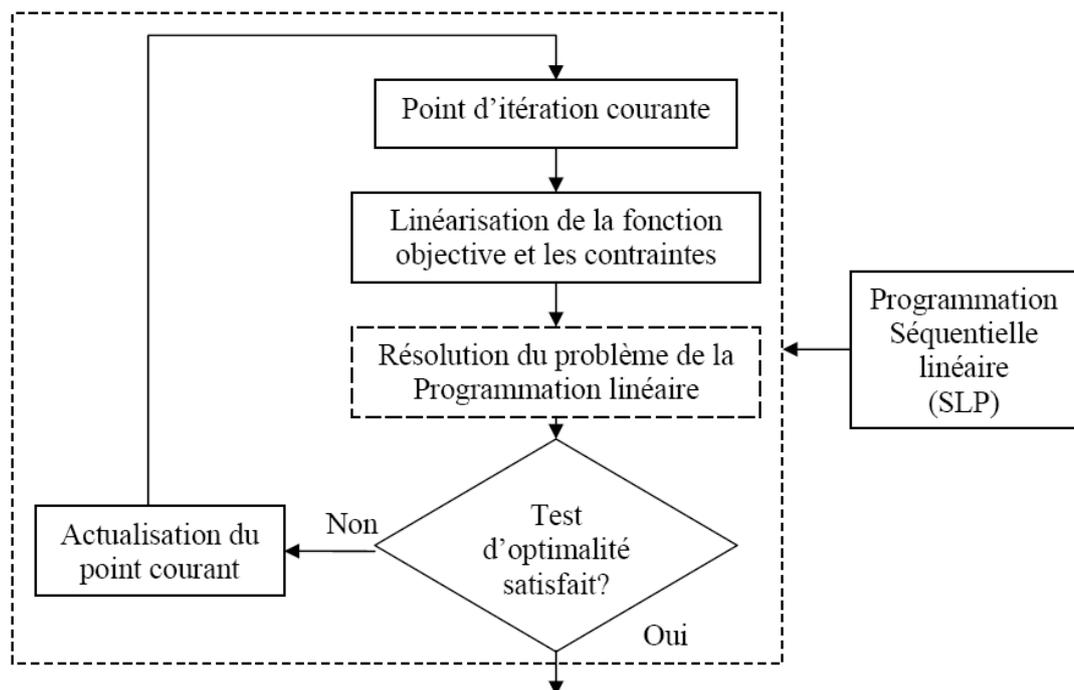


Figure (2,15) schéma bloc montrant l'étape de l'optimisation par (PLS) [27]

6.3 Programmation Quadratique Successive (SQP)

6.3.1 Introduction

La méthode 'SQP' constitue, en effet, une des méthodes les plus efficaces de la résolution d'un problème NLP et à ce titre elle intervient dans de nombreux travaux et logiciels d'optimisation. Le principe de la méthode SQP repose sur une reformulation itérative du problème NLP en un problème de programmation quadratique (QP), au moyen d'une approximation quadratique du Lagrangien de la fonction objective et d'une linéarisation des contraintes. Le problème QP résiduel est ensuite résolu, pour chaque itération.

Un des points forts de la méthode SQP réside dans son caractère «chemin non-faisable» et la progression vers la solution optimale est effectuée à partir de points intermédiaires "faisables" et aussi "non faisables", proches du domaine des contraintes. Ainsi, contrairement à de nombreuses méthodes qui vérifient les contraintes à chaque itération, la méthode SQP n'impose le respect des contraintes que pour la solution finale. Cette caractéristique, associée à la technique **BFGS** (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) d'estimation de l'inverse de la matrice Hésienne, conduit à faire de la méthode SQP utilisée, une méthode extrêmement rapide [27].

Le premier travail sur les algorithmes SQP est attribué à Mangasarian en 1976 qui explora un algorithme SQP dans lequel la matrice Hésienne du lagrangien est actualisée à chaque itération d'optimisation. Peu après, Han [22] publia deux articles dans lesquels il contribua à l'avancement de la méthode. Dans le premier (1976) il énonça le théorème de la convergence locale et du taux de convergence des méthodes de type BFGS-SQP pour les problèmes de limitation d'inégalité. Dans le second (1976), il employa une fonction mérite particulière pour obtenir la convergence globale pour les cas convexes. Dans la même période Powell présenta une série d'articles généralisant la méthode SQP. Depuis ce temps, cette méthode a connu beaucoup de développement, et on trouve aujourd'hui une littérature sur différentes variantes de méthodes SQP.

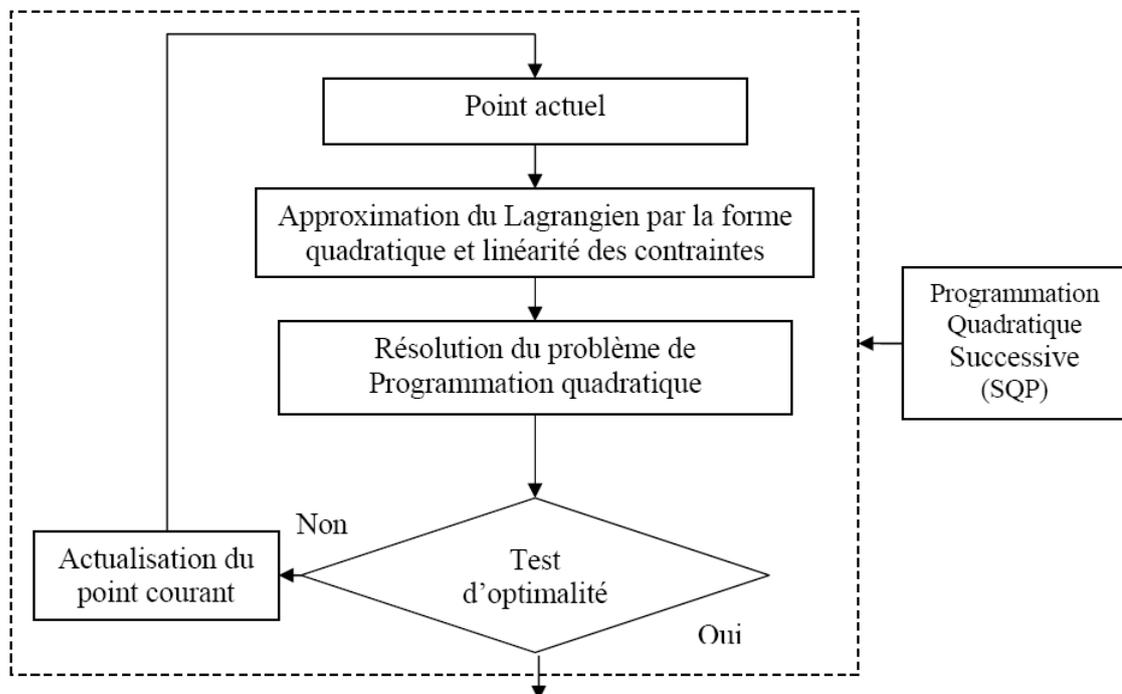


Figure (2,16) schéma bloc montre les étapes de l'optimisation par SQP [27]

6.3.2 Algorithme

La méthode, commence par la recherche du Lagrangien de la fonction objective et les contraintes, ensuite on part sur une transformation successive du PLN en un problème de programmation quadratique, ce dernier sera résolu en employant une approximation quadratique du lagrangien et linéarisation des contraintes.

Structure générale de l'algorithme de programmation quadratique successive (SQP)

1. Initialisation du problème, matrice Hésienne initialisée par la matrice identité
2. Évaluation de la fonction objective et des contraintes
3. Évaluation des gradients de la fonction objective et des contraintes
4. Résolution du sous-problème quadratique
5. Vérification des conditions d'arrêt. Si elles sont vérifiées alors une solution est trouvée, sinon
 - Estimation de la Hésienne
 - Estimation des paramètres de Lagrange et de Kuhn-Tucker
 - Estimation de la direction de descente X_q
 - Estimation de la longueur du pas α_q
 - Calcul du nouveau point $X_{q+1} = X_q + \alpha_k \delta X_q$
6. Retour à l'évaluation de la fonction objective et des contraintes en (2)



Chapitre

3

*ETUDE DE
PERFORMANCE ET
DE CONCEPTION*

INTRODUCTION :

L'étude technologique des échangeurs de chaleur en générale est divisée en deux parties, la première consiste à trouver l'efficacité et la détermination des températures de sortie de ces derniers, et la deuxième est de les concevoir (trouver la surface d'échange).

En rencontre la première méthode dans le cas d'un échangeur de chaleur qui fonctionne dans une installation thermique, lequel on veut l'utiliser dans une autre installation ou on veut changer le fluide de travail (détermination de la température de sortie de fluide qui commande le transfert).

Le second cas est rencontré lorsqu'on veut dimensionner un échangeur de chaleur pour une nouvelle installation, tout en connaissant les propriétés thermophysiques des fluides et le type de matériaux des parois et leur conductivité thermique.

Dans cette partie de mémoire, on présente les deux cas mentionnés ci-dessus pour un échangeur de chaleur à triple tube concentrique TTEC. La détermination de modèle mathématique utilisé pour le calcul de l'efficacité et de la température de sortie du fluide commandant le transfert de TTEC est basée sur un bilan thermique sur chaque fluide et chaque paroi et un bilan de masse sur chaque fluide. Les deux arrangements (co-courant et contre-courant) sont étudiés

1. DETERMINATION DU CHAMP DE TEMPERATURE ET CALCUL DE L'EFFICACITE.

Le modèle de l'échangeur de chaleur proposé à étudier est à triple tube concentrique. Le premier fluide froid noté "1" passe dans le tube central de rayons intérieur et extérieur r et r' respectivement, le deuxième fluide chaud noté "3" passe dans l'espace annulaire intermédiaire de rayons intérieur et extérieur R et R' respectivement et le troisième fluide froid noté "5" passe dans l'espace annulaire extérieur de rayons intérieur et extérieur \mathfrak{R} et \mathfrak{R}' respectivement.

Les trois fluides peuvent circuler dans le même sens (co-courant ou anti-méthodique) ou en sens contraire (contre-courant ou méthodique). Ces trois fluides sont séparés par deux parois métalliques. Le fluide "1" et le fluide "3" séparés par la paroi "2" (tube central) et le fluide "3" et le fluide "5" séparés par la paroi "4" à travers lesquelles les échanges de chaleur se font par conduction thermique. La transmission de chaleur entre le fluide et la paroi relève de la convection thermique.

La paroi de tube extérieur notée "6" sert à séparer le fluide "5" et le milieu extérieur comme le montre de la figure 3.1 Cette paroi est calorifugée.

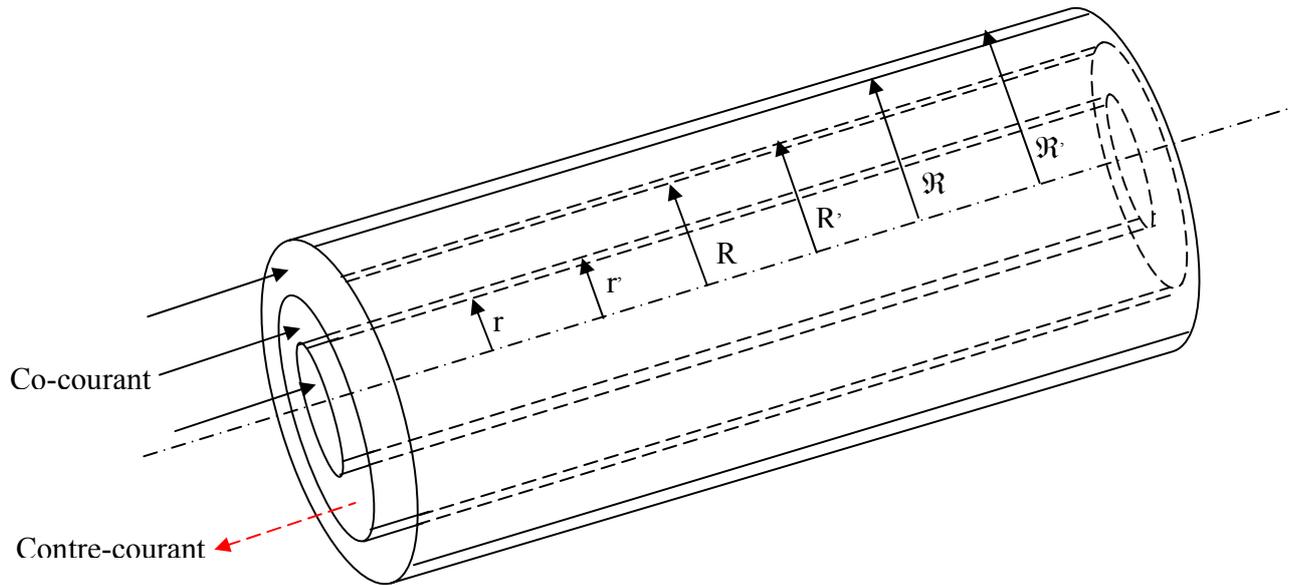


Figure 3.1 : Schéma d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique

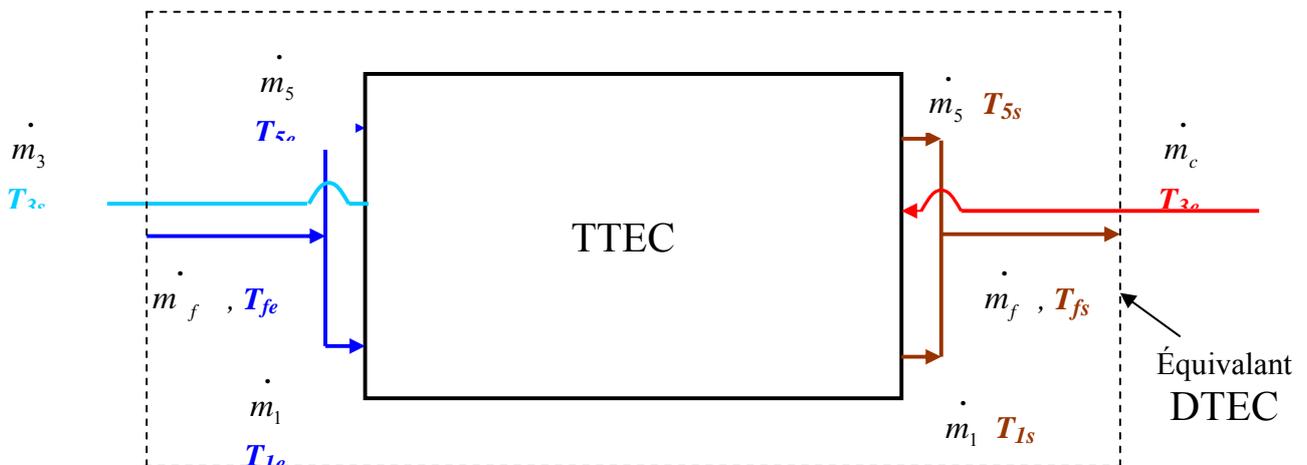


Figure 3.2 Echangeur de chaleur à triple tube concentrique

1.1 Formulation mathématique

Pour formuler ce problème étudié, on doit avant tout poser les hypothèses suivantes :

- 1- régime de fonctionnement stationnaire,
- 2- sections de passage constantes,
- 3- profils de vitesses invariables, en conséquence les variations d'énergie cinétique sont nulles,
- 4- pertes thermiques supposées nulles (paroi 6 isolée),

- 5- fluides monophasiques,
- 6- propriétés thermophysiques des fluides dépendent de la température,
- 7- conduction thermique axiale dans les parois tenue en compte,
- 8- conduction thermique dans le fluide négligeable

1.1.1 Bilan massique

Pour un écoulement unidimensionnel stationnaire, l'équation de continuité se réduit à :

$$\rho_e v_e S_{pe} = \rho_s v_s S_{ps} = cte \quad \text{Si } S_{pe} = S_{ps} \quad (3.1)$$

$$\text{On a donc,} \quad \rho v = G \quad (3.2)$$

1.1.2 Bilan énergétique

Notre étude repose sur les bilans d'énergie effectués sur chaque fluide et sur chaque paroi. L'échangeur de chaleur est divisé en volumes de longueur Δx dans chacun de ces volumes, les propriétés du fluide ou du solide sont assumées constantes, voir figure III-2.

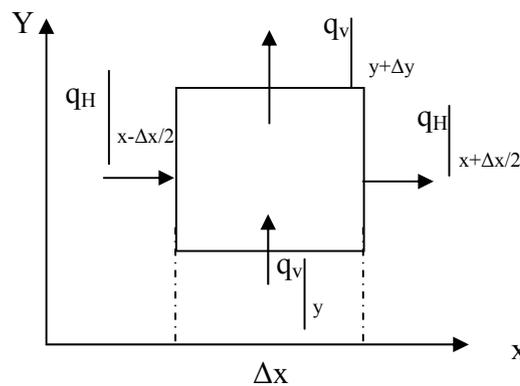


Figure 3-3 : Bilans énergétiques locaux

Par convention, on considère les énergies entrantes positives et les énergies sortantes négatives. Le bilan d'énergie s'écrira donc comme suit :

$$q_H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q_H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + q_V \Big|_y - q_V \Big|_{y+\Delta y} = 0 \quad (3.3)$$

Cette équation est appliquée pour les deux types d'écoulement contre-courant et co-courant. La figure III-3 illustre les six parties de l'échangeur.

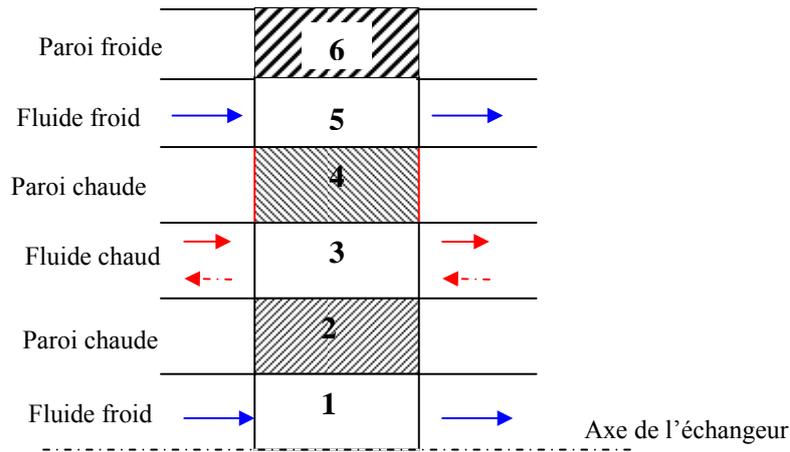


Figure 3-4 : Volume de contrôle.

Le sens du trait pointillé représente l'arrangement contre-courant, tandis que le trait continu représente l'arrangement co-courant (fluide chaud).

1.1.3. Ecoulement à contre-courant

Après affectation des bilans thermiques pour chaque fluide et chaque paroi on trouve le modèle mathématique suivant :

$$-\lambda S_{c6} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \lambda S_{c6} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_5 S_5 \Delta T_5 = 0 \quad (3.4)$$

$$\dot{m} H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \dot{m} H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_5 S_4 \Delta T_4 - h_5 S_5 \Delta T_6 = 0 \quad (3.5)$$

$$-\lambda S_{c4} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \lambda S_{c4} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_3 S_3 \Delta T_3 - h_5 S_4 \Delta T_5 = 0 \quad (3.6)$$

$$\dot{m} H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} - \dot{m} H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - h_3 S_3 \Delta T_4 - h_3 S_2 \Delta T_2 = 0 \quad (3.7)$$

$$-\lambda S_{c2} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \lambda S_{c2} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_3 S_2 \Delta T_3 - h_1 S_1 \Delta T_1 = 0 \quad (3.8)$$

$$\dot{m} H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \dot{m} H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_1 S_1 \Delta T_1 = 0 \quad (3.9)$$

1.1.4 Conditions aux limites

Pour résoudre le système d'équations ci-dessus, on doit poser des conditions aux limites. Pour notre problème, ces conditions se posent comme suit (contre-courant) :

Fluide (ou paroi)	Coté gauche	Coté droite
Paroi 6	$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x}(L) = 0$
Fluide 5	$T_5(0) = T_{imposé}$	/
Paroi 4	$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x}(L) = 0$
Fluide 3	/	$T_3(L) = T_{imposé}$
Paroi 2	$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x}(L) = 0$
Fluide 1	$T_1(0) = T_{imposé}$	/

Tableau 3.1 : Conditions aux limites pour la configuration contre-courant

1.1.5 Écoulement co-courant

$$-\lambda S_{c6} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \lambda S_{c6} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_5 S_5 \Delta T_5 = 0 \quad (3.10)$$

$$\dot{m} H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \dot{m} H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_5 S_4 \Delta T_4 - h_5 S_5 \Delta T_6 = 0 \quad (3.11)$$

$$-\lambda S_{c4} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \lambda S_{c4} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_3 S_3 \Delta T_3 - h_5 S_4 \Delta T_5 = 0 \quad (3.12)$$

$$\dot{m} H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \dot{m} H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_3 S_2 \Delta T_2 - h_3 S_3 \Delta T_4 = 0 \quad (3.13)$$

$$-\lambda S_{c2} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \lambda S_{c2} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_3 S_2 \Delta T_3 - h_1 S_1 \Delta T_1 = 0 \quad (3.14)$$

$$\dot{m} H \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \dot{m} H \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} + h_1 S_1 \Delta T_1 = 0 \quad (3.15)$$

1.1.6 Conditions aux limites

Les conditions aux limites servant à résoudre le modèle mathématique ci-dessus est résumé comme suit (co-courant) :

Fluide ou paroi	Coté gauche	Coté droite
Paroi 6	$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x}(L) = 0$
Fluide 5	$T_5(0) = T_{imposé}$	/
Paroi 4	$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x}(L) = 0$
Fluide 3	$T_3(0) = T_{imposé}$	/
Paroi 2	$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x}(L) = 0$
Fluide 1	$T_1(0) = T_{imposé}$	/

Tableau 3.2 condition à la limite co-courant

1.1.7 Discrétisation des équations

Pour discrétiser le système d'équations, on a choisi la méthode de différences finies pour les parois et le schéma up-wind pour les écoulements des fluides, après discrétisation on trouve le système suivant :

1.1.8 Ecoulement à contre-courant

Après discrétisation on trouve :

$$\frac{\lambda_6}{\Delta x^2} (T_{x-\Delta x} - 2T_x + T_{x+\Delta x}) + h_5 \left(\frac{2\Re}{\Re^2 - \Re'^2} \right) (T_5 - T_x) = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{(G C p)_5}{\Delta x} (T_{x-\Delta x} - T_x) + h_5 \left(\frac{2R'}{\Re^2 - R'^2} \right) (T_4 - T_x) - h_5 \left(\frac{2\Re}{\Re^2 - R'^2} \right) (T_x - T_6) = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\lambda_4}{\Delta x^2} (T_{x-\Delta x} - 2T_x + T_{x+\Delta x}) + h_3 \left(\frac{2R}{R'^2 - R^2} \right) (T_3 - T_x) - h_5 \frac{2R'}{R'^2 - R^2} (T_x - T_5) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{(G C p)_3}{\Delta x} (T_{x+\Delta x} - T_x) - h_3 \left(\frac{2r'}{R^2 - r'^2} \right) (T_x - T_2) - h_3 \left(\frac{2R}{R^2 - r'^2} \right) (T_x - T_4) = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\lambda_2}{\Delta x^2} (T_{x-\Delta x} - 2T_x + T_{x+\Delta x}) - h_1 \left(\frac{2r}{r'^2 - r^2} \right) (T_x - T_1) + h_3 \frac{2r'}{r'^2 - r^2} (T_3 - T_x) = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{G_1 C p_1}{\Delta x} (T_{x-\Delta x} - T_x) + h_1 \left(\frac{2}{r} \right) (T_2 - T_x) = 0 \quad (3.21)$$

1.1.9 Ecoulement à co-courant

Même chose pour le cas à co-courant

$$\frac{\lambda_6}{\Delta x^2} (T_{x-\Delta x} - 2T_x + T_{x+\Delta x}) + h_5 \left(\frac{2\mathfrak{R}}{\mathfrak{R}^{\cdot 2} - \mathfrak{R}^{\cdot 2}} \right) (T_5 - T_x) = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{(G C p)_5}{\Delta x} (T_{x-\Delta x} - T_x) + h_5 \left(\frac{2R'}{\mathfrak{R}^{\cdot 2} - R'^2} \right) (T_4 - T_x) - h_5 \left(\frac{2\mathfrak{R}}{\mathfrak{R}^{\cdot 2} - R'^2} \right) (T_x - T_6) = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\lambda_4}{\Delta x^2} (T_{x-\Delta x} - 2T_x + T_{x+\Delta x}) + h_3 \left(\frac{2R}{R'^2 - R^2} \right) (T_3 - T_x) - h_3 \frac{2R'}{R'^2 - R^2} (T_x - T_5) = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{(G C p)_3}{\Delta x} (T_{x-\Delta x} - T_x) - h_3 \left(\frac{2r'}{R^2 - r'^2} \right) (T_x - T_2) - h_3 \left(\frac{2R}{R^2 - r'^2} \right) (T_x - T_4) = 0 \quad (3.25)$$

$$\frac{\lambda_2}{\Delta x^2} (T_{x-\Delta x} - 2T_x + T_{x+\Delta x}) - h_1 \left(\frac{2r}{r'^2 - r^2} \right) (T_x - T_1) + h_3 \frac{2r'}{r'^2 - r^2} (T_3 - T_x) = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{G_1 C p_1}{\Delta x} (T_{x-\Delta x} - T_x) + h_1 \left(\frac{2}{r} \right) (T_2 - T_x) = 0 \quad (3.27)$$

1.2 ORGANIGRAMME

Un programme en langage FORTRAN a été réalisé pour la résolution des équations données ci-dessus. Le programme de calcul développé nous permet de simuler les échangeurs de chaleur à triple tube concentrique en régime permanent. A l'aide de ce programme, on peut voir les profils des grandeurs thermohydrauliques le long de l'échangeur de chaleur telles que : le coefficient global d'échange de chaleur, la perte de charge, les températures, etc. pour les trois fluides de travail. Tout cela est rendu possible en découpant l'échangeur de chaleur en un nombre fini de volumes de contrôles de longueur incrémentales Δx . Dans chaque volume de contrôle les propriétés physiques et les différents coefficients d'échange sont supposés constants.

Au premier lancement du programme (Fortran). On doit insérer les données géométriques, telles que les diamètres et la longueur, et les données thermophysiques, telles que les débits, les températures d'entrées, la nature du métal. Aussi, on fait le choix des fluides de travail.

Par la suite, le programme prend les températures des trois fluides dans chaque volume de contrôle de l'échangeur de chaleur égales aux températures d'entrée des fluides dans l'échangeur de chaleur. Les températures des parois sont supposées égales aux températures intermédiaires entre deux fluides consécutifs, à partir de ces températures, le programme calcule toutes les propriétés thermophysiques et thermohydrauliques. Par la suite, il calcule les différents coefficients d'échange de chaleur par convection h et les constantes des équations. Ainsi, le

programme développé calcule les nouvelles températures des parois et des fluides pour chaque maille. Les nouvelles températures calculées sont comparées avec les températures calculées dans l'itération précédente (ou celles supposées pour la première itération). Si l'écart de température entre deux itérations successives est supérieur à $\varepsilon=0.001$, le programme refait tous les calculs pour chaque maille avec les nouvelles températures calculées dans la dernière itération. Le calcul est arrêté dès que les conditions de convergences sont disponibles.

A partir des champs des températures et propriétés thermophysiques et hydraulique finaux, le programme calcule les pertes de charge et les coefficients d'échange globaux K .

Les différentes étapes de calcul réalisées par notre programme de calcul sont présentées sous forme d'organigramme 3.1

Le programme contient neuf différentes sous-routines. Ces sous-programmes présentés dans l'organigramme sont respectivement :

i : sous-programmes de calcul des propriétés thermophysiques des fluides :

- **Massvol** : subroutine de calcul de la masse volumique des fluides
- **Chalmassi** : subroutine de calcul la chaleur massique des fluides
- **Vics** : subroutine de calcul de la viscosité dynamique des fluides
- **Conduf** : subroutine de calcul de la conductivité thermique des fluides

ii : sous-programmes de calcul des grandeurs thermohydrauliques

- **Vitesse** : subroutine de calcul de la vitesse
- **Re_n** : subroutine de calcul de nombre de Reynolds
- **Pr_n** : subroutine de calcul de nombre de Prandtl
- **Conv_h** : subroutine de calcul du coefficient d'échange de chaleur par convection
- **Pert** : subroutine de calcul de la perte de charge

Dans l'organigramme T_e et T_n , sont des vecteurs des températures et les constante A , B et C sont des vecteurs (voir annexe)

1. 2.1 Maillage

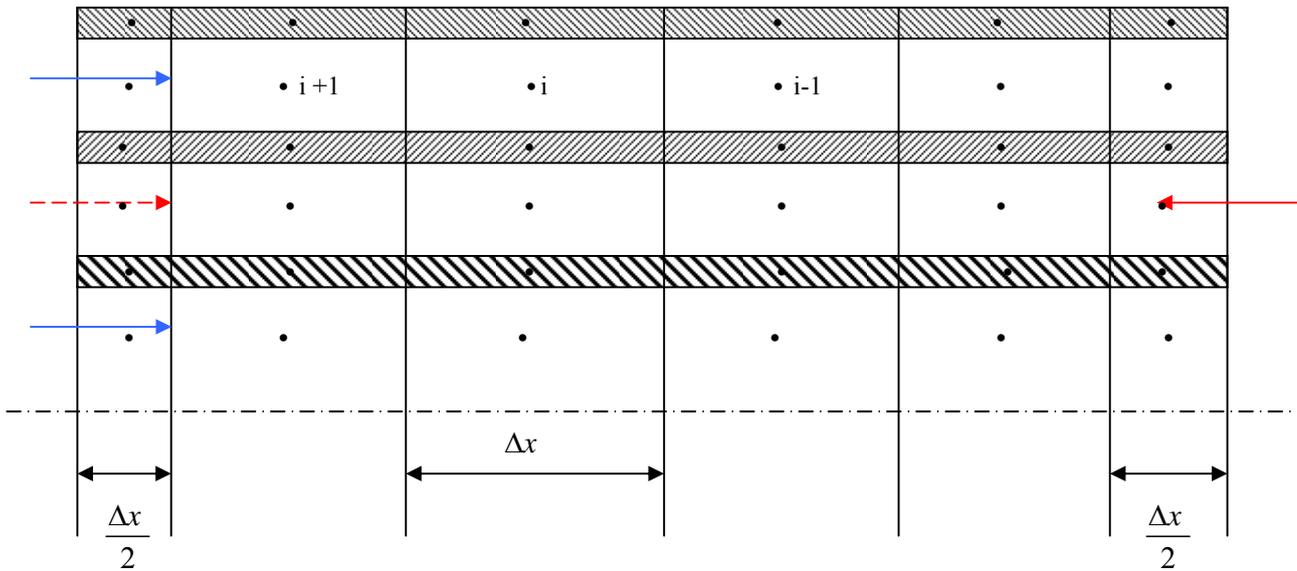
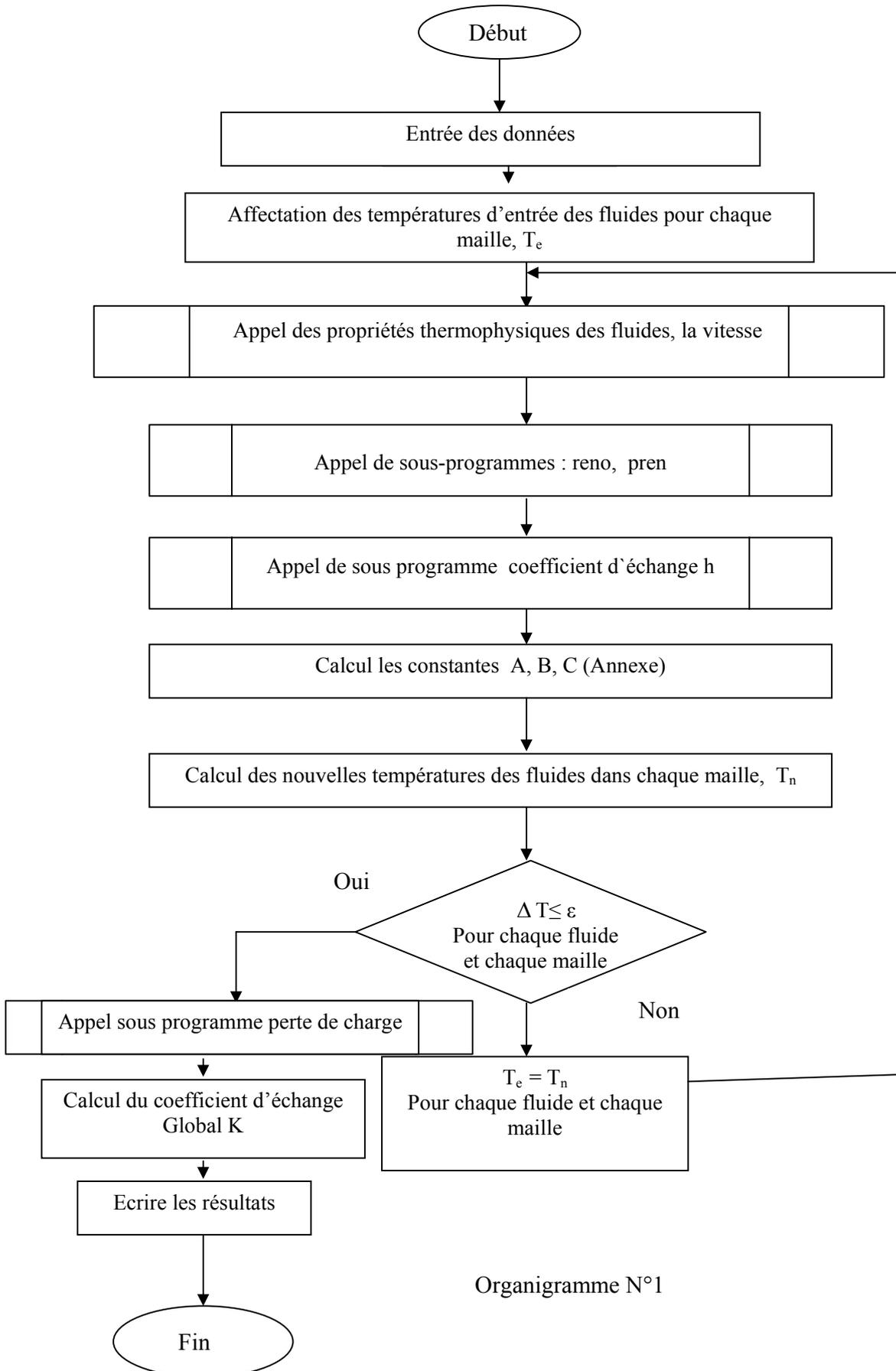


Figure 3.5 : Maillage de l'échangeur à triple tube concentrique



Organigramme N°1

1.2.2 Résultats

Le programme numérique est utilisé pour déterminer les champs de températures des fluides et parois, les pertes de charge, le coefficient global d'échange de chaleur ainsi que l'effet des caractéristiques géométriques et dynamiques sur la performance de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime permanent.

Les courbes représentées ci-dessous ont été calculées pour les données suivantes (Tableau 3.3) :

$$\begin{aligned} r &= 0.040 \text{ m} & R &= 0.050 \text{ m} \\ r &= 0.041 \text{ m} & R &= 0.051 \text{ m} \\ \mathfrak{R} &= 0.070 \text{ m} & \dot{\mathfrak{R}} &= 0.071 \text{ m} \end{aligned}$$

	Fluide	Débit \dot{m} (kg/s)	Température (°C)
Fluides froid '1'	Eau	4	15
Fluide chaud '3'	Eau	2	80
Fluides froid '5'	Eau	4	15

Tableau 3.3 : Données de calcul

1.3 VALIDATION

Pour valider notre travail, on a comparé nos résultats avec ceux de GARCIA [4] et EDIZ BATMAZ [14].

GARCIA [4] a utilisé un fluide agroalimentaire (lait) comme fluide chaud avec les propriétés physiques suivantes : $\rho = 1020 \text{ kg/m}^3$, $C_p = 4000 \text{ J/(kg.K)}$, $\nu = 14.7 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ et $k = 0.5 \text{ W/(m.K)}$

La figure illustre le profil de température des deux arrangements co-courant et contre-courant, on constate que l'allure des deux figures 3.6 et 3.7 est similaire. La température de sortie de fluide chaud calculé par notre programme égale à 19°C (contre courant) concorde à celle de GARCIA [4] $T_3 \approx T_3$. Pour la configuration co-courant $T_{3G} = 24$ et $T_3 = 25^\circ\text{C}$, on constate l'absence de point de croisement qui se trouve dans le cas co-courant à une distance de 22 m de l'entrée de l'échangeur de chaleur.

En comparant notre travail avec celui de EDIZ [14], on a constaté que ce dernier a trouvé le point de croisement à une distance de 18 m (voire figure 3.9). On ne peut pas comparer les températures de sortie du fluide chaud car les propriétés thermophysiques des fluides utilisés et les corrélations de calcul des coefficients de transfert de chaleur par convection ne sont pas disponibles.

1.3.1 Superpositions

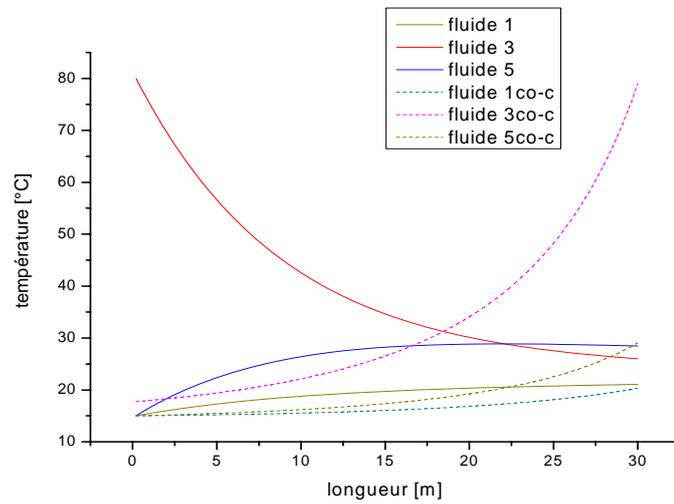


Figure 3.6 : Profils de température pour les deux arrangements

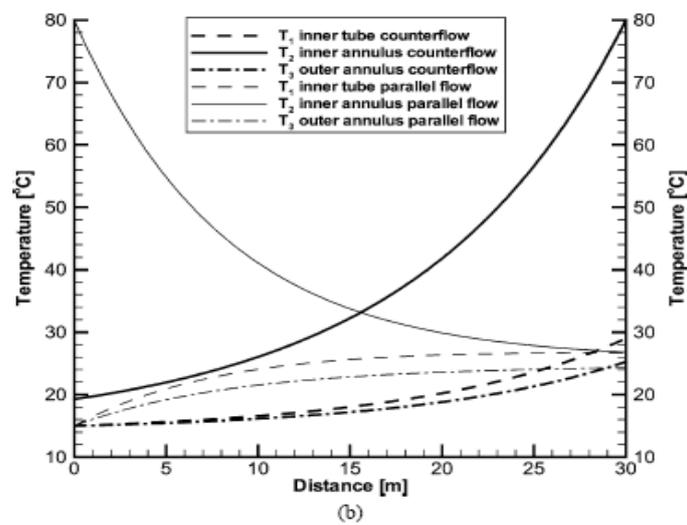


Figure 3.7 : Profils de température pour les deux arrangements GARCIA [4].

1.3.2 Co-courant

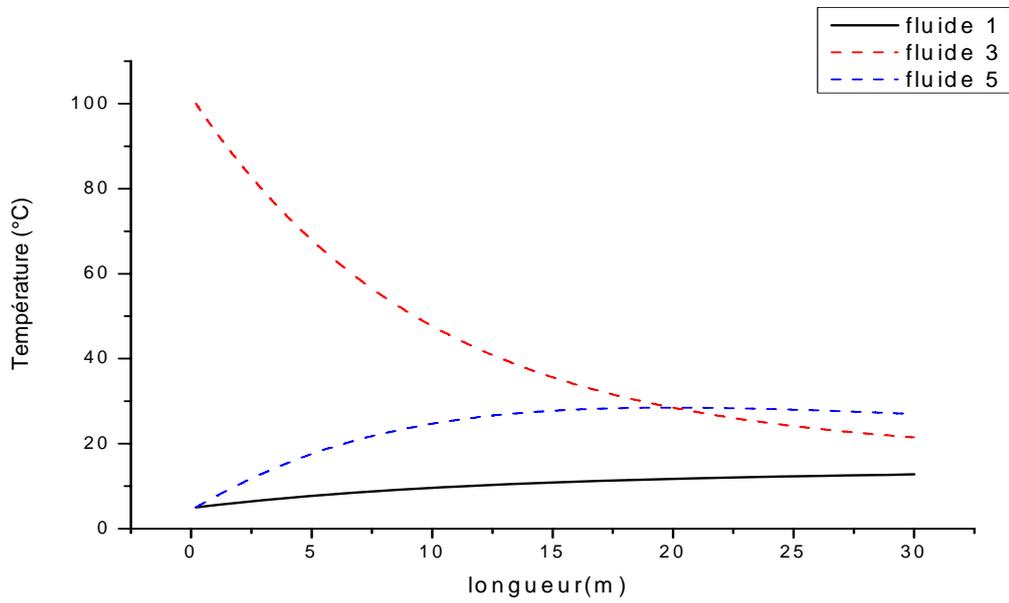


Figure 3.8 : profil de température cas co-courant

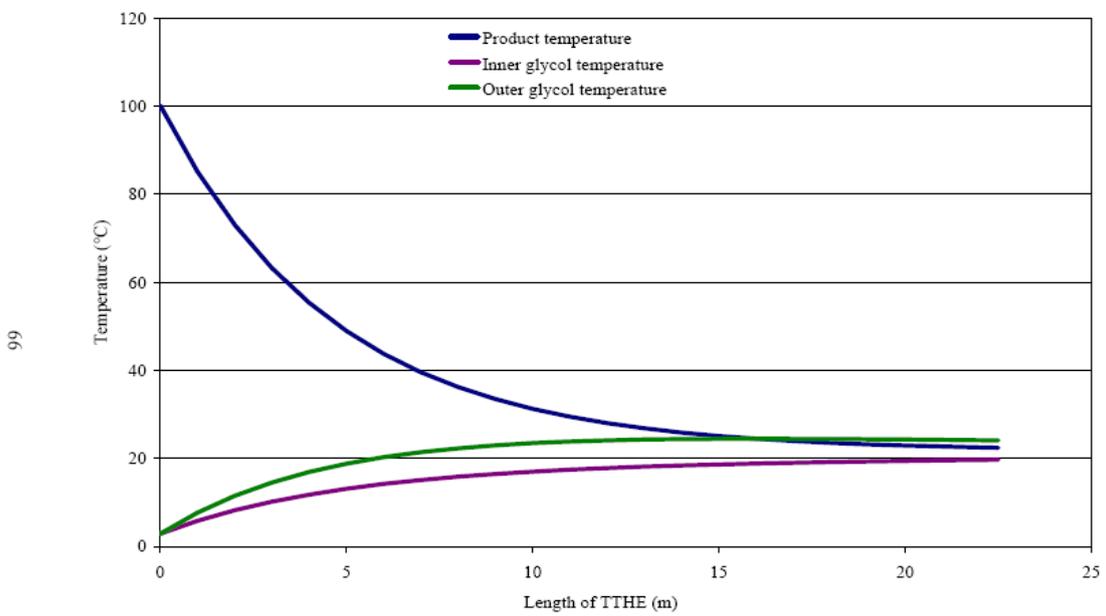


Figure 3.9 : Profil de température cas co-courant EDIZ [14]

99

1.3.3 Contre-courant

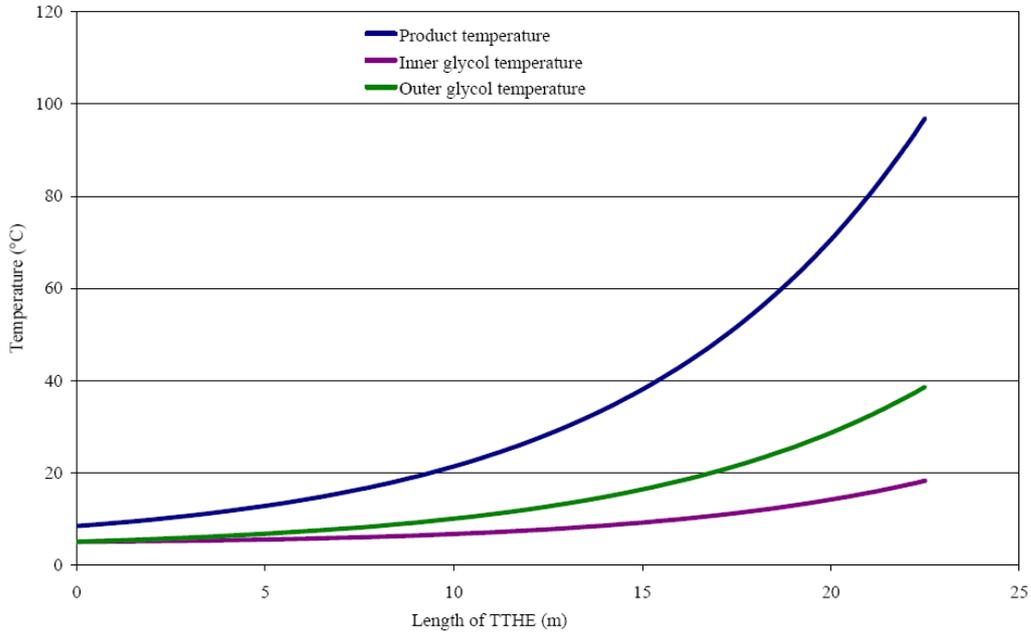


Figure 3.10 : Profil de température cas contre-courant EDIZ [14]

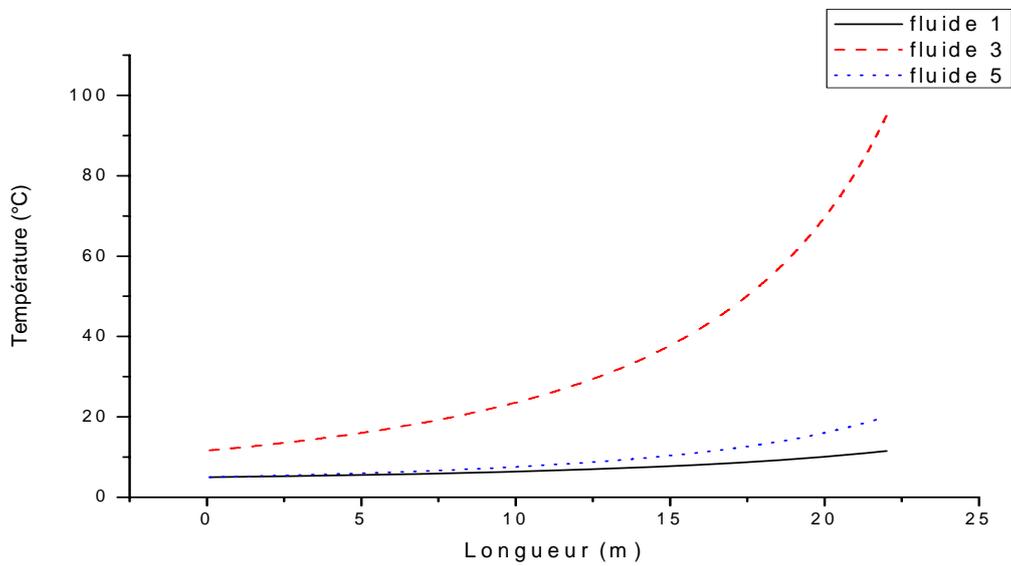


Figure 3.11 : Profil de température cas contre-courant

1.3.4 Comparaison

Pour passer à un échangeur de chaleur à double tube concentrique on élimine le passage annulaire extérieur, mathématiquement cette opération se fait lorsque on met le rayon du tube intermédiaire égal au rayon du tube extérieur, après exécution du programme on trouve les résultats suivants :

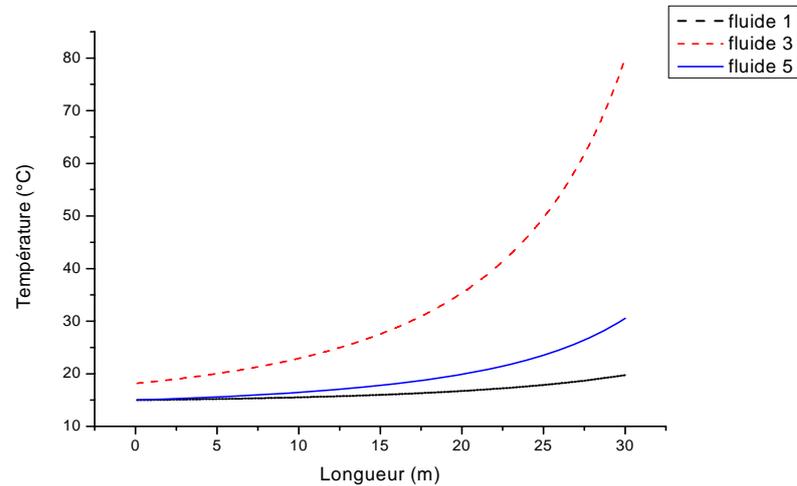


Figure 3.12 Profil de température pour un échangeur de chaleur à triple tube concentrique

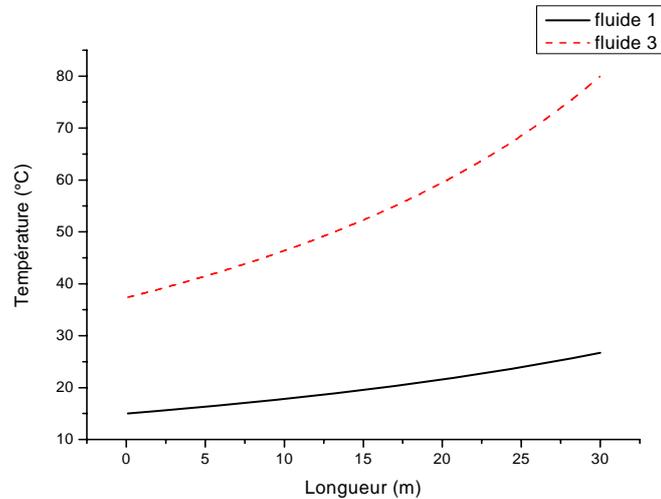


Figure 3.13 Profil de température pour un échangeur de chaleur à double tube concentrique
 La comparaison est faite entre deux types d'échangeur pour les mêmes diamètres des tubes extérieur on constat que les températures de sortie du fluide chaud pour l'échangeur à TTEC et l'échangeur DTEC sont respectivement : $T_{sct}=18\text{ °C}$ et $T_{scd}=38\text{ °C}$
 On conclut que l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique est plus performant par rapport a un échangeur de chaleur à double tube concentrique d'environ 69.4%.

1.4 INTERPRETATION DES RESULTATS

1.4.1 Co -courant

a- Profil de température dans le cas co-courant

Le profil de température à l'intérieur de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique est représenté sur la figure (3.14). On remarque que le fluide '5' chauffe plus que le fluide '1', parce qu'ils n'ont pas les mêmes propriétés physiques et la surface d'échange de chaleur séparant le fluide 5 et le fluide 3 est plus importante que celle qui sépare le fluide 1 et le fluide 3, la section de passage de fluide 5 est plus petite que celle du fluide 1, ce qui implique une vitesse plus élevée, c'est-à-dire un coefficient d'échange de chaleur h_5 plus grand que h_1 .

b- Variation de coefficient global d'échange de chaleur K

La figure (3.15) représente le profil de coefficient global d'échange de chaleur K. On constate que le coefficient global d'échange de chaleur K est plus grand là où l'écart de température est plus grand et que le coefficient global d'échange de chaleur entre le fluide '1' et '3' est plus élevé que celui des fluide '3' et '5' par ce que h_5 est supérieur à h_1 .

1.4.2 Contre-courant

a- Profil de température dans le cas contre-courant

La figure (3.16) présente la distribution de la température en fonction de la longueur de l'échangeur pour un arrangement à contre-courant. D'après cette figure, on constat que le fluide chaud '3' commande le transfert et que les fluides '1' et '5' ne sont pas à la même température par ce que leurs surfaces d'échange de chaleur sont différente. La surface d'échange de chaleur du fluide '5' est supérieure à celle du fluide '1'.

b- Variation du coefficient global d'échange de chaleur K

La figure (3.17) représente la variation du coefficient global d'échange de chaleur K en fonction de la longueur de l'échangeur. La figure (3.17) montre que le coefficient global d'échange de chaleur K calculé pour les fluides '3' et '5' est supérieur au coefficient global d'échange de chaleur, calculé pour les fluide '1' et '3' par ce que l'échange de chaleur est supérieur entre les deux fluides '3' et '5'. Pour une surface d'échange de chaleur, les deux coefficients globaux se rejoignent.

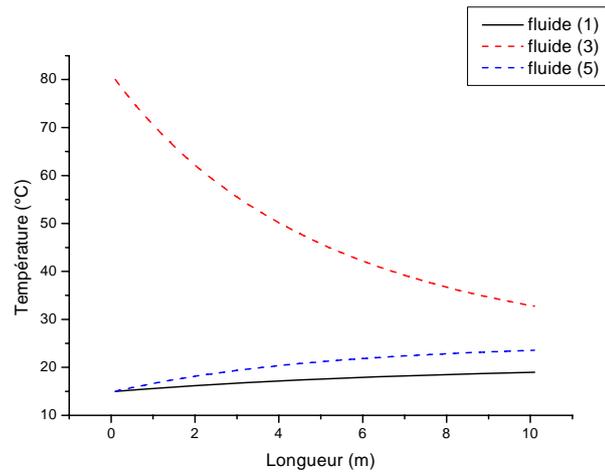


Figure 3.14 : Profil de température en arrangement co-courant

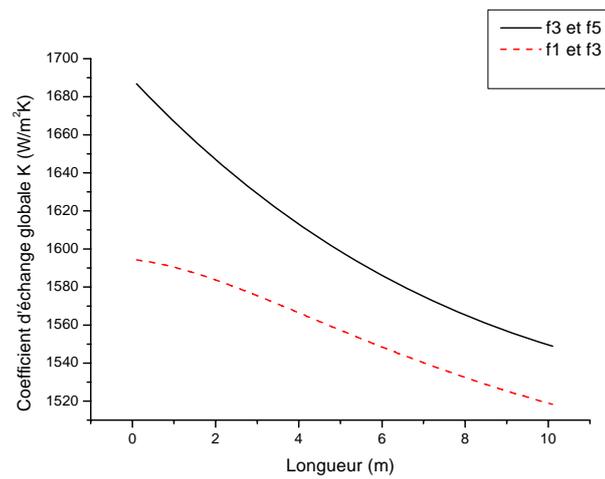


Figure 3.15 : Variation du coefficient global d'échange de chaleur K (co-courant)

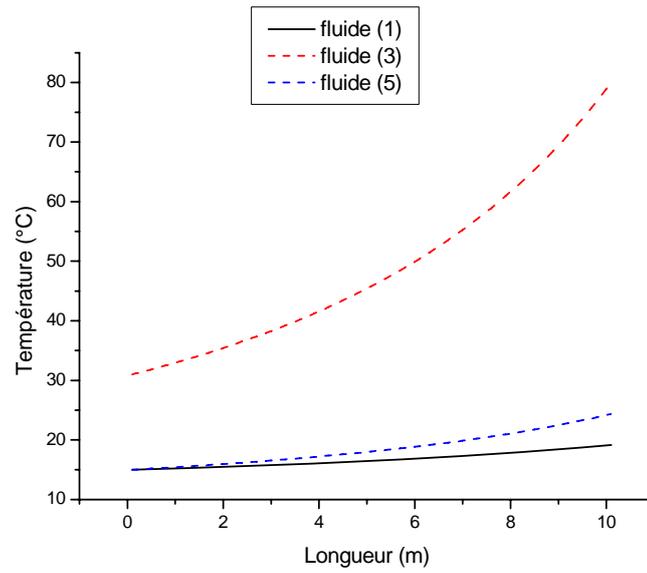


Figure 3.16 : Profil de température en arrangement contre-courant

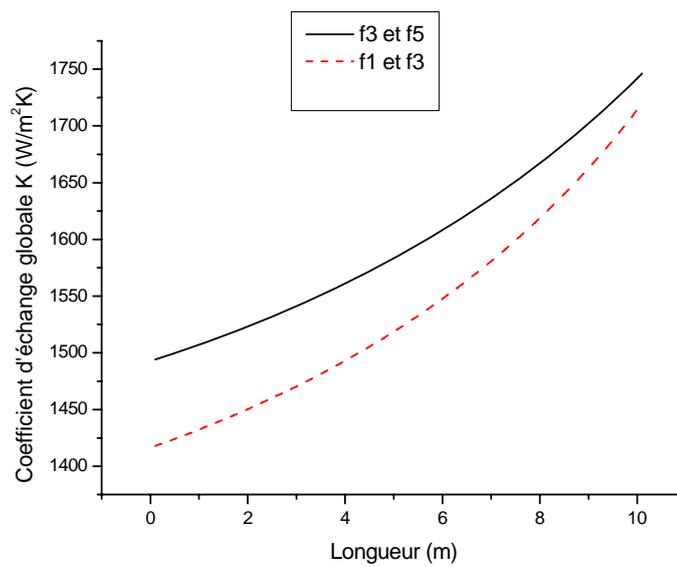


Figure 3.17 : Variation du coefficient global d'échange de chaleur K en arrangement Co-courant

2. DIMENSIONNEMENT D'TTEC

Le dimensionnement de l'TTEC sert à trouver toutes ses dimensions (la longueur de l'appareil pour des rayons fixes ou l'inverse). UNAL [2] a trouvé que le rapport de rayons influe fortement sur la variation de l'efficacité thermique de l'échangeur TTEC.

Dans cette partie, on va s'intéresser au premier lieu à la détermination de la longueur de l'échangeur en fonction de la température de sortie du fluide qui commande le transfert.

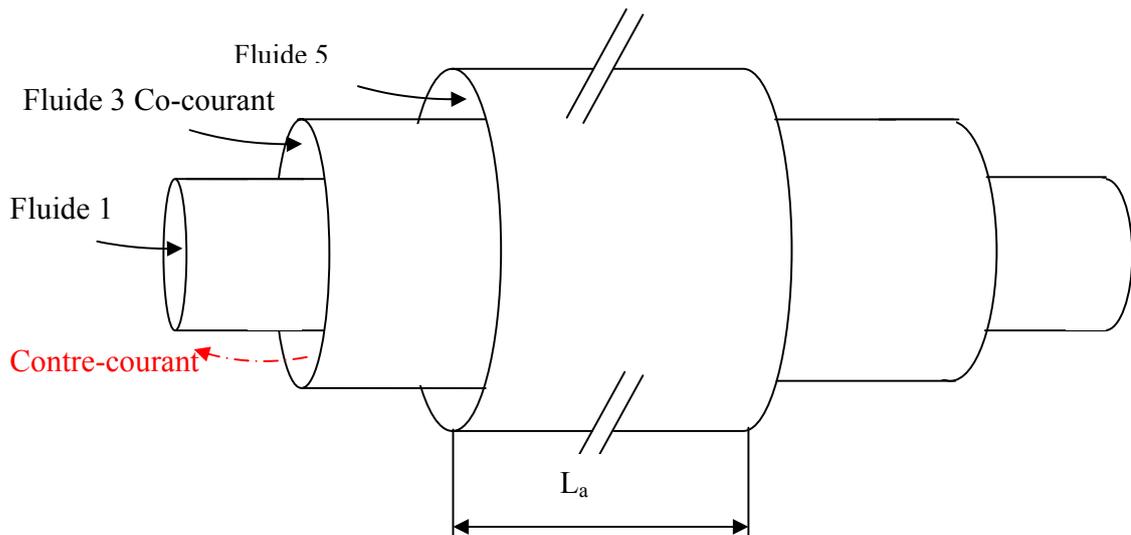


Figure 3.18 : Vue tridimensionnelle de l'TTEC

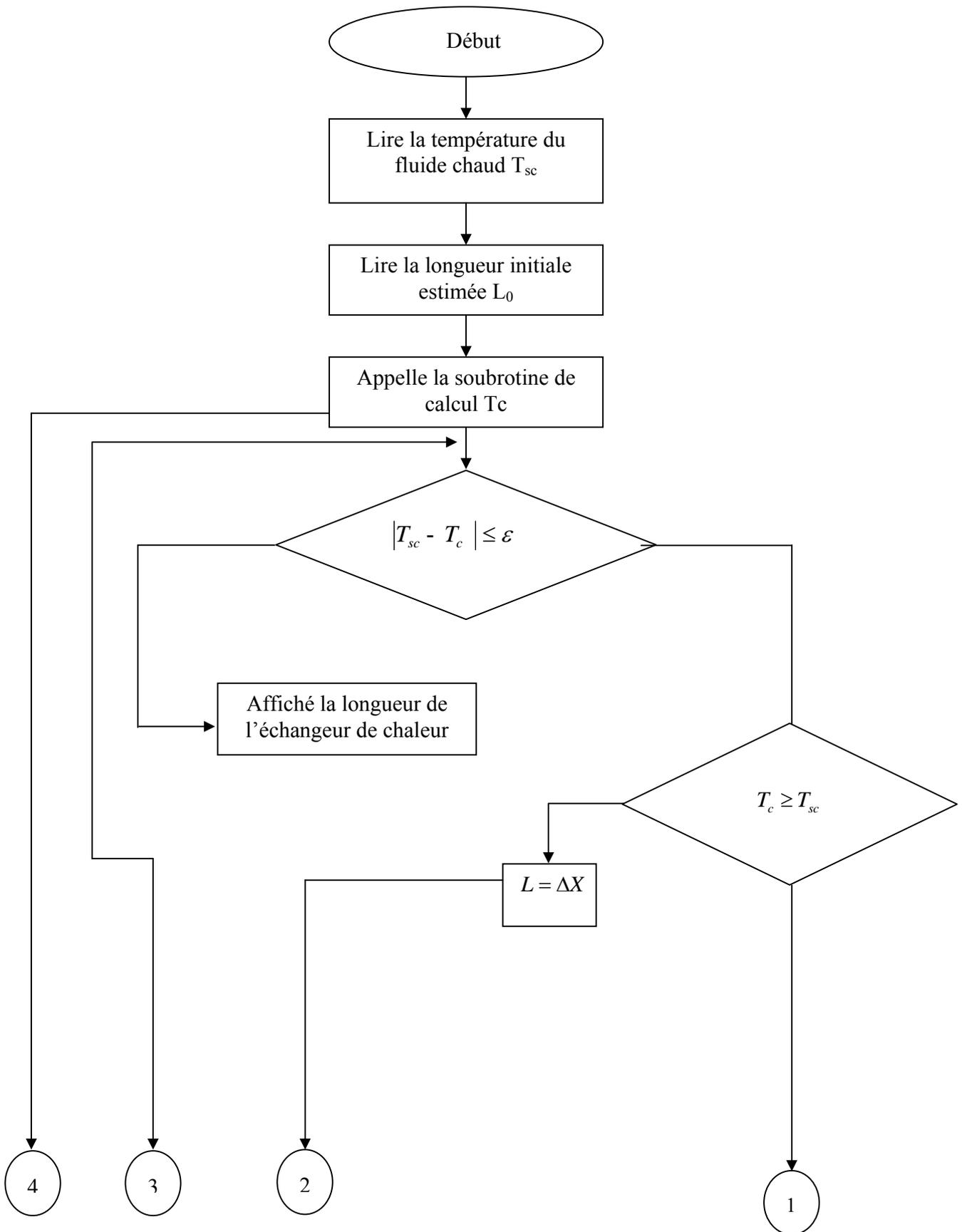
2.1 Organigramme

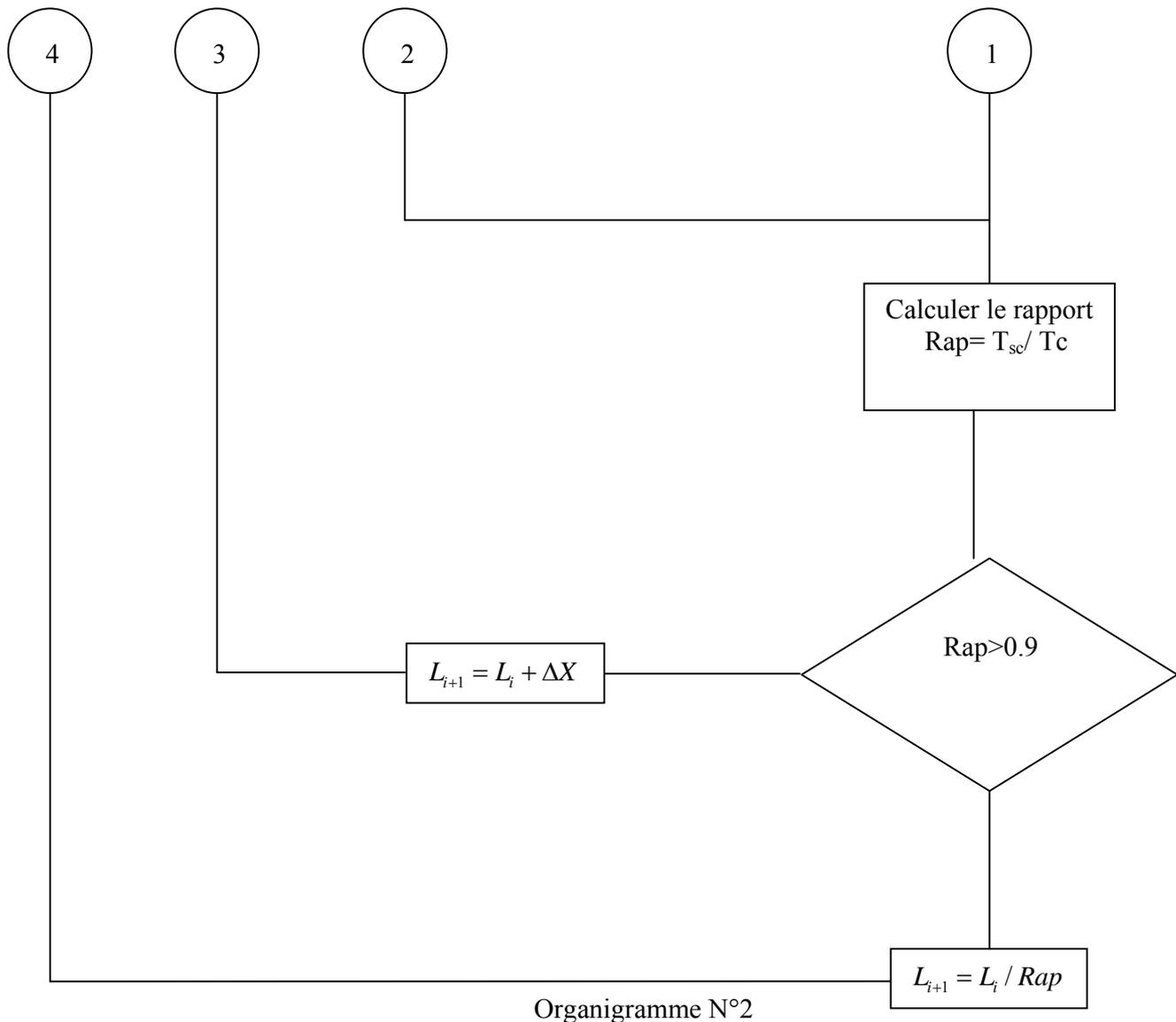
On se base pour cette partie sur le programme utilisé ci-dessus, qui sera employé en tant que sous-routine de calcul de la température de sortie (voir organigramme N°2)

Après initialisation des paramètres géométriques tel que R_1 , R_2 et R_3 et toutes les données thermophysiques : les débits, les propriétés des parois, etc., on donne la température (entrée ou sortie) de fluide chaud (température pour laquelle on veut calculer la longueur de l'échangeur), puis on estime une longueur initiale, le programme calcule une nouvelle température en utilisant le premier programme, puis il compare les deux températures, si l'écart est inférieur à ε (test d'arrêt), il affiche la longueur, si non il rajoute un pas de longueur et répète le calcul jusqu'à la convergence.

2.2 Choix du pas et de la valeur d'epsilon

- 1- **vitesse de convergence et choix du pas** : si la valeur initiale (estimée) de la longueur L_0 est plus éloignée de la valeur à priori L_a , le choix de nouveau L_0 avec un déplacement de pas ΔX constant où $L_{0i+1}=L_{0i}+\Delta X$, le temps de convergence est très long voir figure 3.22. Pour accélérer la convergence, on suppose que la relation entre la température qu'il faut calculer et la température initiale calculée T_{cs} par L_0 est linéaire de tel sorte que $T_{sc}/T_c = Rap = L_a/L_0$, cela implique que la nouvelle valeur de $L_{0i+1} = L_{0i}/R$. On répète le calcul jusqu'à une valeur de $Rap \geq 0.9$, voir figure 3.23, puis on change la méthode de choix de L_0 avec $L_{0i+1} = L_{0i} + \Delta X$ pour éviter la divergence de programme. On répète le calcul jusqu'à la convergence.
- 2- lorsque la longueur de l'échangeur est relativement petite l'écart de température entre deux points successive et relativement grand due à la différence de température entre les deux fluides chaud et froid (le flux de chaleur transféré est proportionnel à l'écart de température) si $\varepsilon \ll$. la relation $|T_{sc} - T_c| \leq \varepsilon$ n'est jamais vérifiée, la convergence exige un pas très petit. Pratiquement, ε est choisi égal à 0.5°C





2.3 Résultats (méthodique):

Les figures 3.19, 3.20 et 3.21 présentent la variation de la longueur de l'échangeur de chaleur en fonction de trois différents débits de fluide chaud, pour une température de sortie égale à $T_{sc} = 20\text{ °C}$.

On constate que la longueur de l'échangeur varie proportionnellement avec le débit (pour les diamètres des tubes fixes). Pour le cas de $\dot{m}_c = 1.5\text{ kg/s}$ la longueur de l'échangeur est 17.5 m, et pour $\dot{m}_c = 2\text{ kg/s}$ $l = 18.7\text{ m}$ avec une augmentation de 1.2 m, et pour $\dot{m}_c = 2.5\text{ kg/s}$, $l = 19.7\text{ m}$ soit une augmentation de 1m. Tous les résultats présentés correspondent au régime turbulent $Re > 10000$.

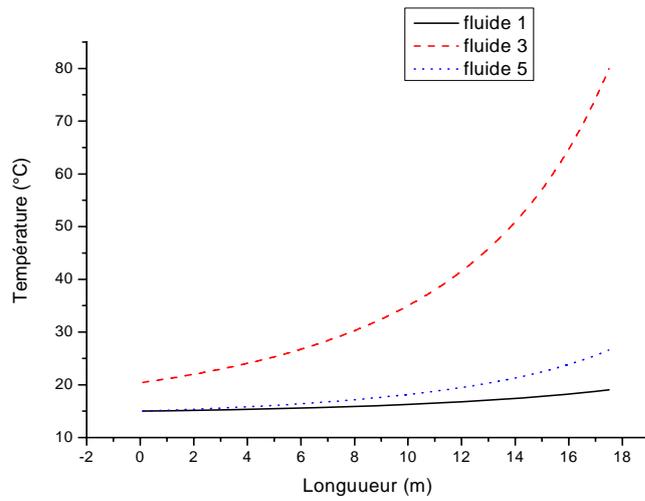


Figure 3.19 : Profils de température pour une température de sortie $T_{xs}=20^{\circ}\text{C}$
 et $m_f = 4 \text{ kg/s}$ unité et $m_c = 1.5 \text{ kg/s}$

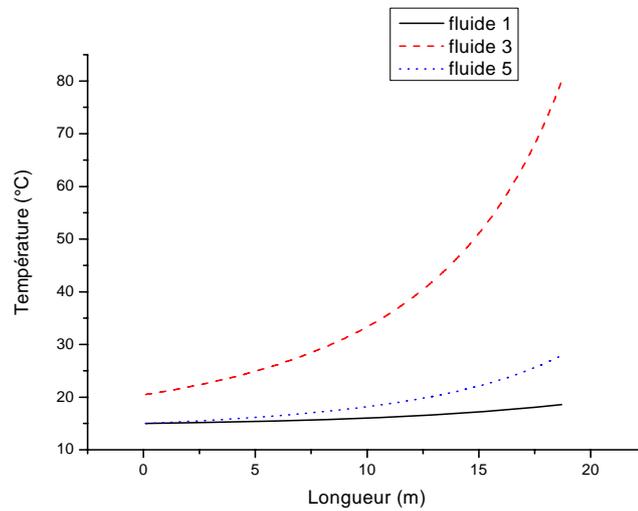


Figure 3.20 la longueur égale 18.7 m pour une température de sortie 20°C
 et les débits $m_f = 4 \text{ kg/s}$, $m_c = 2 \text{ kg/s}$.

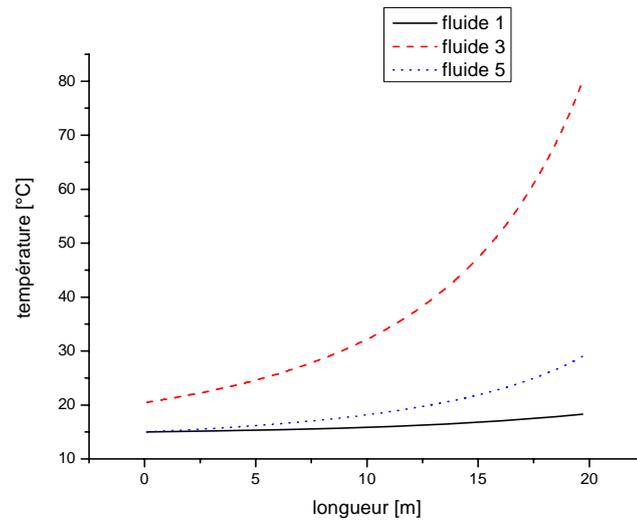


Figure 3.21 la longueur égale 19.7 m pour une température de sortie 20°C et les débits $m_f = 4 \text{ kg/s}$, $m_c = 2.5 \text{ kg/s}$

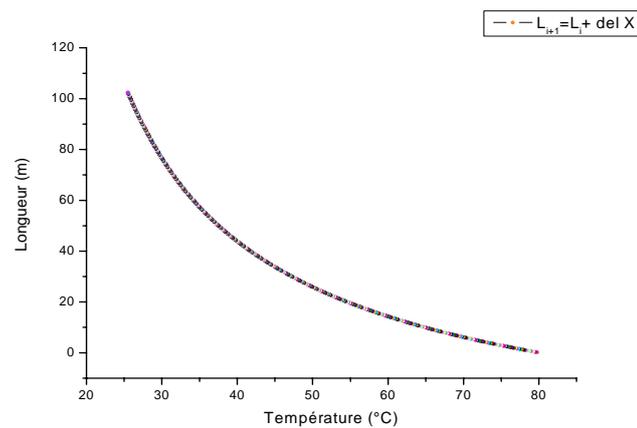


Figure 3.22 : Variation de la longueur de l'échangeur en fonction de la température pour un pas fixe $L_{i+1} = L_i + \Delta x$

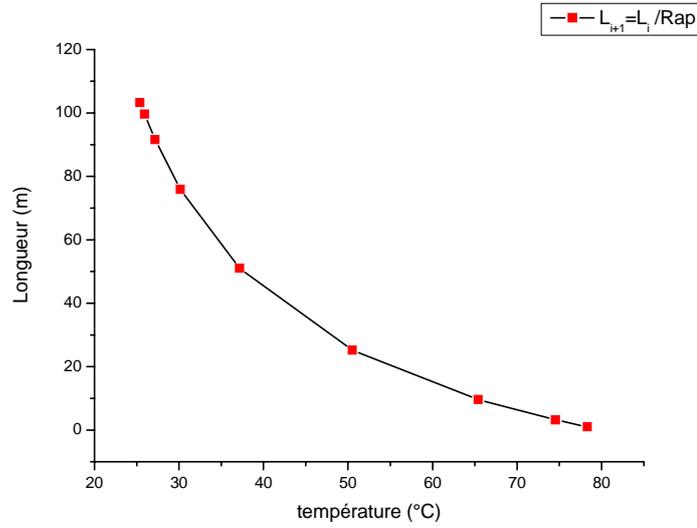


Figure 3.23 : Variation de la longueur en fonction de la température pour un pas variable $L_{0i+1} = L_{0i} / Rap$

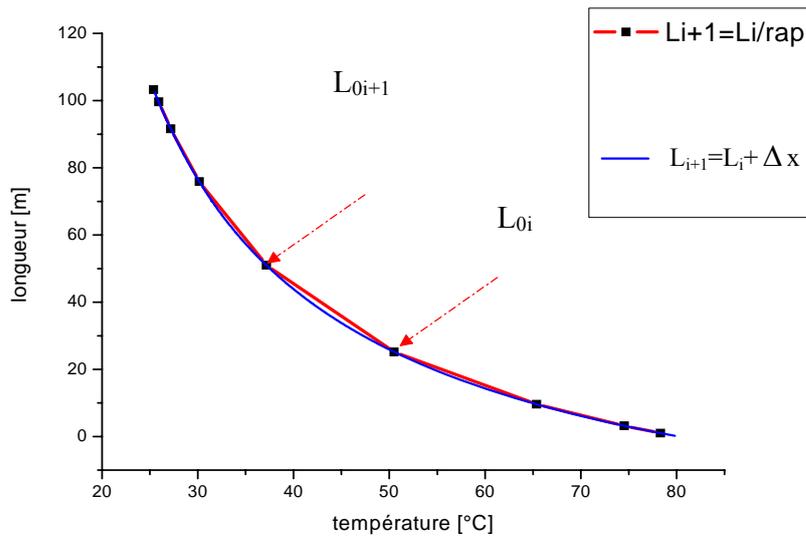


Figure 3.24 : Superposition des deux courbes 3.22 et 3.23

A large, light gray, stylized number '4' serves as the background for the page. It has a thick, blocky appearance with a slight shadow effect.

Chapitre

4

*ETUDE
PARAMETRIQUE ET
OPTIMISATION*

Introduction :

On se base dans ce chapitre sur le programme réalisé au chapitre 3. Le quatrième chapitre est composé de deux grandes parties, la première est l'étude paramétrique de l'échangeur de chaleur et la seconde concerne l'implémentation des outils mathématiques : méthode de pondération et méthode de distance au problème multiobjectif sur notre échangeur de chaleur.

1 . ETUDE PARAMETRIQUE**1.1. CAS PERFORMANCE**

On a étudiée plusieurs cas basé sur la simulation numérique obtenue dans le troisième chapitre, en ajoutant la sousroutine de calcul de la puissance totale (équation 4.5), et calculant aussi l'efficacité (équation 4.1). Les cas étudiés incluent les calculs de la performance et de la conception à travers lequel il est démontré que les tailles relatives de trois tubes sont les paramètres qui influencent la performance (la taille) de l'échangeur de chaleur à triple tubes concentrique, plusieurs cas étudiés sont effectués pour un échangeur de chaleur liquide-liquide en variant trois différents débits pour un écoulement turbulent. Les résultats trouvés sont donnés sous forme de graphes pour bien comprendre l'influence du diamètre (rayon) du tube sur la performance de l'échangeur de chaleur (c'est-à-dire la longueur de l'appareil)

Dans les deux types de calculs, le principe grandeur à investiguer sont l'influence des rayons R_2 et R_4 sur la performance d'TTEC ou sur la longueur de cet échangeur.

Les calculs sont conduits pour une valeur fixe de rayon de tube extérieur et en variant les rayons du tube central et de tube intermédiaire. En supplément pour voir l'influence de l'effet de débit, trois valeurs différentes du débit du fluide chaud sont considérées.

Dans les calculs, à l'intérieur de l'échangeur de chaleur les grandeurs d'entrée, \dot{m}_f , \dot{m}_c , T_{fe} et T_{ce} et la une longueur d'échangeur L est fixée pour voir le calcul de la performance, et une température de sortie T_{cs} est prescrite pour la conception de l'échangeur

Considérant uniquement les pertes de charge par frottement et négligent les pertes de charge singulières, l'efficacité de l'échangeur de chaleur eff est calculé comme un paramètre de performance en utilisant la relation ci-dessous UNAL [2]

$$eff = \frac{\phi}{\phi_{\max}} \quad (4.1)$$

Où ϕ est le flux de chaleur échangé réellement par l'échangeur et ϕ_{\max} est le flux de chaleur maximum transférable lequel sont calculés par :

$$\phi = C_2(T_{2e} - T_{2s}) \quad (4.2)$$

$$\phi_{\max} = C_{\min} (T_{2e} - T_{1e}) \quad (4.3)$$

$$C_i = \dot{m}_i C_{p_i}$$

Indice i indique le type de fluide

Avec

$$C_{\min} = \begin{cases} C_2 & \text{si } C_2 \leq C_1 + C_3 \\ C_1 + C_3 & \text{si } C_2 > C_1 + C_3 \end{cases} \quad (4.4)$$

Dans l'analyse, la puissance totale p_{ui} à fournir pour vaincre le frottement est utilisée comme un autre paramètre de performance et elle est calculée par

$$p_{ui} = \frac{\dot{m}_1 \Delta P_1}{\rho_1} + \frac{\dot{m}_2 \Delta P_2}{\rho_2} + \frac{\dot{m}_3 \Delta P_3}{\rho_3} \quad (4.5)$$

Où ΔP_1 , ΔP_2 et ΔP_3 sont les pertes de charge pour le tube central, l'écoulement annulaire interne et l'écoulement annulaire externe respectivement

1.1.1 Résultats

Pour tous les cas étudiés, le diamètre extérieur de l'échangeur est fixé à 0.1 m. Le fluide chaud est un produit alimentaire liquide ayant les propriétés physiques suivantes :

$\rho = 1020 \text{ kg/m}^3$, $C_p = 4000 \text{ J/kg K}$, $\nu = 14.7 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ et $\lambda = 0.5 \text{ W/m K}$ (circule à l'intérieur de passage annulaire intérieur).

Les cas étudiés correspondent pour trois débits du fluide chaud $\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$ et $\dot{m}_c = 3.5 \text{ kg/s}$. Le débit du fluide froid est fixé à $\dot{m}_1 = 3.5 \text{ kg/s}$ et $\dot{m}_5 = 3.5 \text{ kg/s}$ pour tous les calculs. Les propriétés physiques de l'eau varient avec la température (voir annexe).

Le fluide chaud et le fluide froid entre à $80 \text{ }^\circ\text{C}$ et $15 \text{ }^\circ\text{C}$ respectivement. Pour les calculs de la performance la longueur est fixée à $L=30 \text{ m}$.

Pour la conception de cet échangeur de chaleur, la température de sortie de l'échangeur de chaleur est fixée à $T_c = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

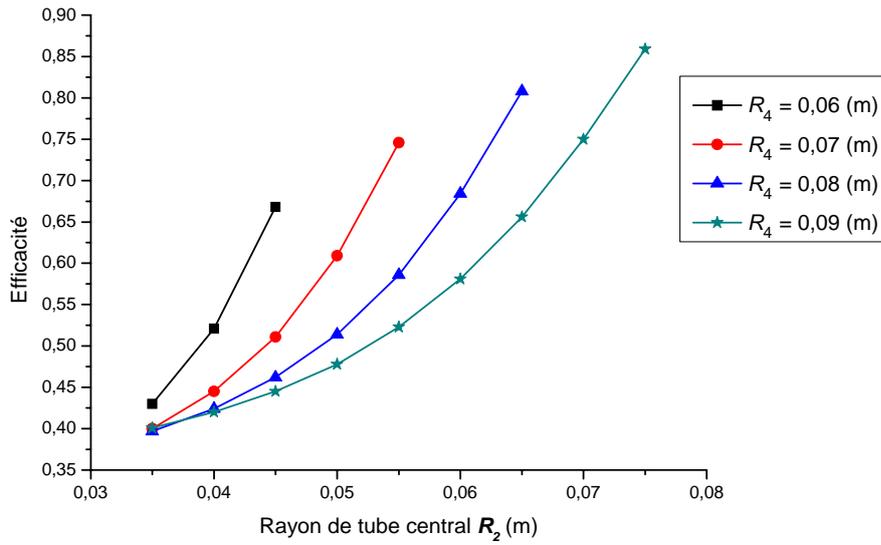


Figure 4.1 variation de l'efficacité en fonction de rayon de tube central R_2 (TTEC) pour

$\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$ et pour quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire R_4

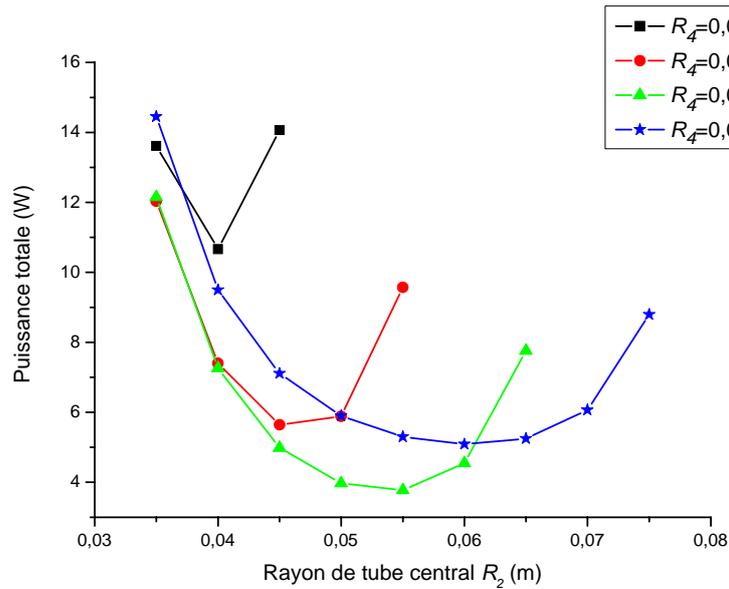


Figure 4.2 variation de la puissance totale en fonction de rayon de tube central R_2 (TTEC) pour

$\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$ et pour quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire R_4

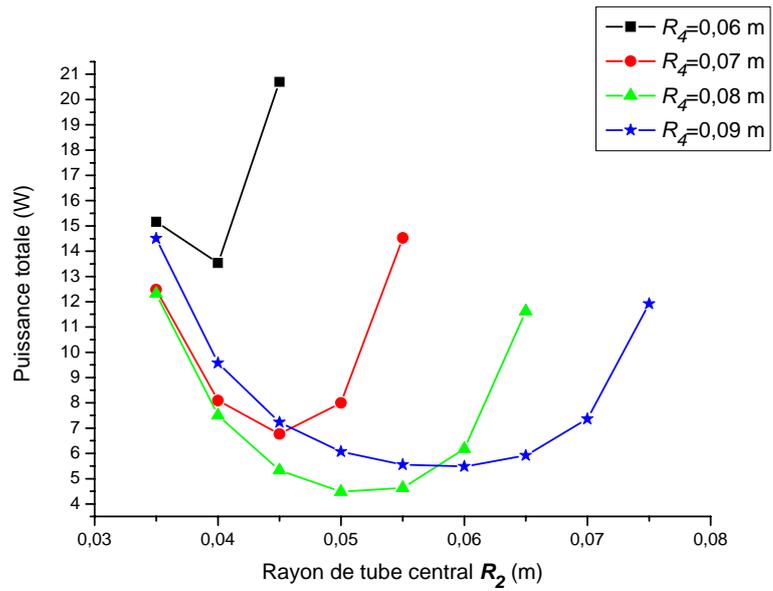


Figure 4.3 variation de puissance totale en fonction de rayon de tube central R_2 (TTEC) pour $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$ et quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire R_4

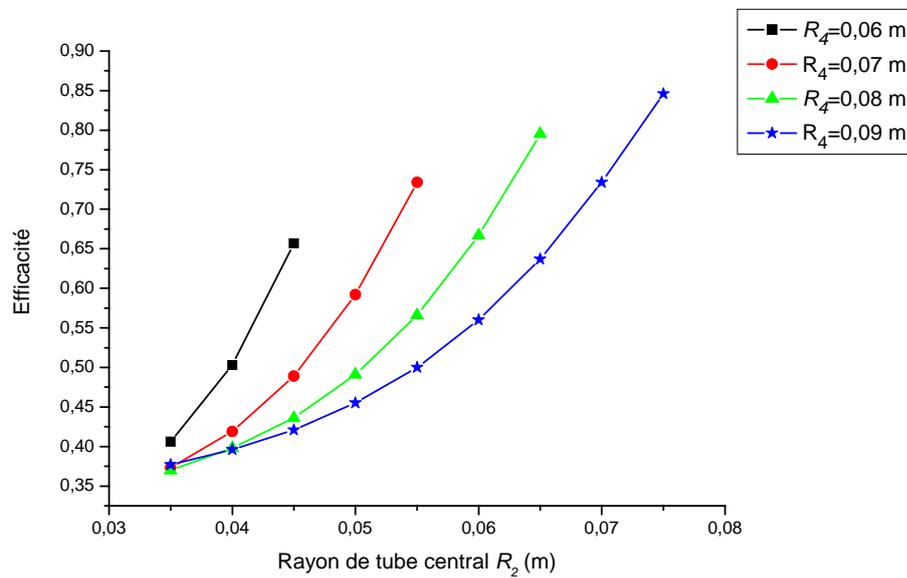


Figure 4.4 variation de l'efficacité en fonction de rayon de tube central R_2 (TTEC) pour $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$ et quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire R_4

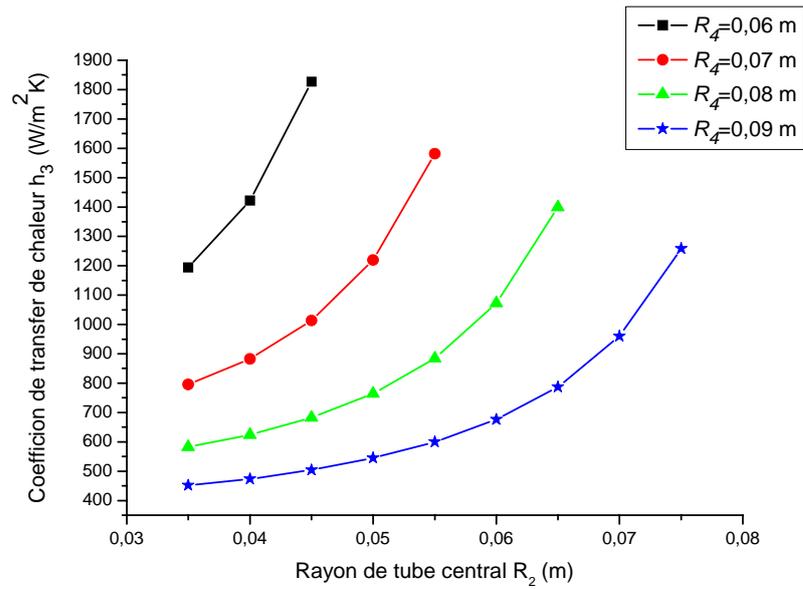


Figure 4.5 variation de coefficient de transfert de chaleur h_3 (passage annulaire intérieur) en fonction de rayon de tube central R_2 pour $\dot{m}_c = 3.0 kg/s$ et quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire R_4

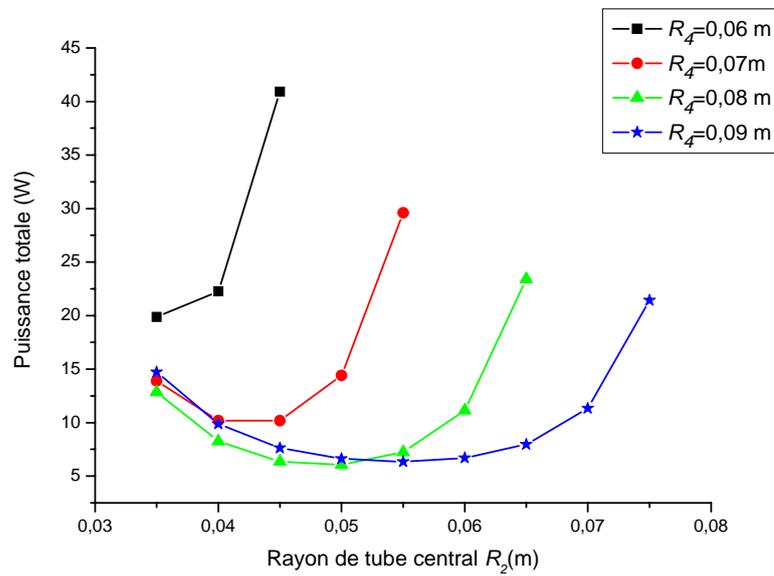


Figure 4.6 variation de puissance totale en fonction de rayon de tube central R_2 (TTEC) pour $\dot{m}_c = 4.0 kg/s$ et quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire R_4

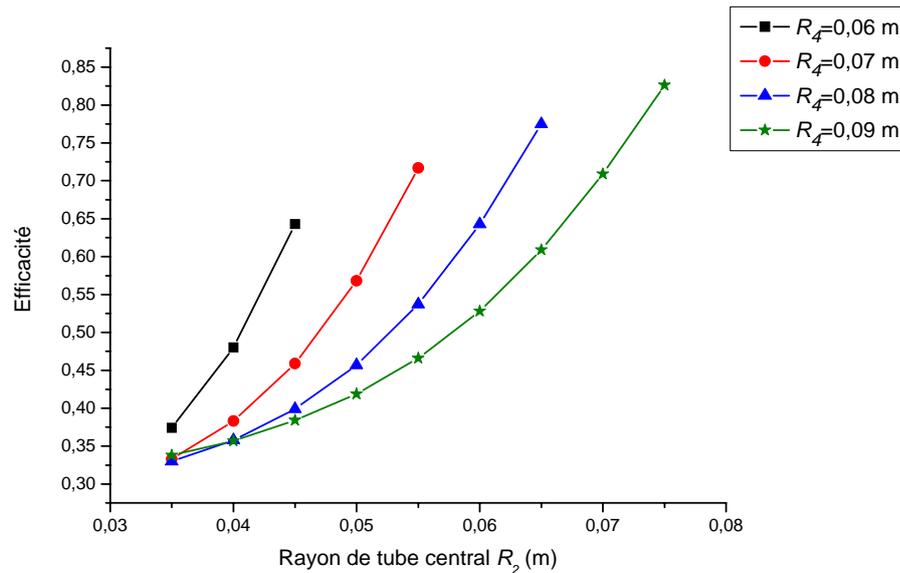


Figure 4.7 variation de l'efficacité en fonction de rayon de tube central R_2 (TTEC) pour

$$\dot{m}_c = 4.0 \text{ kg/s} \text{ et quatre valeurs de rayon de tube intermédiaire } R_4$$

1.1.2 Interprétation des résultats :

Les résultats d'exécutions de programme numérique pour l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique en arrangement à contre-courant sont présentés sur les figures (4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.6, 4.7), pour trois débits différents $\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$ et $\dot{m}_c = 4.0 \text{ kg/s}$. Chaque courbe présente la variation de l'efficacité et la puissance totale en fonction de R_2 (rayon de passage circulaire) pour une valeur fixe de R_4 (rayon de tube intermédiaire).

De façon générale l'efficacité augmente avec l'augmentation de rayon de tube central pour une valeur fixe de rayon de tube intermédiaire et la puissance prend l'allure d'une fonction parabolique. La figure 4.1 présente la variation l'efficacité en fonction de rayon de tube central R_2 , pour une valeur de débit de fluide chaud $\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$, il est clair que l'efficacité maximale $eff = 0.87$ soit réalisée pour une valeur de rayon $R_2=0.075$ m correspondant à la valeur maximale de rayon de rayon de tube intermédiaire $R_4= 0.09$ m, à ce point la puissance totale correspond à une valeur de $pui = 9 \text{ W}$.

La valeur minimale de la puissance fournie pour vaincre les pertes de charge correspond au rayons $R_4=0.08$ m et $R_2=0.055$ m.

L'efficacité augmente avec l'augmentation de R_2 et R_4 , mais la puissance totale diminue brusquement jusqu'à un seuil minimal puis elle remonte sous forme parabolique, avec une petite variation en fonction des rayons de tube intermédiaire

Une augmentation de rayon de tube intermédiaire ajoute une quantité considérable à la surface d'échange qui provoque d'une augmentation de flux de chaleur transféré. Les régimes d'écoulements dans les passages circulaires et annulaires turbulents pour les trois cas.

La variation de débit de fluide chaud garde la même allure des courbes avec une petite variation des paramètres optimaux, les figures 4.3 et 4.4 montrent la variation de l'efficacité et la puissance respectivement en fonction de R_2 et R_4 pour un débit de $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$, on constate que l'efficacité maximale $\eta = 0.85$ correspond à $R_2 = 0.075 \text{ m}$ et $R_4 = 0.09 \text{ m}$ et pour la puissance minimale $P_{\text{min}} = 4.2 \text{ W}$ correspond à $R_2 = 0.05 \text{ m}$ et $R_4 = 0.08 \text{ m}$. Pour les figures 4.6, 4.7 l'efficacité maximale $\eta = 0.82$ apparaît pour $R_2 = 0.075 \text{ m}$ et $R_4 = 0.09 \text{ m}$, et la puissance totale minimale $P_{\text{min}} = 5 \text{ W}$ apparaît pour $R_2 = 0.055 \text{ m}$ et $R_4 = 0.08 \text{ m}$ ce qui signifie que il y a une légère variation de l'efficacité et de la puissance en fonction de débit.

L'augmentation de rayon R_2 augmente la surface d'échange de tube central sépare les deux fluides '1', '3' et diminue au même temps la section de passage du fluide chaud qui provoque une augmentation considérable de nombre de Reynolds qui augmente le coefficient de transfert thermique par convection dans le passage annulaire intermédiaire voir la figure 4.5 qui justifie le positionnement de l'efficacité maximale pour les trois figures là où la section de passage est minimale.

1.2 CAS CONCEPTION

1.2.1 Résultats

Dans le calcul de la performance, les rayons de l'échangeur de chaleur jouent un rôle très important pour la conception de cet échangeur de chaleur. Pour vérifier cette influence, on a tracé quelques figures qui montrent cette variation.

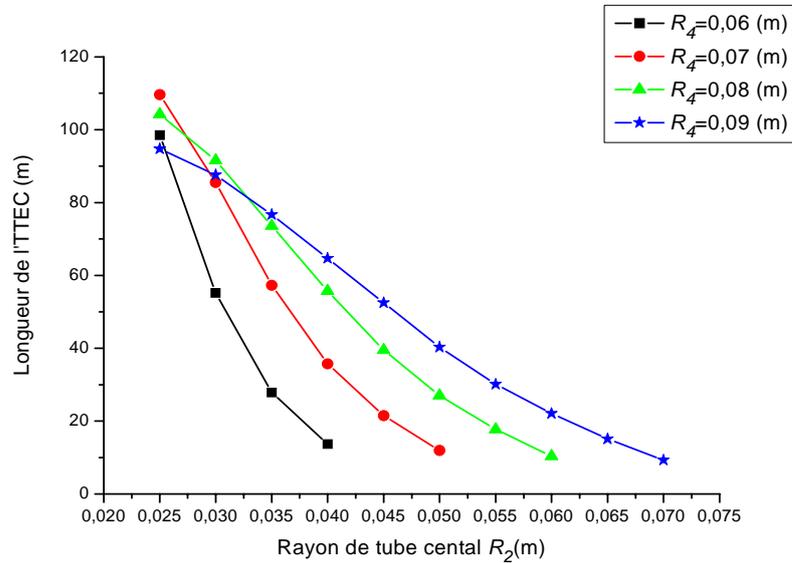


Figure 4.8 variation de la longueur de l'échangeur de chaleur en fonction de rayon de tube central pour différentes valeurs de rayon de tube intermédiaire avec $\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$

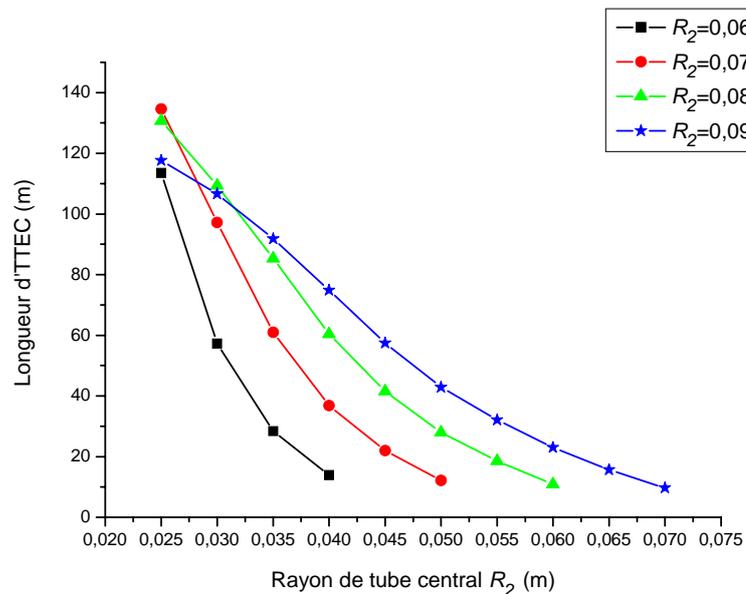


Figure 4.9 variation de la longueur de l'échangeur de chaleur en fonction de rayon de tube central pour différentes valeurs de rayon de tube intermédiaire avec $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$

1.2.2. Interprétation des résultats

Les figures 4.8, 4.9 présentent la variation de la longueur en fonction de R_2 et R_4 pour deux valeurs de débits de fluide chaud, elles tracées en utilisant le programme de conception montré au chapitre précédent, la figure 4.8 présente la variation de la longueur en fonction de R_2 pour quatre valeurs de R_4 et pour un débit de $\dot{m}_c = 2.5 \text{ kg/s}$ on constate que la longueur varie de 10 m à 120 m par contre pour le cas où $\dot{m}_c = 3.0 \text{ kg/s}$ la valeur maximale est de 140 m. On remarque que la valeur minimale de la longueur est correspond aux petits passages annulaires intermédiaires mais une valeur minimale de passage annulaire nécessite une grande puissance électrique pour vaincre les perte de charge.

2 : OPTIMISATION MULTIOBJECTIVE DE L'ECHANGEUR DE CHALEUR A TRIPLE TUBE CONCENTRIQUE

2.1. Formulation du problème d'optimisation

Pour chaque problème d'optimisation, on doit suivre les étapes suivantes :

- Définir l'objectif : Quels sont les objectifs à atteindre et comment les formuler Mathématiquement ?
- Définir les variables du problème : Quels sont les paramètres clés à faire varier ?
- Définition des contraintes et l'espace de recherche : dans quelles limites on varie ces paramètres, conformément à l'analyse des contraintes.
- Méthode d'optimisation : Quelle est la méthode à choisir ?

2.1.1. Fonctions objectives

Trouver l'ensemble des paramètres qui minimiseront la puissance de la pompe pui et maximiseront l'efficacité eff . Les deux fonctions objectives sont au nombre de deux.

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} pui \\ eff \end{bmatrix} \quad 4.6$$

2.1.2. Choix des variables de conception

On distingue deux paramètres qui font varier totalement l'efficacité et la puissance de la pompe, sans aucune modification ni de la nature de fluide ni des conditions d'entrée ou de sortie (pression, température, vitesse, ...), ces variables sont respectivement le rayon de tube central R_2 et le rayon de tube intermédiaire R_4 .

Mathématiquement ceci est représenté par le vecteur suivant :

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} R_2 \\ R_4 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

2.1.3. Analyse des contraintes

Pour chaque problème d'optimisation, il est nécessaire de définir les contraintes physiques, soit pour limiter le nombre de variables, soit comme contrainte lier une relation entre les deux rayons R_2 et R_4 . La détermination de ces contraintes est un élément clé pour la résolution d'un tel problème:

2.1.4. Relation entre les deux rayons

L'échangeur de chaleur à triple tube concentrique est constitué de trois tubes concentriques, la valeur de rayon de l'enveloppe extérieure est fixée à $R_6=0.111 \text{ mm}$ (R_6 n'est pas un variable d'optimisation). Les trois tubes sont coaxiaux, ce qui implique que le rayon de tube intermédiaire est toujours supérieur au rayon du tube central par une valeur donnée pour permettre un passage annulaire suffisant entre les deux tubes.

Mathématiquement ceci est représenté par une contrainte d'inégalité :

$$R_4 - R_2 \leq c \quad \text{Où } c \text{ présente la valeur minimale du passage annulaire intermédiaire.}$$

On prend $c=0.015m$.

2.1.5. Formulation complète du problème

Le problème d'optimisation multicritère considéré peut donc être formulé de la manière suivante : Trouver un ensemble de solutions

$$\vec{X} = [R_2 \quad R_4]^t \quad (4.8)$$

Assurant la minimisation simultanée de

$$\vec{F} = [pui \quad eff]^t \quad (4.9)$$

Et soumis aux contraintes

$$R_4 - R_2 \leq 0.015 \quad (4.10)$$

2.1.6. Choix du point de départ

Dans beaucoup de problèmes d'optimisation, le choix du point de départ (pour démarrer l'optimisation) est crucial pour que l'algorithme d'optimisation converge vers une solution. Parfois, le calcul du point de départ s'effectue avec des algorithmes annexes plus complexes que les méthodes d'optimisation elle mêmes [6]. Pour démarrer l'optimisation, nous avons choisi comme valeurs initiales du point de départ des valeurs extraites des figures ci-dessus.

2.2. Structure des différents programmes de calcul

Pour utiliser l'outil d'optimisation d'une manière rationnelle, on doit tout d'abord identifier les objectifs visés. L'objectif dépend de quelques caractéristiques du système, qui sont appelées variables ou inconnues. Le processus qui permet l'identification des objectifs, variables et limitations pour un problème donné est appelé 'modélisation'. La construction d'un modèle approprié est le premier pas (souvent c'est le plus important) dans le processus d'optimisation. Si le modèle est très simplifié, il ne pourra pas représenter fidèlement un problème pratique, mais s'il est très complexe il deviendra très difficile à résoudre. Les connaissances et l'expérience préalable sont importantes, aussi bien dans la formulation d'un modèle que dans l'interprétation des résultats au cours du processus d'optimisation. Dès que le modèle a été formulé, un algorithme d'optimisation peut être utilisé pour la résolution du problème. De ce fait, quelques détails concernant les outils d'analyse et les algorithmes d'optimisation (les deux composantes constitutives d'un outil de conception préliminaire) seront donnés dans ce qui suit. [27]

Pour traiter un tel problème de dimensionnement optimisé, on a besoin d'un outil d'analyse du dispositif à optimiser basé sur des modèles purement analytiques, semi analytiques ou avec simulation numérique. Dans notre cas, on se base sur la simulation numérique

2.2.1. Calculs de la fonction objective

L'efficacité et la puissance fournie pour vaincre les pertes de charge dépendent directement de la température de sortie de fluide chaud, cette dernière est fonction de la position, qui forme un système d'équations différentielles (équations 3.1, à, 6). La résolution de système est faite par un programme numérique (organigramme 3.1) qui discrétise l'ensemble d'équations en utilisant la méthode des différences finies pour le solide (paroi) et le schéma upwind pour les fluides. A chaque itération de calcul, le programme principal appelle le sous programme (organigramme 3.1) pour calculer la fonction objective (puissance et efficacité).

2.2.2. Optimiseur "Outil mathématique" :

Pour résoudre le problème d'optimisation multiobjectif, on a employé la méthode de pondération. Ceci, afin de réduire le nombre de fonctions objectives à une seule fonction qui doit être minimisée. Par la suite, on emploie l'une des méthodes standard. Un algorithme d'optimisation déterministe à recherche locale a été adopté et intégré. Il s'agit de la méthode SQP "Sequential Quadratic Programming". Mais d'une façon générale, cet optimiseur peut être employé à n'importe quel moment (sous forme 'modulaire') pour minimiser soit une ou

plusieurs fonctions avec présence ou non de contraintes avec une précision assez élevée (désirée). Il suffit pour cela de choisir la méthode ainsi que les conditions initiales et les bornes convenables et c'est d'ailleurs notre premier objectif visé. D'une façon générale, cette procédure d'optimisation peut être schématisée par une boîte (voir figures ci-dessous) dont le but est de déterminer la solution optimale d'un problème décrit en terme de paramètres, d'objectifs et de contraintes. Cet outil doit être préparé en spécifiant tout d'abord les paramètres de contrôle (nombre d'itérations maximales, nombre de variables et de contraintes ainsi que l'erreur relative). Ensuite on définit les bornes des variables, l'étape suivante est d'initialiser ces variables ($\text{iter}=0$). Comme il est illustré sur la figure ci-dessous, en chaque point d'itération l'optimiseur doit connaître la valeur de la fonction objective et les contraintes.

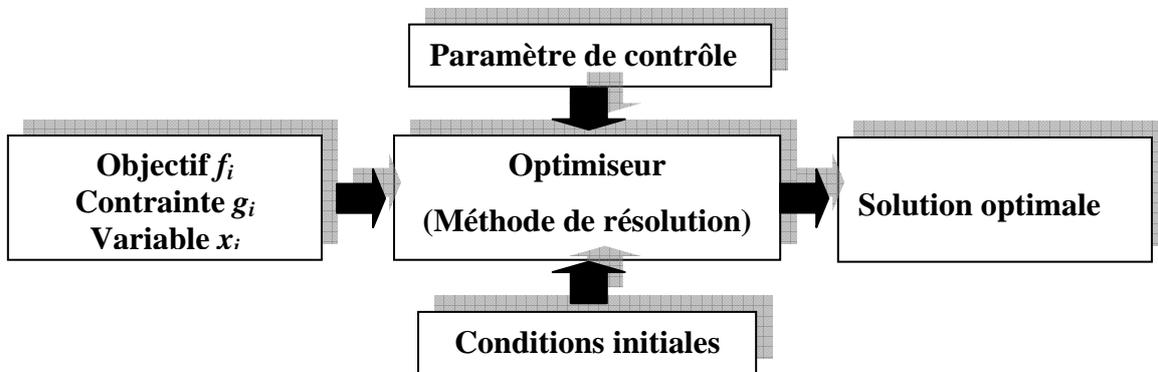


Figure 4.10 : Schéma général d'un optimiseur

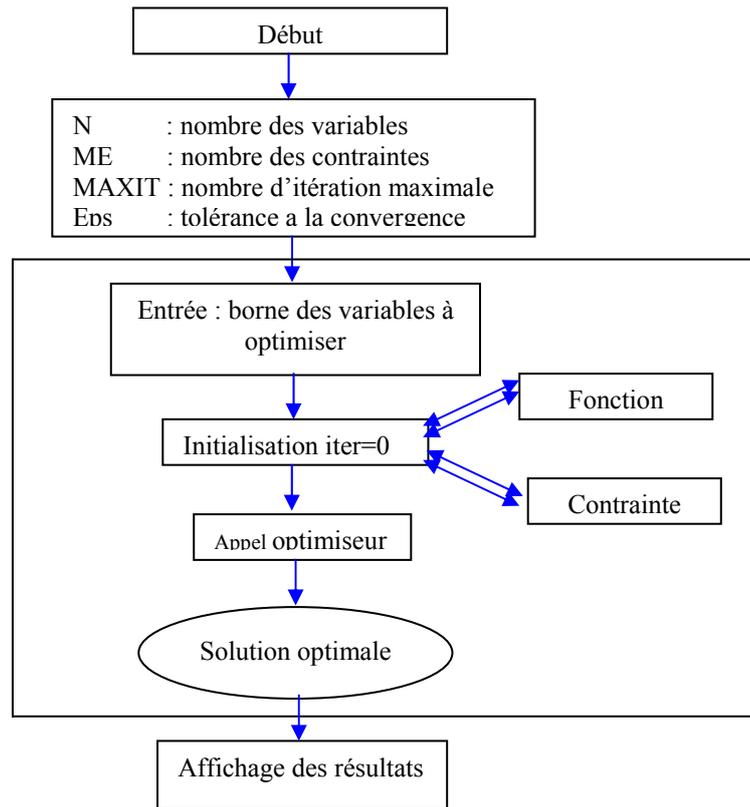


Figure 4.11 : Description générale d'un optimiseur

2.2.3. Programme principal

Le programme principal est en quelque sorte le manager de tout le processus d'optimisation. Dans ce programme, toutes les variables et vecteurs sont initialisés. Ce programme fournit également le paramétrage qui permet de contrôler l'optimiseur telle que les conditions initiales et les limites sur les variables, comme il est montré sur la figure ci-dessous.

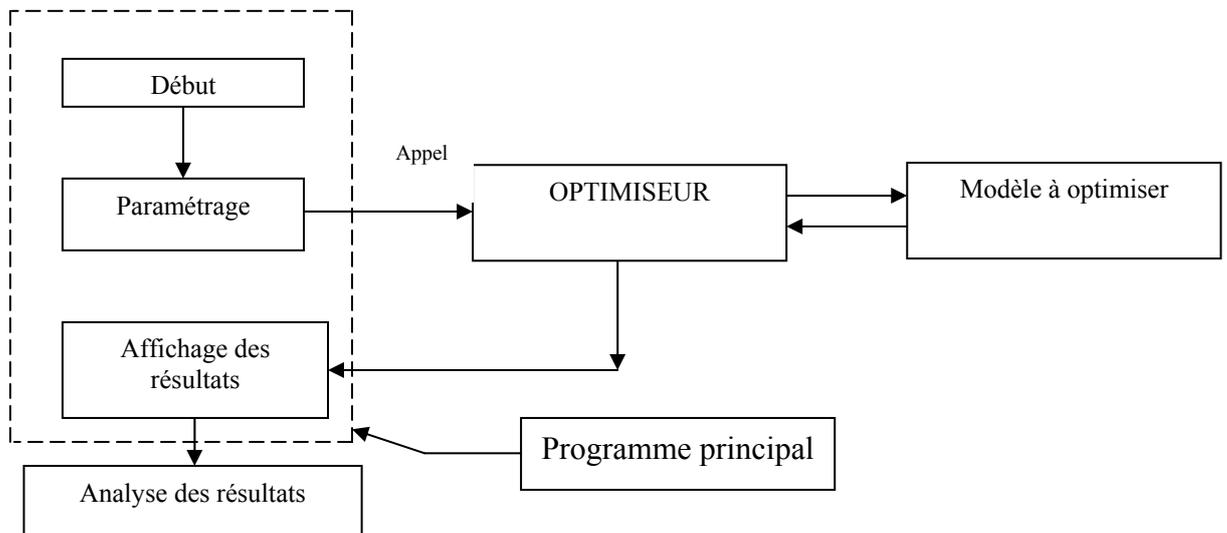


Figure 4.12 : Programme principal [27]

2.3. Les étapes relatives à la démarche d'optimisation

On veut trouver l'ensemble des paramètres qui minimisent la puissance totale fournie pour vaincre les pertes de charge p_{ui} et maximisent l'efficacité de cet échangeur eff . Mathématiquement, c'est un problème d'optimisation multi objectif. Pour le traiter, on doit suivre la démarche suivante :

1. Optimisation de chaque problème individuellement en présence des contraintes (trouver la solution idéale)
2. Normalisation des fonctions objectives et tracer de l'espace des fonctions objectives et déduction de la nature de problème (convexe ou pas)
3. Résolution du problème d'optimisation multi-objectif, on fait appel aux méthodes citées précédemment dans le chapitre II, comme la méthode des poids, de distance,....
4. Synthèse et choix de la solution.

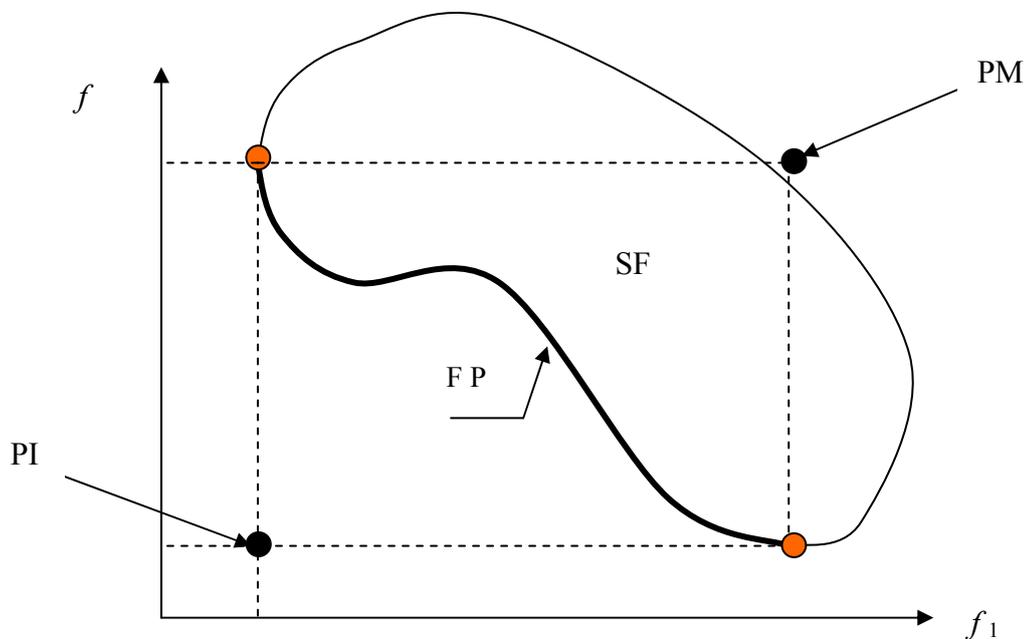


Figure VI.13 : Mettre en échelle les fonctions objectives

Les fonctions objectives doivent être normalisées, c'est-à-dire qu'il faut transformer l'espace de fonctions objectives vers un espace adimensionné $[0, \dots, 1]$, car elles n'ont pas le même ordre de grandeur. On distingue deux solutions extrémales qui correspondent aux deux différents points comme suite :

Solution Idéale (PI) ; obtenue par minimisation individuelle de chaque fonction

Solution Mauvaise (PM) ; qui correspond à une solution qui n'est pas désirée

La relation linéaire qui sert à normaliser les fonctions objectives est la suivante :

$$\bar{f}(x) = \frac{f(x) - f_I(x)}{f_I(x) - f_M(x)} \quad (4.11)$$

L'indice (-) sera utilisé par la suite pour désigner une grandeur normalisée, telle que

$$\overline{pui} = \frac{pui - (pui)_I}{(pui)_M - (pui)_I} \quad (4.12)$$

$$\overline{eff} = \frac{eff - (eff)_M}{(eff)_I - (eff)_M} \quad (4.13)$$

Après normalisation des deux fonctions, une combinaison entre pui et eff sera de la forme :

$$F = \mu_1 pui - \mu_2 eff \quad (4.14)$$

Où μ_1 et μ_2 sont des coefficients de pondération

2.3.1. Minimisation de la puissance

Méthode	Valeurs de variables		Fonctions obj.	
	R_2	R_4	pui (W)	eff
SQP	0.05344	0.0827	4.275	0.519

Tableau 4.1 : Résultats de minimisation de la puissance

Les résultats saisis du tableau 4.1 présentent les valeurs des rayons (R_2 et R_4) auxquelles on trouve les valeurs optimales de la puissance et l'efficacité correspondante.

2.3.2. Maximisation efficacité

Dans les mêmes conditions initiales et sous les mêmes contraintes on va employer le programme d'optimisation pour trouver l'optimum qui correspond au Maximum de l'efficacité.

Méthode	Valeurs de variables		Fonctions objective	
	R_2	R_4	pui (W)	eff
SQP	0.075	0.09	11.91	0.845

Tableau 4.2 : Résultats de maximisation de l'efficacité

2.3.3. Solutions extrêmes

Méthode	PI		PM	
	Pui (W)	eff	Pui (W)	eff
SQP	4.275	0.845	11.91	0.519

Tableau 4.3 : Résultats extrémaux

2.3.4. Méthode de la pondération

Grâce au principe de pondération, il est également possible d'obtenir le front de Pareto d'un problème. Pour cela, il est donc nécessaire d'effectuer plusieurs optimisations

successives en faisant varier les facteurs de pondération. La méthode de la pondération a été employée pour vérifier la convexité du problème. On remarque d'après la figure 4.14 que le problème est bien convexe.

	1	2	3	4	5	6
μ_1	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
μ_2	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0

Tableau 4.4 : variation des points de la pondération

Après conditionnement du problème d'optimisation et normalisation des fonctions objectives et suite à une série de 05 optimisations, partant toutes du même point de référence, en faisant varier les coefficients de pondération μ_1 et μ_2 selon le protocole du tableau 4.4, on trouve enfin les résultats d'optimisation qui sont représentés dans les tableaux 4.5.

Optimisation	Valeurs de variables		$pui(W)$	$effi$
	R_2	R_4		
1	0.075	0.09	11.91	0.845
2	0.067	0.086	6.97	0.73
3	0.060	0.084	4.80	0.61
4	0.055	0.082	4.34	0.55
5	0.054	0.083	4.27	0.53
6	0.53	0.082	4.27	0.51

Tableau 4.5 : résultats d'optimisations trouvés

2.3.5. Front de Pareto

L'ensemble des solutions obtenues par la méthode de pondération permet indirectement de reconstituer le front de Pareto du problème en traçant les deux fonctions objectives trouvées dans le tableau (4.5). Celui-ci est représenté sur la figure (4.14).

Toutefois, une variation uniforme des poids ne garantit pas la détermination des solutions Pareto-optimales uniformément réparties sur le front,

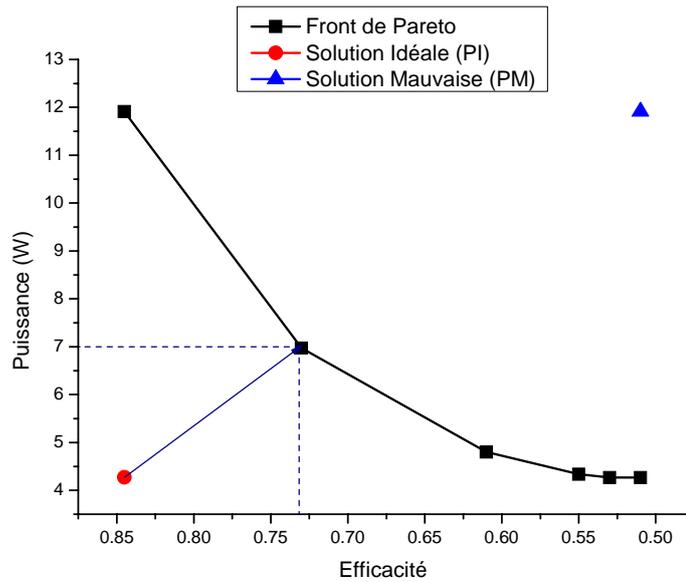


Figure 4.14 : front de Pareto

2.4. Critère de distance

La méthode principale choisie, pour la résolution du problème est la méthode de la distance (chapitre 2), qui est basée sur la minimisation des écarts entre les points de l'espace des objectifs et une solution "idéale", c'est-à-dire celles minimisant indépendamment chaque critère. Pour y'arriver, cette distance est minimisée séparément afin de déterminer sa valeur minimale f_k^k et la solution optimale X_k^k correspondante. Le problème multicritère résultant peut alors se formuler de la manière suivante :

$$\text{Min} \left(\sum_{i=1}^m \|f_i - f_i^0\|^2 \right)^2 \Leftrightarrow \text{Min} \left(c = \sqrt{a^2 - b^2} \right) \quad (4.15)$$

L'écart moyen C entre le front constitué de l'ensemble des solutions non-dominées déterminé par l'algorithme est la solution idéale, comme il est illustré sur la figure ci-dessous.

La norme $\| \|$ représente la distance euclidienne calculée dans l'espace des objectifs.

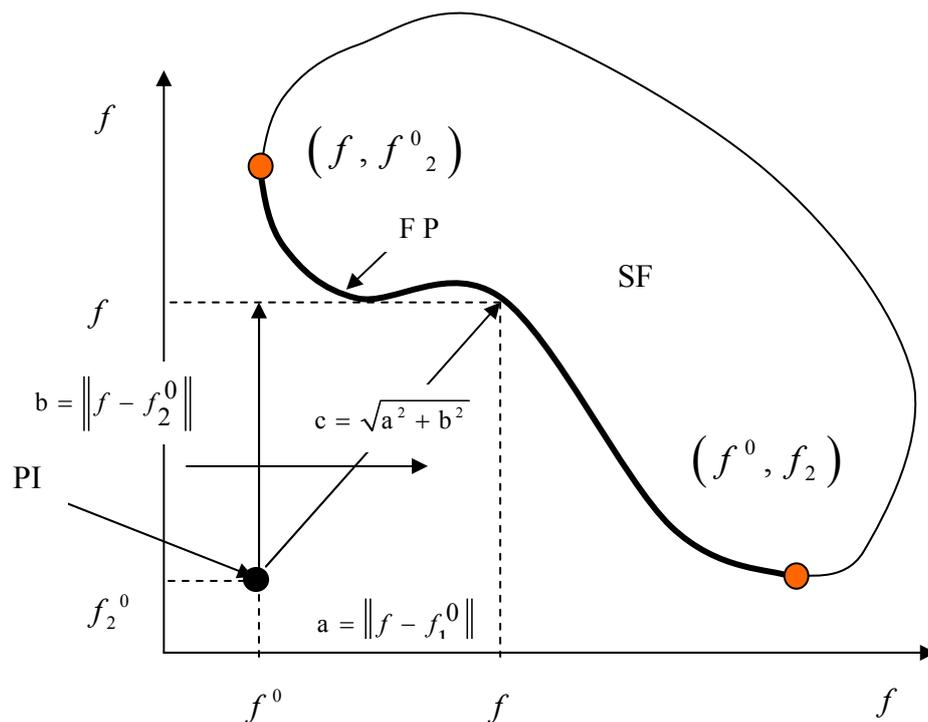


Figure 4.15 critère de distance

La méthode de distance s'avère plus robuste et elle est considérée comme une issue pour la résolution d'un tel problème, car son fondement est basé sur la détermination de la plus proche solution à la solution idéale. Dans notre cas l'utilisation de la méthode de distance donnant le point le plus proche où l'efficacité correspond à 0.73 et la puissance à 7.0 W parce que c'est le point le plus proche de la solution idéale qui appartient à la valeur des poids μ choisis, mais réellement le point le plus proche de la solution idéale c'est lequel qui construit avec le PI un vecteur orthogonal avec le front de Pareto schématisé sur la figure 4.14.

2.5. Analyse des résultats et conclusion

Cette étude concernant la recherche d'une configuration optimale pour un échangeur de chaleur de chaleur à triple tube concentrique, par la recherche d'une solution optimale entre deux fonctions objectives sont contradictoire entre elles.

La méthode de pondération est relativement simple à utiliser mais elle est assez difficile vu le manque d'expérience pour fixer les valeurs des poids associés à chaque objectif. Il est par ailleurs impératif de normaliser les objectifs lorsqu'ils n'ont pas les mêmes dimensions physiques. Ce problème de normalisation peut s'avérer complexe car les valeurs de normalisation ne sont pas forcément facile à déterminer. De plus, cette méthode n'est pas

adaptée aux espaces non convexes, qui empêchent l'algorithme de converger vers l'optimum global. Le champ applicatif pour ces méthodes se trouve alors fortement réduit. [19]

Le choix des coefficients de pondération (pour la méthode de pondération) est primordial et dépend fortement du jugement du concepteur, ils sont en quelques sortes une traduction de l'ordre de l'importance dans le choix des performances. L'application du principe de la méthode distance permet de localiser le point optimal qui correspond aux valeurs des poids suivantes : $\mu_1 = 0.2$ (20% de la puissance dans la fonction objectif) $\mu_2 = 0.8$ (80% de la l'efficacité dans la fonction objectif).

Les rayons optimaux sont

$$R_2 = 0.067 \text{ m}$$

$$R_4 = 0.086 \text{ m}$$

Les fonctions objectives sont

$$p_{ui} = 7.0 \text{ W}$$

$$eff = 0.73$$

La détermination des rayons optimaux permet de calculer le gain probable par une comparaison de part l'efficacité et la puissance calculée par les rayons optimaux et d'autre par la solution mauvaise PM

- Un gain de 41.4% de la valeur maximale qui peut prendre la puissance.
- une augmentation de 30.1% de l'efficacité par rapport à l'efficacité minimale.

*CONCLUSION
GENERALE*

CONCLUSION GENERALE

Nous avons réalisé deux programmes numériques, le premier est utilisé pour simuler l'TTEC et le dernier pour sa conception. Noud avons aussi utilisé un code numérique de la bibliographie du (compac visual fortran 6) qui nous a servi de passer la complexité du problème d'optimisation due au conflit des fonctions objective et de voir en détail l'influence des rayons des tube sur l'efficacité et la puissance de l'échangeur de chaleur. Ces travaux nous ont permet de conclure que :

- l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique est plus performant qu'un échangeur de chaleur à double tube concentrique pour les mêmes diamètres de tube extérieur (enveloppe) et pour les mêmes débits d'environ de 69.35% qui présente l'influence du passage annulaire extérieur.

- le programme réalisé peut donner toutes les informations nécessaires de cet échangeur tel que : le profil de la température pour les trois fluides et les trois parois et calcul la température du sortie de fluide chaud, les pertes de charge pour les trois passages, la variation des coefficients de transfert de chaleur par convection et les coefficients globaux pour les deux arrangements méthodique et antiméthodique.

- une étude paramétrique détaillée illustre la variation de la puissance et l'efficacité en fonction des rayons de l'échangeur de chaleur et met les points sur les valeurs maximales et minimales qui peut prendre l'efficacité et la puissance, cette étude a permet d'optimisé chaque fonction individuellement parce que les valeurs optimales pour une fonction ne sont pas forcément optimale pour l'autre fonction (Problème multi objectif). Pour certains rayons, la longueur de l'échangeur peut atteindre une longueur de 120m jusqu'à 140m, ce qui nécessite une étude d'optimisation pour le dimensionnement.

- La méthode 'SQP' constitue, en effet, une des méthodes les plus efficaces de la résolution d'un problème NLP, et d'après la localité du point optimal on conclu que les valeurs des poids de pondération (μ_1 et μ_2) est point 2 (tableau 4.4) implique $\mu_1=0.2$ et $\mu_2=0.8$

- l'utilisation des méthodes d'optimisation dans le domaine énergétique peut servir d'optimiser des problèmes à un grand nombre des fonctions objectives et avec des valeurs illimitées des variables de conception par n'importe quel type et nombre des contraintes.

- l'énergie gagné par l'optimisation d'une seule fonction peut s'inversé si on ne prend pas en considération l'autre fonction qui valide notre choix d'optimisation des deux fonctions en même temps

Le gain est de 41.4% de la valeur maximal qui peut prendre la puissance, et de 30.1% par rapport à l'efficacité minimale

Perspective

Cette étude, nous a ouvert des perspectives d'étudier le comportement et l'optimisation de ce type d'échangeur dans le cas de changement de phase (condensation et évaporation), d'encrassement, d'utilisation des métaux liquide.

Elle nous a permes de déposer un brevet d'invention concernant un nouveau type d'échangeur qui nous avant appelé échangeur de chaleur a double tube et calendre qui sera mon thème de doctorat en science, [28], [30].

Annexes

Annexe

PROPRIETES THERMOPHYSIQUES DES FLUIDES UTILISES

I. Propriétés thermo physiques de l'eau

I-1. Masse volumique.

La masse volumique de l'eau en (kg/m^3), est donnée pour une température allant de 0.01 à 350°C (incertitude relative maximale de 0.1%) par (2) :

$$\rho_e = a\theta^4 + b\theta^3 + c\theta^2 + d\theta + e$$

avec :

$$a = -0.48792680 \cdot 10^{-7}$$

$$b = 0.27819864 \cdot 10^{-4}$$

$$c = -0.75252760 \cdot 10^{-2}$$

$$d = 0.111546$$

$$e = 999.085$$

I-2. Chaleur massique.

La chaleur massique de l'eau en (J/kg.k) est donnée pour une température allant de 0.01 à 270°C (incertitude relative maximale de 0.7%), par (2) :

$$C_{p_e} = a\theta^3 + b\theta^2 + c\theta + d$$

Avec :

$$a = 0.749972 \cdot 10^{-4}$$

$$b = -0.943717 \cdot 10^{-2}$$

$$c = 0.448761$$

$$d = 4186.74$$

I-3. Viscosité dynamique.

La viscosité dynamique de l'eau en (Pa.s) est donnée pour une température allant de 0.01 à 100°C (incertitude relative maximale de 0.4%) par (2).

$$\mu_e = 10^{(a\theta^3 + b\theta^2 + c\theta + d)}$$

avec :

$$a = - 0.34612 \cdot 10^{-6}$$

$$b = 0.95970 \cdot 10^{-4}$$

$$c = - 1.41880 \cdot 10^{-2}$$

$$d = - 2.749892$$

I-4. Conductivité thermique

la conductivité thermique de l'eau en (W/m.K) est donnée pour une température allant de 0.01 à 130°C (incertitude relative maximale de 0.9%) par (2).

$$\lambda_e = a\theta^2 + b\theta + c$$

avec :

$$a = -7.85700 \cdot 10^{-6}$$

$$b = 1.88857 \cdot 10^{-3}$$

$$c = 0.569$$

II -Constantes

$$A_i = \frac{G_i C p_i}{\Delta x}$$

$$B_i = h_i \left(\frac{2R'_{i-1}}{\mathfrak{R}_i^2 - R_i'^2} \right)$$

$$C_i = h_i \left(\frac{2\mathfrak{R}_i}{\mathfrak{R}_i^2 - R_i'^2} \right)$$

RESULTATS AU PROGRAMME DE CONCEPTION

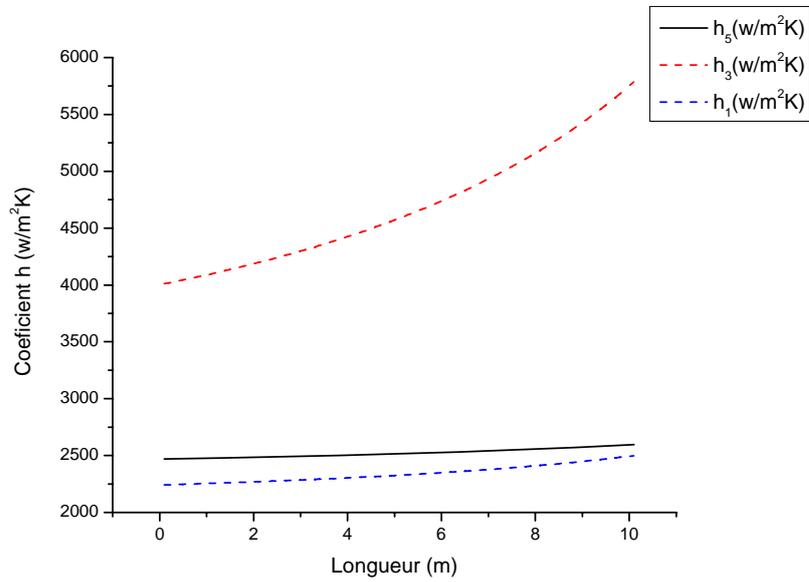


Figure 1 : Variation du coefficient d'échange de chaleur par convection des trois fluides en arrangement contre-courant

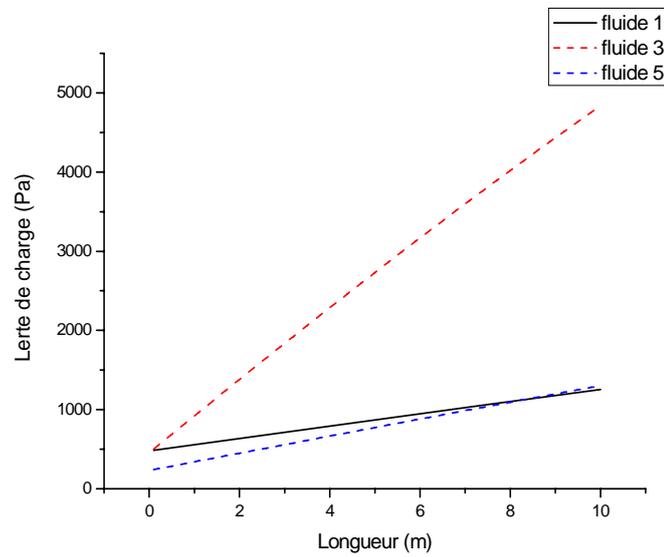


Figure 2: Variation de la perte de charge des trois fluides en arrangement contre-courant

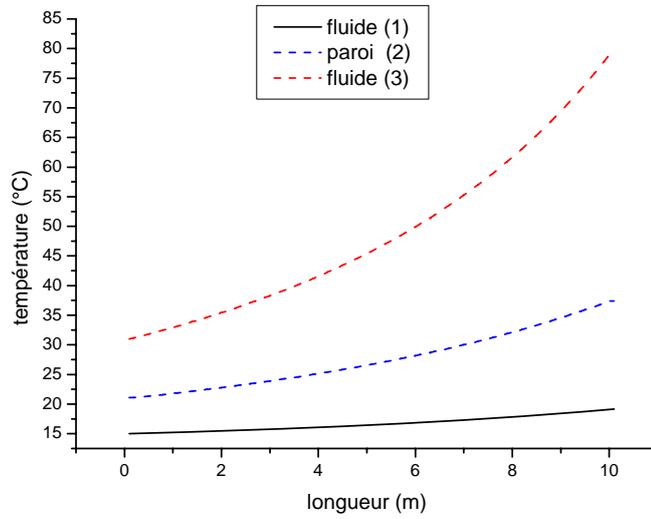


Figure 3: Profils de température des fluides '1' et '3' et de la paroi '2' en arrangement contre-courant

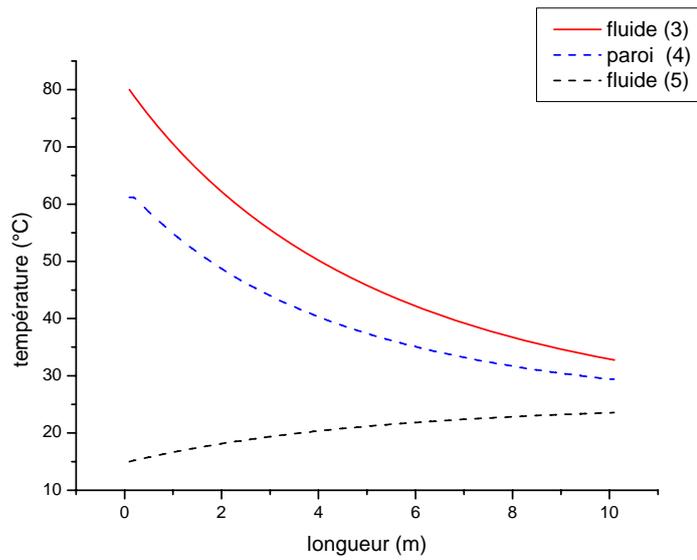


Figure 4 Profil de température des fluides '3'-'5' et de la paroi '4' en arrangement co-courant

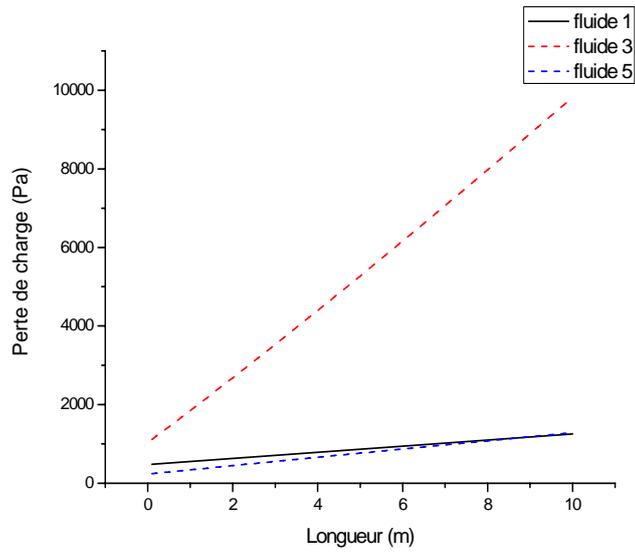


Figure 5 : Variation de la perte de charge des trois fluides en arrangement co-courant

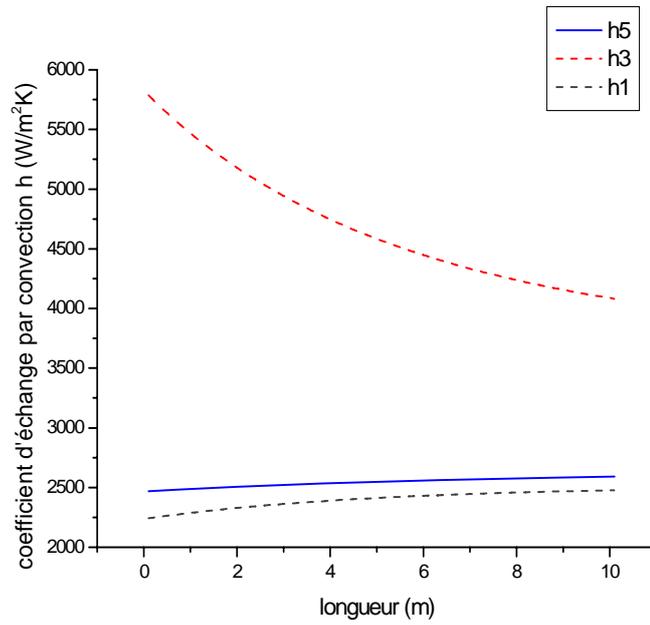


Figure 6 : Variation du coefficient d'échange de chaleur par convection des trois fluides en arrangement co-courant

*Références
bibliographiques*

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] : **C. Zuritz**, On the design of triple concentric-tube heat exchangers, *J. Food Process Engrg.* 12 (1990) 113–130
- [2] : **Ahmet Ünal**, Theoretical Analysis of Triple Concentric Tube Heat Exchanger part: 2 case studies, *Heat Mass Transfert*, 28 (2001) 243–256
- [3] : **Unal, A.** and **Gztiirk, B.**, On the optimum design of triple concentric-tube heat exchangers, *Econd Trabzon International Energy and Environment Symposium, Trabzon*, (2001) 426–430 TURKEY.
- [4] : **O. García-Valladares**, Numerical simulation of triple concentric-tube heat exchangers, *International Journal of Thermal Sciences* 43 (2004) 979–991,
- [5] : **P.K. Nema , A.K. Datta**, Improved milk fouling simulation in a helical triple tube heat exchanger, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 3360–3370, India.
- [6] : **P.K. Sahoo a, I.A. Ansari b, A.K. Datta b**, Milk fouling simulation in helical triple tube heat exchanger, *Journal of Food Engineering* , 69 (2005) 235–244, India.
- [7] : **Seo Yoon Chung, Hyung Jin Sung**, Direct numerical simulation of turbulent concentric annular pipe flow, Part 2: Heat transfer, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24 (2003) 399–411.
- [8] : **Timothy J. Rennie, Vijaya G.S. Raghavan**, Effect of fluid thermal properties on the heat transfer characteristics in a double-pipe helical heat exchanger, *International Journal of Thermal Sciences*, 45 (2006) 1158–1165. Canada.
- [9] : **Timothy J. Rennie, Vijaya G.S. Raghavan**, Thermally dependent viscosity and non-Newtonian flow in a double-pipe helical heat exchanger, *International Journal of Thermal Sciences*, 27 (2007) 862–868. Canada.
- [10] : **Antonio C. Caputo, Pacifico M. Pelagagge, Paolo Salini**, Heat exchanger design based on economic optimization, *Applied Thermal Engineering*, 28 (2008) 1151–1159, Italy
- [11] : **Prabhat Kumar Gupta , P.K. Kush, Ashesh Tiwari**, Design and optimization of coil finned-tube heat exchangers for cryogenic applications, *Cryogenics*, 47 (2007) 322–332, India.
- [12]: **Hao Peng, Xiang Ling** , Optimal design approach for the plate-fin heat exchangers using neural networks cooperated with genetic algorithms, *Applied Thermal Engineering*, 28 (2008) 642–650, China.
- [13]: **G.N. Xie, B. Sunden, Q.W. Wang**, Optimization of compact heat exchangers by a genetic algorithm, *Applied Thermal Engineering*, 28 (2008) 895–906, China.
- [14] : **BATMAZ, EDİZ**. Overall Heat Transfer Coefficients and Axial Temperature Distribution of Fluids in a Triple Tube Heat Exchanger, A thesis submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University, 2003

- [15] : **BOULTIF NORA**, Simulation numérique et étude expérimentale des échangeur de chaleur concentrique fonctionnant en régime transitoire, université de Batna 2003
- [16] : **M.LACHI ,N.EL WAKIL and J PADET**, The Time Constant Of Double Pipe And One Pass Shell –And –Tube Heat Exchangers In The Case Of Varying Fluid Flow Rates, Heat Masse Transfer, 40 (1997) 2067–2079.
- [17] : **Bougriou, C.** Calculs et technologie des échangeurs de chaleur Décembre, 1997.
- [18] : **PH D.DONALD R.PITTS,LEIGHTON E. SISSOM**, Theory And Problems Of Heat Transfer ‘Second Edition’ Professor Emeritus of Mechanical and Aerospace Engineering and Engineering Science the University of Tennessee –Knoxville,1998
- [19] : **Azarm. S**, Supplementary Course Notes; Multiobjective Optimization, Department of Mechanical Engineering University of Maryland, 1997
- [20] : **Schittkowski. K**, NLPJOB Version 3.1: A Fortran Code for Multicriteria Optimization User’s Guide, Department of Mathematics University of Bayreuth, November 2004
- [21] : **Aditi. C, Rajadas. J. N, Pagaldipti. N. S**, Development of Multi-objectives Optimization Techniques for Sonic Boom Minimization, Final Report on NASA Ames Grant No, NCC 2-5064, December 1996
- [22] : **Richard L. FOX**, Optimization Methods for Engineering, Addison-Wesley Publishing Company, 1971
- [23] : **Vanderplaats. G.N**, CONMIN A Fortran Program for Constrained Function Minimization, User's Manual , NASA Technical Memorandum X-62282, 1978
- [24] : **Vanderplaats. G.N**, DOT USERS MANUAL, Version 4.20, Vanderplaats Research & Development Inc. 1995
- [25] : **Breton. M, Haurie. A**, Initiation aux Techniques Classique de l’Optimisation, Modulo Editeur 2éme édition 1986.
- [26] : **R. Fletcher**, Practical Methods of Optimization, Volume 1, Department of Mathematics University of Dundee, Scotland, U.K.1980
- [27] : **M. Cherif** , Optimisation D’un Cycle De Propulsion Et Adaptation Sur Un Modèle D’aéronef, Ecole Militaire Polytechnique,Alger ,2006
- [28] **C. Bougriou, K. Baadache**, Shell and double concentric-tube heat exchangers, Patent, PCT,DZ2008/000002, 2008.
- [29] : **P.K. Sahooa, Md.I.A. Ansari , A.K. DattaMilk**, A computer based iterative solution for accurate estimation of heat transfer coefficients in a helical tube heat exchanger, Journal of Food Engineering , 58 (2003) 211–214, India.
- [30] : **C. Bougriou, K. Baadache**, Shell-and-double concentric-tube heat exchangers, semis Applied Thermal Engineering.2008

ملخص

الهدف من هذا العمل هو ايجاد الأقطار المثالية لمبادل حراري بثلاثة أنابيب متمحورة التي تخفض الاستطاعة الكلية للاحتكاك و ترفع المردودية للمبادل الحراري باستعمال الخوارزمية 'SQP' برنامج متسلسل من الدرجة الثانية. الدوال الهدف (الاستطاعة، المردودية) يتم حسابهما رقميا باستعمال برنامج من بنك المعلومات للفور ترون Fortran. الدوال المعبرة عن النموذج الفيزيائي يتم تقسيمها باستعمال طريقة الفروق المنتهية للأنابيب و الرسم upwind للسوائل. انجاز دراسة تحليلية تبين تغيرات الدوال الهدف بدلالة أقطار المبادل الحراري. و قد انحزنا دراسة تصميم لاجل إيجاد طول المبادل الحراري بدلالة أقطار المبادل الحراري الثلاثة.

Abstract

The objective of this work is to determine radius of a triple concentric-tube heat exchanger concentric, that minimize the total expenditure power and maximize the effectiveness of the heat exchanger using the sequential quadratic program algorithm 'SQP'.

The objective functions (+power, efficiency) are calculated using a digitally program of the data base of FORTRAN. The governing equations physical model is discretized by the method of finite deference for the walls and with an upwind scheme for fluids.

A parametric study is given to illustrate the variation of objective functions depending on radius ratio of the heat exchanger. One also realized a study to determine the heat exchanger length and illustrates the length variation versus the diameters.

Résumé

L'objectif de ce travail est déterminer les rayons optimaux d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique qui minimisent la puissance totale et maximisent l'efficacité de l'échangeur en utilisant l'algorithme séquentiel quadratique programme 'SQP'.

Les fonctions objectives (puissance, efficacité) sont calculées numériquement en utilisant un programme de la bibliothèque de FORTRAN. Les équations gouvernantes de modèle physique sont discrétisées par la méthode des différences finies pour les parois et par un schéma upwind pour les fluides.

Une étude paramétrique est faite pour illustrer la variation des fonctions objectives en fonction des rayons de l'échangeur de chaleur. On a réalisé aussi, une étude de conception pour la détermination de la longueur de l'échangeur de chaleur en fonction des rayons.