

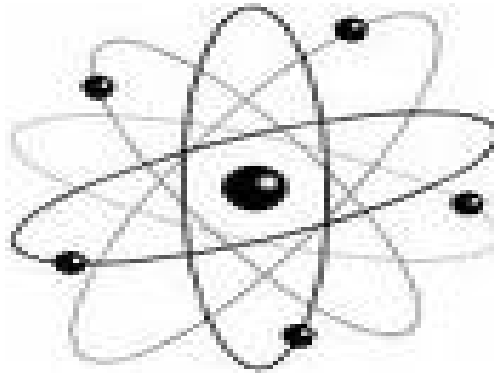


الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الحاج لخضر باتنة
كلية العلوم

ميدان علوم المادة

قسم علوم المادة

شعبة الفيزياء



رسالة دكتوراه علوم في الفيزياء النظرية

تحت عنوان:

النظرية العيارية في صورية الأنظمة الحركية

La Théorie de Jauges dans le Formalisme des Systèmes Dynamiques

من إعداد السيد:

مصطفى مومني

بحضور لجنة المناقشة المكونة من السادة:

رئيسا	بجامعة باتنة	أستاذ	بهلول الدراجي
مقررا	بجامعة قسنطينة	أستاذ	بن سلامة عاشور
ممتحنا	بجامعة بسكرة	أستاذ	زرارة عبد الوهاب
ممتحنا	أستاذ محاضر "أ" بجامعة أم البواقي		بودين عزالدين
ممتحنا	أستاذ محاضر "أ" بجامعة باتنة		زعيم سليمان

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
﴿الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي هَدَانَا لِهَذَا
وَمَا كُنَّا لِنَهْتَدِيَ
لَوْلَا أَنْ هَدَانَا اللَّهُ﴾
صدق الله العظيم

الإهداء

إلى كل من ساهم في هذا العمل المتواضع

من قريب أو بعيد

بكثيره أو قليله

بعلايته أو في سره

ذكرته أم لم أذكره

عرفته أم لم أعرفه

أهدي هذه الرسالة

جزاكم الله عني كل خير

النظرية العيانية

في

صورة

الأنظمة الحركية

الملخص

يطبق مفهوم الأنظمة الحركية المعرفة بحساسيتها الشديدة للشروط الابتدائية، في العديد من المجالات حاليا و لكنها لم تدرس إلا حديثا في مجال فيزياء الكم، و لذا ندرس في هذه الرسالة مدى تواجد هذه الظاهرة في هذا الميدان. سوف نبدأ عملنا بإعطاء مثال عن بناء نظرية عيارية كمومية بتوسيع التناظر ليصبح فائقا و تعميم الزمكان ليصبح غير تبديلي ونبنى نموذجا معياريا فائقا و غير تبديلي. ثم ندرس النظرية العيارية الآبلية ممثلة في ذرة الهيدروجين في الهندسة غير التبديلية حيث وجدنا أن الذرة تصبح غير مستقرة إذا تجاوز معامل التعديل قيمة حرجة. بعدها ندرس نظرية عيارية غير آبلية و كمومية من نوع يانث-ميلس في إطار الأنظمة الحركية لنجد أنها غير قابلة للمكاملة وفق معيار پانلوفي أو من خلال دراسة الحركية بيانيا.

الفهرست:

1	تمهيد	<u>الفصل الأول</u>
2	المقدمة العامة	
26	النموذج المعياري الأصغري فائق التناظر في إطار الهندسة غير التبادلية	<u>الفصل الثاني</u>
26	الباب الأول: المقدمة	
33	الباب الثاني: النموذج المعياري الأصغري فائق التناظر	
37	الباب الثالث: النموذج المعياري الأصغري فائق التناظر و غير التبادلي	
37	I- خارطة صايرث-ويتن	
39	II- النموذج المعياري الأصغري فائق التناظر و غير التبادلي	
46	III- التحويلات العيارية	
49	الحركية في ذرة الهيدروجين في إطار الهندسة غير التبادلية	<u>الفصل الثالث</u>
49	الباب الأول: المقدمة	
51	الباب الثاني: الكهروديناميكا غير التبادلية	
55	الباب الثالث: ذرة الهيدروجين في إطار الهندسة غير التبادلية	
67	الحركية في الأنظمة العيارية غير الآبلية	<u>الفصل الرابع</u>
67	الباب الأول: المقدمة	
71	الباب الثاني: نظام يانف - ميلس الكمومي	
75	الباب الثالث: الدراسة الحركية	
85	المناقشة العامة	<u>الفصل الخامس</u>
92	المراجع	
105	المصطلحات	

الفصل الأول:

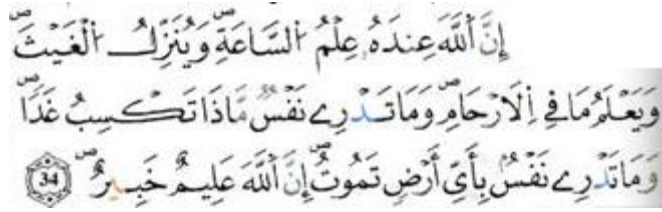
المقدمة العامة

تمهيد

سوف نستعرض في المقدمة العامة لهذه الرسالة الأنظمة الحركية من خلال سرد تاريخي لظهور هذا المفهوم و سوف يكون عرضاً مُبسّطاً دون الخوض كثيراً في التفاصيل العلمية، بحيث يمكن لغير المطلعين على بواطن الأمور من متابعة عرضنا التقديمي دون عناء. و هكذا تركنا التفاصيل للمقدمات التي وضعناها أول كل فصل، و التي يُفترض فيها معرفة جيدة لمفاهيم مثل فيزياء الكم و نظرية الحقول الكمومية و نسبية أينشتاين.

لقد اعتمدنا لتبسيط المفاهيم في بعض الأحيان، على التعريفات و شروح من الموسوعة الحرة *Wikipedia.org* و في أحيان كثيرة على نظيرتها التعليمية *Scholarpedia.org*، نظراً لكون المواضيع في هذه الأخيرة وُضعت من طرف أسماء لامعة في العلوم. سوف يجد القارئ هذه المواضيع في آخر الفقرة المخصصة للمراجع.

إرتأينا كذلك أن نضع سطراً منقطاً عند ذكر أي اسم عَلمٍ لأول مرة، وهذا لتفادي أي التباس.



الآية 34 من سورة لقمان

المقدمة العامة

عندما وضع نيوتن قوانينه الثلاث في كتابه المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية سنة [1][2] 1687 وربط بين القوى المؤثرة على الأجسام و التغيرات الطارئة على حركة هذه الأجسام نتيجة لتلك التأثيرات، صنع ثورة في نظرتنا لما يحيط بنا من ظواهر. فهو لم يفسر فقط الوقائع و القوانين المتعارف عليها في ذلك الوقت مثل مبدأ العطالة لغاليلي وقوانين كبلر لحركة كواكب المجموعة الشمسية وحركة السقوط الحر للأجسام على سطح الأرض، بل تعدى ذلك إلى التنبؤ بالحالات المستقبلية للأنظمة انطلاقاً من أوضاعها الحالية. فكانت من بين أعظم انتصارات نظريته، تنبؤ هالي سنة 1705 في كتابه "نبذة عن علم الفلك المتعلق بالمذنبات" [3] بعودة المذنب المسمى باسمه الآن خلال سنة 1758. وبعد إجراء الحسابات من طرف كل من لالوند ولويوت وكليرو سنة 1757 مع إدخال التعديلات الناتجة في حركة المذنب عن تأثيرات جاذبيتي كوكبي المشتري و زحل، تمكنوا من القول أنه سوف يبلغ نقطة الحضيض الشمسي (أقرب نقطة من الشمس خلال الحركة المدارية حولها) خلال شهر نيسان من سنة 1759 بارتفاع في الحساب قدره شهر؛ و كان الموعد الذي عبر عن الانتصار يوم 13 آذار 1759.

ثم تنبأ لوفيري سنة 1864 بخصائص كوكب نبتون (من كتلة وحجم وموقع) قبل اكتشافه [4]، و هذا من ملاحظة شذوذ حركة كوكب أورانوس المكتشف عام 1781 و تفسيره لهذا الحيود عن قوانين نيوتن بتواجد جرم سماوي يؤثر عليه بفعل الجاذبية، فاستطاع بحساباته كما وصفه آرافو أمام أكاديمية العلوم بباريس أن "يرى الجرم الجديد عند طرف ريشته" في شهر آب من سنة 1864 قبل أن يراه قال عيانا خلف عدسته في شهر أيلول من نفس السنة.

و هكذا كان الإيمان بالقانون أمتن من الركون إلى الملاحظة.

كانت قوانين نيوتن الثلاث بداية لما يسمى الآن الأنظمة الحركية، و هذا انطلاقا من المعادلة:

$$(1) \quad \sum \vec{F}_{ext} = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} \Rightarrow \iint d^2 \vec{x} = \int dt \int dt \frac{1}{m} \sum \vec{F}_{ext}$$

أي أن معرفة حالة النظام في لحظة ما تعطي الحالات التي سيكون عليها في اللحظات التي تليها إذا كانت لدينا عبارة القوى الخارجية المؤثرة على هذا النظام. و هذا ما فعله لالوند و لوبوت و كليرو عند دراستهم حركة مذنب هالي (كما أن معرفة تطور حالات نظام ما تمكننا من استنتاج التأثيرات الخارجية عليه و هذا ما فعله لوفيري).

تطورت كتابة المعادلات التي تصف حركية الأنظمة لتشمل الأجسام الممتدة حين قسّم أولر حركة هذه الأجسام إلى حركة إنسحابية لمركز الكتلة وأخرى دائرية حول هذا المركز:

$$(2) \quad \sum \vec{F}_{ext} = M \frac{d^2 \vec{r}_G}{dt^2}$$

$$(3) \quad \sum \vec{M}_{ext/G} = I \frac{d \vec{\omega}_G}{dt}$$

حيث تمثل الرموز $\vec{M}_{ext/G}$ و $\vec{\omega}_G$ و I كلا من عزوم القوى حول مركز الكتلة وسرعة الدوران حوله وعطالة النظام أثناء هذا الدوران على التوالي. ثم تحولت القوانين إلى الكتابة السلمية لما وضع لافرانج الدالة المسماة باسمه والمعرفة بدلالة الفرق بين الطاقتين الحركية و الكامنة للنظام:

$$(4) \quad \mathcal{L}(q_j, \dot{q}_j, t) = T - V$$

حيث يرمز q إلى الإحداثيات المعممة (أو المتغيرات التي تشبه المواضع) و تكتب بدلايتها عبارات الطاقة للنظام، أما النقطة فوقها فتعبر عن الاشتقاق بالنسبة للزمن t . إستعمل لافرانج مبدأ الفعل الأصغري الذي نصّه موليرتويس سنة 1744 كما يلي [6] [5]:

"يتناسب الفعل مع حاصل ضرب الكتلة والسرعة والفضاء. والآن ها هو المبدأ، في

منتهى الحكمة، في منتهى الجدارة بالكائن الأسمى: عندما يحدث أي تغير في

الطبيعة، فإن كمية الفعل المستعملة لهذا التغير هي دائما الأدنى في الإمكان"

ليكتب معادلاته المعروفة باسم معادلات أولر-لافرانج سنة 1787 [7]:

$$(5) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0$$

مع ملاحظة أن هذه الكتابة صالحة إذا كانت كل القوى المؤثرة على النظام محافظة أي تساوي المشتقة الفضائية لدالة سلمية هي الطاقة الكامنة المعبرة عنها.

أدت صياغة لاغرانج لقوانين التحريك إلى تسهيلها وتعميمها في آن واحد. فلقد حولتها من معادلات شعاعية إلى معادلات سلمية وجعلتها تنطبق على الأنظمة متعددة الأبعاد. هذا التحول مكن من دراسة أنظمة معقدة واستخلاص حركياتها وتطوراتها المستقبلية. كان هذا الإستباق للأحداث أول جوانب الثورة العلمية التي أتت بها قوانين نيوتن، حتى قال لايبلاس سنة 1814 في كتابه عن فلسفة الاحتمالات [8]:

"يجب علينا أن نتصور الحالة الراهنة للكون كنتيجة لحالته السابقة وكسبب للتي ستليها. إن كائنا عاقلا إذا تمكن في لحظة ما من معرفة كل القوى المحركة للطبيعة والحالات المرافقة للكائنات التي تشكّلها، والواقع أنه إذا كان كبيرا بما يكفي لتقديم هذه البيانات للتحليل واحتضن في نفس الصيغة تحركات أكبر الأجسام في الكون وأصغر الأشياء المكوّنة لأخف ذرة: فإنه لن يكون هنالك شيء غير مؤكد بالنسبة إليه، والمستقبل والماضي من شأنه أن يكون موجودا في عينيه. و يُقدّم العقل البشري من خلال الكمال الذي أعطاه لعلم الفلك، صورة مصغرة عن هذا الكائن ذو الإدراك الكامل. ولقد وضعته إكتشافاته في الميكانيكا والهندسة، إلى جانب تلك المتعلقة بالجاذبية العامة، على مقربة من فهم الحالات الماضية والمستقبلية لنظام العالم في نفس العبارات التحليلية. بتطبيق نفس الأسلوب على بعض الأشياء الأخرى مما يعرفه، تمكّن من كتابة الظواهر الملاحظة على شكل قوانين عامة، و التنبؤ بتلك التي سوف تُعززها الظروف المتوافرة"

فكان الإعتقاد السائد آنذاك هو أنه لا يفصل بين الإنسان و الفهم الكلي للكون إلا صعوبة عملية فائقة في معرفة حالته بأدق تفاصيلها في لحظة ما. مهّد هذا الأمر لظهور قوانين الإنحفاظ في علم الحركيات.

ظهرت الكتابة الهاملتونية للمعادلات خلال السنوات 1827-1835 [9][10][11]، فاستعملت صورة دالة لاقرانج وفق تحويلات لوجندر [12] والمسماة دالة هاملتون $\mathcal{H}$:

$$(6) \quad \mathcal{H}(q_j, p_j, t) = \sum \dot{q}_j p_j - \mathcal{L}(q_j, p_j, t)$$

و أدخلت معها العزوم المعممة p_j :

$$(7) \quad p_j = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}$$

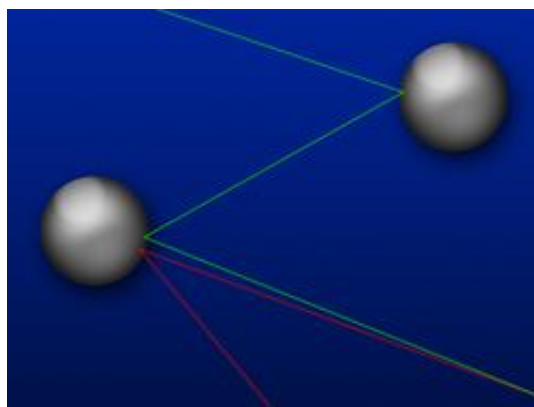
و أصبحت معادلات الحركة كالآتي:

$$(8) \quad \begin{cases} \dot{q}_j = \frac{dq_j}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_j} \\ \dot{p}_j = \frac{dp_j}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_j} \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = \frac{d\mathcal{H}}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} \end{cases}$$

حوّلت هذه الصياغة قوانين الحركة إلى معادلات تفاضلية من الدرجة الأولى بدلالة سلميات بعد أن كانت شعاعية و من الدرجة الثانية في صيغة نيوتن و سلمية من الدرجة الثانية كذلك في صياغة لاقرانج. و نتج عنها تسهيل لتطبيقاتها بحيث أصبحت تصلح في ميادين أخرى عديدة من الفيزياء كالبصريات التي وضع لها فرمات مبدأ أيسر السبل سنة 1657 [13] (و كان مبدأ الفعل الأصغري ورثا له).

عزّزَ هذا الأمر الاعتقاد السائد آنذاك أن الكون في مجمله و في تفاصيله قابل للإدراك الكامل لو أمكن الإحاطة بحالته بأدق تفاصيلها في لحظة زمنية ما، وكان التصور أن هذه الإحاطة التامة مستحيلة من الناحية التطبيقية فقط و ليس من الناحية النظرية. تجلّت هذه الإستحالة النسبية مع ظهور الفيزياء الإحصائية أواخر القرن التاسع عشر و بدايات القرن العشرين، و التي تتعامل مع أنظمة ذات عدد كبير من المكونات انطلاقا من خصائص هذه المكونات، و بالتالي مع عدد غير منته عمليا من الشروط الابتدائية المرتبطة بها (المواضع و السرعات) للتعبير عن حالة النظام ككل. و لقد استطاعت تجاوز هذه الصعاب باعتماد توزيعات رياضية تُمكن من حساب القيم المتوسطة لمختلف القيم. لكن الاعتقاد كان لا يزال أن الإستحالة تقنية فقط و ليست أصيلة.

ثم جاء پوانكاري وكتاباتة حول الأساليب الجديدة للميكانيكا السماوية [14][15] و بيّن أنه في بعض الحالات تكون حركة نظام مُكوّن من ثلاثة أجسام تؤثر بينهم قوة الجذب العام لنيوتن جد حساسة للشروط الابتدائية، بحيث لا يمكننا التكهن بحالته المستقبلية بصفة دقيقة. كان هذا مثالا عن أنظمة كثيرة لها نفس الحساسية الشديدة تجاه الشروط الابتدائية أطلق عليها إسم الأنظمة الحركية، و ابتكر لدراستها فكرة رسم نقاط تقاطع مداراتها في فضاء الطور الممثل للموضع و السرعة مع مساحة نختارها، و سُمّيت منذ ذاك مقاطع پوانكاري.



شكل (1): مثال لپوانكاري يبين نظاما شديد الحساسية للشروط الابتدائية

كما وضع پانلوفي في أواخر القرن التاسع عشر كذلك حدسية قال فيها أنه يمكن لجسم واقع تحت تأثير قوة الجذب العام لنيوتن أن يكتسب طاقة غير متناهية خلال فترة زمنية منتهية، و هذا نظرا لتباعد عبارة القوة عند مركز التأثير [16][17][18]:

$$(9) \quad \vec{F}_{Newton}(1 \rightarrow 2) = G \frac{m_1 \cdot m_2}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

و تم البرهان على هذه الحدسية في حالة نظام مكون من خمسة أجسام سنة 1992 [19].

كان ماكسويل قد سبق إلى هذه النتيجة حين تكلم عن السبب و النتيجة في كتابه المادة و الحركة سنة 1876 حيث يقول [20]:

" وهناك قول سائر آخر لا يجب أن نخلطه مع ما ذكر في بداية هذه المقالة، الذي

يؤكد "أن الأسباب المتماثلة تؤدي إلى آثار متماثلة". يكون هذا هو الحقيقة فقط

عندما لا تُنتج الاختلافات الصغيرة في الظروف الأولية سوى اختلافات صغيرة في

الحالة النهائية للنظام، ويتحقق هذا الشرط في العديد من الظواهر المادية. ولكن هناك حالات أخرى يمكن فيها لاختلاف طفيف في الشروط الأولية أن يؤدي إلى تغييرات كبيرة في الحالة النهائية للنظام، كما هو الحال عندما يسبب تحريك "نقطة" إلى انحراف قطار إلى طريق آخر بدلا من المكوث على مساره الأصلي" و نرى أن ماكسويل كان ينظر إلى الحساسية للشروط الابتدائية كتعبير عن ظواهر شاذة وأنها لا تمثل الحالة العامة.

استمر الأمر على هذه الحال إلى غاية ظهور الفيزياء الكمية في بدايات القرن العشرين ومعها مبدأ عدم التعيين لهايزنبرغ [21][22][23]، الذي ينص على أن الإرتياب في قياس أي قيمتين فيزيائيتين من أجل نظام ما عندما يكون في حالة كمية، يعطى بدلالة المبدل المعرف بالمؤثرين المرتبطين بهما حسب العلاقة:

$$(10) \quad \sqrt{\langle \phi | \hat{A}^2 | \phi \rangle - \langle \phi | \hat{A} | \phi \rangle^2} \cdot \sqrt{\langle \phi | \hat{B}^2 | \phi \rangle - \langle \phi | \hat{B} | \phi \rangle^2} \geq \frac{1}{2} |\langle \phi | [\hat{A}, \hat{B}] | \phi \rangle|$$

حيث تمثل الدالة المركبة $|\phi\rangle$ حالة النظام، ويرمز الجذر إلى الانحراف المعياري في فيزياء الكم (و الفيزياء الإحصائية) وهو المرادف للإرتياب في الفيزياء الكلاسيكية ولذا يعبر عنه بالرمز A .

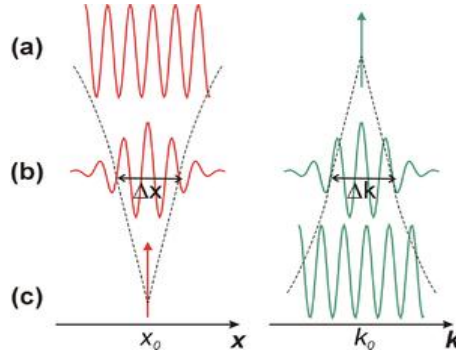
$\hat{A}$ و $\hat{B}$ هما مؤثران يمثلان المزيئات الفيزيائية A و B على التوالي (تسمى كل قيمة فيزيائية قابلة للقياس مرئية)، و يعرف المبدل بالعلاقة التالية:

$$(11) \quad [\hat{A}, \hat{B}]|\phi\rangle = \hat{A}\hat{B}|\phi\rangle - \hat{B}\hat{A}|\phi\rangle; \forall \phi$$

أول مثال على هذا المبدأ هو الذي يربط بين الإحداثية x وكمية الحركة المرتبطة بها p_x :

$$(12) \quad \Delta \hat{x} \cdot \Delta \hat{p}_x \geq \frac{1}{2} [\hat{x}, \hat{p}_x] = \frac{1}{2} \left[x, i \hbar \frac{\partial}{\partial x} \right] = \frac{1}{2} i \hbar$$

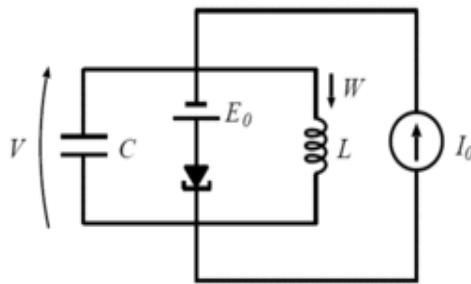
يتبين لنا من هذه العلاقة أنه لا يمكننا قياس الموضع والسرعة بدقة متناهية لكليهما لأن التناسب بينهما عكسي؛ أي أنه يستحيل نظريا معرفة الشروط الابتدائية بالدقة التي تحدث عنها لابلان في حتميته.



شكل (2): يمثل مبدأ عدم التعيين و العلاقة العكسية بين الإرتياب في قياس

الموضع x و العدد الموجي $k = p / \hbar$

إضافة إلى هذا بيّن بورن أن دالة الحالة المعرفة للنظام هي كثافة احتمال وأن مربعها هو الذي يعبر عن الإحتمال المصاحب لعملية القياس في فيزياء الكم [24][25]، و بالتالي لا يمكننا التنبؤ بتطور نظام كمومي ولا يسعنا إلا التكهن بالنتائج الممكنة بعد عملية القياس، و هذا عن طريق احتمال كل واحدة منها. كانت هذه الإستحالة النظرية هي الضربة القاسمة لحتمية لاپلاس بعد الإستحالة العملية المذكورة آنفا و المتأتية من التقييدات التجريبية أو الناتجة عن المحدودية التقنية. تزامنت هذه الضربة التي جاءت من فيزياء الكم مع نتائج من الدارات الكهربائية وجدها فان در پلوت عند دراسته للصمامات الثنائية تحت تأثير كمون دوري أواسط العشرينات من القرن الماضي [26][27][28].

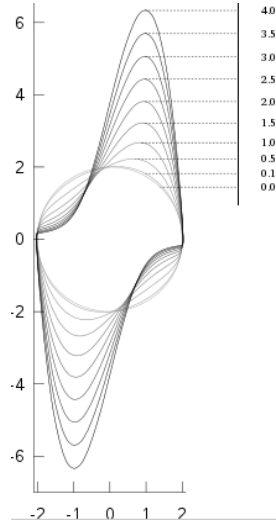


شكل (3): يمثل دائرة فان در پلوت

أظهر فان در پلوت أن الدارة السابقة ممثلة بمعادلة تفاضلية غير خطية (مجموع حلين من حلول المعادلة لا يعبر عن حل ممكن لها):

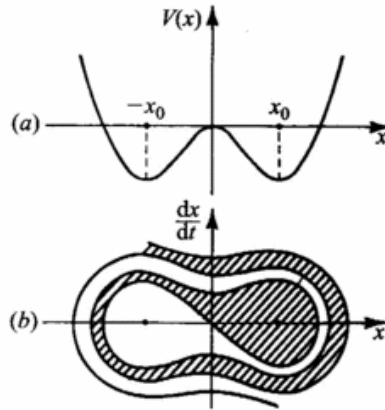
$$(13) \quad \ddot{x} + \epsilon(1 - x^2)\dot{x} + x = F \cos \omega_0 t$$

(ϵ معامل)، و أن حلها يتَّسم بعدم الإستقرار، و لكن المسارات في فضاء الطور تتراوح بين اضطراب و شبه استقرار، و تؤول عند الأزمنة الكبيرة إلى شكل تتزاحم عنده المدارات، و هو ما بات يعرف بعدها بالجاذب أو حوض الجذب (و يمثل مقطع پوانكاري المعبّر عن الظاهرة).



شكل (4): جاذب فان در بولوت و يستدير بتناقص ϵ

أبسط مثال على هذا الجاذب هو البئر الكموني المزدوج مع تواجد الإحتكاك المعروف بالكمون المبين في الشكل أدناه و الذي يمتلك توازنا غير مستقرا عند النقطة $x = 0, \dot{x} = 0$.

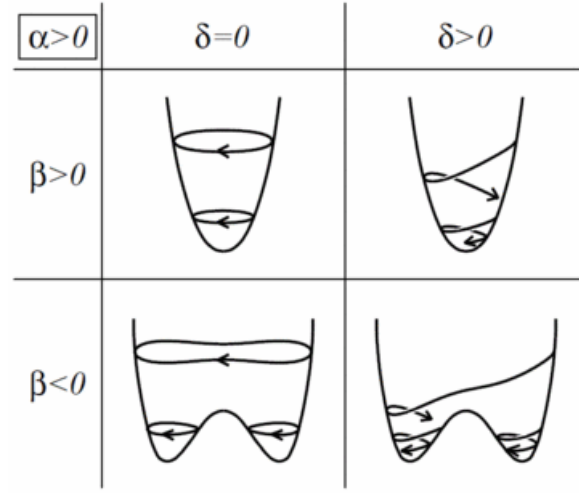


شكل (5): يعبر عن البئر الكموني المزدوج مع تواجد الإحتكاك و عن جاذبه

و جاءت عشرية الستينات من القرن الماضي أو عشرية الأنظمة الحركية، و بدأت مع دراسة يودا لمعادلات دوفين:

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + \beta x + \alpha x^3 = \gamma \cos \omega_0 t ; \delta \geq 0 \quad (14)$$

التي يمكن أن تعبر عن هزاز شبه توافقي و متخامد من أجل $\beta > 0$ أو قضيب حديدي تحت تأثير قطعتين مغناطيسيتين متقابلتين من أجل $\beta < 0$.



شكل (6): يمثل الطاقة $E(t)$ و المسارات لهزاز دوفين في فضاء الطور

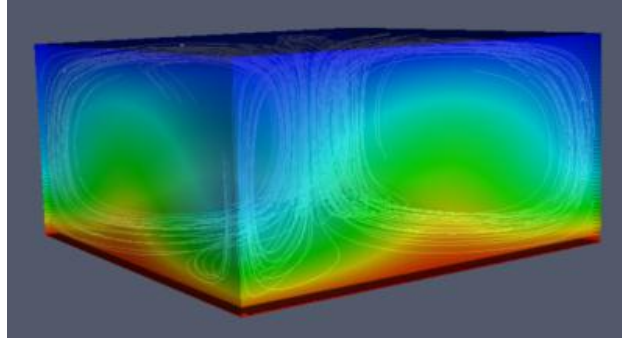
فقد بين يودا و زملاؤه سنة 1962، أن النظام يصبح غير مستقر في الحالة التي تكون فيها العوامل $\delta = 0,05 ; \beta = 0 ; \alpha = 1 ; \gamma = 7,5$ ويعبر عنه جاذب لقب بالياباني.



شكل (7): يمثل جاذب يودا أو الجاذب الياباني

كان هذا أول جاذب غريب و لكن الدراسات لم تُنشر إلا في سنوات السبعينات [29][30].

سنة 1963، درس عالم الأرصاد لورانتز معادلة رايليغ-بينار التي تدرس الحمل الحراري الناتج عن تسخين مائع من الأسفل [31].



شكل (8): يمثل الحمل الحراري في الموائع

و لقد اختار هذه المعادلة لصعوبة دراسة معادلات الطقس و قام بتقريبها على الشكل الموالي:

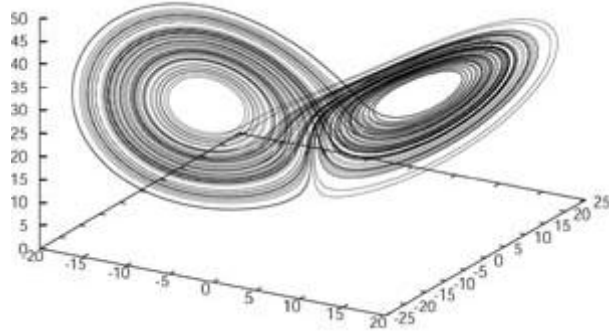
$$(15) \quad \begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = \rho x - y - xz \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases}$$

حيث يمثل x شدة الحمل الحراري و y هو الفرق في درجة الحرارة بين التيارات الصاعدة و النازلة و z يعبر عن التباين بين المخطط العمودي لدرجة الحرارة مع نظيره الخطي. أما المعاملات فهي معامل براندتل σ الذي يصف النسبة بين اللزوجة الحركية و النفاذية الحرارية و معامل راييليغ ρ الذي يعطي مساهمات مختلف الأساليب الممكنة لانتقال الحرارة. لاحظ لورانتز أن تغيير دقيقة في القيم الأولية للمتغيرات في نموذجته تؤدي إلى اختلاف في أنماط الطقس بشكل صارخ (خاصة من أجل $\rho = 28$)، وهذا حتى لو كانت قيمة التغيرات 10^{-6} [32]. لكن نتائجه بقيت مجهولة حتى كان يوم 29 ديسمبر 1972، حين قَدَّمَ محاضرة في الاجتماع 139 للجمعية الأميركية لتقدم العلوم في واشنطن بعنوان "التنبؤ: هل تُحدّد رفرفة أجنحة فراشة في البرازيل إعصارا في ولاية تكساس؟" [33]. أوضح هذا العنوان مفهوم الحساسية الشديدة أكثر من أي شيء مضى، ووافق هذا ما ذكره پوانكاري عن الطقس من قبل حين قال:

"لماذا يتضرع الناس إلى الله من أجل المطر و لا يتوجهون إليه لطلب خسوف؟"

لكن لورانتز آمن أن هذه التدخّلات الصغيرة لا تغير الحالة النهائية التي تحددها الفيزياء الحرارية، ولكنها ربما تؤثر على تسلسلها [33]:

"وبوجه أعم ، إنني أقترح أنه وعلى مر السنين، فإن الإضطرابات الضئيلة لا تؤثر لا بالزيادة ولا بالنقصان في وتيرة حدوث الظواهر الجوية المختلفة مثل الأعاصير، وأقصى ما يمكنها القيام به هو تعديل في تسلسل هذه الظواهر التي تحدث"



شكل (9): يمثل جاذب لورانتز

كان هذا الوصف لظاهرته جاذباً كما كان لمعادلاته جاذباً، وأحدث صدًى كبيراً في مختلف الدوائر العلمية. هكذا ظهر مفهوم العشوائية ليُعرّف مثل هذا السلوك، و أُدْخِل مع مفهوم الحساسية الشديدة للشروط الابتدائية في العديد من الاختصاصات كالإقتصاد و علوم الأرض و علوم الحياة والطب وحتى في علوم الاجتماع و دراسة التاريخ. يمكن للمرء هنا أن يستشهد بمقولة بنجامين فرانكلين:

"بسبب مسمار، فقدت الحدوة.

بسبب الحدوة، فقد الحصان.

بسبب الحصان، فقد الراكب.

بسبب الراكب، فقدت الرسالة.

بسبب الرسالة، خسرت المعركة.

بسبب المعركة، خسرت الحرب.

بسبب الحرب، فقدت الحرية.

كل هذا من أجل مسمار واحد."

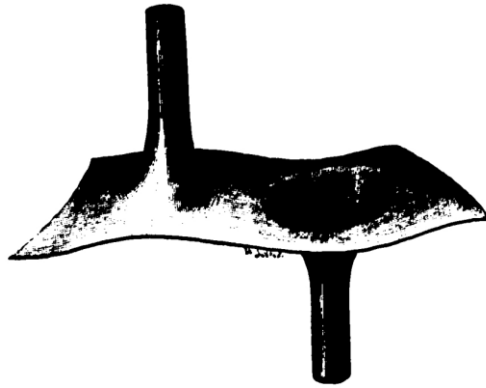
ولكن نذكر هنا كما بين كتاب الخدع الفكرية [34]، أنه يوجد خطأ في ربط هذه التأملات بتأثير الفراشة. في حالة تأثير الفراشة، فإن الاختلافات الكبيرة هي نتيجة للتغيرات الصغيرة جداً في

القيمة الابتدائية للمتغير الرياضي، وهذا رغم معرفتنا للمعادلات التي تسير الظاهرة. أما في حالة تسلسل الأحداث التاريخية، فإننا لا نملك القدرة على التنبؤ لأننا لا نعرف إطلاقاً معادلات التاريخ وبالمثل بالنسبة لعلوم الاجتماع. هذا ما أبدع في وصفه شاعر الحكمة زهير بن أبي سلمى في معلقته حين قال:

رَأَيْتُ الْمَنَايَا خَبَطَ عَشَوَاءَ مَنْ تُصَبِّ ثُمَّتُهُ وَمَنْ تُخْطِئُ يُعَمَّرَ فَيَهْرَمَ
وَأَعْلَمُ عِلْمَ الْيَوْمِ وَالْأَمْسِ قَبْلَهُ وَلَكِنِّي عَنْ عِلْمٍ مَا فِي غَدٍ عَمٍ

فبيّن أن الجهل بسنن الموت والحياة جعلنا نَظَنُّهَا عشوائية، وأوضح كذلك في نفس الوقت أن السعي وراء معرفة المستقبل كما يُعرف الماضي، أمر يتطلع إليه البشر منذ الأمد، وهو جوهر مفهوم الحركية.

بالتوازي مع هذه الدراسات من وجهة نظر الفيزياء، بدأت دراسة الأنظمة الحركية من جانب الرياضيات في عهد پوانكاري بدراسة هادامار للسطوح ذات انحناء سلمي [35]، فوجد ارتباطاً كبيراً بين المسار و الشروط الابتدائية. نقصد بالتوازي بين الدراسات الفيزيائية و الرياضية هنا عدم التقاطع أو الالتقاء مما جعلهما تسيران بمعزل عن بعضهما البعض و هذا ما أخر تطورهما.



شكل (10): مثال لهادامار سنة 1898 يبين مستو ذو انحناء سالب شديد

الحساسية للشروط الابتدائية [35]

تبعه بيرخوف في دراسته النقاط والمسارات ذاتية الدورية (هوموكلينيك) [36]، ومعه المدرسة الروسية المتمثلة في أعمال أونديرونوف وپونتيافين حول التشعُّبات والاستقرار الهيكلي [37]، ثم

نظرية كولوفوروف-آرنولد-موزر (إختصارا كام) من أجل الأنظمة الهاملتونية القابلة للمكاملة تقريبا [38][39][40]، حيث بينوا أنه في فضاء الطور وفي ظل انتظام مناسب وعدم انحطاط في القيم الذاتية، فإن معظم التتواءات (الأنابيب المفرغة) المستديرة (المعبرة عن كل زوج موضع-سرعة على حدة) تبقى (بمعنى قياس نظري) مستقرة (مع تشوهات صغيرة) في حالة الإضطرابات الصغيرة. ثم كان موعد سمال ودراسته للأنظمة الحركية من وجهة نظر علم المكان أو الطوبولوجيا [41][42] (يمكن الرجوع إلى كتابات هولمز للاستزادة في هذا الجانب [43][44]).

ننتقل الآن إلى الثورة الثانية التي أحدثتها نيوتن: التوحيد بين الظواهر. فقد بيّن أن حركة السقوط الحر وحركة القذيفة وحركة القمر حول الأرض، ما هي إلا صور متعددة لتأثير الجاذبية الأرضية على الأجسام فرّق بينها الاختلاف في الشروط الابتدائية [1]، وكانت قبلها تُعتبر ظواهر مستقلة. بعدها وُحّد ماكسويل بين الظواهر الكهربائية و المغناطيسية في نظريته حول الكهرومغناطيسية [45]، ثم بين البصريّات والكهرومغناطيسيات حين برهن أن سرعة الموجات الكهرومغناطيسية مساوية لسرعة الضوء [46] وقال عندها:

"يبدو أن الإتفاق بين النتائج يُظهر أن الضوء والمغناطيسية ظواهر لنفس المادة، وأن

الضوء ما هو إلا اضطراب كهرومغناطيسي ينتشر في المجال وفقا للقوانين

الكهرومغناطيسية"

وكانت الكتابة الأولى على شكل عشرين معادلة بعشرين مجهول، ثم طوّرها إلى الشكل الذي نعرف به لحد الآن باسم معدلات ماكسويل [47]:

$$(16) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$(17) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(18) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(19) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j}_s + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

فيعطى الحقلان الكهربائي $\vec{E}$ والمغناطيسي $\vec{B}$ بدلالة الكثافة الحجمية للشحن الكهربائية ρ و الكثافة السطحية للتيارات الكهربائية $\vec{j}_s$ مع إعتبار المعاملات التي تعبر عن السماحية الكهربائية ϵ

والنفاذية المغناطيسية μ للوسط. $\vec{\nabla}$ هو المؤثر الشعاعي الذي يعرف بنابلا و يعطى في المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بالعلاقة:

$$(20) \quad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

تبين المعادلة الثانية من معادلات ماكسويل أنه يمكننا كتابة $\vec{B}$ كدوران حقل (كمون) شعاعي:

$$(21) \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

و تصبح عندها المعادلة الثالثة (يتبادل الاشتقاق بالنسبة للفضاء عن طريق $\vec{\nabla}$ مع الاشتقاق بالنسبة للزمن):

$$(22) \quad \vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{0}$$

و عندها يمكننا كتابة العبارة بين قوسين في المعادلة كتدريج لحقل (كمون) سلمي:

$$(23) \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

مكّنت الكتابة بدلالة الكمونات من ملاحظة أن هذه الأخيرة لا تحدد الحقلين الكهربائي والمغناطيسي بصفة تامة، فباستعمال دالة سلمية كيفية Λ ، فإن الكمونين:

$$(24) \quad \phi' = \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$$

$$(25) \quad \vec{A}' = \vec{A} - \vec{\nabla} \Lambda$$

يُعرّفان نفس الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ الذّين يُحقّقان معادلات ماكسويل، أو نقول أن الزوجين $(\vec{A}, \phi)$ و $(\vec{A}', \phi')$ يؤديان إلى نفس الظاهرة أو نفس الفيزياء رغم اختلافهما في الكتابة؛ وهكذا ظهر مصطلح التحويلات العيارية ومعه مفهوم الثابتية العيارية أو صمود المعادلات وفق تغيير معين.

يمكن استعمال صياغة لاقرانج للتعبير عن التفاعلات السابقة كما يلي:

$$(26) \quad \mathcal{L} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 - e \vec{A} \cdot \vec{v} - e \phi$$

حيث تمثل e الشحنة و m الكتلة و $\vec{v}$ السرعة. إذا استخدمنا التحويلات العيارية، نجد أن التغيير العياري يضيف تكاملا تاما لدالة لاقرانج:

$$(27) \quad \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}_\Lambda = \mathcal{L} + e \frac{d\Lambda}{dt}$$

و هذا الأمر لا يغير معادلات أولر - لافرانج التي تعطي عبارة قوة لورانتز المؤثرة على الشحن:

$$(28) \quad \vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$$

يمكننا استعمال الكتابة بواسطة الإحداثيات المعممة ونظيراتها العزوم المعممة و كتابة كل من دالتي لافرانج وهاملتون بواسطتها:

$$(29) \quad \mathcal{L} = \frac{1}{2m} \vec{p}^2 - e\vec{A} \cdot \vec{p} - e\phi$$

$$(30) \quad \mathcal{H} = \frac{1}{2m} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + e\phi$$

فلاحظ أن الحد بين قوسين في عبارة الهاملتوني يلعب دور العزم المعمم عند تواجد الحقل.

نذكر هنا أن الاعتقاد بأن معادلات ماكسويل يجب أن تبقى صامدة في كل المعالم القاليلية (المثلة للأنظمة الحرة أو غير الخاضعة لأي تأثير خارجي) هو الذي أدى بيوانكاري إلى وضع تحويلات الإحداثيات التي سماها بتحويلات لورانتز [48]. وكذلك فعل آينشتاين حين انطلق من مبدأ أن قوانين الفيزياء صامدة مهما كانت سرعة المراقب القاليلي الذي يدرس الظاهرة، ووضع بذلك نظرية النسبية الخاصة [49]، وكانت أساسا محاولة منه لتوحيد قوانين الميكانيك و الكهرومغناطيسيات.

كان بييل أول من تكلم عن الثابتية و لكنها في بداية الأمر كانت صمودا يتعلق بسلم الطول الذي اعتبره متغيرا حركيا، و هذا أيضا في محاولة منه لتوحيد نسبية آينشتاين و النظرية الكهرومغناطيسية [50].

سنة 1926 ومن ملاحظة استغلال هاملتون مبدأ الفعل الأصغري للتوحيد بين قوانين البصريات والحركات، وضع شرودينجر معادلته المعبرة عن حركات (تطور حالات) فيزياء الكم [51]:

$$(31) \quad \hat{\mathcal{H}}\psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi$$

و التي فسّر بها الظواهر الذرية آنذاك، و كانت هذه الكتابة مكافئة للفيزياء المصفوفية لهايزنبرغ المعرفة من مبدأ عدم التعيين.

يمثل $\hat{\mathcal{H}}$ مؤثر الهاملتوني و يكتب انطلاقا من دالة هاملتون الكلاسيكية مع استعمال التبديلات:

$$(32) \quad \begin{cases} q \rightarrow \hat{q} \equiv q \\ p \rightarrow \hat{p} \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial q} \end{cases}$$

فإذا اعتبرنا مثلا الكمون الكهرومغناطيسي الشعاعي فقط و كتبنا الهاملتوني، نجد:

$$(33) \quad \mathcal{H} = \frac{1}{2m} (\bar{p} + e\bar{A})^2$$

ثم استعملنا لإجراء التحويلات مؤثرا واحديا ($U^+U = UU^+ = 1$) نُعرِّفه بدلالة دالة الثابتية بالعبارة:

$$(34) \quad U = e^{ie\Lambda/\hbar}$$

فإنه يلاحظ أن معادلة شرودنجر تبقى صامدة وفق التحويلات:

$$(35) \quad \begin{cases} \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}_\Lambda = U \mathcal{H} U^+ \\ \psi \rightarrow \psi_\Lambda = U \psi \end{cases} \Rightarrow \hat{\mathcal{H}}_\Lambda \psi_\Lambda = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_\Lambda$$

مع ملاحظة أن دالتي الحالة الأصلية و تلك الناتجة عن التحويل تعبران عن نفس الفيزياء، و هذا راجع إلى تفسير بورن لدالة الحالة ككثافة احتمال و بالنظر إلى عبارة مؤثر التحويل:

$$(36) \quad \langle U\psi | U\psi \rangle = \langle \psi | U^+U | \psi \rangle = \langle \psi | \psi \rangle$$

كوّنت التحويلات العيارية السابقة أول زمرة من نوع زمر لي التي تستعمل كثيرا في الفيزياء الحديثة [52][53][54]. هذه الزمرة هي الزمرة التبديلية للأعداد المركبة التي طوّلتها الوحدة مرفقة بعملية الضرب، أو ما يعرف بالزمرة الدائرية $U(1)$ (جمع الزوايا ضمن المجال $[2\pi, 0]$). مع هذه الزمرة بدأ عهد النظريات العيارية.

يمكن قول نفس الشيء عن معادلة كليلين-فوردن التي تصف الفيزياء الكمومية في إطار النسبية الخاصة، فهي كذلك صامدة بالنسبة لنفس الزمرة [55]:

$$(37) \quad \left(\vec{\nabla}^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi = \partial_\mu \partial^\mu \psi = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi$$

حيث يتم الجمع على المعاملات المكررة كما هو الإصطلاح في الكتابة النسبية التي وُحِّدَتْ بين الإحداثيات وأوجدت مفهوم الزمكان:

$$(38) \quad \partial_\mu \partial^\mu = \partial_j \partial^j - \partial_0 \partial^0 = \partial_1 \partial^1 + \partial_2 \partial^2 + \partial_3 \partial^3 - \partial_0 \partial^0$$

حيث يعبر الرمز j عن إحداثيات المكان و 0 عن إحداثية الزمن.

وضع بعدها ديراك معادلته التي وحدت النسبية الخاصة و الفيزياء الذرية بطريقة غاية في الدقة و الجمال [56]، ثم وضع أول أساس لنظرية الحقول أو التكميم الثاني ومعها الكتابة اللاقترانجية للفيزياء الكمومية [57]. ومهّد بذلك الطريق لوضع أول نظرية عيارية مبنية على الزمرة الدائرية $U(1)$ وأواخر الخمسينات، وهي نظرية حقول كمية خاصة بالكهرومغناطيسية طوّرها كل من فاينمان و طوموناغا و شوينغر و سميت الكهروديناميكا الكمومية [58-65].

يعطى لاقترانجي هذه النظرية بالعلاقة:

$$(39) \quad \mathcal{L} = \bar{\psi} (i \gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

حيث γ^μ هي مصفوفات ديراك المعرفة بالعلاقة:

$$(40) \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu} I$$

I هي مصفوفة الوحدة 4×4 و $\eta^{\mu\nu}$ هي متريّة مينكوفسكي أو المصفوفة القطرية المربعة $(-, +, +, +)$. $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$ هو مرافق ديراك للحقل السبينوري الرباعي ψ الذي يُعبّر عن جسيمات المادة المتفاعلة. أما D_μ فهو المشتق العياري، ويعرف بدلالة المشتق العادي والشعاع الرباعي للكمون A_μ :

$$(41) \quad D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu ; A_\mu \equiv (\phi, \vec{A})$$

$F_{\mu\nu}$ هو مؤثر الحقل المغناطيسي وتعرفه العلاقة:

$$(42) \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

بتعويض هذه العبارات في اللاقترانجي و استعمال الكتابة الرباعية لمعادلات أولر-لاقترانج:

$$(43) \quad \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \chi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \chi} = 0$$

و يُمثَّل χ إما حقول المادة ψ أو حقول التفاعل A_μ . بتعويض عبارة اللافراجهي في المعادلة السابقة نجد المعادلات الحركية للنظرية:

$$(44) \quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = e\gamma_\mu A^\mu \psi$$

$$(45) \quad \partial_\mu F^{\nu\mu} = e\bar{\psi}\gamma^\mu \psi$$

ولقد تكلم عن النظرية أحد آباءها المؤسسين ريتشارد فاينمان، فوصفها بأنها "جوهرة الفيزياء" نظرا لتفسيراتها الدقيقة للغاية لكميات مثل العزم المغناطيسي الشاذ للإلكترون وتحول لامب ومستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين، وكانت مستعصية على الفهم في فيزياء الكم العادية.

أصبح الدور الآن على التفاعلات الضعيفة المسؤولة عن الإنشطارات الإشعاعية $\beta^\pm$ والتي تصف التحولات بين جسيمتي البروتون والنيوترون. كان من المعروف في الخمسينات أن تحويلات الحقول المعرفة لهاذين الجسيمين تعطى بدلالة مصفوفة واحدة للأعداد المركبة ذات محدد يساوي الوحدة. تمثل هذه المصفوفات زمرة غير تبديلية رمزها $SU(2)$ ، و لأنها مكافئة في شكلها للدوران في الفضاء المعبر عن السبين، سمي التناظر الخاص بها الأيزوسبين (أو السبين المتماثل). طرح كل من يانغ و ميلس سنة 1954 فكرة كتابة تحويلات محلية للأيزوسبين [66]، و استلهموا الفكرة من طريقة الانتقال من النسبية الخاصة إلى العامة في أعمال آينشتين حول الجاذبية. فكتبوا حد التفاعل العياري في اللافراجهي والمشتق العياري الصامد بدلالة مولدات الزمرة T^a الثلاث متناسبة عبر i مع مصفوفات پاولي و معامل الإقتران g كما يلي:

$$(46) \quad \mathcal{L} = \frac{1}{4} F^{\mu\nu a} F_{\mu\nu a} + \sum_q \bar{q} (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) q$$

$$(47) \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$(48) \quad D_\mu = \partial_\mu + igT^a A_\mu^a$$

ولقد استعملوا نفس وصفات الكهروديناميكا الكمية مع فارق بسيط هو أننا نتعامل هنا مع مصفوفات بدل أعداد (المعاملات اللاتينية abc تعبر عن الأيزوسبين وتأخذ القيم من 1 إلى 3).

و تنتج عندها معادلات الحركة الآتية:

$$(49) \quad \partial^\mu F_{\mu\nu}^a + gf^{abc} A^{\mu b} F_{\mu\nu}^c = (D^\mu F_{\mu\nu})^a; F_{\mu\nu} = T^a F_{\mu\nu}^a$$

نظرا لتأثر حقول التفاعل بالتفاعل فإن هذه المعادلات غير خطية، وهذا يجعلها غير قابلة للمكاملة عكس الكهرومغناطيسية أين لا يحمل الفوتون أي شحنة كهربائية. الأمر الثاني الذي يعتبر مشكلة في هذه النظرية هو كون حقول التفاعل عديمة الكتلة مما يفترض أنها تسير بسرعة الضوء كالفوتونات وأن التفاعل الضعيف بعيد المدى، وهذا ما يعارض النتائج التجريبية. نذكر هنا أن باولي وجد نفس النظرية سنة 1953 ولكن لم ينشرها لهذا السبب [67].

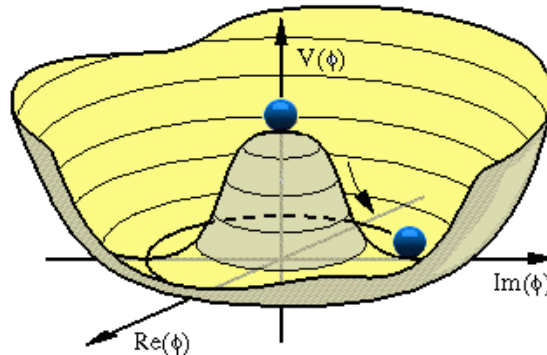
جاء حل هذه المشكلة من تفسير الناقلية الفائقة الذي وضعه لانداو وفينزيرف سنة 1950 [68] وطوّرها فوركوف سنة 1959 [69]. في هذه النظرية، أُستعمل الهاملتوني التالي:

$$(50) \quad \mathcal{H} = \int d^3x \left[\frac{1}{2m} D\phi^* D\phi + V(\phi) \right]; D\phi = \vec{\nabla}\phi - 2ie\vec{A}\phi$$

يعبر الحقل ϕ في هذا الهاملتوني عن زوج من الإلكترونات متعاكسة السبين (ثنائية كوبر) و لذا فشحنته $2e$. يمتلك هذا الهاملتوني تناظر $U(1)$. عند الإقتراب من درجة الحرارة الحرجة T_c التي تظهر معها الناقلية الفائقة ويسري التيار الكهربائي عندها دون مقاومة، يعطى الكمون حسب نشر تايلور كالاتي:

$$(51) \quad V(\phi) = \alpha\phi^*\phi + \frac{1}{2}\beta(\phi^*\phi)^2$$

يُكتب الكمون بدلالة طويلة الحقل ϕ الحقيقية فقط لأن الحقل مركب، وتتعلق العوامل α و β بدرجة الحرارة. يغير α إشارته عندما تكون $T_c > T$ و يصبح للكمون شكل القبة المكسيكية.



الشكل (11): كمون القبة المكسيكية (صنبريرو)

يتبين لنا أن القيمة الدنيا للكمون هي $\phi^*\phi = -\alpha/\beta$ بدل الصفر كما يوضحه شكل الكمون، وعندها ينكسر التناظر العياري تلقائياً ويكتسب الحقل كتلة من علاقة الحد الأدنى السابقة مع بقاء طوره كفيفا (لا يمكن التكهن بالحالة الممثلة بالرقم (2) في الشكل قبل حدوثها لأن كل نقاط الدائرة المعبرة عن القعر متكافئة)؛ فالتوازن عند القمة غير مستقر و حالات القعر الممكنة شديدة الحساسية للشروط الابتدائية.

سوف لن نفصل في التطورات اللاحقة لأنها تتطلب كتباً لوحدها ولكن نذكر أن آلية الإنكسار التلقائي للتناظر استعملت لتوليد الكتل لحقول يانف-ميلس ابتداءً من عمل نامبو وفولدستون [70][71] بداية الستينات حيث كان اللاقراحي شبيهاً بعبارة لاندو-فينزبرغ وكذلك الأمر بالنسبة لعبارة الكمون $(\alpha \rightarrow m^2, \beta \rightarrow \lambda)$. ثم بعدها ببضع سنوات وفي مجموعة من الأعمال المستقلة عن بعضها البعض، وهو ما يُعرف بآلية إنفلرت-بروت-هيفز-فورالنيك-هاغن-كيل [72-78]، وكانت تسمى باسم هيفز فقط. بهذه الآلية، تمكن كُلاً على حده من التخلص من البوزونات عديمة الكتلة المسماة بوزونات نامبو-فولدستون التي تظهر مع كل انكسار للتناظر، وهذا باحتوائها على شكل كتل في الحقول التي كانت عديمة الكتلة في الأصل، وتؤكد هذه الآلية جسيمة تسمى جسيمة الهيفز أو الهيفز اختصاراً.

واستمر البحث عن التوحيد، فظهرت النظرية الكهروضعيفة من أعمال فلاشو وواينبرغ وعبدالسلام خلال الستينات مستعملةً كل من الإنكسار التلقائي للتناظر وآلية هيفز في إطار الزمرة $SU(2) \times U(1)$ لتوحيد التفاعلات الكهرومغناطيسية والتفاعلات الضعيفة في نفس النظرية [79][80][81]؛ تبيّن عندها أن هذين التفاعلين، اللذين يبدو أن لنا مختلفان جداً، يُعبرّان عن الشيء ذاته عندما تتجاوز الطاقات الحد 100GeV ، وأن هذا الاختلاف الظاهري ناتج عن كوننا كنا ندرس المستويات الطاقوية الأدنى أي أننا نعيش في قعر كمون القبة المكسيكية.

ثم جاء دور التفاعلات القوية التي تربط بين جسيمات النواة الذرية والتي بدأت مع الخمسينيات حين اكتشفت فيزياء الجسيمات التجريبية عدداً كبيراً ومتزايداً من جسيمات سميت هادرونات، وبدا أنه لا يمكن لهذه الجسيمات أن تكون كلها أساسية مع هذا العدد الكبير المتوافر منها. أولاً،

تم تصنيفها حسب الشحنة والأيزوسبين من طرف ويغنر وهازنبرغ، ثم وفقا للغرابة التي وضعها جيلمان ونيشيجيما في 1953 [82]. بعدها، أي سنة 1961، تم فرز الهادرونات إلى مجموعات لها خصائص وكتل متماثلة باستخدام طريقة الثمانيات من قبل جيلمان ونيمان [83]. ثم صَحَّح جيلمان وتسفايف [84][85][86] النهج الذي اتبعه في وقت سابق ساكاتا عام 1963 حين اقترح أنه يمكن تفسير هيكل مجموعات الهادرونات بوجود ثلاث نكهات من جسيمات أصغر داخلها هي الكواركات [87]. نتجت عن هذه النظرية ثلاث شحنات جديدة سُميت ألوانا بأسماء الألوان الأساسية الأحمر والأزرق والأخضر. وُئيت النظرية العيارية لهذه التفاعلات كنظرية يانغ-ميلس على شاكلة الكهروديناميكا الكمية ولكن باستعمال الزمرة $SU(3)$ بدل $SU(2)$ ، ولذا سميت بالديناميكا الصبغية الكمية لارتباطها بشحنة اللون [88].

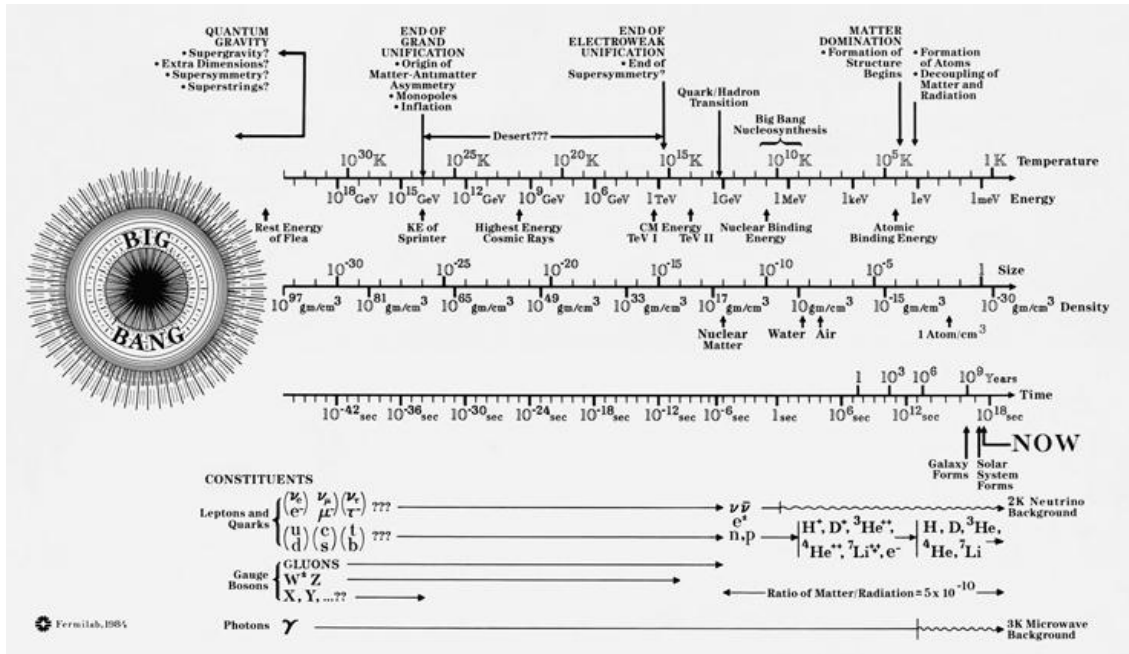
مكّن هذا التماثل في وصف التفاعلات الكهرومغناطيسية والنوية الضعيفة والنوية القوية بدلالة النظريات العيارية من توحيد هذه التفاعلات في نظرية واحدة هي النموذج المعياري. أتم هذا الأمر وصف الجسيمات الأولية بخصائصها من كتلة وشحنة وسبين، وقد وافقت التجارب جُلَّ القيم التي يعطيها هذا النموذج كما وجدت كل الجسيمات المفترضة فيه (عدا جسيمة الهيگز)، وكان آخرها نوترينو الطاو سنة 2000 [89].

Quarks	2.4 MeV $\frac{2}{3}$ u up	1.27 GeV $\frac{2}{3}$ c charm	171.2 GeV $\frac{2}{3}$ t top	0 0 1 Y photon
	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ b bottom	0 0 1 g gluon
	< 2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ V _e electron neutrino	< 0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ V _μ muon neutrino	< 15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ V _τ tau neutrino	91.2 GeV 0 1 Z weak force
Leptons	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e electron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ muon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ tau	80.4 GeV ±1 1 W weak force
				Bosons (Forces)

الشكل (12): جسيمات النموذج المعياري بقيم الكتلة و الشحنة و السبين

رغم كل النجاحات التي حققها النموذج المعياري تجريبيا إلا أنه يشكو من نقائص جوهرية نذكر منها أنه:

- يتكون من تركيب للزمر بدل زمرة واحدة؛
 - يحتاج إلى 19 معاملا كيفيا تُحدَّد قيمها باليد؛
 - لا يفسر التباين الحاصل بين كتل مختلف مكوناته و لا بين ثوابت الإقتران المتواجدة فيه و هو ما يسمى مشكل الهرمية و مشكل الطبيعة؛
 - لا يفسر كتل النيوترونات و لا ظاهرة الإهتزازات الخاصة بها أي التغير في طبيعتها حين يتحول مثلا النيوترون الإلكتروني إلى نظيره الميوني أو الطاوني؛
 - لا يفسر بعض ظواهر النموذج المعياري الكوني كالمادة المظلمة والطاقة السوداء؛
- وهو أساسا لا يشبع رغبتنا في التوحيد إذ لا يشمل تفاعل الجاذبية. يشكل كتاب فاينبرغ "النظرية الكمية للحقول" مرجعا شاملا في النظريات العيارية [90]، ونوصي به لكل من يريد الإطلاع على التفاصيل التاريخية أو النظرية أو التطبيقية لهذا المجال.



الجدول (1): يوضح تطور خصائص الكون (درجة حرارة وطاقة وأبعاد وكثافة وعمر) من فترة

الإنفجار العظيم إلى الوقت الحالي مع التفاعلات المسيطرة في كل فترة

بعد هذه الجولة في مفاهيم وتاريخ الأنظمة الحركية و النظريات العيارية نتكلم عن ما نود تقديمه في هذه الأطروحة. يتمثل عملنا في جانبين:

أولهما: هو بناء نظرية عيارية تكون امتدادا للنموذج المعياري. واخترنا توسيع النموذج من الجهتين الجسيمية والزمكانية على السواء، متبعين في هذا الأمر مبدئي التوحيد والتعميم.

يكون التوحيد بين الفرميونات، أو الجسيمات التي سبينها نصف صحيح وتتبع إحصاء فيرمي-ديراك، وبين البوزونات التي سبينها عدد صحيح وتتبع إحصاء بوز-آينشتاين، لأنه من المؤكد أن هذه الجسيمات لم توجد على هذا الشكل الذي نراه الآن إلا بعد أن انخفضت كثافة الطاقة في الكون نتيجة لتوسعه، وأنها أصلا كانت مادة واحدة (ونقصد بالمادة المكمّون). هذا بالنسبة إلينا طبيعي وهو شبيه بالتوحيد الحاصل بين التفاعلات عند الطاقات العالية سواء في النظرية الكهروضعيفة أو في النموذج المعياري. هذا هو جوهر نظرية التناظر الفائق التي سنتمدها.

أما الجانب الزمكاني فهو اعتماد نظرية الهندسة غير التبديلية للزمكان، لأننا نرى فيها تعميما لعلاقات هايزنبرغ التي أسست لمبدأ عدم التعيين. هذه العلاقات بيّنت أن الجداء غير تبديلي بين المؤثرين المعبرين عن أي إحداثية مُعمّمة وعن العزم المرافق لها في فيزياء الكم، بعد أن كان الجداء آبليا في الفيزياء الكلاسيكية. نُعمّم في عملنا هذه الخاصية غير التبديلية لتصبح بين مؤثرات الزمكان فيما بينها.

كما هو الحال بالنسبة لنظرية التناظر الفائق التي تتجلى في مجال الطاقات العالية، فإن خاصية عدم التبادل بين الإحداثيات تظهر كذلك عند هذه الطاقات، لذا سوف نُركّب بين التوحيد المعبر عن الأولى والتعميم الممثل للثانية لبنى نظرية عيارية جديدة هي النموذج المعياري الأصغر فائق التناظر وغير التبديلي. يتم هذا في الفصل الثاني من هذه الرسالة.

ثانيهما: هو محاولة تطبيق مفهوم الأنظمة الحركية في الفيزياء الكمومية سواء كانت تكميما أولا أي نظرية الكم العادية (إن أمكن القول)، أو كانت تكميما ثانيا أي نظرية الحقول الكمية. وهذا هو محتوى الفصلين الثاني و الثالث من هذه الرسالة.

سوف ندرس في الفصل الثاني تأثير الهندسة غير التبديلية على أكثر الأنظمة الذرية بساطة ودراسة ودقة؛ إنه ذرة الهيدروجين الذي يُعدُّ مثالا عن النظرية العيارية الآبلية المسماة الكهروديناميكا. ونستعمل هذا النظام لأننا نود مقارنة نتائجنا بما يأتي من التجارب. سوف نرى أن المعامل الذي يعبر عن الخاصية غير التبديلية يدخل اضطرابا صغيرا على طيف الطاقة لذرة الهيدروجين وأنه إذا تجاوز قيمة محددة أضحت الذرة غير مستقرة.

وندرس في الفصل الثالث نظرية عيارية كمومية غير آبلية من نوع يانف-ميلس، والتي تمت دراسة نظيرتها غير الكمومية، ندرسها كنظام حركي محاولين بذلك النظر إلى عشوائيتها المحتملة.

الفصل الثاني:

النموذج المعياري الأصغري

فائق التناظر

في إطار

الهندسة غير التبديلية

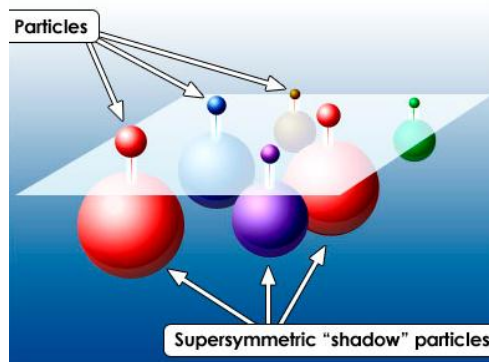
لَعَلَّكُمْ تَذَكَّرُونَ ﴿٤٩﴾ وَمِنْ كُلِّ شَيْءٍ خَلَقْنَا زَوْجَيْنِ

الآية 49 من سورة الذاريات

الباب الأول: المقدمة

ذكرنا في المقدمة العامة أن النموذج المعياري للتفاعلات الفيزيائية (عدا الجاذبية) بدأ بناؤه حين طبق كل من واينبرث وعبد السلام [80][81] آلية هيغز على الدراسة التي قام بها فلاشو في الربط بين الكهرومغناطيسية والتفاعلات النووية الضعيفة [79] وهذا في إطار الزمرة $U(1) \times SU(2)$. ثم جاء دور التفاعلات القوية التي تربط بين جسيمات النواة الذرية والتي وضعت لها نفس الوصفة لكن في إطار الزمرة $SU(3)$ ، و هذا وفقا للغرابة التي وضعها جيلمان ونيشيجيما [82]. و أن هذا التماثل في وصف التفاعلات الكهرومغناطيسية والنووية الضعيفة والنووية القوية بدلالة النظريات العيارية، مكن من توحيدها من خلال الزمرة المركبة $U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_C$ في نظرية واحدة هي النموذج المعياري. أتم هذا وصف الجسيمات الأولية بخصائصها من كتلة وشحنة وسبين، وقد وافقت التجارب جل القيم التي يعطيها هذا النموذج، كما وجدت كل الجسيمات المفترضة فيه (عدا جسيمة الهيغز).

ورغم كل النجاحات التي حققها النموذج المعياري تجريبيا إلا أنه يشكو من نقائص جوهرية، ذكرنا بعضها حينئذ. وقلنا أنه أساسا لا يشبع رغبتنا في التوحيد إذ لا يشمل تفاعل الجاذبية. لذا سوف نقدم في هذا الفصل إحدى التوسيعات الممكنة لهذا النموذج وهي نظرية التناظر الفائقة.



الشكل (13): الجسيمات و نظائرها الفائقة

سوف يكون مرجعنا الأساسي فيما يلي كتاب فاينبرث [90] حين لا نُحدّد ذلك.

ظهرت بوادر نظرية التناظر الفائق لما حاول العلماء توسيع زمرة پوانكاري التي تصف تحويلات الدوران والإنسحاب والدفع في الفضاء الزمكاني رباعي الأبعاد، والمعرفة بالعلاقات:

$$(52) \quad [P^\mu, P^\nu] = 0$$

$$(53) \quad [J^{\mu\nu}, P^\kappa] = P^\mu \eta^{\nu\kappa} - P^\nu \eta^{\mu\kappa}$$

$$(54) \quad [J^{\mu\nu}, J^{\kappa\tau}] = J^{\mu\tau} \eta^{\nu\kappa} - J^{\nu\tau} \eta^{\mu\kappa} - J^{\mu\kappa} \eta^{\nu\tau} + J^{\nu\kappa} \eta^{\mu\tau}$$

حيث تمثل المؤثرات P^ν تحويلات الإنسحاب وتعبر $J^{\mu\nu}$ عن تحويلات الدوران والدفع في الفضاء، أما $\eta^{\nu\kappa}$ فهو مترية مينكوفسكي. تُعبّر كل هذه التحويلات عن تناظرات بوزونية. لكن إذا رجعنا إلى نظرية ديراك للفيزياء الكمية النسبية، فإنها تصف الفيرميونات (كإلكترونات الذرة) في زمكان النسبية الخاصة وهذا بإدخال مفهوم السبينورات الرباعية أو أشعة الحالة المكوّنة من أربع دوال حالة للفيرميون والفيرميون المضاد. لهذا سعى كل من فولفند و ليختمان إلى توسيع الجبر ليشمل هذه السبينورات بإدخال مؤثر الشحنة الفائقة المعرف كما يلي [91]:

$$(55) \quad Q|boson\rangle = |fermion\rangle$$

$$(56) \quad Q|fermion\rangle = |boson\rangle$$

$$(57) \quad [P^\mu, Q_a] = [P^\mu, \bar{Q}_a] = 0$$

$$(58) \quad \{Q_a, Q_b\} = \{\bar{Q}_a, \bar{Q}_b\} = 0$$

$$(59) \quad \{Q_a, \bar{Q}_b\} = 2\gamma_{ab}^\mu P^\mu$$

وكذلك فعل جارفي وصاكيوتا و قبل هذا فولكوف و أكيلوف [92][93]، ولكن هذه الشكلية لم تُطبّق مباشرة على مسائل فيزياء الجسيمات الأولية. في نفس الوقت وبالتوازي، ظهر مفهوم التناظر الفائق في دراسة الأوتار في أول نسخها كما ذكر ذلك شوارتز في مقدمة مقاله المعنون "الأصول التوتية للتناظر الفائق" [94]:

"كانت لنظرية الأوتار التي أدخلت في أوائل عام 1971 من قبل رامون و نوفو و أنا،

تناظرا فائقا في عالم ثنائي الأبعاد. هذه النظرية، التي شُيّدت في نفس الوقت تقريبا

من طرف فولفند و ليختمان، حول الجبر الفائق رباعي الأبعاد لپوانكاري، مما دفع

فايس و زومينو لبناء نظريات المجال فائقة التناظر في فضاء ذو أربعة أبعاد، حدّسَ

فليوزي و شرك و أوليف التناظر الفائق للزمكان في نظرية الأوتار في عام 1976،
الأمر الذي أثبتته بعد مرور خمس سنوات قرين و أنا"

وَأُدخل التناظر الفائق قبل هذا وسط الستينات من القرن العشرين في دراسة لهيروناري ميازاوا تتعلق
بالمادونات [95][96]. ثم تم طرحه بداية السبعينات من قبل فايس و زومينو كأبسط فعل لحقل
سلمي مركب و عدم الكتلة [97]:

$$(60) \quad \mathcal{L} = -(1/2) \left[(\partial S)^2 + (\partial P)^2 + \bar{\psi} \partial^\mu \gamma_\mu \psi \right]$$

حيث S حقل سلمي و P حقل سلمي زائف و ψ هو سبينور ديراك الرباعي. هذا اللاقراحي
صامد وفق التحويلات المعرفة حسب المعامل السبينوري الثابت ϵ التالية:

$$(61) \quad \delta_\epsilon S = \bar{\epsilon} \psi$$

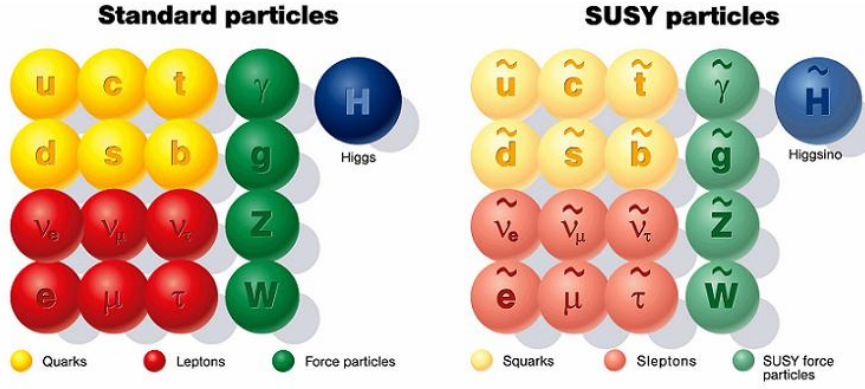
$$(62) \quad \delta_\epsilon P = \bar{\epsilon} \gamma_5 \psi$$

$$(63) \quad \delta_\epsilon \psi = \partial^\mu \gamma_\mu (S + P \gamma_5) \epsilon$$

$\gamma_5 = i \gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3$ هو مؤثر عدم التناظر المرآتي). توالى بعدها النماذج المعيرة عن هذا التناظر
الفائق، وهذا رغبة في حل الشذوذ الذي يتواجد في النموذج المعياري وخاصة مشكل الهرمية أو
التباين الحاصل بين كتل مختلف مكوناته ومشكلة المادة المظلمة الكونية.

أبسط نموذج يُوسّع النموذج المعياري هو الذي وضعه جورج و ديموبولوس سنة 1981، ويتمثل
في إدخال مرافق لكل جسيمة في النموذج المعياري وإضافة ثنائية هيغز واحدة واستعمال شحنة
فائقة وحيدة، لذا سمي النموذج المعياري الأصغر فائق التناظر (أو الأدنى) [98]. ولقد تم البرهان
سنة 1991، لما قيست قيم ثوابت الربط العيارية للتفاعلات الثلاث، أن هذا النموذج يعطي
توحيدا دقيقا لهذه الثوابت عند حدود الطاقة 10^{16} GeV مما عزّز مكانته، عكس النموذج المعياري
الذي لا يمكن مثل هذا التوحيد.

و كذلك تبين أن جعل التحويلات في هذا النموذج محلية بدل أن تكون شاملة، يُدخل الجاذبية
بصفة تلقائية، مما يفتح آفاق إمكانية توحيد هذه التفاعل مع بقية عائلة التفاعلات؛ تسمى عندها
النظرية بالجاذبية الفائقة. و خفّضت هذه الصياغة عدد عوامل النظرية الكيفية اللازمة إلى 5 بدل
19 المتواجدة في النموذج المعياري العادي، و هذا أيضا تطور في معالجة هذا الإشكال.



الشكل (14): يمثل جسيمات النموذج المعياري الفائق الأدنى

ما زال التناظر الفائق يشكل جزءا حيويا و هاما في أي نظرية مقترحة مستقبلية للفيزياء في وقتنا الحالي، فهو مثلا سمة من سمات معظم نسخ نظريات الأوتار، على الرغم من أنه يمكن أن يوجد في الطبيعة حتى لو كانت نظرية الأوتار غير صحيحة.

نحيل القارئ إلى المراجع [99][100][101] للإستزادة في مجال النظريات الفائقة.

نودّ في هذا الفصل دراسة تأثير الهندسة غير التبديلية على النموذج المعياري الأصغري الفائق ، ويكون هذا مثالا على بناء نظرية عيارية من خلال كتابة دالة لاقرانج الخاصة بها وتحويلات الحقول التي تبقىها صامدة. لذا سنتكلم الآن عن مفهوم الخاصية غير التبديلية من الجانب الرياضي و من جانب مظاهرها كذلك.

ظهر مفهوم الجداء غير التبديلي نهاية القرن التاسع عشر لما عرّف هاملتون الأعداد الكواترنيونية (أو الرباعية) محاولا تعميم مفهوم الأعداد المركبة، و هذا حتى يتسنى له دراسة الهندسة في الفضاء ثلاثي الأبعاد بطريقة تحليلية كما تُدرّس في المستو ثنائي البعد باستعمال الأعداد المركبة، فكتب العلاقة [102]:

$$(64) \quad i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

تُعرّف هذه الأعداد بالنسبة للأعداد المركبة بنفس طريقة تعريف هذه الأخيرة بالنسبة للأعداد الحقيقية، أي بالعلاقة:

$$(65) \quad Q = a + bi + cj + dk = z + z'j$$

$$a, b, c, d \in \mathbb{R}; z, z' \in \mathbb{C}$$



الشكل (15): يمثل الحجر الذي يخلد اكتشاف هاملتون لعلاقة الكواترنيونات

على جسر بروم بدبلن عاصمة أيرلندا، كتب عليه بالإنجليزية:

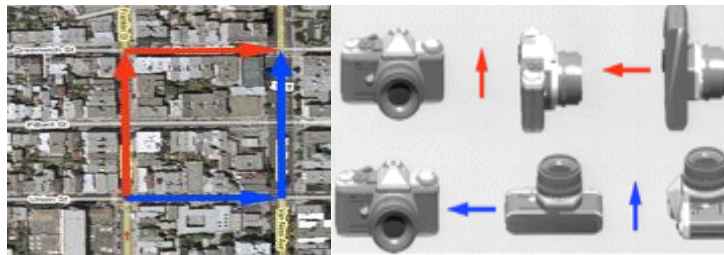
"هنا و هو يتمشى يوم 16 أكتوبر 1843، إكتشف السير ويليام روان هاميلتون

في ومضة من العبقرية الصيغة الأساسية لجداء الكواترنيونات

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

و نقشها على حجر من هذا الجسر"

تميزت هذه الأعداد بكون جدائها غير تبديلي (هو تركيب من جداء سلمى و آخر شعاعي). و لقد أُعْتُبر ذلك معيقا في بادئ الأمر، ثم أُسْتُبدلت بالأشعة و المصفوفات. و لكنها حاليا أصبحت شعبية مرة أخرى و وجدت مكان لها في رسومات الحاسوب و نظرية التحكم في معالجة الإشارات و في التحكم في الحركة و الميكانيكا المدارية، و ذلك أساسا لتمثيل التناوب و التوجُّهات في الفضاء ثلاثي الأبعاد. على سبيل المثال، من الشائع استعمالها لمراقبة حركة نُظُم مركبة فضائية، و السبب هو أن تنفيذ العديد من العمليات على الكواترنيونات هو أكثر استقرارا عدديا من تنفيذ الكثير من العمليات على المصفوفات.



الشكل (16): يوضح خاصية التبادل للدورانات في المستوي و في الفضاء

يعتبر الفضاء الزمكاني غير التبديلي تعديلا (أو تشويها) للفضاء العادي بحيث تُرَقَّى الإحداثيات لتصبح مؤثرات هرميتية، مما يجعل جداولها غير تبديلي:

$$(66) \quad [x_{nc}^{\mu}, x_{nc}^{\nu}] = i \theta^{\mu\nu} ; \mu, \nu = 0, 1, 2, 3$$

حيث يُعَبَّر عن معامل التعديل $\theta^{\mu\nu}$ بمصفوفة ضد تناظرية ذات عناصر حقيقية تكون ثابتة في أبسط الحالات، ويشير الرمز nc إلى الخاصية غير التبديلية. يتم الرجوع إلى الفضاء العادي باستخدام النهاية $\theta^{\mu\nu} \rightarrow 0$. تكون وحدة معامل التعديل هي مربع الطول في حالة تواجد الخاصية غير التبديلية بين إحداثيات الفضاء فقط (دون إحداثية الزمن ونرمز لها في المعادلات بالحرفين ss). وتصبح الوحدة جداء الطول والزمن إذا كانت الخاصية غير التبديلية زمكانية، أي إقتصرت على الجداء بين إحداثيات المكان من جهة وإحداثية الزمن من جهة أخرى (الجداء بين الإحداثيات المكانية تبديلي في هذه الحالة ورمزها في المعادلات هما الحرفان st). أما في نظام الوحدات الطبيعية حيث $c=1$ و $\hbar=1$ ، فإن الوحدة في كلتا الحالتين هي مقلوب مربع الطاقة أو eV^{-2} . في حالة الخاصية غير التبديلية المكانية، يمكننا كتابة العلاقات:

$$(67) \quad [x_{nc}^j, x_{nc}^k] = i \theta^{jk} = i \frac{C^{(ss)}}{(\Lambda_{nc}^{(ss)})^2} \epsilon^{jkl} \bar{u}_l^{(ss)} ; j, k, l = 1, 2, 3$$

بينما في حالة الخاصية غير التبديلية الزمكانية، لدينا:

$$(68) \quad [x_{nc}^0, x_{nc}^j] = i \theta^{0j} = i \frac{C^{(st)}}{(\Lambda_{nc}^{(st)})^2} \eta^{jk} \bar{u}_k^{(st)} ; j, k, l = 1, 2, 3$$

Λ_{nc} هو النطاق الطاقوي الذي تصبح عنده التأثيرات غير التبديلية بادية، و C هو ثابت يسمح لنا بمعادلة الأبعاد بين طرفي العلاقة (تكون هذه الأخيرة بدون وحدة في نظام الوحدات الطبيعية و نأخذها مساوية للوحدة حتى لا تؤثر على القيم العددية في الحساب). أما الأشعة فتمثل أشعة الوحدة في الحالتين. يمكن دراسة أي من الحالتين بمعزل عن الأخرى.

كان هايزنبرغ أول من اقترح توسيع مبدأ عدم التبادل إلى إحداثيات الفضاء، و هذا للتخلص من القيم المتباعدة في نظرية الحقول. و لكن أول من نشر في هذا الميدان كان سنايدر سنة 1947 [103]. و كان الهدف من إدخال بنية غير تبديلية في الفضاء الزمكاني عند نطاق الأبعاد الصغيرة هو ضبط التباعدات المتواجدة في نظرية المجال الكمومية باستحداث قطع فعال لهذه التباعدات.

عانت هذه النظرية من كثير من المشاكل مثل مخالفتها لكل من السببية و الخاصية الوجدانية، و أدى هذا الأمر إلى التحلي عنها. لكن دراستها من الناحية الرياضية تواصلت و خاصة من طرف كونس في الثمانينات من القرن الماضي [104]. نذكر هنا أن موقعه على الشبكة يُعدُّ مرجعا هاما فيما يتعلق بالنظرية غير التبديلية [105].

تغير الأمر سنة 1999 بعد دراسات صيرف وويتن حول نظرية الأوتار [106] ليعود الإهتمام بها. فلقد برهنوا أنه يمكن وصف حركية نهايات وتر مفتوح، مُعرَّف على غشاء بعده D مع تواجد حقل مغناطيسي، بواسطة نظرية يانف-ميلس في فضاء غير تبديلي. عنى هذا أنه يمكن تفسير نظرية الكم في مجال الزمكان غير التبديلي كصورة لنظرية الأوتار المفتوحة عند الطاقات المنخفضة. كما ظهرت عدة دراسات تهتم بتأويل النظرية لتتلاءم وتناظر لورانتز (لاتباين أو صمود القوانين الفيزيائية عند تطبيق تحويلات لورانتز أو ثابتية لورانتز)، وكان أهمها التي قام بها دويليشر و فريدنهاغن و روبرتس سنة 1995، والتي أوضحوا فيها أن علاقات عدم التبادل بين الأحداثيات تعالج مشكل الإنهيار الجاذبي الناتج عن تزايد الطاقة الحركية مع تقلص المسافات وفقا لمبدأ عدم التعيين [107]. وكذلك تم نشر عدة دراسات حول نظريات المجالات الكمومية الوجدانية سواء في الحالة العامة من الهندسة غير التبديلية (أي أن الخاصية غير التبديلية موجودة بين الأحداثيات الفضائية فيما بينها وبينها وبين أحداثية الزمن) أو عندما يقتصر ظهورها الخاصية بين أحداثيات الفضاء و أحداثية الزمن. يمكن العودة إلى المرجع [108] و على الكثير من المراجع داخله للإطلاع على تفصيل هذه النظرية.

سوف نُطبّق نظرية الهندسة غير التبديلية على النموذج المعياري الأصغري فائق التناظر الذي نوضح أهم معالمه في الباب الثاني، ونُخصّص الباب الثالث لبناء نموذجنا بكل تفاصيله.

نذكر أن هذا الفصل مستوحى في مجمله من عمل منشور من طرف زعيم و بودين و مباركي و أنا سنة 2008 [109].

الباب الثاني: النموذج المعياري الأدنى فائق التناظر

يعتبر النموذج المعياري الأدنى فائق التناظر، كما يدل على ذلك اسمه، أدنى تركيبة تُدخل التناظر الفائق على النموذج المعياري للتفاعلات الكهروضعيفة. ويعتبر الأفضل سواء من حيث الدوافع النظرية أو من خلال المفاهيم الموضوعة أو بالنظر إلى الأطر التنبؤية لما وراء النموذج المعياري. فهو يعالج مشكلة الطبيعة المتمثلة في الفوارق المتواجدة بين قيم الكثير من العوامل في النموذج المعياري ككتل الفرميونات والكواركات، ويُعدُّ تفسيراً لكبر قيمة كتلة جسيمة الهيفز أو مشكلة الهرمية فيعطي قيمة في المجال $100\text{GeV} \sim 1\text{TeV}$ ، كما يعالج مشكل توحيد الإقتران أو الربط القياسي و يتنبأ بتوحيد ثوابت الربط القياسي للنموذج المعياري في حدود 10^{16}GeV ، و تعتبر جسيمته النوترالينو مرشحاً جيداً لتمثل المكون الأساسي للمادة المظلمة و التي تمثل حوالي 23% من المادة – الطاقة الإجمالية للكون المرئي حسب النظريات الحالية.

يُبنى هذا النموذج إنطلاقاً من الثابتية القياسية التي تأتي من تحويلات الزمرة $U(1)$ الخاصة بالشحنة الفائقة و الزمرة $SU(2)$ المتعلقة بالتناظر اليساري. و كما ذكرناه آنفاً، يُرفق بكل جسيم أولي من النموذج المعياري (ونرمز إليها بالأحرف الصغيرة) جسيماً مرافقاً فائقاً يعاكسه في العائلة الإحصائية (ونستعمل الأحرف الكبيرة للدلالة عليها)، و يُبينها الجدول (1).

الحقول البوزونية	الحقول الفرميونية	السيبين المتماثل	الشحنة الفائقة
V^a	λ^a	ثلاثي	0
$\hat{V}$	$\hat{\lambda}$	أحادي	0
$H_1 = (H_1^1, H_1^2)^t$	$h_1 = (h_1^1, h_1^2)^t$	ثنائي	-1
$H_2 = (H_2^1, H_2^2)^t$	$h_1 = (h_1^1, h_1^2)^t$	ثنائي	+1
$L = (L^1, L^2)^t$	$l = (l^1, l^2)^t$	ثنائي	-1
R	r	أحادي	+2
$Q = (Q^1, Q^2)^t$	$q = (q^1, q^2)^t$	ثنائي	+1/4
U	u	أحادي	-4/3
D	d	أحادي	+2/3

الجدول (1): المتعددات و الحقول المكونة لنظرية التناظر الفائق

نكتب الحدود فائقة التناظر للفعل الكلاسيكي و نستعمل لذلك رموز وييل وكذلك رموز الفضاء الفائق:

$$(69) \quad S_{MSSM} = S_{Kinetic} + S_{Interaction}$$

نعطي عبارة كل قسم على حده، و أولها الحد الحركي:

$$(70) \quad S_{Kinetic} = \frac{1}{16} \sum_j \int d^8 z \bar{H}_j e^{2gV+g'Y\hat{V}} H_j + \frac{1}{16} \int d^8 z \bar{L} e^{2gV+g'Y\hat{V}} L + \\ \frac{1}{16} \int d^8 z \bar{R} e^{g'Y\hat{V}} R + \frac{1}{16} \int d^8 z \bar{Q} e^{2gV+g'Y\hat{V}} Q + \frac{1}{16} \int d^8 z \bar{U} e^{g'Y\hat{V}} U + \\ \frac{1}{16} \int d^8 z \bar{D} e^{g'Y\hat{V}} D - \frac{1}{512} \int d^6 z 2tr[F^\alpha F_\alpha] - \frac{1}{128} \int d^6 z 2tr[\hat{F}^\alpha \hat{F}_\alpha]$$

و الثاني هو حد التفاعل:

$$(71) \quad S_{Interaction} = -\frac{f_R}{4} \int d^6 z H_1^t(i\sigma_2) LR - \frac{f_U}{4} \int d^6 z H_2^t(i\sigma_2) QU - \\ \frac{f_D}{4} \int d^6 z H_1^t(i\sigma_2) QD - \frac{\mu}{4} \int d^6 z H_1^1(i\sigma_2) H_2 + c.c$$

في هذه العبارات، تمثل الرموز g و g' ثوابت الربط و Y هو الشحنة الفائقة الضعيفة، أما f_R و f_U و f_D و μ فهي ثوابت التفاعلات بين جسيمات الهيترز وبقية الجسيمات العادية منها أو الفائقة وحتى التفاعلات بين جسيمات الهيترز فيما بينها.

نستعمل الإصطلاح الذي يعطي مُؤَلَّدات الزمرة القياسية $SU(2)$ بدلالة مصفوفات باولي σ^a والذي يُكتب كما يلي:

$$(72) \quad T^a = \sigma^a / 2; a=1,2,3$$

تُحقق هذه المولدات الخصائص التالية:

$$(73) \quad [T^a, T^b] = i \epsilon^{abc} T^c$$

$$(74) \quad tr(T^a T^b) = \delta^{ab} / 2$$

ϵ^{abc} و δ^{ab} هما الموتر ضد التبديلي الثلاثي وموتر كرونكير على التوالي.

يُعطى التكامل في الفضاء الفائق بالعلاقة:

$$(75) \quad \int d^8 z = \int d^4 z D^2 \bar{D}^2$$

$$(76) \quad \int d^6 z = \int d^4 z D^2$$

و تُعرّف التفاضلات الفائقة المتواجدة فيه بالعلاقات:

$$(77) \quad D_\alpha = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - i \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu$$

$$(78) \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu$$

حيث θ^α هو متغير فراسمان الذي يتميز بكون جدائه ضد تبديلي، ولقد استخدمنا العبارات:

$$(79) \quad \sigma_{\alpha\beta}^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\sigma}_{\dot{\beta}}^{\nu\dot{\alpha}} - \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu \bar{\sigma}_{\dot{\beta}}^{\mu\dot{\alpha}})$$

$$(80) \quad \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\bar{\sigma}_{\dot{\alpha}}^{\mu\alpha} \sigma_{\alpha\beta}^\nu - \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}}^{\nu\alpha} \sigma_{\alpha\beta}^\mu)$$

أما المؤثرات المعبرة عن شدة الحقول العادية و الحقول الفائقة فتكتب كما يلي:

$$(81) \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + ig[V_\mu, V_\nu]$$

$$(82) \quad \dot{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \dot{V}_\nu - \partial_\nu \dot{V}_\mu$$

$$(83) \quad F^\alpha =$$

$$4ge^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(-2\lambda^\alpha - 2\theta^\alpha D_V + \sigma^{\mu\nu\alpha\beta}\theta_\beta F_{\mu\nu} - 2i\sigma_{\dot{\alpha}}^{\mu\alpha}D_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}\theta^2)$$

$$(84) \quad \dot{F}^\alpha =$$

$$4g'e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(-2\dot{\lambda}^\alpha - 2\theta^\alpha D_{\dot{V}} + \sigma^{\mu\nu\alpha\beta}\theta_\beta \dot{F}_{\mu\nu} - 2i\sigma_{\dot{\alpha}}^{\mu\alpha}\dot{D}_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}\theta^2)$$

نعطي فيما يلي عبارات الحقول الفائقة بدلالة مركبات الحقول العادية:

$$(85) \quad V = \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} V_\mu + \bar{\theta}^2 \theta^\alpha \lambda_\alpha + \theta^2 \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + (1/2)\theta^2 \bar{\theta}^2 D_V$$

$$(86) \quad \dot{V} = \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \dot{V}_\mu + \bar{\theta}^2 \theta^\alpha \dot{\lambda}_\alpha + \theta^2 \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + (1/2)\theta^2 \bar{\theta}^2 D_{\dot{V}}$$

$$(87) \quad L = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(L + \sqrt{2}\theta^\alpha l_\alpha + \theta^2 F_L)$$

$$(88) \quad R = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(R + \sqrt{2}\theta^\alpha r_\alpha + \theta^2 F_R)$$

$$(89) \quad Q = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(Q + \sqrt{2}\theta^\alpha l_\alpha + \theta^2 F_Q)$$

$$(90) \quad U = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(U + \sqrt{2}\theta^\alpha l_\alpha + \theta^2 F_U)$$

$$(91) \quad D = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(D + \sqrt{2}\theta^\alpha l_\alpha + \theta^2 F_D)$$

$$(92) \quad H_j = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}}\partial_\mu(H_j + \sqrt{2}\theta^\alpha h_{j\alpha} + \theta^2 F_j)$$

يمكننا الآن كتابة حدود الفعل الحركية والتفاعلية بدلالة مركبات الحقول العادية باستعمال العبارات

السابقة للحقول والمؤثرات والمصفوفات بعد المكاملة وفق إحداثيات الفضاء الفائق θ^α .

نبدأ بحد الفعل الحركي:

$$\begin{aligned}
(93) \quad S_{Kinetic} = & \int d^4x \left[\overline{D}_\mu L D^\mu L + i l^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu l^{\dot{\alpha}} + \overline{F}_L F_L + g \overline{L} D_V L + \right. \\
& g' \frac{Y}{2} \overline{L} D_V L - \left(\sqrt{2} g \overline{l}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} L + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \overline{l}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} L + c.c \right) \Big] + \\
& \int d^4x \left[\overline{D}_\mu R D^\mu R + i r^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu r^{\dot{\alpha}} + \overline{F}_R F_R + g' \frac{Y}{2} \overline{R} D_V R - \right. \\
& \left(\sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \overline{r}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} R + c.c \right) \Big] + \int d^4x \left[\overline{D}_\mu Q D^\mu Q + i q^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu q^{\dot{\alpha}} + \right. \\
& \overline{F}_Q F_Q + g \overline{Q} D_V Q + g' \frac{Y}{2} \overline{Q} D_V Q - \\
& \left(\sqrt{2} g \overline{q}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} Q + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \overline{q}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} Q + c.c \right) \Big] + \int d^4x \left[\overline{D}_\mu U D^\mu U + \right. \\
& i u^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu u^{\dot{\alpha}} + \overline{F}_U F_U + g' \frac{Y}{2} \overline{U} D_V U - \left(\sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \overline{u}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} U + c.c \right) \Big] + \\
& \int d^4x \left[\overline{D}_\mu D D^\mu D + i d^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu d^{\dot{\alpha}} + \overline{F}_D F_D + g' \frac{Y}{2} \overline{D} D_V D - \right. \\
& \left(\sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \overline{d}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} D + c.c \right) \Big] + \sum_j \int d^4x \left[\overline{D}_\mu H_j D^\mu H_j + i h_j^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu h_j^{\dot{\alpha}} + \right. \\
& \overline{F}_j F_j + g \overline{H}_j D_V H_j + g' \frac{Y}{2} \overline{H}_j D_V H_j - \\
& \left(\sqrt{2} g \overline{h}_{j\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} H_j + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \overline{h}_{j\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\alpha\dot{\alpha}} H_j + c.c \right) \Big] + \\
& \int d^4x 2tr \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \frac{1}{2} D_V D_V \right) + \\
& \int d^4x 2tr \left(-\frac{1}{4} \dot{F}_{\mu\nu} \dot{F}^{\mu\nu} + i \dot{\lambda}^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{D}_\mu \dot{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \frac{1}{2} D_V D_V \right)
\end{aligned}$$

ثم الحد التفاعلي:

$$\begin{aligned}
(94) \quad S_{Interaction} = & f_R \int d^4x \left[-H_1^t(i\sigma_2) l r + H_1^t(i\sigma_2) F_R R + H_1^t(i\sigma_2) L F_R - \right. \\
& h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) l_\alpha R - h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) L r_\alpha + F_1^t(i\sigma_2) L R \Big] + \\
& f_U \int d^4x \left[-H_1^t(i\sigma_2) q u + H_1^t(i\sigma_2) F_U U + H_1^t(i\sigma_2) Q F_U - \right. \\
& h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) q_\alpha U - h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) Q u_\alpha + F_1^t(i\sigma_2) Q U \Big] + \\
& f_D \int d^4x \left[-H_1^t(i\sigma_2) q u + H_1^t(i\sigma_2) F_D D + H_1^t(i\sigma_2) Q F_D - \right. \\
& h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) q_\alpha D - h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) Q d_\alpha + F_1^t(i\sigma_2) Q D \Big] + \\
& \mu \int d^4x \left[-H_1^t(i\sigma_2) F_2 + F_1^t(i\sigma_2) H_2 + h_1^{t\alpha}(i\sigma_2) h_{2\alpha} \right] + c.c
\end{aligned}$$

بهذا نكون قد أنهينا شرحنا المختصر للنموذج المعياري الأصغري الفائق مع كتابة عبارة الفعل الخاص به بشكل تفصيلي نوع ما، ونوجه القارئ إلى المراجع [98-101] إن أراد تفصيلاً أكبر.

الباب الثالث: النموذج المعياري الأدنى فائق التناظر و غير التبديلي

1. خارطة صيرف - ويتن:

يُتَّكَل من صيرف و ويتن أنه يمكن الانتقال من وجهة النظر التبديلية إلى صورتها غير التبديلية باستعمال إسقاط يشبه رسم خريطة [106]، و برهنوا أن إحدى الطرق التي تعطي مثل هذا الإسقاط هو الجداء النجمي لمويال - وييل المعرّف بالعبارة:

$$(95) \quad (f * g)(x) = \exp\left(\frac{i}{2}\theta^{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\frac{\partial}{\partial y^\nu}\right)f(x)g(y)\Big|_{y \rightarrow x}$$

باستعمال التكامل بالتجزئة و باعتبار أن القيم عند الحدود معدومة، يمكن البرهان أن هذا الجداء يتمتع بالخصائص التالية:

$$(96) \quad \begin{cases} \int d^n x (f * g)(x) = \int d^n x (g * f)(x) = \int d^n x f(x)g(x) \\ \int d^n x (f * g * h)(x) = \int d^n x (f(x) * g(x))h(x) = \\ = \int d^n x f(x)(g(x) * h(x)) \end{cases}$$

يمكن اعتبار هذا الجداء كتصحيح للجداء العادي باستعمال نشر تايلور نظرا لكون موتر بواسون $\theta^{\mu\nu}$ متناهي الصغر:

$$(97) \quad f * g = fg + \frac{i}{2}\theta^{\mu\nu}\partial_\mu f \partial_\nu g + O(\theta^2)$$

يمكن تعميم خارطة صايرف - ويتن إلى "النظرية العيارية غير التبديلية للتناظر الفائق" عن طريق استعمال عدة أشكال. أحد هذه الأشكال هو تعميم تعريف الخارطة بين الحقول العيارية غير التبديلية $\hat{V}$ و حقول المادة غير التبديلية $\hat{\psi}$ و معامل العيارية غير التبديلية $\hat{\Lambda}$ من جهة و بين نظرائهم العاديين V و ψ و Λ من جهة أخرى، بحيث نكتب:

$$(98) \quad \hat{V}(V) + \delta_{\hat{\Lambda}}\hat{V}(V) = \hat{V}(V + \delta_{\Lambda}V)$$

$$(99) \quad \hat{\psi}(\psi, V) + \delta_{\hat{\Lambda}}\hat{\psi}(\psi, V) = \hat{\psi}(\psi + \delta_{\Lambda}\psi)$$

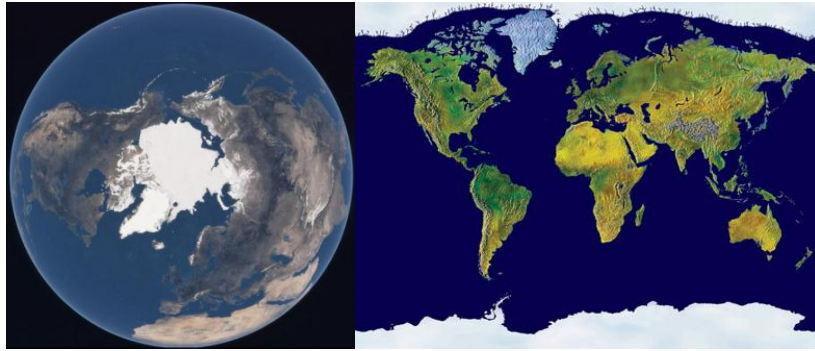
حيث يمثل δ_{Λ} تحويلا عياريا عاديا و يعبر $\delta_{\hat{\Lambda}}$ عن نظيره غير التبديلي و يعرفان بالعلاقات:

$$(100) \quad \begin{cases} \delta_{\Lambda}V_{\mu} = i\partial_{\mu}\Lambda \\ \delta_{\Lambda}\psi = i\Lambda\psi \end{cases}$$

$$(101) \quad \begin{cases} \delta_{\hat{\Lambda}}\hat{V}_{\mu} = i\partial_{\mu}\hat{\Lambda} + i[\hat{\Lambda}, \hat{V}_{\mu}]_* \\ \delta_{\hat{\Lambda}}\hat{\psi} = i\hat{\Lambda} * \hat{\psi} \end{cases}$$

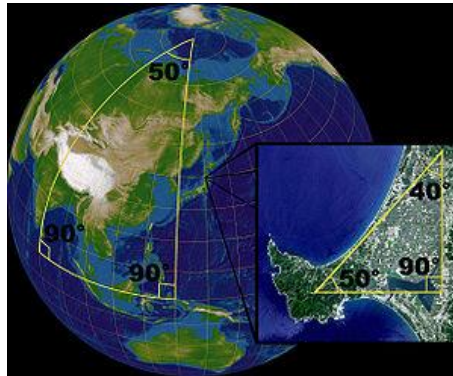
فنرى أن التحويلات غير التبديلية ما هي إلا تعديلات للتحويلات العادية.

يُشبه هذا الأمر إلى حد بعيد رسم خريطة الكرة الأرضية على سطح مستو (كلاهما ثنائي البعد لأننا ندرس السطح). فرغم أن كل موقع في العالم له تمثيل على الخريطة، إلا أن هذا التمثيل لا يحافظ على كل خصائص الكرة، إذ يدخل بعض التشوهات نتيجة الإسقاط. فهو مثلاً لا يحفظ الأبعاد أو المسافات كما نرى هذا جلياً في الرسم الموالي حيث تظهر المناطق المحيطة بالقطب الشمالي متقاربة في صورة القمر الصناعي و متباعدة على الخريطة. و يتناقض هذا التشوه كلما انتقلنا من أطراف الخريطة إلى وسطها أي إلى خط الإستواء.



الشكل (17): يوضح التعديل الناتج عن رسم خريطة مسطحة للأرض

أدى هذا التماثل بين تمثيل صايرف - ويتن و رسم الخرائط إلى إدخال مفهوم مُتَعَدِّدَات الشُعَب في دراسة الخاصية غير التبديلية. هذا أصلاً هو السبب في تسمية الإنتقال بين التمثيل التبديلي العادي و نظيره غير التبديلي بالخرائط. و نشير هنا إلى أن بعض القوانين تصبح غير صالحة عند التحول من تمثيل إلى آخر، كما يبينه الشكل الموالي:



الشكل (18): يوضح التباين في قانون مجموع زوايا المثلث بين المستو و الكرة

فُنشِبَ النظرية غير التبديلية بمتعدد الشعب الريسماني المعبر عن سطح الكرة، و النظرية التبديلية بمتعدد الشعب الإقليدي المعبر عن السطح المستو. يمكننا عندها كتابة التمثيل الإقليدي مع إضافة التصحيحات الناتجة عن الإسقاط.

نبدأ بحساب التعديلات من الدرجة الأولى بالنسبة للمعامل θ بحل معادلات التحويلات السابقة و نعبّر عنها بالرموز $\hat{V}(V)$ و $\hat{\psi}(\psi, V)$ و $\hat{\Lambda}(V, \Lambda)$:

$$(102) \quad \hat{V}_\mu = V_\mu + \hat{V}(V) = V_\mu + \frac{1}{4} \theta^{\sigma\rho} \{V_\rho, \partial_\sigma V_\mu + F_{\sigma\mu}\} + O(\theta^2)$$

$$(103) \quad \hat{\psi} = \psi + \hat{\psi}(V, \psi) = \psi + \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \rho_\psi(V_\nu) \partial_\mu \psi + \frac{i}{8} \theta^{\mu\nu} [\rho_\psi(V_\mu), \rho_\psi(V_\nu)] \psi + O(\theta^2)$$

$$(104) \quad \hat{\Lambda} = \Lambda + \hat{\Lambda}(V, \Lambda) = \Lambda + \frac{1}{4} \theta^{\sigma\rho} \{\partial_\sigma \Lambda, V_\rho\} + O(\theta^2)$$

ρ_ψ هو التمثيل المصفوفي للحقل و $F_{\sigma\mu}$ هو شدة الحقل.

II. النموذج المعياري الأدنى فائق التناظر و غير التبادلي:

نستعمل لبناء هذا النموذج غير التبادلي نفس زمرة النموذج المعياري الأدنى فائق التناظر أي الزمرة $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ، و يَكْمُن الفرق بينهما في تعريف مختلف الحقول و الجداءات بحيث نَحْفَظ الثابتة العيارية للنموذج. أبسط طريقة لبلوغ هذا الهدف هي التي استعملت في [111] و [112]:

$$(105) \quad \begin{cases} \hat{V}_\mu = g' Y \hat{V}_\mu + g \hat{V}_{\mu a} T_L^a \\ \hat{\Lambda} = g' Y \hat{\Lambda} + g \hat{\Lambda}_a^L T_L^a \end{cases}$$

حيث Y هو مولد الزمرة $U(1)_Y$ و T_L^a هي المولدات الثلاث للزمرة (2)، بحيث يأخذ المعامل a القيم من 1 إلى 3.

نستخدم الحلول من الدرجة الأولى بالنسبة لمعامل التعديل غير التبادلي $\theta^{\mu\nu}$ لكل من حقول الفرميونات غير التبادلية $\hat{\psi}^{(n)}$ (حيث يُعَبَّر العدد (n) عن رقم الجسيمة) و معامل العيار غير التبادلي $\hat{\Lambda}$ و الكمون الشعاعي $\hat{V}_\mu$ (نختار التوقف عند الدرجة الأولى لمعامل التعديل لأنه متناهي الصغر و بالتالي يمكن إهمال بقية الحدود).

بالنسبة للحقل السلمي، لدينا العلاقة:

$$(106) \quad \hat{\Phi} = \Phi + \hat{\Phi}(V, \Phi) = \Phi + \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \rho_{(n)}(V_\nu) \partial_\mu \Phi + \frac{i}{4} \theta^{\mu\nu} [\rho_{(n)}(V_\mu), \rho_{(n)}(V_\nu)] \Phi + O(\theta^2)$$

و يكون الحقل الإضافي غير التبادلي معرفاً بالعلاقة:

$$(107) \quad \hat{D} = D + \hat{D}(V, D) = D - \theta^{\mu\nu} V_\mu \partial_\nu D + O(\theta^2)$$

إذن لدينا الآن كل المكونات اللازمة لبناء النموذج. بالفعل يكفي استبدال مختلف الحقول العادية بنظيرتها غير التبديلية واستعمال الجداء النجمي بدل الجداء العادي، وهذا في كل عبارات النموذج التبديلي. هذا هو أساس مبدأ خارطة صايرف-ويتن التي تعطي النظرية غير التبديلية عن طريق أخذ صورة عن نظيرتها العادية أو التبديلية.

يأخذ الفعل الشكل التالي:

$$(108) \quad S_{NCMSSM} = S_{Higgs} + S_{Gauge} + S_{Lepton Matter} + S_{Quark Matter} + S_{Interaction}$$

وقسّمناه إلى قطاعات مستقلة عن بعضها البعض بحيث يمكننا كتابة كل قطاع على حده، وهذا لتسهيل العبارات.

نبدأ بحد هيثز الحركي فائق التناظر و غير التبديلي:

$$(109) \quad S_{Higgs} = \sum_j \int d^4x \left[\overline{\hat{D}_\mu \hat{H}_j} * \hat{D}^\mu \hat{H}_j + i \hat{h}_j^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{\hat{D}_\mu \hat{h}_j^\alpha} + \overline{\hat{F}_j} * \hat{F}_j + \right. \\ \left. g \overline{\hat{H}_j} * \hat{D}_V * \hat{H}_j + g' \frac{Y}{2} \overline{\hat{H}_j} * \hat{D}_{\hat{V}} * \hat{H}_j - \left(\sqrt{2} g \hat{h}_{j\alpha} * \hat{\lambda}^\alpha * \hat{H}_j + \right. \right. \\ \left. \left. \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \hat{h}_{j\alpha} * \hat{\lambda}^\alpha * \hat{H}_j + cc \right) \right]$$

أما حد العيار فائق التناظر و غير التبديلي فنجد:

$$(110) \quad S_{Gauge} = \int d^4x \, 2tr \left(-\frac{1}{4} \hat{F}_{\mu\nu} * \hat{F}^{\mu\nu} + i \hat{\lambda}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{\hat{D}_\mu \hat{\lambda}^\alpha} + \frac{1}{2} \hat{D}_V * \hat{D}_V \right) + \\ \int d^4x \left(-\frac{1}{4} \hat{\hat{F}}_{\mu\nu} * \hat{\hat{F}}^{\mu\nu} + i \hat{\hat{\lambda}}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{\hat{\hat{D}_\mu \hat{\hat{\lambda}}^\alpha}} + \frac{1}{2} \hat{\hat{D}}_{\hat{V}} * \hat{\hat{D}}_{\hat{V}} \right)$$

نكتب الآن حد المادة اللبتونية فائق التناظر و غير التبديلي:

$$(111) \quad S_{Lepton Matter} = \\ \int d^4x \left[\begin{aligned} & \overline{\hat{D}_\mu \hat{L}} * \hat{D}^\mu \hat{L} + i \hat{l}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{\hat{D}_\mu \hat{l}^\alpha} + \overline{\hat{F}_L} * \hat{F}_L \\ & + g \overline{\hat{L}} * \hat{D}_V * \hat{L} + g' \frac{Y}{2} \overline{\hat{L}} * \hat{D}_{\hat{V}} * \hat{L} \\ & - \left(\sqrt{2} g \bar{\hat{l}}_{\dot{\alpha}} * \hat{\lambda}^{\dot{\alpha}} * \hat{L} + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \bar{\hat{l}}_{\dot{\alpha}} * \hat{\lambda}^{\dot{\alpha}} * \hat{L} + cc \right) \end{aligned} \right] + \\ \int d^4x \left[\begin{aligned} & \overline{\hat{D}_\mu \hat{R}} * \hat{D}^\mu \hat{R} + i \hat{r}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \overline{\hat{D}_\mu \hat{r}^\alpha} + \overline{\hat{F}_R} * \hat{F}_R \\ & + g \overline{\hat{R}} * \hat{D}_V * \hat{R} + g' \frac{Y}{2} \overline{\hat{R}} * \hat{D}_{\hat{V}} * \hat{R} \\ & - \left(\sqrt{2} g \bar{\hat{r}}_{\dot{\alpha}} * \hat{\lambda}^{\dot{\alpha}} * \hat{R} + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \bar{\hat{r}}_{\dot{\alpha}} * \hat{\lambda}^{\dot{\alpha}} * \hat{R} + cc \right) \end{aligned} \right]$$

ثم حد المادة الكواركية فائق التناظر و غير التبديلي بنفس الطريقة:

$$(112) S_{Quark Matter} =$$

$$\begin{aligned} & \int d^4x \left[\begin{aligned} & \bar{D}_\mu \bar{Q} * \hat{D}^\mu \hat{Q} + i\hat{q}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{D}_\mu \hat{q}^\alpha + \bar{F}_Q * \hat{F}_Q \\ & + g\bar{Q} * \hat{D}_V * \hat{Q} + g' \frac{Y}{2} \bar{Q} * \hat{D}_{\hat{V}} * \hat{Q} \\ & - \left(\sqrt{2}g\bar{q}_{\dot{\alpha}} * \bar{\hat{\lambda}}^{\dot{\alpha}} * \hat{Q} + \sqrt{2}g' \frac{Y}{2} \bar{q}_{\dot{\alpha}} * \bar{\hat{\lambda}}^{\dot{\alpha}} * \hat{Q} + cc \right) \end{aligned} \right] + \\ & \int d^4x \left[\begin{aligned} & \bar{D}_\mu \bar{U} * \hat{D}^\mu \hat{U} + i\hat{u}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{D}_\mu \hat{u}^\alpha + \bar{F}_U * \hat{F}_U \\ & + g\bar{U} * \hat{D}_V * \hat{U} + g' \frac{Y}{2} \bar{U} * \hat{D}_{\hat{V}} * \hat{U} \\ & - \left(\sqrt{2}g\bar{u}_{\dot{\alpha}} * \bar{\hat{\lambda}}^{\dot{\alpha}} * \hat{U} + \sqrt{2}g' \frac{Y}{2} \bar{u}_{\dot{\alpha}} * \bar{\hat{\lambda}}^{\dot{\alpha}} * \hat{U} + cc \right) \end{aligned} \right] + \\ & \int d^4x \left[\begin{aligned} & \bar{D}_\mu \bar{D} * \hat{D}^\mu \hat{D} + i\hat{d}^\alpha * \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{D}_\mu \hat{d}^\alpha + \bar{F}_D * \hat{F}_D \\ & + g\bar{D} * \hat{D}_V * \hat{D} + g' \frac{Y}{2} \bar{D} * \hat{D}_{\hat{V}} * \hat{D} \\ & - \left(\sqrt{2}g\bar{d}_{\dot{\alpha}} * \bar{\hat{\lambda}}^{\dot{\alpha}} * \hat{D} + \sqrt{2}g' \frac{Y}{2} \bar{d}_{\dot{\alpha}} * \bar{\hat{\lambda}}^{\dot{\alpha}} * \hat{D} + cc \right) \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

و يكون آخر حد هو الخاص بالتفاعلات:

$$(113) S_{Interaction} =$$

$$\begin{aligned} & f_R \int d^4x \left[\begin{aligned} & -\hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{l} * \hat{r} + \hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{F}_R * \hat{R} + \hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{L} * \hat{F}_L - \\ & \hat{h}_1^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{l}_\alpha * \hat{R} - \hat{h}_1^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{L} * \hat{r}_\alpha + \hat{F}_1^t(i\sigma_2) * \hat{L} * \hat{R} \end{aligned} \right] + \\ & f_U \int d^4x \left[\begin{aligned} & -\hat{H}_2^t(i\sigma_2) * \hat{q} * \hat{u} + \hat{H}_2^t(i\sigma_2) * \hat{F}_U * \hat{U} + \hat{H}_2^t(i\sigma_2) * \hat{Q} * \hat{F}_U - \\ & \hat{h}_2^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{q}_\alpha * \hat{U} - \hat{h}_2^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{Q} * \hat{u}_\alpha + \hat{F}_2^t(i\sigma_2) * \hat{Q} * \hat{U} \end{aligned} \right] + \\ & f_D \int d^4x \left[\begin{aligned} & -\hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{q} * \hat{d} + \hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{F}_D * \hat{D} + \hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{Q} * \hat{F}_Q - \\ & \hat{h}_1^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{q}_\alpha * \hat{D} - \hat{h}_1^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{Q} * \hat{d}_\alpha + \hat{F}_1^t(i\sigma_2) * \hat{Q} * \hat{D} \end{aligned} \right] + \\ & \mu \int d^4x \left[-\hat{H}_1^t(i\sigma_2) * \hat{F}_2 + \hat{F}_1(i\sigma_2) * \hat{H}_2 + \hat{h}_1^{t\alpha}(i\sigma_2) * \hat{h}_{2\alpha} \right] + cc \end{aligned}$$

لكتابة هذه الحدود بدلالة الحقول العادية، نستعمل العبارات التي تعطي الحقول غير التبديلية بدلالة الحقول العادية وتصحيحات الدرجة الأولى بالنسبة لمعامل التعديل $\theta^{\mu\nu}$ ، ثم نعوض الجداء النجمي بنظيره العادي مع التصحيحات من الدرجة الأولى بالنسبة لمعامل التعديل $\theta^{\mu\nu}$ كذلك. نبدأ بإعطاء تحويلات الحقول:

$$(114) \hat{V}_\mu = V_\mu + \frac{1}{4} \theta^{\rho\sigma} [V_\sigma \partial_\rho V_\mu + (\partial_\rho V_\mu) V_\sigma + V_\sigma F_{\rho\mu} + F_{\rho\mu} V_\sigma] + O(\theta^2)$$

$$(115) \hat{\hat{V}}_\mu = \hat{V}_\mu + \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} (\hat{V}_\sigma \partial_\rho \hat{V}_\mu + V_\sigma \hat{F}_{\rho\mu}) + O(\theta^2)$$

$$(116) \hat{\lambda}^\alpha = \lambda^\alpha + \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} V_\sigma \partial_\rho \lambda^\alpha + \frac{i}{4} \theta^{\rho\sigma} V_\rho V_\sigma \lambda^\alpha + O(\theta^2)$$

$$(117) \hat{\hat{\lambda}}^\alpha = \hat{\lambda}^\alpha - \theta^{\rho\sigma} \hat{V}_\rho \partial_\sigma \hat{\lambda}^\alpha + O(\theta^2)$$

$$(118) \quad \hat{l}^\alpha = l^\alpha - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) \partial_\sigma l^\alpha + \frac{i}{4} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) (V_\sigma + \dot{V}_\sigma) l^\alpha + O(\theta^2)$$

$$(119) \quad \hat{r}^\alpha = r^\alpha - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \dot{V}_\rho \partial_\sigma r^\alpha + O(\theta^2)$$

$$(120) \quad \hat{h}_j^\alpha = h_j^\alpha - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) \partial_\sigma h_j^\alpha + \frac{i}{4} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) (V_\sigma + \dot{V}_\sigma) h_j^\alpha + O(\theta^2)$$

$$(121) \quad \hat{L} = L - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) \partial_\sigma L + \frac{i}{4} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) (V_\sigma + \dot{V}_\sigma) L + O(\theta^2)$$

$$(122) \quad \hat{R} = R - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \dot{V}_\rho \partial_\sigma R + O(\theta^2)$$

$$(123) \quad \hat{H}_j = H_j - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) \partial_\sigma H_j + \frac{i}{4} \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) (V_\sigma + \dot{V}_\sigma) H_j + O(\theta^2)$$

$$(124) \quad \hat{D}_V = D_V - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} V_\rho \partial_\sigma D_V + O(\theta^2)$$

$$(125) \quad \hat{D}_{\dot{V}} = D_{\dot{V}} - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \dot{V}_\rho \partial_\sigma D_{\dot{V}} + O(\theta^2)$$

$$(126) \quad \hat{F}_L = F_L - \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) \partial_\sigma F_L + O(\theta^2)$$

$$(127) \quad \hat{F}_R = F_R - \theta^{\rho\sigma} \dot{V}_\rho \partial_\sigma F_R + O(\theta^2)$$

$$(128) \quad \hat{F}_j = F_j - \theta^{\rho\sigma} (V_\rho + \dot{V}_\rho) \partial_\sigma F_j + O(\theta^2)$$

نكتب الآن عبارات التي تعطي التحويلات فائقة التناظر وغير التبديلية بدلالة نظيراتها العادية وهذا باستعمال خارطة صيرف - ويتن ونستخدم معامل السبينور الفرميوني الثابت ε ومرافقه الفائق $\bar{\varepsilon}$:

$$(129) \quad \delta \hat{V}_\mu = i \varepsilon^\alpha \sigma_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + i \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\alpha\dot{\alpha}\mu} \hat{\lambda}^\alpha$$

$$(130) \quad \delta \hat{V}_\mu = i \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}\mu} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + i \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \hat{\lambda}^\alpha$$

$$(131) \quad \delta \hat{\lambda}^\alpha = i \varepsilon^\alpha \hat{D}_V + i \sigma_\beta^{\alpha\mu\nu} \varepsilon^\beta \hat{F}_{\mu\nu}$$

$$(132) \quad \delta \hat{\lambda}^\alpha = i \varepsilon^\alpha \hat{D}_{\dot{V}} + i \sigma_\beta^{\alpha\mu\nu} \varepsilon^\beta \hat{F}_{\mu\nu}$$

$$(133) \quad \delta \hat{l}^\alpha = \sqrt{2} \varepsilon^\alpha \hat{F}_L + i \sqrt{2} \sigma_\beta^{\alpha\mu} \bar{\varepsilon}^\beta \hat{D}_\mu * \hat{L}$$

$$(134) \quad \delta \hat{r}^\alpha = \sqrt{2} \varepsilon^\alpha \hat{F}_R + i \sqrt{2} \sigma_\beta^{\alpha\mu} \bar{\varepsilon}^\beta \hat{D}_\mu * \hat{R}$$

$$(135) \quad \delta \hat{h}_j^\alpha = \sqrt{2} \varepsilon^\alpha \hat{F}_j + i \sqrt{2} \sigma_\beta^{\alpha\mu} \bar{\varepsilon}^\beta \hat{D}_\mu * \hat{H}_j$$

$$(136) \quad \delta \hat{L} = \sqrt{2} \varepsilon^\alpha \hat{l}_\alpha$$

$$(137) \quad \delta \hat{H}_j = \sqrt{2} \varepsilon^\alpha \hat{h}_{j\alpha}$$

$$(138) \quad \delta \hat{D}_V = \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \hat{D}_\mu * \hat{\lambda}^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \hat{D}_\mu * \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}$$

$$(139) \quad \delta \hat{D}_{\dot{V}} = \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^\mu \hat{D}_\mu * \hat{\lambda}^\alpha - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \hat{D}_\mu * \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}$$

$$(140) \quad \delta \hat{F}_L = i \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^\mu \hat{D}_\mu * \hat{l}^\alpha - 2g \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} * \hat{L} - g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} * \hat{L}$$

$$(141) \quad \delta \hat{F}_R = i \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^\mu \hat{D}_\mu * \hat{r}^\alpha - g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} * \hat{R}$$

$$(142) \quad \delta \hat{F}_j = i \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^\mu \hat{D}_\mu * \hat{h}_j^\alpha - 2g \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} * \hat{H}_j - g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} * \hat{H}_j$$

كل ما سبق يُمكننا من كتابة الشكل النهائي للنموذج كما يلي:

$$(143) \quad S_{NCMSSM} = S_{MSSM} + S^1$$

حيث نضع في الحد S^1 مجموع التصحيحات من الدرجة الأولى بالنسبة لمعامل التعديل $\theta^{\mu\nu}$ لكل الحدود المكونة للفعل، ويتشكل من أقسام تتعدد بتعدد الجسيمات والحقول. نستعمل في حالتنا نفس التقسيم الوارد في كتابة الفعل العادي:

$$(144) \quad S^1 = S_{Higgs}^1 + S_{Lepton Matter}^1 + S_{Quark Matter}^1 + S_{Gauge}^1 + S_{Interaction}^1$$

نكتب كل واحد من الحدود السابقة على حده، ونستعمل الرموز التي تلي لاختصار الكتابة بعض الشيء:

$$(145) \quad \Gamma_{\rho\sigma} = F_{\rho\sigma} + \dot{F}_{\rho\sigma}$$

$$(146) \quad W_{\rho\sigma} = V_{\rho\sigma} + \dot{V}_{\rho\sigma}$$

نبدأ بتصحيح حد هيثز:

$$(147) \quad S_{Higgs}^1 = \sum_j \int d^4x \left[\overline{D_\mu H_j} \left(D^\mu H_j^1 - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_\rho V^\mu \partial_\sigma H_j - V^{\mu 1} H_j \right) + \right. \\ \left(D^\mu H_j^1 - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_\rho V^\mu \partial_\sigma H_j - V^{\mu 1} H_j \right)^+ D_\mu H_j + \\ \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{1}{4} h_j^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \Gamma_{\rho\sigma} \overline{D_\mu h_j}^{\dot{\alpha}} - \frac{1}{2} h_j^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \Gamma_{\mu\rho} \overline{D_\sigma h_j}^{\dot{\alpha}} + \frac{1}{2} \bar{F}_j F_j \dot{F}_{\rho\sigma} + \right. \\ \left. \bar{F}_j F_j \partial_\rho V_\sigma + \frac{g}{4} \bar{H}_j \Gamma_{\sigma\rho} D_V H_j + \frac{g}{2} \bar{H}_j \partial_\sigma D_V W_\rho H_j + g \bar{H}_j \partial_\sigma D_V V_\rho H_j + \right. \\ \left. \frac{i}{2} \bar{H}_j \partial_\rho D_V \partial_\sigma H_j + \frac{g'}{8} Y \bar{H}_j \Gamma_{\sigma\rho} D_V H_j + \frac{g'}{4} Y \bar{H}_j \partial_\sigma D_V W_\rho H_j + \right. \\ \left. \frac{g'}{2} Y \bar{H}_j \partial_\sigma D_V V_\rho H_j + \frac{i}{4} Y \bar{H}_j \partial_\rho D_V \partial_\sigma H_j - \left(\frac{\sqrt{2}}{4} g \bar{h}_j^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \Gamma_{\sigma\rho} H_j + \right. \right. \\ \left. \sqrt{2} g \bar{h}_j^{\dot{\alpha}} \overline{\partial_\sigma \lambda_{\dot{\alpha}}} V_\rho H_j + \frac{i\sqrt{2}}{4} g \bar{h}_{j\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} V_\rho V_\sigma H_j + \frac{i\sqrt{2}}{2} g \bar{h}_{j\dot{\alpha}} \overline{\partial_\rho \lambda^{\dot{\alpha}}} \partial_\sigma H_j + \right. \\ \left. \frac{\sqrt{2}}{8} g' Y \bar{h}_{j\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \Gamma_{\sigma\rho} H_j + \frac{\sqrt{2}}{2} g' Y \bar{h}_{j\dot{\alpha}} \overline{\partial_\sigma \lambda^{\dot{\alpha}}} W_\rho H_j + \frac{i\sqrt{2}}{4} g' Y \bar{h}_{j\dot{\alpha}} \overline{\partial_\rho \lambda^{\dot{\alpha}}} \partial_\sigma H_j + \right. \\ \left. c.c. \right) \Bigg]$$

بالنسبة لحد المادة اللبتونية فإننا نقسمه إلى جزء خاص باللبتونات اليسارية وآخر خاص باللبتونات اليمينية نظرا لكون الأولى تتشكل كثنائيات في النموذج المعياري بينما تأتي الثانية على شكل أحاديات كما يلخصه الجدول (1).

إذن نكتب:

$$(148) \quad S_{Lepton Matter}^1 = S_{Left-Handed Lepton Matter}^1 + S_{Right-Handed Lepton Matter}^1 \\ = S_{L-H Lepton Matter}^1 + S_{R-H Lepton Matter}^1$$

ونجد العبارة الآتية للحد اليميني:

$$(149) \quad S_{R-H Lepton Matter}^1 = \int d^4x \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{1}{2} \overline{D}_\mu R D^\mu V_\sigma \partial_\rho R + \frac{i}{2} \overline{D}_\mu R \partial_\sigma \dot{V}^\mu \dot{V}_\rho R + \frac{i}{2} \overline{D}_\mu R \dot{F}_\sigma^\mu \dot{V}_\rho R - \right. \\ \left. \frac{1}{4} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{r}^{\dot{\alpha}} \dot{F}_{\rho\sigma} D_\mu r^\alpha - \frac{1}{4} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{r}^{\dot{\alpha}} \dot{F}_{\mu\rho} D_\sigma r^\alpha + \bar{F}_R F_R \partial_\rho \dot{V}_\sigma + \frac{g'}{4} \frac{Y}{2} \bar{R} D_\rho \dot{V}_\sigma R \dot{F}_{\sigma\rho} + \right. \\ \left. \frac{g'}{2} \frac{Y}{2} \bar{R} \partial_\rho D_\sigma \dot{V}_\rho R \dot{V}_\sigma - \left(\frac{\sqrt{2}}{4} g' \frac{Y}{2} \bar{r}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} R \dot{F}_{\sigma\rho} + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \bar{r}^{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} R \dot{V}_\sigma + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{i\sqrt{2}}{4} g' \frac{Y}{2} \bar{r}^{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \dot{D}_\sigma R + c.c \right) \right]$$

ثم عبارة الحد اليساري:

$$(150) \quad S_{L-H Lepton Matter}^1 = \int d^4x \left[\overline{D}_\mu L \left(D^\mu L^1 - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_\rho V^\mu \partial_\sigma L - V^{\mu 1} L \right) + \right. \\ \left(D^\mu L^1 - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_\rho V^\mu \partial_\sigma L - V^{\mu 1} L \right)^+ D_\mu L + \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{i}{4} l^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \Gamma_{\rho\sigma} \overline{D}_\mu l^{\dot{\alpha}} - \right. \\ \left. \frac{i}{2} l^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \Gamma_{\mu\rho} \overline{D}_\sigma l^{\dot{\alpha}} + \frac{1}{2} \bar{F}_L F_L \dot{F}_{\rho\sigma} + \bar{F}_L F_L \partial_\rho \dot{V}_\sigma + \frac{g}{4} \bar{L} \Gamma_{\sigma\rho} D_V L + \right. \\ \left. \frac{g}{2} \bar{L} \partial_\sigma D_V W_\rho L + g \bar{L} \partial_\sigma D_V V_\rho L + \frac{i}{2} \bar{L} \partial_\rho D_V V_\sigma H_j + \frac{g'}{8} Y \bar{L} \Gamma_{\sigma\rho} D_V L + \right. \\ \left. \frac{g'}{4} Y \bar{L} \partial_\sigma D_V W_\rho L + \frac{g'}{2} Y \bar{L} \partial_\sigma D_V V_\rho L + \frac{ig'}{4} Y \bar{L} \partial_\rho D_V V_\sigma L - \right. \\ \left. \left(\frac{\sqrt{2}}{4} g \bar{l}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \Gamma_{\sigma\rho} L + \sqrt{2} g \bar{l}_{\dot{\alpha}} \partial_\sigma \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} V_\rho L + \frac{i\sqrt{2}}{4} g \bar{l}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} V_\rho V_\sigma L + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{i\sqrt{2}}{2} g \bar{l}_{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \partial_\sigma L + \frac{\sqrt{2}}{8} g' Y \bar{l}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \Gamma_{\sigma\rho} L + \frac{\sqrt{2}}{2} g' Y \bar{l}_{\dot{\alpha}} \partial_\sigma \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} W_\rho L + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{i\sqrt{2}}{4} g' Y \bar{l}_{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \partial_\sigma L + c.c \right) \right]$$

نجري نفس التقسيمات لحد المادة اللبتونية وهذا لنفس الإعتبارات:

$$(151) \quad S_{Quark Matter}^1 = S_{Left-Handed Quark Matter}^1 + S_{Right-Handed Quark Matter}^1 \\ = S_{L-H Quark Matter}^1 + S_{R-H Quark Matter}^1$$

و نكتب عبارتي كل من الحدين اليساري ثم اليميني كل على حده و بالتفصيل كما فعلنا مع المادة اللبتونية.

$$(152) \quad S_{L-H \text{ Quark Matter}}^1 = \int d^4x \left[\overline{D}_\mu Q \left(D^\mu Q^1 - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_\rho V^\mu \partial_\sigma Q - V^{\mu 1} Q \right) + \left(D^\mu Q^1 - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_\rho V^\mu \partial_\sigma Q - V^{\mu 1} Q \right)^+ D_\mu Q + \right. \\ \left. \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{i}{4} q^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \Gamma_{\rho\sigma} \overline{D}_\mu q^{\dot{\alpha}} - \frac{i}{2} q^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \Gamma_{\mu\rho} \overline{D}_\sigma q^{\dot{\alpha}} + \frac{1}{2} \overline{F}_Q F_Q \dot{F}_{\rho\sigma} + \overline{F}_Q F_Q \partial_\rho V_\sigma + \frac{g}{4} \overline{Q} \Gamma_{\sigma\rho} D_V Q + \frac{g}{2} \overline{Q} \partial_\sigma D_V W_\rho Q + g \overline{Q} \partial_\sigma D_V V_\rho Q + \right. \right. \\ \left. \frac{i}{2} \overline{Q} \partial_\rho D_V V_\sigma H_j + \frac{g'}{8} Y \overline{Q} \Gamma_{\sigma\rho} D_V Q + \frac{g'}{4} Y \overline{Q} \partial_\sigma D_V W_\rho Q + \frac{g'}{2} Y \overline{Q} \partial_\sigma D_V V_\rho Q + \frac{i}{4} g' Y \overline{Q} \partial_\rho D_V V_\sigma L - \left(\frac{\sqrt{2}}{4} g \overline{q}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \Gamma_{\sigma\rho} Q + \sqrt{2} g \overline{q}_{\dot{\alpha}} \partial_\sigma \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} V_\rho Q + \right. \right. \\ \left. \frac{i\sqrt{2}}{4} g \overline{q}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} V_\rho V_\sigma Q + \frac{i\sqrt{2}}{2} g \overline{q}_{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \partial_\sigma Q + \frac{\sqrt{2}}{8} g' Y \overline{q}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \Gamma_{\sigma\rho} Q + \frac{\sqrt{2}}{2} g' Y \overline{q}_{\dot{\alpha}} \partial_\sigma \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} W_\rho Q + \frac{i\sqrt{2}}{4} g' Y \overline{q}_{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \partial_\sigma Q + c.c. \right) \left. \right] \left. \right]$$

$$(153) \quad S_{R-H \text{ Quark Matter}}^1 = \int d^4x \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{1}{2} \overline{D}_\mu \overline{U} D^\mu V_\sigma \partial_\rho U + \frac{i}{2} \overline{D}_\mu \overline{U} \partial_\sigma \dot{V}^\mu \dot{V}_\rho U + \frac{i}{2} \overline{D}_\mu \overline{U} \dot{F}_\sigma^\mu \dot{V}_\rho U - \right. \\ \left. \frac{1}{4} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{u}^{\dot{\alpha}} \dot{F}_{\rho\sigma} D_\mu u^\alpha - \frac{1}{4} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{u}^{\dot{\alpha}} \dot{F}_{\mu\rho} D_\sigma u^\alpha + \overline{F}_U F_U \partial_\sigma \dot{V}_\rho + \frac{g'}{4} \frac{Y}{2} \overline{U} D_V U \dot{F}_{\sigma\rho} + \frac{g'}{2} \frac{Y}{2} \overline{U} \partial_\rho D_V U \dot{V}_\sigma - \left(\frac{\sqrt{2}}{4} g' \frac{Y}{2} \bar{u}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} U \dot{F}_{\sigma\rho} + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \bar{u}^{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} U \dot{V}_\sigma + \right. \right. \\ \left. \frac{i\sqrt{2}}{4} g' \frac{Y}{2} \bar{u}^{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \dot{D}_\sigma U + c.c. \right) \left. \right] + \left[-\frac{1}{2} \overline{D}_\mu \overline{D} D^\mu V_\sigma \partial_\rho D + \frac{i}{2} \overline{D}_\mu \overline{D} \partial_\sigma \dot{V}^\mu \dot{V}_\rho D + \frac{i}{2} \overline{D}_\mu \overline{D} \dot{F}_\sigma^\mu \dot{V}_\rho D - \right. \\ \left. \frac{1}{4} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{d}^{\dot{\alpha}} \dot{F}_{\rho\sigma} D_\mu d^\alpha - \frac{1}{4} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{d}^{\dot{\alpha}} \dot{F}_{\mu\rho} D_\sigma d^\alpha + \overline{F}_D F_D \partial_\sigma \dot{V}_\rho + \frac{g'}{4} \frac{Y}{2} \overline{D} D_V D \dot{F}_{\sigma\rho} + \frac{g'}{2} \frac{Y}{2} \overline{D} \partial_\rho D_V D \dot{V}_\sigma - \left(\frac{\sqrt{2}}{4} g' \frac{Y}{2} \bar{d}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} D \dot{F}_{\sigma\rho} + \sqrt{2} g' \frac{Y}{2} \bar{d}^{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} D \dot{V}_\sigma + \right. \right. \\ \left. \frac{i\sqrt{2}}{4} g' \frac{Y}{2} \bar{d}^{\dot{\alpha}} \partial_\rho \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \dot{D}_\sigma D + c.c. \right) \left. \right]$$

بالنسبة للحد العياري، نكتب عبارة التصحيح كما يلي:

$$(154) \quad S_{Gauge}^1 = \int d^4x \, 2tr \theta^{\mu\nu} \left(F_{\nu\rho} F^{\rho\sigma} F_{\sigma\mu} - \frac{1}{4} F_{\nu\mu} F_{\rho\sigma} F^{\sigma\rho} + \frac{1}{4} \lambda \sigma^\rho \partial_\rho \bar{\lambda} F_{\mu\nu} + \right. \\ \left. \lambda \sigma^\rho \partial_\mu \bar{\lambda} F_{\nu\rho} + \frac{1}{4} D_V^2 F_{\mu\nu} \right) + \int d^4x \theta^{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \lambda \sigma^\rho \partial_\rho \bar{\lambda} F_{\mu\nu} + \lambda \sigma^\rho \partial_\mu \bar{\lambda} F_{\nu\rho} + \right. \\ \left. \frac{1}{2} D_V^2 \dot{F}_{\mu\nu} \right)$$

ويكون آخر حد هو الجزء الخاص بالتفاعلات، وينقسم إلى ثلاثة أجزاء حسب نوع الجسيمات التي يتفاعل معها الهيفز، وهي اللبتونات والكواركات وجسيمات الهيفز نفسها، فنكتبه:

$$(155) \quad S_{Interactions}^1 = S_{Higgs-Leptons \text{ Interactions}}^1 + S_{Higgs-Quarks \text{ Interactions}}^1 + S_{Higgs-Higgs \text{ Interactions}}^1$$

$$(156) \quad S_{Interactions}^1 = S_{H-L \text{ Interact}}^1 + S_{H-Q \text{ Interact}}^1 + S_{H-H \text{ Interact}}^1$$

نبدأ بتصحيح الحد الذي يعبر عن تفاعل الهيفز واللبتونات:

$$(157) \quad S_{H-L}^{1-Interact} = f_R \int d^4x \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{1}{4} H_1^t(i\sigma_2) l r \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} H_1^t(i\sigma_2) V_\rho l \partial_\sigma r - \right. \\ \frac{i}{2} H_1^t(i\sigma_2) \partial_\rho l \partial_\sigma r + \frac{1}{4} H_1^t(i\sigma_2) F_L R \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} H_1^t(i\sigma_2) W_\rho \partial_\sigma F_L R + \\ \frac{1}{2} H_1^t(i\sigma_2) V_\rho F_L \partial_\sigma R + \frac{i}{2} H_1^t(i\sigma_2) \partial_\rho F_L \partial_\sigma R + \frac{i}{8} H_1^t(i\sigma_2) W_\rho W_\sigma F_L R + \\ \frac{1}{4} H_1^t(i\sigma_2) L F_R \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} H_1^t(i\sigma_2) \dot{V}_\rho L \partial_\sigma F_R + \frac{1}{2} H_1^t(i\sigma_2) V_\rho L \partial_\sigma F_R + \\ \frac{i}{2} H_1^t(i\sigma_2) \partial_\rho L \partial_\sigma F_R - \frac{1}{4} h_1^t(i\sigma_2) l r \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} h_1^t(i\sigma_2) V_\rho l \partial_\sigma r - \\ \frac{i}{2} h_1^t(i\sigma_2) \partial_\rho l \partial_\sigma r - \frac{1}{4} h_1^t(i\sigma_2) L r \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} h_1^t(i\sigma_2) V_\rho L \partial_\sigma r - \\ \frac{i}{2} h_1^t(i\sigma_2) \partial_\rho L \partial_\sigma r + \frac{1}{4} F_1^t(i\sigma_2) L R \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} \partial_\sigma F_1^t(i\sigma_2) W_\rho L R + \\ \left. \frac{1}{2} F_1^t(i\sigma_2) V_\rho L \partial_\sigma R + \frac{i}{2} F_1^t(i\sigma_2) \partial_\rho L \partial_\sigma R + \frac{i}{8} F_1^t(i\sigma_2) W_\rho W_\sigma L R + c.c \right]$$

يليه تصحيح الحد الذي يعبر عن تفاعل الهيفز والكواركات:

$$(158) \quad S_{H-Q}^{1-Interact} = \\ f_R \int d^4x \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{1}{4} H_2^t(i\sigma_2) q u \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} H_2^t(i\sigma_2) V_\rho q \partial_\sigma u - \right. \\ \frac{i}{2} H_2^t(i\sigma_2) \partial_\rho q \partial_\sigma u + \frac{1}{4} H_2^t(i\sigma_2) F_Q U \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} H_2^t(i\sigma_2) W_\rho \partial_\sigma F_Q U + \\ \frac{1}{2} H_2^t(i\sigma_2) V_\rho F_Q \partial_\sigma U + \frac{i}{2} H_2^t(i\sigma_2) \partial_\rho F_Q \partial_\sigma U + \frac{i}{8} H_2^t(i\sigma_2) W_\rho W_\sigma F_Q U + \\ \frac{1}{4} H_2^t(i\sigma_2) Q F_U \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} H_2^t(i\sigma_2) \dot{V}_\rho Q \partial_\sigma F_U + \frac{1}{2} H_2^t(i\sigma_2) V_\rho Q \partial_\sigma F_U + \\ \frac{i}{2} H_2^t(i\sigma_2) \partial_\rho Q \partial_\sigma F_U - \frac{1}{4} h_2^t(i\sigma_2) q u \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} h_2^t(i\sigma_2) V_\rho q \partial_\sigma u - \\ \frac{i}{2} h_2^t(i\sigma_2) \partial_\rho q \partial_\sigma u - \frac{1}{4} h_2^t(i\sigma_2) Q u \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} h_2^t(i\sigma_2) V_\rho Q \partial_\sigma u - \\ \frac{i}{2} h_2^t(i\sigma_2) \partial_\rho Q \partial_\sigma u + \frac{1}{4} F_2^t(i\sigma_2) Q U \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{1}{2} \partial_\sigma F_2^t(i\sigma_2) W_\rho Q U + \\ \left. \frac{1}{2} F_2^t(i\sigma_2) V_\rho Q \partial_\sigma U + \frac{i}{2} F_2^t(i\sigma_2) \partial_\rho Q \partial_\sigma U + \frac{i}{8} F_2^t(i\sigma_2) W_\rho W_\sigma Q U + c.c \right]$$

ثم يأتي تصحيح الحد الذي يعبر عن التفاعل بين جسيمات الهيفز فيما بينها:

$$(159) \quad S_{H-H}^{1-Interact} = \mu \int d^4x \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{1}{4} H_1^t(i\sigma_2) F_2 \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{i}{2} D_\rho H_1^t(i\sigma_2) \partial_\sigma F_2 - \right. \\ \frac{i}{8} H_1^t(i\sigma_2) W_\rho W_\sigma F_2 - \frac{1}{4} F_1^t(i\sigma_2) H_2 \Gamma_{\sigma\rho} - \frac{i}{2} \partial_\rho H_1^t(i\sigma_2) \partial_\sigma F_2 + \\ \left. \frac{i}{2} \partial_\rho F_1^t(i\sigma_2) W_\rho H_2 + \frac{1}{4} h_1^t(i\sigma_2) h_2 \Gamma_{\sigma\rho} + \frac{i}{2} \partial_\rho h_1^t(i\sigma_2) \partial_\sigma F_2 + c.c \right]$$

بهذا نكون قد أتممنا كتابة الفعل بكل حدوده، ونذكر هنا أنه عند إجراء التكامل بالتجزئة فإن القيم عند حدود المكاملات (أو السطوح بالنسبة للأحجام) معدومة.

III. التحويلات العيانية للنموذج:

يمكننا في هذه المرحلة حساب شروط ثباتية الفعل الكلي وفق التصحيحات غير التبديلية، أو بتعبير آخر إيجاد التحويلات التي لا تُغيّر عبارته. نحصل على هذه التحويلات باستخدام نفس الطريقة المتبعة في حساب الحقول و حدود الفعل المختلفة، أي باستبدال الحقول و الجداءات العادية بنظيراتها غير التبديلية وفق خارطة صايرف-ويتن، فنحصل على العبارات التالية:

$$(160) \quad \delta \hat{V}_\mu = i\varepsilon^\alpha \sigma_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + i\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \lambda^\alpha + \theta^{\rho\sigma} \left[\frac{i}{2} (\varepsilon^\alpha \sigma_{\sigma\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\sigma\alpha\dot{\alpha}} \lambda^\alpha) (\partial_\rho V_\mu + F_{\rho\mu}) - \frac{1}{2} (\varepsilon^\alpha \sigma_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \lambda^\alpha) V_\rho V_\sigma + \frac{i}{2} V_\rho (\varepsilon^\alpha \sigma_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\mu\alpha\dot{\alpha}} \lambda^\alpha - \varepsilon^\alpha \sigma_{\sigma\alpha\dot{\alpha}} \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\sigma\alpha\dot{\alpha}} \partial_\mu \lambda^\alpha) \right]$$

$$(161) \quad \delta \hat{V}_\mu = i\varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\mu} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + i\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\mu} \lambda^\beta + \frac{i}{2} \theta^{\rho\sigma} \left[(\varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\sigma} \lambda^\beta) (\partial_\rho V_\mu + F_{\rho\mu}) + V_\rho (\varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\sigma} \partial_\mu \lambda^\beta) \right]$$

$$(162) \quad \delta \hat{\lambda}_\alpha = \varepsilon^\beta \sigma_{\beta\alpha}^{\mu\nu} \dot{F}_{\mu\nu} + i\varepsilon_\alpha D_V + \theta^{\rho\sigma} \varepsilon_\alpha \sigma^{\mu\nu} \dot{F}_{\mu\rho} F_{\nu\sigma} + i\theta^{\mu\nu} \left[\left(\frac{1}{2} \right) \varepsilon_\alpha \dot{V}_\nu \partial_\mu D_V + (\varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\nu} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\nu} \lambda^\beta) \partial_\mu \lambda_\alpha \right]$$

$$(163) \quad \delta \hat{\lambda}_\alpha = \varepsilon^\beta \sigma_{\beta\alpha}^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i\varepsilon_\alpha D_V + \theta^{\mu\nu} \left[\frac{i}{2} \varepsilon_\alpha V_\nu \partial_\mu D_V - \frac{i}{2} (\varepsilon^\beta \sigma_{\beta\alpha\nu} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\nu} \lambda^\beta) \partial_\mu \lambda_\alpha + \frac{1}{4} \varepsilon_\alpha V_\mu V_\nu (\sigma^{\rho\sigma} F_{\rho\sigma} + D_V) + \frac{1}{2} \varepsilon_\alpha V_\rho \sigma^{\rho\sigma} \partial_\sigma F_{\mu\nu} + D_V \right] + \sigma^{\mu\nu} \varepsilon_\alpha F_{\mu\nu}^1 D_V$$

$$(164) \quad \delta \hat{D}_V = \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \partial_\mu \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \theta^{\rho\sigma} \left[\frac{1}{2} (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \partial_\rho \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\rho \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \partial_\sigma V_\mu + \frac{i}{4} (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \partial_\mu \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) V_\sigma V_\rho + i (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \partial_\rho D_V + \frac{i}{4} (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) ([\partial_\mu V_\rho, V_\sigma] + \{[V_\mu, V_\rho], V_\sigma\}) \right]$$

$$(165) \quad \delta \hat{D}_V = \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \partial_\mu \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \theta^{\rho\sigma} \left[(\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta}^\mu \partial_\rho \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\rho \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \dot{F}_{\mu\sigma} + i (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \lambda^\beta - \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \partial_\rho D_V \right]$$

$$(166) \quad \delta \hat{l}^\alpha = \sqrt{2} \varepsilon^\alpha F_L + i\sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \sigma_{\dot{\alpha}}^{\alpha\mu} D_\mu L + \theta^{\rho\sigma} \sqrt{2} \varepsilon^\alpha W_\rho \partial_\sigma F_L + \theta^{\rho\sigma} \left[\frac{1}{2} (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\beta}\beta\rho} \lambda^\beta + i\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\beta}\beta\rho} \dot{\lambda}^\beta + i\varepsilon^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}\rho} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + i\varepsilon^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}\rho} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \partial_\sigma l^\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}}^{\alpha\mu} \Gamma_{\mu\rho} \partial_\sigma L - i\frac{\sqrt{2}}{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}}^{\mu\alpha} (\dot{V}_\rho \partial_\sigma \dot{V}_\mu + V_\rho \partial_\sigma V_\mu + \dot{V}_\rho \dot{F}_{\sigma\mu} + V_\rho F_{\sigma\mu}) L \right]$$

$$(167) \quad \delta \hat{L} = \sqrt{2} \varepsilon_\alpha l^\alpha + \frac{i}{2} \theta^{\rho\sigma} \left[\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\rho} (\lambda^\beta + \dot{\lambda}^\beta) + \varepsilon^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}\rho} (\bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \dot{\bar{\lambda}}^{\dot{\beta}}) \right] \partial_\sigma L$$

$$(168) \quad \delta \hat{R} = \sqrt{2} \varepsilon_{\alpha} r^{\alpha} - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \partial_{\rho} R (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\sigma} \lambda^{\beta} + \varepsilon^{\alpha} \sigma_{\alpha\dot{\beta}\sigma} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}})$$

$$(169) \quad \delta \hat{r}^{\alpha} = \sqrt{2} \varepsilon^{\alpha} F_R + i \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \sigma_{\dot{\alpha}}^{\alpha\mu} D_{\mu} R + \theta^{\rho\sigma} \left[\frac{i}{2} \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \sigma_{\dot{\alpha}}^{\alpha\mu} D_{\rho} R \dot{F}_{\mu\sigma} + \right. \\ \left. \frac{\sqrt{2}}{2} \varepsilon^{\alpha} \partial_{\rho} F_R \dot{V}_{\sigma} + \frac{1}{2} (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\beta\rho} \lambda^{\beta} + \varepsilon^{\alpha} \sigma_{\alpha\dot{\beta}\rho} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \partial_{\sigma} r^{\alpha} \right]$$

$$(170) \quad \delta \hat{F}_L = \\ i \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} D_{\mu} l^{\alpha} - 2 g \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} L - g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} L + \theta^{\rho\sigma} \left[\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} W_{\rho} W_{\sigma} L - \right. \\ g \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \partial_{\sigma} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \dot{V}_{\rho} L + g \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \partial_{\rho} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \partial_{\sigma} L - \frac{i}{4} g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} W_{\rho} W_{\sigma} L + \\ \frac{1}{2} g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} W_{\rho} \partial_{\sigma} L + g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \partial_{\sigma} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \dot{V}_{\rho} L - \frac{i}{2} g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \partial_{\rho} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \partial_{\sigma} L - \\ i \frac{\sqrt{2}}{4} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} \Gamma_{\mu\rho} \partial_{\sigma} l^{\alpha} - \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} (\dot{V}_{\rho} \partial_{\sigma} \dot{V}_{\mu} + V_{\rho} \partial_{\sigma} V_{\mu} + \dot{V}_{\rho} \dot{F}_{\sigma\mu} + \\ V_{\rho} F_{\sigma\mu}) l^{\alpha} + \frac{\sqrt{2}}{4} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} W_{\rho} W_{\sigma} \partial_{\mu} l^{\alpha} - \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} W_{\rho} W_{\mu} \partial_{\sigma} l^{\alpha} + \\ \left. \frac{\sqrt{2}}{4} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} W_{\mu} W_{\rho} W_{\sigma} l^{\alpha} + i \left[\bar{\varepsilon}^{\dot{\beta}} \bar{\sigma}_{\dot{\beta}\beta\rho} (\lambda^{\beta} + \dot{\lambda}^{\beta}) + \varepsilon^{\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}\rho} (\bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + \right. \right. \\ \left. \left. \dot{\bar{\lambda}}^{\dot{\beta}}) \right] \partial_{\sigma} F_L \right]$$

$$(171) \quad \delta \hat{F}_R = i \sqrt{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} D_{\mu} r^{\alpha} - g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} R + \theta^{\rho\sigma} \left[-\frac{i}{2} g' Y \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \partial_{\rho} \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \partial_{\sigma} R - \right. \\ i \frac{\sqrt{2}}{4} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} \Gamma_{\mu\rho} \partial_{\sigma} l^{\alpha} + \frac{i \sqrt{2}}{2} \bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha}^{\mu} D_{\rho} r^{\alpha} \dot{F}_{\mu\sigma} + \frac{\sqrt{2}}{2} \varepsilon^{\beta} \sigma_{\alpha\beta}^{\mu} \partial_{\sigma} \dot{V}_{\rho} \dot{V}_{\mu} r^{\alpha} + \\ \left. i (\bar{\varepsilon}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}_{\dot{\alpha}\alpha\rho} \dot{\lambda}^{\alpha} + \varepsilon^{\alpha} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}\rho} \dot{\bar{\lambda}}^{\dot{\alpha}}) \partial_{\sigma} F_R \right]$$

في كل هذه العبارات يمثل ε^{α} المعامل الموافق للتحويلات فائقة التناظر المعممة.

عند هذا الحد نقول أننا كتبنا دالة لاقرانج للنموذج المعياري الأدنى فائق التناظر في إطار الزمكان غير التبديلي، و بينّا التحويلات فائقة التناظر التي تحقق الخاصية الثابتة للفعل الناتج. و يعد هذا مثالاً عن بناء نظرية عيارية.

الفصل الثالث:

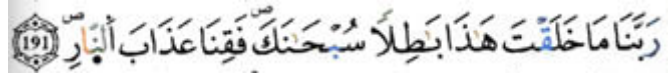
الحركية

في

ذرة الهيدروجين

في إطار

الهندسة غير التبديلية



من الآية 191 من سورة آل عمران

الباب الأول: المقدمة

تكلّمنا في المقدمة العامة عن استحداث مفهوم الأنظمة الحركية بعد ظهور قوانين نيوتن للتحريك، والتي عُرِفَتْ بأنها أنظمة تتطور مع الزمن ويمكن التنبؤ بحالتها المستقبلية من معرفة وضعها الحالي، أو مبدأ الحتمية. ثم كيف ظهر بعدها مفهوم جديد للحركية من دراسة أنظمة شديدة الحساسية للشروط الابتدائية، كالنظام المكون من ثلاثة أجسام تحت تأثير الجاذبية أو حركة الهواء تحت تأثير التدرّج الحراري بين الأرض والطبقات العليا للغلاف الجوي، وكيف فتح هذا الأمر مجالا جديدا في البحث حتى اعتبره البعض الثورة الثالثة في الفيزياء الحديثة بعد فيزياء الكم و نسبية آينشتاين. لذا فقد تمّ تطبيقها في ميادين عديدة نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر الرياضيات وعلوم الحياة وعلوم الأرض والطب وعلم الاجتماع.

و تحدثنا كذلك عن النظريات العيارية التي بدأت مع كهرومغناطيسية ماكسويل لتشمل بعد ذلك نسبية آينشتاين والفيزياء الكمومية، وكيف طورت فهمنا للفيزياء وأضحت تلازم كل النظريات الحديثة من كهروديناميكا كلاسيكية وكمومية وكهروضعيفة وديناميكا صغية كمومية ونموذج معياري وما يليه من نماذج تُوسَّعه. وتطرّقنا إلى مثل هذه التوسيعات في الفصل الثاني وهي تركيب من التناظر الفائق والهندسة غير التبديلية وبنينا النموذج المعياري فائق التناظر وغير التبديلي كمثال على بناء مثل هذه النظريات.

في هذا الفصل، سوف نبدأ بدراسة بعض جوانب الحركية في النظريات العيارية وخصوصا النظرية العيارية الآبلية الممثلة في الكهروديناميكا ولكن في إطار الهندسة غير التبديلية، لنترك النظريات غير الآبلية للفصل الموالي.

نُذَكِّرُ أن الكهروديناميكا تدرس في نسختها الكلاسيكية، التي تُعبّر عنها معادلات ماكسويل، الظواهر المتعلقة بالتأثيرات المتبادلة بين الشحنات والتيارات الكهربائية مادامت الأبعاد ليست صغيرة جدا وشِدَّات الحقول ليست كبيرة جدا لتبدؤ الظواهر الكمومية. ولكنها كما ذكر ذلك جاكسون [113]، لا تصلح إلا في تحديد الحقول الناتجة عن الشحن أو حركية الشحن تحت تأثير الحقول، وهي إذن تعاني من عدم تَمَكُّنْها من الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات المتبادلة بين الشحن

والحقول الناتجة عن ذات الشحن وعن حركيتها. وقد وضع كل من ريباريتش وسيسترسيتش كتابا أوضحوا فيه المسائل التي لا تزال عالقة في فهمنا لهذه النظرية رغم كونها من أكمل النظريات الكلاسيكية [114].

أما نسختها الكمومية فبدأت مع ديراك الذي درس الإشعاعات المنبعثة تلقائيا في الذرة [115]، ثم وضع لها فيرمي صياغة أنيقة [116]، حتى ظن الفيزيائيين أنه من حيث المبدأ، سيكون من الممكن القيام بالحساب لأي ظاهرة تنطوي على الفوتونات والجسيمات المشحونة. ثم جاءت تجارب لامب و ريوذرفورد لتُبَيِّن أن النتائج التجريبية لا توافق النظرية عند قياس أطيف البنية الدقيقة لذرة الهيدروجين والمسماة مُدَّاك إزاحة لامب [117]؛ الأمر الذي عاجله بيبي باستحداث إعادة التقييس [118]. عندها وُضِع الشكل النهائي للنظرية من طرف فاينمان و شوينغر استكمالا لعمل طومونا كما ذكرناه في المقدمة العامة.

سوف نقوم بدراسة هذه النظرية في إطار الهندسة غير التبديلية التي تعمم مبدأ عدم التعيين لهايزنبرغ في الباب الثاني من هذا الفصل، كتعميم للنظرية الحالية وكمثال آخر على بناء نظرية عيارية. أما الباب الثالث فندرس فيه مدى استقرار نظام كمومي بسيط يُمَثِّلُها، أي نظرية الكهروديناميكا غير التبديلية، وهو ذرة الهيدروجين. واخترنا هذا النظام لكونه مدروس بدقة متناهية سواء من الناحية النظرية أو من الناحية التجريبية. ولدراسة الحركية في هذا النظام، إخترنا عدم الإستقرار كونه القاسم المشترك بين مختلف الأنظمة الحركية أو العشوائية.

هذا الباب الثالث مستوحى من عمل أديته مع بن سلامة و زعيم و نشر سنة 2011 [119].

الباب الثاني: الكهروديناميكا غير التبديلية

هناك العديد من الأعمال التي درست بناء نظرية الكهروديناميكا في إطار الهندسة غير التبديلية من باب التعميم، نذكر منها [120] و [121]. و أخرى كثيرة درست بعض تأثيراتها والتعديلات التي تدخلها مثل [122] و [123] و [124]، ولكنها تتفق جميعا في استعمال خارطة صيرف-ويتن التي تحدثنا عنها في الباب الثالث من الفصل السابق والتي تعطي النظرية غير التبديلية كتصحيح للنظرية التبديلية بحدود تكتب وفق الدرجات المتصاعدة لمعامل التعديل غير التبديلي $\theta^{\mu\nu}$.

توجد العديد من الدراسات حول ظواهر الهندسة غير التبديلية تهتم بالحدود النظرية والتجريبية لمعامل التعديل θ ، نذكر بعضها في هذه الفقرة (نحيل القارئ إلى الموقع [125] ليجد قائمة مفصلة بكتب عن هذه النظرية). في حالة الخاصية غير التبديلية المكانية وجد تجربة أوبال [126] الحد $\Lambda_{nc}^{(ss)} \geq 140 \text{ GeV}$ ، وأعطت عدة تفاعلات في نظرية المجال $1,7 \text{ TeV} - 500 \text{ GeV}$ $\Lambda_{nc}^{(ss)}$ [127]، كما نتجت القيمة $\Lambda_{nc}^{(ss)} \geq 6 \text{ GeV}$ من مقارنة تأثير النظرية على إزاحة لامب لذرة الهيدروجين مع تجارب مطيافية جد دقيقة [128] (وهي تصحيح لخطأ في حسابات [129]). أما في حالة الخاصية غير التبديلية الزمكانية، فقد وجدت القيمة الحدية $\theta_{st} \leq 9,51 \times 10^{-18} \text{ ms}$ من اعتبارات نظرية الجاذبية الكمومي [130]، والقيمة $\theta_{st} \leq (0,6 \text{ GeV})^{-2}$ من الحدود النظرية لإزاحة لامب في الهيدروجين [120]، وأعطت بعض النماذج الخاصة القيمة $\Lambda_{nc}^{(st)} \geq 10 \text{ TeV}$ باستعمال معطيات خلفية الموجات الدقيقة الكونية [131]، أو القيمة $\Lambda_{nc}^{(st)} \geq 10^{16} \text{ GeV}$ من دراسة تفاعلات الجسيمات [132] (تم تحديد القيمتين الأخيرين بطريقة غير مباشرة وهذا باستعمال عدم تحقق ثابتية لورانتز في النظرية وتوجد عدة دراسات تعبر عن النظرية غير التبديلية التي تحقق هذه الثابتية [133-137]).

يمكن لمن يريد أن يستزيد من المعلومات حول حدود معامل التعديل غير التبديلي أن يطلع على المرجع [130].

$$\begin{array}{ccc} A_\mu & \xrightarrow{\delta} & A_\mu + \delta A_\mu \\ \downarrow & & \downarrow \\ \hat{A}_\mu & \xrightarrow{\hat{\delta}} & \hat{A}_\mu + \hat{\delta} \hat{A}_\mu \end{array}$$

الشكل (19): تمثيل خارطة صيرف-ويتن

لبناء الكهروديناميكا غير التبديلية، نستعمل خارطة صيرف-ويتن التي يلخصها الشكل السابق، والتي تتمثل في استبدال كل الحقول بصورها غير التبديلية (التي تعلوها القبة في الرموز) والجداءات بنظيراتها من نوع موغال-وييل كما تم توضيحه في [138] و [139]، ونتبع طريقتهم فيما يلي من هذا الباب وكذلك طريقة كل من [120] و [121].

ننطلق من عبارة الفعل الخاص بالكهروديناميكا العادية:

$$(172) \quad S = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

و نكتب نظيره غير التبديلي وفق الخارطة:

$$(173) \quad S_{(nc)} = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu} * F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4} \int d^4x \hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}^{\mu\nu}$$

حيث:

$$(174) \quad \hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu - i [\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu]_*$$

هذه العبارات محفوظة وفق التحويلات العيانية التالية:

$$(175) \quad \hat{\delta}_\lambda \hat{A}_\mu = \partial_\mu \hat{\lambda} - i [\hat{A}_\mu, \hat{\lambda}]_* \equiv \hat{D}_\mu \hat{\lambda}$$

و تعطى الحقول العادية بالعلاقة:

$$(176) \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

تكتب الحقول غير التبديلية وفق الخارطة كنشر تايلور بالنسبة للمعامل θ ونظيراتها العادية (حيث يشير المعامل العلوي (n) إلى درجة معامل النظرية (θ)):

$$(177) \quad \begin{cases} \hat{A}_\mu = A_\mu + A_\mu^{(1)} + A_\mu^{(2)} + \dots \\ \hat{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}^{(1)} + F_{\mu\nu}^{(2)} + \dots \end{cases}$$

وتربط بينهما العلاقات التالية:

$$(178) \quad \begin{cases} \frac{\partial \hat{A}_\mu}{\partial \theta^{\alpha\beta}} = -\frac{1}{8} \{ \hat{A}_\alpha, \partial_\beta \hat{A}_\mu + \hat{F}_{\beta\mu} \} + \alpha \leftrightarrow \beta \\ \hat{A}_\mu(\theta=0) = A_\mu \end{cases}$$

و يمكن انطلاقاً من هذه المعادلات كتابة العلاقات التي تربط بين الحقول:

$$(179) \quad \frac{\partial \hat{F}_{\mu\nu}}{\partial \theta^{\alpha\beta}} = \frac{1}{8} \partial_\nu \left\{ \hat{A}_\alpha, \partial_\beta \hat{A}_\mu + \hat{F}_{\beta\mu} \right\}_* - \mu \leftrightarrow \nu + \frac{i}{8} \left[\left\{ \hat{A}_\alpha, \partial_\beta \hat{A}_\mu + \hat{F}_{\beta\mu} \right\}_*, \hat{A}_\nu \right]_* \\ + \frac{i}{8} \left[\hat{A}_\mu, \left\{ \hat{A}_\alpha, \partial_\beta \hat{A}_\nu + \hat{F}_{\beta\nu} \right\}_* \right]_* - \alpha \leftrightarrow \beta$$

سوف نقتصر على التصحيحات من الدرجة الأولى لصغر قيمة معامل التعديل الذي أوضحناه آنفاً، وتعطى كما يلي [139] و [140]:

$$(180) \quad A_\mu^{(1)} = -(1/2) \theta^{\alpha\beta} A_\alpha (\partial_\beta A_\mu + F_{\beta\mu})$$

$$(181) \quad F_{\mu\nu}^{(1)} = \theta^{\alpha\beta} (F_{\mu\alpha} F_{\nu\beta} - A_\alpha \partial_\beta F_{\mu\nu})$$

$$(182) \quad \hat{\lambda}^{(1)}(\lambda, A) = -(1/2) \theta^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta \lambda$$

عند هذا الحد يمكن كتابة الفعل غير التبديلي بدلالة الحقول العادية كما يلي:

$$(183) \quad S_{(nc)} = \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{8} \theta^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} F_{\mu\alpha} F_{\nu\beta} F^{\mu\nu} \right) + O(\theta^2)$$

و تبقى صامدة وفق التحويلات:

$$(184) \quad \delta_\lambda A_\mu = \partial_\mu \lambda$$

كما يمكن كتابة اللافراجهي بدلالة الحقل الكهربائي $\vec{E}$ ومرادفه المغناطيسي $\vec{B}$ ومعامل التعديل

$$\theta^{0j} = \theta_{(st)}^j \text{ ونظيره المكاني } \theta^{jk} = \epsilon^{jkl} \theta_{(ss)l}$$

$$(185) \quad \hat{\mathcal{L}} = (1/2) (1 + \vec{\theta}_{(ss)} \cdot \vec{B} - \vec{\theta}_{(st)} \cdot \vec{E}) (E^2 - B^2) - (\vec{\theta}_{(ss)} \cdot \vec{E} + \vec{\theta}_{(st)} \cdot \vec{B}) (\vec{E} \cdot \vec{B})$$

و عبرنا عن معاملي التعديل بأشعة:

$$(186) \quad \vec{\theta}_{(st)} = \begin{pmatrix} \theta_{(st)}^{01} \\ \theta_{(st)}^{02} \\ \theta_{(st)}^{03} \end{pmatrix}; \vec{\theta}_{(ss)} = \begin{pmatrix} \theta_{(ss)}^1 \\ \theta_{(ss)}^2 \\ \theta_{(ss)}^3 \end{pmatrix}$$

تم تطبيق هذه النظرية على كمون كولمبي ناتج عن شحنة كروية نصف قطرها r_0 في [139] ووجدوا

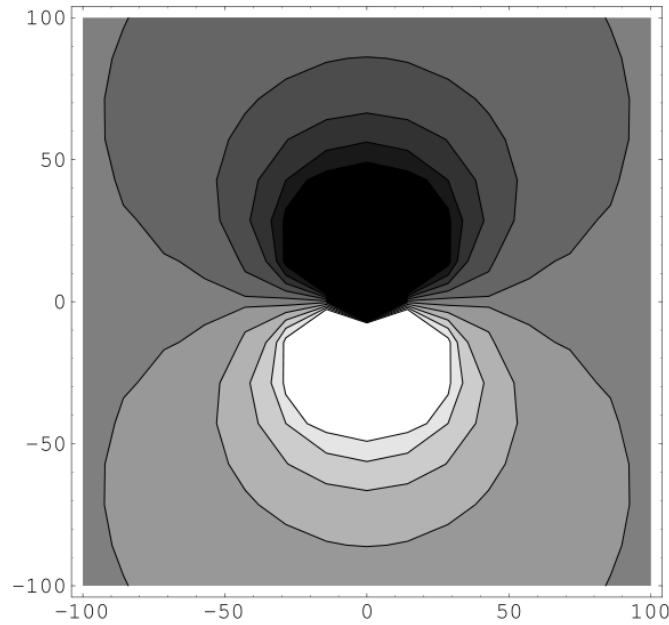
أن تصحيحات الحقول من الدرجة الأولى تحقق المعادلة التالية:

$$(187) \quad \partial_\mu F^{(1)\mu\nu} = J^\nu$$

حيث يعطى التيار الرباعي بالعلاقة:

$$(188) \quad J = \frac{e^2}{r_0^6} (4 \vec{\theta}_{(st)} \cdot \vec{r}; \vec{r} \times \vec{\theta}_{(ss)}) \Theta(r - r_0) + \frac{e^2}{r_0^5} \left(\frac{3}{2} \vec{\theta}_{(st)} \cdot \vec{r}; -\frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{\theta}_{(ss)} \right) \delta(r - r_0)$$

تعبّر Θ عن الدالة سُلَّم أو درجة و δ هي مشتقتها أو دالة توزيع ديراك، و يمثل القوس الشعاع الرباعي بمركبتيه السلمية و الشعاعية $V^\mu = (V^0; \vec{V})$.
و تم دراستها رقمياً حيث تحصلوا على تمثيل للخطوط المتساوية الكمون الناتجة ذو تناظر أسطواني حول إتجاه الشعاع $\bar{\theta}_{(st)}$. نبين في الشكل الموالي هذه التصحيحات من أجل $r_0 = 1$ و $\theta_{(st)} = 1$:



الشكل (20): تمثيل تصحيحات الدرجة الأولى للكهروديناميكا غير التبديلية

يمثل $\bar{\theta}_{(st)}$ الإتجاه العمودي

نتوقف عند هذا الحد في بياننا للكهروديناميكا غير التبديلية، لندرس ذرة الهيدروجين في إطار الهندسة غير التبديلية كتطبيق.

الباب الثالث: ذرة الهيدروجين في إطار الهندسة غير التبديلية:

سوف نطبق الآن الهندسة غير التبديلية على ذرة الهيدروجين لأنه نظام كمومي يعبر عن نظرية عيارية تبديلية، وهو مدروس بصفة مَفَصَّلَة سواء في فيزياء الكم الكلاسيكية أو النسبية و حتى في نظرية الديناميكا الكهربائية الكلاسيكية و الكمومية. كما أن التجارب عليه وصلت إلى قيم جد دقيقة، و لذا يمكن استعمال هذا النظام كاختبار جيد لكل نظرية جديدة. و لقد تمت دراسة الطيف الطاقوي لذرة الهيدروجين في سياق الهندسة غير التبديلية سواء كانت الخاصة مكانية فقط [129] أو زمكانية فقط [136] أو كانت الإثنين معا [128]. سوف نقوم بدراسة ذرة الهيدروجين و لكن من جهة مدى استقرار المدارات الإلكترونية و هذا عندما تكون الخاصة غير التبديلية زمكانية فقط (أي كما ذكرنا سابقا عندما يكون عدم التبادل بين الزمن من جهة و إحداثيات الفضاء من جهة أخرى بينما يبقى الجداء بين إحداثيات الفضاء فيما بينها تبادليا). و هذا راجع لأن الدراسة في إطار الخاصة غير التبديلية المكانية بيّنت أن الكمون الكولمي يصبح كما يلي [129]:

$$(189) \quad V_{nc}(r) = -\frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{4\hbar} \frac{\bar{L} \cdot \bar{\theta}_{ss}}{r^3} + O(\theta^2)$$

وبالتالي إذا اخترنا إتجاه المحور Oz وفق الشعاع $\bar{\theta}_{ss}$ ، يصبح التصحيح من الدرجة الأولى بالنسبة للمعامل غير التبديلي المكاني معطى بالعلاقة:

$$(190) \quad V_{nc}(r) = -\frac{e^2}{4\hbar} \frac{L_z \theta_{ss}}{r^3}$$

و ينتج عنها تصحيحات في قيم الطاقة تعطى حسب نظرية الإضطرابات المستقرة بالعلاقة:

$$(191) \quad E_{nc} = \langle nl'jm_j' | -\frac{e^2}{4\hbar} \frac{L_z \theta_{ss}}{r^3} | nljm_j \rangle$$

$$= -\frac{m_e c^2}{4} (Z\alpha)^4 \frac{\theta_{ss}}{\lambda_e^2} m_j \left(1 \mp \frac{1}{2l+1} \right) \frac{\delta_{ll'} \delta_{m_j m_j'}}{n^3 l(l+1/2)(l+1)}$$

لأن التصحيحات تربط بين حالات متماثلة، و لذا فالمساهمة قطرية في الكتابة المصفوفية و تحسب مباشرة بالعلاقة السابقة، و هذا ليس له أي تأثير على الخصائص الحركية للذرة.

عندما تكون الخاصة غير التبديلية مكانية فقط، فإن حل معادلة المبدلات المعبرة عن الخاصة غير التبديلية:

$$(192) \quad [x_{nc}^j, x_{nc}^k] = i\theta^{jk}; j, k = 1, 2, 3$$

يكتب بالعلاقة المولية (و هي التي اعتمدت في [129] لحساب التصحيحات):

$$(193) \quad x_{nc}^j = x^j + i \theta^{jk} \partial_k ; j, k = 1, 2, 3$$

أما عندما تكون الخاصية غير التبديلية زمكانية فقط:

$$(194) \quad [x_{nc}^0, x_{nc}^j] = i \theta^{0j} ; j = 1, 2, 3$$

فإن حل معادلة المبدلات الذي اخترناه هو الذي يعطى بنفس طريقه سابقه، أي:

$$(195) \quad x_{nc}^j = x^j + i \theta^{j0} \partial_0 ; j = 1, 2, 3$$

ولا تتغير إحداثية الزمن x^0 في هذه الحالة ولا العزوم المرافقة p^μ وتحقق العلاقات العادية:

$$(196) \quad \begin{cases} [x_{nc}^j, x_{nc}^k] = 0 \\ [p_{nc}^\mu, p_{nc}^\nu] = 0 ; j, k = 1, 2, 3 ; \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \\ [x_{nc}^\mu, p_{nc}^\mu] = i \hbar \end{cases}$$

لقد اعتمدنا المبدلات بين الإحداثيات كمرجع للحلول المستعملة في دراستنا لأننا نعتبرها أساس فيزياء الكم، فهي ثابت من ثوابتها في مختلف شكلياتها سواء تعلّق الأمر بصياغة شرودنجر أو ديراك أو حتى الصياغة في إطار نظريات الحقول.

للتبسيط نستعمل الكتابة الشعاعية:

$$(197) \quad \vec{r}_{st} = \vec{r} + i \vec{\theta} \partial_0 = \vec{r} - \vec{\theta} \frac{E}{\hbar}$$

أين استعملنا العلاقة:

$$(198) \quad (\hbar / i) \partial_0 \psi = E \psi$$

حيث ψ هي شعاع الحالة، واستخدمنا الرمز الشعاعي، و لقد كتبنا كل عبارات حلول المبدلات على شكل إزاحة بوب [141].

نتعامل هنا مع معادلة شرودنجر المستقرة، لذا فالطاقة ثابتة ونعتبرها إذا معاملا ثابتا في معادلاتنا. ونَتَّبِع في حساباتنا طريقة شيشيان وفريقه المستخدمة في [129] و [142]، كما نستخدم معادلة شرودنجر العادية وهذا لكون الحلول المختارة في حالتنا لا تتغير إحداثية الزمن x^0 ولا العزوم المرافقة p^μ . في هذا السياق، لقد تم البرهان في كل من [136] و [143] أنه يستلزم استبدال الإحداثيات العادية وعزومها المرافقة بالإحداثيات غير التبديلية وعزومها في معادلة شرودنجر العادية في حالة الخاصية غير التبديلية الزمكانية (وهذا هو الحال عندنا). أما إذا كانت الخاصية غير التبديلية شاملة

(أي موجودة بين الإحداثيات الفضائية فيما بينها وبين إحداثية الزمن)، فقد تبين من دراسة النيوترون في حقل الجاذبية في [130] و [144] أن التغير يطرأ على دالة الكمون فقط (دون غيرها من الحدود) في معادلة شرودنجر. يمكن تفسير هذا الأمر بالقول أن الطاقة الحركية لا تتغير لأنها تكتب بدلالة العزوم المرافقة وهذه الأخيرة لم تتغير في الحلول المختارة لمعادلات المبدلات. سوف نكتب الآن عبارة الكمون الكولومبي غير التبديلي باستبدال الإحداثيات العادية بنظيرتها غير التبديلية في عبارة كمون كولوم العادي:

$$(199) \quad V_{nc}(r) = -e^2/r_{st} = -e^2 \left(\sum x_{nc}^j \cdot x_{nc}^j \right)^{-1/2}$$

$$(200) \quad V_{nc}(r) = -e^2 \left[(\bar{r} - \bar{\theta} E/\hbar)^2 \right]^{-1/2}$$

نذكر أن $e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0}$ حيث q_e شحنة الإلكترون. نكتب :

$$(201) \quad \frac{1}{r_{st}} = \frac{1}{r} \left(1 - 2 \frac{E}{\hbar} \frac{\bar{r} \cdot \bar{\theta}}{r^2} + \frac{E^2}{\hbar^2} \frac{\theta^2}{r^2} \right)^{-1/2} = \frac{1}{r} (1 + \epsilon)^{-1/2}$$

و بالنظر إلى قيم معامل التعديل الحدية الضعيفة جدا فإننا عرفنا حدا متناها في الصغر بالعلاقة:

$$(202) \quad \epsilon = -2 \frac{E}{\hbar} \frac{\bar{r} \cdot \bar{\theta}}{r^2} + \frac{E^2}{\hbar^2} \frac{\theta^2}{r^2}$$

و يمكننا عندها استعمال نشر تايلور:

$$(203) \quad \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon}} = 1 - \frac{\epsilon}{2} + 3 \frac{\epsilon^2}{8} + O(\epsilon^3)$$

لنجد العبارة (نتوقف عند الدرجة الثانية بالنسبة لمعامل التعديل نظرا لصغره):

$$(204) \quad \frac{1}{r_{st}} = \frac{1}{r} \left[1 + \frac{E}{\hbar} \frac{\bar{r} \cdot \bar{\theta}}{r^2} - \frac{E^2}{2\hbar^2} \frac{\theta^2}{r^2} + \frac{E^2}{2\hbar^2} \frac{(\bar{r} \cdot \bar{\theta})^2}{r^4} + O(\theta^3) \right]$$

نأخذ أبسط اختيار ممكن بالنسبة لمعامل التعديل وهو الحالة التي يكون فيها ثابتا. عندها يمكننا دوما اختيار المعلم بحيث يتطابق أحد محاوره مع اتجاه الشعاع المعبر عن المعامل غير التبديلي، وليكن Oz مثلا، ونكتب:

$$(205) \quad \bar{\theta} = \theta^{30} \bar{k} = \theta_{st} \bar{k}$$

و نتج حينها عبارة الكمون الكولومبي في حالة الخاصية غير التبديلية الزمكانية:

$$(206) \quad V_{nc}(r) = -\frac{e^2}{r} - \frac{e^2 E \theta_{st}}{\hbar} \frac{\cos \vartheta}{r^2} - \frac{e^2 E^2 \theta_{st}^2}{2\hbar^2} \frac{(3 \cos^2 \vartheta - 1)}{r^3} + O(\theta_{st}^3)$$

يعبر الرمز ϑ عن زاوية السميت المعرفة بالعلاقة $\vec{r} \cdot \vec{k} = r \cos \vartheta$. نرى أن العبارة تحتوي حدين إضافيين إلى حد كولوم العادي ويحويان معامل التعديل θ ، فهما متناهيي الصغر بالنسبة إليه. يمكن مقارنة هذه العبارة بعبارة الطاقة الكامنة لشحنة كهربائية نقطية q تحت تأثير مجموعة من الشحنات أو توزيع حجمي للشحن q_j :

$$(207) \quad V(r) = \sum_j \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r_j}$$

$$(208) \quad \vec{r}_j = \vec{r} - \vec{a}_j = \overline{OM} - \overline{OA_j}$$

$$(209) \quad V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\sum q_j}{r} + \frac{\sum a_j q_j \cos \vartheta_j}{r^2} + \frac{\sum a_j^2 q_j (3\cos^2 \vartheta_j - 1)}{r^3} + O(a_j^3) \right]$$

و تمثل كل من M و A_j (أو $\vec{r}$ و $\vec{a}_j$) موضعي كل من الشحنة المتأثرة q والشحنة المؤثرة q_j على التوالي بالنسبة للمرجع O .

يمكن مقارنة العلاقات السابقة (206) و (209) حدا حدا. الأول هو الحد الكولومبي، والثاني هو الطاقة الناتجة عن تأثير ثنائي قطب كهربائي، أما الثالث فهو ينتج عن تأثير رباعي قطب كهربائي. إذن يمكننا أن نستنتج أن دراسة ذرة الهيدروجين في إطار الخاصية غير التبديلية الزمكانية يكافئ اعتبار إلكترون تحت تأثير حقل كهربائي مصدره توزيع شحني غير متعادل كهربائيا بحيث تكون الشحنة الكلية لهذا التوزيع موجبة فتعطينا الحد الكولومبي $-e^2/r$ ، و يكون هذا التوزيع الشحني غير متناظر كرويا فينتج مساهمات متعددة الأقطاب، ويكون هذا التوزيع الشحني شديد التمرکز كذلك، أي ذو امتداد حجمي جد محدود، بحيث تكون المساهمات الناتجة عن حدود متعددة الأقطاب صغيرة جدا أمام الحد الكولومبي. يوجد مثل هذا التوزيع الشحني في ذرة الهيدروجين وسط البروتون؛ فهو جسيمة غير نقطية، أي ممتدة، مكوّنة من ثلاث جسيمات تسمى كواركات، إثنين منها لها شحن موجبة $2e/3$ و الثالثة شحنتها سالبة $-e/3$.

لقد طبقنا الخاصية غير التبديلية الزمكانية على الإلكترون في ذرة الهيدروجين ووجدناها تكافئ الأخذ بعين الاعتبار الطبيعة الكهربائية المركبة لبروتون النواة. هذه الطبيعة المركبة هي التي منعنا من تطبيق الخاصية غير التبديلية على البروتون نظرا لكونه يخضع لنظرية الديناميكا الصبغية الكمومية وليست الديناميكا الكهربائية الكمومية، ولا توجد لحد الآن أي نسخة مقنعة للهندسة غير التبديلية في إطارها [142]. إن التكافؤ المذكور آنفا لا يقتصر على الحدود السابقة فقط ولكنه صالح مهما كانت درجة نشر تايلور المعتمد نظرا لتماثل العبارتين (197) و (208).

ندرس الحدين الأولين في العلاقة (206):

$$(210) \quad V_{nc}(r) = -\frac{e^2}{r} - \frac{e^2 E}{\hbar} \frac{\bar{r} \cdot \bar{\theta}}{r^3} + O(\theta_{st}^2)$$

يمثل الحد المضاف إلى الحد الكولومبي طاقة كمون ثنائي قطب كهربائي:

$$(211) \quad V_{electric-dipole}(r) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{\bar{D} \cdot \bar{r}}{r^3}$$

و نكتب عبارة عزم ثنائي القطب $\bar{D}$ من المقارنة بين العلاقتين:

$$(212) \quad \bar{D} = \frac{q_e E}{\hbar} \bar{\theta}$$

و إذا استعملنا الكتابة الزاوية نجد:

$$(213) \quad V_{nc}(r) = -\frac{e^2}{r} - \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{D \cos \vartheta}{r^2}; D = q_e E \theta_{st} / \hbar$$

يمثل هذان الحدان الكمون الناتج عن أنيون جزيئي، أي نظام مكون من جزيئة وإلكترون سواء كان متعادلا كهربائيا أم مشحونا، ويدرس كثيرا في الكيمياء الجزيئية في إطار نظرية تابعة الكثافة التي تستعمل لحساب مستويات الطاقة ودوال الحالات للجزيئات الكبيرة أو المعقدة رقميا (يمكن الرجوع إلى [145] للتعرف على مجال الأنيونات الجزيئية من الناحية النظرية والتطبيقية وكذلك على طريقة نظرية تابعة الكثافة).

يمثل هذا الكمون حالة خاصة من عائلة كمونات هارتمان المعرفة بالعلاقة:

$$(214) \quad V(r, \vartheta) = f_1(r) + \frac{f_2(\vartheta)}{r^2}$$

و التي تمّ البرهان منذ أواسط السبعينات أن هنالك ثلاث دوال فقط يمكن معها حل معادلة شرودنجر تحليليا في فضاء ثلاثي الأبعاد [146]:

$$(215) \quad f_2(\vartheta) = \begin{cases} \frac{\alpha \cos^2 \vartheta + \beta \cos \vartheta + \gamma}{\sin^{-2} \vartheta} \\ \frac{\alpha \cos^4 \vartheta + \beta \cos^2 \vartheta + \gamma}{\sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta} \\ \alpha \cot^2 \vartheta + \beta \cot \vartheta + \gamma \end{cases}$$

لهذا السبب سنتبع طريقة الإرتيابات لحلها، فنكتب معادلة شرودنجر من أجل هذا الكمون:

$$(216) \quad -i\hbar\partial_0|\psi\rangle = \mathcal{H}_{nc}|\psi\rangle = (\mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H})|\psi\rangle$$

حيث $\mathcal{H}_0$ هو الهاملتوني الكولومبي العادي و $\Delta\mathcal{H}$ هو المساهمة الناتجة عن حد ثنائي القطب، ويمكن التعامل معها بطريقة الإرتيابات المستقرة نظرا لصغرهما مقارنة بحد كولوم. إذن يلزمنا حساب الحدود المصفوفية من الشكل $\langle\psi|\Delta\mathcal{H}|\psi\rangle$. هنا نشير إلى أن الحد $\cos\vartheta/r^2$ يعطي مساهمات غير معدومة بين الحالات التي يتحقق بينها الشرط $(\Delta n \neq 0, \Delta l = \pm 1, \Delta m = 0)$ ، ومنه فهو لا يعطي مساهمات قطرية، و بالتالي لا ينتج عنه تصحيحات من الدرجة الأولى. لذا يلزمنا أخذ حد رباعي الأقطاب $(3\cos^2\vartheta - 1)/r^3$ بعين الاعتبار وحساب الحدود المصفوفية القطرية الناتجة عنه، حتى تضاف التصحيحات من الدرجة الأولى الناتجة عنه (الدرجة الثانية بالنسبة لمعامل التعديل) إلى التصحيحات من الدرجة الثانية الناتجة عن حد ثنائي القطب $\cos\vartheta/r^2$ (الدرجة الأولى بالنسبة لمعامل التعديل).

إذن يجب أن نكتب المصفوفة المعرفة بالحدود $\langle\psi|\mathcal{H}_0 + \Delta\mathcal{H}|\psi\rangle$ ونحسب قيمها الذاتية التي تعبر عن الطاقة.

إذا أخذنا مثلاً المستويات من $n=1$ إلى $n=3$ ، و استعملنا القاعدة:

$$(217) \quad (|1,0,0\rangle, |2,0,0\rangle, |2,1,0\rangle, |3,0,0\rangle, |3,1,0\rangle, |3,2,0\rangle)$$

التي تعبر عن الأعداد الكمومية الرئيسي n والمداري l والسمتي m على التوالي، نحصل على المصفوفة التالية:

$$\begin{pmatrix} \frac{-1}{2a} & 0 & \frac{-2\sqrt{2}\Theta}{27a^2} & 0 & \frac{-\Theta}{12\sqrt{2}a^2} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{8a} & 0 & 0 & \frac{-16\Theta}{1875a^2} & 0 \\ \frac{-2\sqrt{2}\Theta}{27a^2} & 0 & \frac{-1}{8a} + \frac{\Theta^2}{60a^3} & \frac{-4\sqrt{2}\Theta}{625\sqrt{3}a^2} & 0 & \frac{-64\Theta}{3125\sqrt{3}a^2} \\ 0 & 0 & \frac{-4\sqrt{2}\Theta}{625\sqrt{3}a^2} & \frac{-1}{18a} & 0 & 0 \\ \frac{-\Theta}{12\sqrt{2}a^2} & \frac{-16\Theta}{1875a^2} & 0 & 0 & \frac{-1}{18a} + \frac{2\Theta^2}{405a^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-64\Theta}{3125\sqrt{3}a^2} & 0 & 0 & \frac{-1}{18a} + \frac{2\Theta^2}{2835a^3} \end{pmatrix}$$

حيث a هو نصف قطر بور الأول واستعملنا المعامل $\Theta = E\theta/\hbar$ للإختصار. يلاحظ أن القيم تتناقص مع تزايد قيم الأعداد الكمومية و الفروق بينها.

نجد تصحيحات النظرية على قيم طاقات بور، فنحصل على النتائج التالية:

$$(218) \quad \begin{cases} \Delta E_{1S} = -0,04187 \left(\frac{E\theta_{st}}{\hbar} \right)^2 \frac{e^2}{a^3} \\ \Delta E_{2S} = -0,00173 \left(\frac{E\theta_{st}}{\hbar} \right)^2 \frac{e^2}{a^3} \\ \Delta E_{3S} = -0,00003 \left(\frac{E\theta_{st}}{\hbar} \right)^2 \frac{e^2}{a^3} \end{cases}$$

تعطينا هذه الطريقة تصحيحات الطاقة (وتتناقص بتزايد n) و لكن لا تخبرنا أي شيء عن استقرار المستويات، لهذا سوف نستخدم طريقة الفصل بين المتغيرات للنظر إلى هذا الجانب.

نكتب معادلة شرودنجر للحالات المستقرة من أجل الكمون غير التبديلي:

$$(219) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta |\psi\rangle = \left(E + \frac{e^2}{r} + \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{D \cos \vartheta}{r^2} \right) |\psi\rangle$$

و نكتب مؤثر لاپلاس و دالة الحالة في الإحداثيات الكروية (r, ϑ, φ) :

$$(220) \quad \Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left(\sin^2 \vartheta \frac{\partial^2}{\partial \cos^2 \vartheta} - 2 \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial \cos \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)$$

$$(221) \quad \psi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{r} R(r) \Theta(\vartheta) \Phi(\varphi)$$

لنحصل على المعادلات التالية:

$$(222) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + 2\lambda_\varphi \right) |\Phi\rangle = |0\rangle$$

$$(223) \quad \left(\sin^2 \vartheta \frac{\partial^2}{\partial \cos^2 \vartheta} - 2 \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial \cos \vartheta} + \frac{2\lambda_\varphi}{\sin^2 \vartheta} + \frac{2e^2 E \theta_{st} \cos \vartheta}{\hbar r^2} + 2\lambda_\vartheta \right) |\Theta\rangle = |0\rangle$$

$$(224) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2\lambda_\vartheta}{r^2} + 2\frac{e^2}{r} + 2E \right) |R\rangle = |0\rangle$$

حيث كل من λ_ϑ و λ_φ ثوابت بدون وحدة. يعطى حل المعادلة الأولى بالعلاقة:

$$(225) \quad \Phi(\varphi) = e^{\pm i m \varphi} / \sqrt{2\pi} ; \lambda_\varphi = m^2/2$$

و نكتب حلول المعادلة الثانية على الشكل الموالي متبعين في ذلك [147]:

$$(226) \quad \Theta(\vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^m(\lambda_\vartheta) \chi_n(\cos \vartheta)$$

حيث تعطى الدوال $\chi_n(x)$ بدلالة كثيرات حدود جاكوبي. بالتعويض في (223) نجد:

$$\langle \chi_n | \mathcal{H}_g - \lambda_g | \chi_n \rangle = \left[(n+m+(1/2))^2 - (\gamma+(1/2))^2 \right] \delta_{n,n},$$

$$-D \sqrt{\frac{n(n+2m)}{(n+m)^2-1/4}} \delta_{n,n'+1} - D \sqrt{\frac{(n+1)(n+2m+1)}{(n+m+1)^2-1/4}} \delta_{n,n'-1}$$

وإستخدامنا $2\lambda_g = \gamma(\gamma+1)$ ليحل المعامل γ محل العدد الكمومي المداري l في الحالة العادية. بتعويض عبارة الدالة $\Theta(g)$ نجد العلاقة:

$$\left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 f_n^m = \left(n + m + \frac{1}{2} \right)^2 f_n^m$$

$$-D \sqrt{\frac{n(n+2m)}{(n+m)^2-1/4}} f_{n-1}^m - D \sqrt{\frac{(n+1)(n+2m+1)}{(n+m+1)^2-1/4}} f_{n+1}^m$$

كما ذكر الحيدري في [147] وبالنظر إلى المعادلة السابقة، فإنه إذا تجاوز العزم D قيمة معينة نُبيّنُها لاحقاً، لم يتحقق شرط التمثيل الحقيقي. إذن يكون هذا النظام مستقراً ويكتسب حالات مرتبطة إذا كانت عزم ثنائي القطب أقل من قيمة حدية ترتبط قيمتها بالعدد الكمي السمتي m :

$$D \leq D_m$$

كان أول من لاحظ هذه الخاصية تجريبياً هما فيرمي و تيلر سنة 1947 [148].
نطبق هذه النتيجة في حالتنا لأنه تم البرهان أن هذه الخاصية مستقلة عن نطاق ثنائي القطب في [149]، و بالتالي لا يوجد أي تحديد لأبعاد الأنيون الجزئي. نستخدم العلاقة (213) لكتابة قيمة معامل التعديل المرادفة للعزم الحدي (يمثل الرمز $a.u$ الوحدات الذرية):

$$\theta_{st} \leq \hbar D_m / q_e E_n = 2n^2 D_m (a.u)$$

m	$D(a.u)$	n, l, m	$\theta(a.u)$
0	0,6393149	1,0,0	1,2786298
		2,l,0	5,1145192
		3,l,0	11,5076682
1	3,7919679	2,1,1	30,3357432
		3,l,1	68,2554222
2	9,5290273	3,2,2	171,522491
3	17,862328	4,3,3	571,594496
4	28,7932046	5,4,4	1439,66023
5	42,3219572	6,5,5	3047,18092
6	58,4486868	7,6,6	5727,97131
7	77,1734364	8,7,7	9878,19986

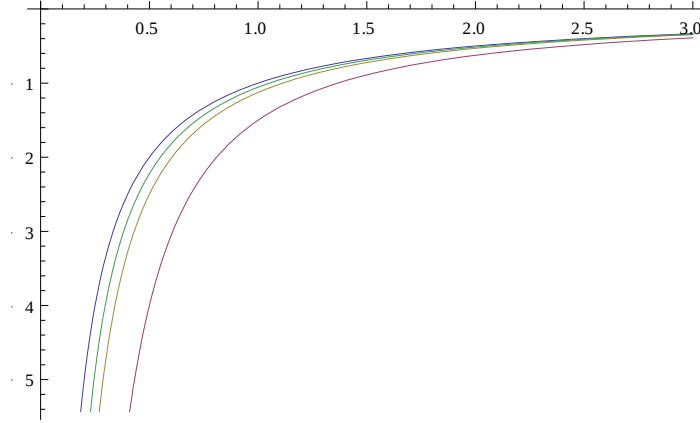
الجدول (3): قيم عزم ثنائي القطب اللازمة لربط إلكترون بأنيون جزئي

و قيم θ المرادفة لها لبعض المدارات في نظام الوحدات الذرية ($\hbar = q_e = m_e = 1/4\pi\epsilon_0 = 1$)

نجد أن المدار s الأول في ذرة الهيدروجين يصبح غير مستقر أولاً و قبل بقية المدارات، إذا تجاوز معامل التعديل غير التبادلي القيمة:

$$(231) \quad \theta_{st} \lesssim 1,279 \text{ a.u} = 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ ms} \approx (0.3 \text{ keV})^{-2}$$

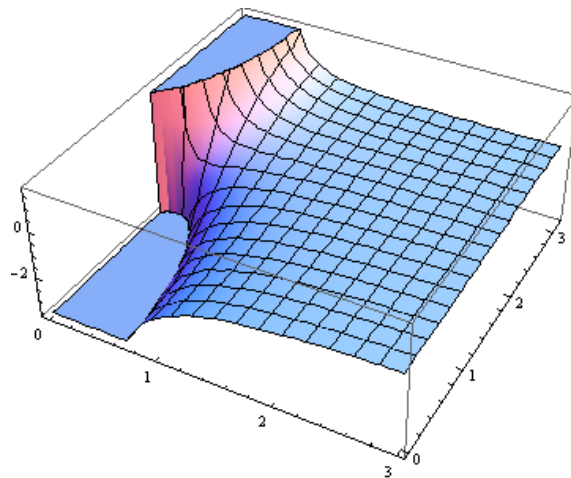
أي أن هذا الشرط ضروري لاستقرار المدار الأول للهيدروجين و بالتالي استقرار الذرة ككل.



الشكل (21): تمثيل الكمون الكولمبي غير التبادلي من أجل $n = 1, 2, 3$

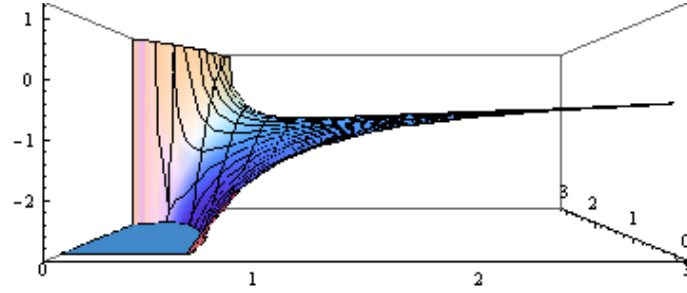
و مقارنته بالكمون الكولمبي العادي ($\theta_{(st)} = 1, \vartheta = 0$)

يوضح الشكل أعلاه أن تأثير الخاصية غير التبادلية على المستوى الأول $n = 1$ (باللون البجادي في أقصى اليمين) أكبر من التأثيرات على المستويات الأعلى عندما نقارنها بالكمون الكولمبي العادي (أقصى اليسار باللون الأزرق) حيث تقترب منه مع تزايد العدد n . ويتضح تأثر المستوى الأساسي لذرة الهيدروجين قبل غيره بالخاصية غير التبادلية من التمثيل ثلاثي الأبعاد للكمون الذي نبين شكله العام في الرسم الموالي:

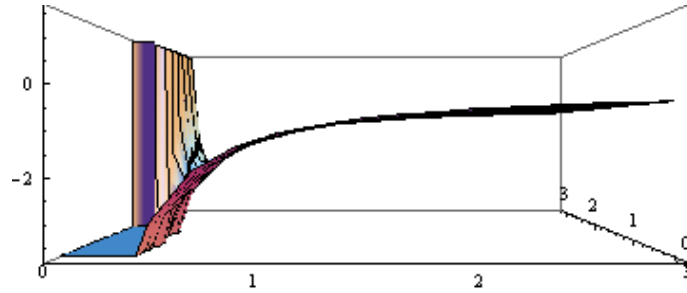


الشكل (21): تمثيل الكمون $-1/r - \cos \vartheta / r^2$

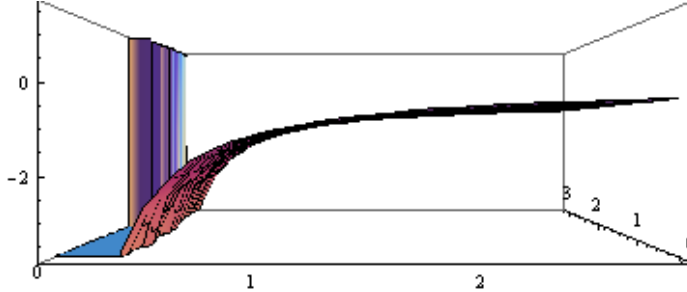
و نوضح في الاشكال الثلاث الآتية، و المعبرة عن منظر أمامي له، مدى التأثير على المستويات الثلاث الأولى، أي من أجل $n=1,2,3$ على التوالي:



الشكل (22): تمثيل الكمون الكولمبي غير التبدلي من أجل $n=1$ و $\theta_{(st)}=1$



الشكل (23): تمثيل الكمون الكولمبي غير التبدلي من أجل $n=2$ و $\theta_{(st)}=1$

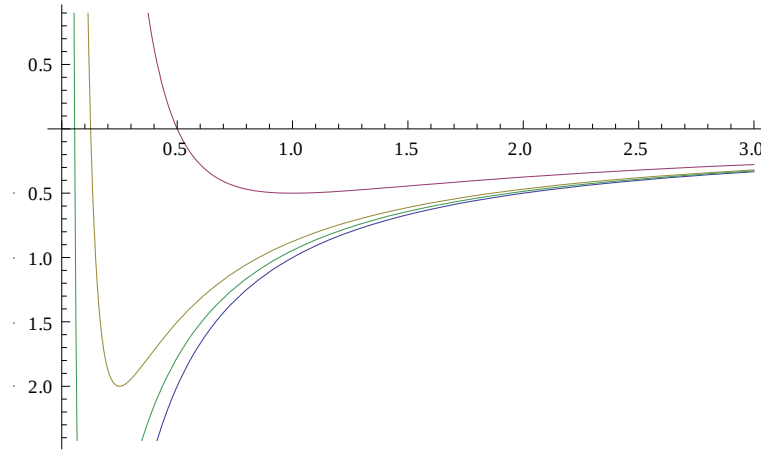


الشكل (24): تمثيل الكمون الكولمبي غير التبدلي من أجل $n=3$ و $\theta_{(st)}=1$

إختارنا $\theta_{(st)}=1$. لتوضيح الفرق في حالات الربط بين المستويات الثلاث كون هذه القيمة أصغر بقليل من القيمة الحرجة (231) المرتبطة بالمستوى الأول و لكنها بعيدة عن القيم المتعلقة ببقية المستويات كما يظهر ذلك في الجدول (3). نرى من مقارنة الأشكال أن حالة الربط متوفرة في المستويين الثاني و الثالث مهما كانت قيم زاوية السم $0 \leq \theta \leq \pi$ ، بينما في حالة المستوى الأساسي، تكون الحالة مرتبطة من أجل $\theta \leq \pi/2$ و تكاد تنزل عندما تتعدى هذه القيمة لأن دالة التجب تغير إشارتها عندها. يبين الشكل (22) بوضوح أن الحالة غير مستقرة، لأن أدنى اضطراب يغير حالة الذرة من مرتبطة إلى غير مرتبطة أو أيون-إلكترون حر.

يتبين لنا من هذا التمثيل لم يؤدي تَعَدِّي معامل الخاصية غير التبديلية للقيمة الحرجة إلى عدم استقرار الذرة، لأنه في هذه الحالة لا يعبر المستوى الأساسي عن بئر كموني و بالتالي لا يملك عندها حالات مرتبطة.

نوضح هذه الظاهرة بصورة أفضل بتمثيل ثنائي البعد للكمون من أجل $\vartheta = \pi$:

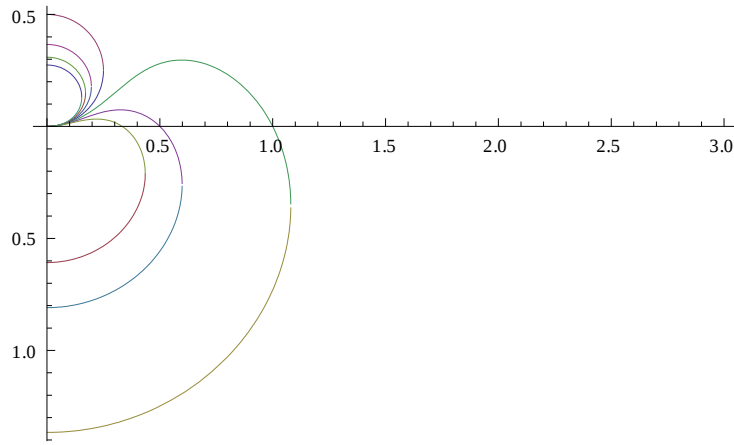


الشكل (25): تمثيل الكمون الكولمبي غير التبديلي من أجل $n = 1, 2, 3$ من أعلى إلى أسفل

و مقارنته بالكمون الكولمبي العادي بالأزرق من أجل $(\theta_{st} = 1, \vartheta = \pi)$

يبدو جليا في هذا الرسم ضعف البئر الكموني للمستوى الأساسي من أجل قيم θ_{st} التي تكون أصغر بقليل من القيمة الحرجة، مما يؤدي إلى تأثر الحالة بأدنى اضطراب يحدث لها. إن هذا التغير الشديد من حالة مرتبطة إلى أخرى حرة بفعل تأثير صغير هو جوهر الأنظمة الحركية.

لقد أدى تعميم علاقات التبادل لهايزنبرغ إلى الزمكان الرباعي، بعد أن كانت في فضاء الحالات فقط، إلى إضفاء نوع من العشوائية على أبسط ذرة في الوجود من خلال نوع من عدم الاستقرار فيها. و هذا يوافق ما ذكره [149] أن هذا يمثل أبسط نموذج عن الشذوذ الكمومي و هو أحد أشكال انكسار التناظر، و ينشأ عندما تنتهك الثابتية الكلاسيكية للنظام عند عملية التكميم. و لقد بيّن كل من [150] و [151] أن هذا ناتج عن تغييرات في معادلات هايزنبرغ، و هذا هو الحال عندما حيث عَدَلْنَا المبدلات المعروفة لفيزياء الكم. و قد تم دراسة هذا الشذوذ الكمومي المعبر عن التفاعل الناتج عن ثنائي قطب من الناحية التجريبية و الرقمية و النظرية منذ نهاية الأربعينات نظرا لأنه يُعَبَّر عن أبسط تمثيل للشحن غير النقطية أو لتوزيع شحني، و يعد [152] مرجعا في دراسته و دراسة حالات الشذوذ الكمومية الأخرى أو التي تمثل الإنكسارين التلقائي و الجلي للتناظر.



الشكل (26): تمثيل الخطوط متساوية القيمة للكمون الكولبي غير التبديلي

يمثل $\bar{\theta}_{(st)}$ الإتجاه العمودي و التناظر أسطواني حوله $(\theta_{(st)} = 1)$

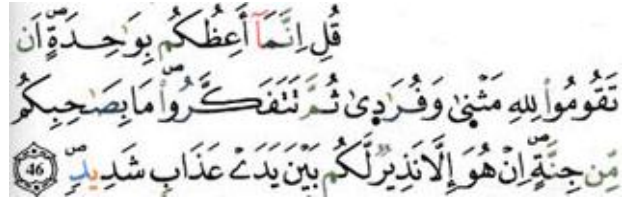
و يتبين من مقارنة هذا الرسم البياني للخطوط متساوية الكمون $V_{(nc)} = 0, 1, 2, 3$ مع التي تظهر في الشكل (20)، و التي تعبر عن الحل الرقمي للكهروديناميكا غير التبديلية لشحنة كروية غير نقطية.

الفصل الرابع:

الحركية

في

النظريات العيارية غير الآبلية

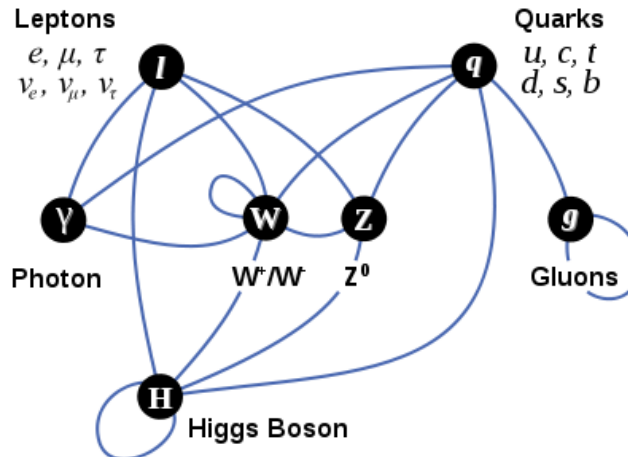


الآية 46 من سورة سبأ

الباب الأول: المقدمة

تكلّمنا في المقدمة العامة عن استحداث مفهوم الأنظمة الحركية بعد ظهور قوانين نيوتن للتحريك، والتي عُرفت بأنها أنظمة تتطور مع الزمن ويمكن التنبؤ بحالتها المستقبلية من معرفة وضعها الحالي، أو مبدأ الحتمية. ثم كيف ظهر بعدها مفهوم جديد للحركية من دراسة أنظمة شديدة الحساسية للشروط الابتدائية، كالنظام المكون من ثلاثة أجسام تحت تأثير الجاذبية أو حركة الهواء تحت تأثير التدرّج الحراري بين الأرض والطبقات العليا للغلاف الجوي، وكيف فتح هذا الأمر مجالا جديدا في البحث حتى اعتبره البعض الثورة الثالثة في الفيزياء الحديثة بعد فيزياء الكم ونسبية آينشتاين. لذا فقد تمّ تطبيقها في ميادين عديدة نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر الرياضيات وعلوم الحياة وعلوم الأرض والطب وعلم الاجتماع.

وذكرنا كذلك في المقدمة العامة أن نظرية يانغ-ميلس غير الآبلية للمجالات العيارية (أو القياسية) تصف التفاعلات النووية الضعيفة والقوية، و قلنا أنها كانت تعميما للنظرية العيارية الآبلية التي كانت تصف التفاعلات الكهرومغناطيسية. هذه الأخيرة كانت غير منتهية المدى كون الجسيم الناقل لها عديم الكتلة و هو الفوتون، و لكنه كان أيضا عديم الشحنة مما جعله لا يتأثر بها؛ لذا كانت نظرية الكهروديناميكا الكمية خطية وقابلة للمكاملة.



الشكل (27): جسيمات النموذج المعياري والتفاعلات بينها

لا تنطبق هذه الحالة على التفاعلات النووية بشكليها؛ فهي قصيرة المدى ولذا فالجسيمات الناقلة للتفاعلات فيها جسيمة (أي ذات كتلة)، وهي بالإضافة إلى هذا تتأثر بالتفاعلات التي تنقلها، مما جعل النظرية غير خطية. يجعل هذا الأمر من المحتمل جداً أن تكون النظرية غير قابلة للمكاملة. من هذا المنطلق لا يجب أن نتفاجأ من تواجد ظاهرة العشوائية فيها.

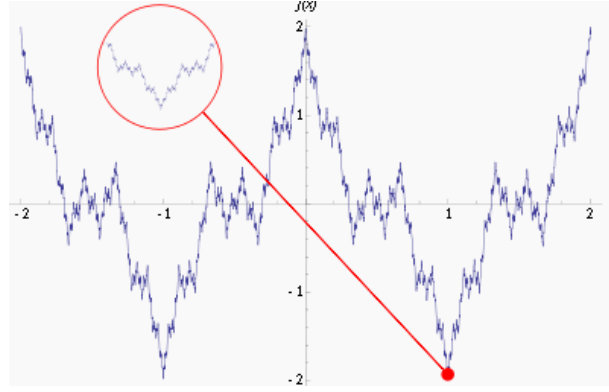
تشارك نظرية يانف-ميلس للحقول مع نظرية النسبية العامة لأينشتاين في هذا الأمر، إذ أن الجسيمات التي تنقل التفاعلات الجاذبية تتأثر بهذا التفاعل، ويمكن اعتبار الإثنتين أكبر إنجازات القرن العشرين. ولكن من جهة أخرى، هنالك العديد من الأمثلة عن حلول مستقرة لمعادلات غير خطية، ولهذا فإن مسألة العشوائية في كل من نظرية النسبية العامة لأينشتاين و نظرية يانف-ميلس للمجالات القياسية غير الآبلية ليست لا بديهية ولا بائلة. وكما ذكرنا، فإنه خلال السنوات الأخيرة تركّزت عدة دراسات في مجال الفيزياء النظرية حول الأنظمة الحركية، ومنها مفهوم العشوائية في أنظمة الحقول. في مجال فيزياء الجسيمات كان ماتينيان وزملاؤه سافيدي هم السباقون في بيان أن نظام يانف - ميلس الكلاسيكي لديه خصائص إحصائية قوية تنتج عن عدم استقرار المسارات في فضاء الطور [153]. أما نيكولايفسكي وشور فقد وضعوا الحدسية التي تقول أنه إذا تواجدت العشوائية في حركية حقل متجانس فإنها تتواجد في مجمل النظرية [154]؛ وقد تم البرهان على هذه الفرضية في الحالة الكلاسيكية لحقول يانف - ميلس من طرف ماتينيان و پروخورنكو وسافيدي حيث قالوا [155]:

"في الخلاصة، ليست ميكانيكا يانف-ميلس الكلاسيكية هي الوحيدة التي تُعتبر غير قابلة للمكاملة وإنما كذلك نظرية يانف - ميلس للحقول الكلاسيكية ذات عدد غير منته من درجات الحرية؛ أي أنها تُظهر عشوائية حركية"

سوف نضيف بعض التعقيد لما سبق وندرس الحالة الكمومية في الباب الثاني من هذا الفصل.

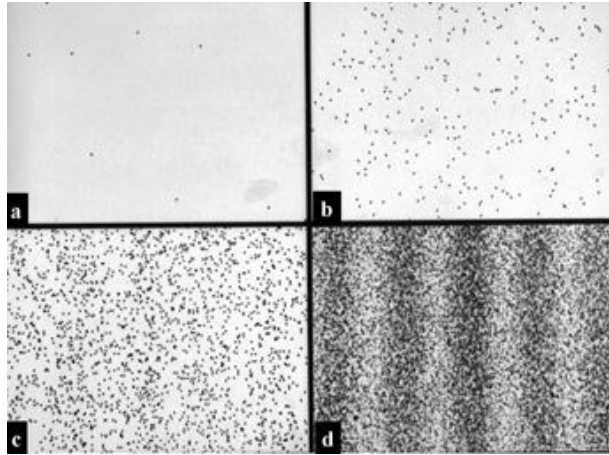
يكن الإشكال في تطبيق مفهوم الأنظمة الديناميكية والعشوائية على الأنظمة الكمومية في كون الحركية مفهوم يعود على المسارات. فهو يُعرف بحساسية المسار المتبّع من طرف النظام للتغيرات الطفيفة في الشروط الابتدائية، بينما لا يمكننا تعريف مسار في فيزياء الكم بسبب مبدأ عدم التعيين. وقد فسر هذا الأمر فاينمان بإدخال مفهوم الفعل الأصغري في الفيزياء الكمية [156]، حيث وضّح أن المسار في هذه الحالة يشبه الحركة البراونية في كل قسم منه مهما كان طوله، وأن بعده هو بعد مساحة (أي 2) رغم أن المسارات العادية أحادية البعد. يشبه المسار في هذه الحالة

دوال فايرشتراس التي تكون مستمرة في كل نقاطها ولكنها غير قابلة للإشتقاق في أي من هذه النقاط [157]، فكل نقطة منها تشبه الركن ويتميز المجال المحيط بها مهما كان صغره بتعقيداته وتنوعاته. وهذا هو تعريف الكُسُريّات التي تتميز بمفهوم اللانهاية أو بخاصية التشابه الذاتي أي أن مكوناتها مشابهة للكسرية الأم مهما كانت درجة التكبير.



الشكل (28). : يمثل دالة من نوع دوال فايرشتراس

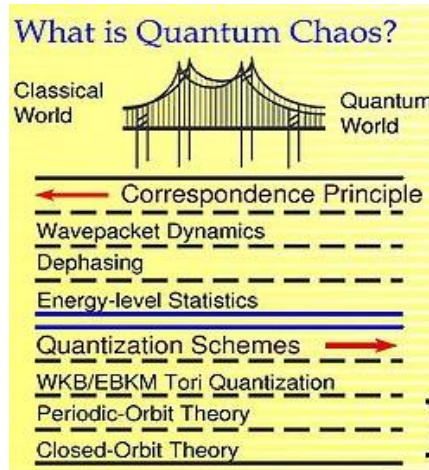
تُعرّف هذه المسارات ميدانا بدأه مونديلبروت أواخر السبعينات، يسمى الهندسة الكسورية [158] كون منحنياتها مكسورة إن أمكن القول وكذلك فإن أبعادها تعطى أحيانا بأعداد كسرية. إذن فالمسارات الكمية أصلا عشوائية، ولكنها عشوائية حتمية إذ نحصل على المسار المتوسط باستعمال مبدأ الفعل الأصغري، (نذكر هنا أن كتاب مونديلبروت يعد مرجعا لأكثر من 17000 عمل).



شكل (29): يمثل العشوائية الكمية

نفس الشيء يقال عن الدراسة في فضاء الطور الذي يُعرّف بالإحداثيات وعزمها، اللذان يربط بينهما مبدأ عدم التعيين، مما يجعل رسم المسارات فيه بدقة متناهية أمرا مستحيلا. إذن فالتمثيلات

الخاصة بالفيزياء الكمية في هذا الفضاء كسورية، وتشترك في هذا الأمر مع الجواذب الغريبة المعبرة عن الأنظمة العشوائية في الفيزياء الكلاسيكية. من جهة أخرى، يستحيل كذلك تعيين الشروط الابتدائية بدقة متناهية، لأنه يربط بينها المبدأ ذاته، وهذا يجعل الاختلاف في تحديد هذه الشروط أمراً حتمياً. يؤدي هذا كله إلى عدم وجود تعريف للعشوائية الكمومية إلا إذا اعتبرنا النهاية الكلاسيكية للفيزياء الكمية، أي عندما يقول ثابت بلانك إلى الصفر ويتلاشى عندها تأثيره، حينها تتحول المسارات الكسورية الكمية إلى مسارات عادية.



الشكل (30): يمثل الترابط بين العالمين الكمي و الكلاسيكي

سوف نطبق في هذا الفصل مبادئ الأنظمة الحركية الكلاسيكية على نظرية يانف-ميلس كمومية. ونستعمل اختبار پانلوفي الذي يبين مدى قابلية النظرية للمكاملة في الباب الثاني منه، ثم نبين مدى حساسية المسارات الحركية للنظرية بالنظر إلى الشروط الابتدائية في الباب الثالث. هذا الفصل مترجم في مجمله من عمل لكل من بوشارب وبن سلامة ونفسي لم ينشر بعد.

الباب الثاني: دراسة نظام يانف - ميلس الكمومي كنظام حركي:

نكتب دالة لاغرانج لنظام $SU(2)$ الكمومي ليانف - ميلس المرادفة للنظام الكلاسيكي الذي درس في [153] كما يلي:

$$(232) \quad L = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 - \bar{C}^a \partial_\mu D^\mu C^a$$

حيث تمثل الحروف اللاتينية الأيزوسبين (أو السبين النظيري)، بينما تعبر الحروف الإغريقية عن إحداثيات لورانتز:

$$(233) \quad a = 1, 2, 3 ; \mu, \nu = 0, 1, 2, 3$$

كما لدينا:

$$(234) \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g \varepsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

حيث يعبر الرمز A_μ^a عن الحقول القياسية. ويرمز كل من C^a و $\bar{C}^a$ إلى الأطياف (أو الأشباح) وأضدادها على التوالي. وهي حقول إضافية أدخلها كل من فادياف و ويووف للحفاظ على الإتساق في النظريات العيارية للحقول الكمومية، وهذا ناتج عن تماثل الاختيارات الممكنة وفق التحويلات العيارية نظرا للثابتية القياسية [159]. لكن هذه الحقول الإضافية تدخل في الحسابات فقط ولا نجدها في النتائج الفيزيائية ولذا تسمى أطيافا.

يجب التنبيه إلى أن كل الحقول في العبارات هي مؤثرات وبالتالي فالعمليات بينها غير تبديلية. نستعمل تحويلات بيتشي و روي و ستورا و تويوين التي تسمى اختصارا "برست" باستعمال الحروف الأولى لأصحابها [160][161]، وهي طريقة رياضية صارمة نسبيا لتكميم نظريات الحقول وفق ثابتية قياسية:

$$(235) \quad \begin{cases} \delta A_\mu^a = -g^{-1}(D_\mu A^{a\mu})\lambda \\ \delta C^a = -(1/2)\varepsilon^{abc}C^b C^c \lambda \\ \delta \bar{C}^a = -(g\xi)^{-1}(D_\mu A^{a\mu})\lambda \end{cases}$$

حيث يمثل λ ثابت فراسمان. تكتب معادلات الحركة الكمومية كما يلي:

$$(236) \quad \begin{cases} \partial_\mu F^{a\mu\nu} + g \varepsilon^{abc} A_\mu^b F^{c\mu\nu} + \xi^{-1} \partial^\mu \partial_\mu A^{a\nu} = g \varepsilon^{abc} \bar{C}^b C^a \\ \partial^\mu (\partial_\mu C^a + \varepsilon^{abc} A_\mu^b C^c) = 0 \\ \partial_\mu \partial^\mu \bar{C}^a + \varepsilon^{abc} A_\mu^b \partial^\mu \bar{C}^c = 0 \end{cases}$$

و نستعمل العيار الزمني:

$$(237) \quad A_0^a(x, t) = 0$$

نختار الشرطين المواليين لتكون تحويلات "برست" محفوظة:

$$(238) \quad \partial_0 C^a = 0 ; \partial_0 \bar{C}^a = 0$$

ونعتبر الحقول المتجانسة فضائيا التالية:

$$(239) \quad \begin{cases} A_i^a \equiv A_i^a(t) \\ \partial_i A_i^a = 0 \\ \partial_i C_i = 0 \end{cases}$$

لنحصل على معادلات الحركة الجديدة:

$$(240) \quad \begin{cases} \ddot{A}_i^a + g^2 A_j^b (A_i^a A_j^b - A_j^a A_i^b) = 0 \\ \prod C^a = 0 \\ \prod \bar{C}^a = 0 \end{cases}$$

إذا قمنا بالتبديلات التالية:

$$(241) \quad A_i^a(t) = O_i^a f^a(t)$$

$$(242) \quad O_i^a O_i^b = 1/g$$

حيث لا يتم الجمع وفق المعامل a في هذه الحالة، و نستعمل مصفوفات عمودية ثابتة العوامل نمثلها بالرمز O_i^a في هذه المعادلة.

نستطيع التحقق من قانون قوص في هذه الحالة، و بالفعل نجد:

$$(243) \quad \dot{A}_i^a A_j^b - A_i^a \dot{A}_j^b = 0$$

تصبح معادلات الحركة كما يلي:

$$(244) \quad \ddot{f}^a + \sum_{b \neq a} (f^b)^2 f^a = 0$$

نختار العيار الشامل:

$$(245) \quad O_i^a = \delta_i^a / g$$

لنتحول إتجاهات الأيزوسبين إلى إتجاهات الفضاء:

$$(246) \quad A_i^a = f^a$$

و تأخذ المعادلات الشكل:

$$(247) \quad \begin{cases} \ddot{f}^1 + (f^2)^2 f^1 = 0 \\ \ddot{f}^2 + (f^1)^2 f^2 = 0 \end{cases}$$

حيث كل من f^1 و f^2 مؤثرات في فضاء هيلبرت H .

إذا كان النظام في حالة $|\psi\rangle \in H$ ، فإن تمثيل هايزنبرث (أو التمثيل المصفوفي) لمعادلات الحركة يُكتب كما يلي:

$$(248) \quad \begin{cases} \langle \psi | \ddot{f}^1 | \psi \rangle + \langle \psi | (f^2)^2 | \psi \rangle \langle \psi | f^1 | \psi \rangle = 0 \\ \langle \psi | \ddot{f}^2 | \psi \rangle + \langle \psi | (f^1)^2 | \psi \rangle \langle \psi | f^2 | \psi \rangle = 0 \end{cases}$$

و نكتبها أخيرا على شكل نظام حركي:

$$(249) \quad \begin{cases} \ddot{U} + V^2 U = 0 \\ \ddot{V} + U^2 V = 0 \end{cases} ; U = \langle \psi | f^1 | \psi \rangle, V = \langle \psi | f^2 | \psi \rangle$$

يمكننا الآن اختبار مدى عشوائية النظام باستعمال اختبار پانلوفي عليه.

يرتكز إختبار پانلوفي على ثلاثة خطوات [162][163]:

أ) أن تكون الحلول مستمرة تحليليا؛

ب) أن نحدد التفرد الأساسي، و لا يكون إلا فرعاً أو قطباً؛

ت) إستعمال نشر لوران و تحديد الأس الذي من أجله تصبح المعاملات كيفية: أي أسيات كوفالفسكي أو حالات الرنين.

وعندها نستعمل الشرط اللازم ليكون النظام قابل للحل، وهو أن:

"تكون أسيات كوفالفسكي أعدادا ناطقة بالضرورة"

نعتبر المقاربة التالية لتحديد التفرد الأساسي:

$$(250) \quad \begin{cases} U(t) = a(t-t_0)^{-\alpha} \\ V(t) = b(t-t_0)^{-\beta} \end{cases}$$

بالتعويض في معادلات الحركة و بموازنة الحدود الأكثر تفرداً لنجد:

$$(251) \quad \begin{cases} a\alpha(\alpha+1)(t-t_0)^{-\alpha-2} + ab^2(t-t_0)^{-\alpha-2\beta} = 0 \\ b\beta(\beta+1)(t-t_0)^{-\beta-2} + a^2b(t-t_0)^{-\beta-2\alpha} = 0 \end{cases}$$

أو بعبارة أخرى:

$$(252) \quad \begin{cases} -\alpha-2 = -\alpha-2\beta \\ a\alpha(\alpha+1) + ab^2 = 0 \\ -\beta-2 = -\beta-2\alpha \\ b\beta(\beta+1) + a^2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 1 \\ b^2 = -2 \\ \alpha = 1 \\ a^2 = -2 \end{cases}$$

نبحث الآن عن حالات الرنين، ونكتب المعادلات بدءا بالمتغير الأول U :

$$(253) \quad U = a(t - t_0)^{-\alpha} + p(t - t_0)^{-\alpha+r}$$

وكذلك الأمر بالنسبة للمتغير الثاني V :

$$(254) \quad V = b(t - t_0)^{-\beta} + q(t - t_0)^{-\beta+r}$$

بالتعويض في معادلات الحركة و بموازنة الحدود الخطية بالنسبة لكل من p و q ، نجد:

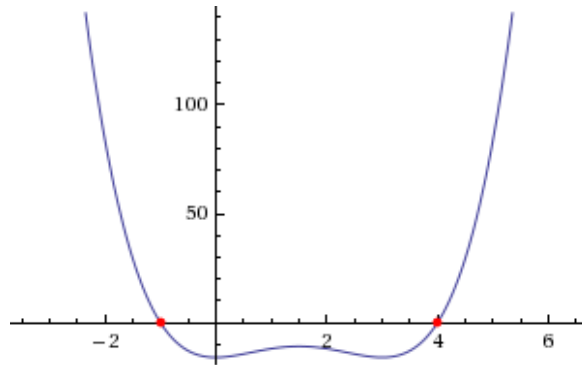
$$(255) \quad (r^2 - 3r - 4)(r^2 - 3r + 4) = 0$$

نحل هذه المعادلة فنحصل على القيم التالية:

$$(256) \quad \begin{cases} r = -1 \\ r = 4 \\ r = (3 + i\sqrt{7})/2 \\ r = (3 - i\sqrt{7})/2 \end{cases}$$

نرى أن قيم الرنين ليست أعدادا ناطقة وبالتالي:

"لا يجتاز نظامنا الحركي إختبار پانلوفي"



الشكل (31): يبين الرسم البياني الحقيقي للمعادلة $(r^2 - 3r - 4)(r^2 - 3r + 4) = 0$

نستطيع القول عند هذه المرحلة أن نظرية يانف - ميلس الكمومية ليست نظاما قابلا للمكاملة كما هو الحال بالنسبة للنظرية الكلاسيكية، و بالتالي لا يلغي التكميم العشوائية الظاهرة في النظرية الكلاسيكية. لكن هذا صحيح إذا سلّمنا بصلاحية اختبار پانلوفي في فيزياء الكم وهو قد وضع في الأصل لدراسة الأنظمة الكلاسيكية. لهذا السبب سوف نستعمل وسائل إضافية لدراسة حركية النظام، و نختار أساسا التعلق بالشروط الإبتدائية.

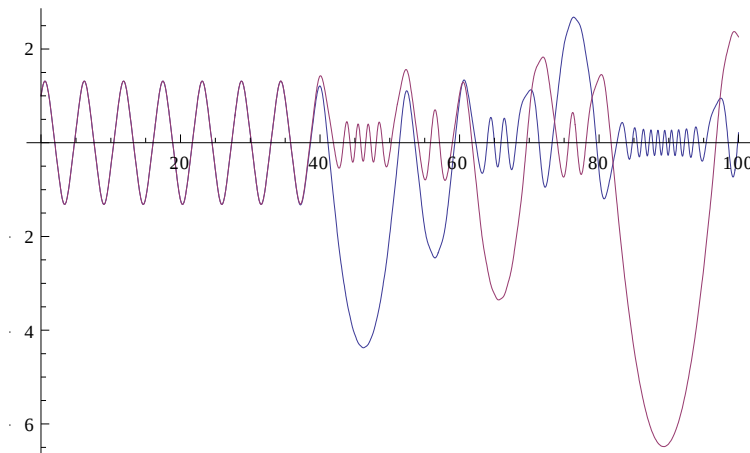
الباب الثالث: الدراسة الحركية:

سوف نقوم في هذا الباب بدراسة جملة المعادلات الحركية (248) المعبرة عن نظام يانث-ميلس الخاص بنا من وجهة النظر الحساسة للشروط الابتدائية، التي تمثل الخاصية الأساسية للأنظمة الحركية بمفهومها الحديث. نشير هنا إلى أننا إختارنا الشروط الابتدائية المولية كمثال فقط لبيان حركية النظام، و أن النتائج تبقى مماثلة من أجل بقية القيم:

$$(257) \quad U(0)=1; \dot{U}(0)=1; V(0)=1; \dot{V}(0)=1$$

و نشير كذلك إلى أن الإختيار متناظر نظرا لتناظر جملة المعادلات بالنسبة للمتغيرين، و هذا كذلك لا يحد من النتائج المتحصل عليها بالنسبة لبقية الإختيارات.

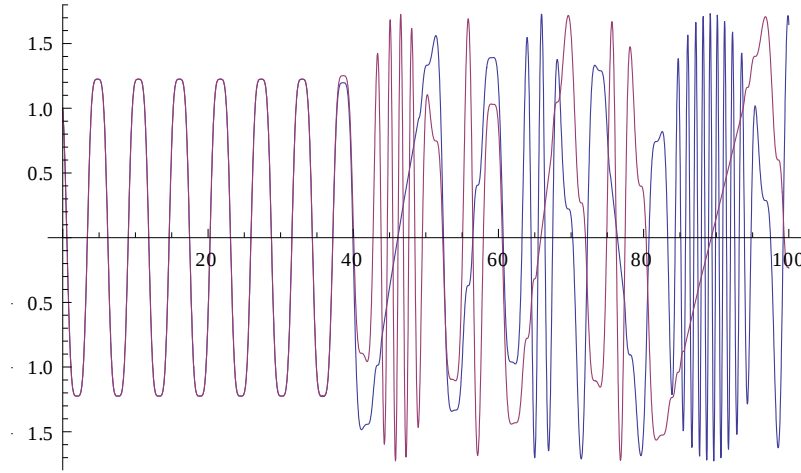
نبين في الشكل الموالي تطور قيم المتغيرين U و V بدلالة الزمن:



الشكل (32): الرسم البياني لكل من $U(t)$ و $V(t)$

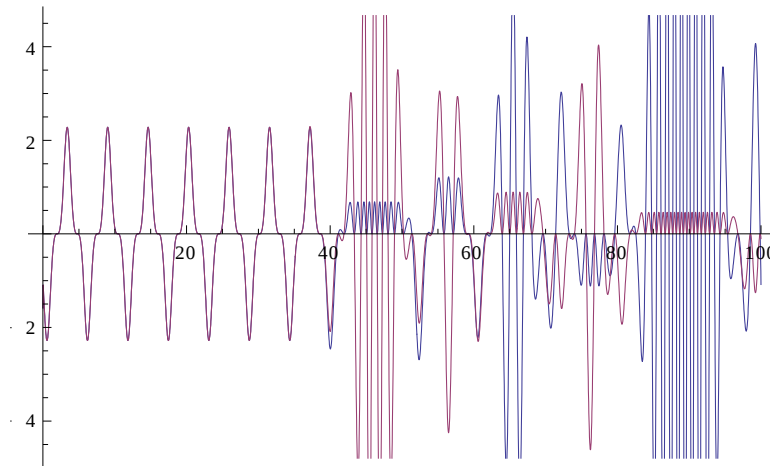
يبدو جليا من هذا الرسم أن المتغيرين الذين يعبر عنهما اللونين الأزرق و البجادي على التوالي، بدءا الحركة بشكل متطابق حتى حدود 40s. ثم اختلفا بصفة متباينة، رغم أنهما يتبعان نفس المعادلة (ذكرنا سابقا أن جملة المعادلات متناظرة بالنسبة لهما). و نرى أن المنحنيين لا يتشابهان فيما بينهما إطلاقا، و هذا دليل على أن الحالة النهائية لكل واحد منهما تختلف تماما عن الأخرى رغم تساوي الشروط الابتدائية و المعادلات لكليهما و رغم أن الزمن لم يتعدى 100s في الحسابات المبينة.

يُستنتج نفس الشيء من دراسة التمثيل البياني لسرعتي المتغيرات:



الشكل (33): الرسم البياني لكل من $V(t)$ و $U(t)$

فنرى أن التباين واضح بعد اللحظة 40s حيث يغلب على المنحنى الأزرق المعبر عن $U(t)$ طابع التغيرات السريعة بين القيم الموجبة و السالبة، بينما يتميز المنحنى البجادي المعبر عن $V(t)$ بتغير أقل حدة بين السالب و الموجب، و حتى أنها تبدو خطية في بعض الأحيان كما هو الحال في المجالين $[40, 50]$ و $[85, 9]$. و يمكن رؤية هذا بوضوح أكبر من دراسة الفرق بين التسارعات التي يبينها الشكل الموالي:



الشكل (34): الرسم البياني لكل من $V''(t)$ و $U''(t)$

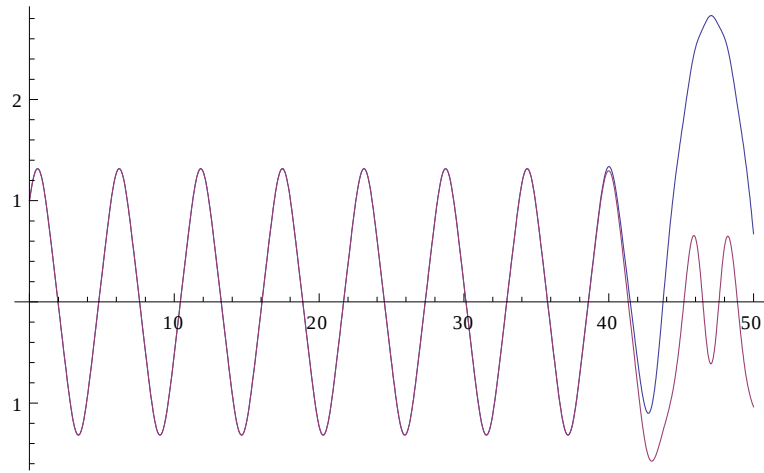
حيث يظهر جليا أن تسارعات الأول كبيرة جدا مقارنة بتسارعات الثاني و كذلك الأمر بالنسبة لتَرَدُّدَاتِهَا.

نبين الآن بصفة أكثر وضوحا الارتباط الشديد بالشروط الابتدائية و هذا بتغيير هذه الأخيرة بقيم قدرها 10^{-7} . و اخترنا هذه القيمة لأنها تمثل درجة واحدة أقل من تلك التي اعتمدها لورانتز لبيان الحركية في دراسته لمعادلات الحمل الحراري التي شرحناها في المقدمة العامة.

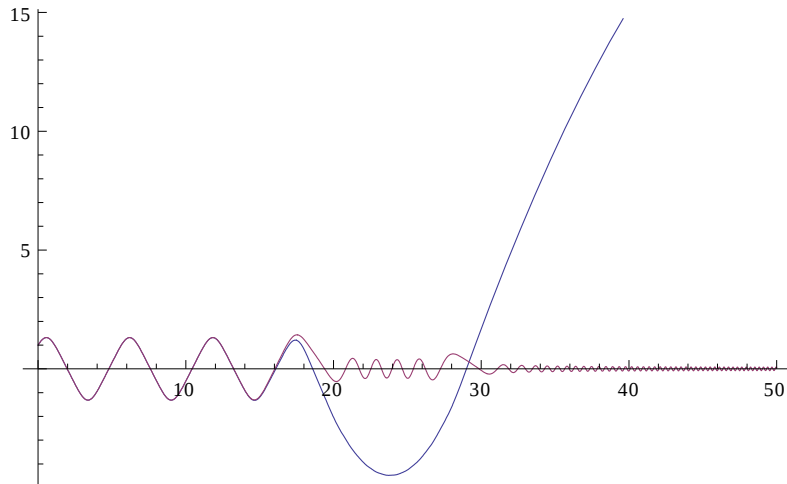
سوف ندرس تأثير هذه التغييرات المتناهية الصغر على كل من المسارات الممثلة للمتغيرين أي $U(t)$ و $V(t)$ ، و على السرعات أي $\dot{U}(t)$ و $\dot{V}(t)$ ، و على التمثيل في الفضاء المعبر عنهما أي المستوي (U, V) ، و أخيرا على فضاءات الطور لكلا المتغيرين أي المستويين $(U, \dot{U})$ و $(V, \dot{V})$. تعبر هذه الأخيرة، أي التمثيلات في فضاءات الطور، ما يسمى مقاطع بوانكاري و هي إحدى الوسائل المعتمدة لتبيان مدى حركية الأنظمة و هذا من النظر إلى شكل هذه المقاطع و مدى "غرابتها" من الناحية الشكلية و كذلك إلى "كثافتها" أو تجمع الخطوط عند مناطق معينة.

إستعملنا لهذا الغرض، برنامج رقمي، و اكتفينا بتحديد الزمن عند 50s حتى لا نتعدى حاجز 10000 عملية الخاص به، و استخدمنا حاسوبا مزودا بقلب مزدوج سرعته 1.66GHz من نوع إنتل T 5500 و ذاكرته الحية قدرها 1Gbytes. لكن هذه المحدودية في العمليات الحسابية لم تؤثر على الظاهرة، فالتواني الخمسين كانت كافية لتحقيق من الحساسية الشديدة لحلول جملة المعادلات التفاضلية المدروسة بالنسبة للشروط الابتدائية.

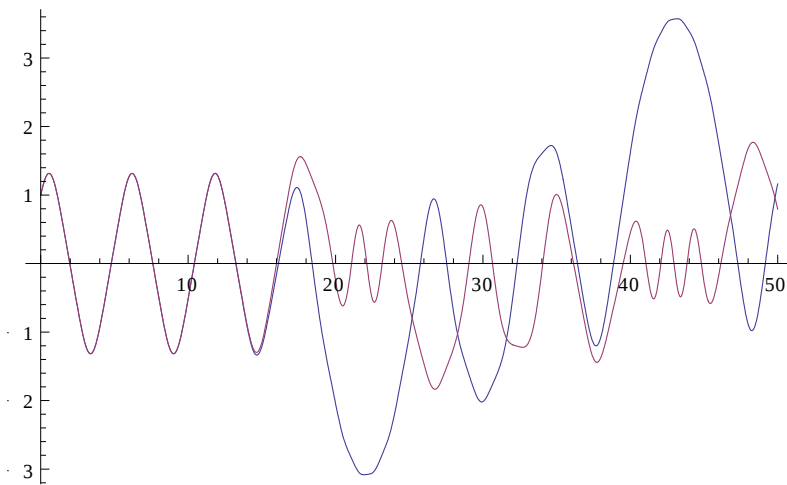
سوف نعتمد فيما يلي طريقة وضع المنحنيات المعبرة عن تمثيل معين وفق شروط إبتدائية مختلفة في نفس الصفحة حتى تسهل المقارنة بينها. هذه التمثيلات هي التي ذكرناها سابقا، و نعني بذلك على التوالي المسارات الممثلة للمتغيرين أي $U(t)$ و $V(t)$ ، و كذلك تلك المعبرة عن السرعات أي $\dot{U}(t)$ و $\dot{V}(t)$ ، و التمثيل في الفضاء المعبر عن المتغيرين أي المستوي (U, V) ، و أخيرا على فضاءات الطور لكلا المتغيرين أي المستويين $(U, \dot{U})$ و $(V, \dot{V})$. أما الشروط الإبتدائية فهي على التوالي $V(0)=1$ ثم $V(0)=1.00000$ ثم $V(0)=1.00000$ و $\dot{V}(0)=1.00000$ و هي، كما ذكرناه آنفا، مثال فقط نوضح به الحساسية بالنظر إليها دون أن يُخلَّ هذا الاختيار بكون الظاهرة خاصة عامة.



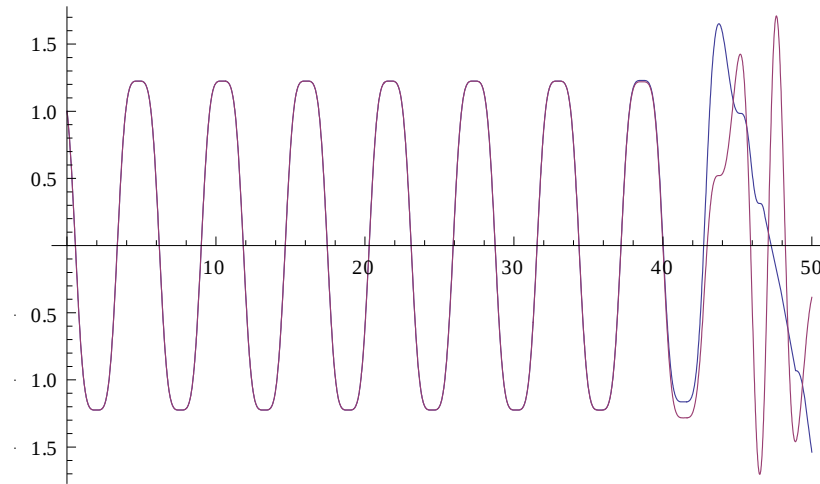
الشكل (35): الرسم البياني لكل من $U(t)$ و $V(t)$ من أجل $V(0)=1$



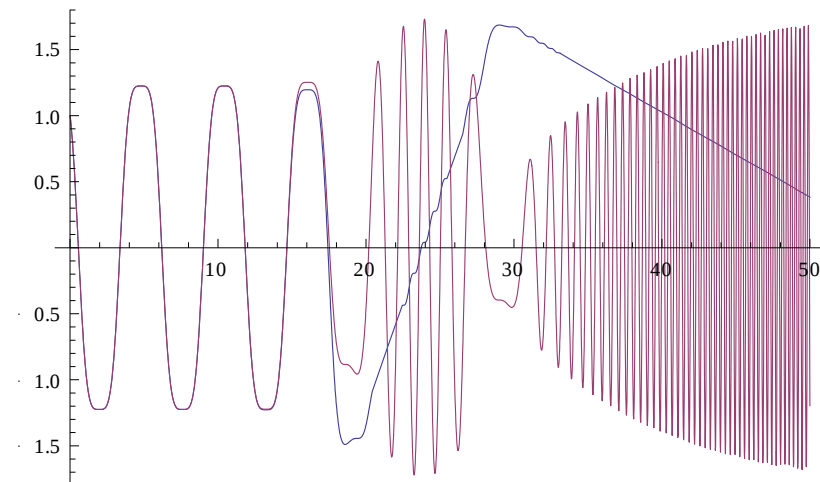
الشكل (36): الرسم البياني لكل من $U(t)$ و $V(t)$ من أجل $V(0)=1.0000001$



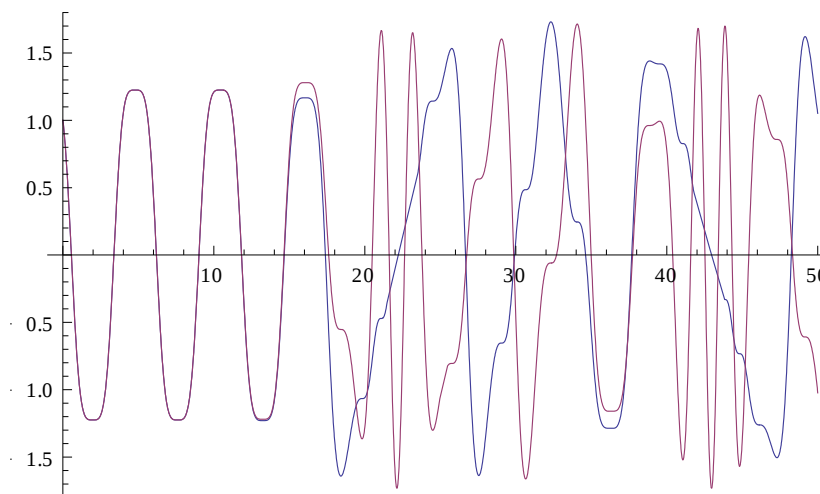
الشكل (37): الرسم البياني لكل من $U(t)$ و $V(t)$ من أجل $V(0)=1.0000002$



الشكل (38): الرسم البياني لكل من $\dot{U}(t)$ و $\dot{V}(t)$ من أجل $V(0)=1$

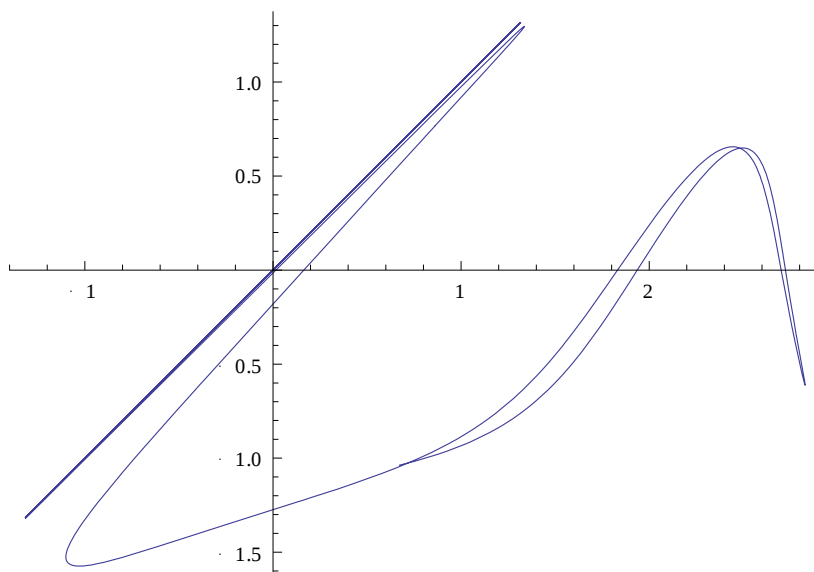


الشكل (39): الرسم البياني لكل من $\dot{U}(t)$ و $\dot{V}(t)$ من أجل $V(0)=1.0000001$

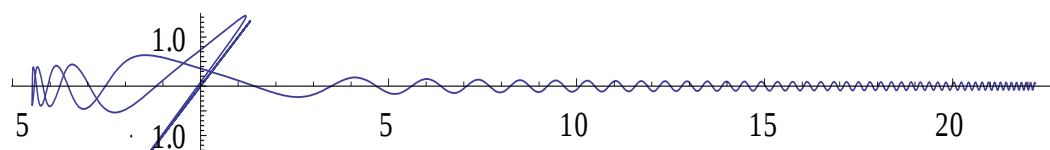


الشكل (40): الرسم البياني لكل من $\dot{U}(t)$ و $\dot{V}(t)$ من أجل $V(0)=1.0000002$

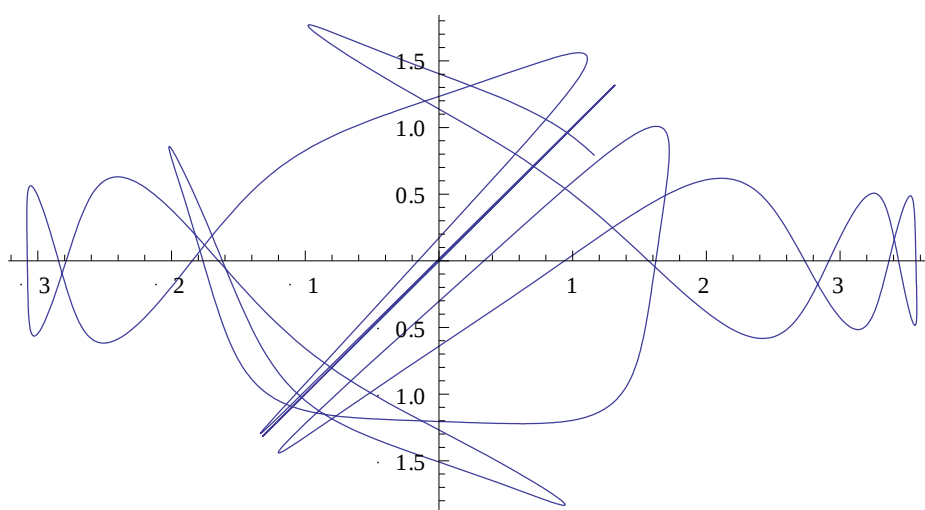
نذكر أن $t \in [0, 50s]$ فيما يلي من بيانات.



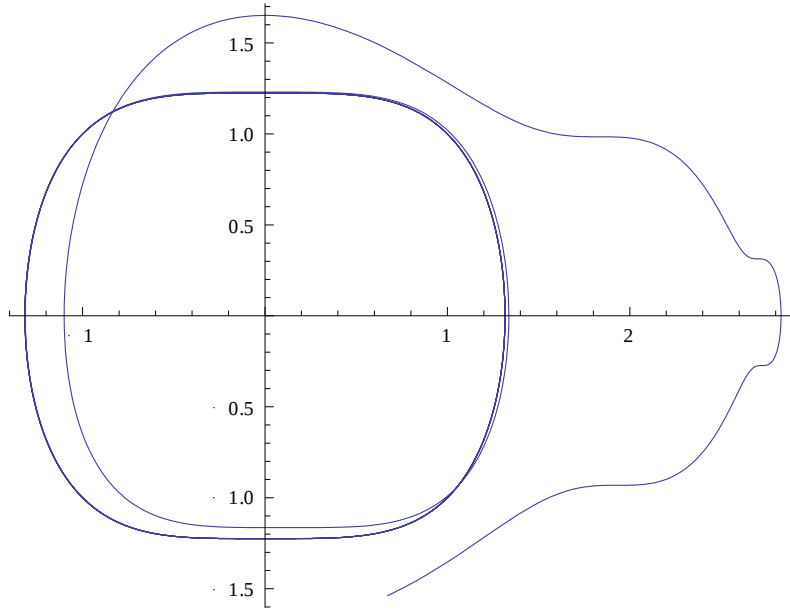
الشكل (41): التمثيل البياني في المستوى (U, V) من أجل $V(0)=1$



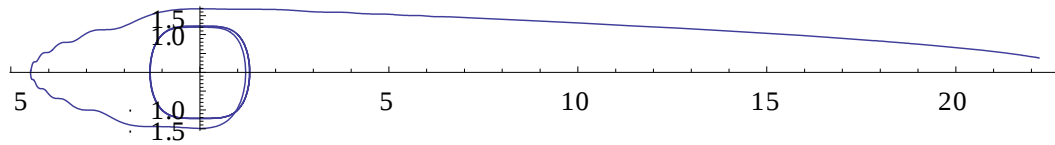
الشكل (42): التمثيل البياني في المستوى (U, V) من أجل $V(0)=1.0000001$



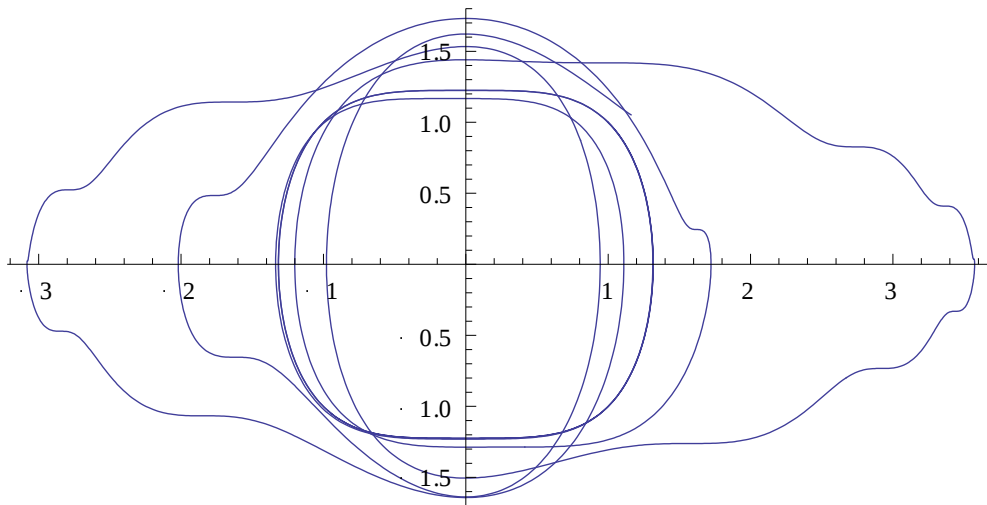
الشكل (43): التمثيل البياني في المستوى (U, V) من أجل $V(0)=1.0000002$



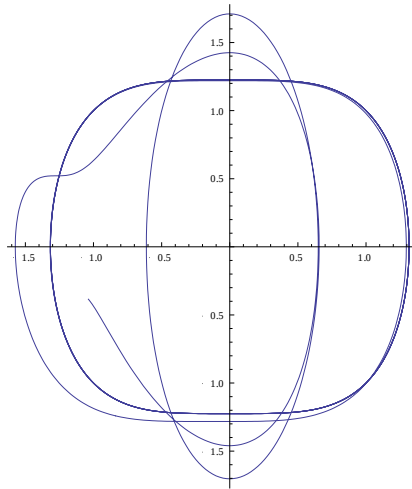
الشكل (44): التمثيل البياني في المستوى $(U, \dot{U})$ من أجل $V(0)=1$



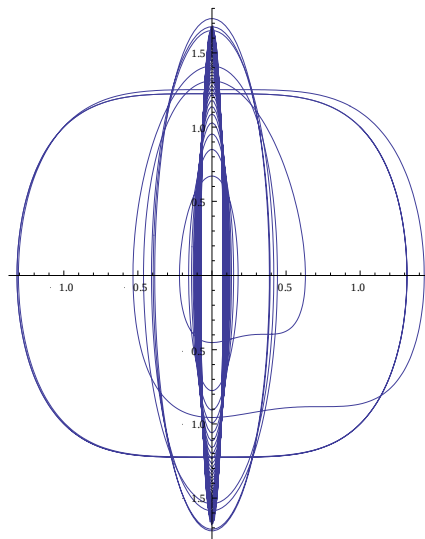
الشكل (45): التمثيل البياني في المستوى $(U, \dot{U})$ من أجل $V(0)=1.0000001$



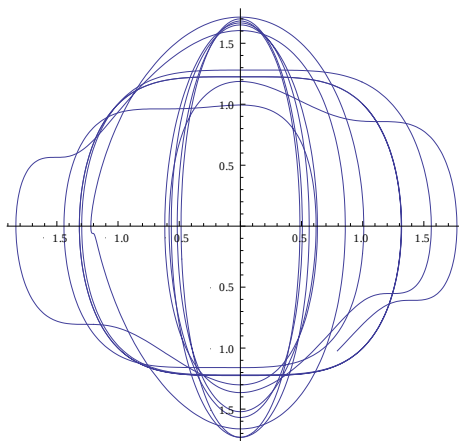
الشكل (46): التمثيل البياني في المستوى $(U, \dot{U})$ من أجل $V(0)=1.0000002$



الشكل (47): التمثيل البياني في المستوى $(V, \dot{V})$ من أجل $V(0)=1$

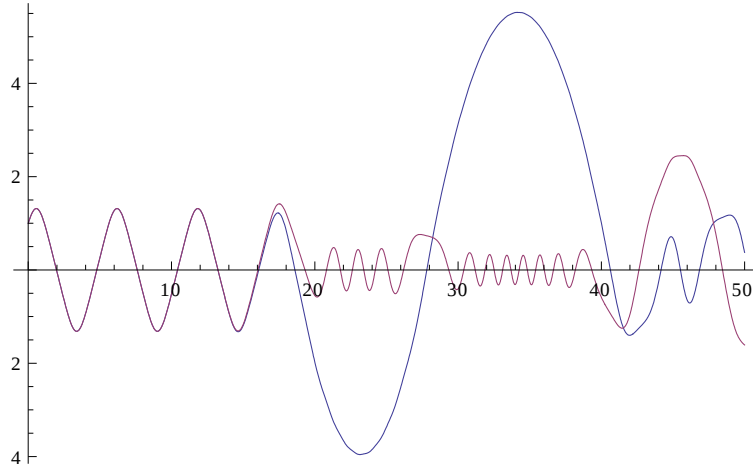


الشكل (48): التمثيل البياني في المستوى $(V, \dot{V})$ من أجل $V(0)=1.0000001$

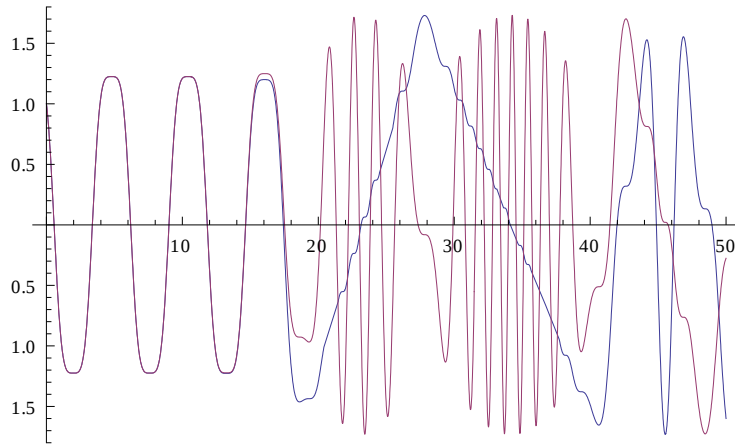


الشكل (49): التمثيل البياني في المستوى $(V, \dot{V})$ من أجل $V(0) = 1.0000002$

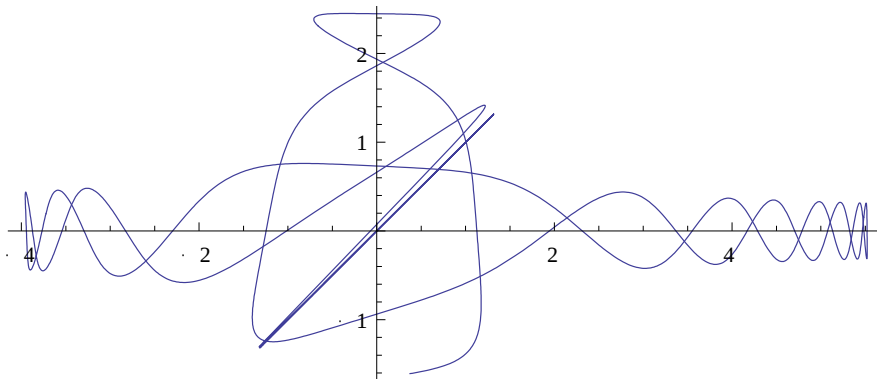
نمثل الآن البيانات المعبرة عن تغيير السرعة الابتدائية بدل الموضع الابتدائي، و بنفس القيمة المتناهية الصغر أي 10^{-7} ، حتى نوضح أنها تولد ظاهرة الحركية كذلك.



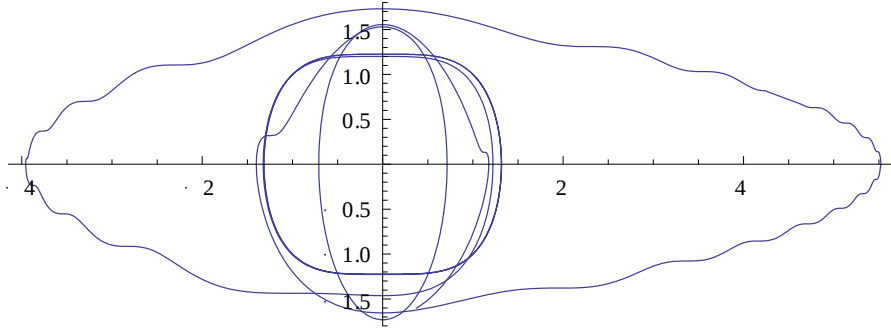
الشكل (50): الرسم البياني لكل من $U(t)$ و $V(t)$ من أجل $\dot{V}(0) = 1.0000001$



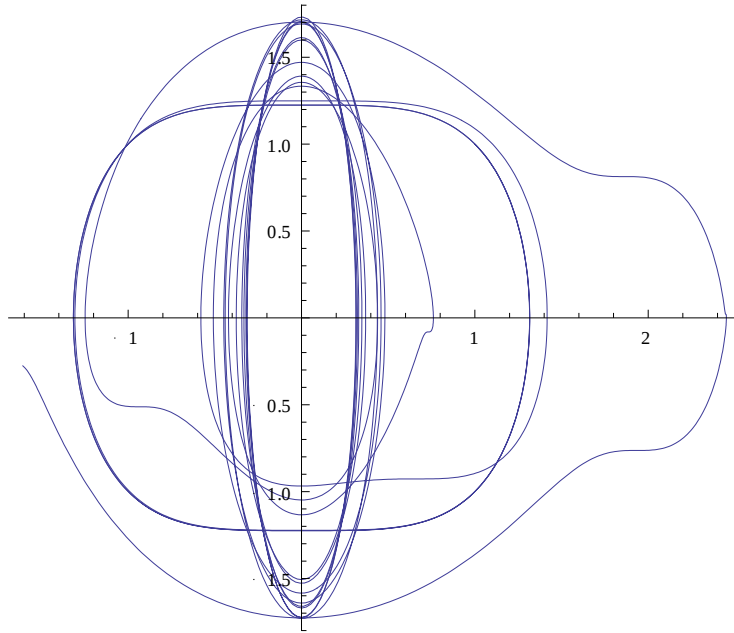
الشكل (51): الرسم البياني لكل من $\dot{U}(t)$ و $\dot{V}(t)$ من أجل $\dot{V}(0) = 1.0000001$



الشكل (52): التمثيل البياني في المستوى (U, V) من أجل $\dot{V}(0) = 1.0000001$



الشكل (53): التمثيل البياني في المستوى $(U, \dot{U})$ من أجل $\dot{V}(0) = 1.0000001$

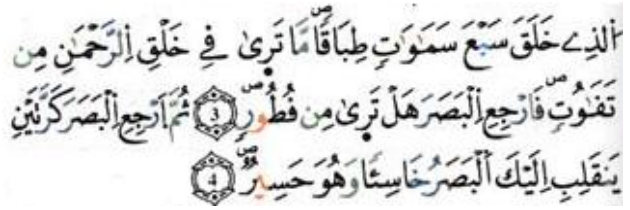


الشكل (54): التمثيل البياني في المستوى $(V, \dot{V})$ من أجل $\dot{V}(0) = 1.0000001$

و يمكن مقارنة هذه البيانات مع نظيراتها من أجل $V(0) = 1$ أو $V(0) = 1.0000001$ من الصفحات السابقة على السواء، وهذا لرؤية التطورات العميقة التي طرأت جراء التغيرات الطفيفة في الشروط الابتدائية، وهذا هو جوهر الأنظمة الحركية.

الفصل الخامس:

المناقشة العامة



الآيتان 3 و 4 من سورة الملك

المناقشة العامة

لقد تميز القرن العشرين بثلاث ثورات في الفيزياء النظرية، تزامنت اثنتان منها و هي الفيزياء الكمومية و النظرية النسبية في بداياته و تأخرت الثالثة عنهما و تعدّت منتصفه. كانت النسبية تطورا في فهمنا للفضاء و ما يتواجد فيه و ارتباطهما الوثيق، بحيث لا يوجد أحدهما بدون الثاني. أما فيزياء الكم فطورت مفهومنا للمادة الذرية فما دونها. إلتقت النظريتان عندما تم وصفهما باستعمال التناظر أو الثابتية العيارية. فقد مكن استخدام مفهوم الحقل و نظريات الحقول العيارية من وصف كلتا النظريتين للعالم، و كانت في كلتا الحالتين تعبر عن معادلات غير خطية. جعلت هذه الخاصية غير الخطية المعادلات أقرب منها إلى الأنظمة غير القابلة للمكاملة وكذلك إلى الأنظمة الحركية. كانت هذه الأخيرة تغيرا جذريا في نظرتنا لدراسة تطورات الأنظمة الفيزيائية الكلاسيكية مع الزمن، و التي بدأت مع قوانين نيوتن للحركات؛ و عنها تمحضت الثورة الثالثة في الفيزياء الحديثة. لذا كان من البديهي أن نحاول ربط هذه الأوصاف بعضها ببعض.

لقد اعتمدنا في دراستنا توسيعين للنظريات، أحدهما لتناظرات فيزياء الكم يسمى التناظر الفائق و الآخر للزمكان و لعلاقات التبادل بين إحداثياته و هو الهندسة غير التبديلية. باستعمال هذه التعميمات بنينا نظرية عيارية تصف النموذج المعياري الأصغري الفائق في إطار الهندسة غير التبديلية و كان هذا مثالا عن طريقة بناء نظرية حقول عيارية بصفة عامة و عن كيفية استخدام الخاصية غير التبديلية بصفة خاصة. ثم إستعملنا خارطة صيرف-ويتن لكتابة الصياغة غير التبديلية للنموذج و نشرنا العبارات إلى الدرجة الأولى من معامل التعديل غير التبديلي. كتبنا بهذه الطريقة كل حدود الاقترانجي سواء كانت الحدود الحركية أو حدود التفاعلات و سواء تعلق الأمر بحدود اللبتونات أو الباريونات أو بجسيمات الحقول. و كذلك وجدنا كل التحويلات العيارية لكل

الحقول المتواجدة إلى الدرجة الأولى بالنسبة للمعامل غير التبديلي و التي تحفظ الفعل الكلي الذي كتبناه. و كان هذا محتوى الفصل الثاني.

في الفصل الثالث، قمنا بدراسة حركية لأنظمة كمية من نوع التكميم الأول. فدرسنا في الباب الثاني من هذا الفصل، نظرية الكهروديناميكا غير التبديلية كمثال عن نظرية عيارية تبديلية.

ثم طبقنا في الباب الثالث هذه النظرية التي تمثل التفاعلات الكهرومغناطيسية، على ذرة الهيدروجين، و وجدنا أنها تكافئ الأخذ بعين الاعتبار الطبيعة المركبة للبروتون، و هذه أول مرة يظهر فيها مثل هذا التماثل. إن الكمون الذي تحصلنا عليه يشبه كمون الأيونات الجزيئية، واستغللنا هذا التشابه في دراستنا، فتحصلنا على قيمة حدية للمعامل غير التبديلي، يكون معها المدار الأول للذرة غير مستقرا. فقد وجدنا أن أصغر تأثير بالقرب من هذه القيمة يحول الذرة من حالة نواة-إلكترون مرتبط إلى حالة أيون-إلكترون حر. سَمَّينا هذه القيمة بالحرجة لأنه تفصل بين استقرار ذرة الهيدروجين و زوالها، إذن بين استقرار الكون و زواله، و هو المكوّن في معظمه من الهيدروجين [164]. و هذه كذلك نتيجة ليست لها سابقة.

ثم طبقنا في الفصل الرابع و في الباب الثاني منه نفس الدراسة، و لكن على نظام من نوع نظرية يانف-ميلس غير الآبلية للحقول الكمية، و التي تكتب بواسطتها التفاعلات النووية الضعيفة و القوية على السواء. و كان دافعنا إلى ذلك أهميتها في الفيزياء النظرية الحديثة و أنها معادلات غير خطية مما يُعزّز فرص ظهور العشوائية فيها، و أيضا لأن دراساتها الحركية اقتصرت على النوع الكلاسيكي منها. لهذا الغرض كتبنا الصياغة الكمومية لفعل من هذه العائلة تمت دراسته كلاسيكيا حتى يتسنى لنا المقارنة بين الحالتين. إختارنا لتكميم النظرية طريقة "برست" نظرا لمتانتها من الناحية الرياضية، و بعدها وجدنا معادلات الحقول و حوّلناها إلى الكتابة الحركية، و عندها استعملنا أحد أمتن الإختبارات التي تحدد مدى قابلية الأنظمة الحركية للمكاملة، ألا و هو إختبار پانلوفي. هذا الإختبار مكّننا من البرهان أن النظام غير قابل للمكاملة كالنظام الكلاسيكي، و بالتالي يمكن وصفه بالنظام الحركي في معناه الذي يوحي بالعشوائية. لكننا نقول أن هذا الإنتاج يصلح فقط إذا سلمنا أن إختبار پانلوفي، الذي وضع أساسا من أجل الأنظمة الكلاسيكية، يصلح

كذلك في الحالة الكمومية. فقد ذكرنا أن مفهوم المسار سواء كان في الفضاء العادي أو في فضاء الحالات يصعب تمثيله في حالة فيزياء الكم، كونه يتميز بالخاصية الكسورية (المعبرة عن الحركة البراونية) الناتجة عن المبدأ الأساس فيها، و هو مبدأ عدم التعيين لهايزنبرغ.

ثم درسنا حركيا في الباب الثالث من هذا الفصل المعادلات المعبرة عن النظام الكمومي لـيانف-ميلس و برهنا أن المسارات شديدة الحساسية للشروط الابتدائية، سواء كانت المسارات في الفضاء العادي أو في فضاء الحالات، و سواء كانت التغيرات الطفيفة في الموضع أم في السرعة.

هنالك عدة محاولات حاليا للتوفيق بين النظرتين الحركية و الكمية و لكنها لم تلقى توافقا لحد الآن. نرجح من جهتنا أن يكون الحل في مبدأ المطابقة بين فيزياء الكم و الفيزياء الكلاسيكية الذي نصَّ عليه بور سنة 1920 [165]، حيث يمكن اعتبار الحالة الكلاسيكية كحالة ينتهي إليها النظام الكمومي عند الأعداد الكمية الكبيرة أو في حالة اعتبار ثابت بلانك ينتهي إلى الصفر. و لقد قيل عن هذا المبدأ [166]:

"نادرا ما كان هنالك في تاريخ الفيزياء نظرية شاملة تدين بالكثير لمبدأ واحد مثل ما

تدينه ميكانيكا الكم عن استحقاق لمبدأ المطابقة لبور"

إن الذي يعبر عن هذا الفاصل بين العالم الكمي و الكلاسيكي حاليا، هو مبدأ عدم التناقص الذي يبين كيف يظهر الوصف الكلاسيكي من الكمومي من خلال تفاعل النظام الكمي مع بيئته حراريا، مما لا يسمح بحدوث التداخل بين مختلف حالاته الممكنة. أول من نصَّ على هذا المبدأ هو زيه [167]، و بُرهن تجريبيا سنة 1996 [168]. حاليا، تعتبر هذه النظرية النهج الأكثر نجاحا في حل مشكلة القياس في فيزياء الكم، و لقد تلقت عددا كبيرا من التأكيدات التجريبية. و لكن مع ذلك، لا تزال هنالك مشاكل عالقة فيها لم يتم حلها بشكل تام [169].

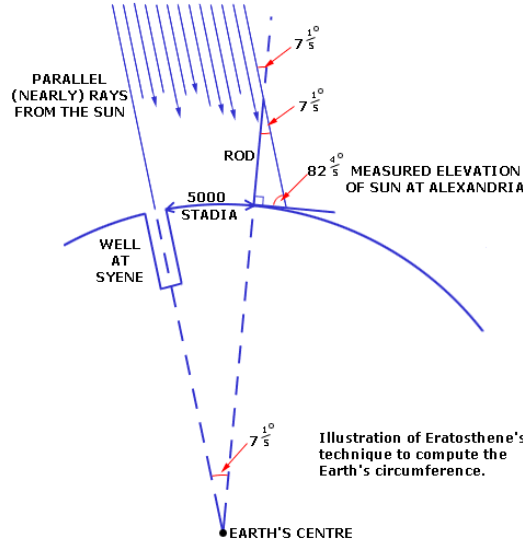
لقد تحدثنا عن الطبيعة الكسورية للفيزياء الكمومية، و أنها ناتجة عن التفسير الإحتمالي لها. و لقد تم مؤخرا البرهان على وجود الظاهرة الكسورية في أنظمة يانف-ميلس الكلاسيكية و لكن في فضاء $1 + 2$ فقط [170][171]، و كذلك في بعض حالات الكهروديناميكا الكمية [172].

لكنها لم تطبق لحد الآن في نظريات يانف-ميلس الكمية كالتى درسناها، إلا بصفة عامة في نظريات الحقول، مثل المرجع [173]. رغم هذا بدأت دراساتها تتسع و هذا ما نلمسه من عدد المصادر التي ترجع إلى كتاب مندلبروت [158] و الذي قلنا أنه تعدى 17000. و لقد كان من المفترض أن ندرس النظرية العيارية في إطار الهندسة الكسورية كذلك، و لكن تم نشر مقال في هذا الأمر سنة 2003 [174]، من أجل النظريات الآبلية ثم سنة 2006 [175] من أجل النظريات غير الآبلية. دفعنا هذا إلى التخلي عن هذا الجانب من برنامجنا واقتصرنا على الدراسة الحركية للنظريات العيارية مع إبراز أن مفهوم الكسوريات أصيل و جوهري في كل من الأنظمة الحركية من خلال الجواذب الغريبة، و في فيزياء الكم من خلال مساراتها ذات الطبيعة البراونية.

يوجد حاليا أيضا مفهوم الأمانة الكمومية الذي يعبر عن مدى "التقارب" بين حالتين كموميتين من خلال دراسة الاختلاف الحاصل على حالة ما إذا تغيرت وفق هاملتوني معين ثم عادت مدة زمنية تساوي زمن الإياب، وفق نفس الهاملتوني و لكن مع إضافة إضطراب صغير إليه ([176][177])، على سبيل المثال لا الحصر). يعبر هذا الأمر عن مدى استقرار الحالة الكمومية مع تواجد الإضطرابات الطفيفة؛ وهو نفس المفهوم الذي يعرف الأنظمة العشوائية الكلاسيكية. و هو كذلك المفهوم الذي اعتمدناه، من وجهة نظرنا، في دراستنا لبيان تواجد الحركية في الأنظمة الكمومية.

لقد استخدمنا في دراستنا مبدأ التعميم و التوسيع لأن التطور يأتي إما من خلال تطوير التقنية أو من خلال توسيع الفكر و الإنفتاح على الجديد من الأفكار. فقد كان الناس يعتقدون أن الأرض مسطحة لقصر بصرهم و بصيرتهم، حتى جاء أرسطو فأسس لنظرية كروية الأرض في القرن الرابع قبل ميلاد المسيح من التفكير النظري، حيث بنى استنتاجاته من أن الأرض ناجمة عن تجمع أجزائها، و التي تعكس الميل الطبيعي للكائنات للتحرك في اتجاه نقطة مركزية، وأنه نظرا لمبدأي التناظر و التوازن، فإنه لا يمكن أن تكون إلا على شكل كروي [178][179][180]؛ هذا هو التطور من الجانب النظري.

أما التطور من الجانب التقني أو التجريبي، فيوضحه ما فعله إيراتوستاتس في القرن الثالث قبل الميلاد من قياس محيط الأرض بملاحظة الفرق في ميل الظل في نفس اللحظة من السنة بين الإسكندرية و أسوان في مصر [180]؛ فوسع بذلك بصره بعد أن وسع أرسطو بصيرته.



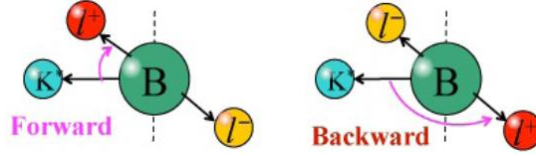
الشكل (55): تمثيل لطريقة إيراتوستاتس في قياس محيط الأرض

إننا، و رغم علمنا بكروية الأرض، نستعمل قوانين الهندسة المستوية أو الإقليدية في دراساتنا التي لا يتعدى مجالها بضع كيلومترات، لأن التصحيحات الناتجة عن الكروية ضعيفة جدا إلى درجة أنها لا تؤثر على مثل هذه التجارب و لا حتى على إحساننا بما يحيط بنا. و هذا يماثل ما ذكرناه في إيضاحنا لمفهوم النظرية غير التبديلية و أن التصحيحات الناتجة عنها متناهية الصغر. يقال نفس الشيء عن نظرية التناظر فائق التي تدخل بعض التصحيحات على النموذج المعياري للجسيمات الأولية.

لكن هذا الإمعان في الفكر النظري لا ينسينا الجانب التقني و الذي هو أساس كل دليل قاطع على صحة نظرية ما من بطلانها. فالصحيح ما أُيِّدته التجارب و الباطل ما فنّده التجارب كذلك. و نذكر هنا أن التجارب على الكواركات الثقيلة الجميلة، أظهرت بوضوح عدم توافق مع الحسابات وفق النموذج المعياري سواء في مسرع الجسيمات الياباني بكاميوكاندي [181] أو نظيره

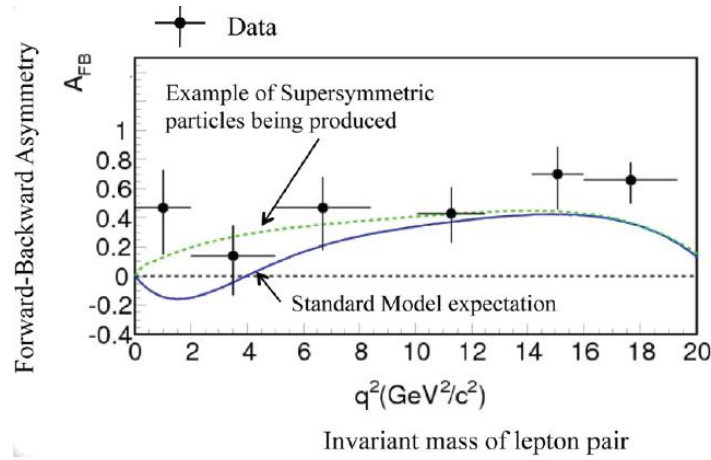
الأمريكي في مختبر فيرمي [182]، و هذا أوضح دليل على وجوب توسعة هذا النموذج ليشمل هذه الظواهر الجديدة.

يوضح الشكل الموالي التفاعل المستعمل في الدراسة اليابانية مع طريقه الممكنين.



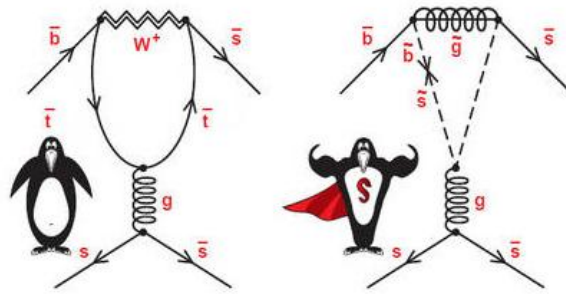
الشكل (56): تمثيل لتفاعل الميزون B في حالتي الذهاب و الإياب

و كانت النتائج التجريبية كما يلي:



الشكل (57): يمثل التباين بين نتائج التجارب و قيم النموذج المعياري

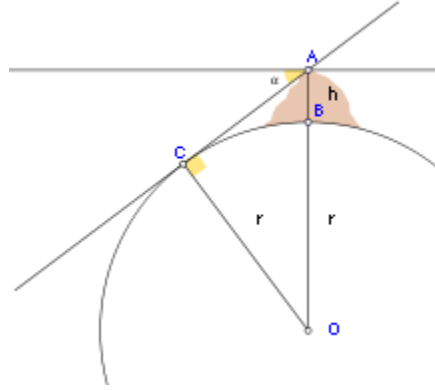
حيث يبدو جليا الفرق بين نتائج التجربة و توقُّعات النموذج المعياري، و كيف يمكن تفسيرها باستعمال نظرية التناظر الفائق، باستعمال ما يسمى مخطط البطريق [183]:



الشكل (58): يمثل مخطط البطريق وفق النموذج المعياري و نظيره فائق التناظر

و لا ننسى في الأخير أن هنالك دوافع أخرى، كانت قد جعلت العلماء المسلمين يطورون علم المثلثات الكروية منذ القرن التاسع الميلادي في عهد الخلافة العباسية لتحديد المسافات التي تفصل

البلدان عن مكة وكذلك مواضعها وهذا كله لتحديد إتجاه القبلة بدقة. فنرى عالما مثل البيروني يكمل ما بدأه الخليفة المأمون باستعمال طريقة إيراتوستان و يتكر طريقة قاس بها نصف قطر الأرض اللازم لتحديد انحناء المثلثات الكروية، فوجده 6339.9 km ، أي أصغر بقليل من القيمة المتوسطة الحالية 6356.7 km (ولا تزال طريقته معتمدة لحد الآن لقياس الارتفاعات و المسافات) [184].



الشكل (59): يمثل طريقة البيروني لقياس نصف قطر الأرض

إن القاعدة تقول أن:

"عدم الوجدان ليس دلالة على عدم الوجود"

و لكنه في نفس الوقت، لا يدل عليه (أي الوجود)، و لذا نسير وفق المبدأ الذي جعله صاحب

جائزة نوبل في الفيزياء محمد عبدالسلام أساسا [185]:

﴿فَارْجِعِ الْبَصَرَ﴾

كَرَّةً وَ كَرَّتَيْنِ...

المراجع:

المراجع:

- [1] I. Newton ; *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, (1726) *Apud Guil & Jhon Inis Regiæ Societatis Typographos (London)* 3rd Edition. [Principia](#)
- [2] I. Newton ; *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, (1729) *Translated to English by A. Motte ; University of California Press Berkeley, Los Angeles, London.* [Principia](#)
- [3] Abbé N.L. de la Caille, *Sur le calcul des élémens de la théorie de la comète qui paroît maintenant, Mémoires de mathématique et de physique tirés des registres de l'Académie royale des sciences p. 522 ff* (12 mai 1759) [Académie royale des sciences \(France\)](#)
- [4] U. Le Verrier ; *Deux articles des Comptes-rendus de l'Académie des sciences*, 22, p.907-918 (séance du 1er juin 1846) & 23, p.428-438 (séance du 31 août 1846). [Annales de l'observatoire imperial de paris](#)
- [5] P.L.M. Maupertuis ; *Principe de la moindre quantité d'action pour la mécanique, Les Actes de l'Académie Royale des Sciences de Paris* (1744) [Maupertius](#)
- [6] F. Martin-Robine ; *Histoire du principe de moindre action*, Vuibert, (2006) [ISBN : 2-7117-7151-2](#)
- [7] J.L. Lagrange ; *Mécanique analytique* (1787) in *Œuvres de Lagrange*, édité par J.A. Serret, Paris 1867, vol. 11 et 12 [Lagrange](#)
- [8] P.S. de Laplace ; *Œuvres complètes de Laplace Tome 7, publiées sous les auspices de l'Académie des sciences par MM. les secrétaires perpétuels*, Gauthier-Villars, Paris, 14 volumes, (1878-1912) [de Laplace](#)
- [9] W.R. Hamilton ; *On a General Method in Dynamics; by which the Study of the Motions of all free Systems of attracting or repelling Points is reduced to the Search and Differentiation of one central Relation, or characteristic Function* (*Philosophical Transactions of the Royal Society, part II for 1834, pp. 247-308*) [pdf](#)
- [10] W.R. Hamilton ; *Second Essay on a General Method in Dynamics* (*Philosophical Transactions of the Royal Society, part I for 1835, pp. 95-144*) [pdf](#)
- [11] W.R. Hamilton ; *On the Application to Dynamics of a General Mathematical Method previously applied to Optics* (*British Association Report 1834, published 1835, pp. 513-518*) [pdf](#)
- [12] A.M. Legendre ; *Traité des fonctions elliptiques et intégrales Eulériennes*, 3 tomes, Huzard-Coursier, Paris, (1826-1829) [Legendre](#)
- [13] P. de Fermat, *Œuvres complètes, éditées par C. Henry & P. Tannery*, 4 vols., vol. II, p 441 (1891-1912) [Fermat](#)
- [14] H. Poincaré ; *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Gauthier-Villars (1892, 1893, 1899) [Poincaré](#)
- [15] H. Poincaré ; *Leçons de mécanique céleste*, Gauthier-Villars (1905, 1907, 1910) [Poincaré](#)

- [16] P. Painlevé ; *Sur les lignes singulières des fonctions analytiques* Thèse soutenue par P. Painlevé (1887) Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire Paris. [Painlevé](#)
- [17] P. Painlevé ; *Mémoire sur les équations différentielles du premier ordre*, par M. Paul Painlevé, chargé de cours à la faculté des sciences de Lille - (1892) [Painlevé](#)
- [18] P. Painlevé ; *Les axiomes de la mécanique, examen critique ; note sur la propagation de la lumière* (1922) Gauthier-Villars et Cie Editeurs Paris. [Painlevé](#)
- [19] X. Zhihong ; *The Existence of Noncollision Singularities in Newtonian Systems*. *Annals of Mathematics* 135 (3) (1992):411-468 [\[pdf\]](#)
- [20] J.C. Maxwell ; *Matter and Motion*, (1876), reed. Dover (1952) [Maxwell](#)
- [21] W. Heisenberg ; *Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik*, *Z. Phys.* Volume 43, 172-198 (1927) [1983ZhPhy..43..172H](#), English Translation in [Quantum theory and measurement](#), Wheeler & Zurek, (1983).
- [22] W. Heisenberg, *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*, *Z. Physik*, 33, 879-893, (1925). [doi: 10.1007/BF01328377](#) English translation in: B. L. van der Waerden, editor, *Sources of Quantum Mechanics* (Dover Publications, 1968) [ISBN 978-0486618814](#)
- [23] Aitchison, Ian J. R., David A. MacManus and Thomas M. Snyder (November 2004), *Understanding Heisenberg's 'magical' paper of July 1925: A new look at the calculational details*, *American Journal of Physics* 72(11), 1370-1379 [doi:10.1119/1.1775243](#) [arXiv:quant-ph/0404009v1](#)
- [24] M. Born and P. Jordan, *Zur Quantenmechanik*, *Zeitschrift für Physik*, 34, 858-888, (1925) (received 27 September 1925) [On Quantum Mechanics](#).
- [25] M. Born, W. Heisenberg, and P. Jordan, *Zur Quantenmechanik II*, *Zeitschrift für Physik*, 35, 557-615, (1925) (received 16 November 1925). English translation in: B. L. van der Waerden, editor, [Sources of quantum mechanics](#) (Dover Publications, 1968)
- [26] B. van der Pol, *A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations*, *Radio Review*, 1, 701-710, 754-762, (1920). [Selected scientific papers](#) (1960)
- [27] B. van der Pol, *On "relaxation-oscillations"*, *Philosophical Magazine Series 7*, 1941-5990, Volume 2, Issue 11, (1926), Pages 978 - 992. [doi:10.1080/14786442608564127](#)
- [28] B. van der Pol & J. van der Mark, *Frequency Demultiplication*, *nature* 120, 363-364 (10 September 1927) [doi :10.1038/120363a0](#)
- [29] C. Hayashi, Y. Ueda, N. Akamatsu and H. Itakura ; *On the behavior of self-oscillatory systems with external force*. *Trans. IECE Japan*, 53A (3), 150-158, (1970). [Ueda's Papers on Chaos](#)

- [30] Y. Ueda, N. Akamatsu and C. Hayashi. Computer simulations and non-periodic oscillations. *Trans. IEICE Japan*, 56A (4), 218-225, (1973) [Ueda's Papers on Chaos](#)
- [31] Lord Rayleigh ; [LIX](#). On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side, *Philosophical Magazine Series 6*, 1941-5990, Volume 32, Issue 192, (1916), Pages 529 - 546 [doi: 10.1080/14786441608635602](#)
- [32] E.N. Lorenz ; Deterministic non-periodic flow. *J. Atmosperic Sci.* 20, 130-141, (1963) [doi: 10.1177/0309133308091948](#)
- [33] E.N. Lorenz, Predictability : does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas?, 139th Annual Meeting of the American Association for the Advancement of Science (29 Dec 1972), in *Essence of Chaos* (1995), Appendix 1, 181 [\[pdf\]](#) [ISSN 0026-1181](#)
- [34] A. Sokal & J.Bricmont ; *Impostures intellectuelles*, Odile Jacob, octobre (1997). [ISBN 2-7381-0503-3](#). [ISBN 2-7381-0503-3](#)
- [35] J. Hadamard ; *Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques*, *Journal de mathématiques pures et appliquées 5e série 4* (1898), 27-74 [JMPA_1898_5_4_A3_0](#)
- [36] G.D. Birkhoff ; *Dynamical Systems* (reprinted with an introduction by J. Moser and a preface by M. Morse, 1966). American Mathematical Society, Providence, RI, (1927) [ISBN 0-8218-1009-X](#)
- [37] A.A. Andronov and L. Pontryagin. *Systèmes grossiers*. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 14, 247-251, (1937)
- [38] A.N. Kolmogorov *Théorie générale des sytèmes dynamiques et mécanique classique*. In *Proc. International Congress of Mathematicians*, Amsterdam, 1954, vol. I, pp 315-333. North-Holland, Amsterdam, (1957) [SJ_1957-1958_1_A6_0](#)
- [39] V.I. Arnold. *Instability of dynamical systems with several degrees of freedom*. *Sov. Math. Doklady*, 5, 342-355, (1964) [doi:10.1070/RM1963v018n05ABEH0004130](#)
- [40] J.K. Moser. *Stable and Random Motions in Dynamical Systems*. Princeton University Press, Princeton, NJ, (1973) [doi:10.1063/1.3068879](#)
- [41] S. Smale. *Diffeomorphisms with many periodic points*. In *Differential and Combinatorial Topology: A Symposium in Honor of Marston Morse*, pp. 63-70, S.S. Cairns (ed). Princeton University Press, Princeton, NJ, (1965).
- [42] S. Smale. *Differentiable Dynamical Systems*. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 73, 747-817, (1967) [\[pdf\]](#)
- [43] P. Holmes. *Poincaré, celestial mechanics, dynamical systems theory and chaos*. *Physics Reports*, 193 (3), 137-163, (1990). [\[pdf\]](#) [doi :10.1016/0370-1573\(90\)90012-0](#)
- [44] P. Holmes. *Ninety plus thirty years of nonlinear dynamics: More is different and less is more*. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 15 (9), 2703-2716, (2005) [\[pdf\]](#)
- [45] J.C. Maxwell ; *On physical lines of force*, *Philosophical Magazine*, (1861) [\[pdf\]](#)

- [46] J.C. Maxwell; *A dynamical theory of the electromagnetic field. Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 155: 459-512, (1865) [\[pdf\]](#)
- [47] J.C. Maxwell; *Treatise on Electricity and Magnetism Vol 1* Oxford, (1904) *Third Edition*. (Original version 1873) [\[pdf\]](#)
- [48] H. Poincaré ; *Sur la dynamique de l'électron, Comptes rendus de l'Académie des Sciences* t. 140, P. 1504-1508 (1905) [\[pdf\]](#)
- [49] A. Einstein ; *On the Electrodynamics of Moving Bodies, Annalen der Physik* 17: 891-921 (1905) [\[pdf\]](#)
- [50] H. Weyl; *Gravitation and electricity* Published in *Sitzungsber.Preuss.Akad.Wiss.Berlin (Math.Phys)* 1918:465 (1918) [Weyl's 1918 Theory](#) [Weyl's 1918 Theory Revisited](#)
- [51] E. Schrödinger ; *An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules. Physical Review* 28 (6): 1049-1070 (1926). [doi:10.1103/PhysRev.28.1049](#) [Collected papers on wave mechanics](#)
- [52] V. Fock ; *On the invariant form of the wave equation and the equations of motion for a charged point mass. Published in Z.Phys.*39:226-232,(1926) & *Surveys High Energ.Phys.*5:245-251 (1986) [doi:10.3367/UFN.0180.201008h.0874](#)
- [53] F. London ; *Quantum mechanical interpretation of the Weyl theory. Published in Z.Phys.*42:375-389,(1927) & *Surveys High Energ.Phys.*5:253-259, (1986). In [Mathematical foundations of quantum mechanics](#) by J. Van Neumann, Princeton University Press (1955).
- [54] H. Weyl; *Electron and Gravitation. 1. Published in Z.Phys.*56:330-352, (1929) & *Surveys High Energ.Phys.*5:261-267, (1986) [\[pdf\]](#)
- [55] O. Klein ; *Quantum Theory and Five-Dimensional Theory of Relativity. (In German and English).Published in Z.Phys.*37:895-906, (1926) & *Surveys High Energ.Phys.*5:241-244, (1986) [doi:10.1007/BF01397481](#)
- [56] P.A.M. Dirac ; *The Quantum Theory of the Electron. Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 117 (778): 610-624 (1928) [doi:10.1098/rspa.1928.0023](#)
- [57] P.A.M. Dirac ; *The Lagrangian in quantum mechanics. Published in Phys.Z.Sowjetunion* 3:64-72 (1933) [The collected works of PAM Dirac: 1924-1948](#) P.A.M. Dirac & R.H. Dalitz (1995).
- [58] S. Tomonaga ; *On a Relativistically Invariant Formulation of the Quantum Theory of Wave Fields. Progress of Theoretical Physics* 1: 27-42. (1946). [doi:10.1143/PTP.1.27](#)
- [59] J. Schwinger ; *On Quantum-Electrodynamics and the Magnetic Moment of the Electron. Physical Review* 73: 416-417. (1948) [doi:10.1103/PhysRev.73.416](#)
- [60] J. Schwinger ; *Quantum Electrodynamics. I. A Covariant Formulation. Physical Review* 74: 1439-1461. (1948). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.74.1439](#)

- [61] R. P. Feynman ; *Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics*. *Physical Review* 76: 769-789. (1949). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.76.769](https://doi.org/10.1103/PhysRev.76.769)
- [62] R. P. Feynman ; *The Theory of Positrons*. *Physical Review* 76: 749-759. (1949). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.76.749](https://doi.org/10.1103/PhysRev.76.749)
- [63] R. P. Feynman ; *Mathematical Formulation of the Quantum Theory of Electromagnetic Interaction*. *Physical Review* 80: 440-457. (1950). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.80.440](https://doi.org/10.1103/PhysRev.80.440)
- [64] F. Dyson ; *The Radiation Theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman*. *Physical Review* 75: 486-502. (1949). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.75.486](https://doi.org/10.1103/PhysRev.75.486)
- [65] F. Dyson ; *The S Matrix in Quantum Electrodynamics*. *Physical Review* 75: 1736-1755. (1949). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.75.1736](https://doi.org/10.1103/PhysRev.75.1736)
- [66] C.N. Yang, & R. Mills ; *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*, *Physical Review* 96 (1): 191-195, (1954) [doi:10.1103/PhysRev.96.191](https://doi.org/10.1103/PhysRev.96.191) *Selected papers, 1945-1980, with commentary* C.N. Yang (2005)
- [67] N. Straumann ; *On Pauli's invention of non-abelian Kaluza-Klein Theory in 1953*, eprint [arXiv:gr-qc/0012054v1](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0012054v1)
- [68] V.L. Ginzburg & L.D. Landau ; *On the theory of superconductivity*. *J. Exper. Theor. Phys. (USSR)* 20: 1064 (1950). [On the Theory of Superconductivity](#) Book Chapter (2009)
- [69] L.P. Gor'kov, *Microscopic derivation of the Ginzburg-Landau equations in the theory of superconductivity*. *Sov. Phys.-JETP* 36: 1364-7. (1959) [\[pdf\]](#)
- [70] Y. Nambu ; *Quasi-particles and gauge invariance in the theory of superconductivity*. *Phys. Rev.* 117: 648-63. (1960) [doi:10.1103/PhysRev.117.648](https://doi.org/10.1103/PhysRev.117.648)
- [71] J. Goldstone ; *Field theories with superconductor solutions*. *Nuovo Cim.* 19: 154-164 (1961). [\[pdf\]](#)
- [72] F. Englert & R. Brout ; *Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons*. *Phys. Rev. Lett.* 13: 321-3. (1964) [doi:10.1103/PhysRevLett.13.321](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.321)
- [73] G.S. Guralnik, C.R. Hagen & T.W.B. Kibble ; *Global conservation laws and massless particles*. *Phys. Rev. Lett.* 13: 585-7. (1964) [doi:10.1103/PhysRevLett.13.585](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.585)
- [74] G.S. Guralnik, C.R. Hagen & T.W.B. Kibble ; *Broken symmetries and the Goldstone theorem*. *Advances in Physics*, vol. 2 Interscience Publishers, New York. pp. 567-708 [ISBN:0470170573](#) (1967).
- [75] P.W. Higgs ; *Broken symmetries, massless particles and gauge fields*. *Phys. Lett.* 12: 132-3. (1964). [doi:10.1016/0031-9163\(64\)91136-9](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9)
- [76] P.W. Higgs ; *Broken symmetries and the masses of gauge bosons*. *Phys. Rev. Lett.* 13: 508-9. (1964). [doi:10.1103/PhysRevLett.13.508](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.508)
- [77] P.W. Higgs ; *Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons*. *Phys. Rev.* 145: 1156-63. (1966) [doi:10.1103/PhysRev.145.1156](https://doi.org/10.1103/PhysRev.145.1156) *Selected Papers* P.W. Higgs (1981)

- [78] T.W.B. Kibble ; Symmetry breaking in non-Abelian gauge theories. *Phys. Rev.* 155: 1554-61.(1967) [doi:10.1103/PhysRev.155.1554](https://doi.org/10.1103/PhysRev.155.1554)
- [79] S.L. Glashow ; Partial symmetries of weak interactions. *Nuc. Phys.* 22: 579-88 (1961) [doi:10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2)
- [80] S. Weinberg ; A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.* 19: 1264-6. (1967). [\[pdf\]](https://arxiv.org/pdf/10.1103/PhysRevLett.19.1264) [doi:10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264)
- [81] Abdus Salam ; Weak and Electromagnetic Interactions. In the Proceedings of 8th Nobel Symposium, Lerum, Sweden, 19-25 May 1968, pp 367-37, (1968) [\[pdf\]](https://arxiv.org/pdf/10.1143/PTP.36.1266)
- [82] K. Nishijima ; Charge Independence Theory of V Particles. *Progress of Theoretical Physics* 13: 285. (1955) [doi:10.1143/PTP.13.285](https://doi.org/10.1143/PTP.13.285)
- [83] Y. Ne'eman ; Derivation of strong interactions from a gauge invariance, Published in *Nucl.Phys.*26:222-229, (1961) [doi:10.1016/0029-5582\(61\)90134-1](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90134-1)
- [84] M. Gell-Mann ; A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Physics Letters* 8 (3): 214-215. (1964) [doi:10.1016/S0031-9163\(64\)92001-3](https://doi.org/10.1016/S0031-9163(64)92001-3).
- [85] G. Zweig ; An $SU(3)$ Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking. (1964) CERN Report No.8181/Th 8419. [\[pdf\]](https://arxiv.org/pdf/10.1016/S0031-9163(64)92001-3)
- [86] G. Zweig ; An $SU(3)$ Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking: II. (1964) CERN Report No.8419/Th 8412. [\[pdf\]](https://arxiv.org/pdf/10.1016/S0031-9163(64)92001-3)
- [87] S. Sakata ; On a Composite Model for the New Particles, Published in *Prog.Theor.Phys.*16:686-688, (1956)
- [88] W. Greiner, S. Schramm & E. Stein ; Quantum Chromodynamics. Springer , (2002) [ISBN: 3540666109](https://doi.org/10.1007/978-3-540-66610-9) [\[QCD\]](https://arxiv.org/pdf/10.1007/978-3-540-66610-9)
- [89] K. Kodama et al. (DONUT Collaboration) : Observation of tau neutrino interactions. *Physics Letters B* 504: 218. (2001) [doi:10.1016/S0370-2693\(01\)00307-0](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00307-0) [\[pdf\]](https://arxiv.org/pdf/10.1016/S0370-2693(01)00307-0)
- [90] S. Weinberg ; Quantum theory of fields, vol.1. Foundations & vol.2. Modern applications, Cambridge University Press (1995) [ISBN: 0 521 55001 7](https://doi.org/10.1017/9780521550017) & [ISBN: 0 521 55002 5](https://doi.org/10.1017/9780521550025) [\[QTofF\]](https://arxiv.org/pdf/10.1017/9780521550017)
- [91] Yu.A. Golfand & E.P. Likhtman ; Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of p Invariance. Published in *JETP Lett.*13:323-326, (1971) & *PismaZh.Eksp.Teor.Fiz.*13:452-455, (1971) [\[pdf\]](https://arxiv.org/pdf/10.1016/S0370-2693(73)90490-5)
- [92] D.V. Volkov, V.P. Akulov ; Is the Neutrino a Goldstone Particle?, *Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz.* 16 (1972) 621; *Phys.Lett.* B46 (1973) 109. [doi:10.1016/0370-2693\(73\)90490-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(73)90490-5)
- [93] V.P. Akulov, D.V. Volkov ; Goldstone fields with spin $\frac{1}{2}$. *Teor.Mat.Fiz.* 18 (1974) 39. [doi:10.1007/BF01036922](https://doi.org/10.1007/BF01036922)
- [94] J.H. Schwarz ; String Theory Origins of Supersymmetry, *Nucl.Phys.Proc.Suppl.*101 (2001) 54-61 [doi:10.1016/S0920-5632\(01\)01492-X](https://doi.org/10.1016/S0920-5632(01)01492-X) [arXiv:hep-th/0011078v1](https://arxiv.org/abs/hep-th/0011078v1)
- [95] H. Miyazawa ; Baryon Number Changing Currents. *Prog. Theor. Phys.* 36 (6): 1266-1276 (1966) [doi:10.1143/PTP.36.1266](https://doi.org/10.1143/PTP.36.1266)

- [96] H. Miyazawa ; *Spinor Currents and Symmetries of Baryons and Mesons*. *Phys. Rev.* 170 (5): 1586-1590 (1968).
[doi:10.1103/PhysRev.170.1586](https://doi.org/10.1103/PhysRev.170.1586)
- [97] J. Wess & B. Zumino ; *Supergauge transformations in four dimensions*, *Nuclear Physics B*, Volume 70, Issue 1, p. 39-50 (1974). [\[pdf\]](#)
[doi: 10.1016/0550-3213\(74\)90355-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(74)90355-1)
- [98] S. Dimopoulos & H. Georgi ; *Softly Broken Supersymmetry and SU(5)*, *Nucl.Phys.* B193 (1981) 150. [\[pdf\]](#) [doi:10.1016/0550-3213\(81\)90522-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90522-8)
- [99] D.Z. Freedman, P. van Nieuwenhuizen & S. Ferrara;
Supergravity North-Holland Publishing Company, (1979) [ISBN](#) 044485438X
- [100] P.C. West ; *Introduction to supersymmetry and supergravity*, Revised and Extended Second Edition, World Scientific (1990)
[\[Introduction\]](#) [ISBN: 978-981-02-0098-5](#)
- [101] G.W. Gibbons, S.W. Hawking, P.K. Townsend, *Supersymmetry and its applications: superstrings, anomalies and supergravity*, SERC and the Ralph Smith & Nuffield Foundation (1986) [\[Susy&Applic\]](#)
- [102] W.R. Hamilton ; *On quaternions, or on a new system of imaginaries in algebra*. Published in *Philosophical Magazine*. Vol. 25, n 3. p. 489-495. (1844) [\[pdf\]](#)
- [103] H.S. Snyder ; *Quantized space-time*. Published in *Phys.Rev.* 71 (1947) 38-41 [doi:10.1103/PhysRev.71.38](https://doi.org/10.1103/PhysRev.71.38)
- [104] A. Connes ; *Noncommutative Geometry*, Published in *Proceedings Nonperturbative Quantum Field Theory in Cargese* 33-69. (1987). *NCG in Mathematical Research Today and Tomorrow*, (1992) - Springer [\[pdf\]](#)
- [105] <http://www.AlainConnes.org>
- [106] N. Seiberg & E. Witten ; *String Theory and Noncommutative Geometry*, *JHEP* 9909:032, (1999), [doi:10.1088/1126-6708/1999/09/032](https://doi.org/10.1088/1126-6708/1999/09/032)
- [107] S. Doplicher, K. Fredenhagen & J.E. Roberts ; *The quantum structure of spacetime at the Planck scale and quantum fields*, *Commun. Math. Phys.* 172: 187-220 (1995) [arXiv:hep-th/0303037v1](https://arxiv.org/abs/hep-th/0303037v1)
[doi:10.1007/BF02104515](https://doi.org/10.1007/BF02104515)
- [108] R.J. Szabo ; *Quantum Field Theory on Noncommutative Spaces*, *Physics Reports* 378:207-99 (2003), and the references therein
[doi:10.1016/S0370-1573\(03\)00059-0](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(03)00059-0) ; [arXiv:hep-th/0109162v4](https://arxiv.org/abs/hep-th/0109162v4)
- [109] S. Zaim, A. Boudine, N. Mebarki & M. Moumni ; *Seiberg-Witten Noncommutative Minimal Supersymmetric Standard Model*. Published in *Romanian Journal of Physics*. 53 (2008) 445 [\[pdf\]](#)
- [110] C. Csaki ; *The Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)* *Mod.Phys.Lett.A*11:599, (1996) [doi:10.1142/S021773239600062X](https://doi.org/10.1142/S021773239600062X)
- [111] O.F. Dayi, K. Ulker & B. Yapiskan ; *Duals of noncommutative supersymmetric U(1) gauge theory*, Published in *JHEP* 0310 (2003) 010,
[arXiv:hep-th/0309073v3](https://arxiv.org/abs/hep-th/0309073v3) [doi : 10.1088/1126-6708/2003/10/010](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2003/10/010)
- [112] X. Calmet, B. Jurco, P. Schupp, J. Wess & M. Wohlgenannt ; *The Standard Model on Non-Commutative Space-Time*, Published in

- Eur.Phys.J.C*23:363-376, (2002) [arXiv:hep-ph/011115v4](#) [doi:10.1007/s100520100873](#)
- [113] J.D. Jackson; *Classical Electrodynamics* (3rd ed.). New York: Wiley (1998). [\[pdf\]](#) & [\[Errata\]](#) ISBN 0-471-30932-X
- [114] M. Ribaric & L. Šušteršič ; *Conservation Laws and Open Questions of Classical Electrodynamics*, World Scientific, Singapore (1990). ISBN 10-9810201516 [arXiv:1005.3943v1](#)
- [115] P.A.M. Dirac ; *The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation*. *Proceedings of the Royal Society of London A* 114: 243-265 (1927). [\[pdf\]](#) [doi:10.1098/rspa.1927.0039](#)
- [116] E. Fermi ; *Quantum Theory of Radiation*. *Reviews of Modern Physics* 4: 87-132 (1932). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/RevModPhys.4.87](#)
- [117] W.E. Lamb & R.C. Retherford ; *Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method*. *Physical Review* 72: 241-243 (1947). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.72.241](#)
- [118] H. Bethe ; *The Electromagnetic Shift of Energy Levels*. *Physical Review* 72: 339-341 (1947). [\[pdf\]](#) [doi:10.1103/PhysRev.72.339](#)
- [119] M. Moumni, A. BenSlama, & S. Zaim ; *A New limit for the noncommutative space-time parameter*. Published in *Journal of Geometry and Physics*. 61 (2011) 151-156. [arXiv:0907.1904](#) [doi:10.1016/j.geomphys.2010.09.010](#)
- [120] A. Stern, *Particle-like Solutions to Classical Noncommutative Gauge Theory*, *Phys.Rev. D*78 (2008) 065006. [arXiv:0804.3121v3](#) [doi:10.1103/PhysRevD.78.065006](#)
- [121] S. Fidanza ; *Towards an explicit expression of the Seiberg-Witten Map to All Orders*, Published in *JHEP* 06 (2002) 016. [arXiv:hep-th/0112027v2](#) [doi:10.1088/1126-6708/2002/06/016](#)
- [122] A. Ilderton, J. Lundin & M. Marklund ; *Strong Field, Noncommutative QED*, Published in *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications (SIGMA)* 6 (2010), 041. [arXiv:1003.4184](#) [doi:10.3842/SIGMA.2010.041](#)
- [123] S. Goto & H. Hata, *Noncommutative monopole at the second order in theta*, Published in *Phys. Rev. D* 62 085022 (2000), [arXiv:hep-th/0005101v2](#) [doi:10.1103/PhysRevD.62.085022](#)
- [124] I.F. Riad & M.M. Sheikh-Jabbari ; *Noncommutative QED and Anomalous Dipole Moments*, Published in *JHEP* 08 (2000) 045 [doi:10.1088/1126-6708/2000/08/045](#)
- [125] <http://www.noncommutative.org/index.php/top-10-noncommutative-geometry-books-for-newbies/>
- [126] G. Abbiendi et al, *Test of Non-Commutative QED Effect in the Process $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$* , *Phys.Lett. B*568 (2003) 181-190. [arXiv:hep-ex/0303035v1](#) [doi:10.1016/j.physletb.2003.05.008](#)
- [127] J.L. Hewett, F.J. Petriello & T.G. Rizzo, *Signals for Non-Commutative Interactions at Linear Colliders*, *Phys.Rev. D*64 (2001) 075012. [arXiv:hep-ph/0010354v2](#) [doi:10.1103/PhysRevD.64.075012](#)

- [128] A. Stern, *Noncommutative Point Sources*, *Phys.Rev.Lett.* 100 (2008) 061601. [arXiv:0709.3831v1](#) [doi:10.1103/PhysRevLett.100.061601](#)
- [129] M. Chaichian, M.M. Sheikh-Jabbari & A. Tureanu, *Hydrogen Atom Spectrum and the Lamb Shift in Noncommutative QED*, *Phys.Rev.Lett.* 86 (2001) 2716-2719. [arXiv:hep-th/0010175v2](#) [doi:10.1103/PhysRevLett.86.2716](#)
- [130] A. Saha, *Time-Space Noncommutativity in Gravitational Quantum Well scenario*, *Eur.Phys.J. C* 51 (2007) 199-205. [arXiv:hep-th/0609195v1](#) [doi:10.1140/epjc/s10052-007-0274-y](#) (and the references therein)
- [131] E. Akofor, A.P. Balachandran, A. Joseph, L. Pekowsky & B.A. Qureshi, *Constraints from CMB on Spacetime Noncommutativity and Causality Violation*, *Phys.Rev. D* 79 (2009) 063004. [arXiv:0806.2458v1](#) [doi:10.1103/PhysRevD.79.063004](#)
- [132] A. Joseph, *Particle Phenomenology on Noncommutative Spacetime*, *Phys.Rev. D* 79 (2009) 096004. [arXiv:0811.3972v2](#) [doi:10.1103/PhysRevD.79.096004](#)
- [133] S. Doplicher, K. Fredenhagen & J.E. Roberts, *Space-time quantization induced by classical gravity*, *Phys.Lett.B* 331 (1994) 39-44 [\[TIF\]](#) [doi:10.1016/0370-2693\(94\)90940-7](#)
- [134] S. Doplicher ; *Spacetime and Fields, a Quantum Texture*, *Proceedings of the 37th Karpacz Winter School of Theoretical Physics*, 2001, 204-213. [arXiv:hep-th/0105251v2](#) [doi:10.1063/1.1419326](#)
- [135] D.Bahns, S.Doplicher, K.Fredenhagen & G.Piacitelli ; *On the Unitarity Problem in Space/Time NonCommutative Theories*, *Phys.Lett.B* 533 (2002) 178-181. [arXiv:hep-th/0201222v2](#) [doi:10.1016/S0370-2693\(02\)01563-0](#)
- [136] D.Bahns ; *Unitary quantum field theory on the noncommutative Minkowski space*, *Published in Fortsch.Phys.* 51 (2003) 658-663. [arXiv:hep-th/0212266v2](#) [10.1002/prop.200310079](#)
- [137] A.P. Balachandran, A. Pinzul, *On time-space noncommutativity for transition processes and noncommutative symmetries*, *Modern Phys. Lett. A* 20 (2005) 2023-2034. [arXiv:hep-th/0410199v2](#) [doi:10.1142/S0217732305018360](#)
- [138] S Bourouaine & A Benslama ; *Noncommutative Quantum Electrodynamics in Path Integral Framework*, *Published in J. Phys. A: Math. Gen.* 38 (2005) 7389-7397 [doi:10.1088/0305-4470/38/33/012](#)
- [139] G. Berrino, S.L. Cacciatori, A. Celi, L. Martucci & A. Vicini ; *Noncommutative Electrodynamics*, *Published in Phys.Rev. D* 67 (2003) 065021. [arXiv:hep-th/0210171v2](#) [doi:10.1103/PhysRevD.67.065021](#)
- [140] A.A. Bichl, J.M. Grimstrup, L.Popp, M.Schweda & R. Wulkenhaar ; *Perturbative Analysis of the Seiberg-Witten Map*, *Published in Int.J.Mod.Phys.A* 17:2219-2232 (2002), [arXiv:hep-th/0102044v1](#) [doi:10.1142/S0217751X02010649](#)
- [141] S. Dulat & K. Li, *The Aharonov-Casher Effect for Spin-1 Particles in Non-Commutative Quantum Mechanics*, *Published in Eur.Phys.J. C* 54 (2008) 333-337. [arXiv:0802.1243v1](#) [doi:10.1140/epjc/s10052-008-0522-9](#)

- [142] M. Chaichian, M.M. Sheikh-Jabbari & A. Tureanu, Comments on the Hydrogen Atom Spectrum in the Noncommutative Space, Published in Eur.Phys.J. C36 (2004) 251-252. [arXiv:hep-th/0212259v1](https://arxiv.org/abs/hep-th/0212259v1) [doi:10.1140/epjc/s2004-01886-1](https://doi.org/10.1140/epjc/s2004-01886-1)
- [143] A.P. Balachandran, T.R. Govindarajan, C. Molina & P. Teotonio-Sobrinho, Unitary quantum physics with time-space noncommutativity, Published in J. High Energy Phys. 0410 (2004) 072. [arXiv:hep-th/0406125v3](https://arxiv.org/abs/hep-th/0406125v3) [doi:10.1088/1126-6708/2004/10/072](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2004/10/072)
- [144] A. Saha, Galilean Symmetry in a Noncommutative Gravitational Quantum Well, Published in Phys.Rev. D81 (2010) 125002 [arXiv:0803.3957v2](https://arxiv.org/abs/0803.3957v2) [doi:10.1103/PhysRevD.81.125002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.125002)
- [145] J. Simmons ; Molecular Anions, Univ of Utah USA; <http://www.hec.utah.edu/anions/webversion/webdocument.htm>
- [146] A. Hautot ; Exact motion in noncentral electric fields, Published in J. Math. Phys, Vol. 14, No. 10, (1973) [doi:10.1063/1.1666184](https://doi.org/10.1063/1.1666184)
- [147] A.D. AlHaidari, Analytic Solution of the Schrödinger Equation for an Electron in the Field of a Molecule with an Electric Dipole Moment, Published in Ann.Phys. 323 (2008) 1709-1728. [arXiv:0707.3510v1](https://arxiv.org/abs/0707.3510v1) [doi:10.1016/j.aop.2007.12.005](https://doi.org/10.1016/j.aop.2007.12.005)
- [148] E. Fermi and E. Teller; The Capture of Negative Mesotrons in Matter, Published in Phys. Rev. 72, 399-408 (1947). [doi:10.1103/PhysRev.72.399](https://doi.org/10.1103/PhysRev.72.399)
- [149] H.E Camblong, L.N. Epele, H. Fanchiotti & C.A. Garcia Canal ; Quantum Anomaly in Molecular Physics, Published in Phys.Rev.Lett. 87 (2001) 220402. [arXiv:hep-th/0106144v2](https://arxiv.org/abs/hep-th/0106144v2) [doi:10.1103/PhysRevLett.87.220402](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.220402)
- [150] G.N. J. Ananos, H.E. Camblong, C. Gorrichategui, E. Hernández & C.R. Ordóñez ; Anomalous Commutator Algebra for Conformal Quantum Mechanics, Published in Phys.Rev. D67 (2003) 045018, [arXiv:hep-th/0205191v3](https://arxiv.org/abs/hep-th/0205191v3) [doi:10.1103/PhysRevD.67.045018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.045018)
- [151] J.G. Esteve; Origin of the anomalies: The modified Heisenberg equation, Published in Phys.Rev. D66 (2002) 125013, [arXiv:hep-th/0207164v1](https://arxiv.org/abs/hep-th/0207164v1) [doi:10.1103/PhysRevD.66.125013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.125013)
- [152] B.R. Holstein ; Effective Interactions are Effective Interactions, didactic lectures on effective field theory given at Hadron2000, Caraguatatuba, Brazil, April (2000), [arXiv:hep-ph/0010033v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0010033v1) [doi:10.1142/9789812811653_0002](https://doi.org/10.1142/9789812811653_0002)
- [153] S.G. Matinyan, G.K. Savvidy & N.G. Ter-Arutunian Savvidy ; Stochasticity Of Classical Yang-mills Mechanics And Its Elimination By Higgs Mechanism, Published in JETP Lett. 34 (1981) 590-593. [\[pdf\]](#) [ScannedVersion](#)
- [154] E.S. Nikolaevsky & L.N. Shchur ; Nonintegrability Of The Classical Yang-Mills Fields. Published in JETP Lett. 36 (1982) 218-221
- [155] S.G. Matinyan, E.B. Prokhorenko & G.K. Savvidy ; Stochasticity Of Time Dependent Spherically Symmetric Solutions Of Yang-mills Equations. Published in JETP Lett. 44 (1986) 138. [\[pdf\]](#) [ScannedVersion](#)

- [156] Feynmann & Hibbs ; *Quantum Mechanics and Path Integrals* ; (first edition: McGraw-Hill, New York, (1965) -- emended edition: Dover Publications, Mineola, New York, (2010) [ISBN: paperback 978-0-486-47722-0](#)
- [157] K. Weierstrass ; *Über continuirliche Funktionen eines reellen Arguments, die für keinen Werth des letzteren einen bestimmten Differentialquotienten besitzen*, (1967). in Karl Weierstrass *Mathematische Werke, Abhandlungen II*, Johnson, Gelesen in der Königl. Akademie der Wissenschaften am 18 Juli (1872). [\[pdf\] in German](#) ; [Weierstrass Function -- from Wolfram MathWorld](#)
- [158] B.B. Mandelbrot ; *The Fractal Geometry of Nature* ; (1977) W.H. Freeman & Company, New York, (1982) [ISBN10:0-7167-1186-9](#)
- [159] L.D. Faddeev, V.N. Popov ; *Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field*, Published in *Phys.Lett.B25:29-30*, (1967) [doi:10.1016/0370-2693\(67\)90067-6](#). English Version in : [50 years of Yang-Mills Theory](#) by G. 't Hooft; World Scientific Books (2005)
- [160] C. Becchi, A. Rouet & R. Stora ; *Renormalization of gauge theories*, *Ann. Phys.* 98, 2 (1976) pp. 287-321. [doi:10.1016/0003-4916\(76\)90156-1](#)
- [161] I.V. Tyutin ; *Gauge Invariance in Field Theory and Statistical Physics in Operator Formalism*, *Lebedev Physics Institute preprint* 39 (1975), [arXiv:0812.0580v2](#)
- [162] H. Yoshida ; *Necessary Condition for the Existence of Algebraic First Integrals, Part 1 : Kowalevski Exponents*, *Celestial Mech.* 31, 363-379 (1983), [\[pdf\] doi:10.1007/BF01230293](#)
- [163] H. Yoshida ; *Necessary Condition for the Existence of Algebraic First Integrals, Part 2 : Condition for Algebraic Integrability*. *Celestial Mech.* 31, 381-399 (1983) [\[pdf\] doi:10.1007/BF01230292](#)
- [164] E. Aprile & S. Profumo ; *Focus on Dark Matter and Particle Physics*. *New Journal of Physics* 11: 105002. (2009) [doi:10.1088/1367-2630/11/10/105002](#)
- [165] N. Bohr ; *Über die Serienspektren der Elemente*, *Zeitschrift für Physik* 2 (5): 423-478, (1920), [doi:10.1007/BF01329978](#) (English translation in (Bohr 1976, pp. 241-282)) & See also [On the Quantum Theory of Line-Spectra](#) by N. Bohr.
- [166] M. Jammer ; *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York: McGraw Hill Book Co (1966) [doi:10.1016/0375-9474\(69\)90858-6](#)
- [167] H.D. Zeh ; *On the Interpretation of Measurement in Quantum Theory*, *Foundation of Physics*, vol. 1, pp. 69-76, (1970) [\[pdf\] doi:10.1007/BF00708656](#)
- [168] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond, & S. Haroche ; *Observing the Progressive Decoherence of the 'Meter' in a Quantum Measurement*, *Phys. Rev. Lett.* 77, 4887 - 4890 (1996) [doi:10.1103/PhysRevLett.77.4887](#)

- [169] W.H. Zurek ; *Decoherence and the Transition from Quantum to Classical*, *Physics Today*, 44, pp 36-44 (1991) [dx.doi.org/10.1063/1.881293](https://doi.org/10.1063/1.881293)
Revisited (2002) [arXiv quant-ph:0306072](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0306072)
- [170] W. Wellner ; *Evidence for Yang-Mills Fractals*, *Physical Review Letters*; Vol 68, N° 12, 1811-1813 (1992) [doi:10.1103/PhysRevLett.68.1811](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.1811)
- [171] W. Wellner ; *Road to Fractals in a Yang-Mills System*, *Physical Review E*; Vol 50, N° 2, 780-789 (1994) [doi:10.1103/PhysRevE.50.780](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.50.780)
- [172] S.V. Prants, *Hamiltonian Chaos and Fractals in Cavity Quantum Electrodynamics*, in *Chaotic Dynamics and Transport in Classical and Quantum Systems*, 349-363 , (2005) Kluwer Academic Publishers [doi: 10.1007/1-4020-2947-0_16](https://doi.org/10.1007/1-4020-2947-0_16)
- [173] G. Calcagni ; *Quantum field theory, gravity and cosmology in a fractal universe*, *JHEP* 03 (2010) 120 [arXiv:1001.0571v2](https://arxiv.org/abs/1001.0571v2)
[doi:10.1007/JHEP03\(2010\)120](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2010)120)
- [174] L. Nottale, M.N. Celerier & T. Lehner ; *Gauge field theory in scale relativity*, [arXiv:hep-th/0307093v1](https://arxiv.org/abs/hep-th/0307093v1)
- [175] L. Nottale, M.N. Celerier & T. Lehner ; *Non-Abelian gauge field theory in scale relativity*, *J.Math.Phys.*47:032303 (2006) [arXiv:hep-th/0605280v1](https://arxiv.org/abs/hep-th/0605280v1) [doi:10.1063/1.2176915](https://doi.org/10.1063/1.2176915)
- [176] R. Jozsa ; *Fidelity for mixed quantum states*, *Journal of Modern Optics*, vol. 41, 2315-2323 (1994) [\[pdf\] doi:10.1080/09500349414552171](https://arxiv.org/abs/10.1080/09500349414552171)
- [177] Z. Hong-Biao & T. Li-Jun ; *Fidelity Susceptibility in the SU(2) and SU(1,1) Algebraic Structure Models*, *Chinese Physics Letters*, Volume 27, Number 5, (2010) [\[pdf\] doi:10.1088/0256-307X/27/5/050304](https://arxiv.org/abs/10.1088/0256-307X/27/5/050304)
- [178] Aristote ; *De Cealo* ; Version Française [tableciel](https://www.tableciel.com/De-Cealo)
Aristotle ; *De Cealo* ; English Version [AriHeavy](https://www.ariheavy.com/De-Cealo)
- [179] Aristote ; *De Mundo* ; English Version [De mundo](https://www.dumundo.com/De-Mundo)
Aristote ; *De Cealo* ; Version Française [Du monde](https://www.dumonde.com/De-Monde)
- [180] J. Lefort ; *À la Recherche de la Forme de la Terre*, [l'Ouvert. Num. 113. p. 39-56](https://arxiv.org/abs/10.113.39-56), IREM de Strasbourg, Strasbourg, (2006) [\[pdf\]Introduction](https://arxiv.org/abs/10.113.39-56)
- [181] J.-T. Wei, P. Chang, et al (The Belle Collaboration) ; *Measurement of the Differential Branching Fraction and Forward-Backward Asymmetry for B->K(*)l+l-*, Published in *Phys.Rev.Lett.*103:171801, (2009) Belle Preprint 2009-7; KEK Preprint 2008-56 [doi:10.1103/PhysRevLett.103.171801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.171801) [arXiv:0904.0770v2](https://arxiv.org/abs/0904.0770v2)
- [182] V.M. Abazov et al (Do Collaboration); *Evidence for an anomalous like-sign dimuon charge asymmetry* ; Published in *Phys. Rev. D* 82, 032001 (2010) [doi:10.1103/PhysRevD.82.032001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.032001)
[arXiv:1005.2757v1](https://arxiv.org/abs/1005.2757v1)
- [183] A. J. Davies, T. Hayashi, M. Matsuda & M. Tanimoto ; *Penguin-Diagram-Induced B → K_Xφ Decays in the Standard Model and in the Two-Higgs-Doublet Model*, *Phys. Rev. D* 49, 5882-5889 (1994), [doi:10.1103/PhysRevD.49.5882](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.49.5882) [arXiv:hep-ph/9307370v2](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9307370v2)

- [184] H. El Ghrari ; *Les Promoteurs de l'Esprit Scientifique dans la Civilisation Islamique, Extraits Biographiques de la Vie de Savants Musulmans à Différentes Epoques de l'Histoire, Traduit au Français par H. El Yafi, Publications de l'Organisation Islamique pour l'Education, les Sciences et la Culture - ISESCO - 1424 H/(2003) [pdf] ISBN 9981-26-351-6 ISBN 9981-26-351-6*
- [185] M. AbdulSalam ; *The Nobel Prize in Physics (1979) - Banquet Speech ; Abdus Salam - Banquet Speech*
- [186] D. Sorokin ; *Lagrangian Formalism for Fields* (2010), Scholarpedia, 5(8):10223. [doi:10.4249/scholarpedia.10223](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.10223)
- [187] J. Meiss ; *Hamiltonian Systems* (2007), Scholarpedia, 2(8):1943. [doi:10.4249/scholarpedia.1943](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1943)
- [188] G. 't Hooft ; *Gauge Theory* (2008), Scholarpedia, 3(12):7443. [doi:10.4249/scholarpedia.7443](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.7443)
- [189] J. Zinn-Justin & R. Guida ; *Gauge Invariance* (2008), Scholarpedia, 3(12):8287. [doi:10.4249/scholarpedia.8287](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.8287)
- [190] T.W.B. Kibble ; *The Englert-Brout-Higgs-Guralnik-Hagen-Kibble Mechanism* (2009), Scholarpedia, 4(1):6441. [doi:10.4249/scholarpedia.6441](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.6441)
- [191] A. Bloch & D. Zenkov ; *Lagrangian Mechanics*, http://www.scholarpedia.org/article/Lagrangian_mechanics
- [192] C.G. Gray ; *Principle of least action*, (2009), Scholarpedia, 4(12):8291. [doi:10.4249/scholarpedia.8291](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.8291)
- [193] A. Chenciner ; *Three Body problem*, (2007), Scholarpedia, 2(10):2111. [doi:10.4249/scholarpedia.2111](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.2111)
- [194] J. Meiss ; *Dynamical System*, (2007), Scholarpedia, 2(2):1629. [doi:10.4249/scholarpedia.1629](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1629)
- [195] P. Holmes ; *History of Dynamical Systems* (2007), Scholarpedia, 2(5):1843. [doi:10.4249/scholarpedia.1843](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1843)
- [196] M. Gutzwiller ; *Quantum Chaos*, (2007), Scholarpedia, 2(12):3146. [doi:10.4249/scholarpedia.3146](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.3146)
- [197] P. Holmes & E.T. Shea-Brown ; *Stability*, (2006), Scholarpedia, 1(10):1838. [doi:10.4249/scholarpedia.1838](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1838)
- [198] E. Ott ; *Basin of Attraction*, (2006), Scholarpedia, 1(8):1701. [doi:10.4249/scholarpedia.1701](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1701)
- [199] J. Moehlis et al. *Periodic Orbit*, (2006), Scholarpedia, 1(7):1358. [doi:10.4249/scholarpedia.1358](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1358)
- [200] J.W. Milnor, *Attractor*, (2006), Scholarpedia, 1(11):1815. [doi:10.4249/scholarpedia.1815](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1815)
- [201] T.Kanamaru ; *VanderPol Oscillator*, (2007), Scholarpedia, 2(1):2202. [doi:10.4249/scholarpedia.2202](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.2202)

المصطلحات:

المصطلحات:

Gauge Theory : النظرية العيارية (القياسية)

Fractal Geometry : الهندسة الكسورية

Fractals: الكسوريات

Dynamics : (إسما) : الحركية

Dynamical : (نعتا) : الحركية

NonCommutativity : الخاصية غير التبديلية

Seiberg-Witten Map : خارطة صايرف-ويتن

Minimal SuperSymmetric Standard Model : النموذج المعياري الأدنى (الأصغري)

فائق التناظر

Perihilion : الحضيض الشمسي

Determinism : حتمية

The principle of least action : مبدأ الفعل الأصغري

Conjecture : حدسية

Uncertainty principle : مبدأ عدم التعيين

Operator : مؤثر

Standard deviation : الانحراف المعياري

Observable : المرئية

Strange attractor : الجاذب الغريب

Convection : الحمل الحراري

Chaos : العشوائية

Bifurcations : التشعبات

Structural stability : الإستقرار الهيكلي

Phase space : فضاء الطور

Torus : الأنابيب المفرغة

Gauge Transformations : التحويلات العيارية

الثابتية (أو اللاتباين) العيارية : *Gauge invariance*

مؤثر واحد : *Unitary operator*

الكهروديناميكا الكمومية : *Quantum ElectroDynamics (QED)*

متريّة : *Metric*

الحقل السبينوري : *Spinor*

العزم المغناطيسي الشاذ : *Anomalous magnetic moment*

السبين المتماثل أو النظيري (الأيزوسبين) : *Isospin*

مُولّد : *Generator*

معامل الإقتران : *Coupling constant*

الناقلية الفائقة : *SupraConductivity*

الإنكسار التلقائي للتناظر : *Spontaneous symmetry breaking*

النظرية الكهروضعيفة : *ElectroWeak theory*

الغربة : *Strangeness*

الثمانيات : *Octets*

الديناميكا الصبغية الكمية : *Quantum ChromoDynamics (QCD)*

مشكلة الهرمية : *Hierachy Problem*

الطبيعية : *Naturalness*

الشحنة الفائقة : *HyperCharge*

الأعداد الكواترنيونية : *Quaternions*

هرميتي : *Hermitian*

قَطْع فعّال : *Cut-off*

الوحدوية (إسما) : *Unitarity*

نظرية الأوتار : *String theory*

توحيد الإقتران (الربط) القياسي (العياري) : *Gauge Coupling Unification*

التناظر اليساري : *Left Symmetry*

المتعدّدات : *Multiplets*

الموَتّر : *Tensor*

Manifold : مُتَعَدِّد الشُّعَب

Renormalisation : إعادة التقييس

Cosmic microwave background radiation (CMB) : خلفية الموجات الدقيقة الكونية

Azimuth : زاوية السمّت

Molecular Anion : أنيون جزيئي

Density Functional Theory (DFT) : نظرية تابعة الكثافة

Quantum anomaly : الشذوذ الكمومي

Explicit symmetry breaking : الإنكسار الجلي للتناظر

Brownian motion : الحركة البراونية

Ghosts : الأطياف

Leading singularity : التفرد الأساسي

Correspondance principle : مبدأ المطابقة

Decoherence principle : مبدأ عدم التناسق

Quantum fidelity : الأمانة الكمومية

تمّ بتوفيق من الله

فله كلّ الحمد

وله كلّ الشّكر

الملخص

يطبق مفهوم الأنظمة الحركية المعرفة بحساسيتها للشروط الابتدائية، في العديد من المجالات حاليا و لكنها لم تدرس إلا حديثا في مجال فيزياء الكم، و لذا ندرس في هذه الرسالة مدى تواجد هذه الظاهرة في هذا الميدان. سوف نبدأ عملنا بإعطاء مثال عن بناء نظرية عيارية كمومية بتوسيع التناظر ليصبح فائقا و تعميم الزمكان ليصبح غير تبديلي ونبنى نموذجا معياريا فائقا و غير تبديلي. ثم ندرس النظرية العيارية الآبلية ممثلة في ذرة الهيدروجين في الهندسة غير التبديلية حيث وجدنا أن الذرة تصبح غير مستقرة إذا تجاوز معامل التعديل قيمة حرجة. بعدها ندرس نظرية عيارية غير آبلية و كمومية من نوع يانغ-ميلس في إطار الأنظمة الحركية لنجد أنها غير قابلة للمكاملة وفق معيار پانلوفي أو من خلال دراسة الحركية بيانيا.

Résumé

Les systèmes dynamiques sont un domaine riche en applications, mais qui n'a été étudié dans le monde quantique que tout récemment ; et c'est pour cela que dans cette thèse, nous étudions une telle présence. Nous commencerons d'abord par donner un exemple sur le comment de la conception d'une théorie de jauge quantique en généralisant, en même temps, la symétrie des particules élémentaires et la géométrie de l'espace-temps ; ainsi nous construirons le modèle standard minimal super-symétrique et non-commutatif. Ensuite nous étudierons l'atome d'Hydrogène dans la géométrie noncommutative comme représentant d'une théorie de jauge Abélienne et nous démontrerons qu'il devient instable au-delà d'une valeur critique du paramètre de déformation. Nous étudierons enfin une théorie de jauge quantique et non-Abélienne de Yang-Mills selon le concept des systèmes dynamiques. On trouvera que cette théorie est non-intégrable suivant le critère de Painlevé et qu'elle est dynamique dans un sens graphique.

Abstract

Dynamical systems is an area rich in applications, but has been studied in the quantum world only recently, and that is why in this thesis, we study such a presence. We start first by giving an example on how to construct a quantum gauge theory by generalizing the symmetry of elementary particles and the geometry of space-time in the same time; so we will build the Minimal Non-Commutative Super-symmetric Standard Model. Then we will study the hydrogen atom in the noncommutative geometry as representing the abelian gauge theory and demonstrate that it becomes unstable beyond a critical value of deformation parameter. Finally we will study a quantum non-Abelian Yang-Mills theory on the concept of dynamic systems. We find that this theory is non-integrable according to Painlevé criterion and that it is dynamic in a graphical sense.