

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



# Université de Batna

Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département d'Electrotechnique



Thèse de Doctorat d'État  
en *Electrotechnique*  
Option : Réseaux Électriques

Présenté par :  
Mr. BENSALÉM Ahmed

Ingénieur d'état de l'université d'Annaba  
Titulaire d'un Master en Sciences Appliquées de l'université Mc Gill.  
Montréal. Canada

## Thème

# Analyse et gestion de la production des centrales électriques liées aux réseaux électriques de grande taille

Soutenu le : 28 Juin 2007  
Devant le Jury composé de :

Président	: R. ABDESSAMAD	Pr.	Université de Batna
Rapporteur	: S. E. ZOUZOU	Pr.	Université de Biskra
Examineur	: A. CHAKER	Pr.	E.N.S.E.T. Oran
Examineur	: M. BELKACEMI	Pr.	Université de Batna
Examineur	: M. BRAHAMI	M. C.	Université de Sidi Bel-abbès
Examineur	: A. CHAGHI	M. C.	Université de Batna
Examineur	: D. BENATTOUS	M. C.	C. Universitaire d'El-Oued

2007

## RÉSUMÉ

L'objectif principal de cette étude est de développer un algorithme performant capable de résoudre d'une manière robuste, flexible et rapide le problème de la gestion des systèmes de production d'énergie électrique. Le système est composé de centrales hydroélectriques ou de centrales thermiques.

Dans les modèles développés jusqu'à présent qui traitent le problème de la gestion des systèmes de production d'énergie électrique mixtes permettent d'optimiser le coût de production sans qu'ils prennent en considération l'optimisation de l'eau. Pour cela, nous avons développé un modèle qui permet de prendre en considération l'économie d'eau lors de la gestion des systèmes de production d'énergie électrique.

Le problème de la gestion à court terme des systèmes de production d'énergie électrique composés de centrales hydroélectriques dont les réservoirs sont liés hydrauliquement est un problème de contrôle déterministe. Pour traiter ce problème, **nous avons proposé un modèle original de la fonction objective**. La visée de ce modèle est de minimiser l'utilisation d'eaux. Pour atteindre cette visée, le modèle proposé est basé sur la valorisation de l'eau qui est en fonction de sa localisation dans tel ou tel réservoir du système et en fonction de la hauteur de chute du fait que :

- L'eau turbinée dans la centrale électrique d'un réservoir amont sera réutilisée dans toutes les centrales des réservoirs en aval.
- Le débit d'eau nécessaire pour produire une même puissance électrique diminue au fur et à mesure que la hauteur de chute augmente.

Pour ces raisons, la fonction objective est alors représentée en fonction de l'énergie potentielle de l'eau stockée dans l'ensemble des réservoirs.

Pour traiter le problème de la gestion à court terme des systèmes hydroélectriques, on a développé un algorithme basé sur le principe du maximum discret. Pour solutionner les équations découlant de ce principe, une méthode itérative basée sur la méthode du gradient est utilisée et pour faire face aux contraintes on a choisi d'utiliser la méthode du Lagrangien augmenté.

Le problème de la gestion des systèmes de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques qui sont liés au même réseau de transport d'énergie électrique, est un problème de programmation non linéaire. Pour le traiter, nous avons développé un algorithme basé sur la méthode du Lagrangien augmenté. Les contraintes d'inégalités du modèle mathématique que décrit ce type de problème sont aussi traitées avec la méthode du Lagrangien augmenté. Dans l'une des versions de l'algorithme développé, nous avons pris en considération les pertes actives dans le réseau de transport, tandis que dans l'autre version les pertes actives sont ignorées.

Notons que la méthode du Lagrangien augmenté est appliquée pour traiter les contraintes d'égalités et d'inégalités dans le modèle du système hydroélectrique et appliquée pour transformer le modèle du problème d'optimisation du système thermique avec contraintes à un problème d'optimisation sans contraintes.

Dans le but de vérifier les performances des algorithmes développés en plusieurs versions, nous avons effectué des tests sur différents systèmes. Les résultats obtenus sont interprétés et comparés. Des conclusions sont tirées concernant les résultats de toutes les versions, d'une part en terme de valeur de la fonction objective et d'autre part, en terme de nombre d'itérations et du temps CPU nécessaire à la convergence.

# DÉDICACES

## Je dédie ce modeste travail à :

- ◆ **Mes chers parents** qui ont peiné pour mon éducation, mes études et à mon bien-être. Que Dieu Allah les bénissent.
- ◆ **Mon frère unique** Khalil et son épouse.
- ◆ **Mes deux soeurs et à ma sœur défunte** Farida.
- ◆ **Ma petite famille** : ma femme, mes quatre filles : Rabab, Kaoutar, Sara, Minatou-Allah et mes deux garçons Abdelkrim et Islem.
- ◆ **Aux plus honorables et vaillants hommes** de la terre qui ont redonné à la nation sa dignité et de l'espoir par leur résistance historique et héroïque contre l'agresseur sioniste du 12 Juillet au 13 Août 2006, la période durant laquelle je rédigeais la partite la plus déterminante de ma thèse.
- ◆ **Mes fidèles amis** Moualek M., Benazza A., Mena L., El-maouhab A., Belil A., Bouhental A., Ghamri A. et à leurs familles.
- ◆ **A mes confrères scientifiques actifs** de notre nation musulmane qui contribuent au progrès, à l'autosuffisance et l'indépendance politique de notre nation arabo-islamique.
- ◆ **Aux scientifiques** qui oeuvrent pour le bien-être de l'humanité.

**Ahmed BENSALÉM**

# REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement mon directeur de thèse Zouzou S.E, Professeur et directeur du Laboratoire de Génie Électrique de l'université de Biskra pour avoir pris la responsabilité de diriger mes travaux, de m'avoir fait confiance et d'avoir accepté d'être le rapporteur de cette thèse.

Toute ma gratitude s'adresse à mon collègue Abdessamed R., Professeur et directeur du Laboratoire de Génie Électrique de l'université de Batna d'avoir accepté de présider le jury. Je le remercie aussi pour son soutien moral et continu durant la préparation de la présente thèse.

Je remercie vivement Chaker A., Professeur à l'E.N.S.E.T. d'Oran et directeur du laboratoire de génie électrique pour avoir accepté de juger mon travail et de se déplacer pour assister à ma soutenance comme membre de jury.

Je remercie profondément Brahami M., Maître de conférence et chef d'équipe du laboratoire ICEPS (Intelligent control and electrical power system) de l'université de Sidi Bel-Abbès pour avoir accepté d'expertiser mon travail et de se présenter à ma soutenance comme membre de jury.

Je remercie aussi Benattous D., Maître de conférence au centre universitaire d'El-oued pour l'intérêt qui l'a porté à mon travail et d'avoir accepté de le juger et d'être membre du jury.

Je tiens à remercier évidemment Chaghi A., Maître de conférence à l'université de Batna pour son soutien, pour l'intérêt qui l'a porté à mon travail et d'avoir accepté de le juger et d'être membre du jury.

Je remercie sincèrement Belkacemi M, Professeur et directeur du Laboratoire El-Shabaka de l'université de Batna pour son soutien, ses conseils et d'avoir accepté de juger ma thèse et d'être membre du jury.

Je remercie spécialement mon ami de longue date El-maouhab A. de l'université de Bab-Ezzouar pour son aide et son soutien permanent et efficace pour la réalisation de ma thèse.

Je remercie aussi mon ami et collègue de l'université de Constantine Bellaouar A. pour ses chaleureux encouragements durant ma préparation de cette thèse.

Je remercie le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique qui m'a octroyé par l'intermédiaire de l'université de Batna quatre stages de perfectionnement à l'étranger qui m'ont aidés énormément à la réalisation de cette thèse de doctorat.

Je remercie le laboratoire LEB de l'université de Biskra sous la direction de Zouzou S.E. qui m'a octroyé un billet pour l'Égypte, ce qui m'a permis d'exposer une partie de mon travail au congrès CIGRE qui s'est déroulé au Caire le mois de Novembre 2005.

Mes vifs remerciements à Kadjoudj M. et à Chikhi K., de leurs précieux conseils et encouragements.

Tous mes remerciements à mes collègues du département d'électrotechnique de l'université de Batna ainsi qu'à mes collègues du département d'électrotechnique de l'université de Biskra.

Mes remerciements vont à tous mes amis, et à mes frères qui m'ont aidé par leurs encouragements.

**Ahmed BENSALIM**

# TABLES DES MATIÈRES

**Résumé**

**Dédicaces**

**Remerciements**

**Table des matières**

**Liste des symboles**

**Liste des figures**

**Liste des tableaux**

**INTRODUCTION..... 13**

## **Chapitre 1 : INTRODUCTION GÉNÉRALE**

1.1 INTRODUCTION.....	16
1.2 ANALYSE DES SYSTEMES DE PRODUCTION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE .....	16
1.3 GESTION DES SYSTÈMES DE PRODUCTION ÉLECTRIQUE.....	18
1.4 EXPOSÉ DES TECHNIQUES DE RESOLUTION .....	20
1.5 JUSTIFICATION.....	23
1.6 CONCLUSION.....	24

## **Chapitre 2 : SYSTEME HYDROÉLECTRIQUE**

2.1 INTRODUCTION.....	25
2.2 PRINCIPE DE BASE D'UNE INSTALLATION HYDRAULIQUE.....	26
2.3 CARACTÉRISTIQUES D'UNE UNITÉ HYDROÉLECTRIQUE.....	27
2.4 MODÉLISATION D'UN SYSTÈME HYDROÉLECTRIQUE.....	29
2.4-1 Décisions et risques.....	29
2.4-2 Méthode de résolution.....	30
2.4-3 Modèle Déterministe.....	31
2.4.3-1 Fonction objective.....	31
2.4.3.2 Les contraintes opérationnelles.....	32
2.4.3.2-1 Contrainte de continuité.....	33

2.4.3.2-2 Capacité des réservoirs.....	33
2.4.3.2-3 Capacité de turbinage des centrales.....	34
2.4.3.2-4 Equilibre production-consommation.....	34
2.4.3.2.4-1. Demande en énergie électrique.....	34
2.4.3.2.4-2 Production de l'énergie électrique.....	35
2.5 LES FACTEURS INFLUANÇANT LE PROCESSUS D'OPTIMISATION.....	36
2.6 FORMULATION DU PROBLÈME.....	37
2.7 CONCLUSION.....	37

### **Chapitre 3 : SYSTÈME THERMIQUE**

3.1 INTRODUCTION.....	39
3.2 PRINCIPE DE FONCTIONNMENT.....	39
3.3 CARACTÉRISTIQUE D'UNE UNITÉ THERMIQUE.....	40
3.4 MODELISATION D'UNE CENTRALE THERMIQUE.....	41
3.5 FORMULATION DU PROBLÈME.....	42
3.5-1 Modèle sans considération des pertes de transport.....	42
3.5.1-1 Fonction objective.....	42
3.5.1-2 Les contraintes d'opérations.....	42
3.5.1.2-1 Equilibre production-consommation.....	43
3.5.1.2-2 Limites de capacité de production des centrales thermiques.....	43
3.5-2 Modèle avec considération des pertes de transport.....	43
3.6 EXPRESSION DES PERTES DE TRANSPORT.....	44
3.7 CONCLUSION.....	44

### **Chapitre 4 : MÉTHODES DE RÉOLUTIONS**

4.1 INTRODUCTION.....	45
4.2 SYSTÈME HYDROÉLECTRIQUE.....	45
4.2-1 Réservoirs non couplés hydrauliquement.....	45
a- Méthode de pénalité.....	48
b- Méthode approchée.....	52
4.2-2 Réservoirs couplés hydrauliquement.....	52
4.2-3 Désagrégation de l'horizon d'exploitation planifié.....	53
4.3 SYSTÈME THERMIQUE.....	53
4.3-1 Système sans considération des pertes de transport.....	54

4.3-2 Système avec considération des pertes de transport.....	54
4.4 CONCLUSION.....	57

## **Chapitre 5 : APPLICATIONS SUR DES SYSTÈMES HYDROÉLECTRIQUES**

5.1 INTRODUCTION.....	58
5.2 ALGORITHMES.....	58
5.2-1 Version 1.....	58
5.2-2 Version 2.....	59
5.2-3 Version 3.....	62
5.2-4 Version 4.....	63
5.3 TESTS ET RÉSULTATS.....	65
5.3-1 Système 1.....	66
5.3.1-1 Caractéristiques du système 1.....	66
5.3.1-2 Résultats et interprétations.....	68
5.3.1.2-1 Algorithme version 1.....	68
5.3.1.2-2 Algorithme version 3.....	70
5.3-2 Système 2.....	73
5.3.2-1 Caractéristiques du système.....	73
5.3.2-2 Résultats et interprétations.....	74
5.3.2.2-1 Algorithme version 1.....	74
5.3.2.2-2 Algorithme version 2.....	78
5.3.2.2-3 Algorithme version 4.....	78
5.3.2-3 Comparaison entre l'algorithme version 1 et 4.....	84
5.4 CONCLUSION.....	86

## **Chapitre 6 : APPLICATIONS SUR DES SYSTÈMES THERMIQUES**

6.1 INTRODUCTION.....	87
6.2 ALGORITHMES.....	87
6.2-1 Version a.....	87
6.2-1 Version b.....	88
6.3 TEST ET RÉSULTATS.....	88
6.3-1 Système sans considération des pertes de transport.....	89

6.3.1-1 Caractéristiques du système 1.....	89
6.3.1-2 Résultats d'application sur le système 1.....	89
6.3-2 Système avec considération des pertes de transport.....	92
6.3.2-1 Caractéristiques du système 2.....	92
6.3.2-2 Résultats d'application sur le système 2.....	93
6.4 CONCLUSION.....	96
<b>Chapitre 7 : CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>97</b>
<b>Annexe 1 : MÉTHODE DU LAGRANGIEN AUGMENTÉ</b>	
1. Introduction.....	101
2. Problème non linéaire avec contraintes d'égalités.....	103
3. Problème non linéaire avec contraintes d'inégalités .....	104
4. Conclusion.....	106
<b>Annexe 2 : MÉTHODE DU GRADIENT</b>	
1. Introduction.....	107
2. Principe de la méthode du gradient.....	107
4. Conclusion.....	108
<b>Annexe 3 : PRINCIPE DU MAXIMUM DISCRET</b>	
1. Introduction....	109
2. Principe de la méthode.....	109
3. Application de la méthode du gradient.....	110
4. Conclusion.....	112
<b>Annexe 4 : ORGANIGRAMME DES ALGORITHMES VERSION 1-4.....</b>	<b>113</b>
<b>Annexe 5 : ORGANIGRAMME DES ALGORITHMES VERSION a-b.....</b>	<b>117</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>119</b>

## LISTE DES SYMBOLES

$\rho$  : La masse volumique de l'eau exprimée en (soit 1000 Kg/m<sup>3</sup>).

$g$  : L'accélération de la pesanteur exprimée en m/s<sup>2</sup>.

$u$  : Le débit de l'eau turbiné exprimé en m<sup>3</sup>/s.

$h$  : La hauteur effective de la chute d'eau, exprimée en m.

$\eta$  : Le rendement de l'installation.

$P$  : La puissance électrique produite, exprimée en MW.

$P_{\min}$  : Capacité de production minimale de la centrale électrique, exprimée en MW.

$P_{\max}$  : Capacité de production maximale de la centrale électrique, exprimée en MW.

$G$  : Génératrice à courant alternatif (alternateur).

$x_i^0$  : Le contenu actif initial du réservoir  $i$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>.

$x_i^k$  : Le contenu actif du réservoir  $i$  durant la période  $k$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>.

$u_i^k$  : Le turbinage du réservoir  $i$  durant la période  $k$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>/h.

$v_i^k$  : Le déversement du réservoir  $i$  durant la période  $k$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>/h.

$a_i^k$  : L'apport d'eau total au réservoir  $i$  durant la période  $k$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>/h.

$b_i$  : Valeur du contenu initial du réservoir  $i$ , exprimée en Mm<sup>3</sup>.

$k_f$  : Période finale de l'horizon d'exploitation planifié, exprimée en heure.

$x_i^{k_f}$  : Contenu du réservoir  $i$  à la période finale de l'horizon d'exploitation planifié  $k_f$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>.

$E_{p_i}(x_i^{k_f})$  : L'énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans le réservoir  $i$  à la période finale de l'horizon d'exploitation planifié  $k_f$ , exprimée en MJ.

$y_i^k$  : L'apport d'eau naturel au réservoir  $i$  durant la période  $k$ , exprimé en Mm<sup>3</sup>/h.

$e$  : Les réservoirs amont extrêmes qui ne sont précédés par aucun réservoir.

$u_{mi}^{k-s_{mi}}$  : L'eau turbinée à la centrale  $m$  et qui rentrera dans le réservoir  $i$  après un temps  $s_{mi}$ , exprimée en Mm<sup>3</sup>/h..

$v_{mi}^{k-s_{mi}}$  : L'eau déversée du réservoir  $m$  et qui rentrera dans le réservoir  $i$  après un temps  $s_{mi}$ , exprimée en Mm<sup>3</sup>/h..

$m$  : Le réservoir en amont du réservoir  $i$ .

$s_{mi}$  : Le temps que met l'eau pour passer du réservoir amont  $m$  au réservoir aval  $i$ , exprimé en heure.

$\underline{x}_i$  : Capacité de stockage minimale du réservoir  $i$ , exprimée en  $\text{Mm}^3$ .

$\bar{x}_i$  : Capacité de stockage maximale du réservoir  $i$ , exprimée en  $\text{Mm}^3$ .

$\bar{u}_i$  : Capacité de turbinage maximale du réservoir  $i$ , exprimée en  $\text{Mm}^3/\text{h}$ .

$D^k$  : La puissance électrique demandée durant la période  $k$ , exprimée en MW.

$n_{hyd}$  : Le nombre de centrales hydroélectriques qui forment le système de production de l'énergie électrique.

$P_i^k$  : La puissance électrique produite par la centrale  $i$  durant la période  $k$ , exprimée en MW.

$C_i$  : Constante positive qui caractérise la centrale  $i$  en relation avec la production.

$h_i^k$  : La hauteur de chute active du réservoir  $i$  à la période  $k$ , exprimée en m.

$h_i', h_i'', \kappa_i$  : Constantes positives qui caractérisent la hauteur de chute effective du réservoir  $i$ .

$P_i^{\max}$  : Capacité de production maximale de la centrale  $i$ , exprimée en MW.

$P_i^{\min}$  : Capacité de production minimale de la centrale  $i$ , exprimée en MW.

$C_i$  : Coût de production de la puissance électrique active  $P_i$  de l'unité  $i$ , exprimé en DA.

$A_i, B_i, C_i$  : Ce sont des constantes positives caractérisant le coût de production de l'unité  $i$ .

$d_i$  : Coefficient de pertes.

$C_T$  : Représente le coût total de production de toutes les centrales du système, exprimé en DA.

$n_{th}$  : Nombre de centrales thermiques qui composent le système.

$P_L$  : Les pertes actives totales dans le réseau de transport, exprimée en MW.

$L_a$  : Le Lagrangien augmenté.

$H^k$  : Fonction Hamiltonienne.

$R_i^k, Q_i^k, T^k, U, V, W$  : Représentent des termes de pénalisation des contraintes d'égalités ou d'inégalités.

$r$  : Coefficient de pénalisation positive.

$\lambda_i^k, \rho_i^k, \sigma_i^k, \tau^k, \beta^k, \rho_i, \mu_i, \delta$  : Les multiplicateurs de Lagrange.

$\Psi_i^k, \psi_i^k, \mathcal{G}_i, \theta_i, \delta^k$  : Représentent des fonctions de pénalité du Lagrangien augmenté.

## LISTE DES FIGURES

- Figure 2.1 : Centrale hydroélectrique.
- Figure 2.2 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique à hauteur constante.
- Figure 2.3 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique à hauteur de chute variable.
- Figure 2.4 : Couplage hydraulique des réservoirs.
- Figure 2.5 : Demande hebdomadaire en [MW].
- Figure 2.6 : Influence du contenu initial sur la hauteur.
- Figure 3.1 : Unité thermique.
- Figure 3.2 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité thermique.
- Figure 5.1 : Profil de la demande.
- Figure 5.2 : Système de production-consommation.
- Figure 5.3 : Programme du turbinage optimal.
- Figure 5.4 : Profil du stockage optimal.
- Figure 5.5 : Evolution de la fonction objective.
- Figure 5.9 : Système de production-consommation.
- Figure 5.10 : Programme du turbinage optimal.
- Figure 5.11 : Stockage optimal des réservoirs.
- Figure 5.12 : Evolution de la fonction objective.
- Figure 5.13 : Profil de la demande journalière.
- Figure 5.14 : Programme du turbinage optimal de la première journée.
- Figure 5.15 : Stockage optimal des réservoirs durant la première journée.
- Figure 5.16 : Evolution de la fonction objective au cours de la première journée.
- Figure 5.17 : Programme du turbinage optimal de chaque centrale hydroélectrique.
- Figure 5.18 : Stockage optimal des réservoirs durant les jours de la semaine.
- Figure 6.1 : Effet de l'ajustement du facteur  $r$  sur la convergence.
- Figure 6.2 : Influence de l'estimé initial sur la convergence. (Cas où  $r = 21,33 \cdot 10^{-3}$ )
- Figure 6.3 : Effet de l'ajustement de  $r$  sur le processus de recherche de l'optimum.
- Figure 6.4 : Influence de l'estimé initial sur la convergence. (Cas où  $r = 8,571 \cdot 10^{-3}$ ).
- Figure A4-1 : Organigramme de l'algorithme version 1.
- Figure A4-2 : Organigramme de l'algorithme version 2.
- Figure A4-3 : Organigramme de l'algorithme version 3.
- Figure A4-4 : Organigramme de l'algorithme version 4.
- Figure A5-1 : Organigramme de l'algorithme version a.
- Figure A5-1 : Organigramme de l'algorithme version b.

## LISTE DES TABLEAUX

- Tableau 5-1 : Caractéristiques des réservoirs du système 1.
- Tableau 5-2 : Apport d'eau naturel aux barrages et leurs contenus initiaux.
- Tableau 5-3 : Influence du facteur  $r$  sur le nombre d'itérations.
- Tableau 5-4 : Comparaison entre le contenu initial et final des réservoirs du système 1.
- Tableau 5-5 : Caractéristiques des réservoirs du système 2.
- Tableau 5-6 : Les apports d'eau naturels aux réservoirs et leurs contenus initiaux.
- Tableau 5-7 : Contenu initial et final des réservoirs obtenu par les versions 1 et 4.
- Tableau 5-8 : Bilan entrée-sortie du système 2 obtenu par les algorithmes versions 1 et 4.
- Tableau 5-9 : Evolution de l'énergie potentielle dans l'ensemble des réservoirs obtenue par les algorithmes versions 1 et 4.
- Tableau 6-1 : Caractéristiques des centrales électriques du système 1.
- Tableau 6-2 : Production optimale des centrales du système 1.
- Tableau 6-3 : Effet de l'ajustement du facteur de pénalisation  $r$  sur la convergence.
- Tableau 6-4 : Influence de l'estimé initial sur la convergence. (Système 1)
- Tableau 6-5 : Caractéristiques des centrales électriques du système 2.
- Tableau 6-6 : Production optimale des centrales thermiques du système 2.
- Tableau 6-7 : Effet de l'ajustement du facteur de pénalisation  $r$  sur la convergence.
- Tableau 6-8 : Influence de l'estimé initial sur la convergence. (Système 2)

## INTRODUCTION

Depuis la crise pétrolière de 1973, une nouvelle stratégie en matière de politique énergétique a été adoptée pour optimiser l'utilisation de l'énergie primaire par les différents secteurs. Le secteur d'électricité seul consomme environ 30% de l'énergie primaire mondiale, dont 62% provient des fossiles, pour la production de l'énergie électrique [1,2]. Vu cette grande proportion, le secteur d'électricité a été pris en considération avec plus d'attention, car sa bonne gestion contribuera de manière importante non seulement dans l'économie de l'énergie primaire mais aussi dans la réduction des retombés environnementaux. Pour cet effet, des grands efforts se sont aménagés dans le but d'optimiser le processus de production, de transport et de distribution de l'énergie électrique.

Pour réaliser les objectifs du secteur d'électricité, les chercheurs n'ont cessés depuis de développer des algorithmes qui permettent de programmer la production des centrales électriques d'une manière économique. Ces algorithmes basés sur les différentes méthodes mathématiques d'optimisation sont continuellement améliorés dans le but d'augmenter leurs performances afin qu'ils soient exploités instantanément au niveau du dispatching.

La gestion économique des systèmes de production-consommation d'énergie électrique permet et sans aucun investissement supplémentaire, une réduction quantitative de l'énergie primaire utilisée pour produire l'énergie électrique. La gestion consiste alors à répartir la demande entre les différentes centrales électriques du système de sorte que l'utilisation du combustible et les pertes de transport soient minimales.

Cette gestion contribuera non seulement à la réduction quantitative de l'énergie primaire utilisée et de la pollution, mais aussi à la réduction du coût du kWh et à l'augmentation de la réserve en puissance électrique disponible au niveau du système.

La présente étude est une contribution apportée dans le secteur d'électricité. Notamment si on sait que l'ensemble des travaux publiés jusqu'à présent traitent le problème de la gestion des systèmes mixtes hydrothermiques de point de vue minimisation du coût de production de l'énergie électrique sans qu'ils prennent en considération la planification de l'eau utilisée. Dans le but de contribuer dans l'amélioration de ces modèles, dans la présente thèse, nous proposons un modèle qui permet de minimiser l'utilisation d'eau utilisée pour produire de l'énergie électrique.

En effet, les algorithmes que nous avons développés dans le cadre de la présente thèse permettent de programmer la production des centrales électriques d'une manière économique

pour le cas où le système est composé de centrales hydroélectriques et pour le cas où le système est composé de centrales thermiques.

D'autre part, le visé principal de cette recherche est que les algorithmes développés soient capables de résoudre d'une manière fiable et rapide le problème de la gestion de la production des systèmes d'énergie électrique. Ces algorithmes doivent garder leurs performances lorsqu'ils sont appliqués aux systèmes de grandes tailles, et cela bien que plusieurs méthodes peuvent être conjointement utilisées dans la résolution du problème. Le présent travail comprend les contributions principales suivantes :

- ⊕ Proposition d'un modèle original de la fonction objective du problème de la gestion à court terme des systèmes hydroélectriques. Ce modèle permet de minimiser l'utilisation d'eau pour produire de l'énergie électrique.
- ⊕ Développement d'algorithmes d'optimisation qui traitent le problème de la gestion de la production électrique des systèmes composés de centrales hydroélectriques sur un horizon d'exploitation de court terme. L'un des algorithmes développés est basé sur la discrétisation de l'horizon planifié. Technique non utilisée auparavant pour résoudre le problème similaire.
- ⊕ Développement d'un algorithme d'optimisation basé sur la méthode du Lagrangien augmenté qui traite, dans le contexte économique, le problème de la gestion de la production des systèmes composés de centrales thermiques et de centrales à gaz.
- ⊕ Extension de la méthode du gradient de sorte qu'elle soit capable de résoudre le système d'équations découlant de la méthode de résolution du problème posé qu'il soit dynamique ou statique.

Le premier type d'algorithme est développé en se basant conjointement sur le principe du maximum discret, sur la méthode du Lagrangien augmenté et sur la méthode du gradient. Dans le but d'augmenter ses performances, l'algorithme est développé en quatre versions.

Le deuxième type d'algorithme développé est basé sur l'utilisation de la méthode du Lagrangien augmenté. Dans le but d'augmenter ses performances, l'algorithme est développé en deux versions. Dans l'une, les pertes actives dans le réseau de transport sont prises en considération et dans l'autre version, les pertes actives sont ignorées.

Le contenu de cette thèse est réparti en sept chapitres. Les chapitres sont organisés comme suit :

Dans le premier chapitre, nous présentons une introduction générale. L'introduction englobe une analyse des systèmes de production de l'énergie électrique, la problématique et un exposé sur les méthodes utilisées. Les méthodes choisies dans cette thèse sont justifiées en se référant aux travaux déjà effectués par d'autres chercheurs.

Dans le deuxième chapitre, les plus importants aspects d'organisation des systèmes hydroélectriques et de gestion de la production des centrales électriques reliées au même système sont présentés. Les modèles mathématiques appropriés aux différents systèmes sont aussi présentés.

Dans le troisième chapitre, les plus importants aspects d'organisation des systèmes thermiques et de gestion de la production des centrales électriques reliées au même système sont présentés. Les modèles mathématiques adéquats aux systèmes thermiques sans et avec considération des pertes de transport sont présentés.

Au quatrième chapitre, nous développons respectivement les méthodes de résolution du problème de la gestion d'un système hydroélectrique et d'un système thermique. Auxquelles, on a adapté les outils mathématiques sélectionnés pour résoudre les équations découlant de la modélisation du problème de la gestion de ces systèmes.

Pour vérifier les performances des algorithmes développés, on a présenté au cinquième chapitre les résultats des tests réalisés sur des systèmes hydroélectriques artificiels suivi par des interprétations des résultats numériques et au sixième chapitre les résultats des tests réalisés sur des systèmes thermiques artificiels suivi par des interprétations des résultats numériques.

Au dernier chapitre, nous exposons les conclusions finales de la thèse et les perspectives envisagées pour poursuivre ce travail.

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## 1.1 INTRODUCTION

Le cadre général de notre étude s'inscrit dans le développement d'algorithmes qui permettent de résoudre le problème de la gestion des systèmes de production de l'énergie électrique de manière fiable, robuste et rapide. Sachant que le système de production de l'énergie électrique peut être composé de centrales hydroélectriques, ou de centrales thermiques ou des deux types de centrales électriques. Pour cela nous présentons une analyse globale sur les systèmes de production d'énergie électrique. Ensuite, nous exposons le problème suivi par un exposé des méthodes utilisées et qui peuvent être utilisées pour traiter le problème en question.

A la fin de ce chapitre nous donnerons des justifications pour le choix des méthodes utilisées dans cette thèse.

## 1.2 ANALYSE DES SYSTEMES DE PRODUCTION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

L'accroissement rapide de la production mondiale de l'énergie électrique repose sur l'hypothèse d'un taux de croissance économique mondiale de 3,1 % [1-2]. Ce taux de croissance est suscité par une progression de l'activité économique humaine, par l'accroissement de la population et par l'exigence d'une grande qualité de l'énergie électrique (propre, souple, etc.).

Dans le but de répondre à la consommation d'électricité continuellement croissante, des nouvelles infrastructures de production, de transport et de distribution de l'électricité ont été construites. Et pour fournir à tous, une énergie propre, sûre et compétitive tout en tenant compte de l'environnement, les compagnies d'électricité se sont orientées vers le développement des parcs de production qui utilisent et combinent toutes les énergies concevables et disponibles. Présentement les principaux types de centrales électriques en service sont [3] :

- Les centrales à combustibles fossiles (charbon, pétrole et gaz naturel) dites centrales thermiques classiques,
- Les centrales nucléaires qui sont également des centrales que l'on peut qualifier de thermiques,
- Les centrales hydroélectriques,
- Les centrales solaires ou photovoltaïques,
- Les centrales éoliennes.

L'adoption de tel ou tel type de centrale pour produire de l'énergie électrique dépend de la politique énergétique mise en oeuvre par le pays qui tient en considération de la disponibilité locale des ressources énergétiques fossiles exploitables dans de bonnes conditions économiques et du marché international des ressources primaires. D'après les expériences précédentes internationales l'un des meilleurs facteurs qui améliore l'efficacité de la politique énergétique est la diversification des moyens de production. De plus, la diversification contribue aussi au maintien de la stabilité statique et transitoire du réseau électrique.

La diversité des moyens de productions permet de faire face aux grandes fluctuations de la demande journalière, hebdomadaire et saisonnière d'une manière économique. Dans un contexte général, on distingue les centrales de base et les centrales de régularisation ou de contrôle. Les centrales thermiques assurent un rôle majeur dans l'équilibre d'un système électrique. En effet, les centrales thermiques nucléaires et/ou centrales thermiques à flamme (charbon, fioul et gaz) assurent la demande de base. Cependant, les centrales à gaz et les centrales hydrauliques sont souples, disponibles et pouvant démarrer rapidement. Permettant ainsi d'ajuster en permanence la production suivant les variations de consommation observées aux heures de pointe ou en période de froid ou de chaleur selon la région. Ces centrales peuvent être utilisées pour fournir le complément d'électricité capable de faire face aux variations extrêmes de la demande, notamment lors des vagues de froid ou de chaleur. Tous ces types de centrales présentent des avantages et des inconvénients en matière d'exploitation, de réalisation, d'environnement, de coût, etc....

L'énergie nucléaire [3] est performante car elle permet de garantir une indépendance énergétique grâce à la sécurité d'approvisionnement en énergies primaires, un prix du kWh raisonnable et surtout sa production ne dégage pas de CO<sub>2</sub> mais produit des déchets radioactifs dont la gestion pose d'importants problèmes. En matière de sûreté et malgré le développement technologique nucléaire de pointe les opinions restent toujours divisées. L'inquiétude est toujours omniprésente en matière de sûreté et cela malgré la mise en place des indicateurs et des outils de mesure de la sûreté dans les sites. De plus, elle est soumise aussi à des réglementations et contrôles très stricts, à des inspections nationales et internationales pour s'assurer que le niveau maximal de sûreté est atteint. Mais si un accident survient ses répercussions seront très néfastes sur la vie humaine et sur l'environnement qui sont irréparables comme pour le cas de Tchernobyl. Avec une demande en hausse d'une part et l'apparition des signes d'une éventuelle crise dans la production du pétrole d'autre part, son option est devenue stratégique dans plusieurs pays. Et pour certain pays, elle est considérée comme un choix fondamental et un patrimoine national.

Les centrales thermiques classiques [3] utilisant comme matière première les combustibles fossiles : pétrole, gaz naturel et charbon sont polluants, émettent le dioxyde de carbone CO<sub>2</sub>, le dioxyde de soufre, les oxydes d'azote (NO, NO<sub>2</sub>) et les poussières responsables des pluies acides et/ou de l'effet de serre. Ce qui les rend les plus polluants et perturbent continuellement l'environnement. Des mesures sont prises par plusieurs pays, soucieux de l'environnement, dans le but de limiter les impacts sur l'environnement en procédant au lavage des fumées qui permet de retenir 90 % des oxydes de soufre et également de produire du gypse utilisé dans l'industrie du plâtre. Les cendres récupérées par des dépoussiéreurs sont réutilisées dans la fabrication des ciments. Le prix du kWh dépend fortement de l'énergie primaire utilisée, mais jusqu'à présent il reste toujours compétitif.

La centrale au gaz naturel [3], par son coût concurrentiel, son efficacité, sa mise en service rapide et ses impacts réduits sur l'environnement présente des avantages de grandes importances par rapport à ceux des centrales thermiques au charbon ou au mazout. Le principal inconvénient de ce type de centrale est l'émission d'une grande quantité de gaz à effet de serre.

L'énergie hydraulique [3] est la principale énergie renouvelable utilisée pour la production de l'électricité. C'est une source d'énergie renouvelable respectueuse de l'environnement, économique et fiable. Partout dans le monde, l'hydroélectricité met en valeur une richesse naturelle importante et produit une énergie propre et entièrement renouvelable, sans aucune émission de gaz à effet de serre. Son coût de production très bas a rendu l'énergie renouvelable la plus compétitive. L'option des centrales hydroélectriques est un choix écologique et économique. La production hydroélectrique est conciliée avec les autres usages de l'eau pour la recherche l'équilibre entre les besoins de réserve en électricité, et les souhaits légitimes de développement des territoires.

Les énergies renouvelables, autres que l'énergie hydraulique, progressent régulièrement, mais leur utilisation reste faible. Elles représentent près de 1 % de la production mondiale de l'énergie électrique [1,2]. Leur principal désavantage est qu'elles ne sont pas des énergies qui peuvent répondre à des besoins certains et à des moments sûrs.

### **1.3 GESTION DES SYSTÈMES DE PRODUCTION ÉLECTRIQUE**

La gestion d'une manière économique des systèmes de production d'énergie électrique permet la réduction du coût du kWh et la réduction des pertes d'énergie électrique dans le réseau de transport. Ce qui contribuera à la réduction de la pollution et l'augmentation de la réserve en puissance électrique disponible. Cette gestion est obtenue sans avoir recours à aucun investissement supplémentaire. Il suffit d'appliquer le principe fondamental de la science

économique qui dit que si un même produit peut être fabriqué à plusieurs endroits, il doit être fabriqué là où le coût marginal est le plus bas.

Mais la gestion de tel système de production-consommation d'énergie électrique est un problème très complexe, tant par sa dimension que par la diversité des moyens de production [4,5]. En effet, un système de production d'énergie électrique peut englober des centrales thermiques classiques et/ou nucléaires, des centrales à gaz naturel, des centrales hydroélectriques, des unités éoliennes, des unités photovoltaïques etc.... De plus, il est impossible de prévoir ni la demande en énergie électrique avec exactitude au préalable ni les apports d'eau naturels pour le cas des centrales hydroélectriques. Les méthodes et les moyens de calcul actuels, ne permettent pas d'apporter une solution globale à ce problème. Une des méthodes de résolution consiste à subdiviser le système en deux sous-systèmes : l'un comporte des centrales thermiques de tous genres et peut aussi comporter des centrales à gaz, l'autre comporte des centrales hydroélectriques.

Dans le premier système le problème est résolu dans un contexte économique, c'est-à-dire que l'objectif est de minimiser soit l'énergie primaire utilisée ou le coût de la production totale du système. Cet objectif doit être atteint tout en satisfaisant la demande en énergie électrique, ainsi que toutes les autres contraintes d'opérations.

Dans le deuxième système, le problème est de type stochastique, sa résolution est plus complexe. Une méthode de résolution acceptable consiste à diviser ce problème en deux sous problèmes [4-5] :

1- Problème stochastique long terme (aspect stratégique) : qui consiste à déterminer la quantité d'eau totale à décharger de chaque réservoir pour chaque période de l'horizon d'exploitation planifié.

2- Problème déterministe court terme (aspect tactique) : qui consiste à répartir la décharge totale, sélectionnée par le problème stochastique, le long d'une période de l'horizon d'exploitation planifié long terme. Dans ce cas, les apports d'eau naturels et la demande en énergie électrique sont connus au préalable. Sachant que l'horizon d'exploitation planifié court terme est une période de l'horizon d'exploitation planifié long terme.

En conclusion, l'analyse des systèmes de production-consommation d'énergie électrique peut être divisée en deux types :

- L'analyse du système à un moment quelconque sous les conditions du régime statique. Cette analyse engendre le problème économique.
- L'analyse du système au court du temps sous les conditions dynamiques. Cette analyse engendre le problème stochastique et le problème déterministe.

L'étude du problème dynamique est plus complexe que le problème statique. Ceci est dû au fait qu'il faut non seulement considérer l'espace ou la configuration géométrique mais aussi le temps.

Un grand nombre d'algorithmes basés sur différentes méthodes combinées ou non ont été développés. Toutes ces méthodes présentent des inconvénients et des avantages. Chacune d'entre elles obtient de meilleurs résultats avec certains types de problèmes.

Les récentes recherches se sont orientées vers l'amélioration des avantages et la minimisation des inconvénients des outils d'optimisation utilisés en faisant différentes combinaisons. Mais malgré ces efforts, aucun algorithme n'est à ce jour considéré comme tranchant.

## 1.4 EXPOSE DES TECHNIQUES DE RESOLUTION

La programmation linéaire et la programmation dynamique sont les premières techniques à être appliquées, parce qu'elles présentent quelques caractéristiques attrayantes tel que la simple formulation du problème, l'achèvement à l'optimum global est garanti, la considération des limites sur les variables de contrôle et sur les variables d'état est facile. Mais rapidement, il s'est avéré, d'une part que le grand nombre de simplifications faites dans la formulation en programmation linéaire et d'autre part l'ennui évident de dimensionnalité en programmation dynamique, n'a pas permis leur application dans les cas pratiques.

Avec la programmation linéaire, la fonction objective non linéaire doit être approximée par une fonction linéarisée par des petits segments. En conséquence, la solution obtenue peut être lointaine de l'optimum réel. La précision de la solution peut être augmentée en étendant le nombre de segments linéaires représentant la fonction non linéaire, mais ceci fait accroître considérablement le temps d'exécution [6,8].

La programmation dynamique est une méthode de décomposition du problème multi phase en une série de problème à une seule phase [9]. Cependant, lorsqu'elle est appliquée directement elle ne peut être appliquée qu'aux problèmes de dimensions très limitées par rapport aux problèmes réels. Ceci est dû par le fait que le temps d'exécution de l'espace mémoire nécessaire augmente géométriquement avec l'augmentation des dimensions du problème [11]. La raison de cette limite de potentialité, c'est que la programmation dynamique donne une solution en boucle fermée, contrairement aux méthodes de programmation linéaire et non linéaire qui donnent une solution en boucle ouverte. Dans le but d'appliquer cette méthode aux problèmes de grandes dimensions, plusieurs techniques ont été développées incluant l'approximation successive [12], (discrete-differential dynamic programming) [13], et la méthode d'optimalité

progressive (progressive optimality method) [5]. Ces méthodes conduisent à la réduction de l'effort de calcul mais sans qu'elles garantissent d'atteindre l'optimum global. Parmi ces méthodes, la méthode d'optimalité progressive qui semble être la plus prometteuse, mais son inconvénient principal est qu'elle converge très lentement et spécialement pour les grands systèmes.

Les méthodes basées sur les techniques de programmation non linéaire telles que la méthode du gradient projeté, la méthode du gradient conjugué, la méthode du gradient réduit etc.... ont été aussi appliquées pour résoudre le problème de la gestion de la production des systèmes de puissance [14]. Avec la programmation non linéaire, on peut introduire tout type de contraintes et de fonctions objectives d'une manière naturelle dans la formulation du problème [6] [15]. En effet, les fonctions linéaires et non linéaires sont introduites dans le programme telles qu'elles sont en pratique.

La méthode du gradient conjugué de Davidon, de Fletcher et de Powell est une combinaison de la méthode du gradient et de la méthode de Newton, elles associent leurs avantages tout en évitant leurs principaux inconvénients [16-17]. Notons que la méthode du gradient progresse rapidement loin de l'optimum mais lentement en se rapprochant de l'optimum. Au contraire, la méthode de Newton progresse lentement loin de l'optimum et rapidement en se rapprochant de l'optimum, mais si la fonction est quadratique la convergence se fait en une seule itération. D'autre part, la méthode de Newton nécessite l'évaluation, le stockage et l'inversion de la matrice hessienne. Tandis que, la méthode du gradient conjugué peut converger en un nombre fini d'étapes [6] [15-17].

La méthode du gradient réduit ressemble à la solution approchée de la méthode du simplexe de la programmation linéaire. En effet, les variables du problème sont réparties en un groupe de base et en un groupe de non base. En suite, les contraintes actives du problème sont utilisées pour exprimer les variables de base en fonction des non de base. L'objectif devient exclusivement fonction des non de base. De cette manière, l'algorithme du gradient réduit opère avec des dimensions réduites. Malheureusement, cette approche nécessite un estimé initial réalisable difficile à estimé [6] [15-17]. Ce qui présente une sérieuse difficulté.

La programmation quadratique consiste à l'optimisation d'une fonction (objective) quadratique sous des contraintes linéaires. L'importance de la programmation quadratique provient du fait que plusieurs problèmes réels et académiques sont quadratiques. La programmation quadratique est avant tout un outil de résolution de sous problèmes. En effet, des techniques telles que la programmation quadratique séquentielle proposent de traduire un programme non linéaire en une suite de problèmes quadratiques, en général non convexes, d'où

la nécessité de disposer des méthodes numériques efficaces et robustes qui puissent résoudre toutes sortes de problèmes quadratiques, convexes ou non, surtout de grandes tailles [18].

La méthode du principe du maximum ne s'applique qu'aux problèmes de contrôles déterministes continus ou discrets [19-22]. Cette méthode présente plusieurs avantages : une formulation universelle, la non- linéarité dans la fonction objective et dans les performances du système sont permises. Les contraintes sur les variables de contrôle sont facilement traitées. Le sens physique des variables associées dans le processus peut être obtenu facilement et clairement. Le principe peut aussi prendre en considération le retardement (pure delays) sur les variables de contrôle et sur les variables d'états [23]. La méthode présente aussi des inconvénients. En effet, en introduisant les variables adjointes, le problème originale est transformé à un problème aux deux conditions limites dont la solution est complexe à cause de la difficulté qui se pose lors de l'estimation de la valeur initiale des variables adjointes, ajouté à cela, les contraintes imposées sur les variables d'états [19] [24]. Les méthodes itératives conviennent le mieux à la solution du problème aux deux conditions limites qui sont principalement la méthode du gradient, la méthode quasi-linéarisation et la méthode de recherche extrémale [19]. Dans cette thèse on a opté pour la méthode de gradient.

La méthode du gradient [19] [25], est l'outil qui nécessite le moins d'effort de calcul par itération, tandis que l'espace de stockage nécessaire est comparable à celui de la méthode quasi-linéarisation. En outre, son principal avantage réside dans l'aisance à l'initiation de la méthode, puisque théoriquement, pour n'importe quelle estimation initiale la méthode parvient à son objectif. Son principal défaut réside dans la convergence qui devient très lente à l'approche de l'optimum.

La méthode quasi-linéarisation [19] [25], nécessite le plus grand effort de calcul et de stockage. En contre partie, ceci est compensé par sa convergence très rapide. Cependant, la méthode dépend décisivement de l'estimation initiale de ces quelques paramètres. En d'autre terme, si l'estimé initial est inadéquat, le processus peut diverger.

La méthode de recherche extrémale nécessite le même effort de calcul que la méthode quasi-linéarisation [19]. Elle exige beaucoup moins d'espace mémoire par rapport aux deux autres. Cependant, la méthode exige un très bon estimé initial de ses paramètres pour la convergence. Dans le cas contraire, le processus de recherche de l'optimum diverge [22].

L'autre procédé pour traiter le problème d'optimisation non linéaire qui soit statique ou dynamique avec contraintes d'égalités et d'inégalités est de le convertir à un problème sans contraintes en utilisant une approche de pénalité. L'optimisation des problèmes sans contraintes est obtenue en utilisant des algorithmes plus simples. Les méthodes de pénalité peuvent être

divisées en deux classes [6] : les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques. Les méthodes paramétriques se caractérisent par l'ajustement d'un ou de plusieurs paramètres qui pèsent la fonction de pénalité formée par les contraintes. Parmi les méthodes typiques qui appartiennent à cette classe on peut citer la méthode de SUMT (sequential unconstrained minimization technique) de Fiacco, l'algorithme de Zangwill et la méthode CRST (created response surface technique) [15-17]. Les méthodes non paramétriques traitent la fonction objective comme contrainte artificielle additionnelle qui ajuste les informations développées en résolvant le problème. Parmi les méthodes typiques qui adhèrent à cette classe on peut citer la méthode de SUMT sans paramètres de Fiacco et la méthode de Huard (méthode des centres) [6] [15-17].

Dans le contexte général de la méthode de pénalité son inconvénient principal réside dans le choix des paramètres de pénalité, c'est-à-dire, les poids associés aux violations des contraintes. Si les poids sont mal choisis, le terme de pénalité correspondant dans la fonction objective devient le terme dominant chaque fois qu'il y a des violations. Ce qui conduit à écarter le problème de son objectif [26-27].

Une autre alternative d'approcher le problème de programmation non linéaire avec contraintes est l'utilisation de l'approche duale [6] [15]. L'approche duale consiste à adjoindre chaque contrainte d'égalité avec un multiplicateur de Lagrange à la fonction objective de façon à obtenir un problème sans contraintes. Pour permettre à la méthode d'englober aussi les contraintes d'inégalités, on fait recours à la théorie de Kuhn-Tucker. Malheureusement, cette théorie ne prévoit que certaines conditions nécessaires que doit satisfaire chaque solution optimale mais ne garantit pas une méthode systématique permettant de trouver la solution qui satisfait l'ensemble des conditions de Kuhn-Tucker. Cette méthode est moins attractive comparativement à l'approche de pénalité.

La méthode du Lagrangien augmenté est aussi utilisée pour la conversion du problème avec contraintes à un problème sans contraintes [6] [15]. Et ceci sans qu'il n'enveloppe aucune des variables additionnelles dans sa forme finale. Cette méthode est parmi les méthodes les plus efficaces dans la classe des méthodes de la programmation non linéaire [26-27]. Elle fonctionne comme une combinaison de deux méthodes à savoir la méthode de fonction de pénalité et la méthode de la dualité locale (multiplicateur de Lagrange). Les deux méthodes fonctionnent ensemble pour modérer les inconvénients associés à l'une ou à l'autre méthode seule. Ce qui lui permet d'être parmi les méthodes les plus attractives. Ses principaux avantages résident dans ; facilité à programmer pour un problème donné, offre une grande flexibilité dans le changement de la structure d'un problème complexe à un problème plus favorable, qui peut inclure des

représentations détaillées qui ne sont pas possibles avec d'autres techniques. Son efficacité à traiter les contraintes d'égalités ou d'inégalités est approuvée par plusieurs auteurs [26-37].

## **1.5 JUSTIFICATION**

Au regard de la différence en nature du modèle du problème pour les deux systèmes considérés, les méthodes choisies pour la résolution du cas de la gestion pour chaque système sont différentes.

Le problème de la gestion à court terme des systèmes de production d'énergie électrique composé de centrales hydroélectriques est un problème de contrôle déterministe. Il est écrit sous forme discrétisée, car en pratique les données mises à la disposition sont ordinairement échantillonnées. Le modèle mathématique qui décrit le problème est représenté par des fonctions non linéaires. En examinant le modèle du problème et les méthodes d'optimisations exposées ci-dessus, la méthode du principe du maximum discret est choisi pour traiter ce type de problème. Pour résoudre les équations découlant de ce principe, la méthode du gradient est sélectionnée et pour traiter les contraintes d'inégalités on a choisi la méthode du Lagrangien augmenté.

Le problème de la gestion des systèmes de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques est un problème de programmation non linéaire. Selon ces caractéristiques et les méthodes d'optimisations décrites ci-dessus, la méthode du Lagrangien augmenté est adoptée pour traiter ce type de problème. Les contraintes d'inégalités du modèle mathématique qui décrit ce type de problème sont aussi traitées avec la méthode du Lagrangien augmenté.

## **1.6 CONCLUSION**

Le choix d'une méthode d'optimisation qui convient le plus pour un tel problème ou tel problème n'est pas apparent. Il dépend d'un ensemble de facteurs liés au problème à optimiser et surtout du comportement de la fonction qui le représente ainsi que des types de contraintes. Pour faire le choix adéquat de la méthode, il est nécessaire d'avoir une bonne connaissance des outils d'optimisation et de circonscrire le problème à traiter. Le choix des méthodes dans cette étude est en corrélation avec les travaux déjà effectués par d'autres chercheurs qui ont traités des problèmes similaires.

# SYSTEME HYDROELECTRIQUE

## 2.1 INTRODUCTION

L'énergie hydraulique [3] [38-40], qui provient de la captation de la variation d'énergie potentielle de l'eau entre deux niveaux, est une énergie renouvelable. C'est une source d'énergie propre et non polluante de l'environnement, économique et fiable. La mise en service est simple et très rapide, en effet, lorsque l'eau est stockée, il suffit d'ouvrir des vannes pour commencer le cycle de production d'électricité. Ces caractéristiques lui permettent d'être très flexible pour la régulation de la charge électrique, elle est avantageusement utilisée lors des pics de consommation, ce qui permet d'éviter la mise en route coûteuse des autres types de centrales électriques reliés au même système. L'hydroélectricité met en valeur une richesse naturelle importante et produit une énergie propre et entièrement renouvelable, sans aucune émission de gaz à effet de serre [41]. Leur principal désavantage est qu'elles ne sont pas des énergies qui peuvent répondre à des besoins certains, à des moments sûrs, c'est-à-dire, que la production d'énergie électrique est dépendante des conditions météorologiques.

En contre partie, les aménagements hydrauliques [38] nécessitent une durée de réalisation qui s'étend sur des années et un lourd investissement initial nécessaire à la construction de barrages. Toutefois, ces aménagements deviennent à long terme des équipements très rentables car ils :

- Exploitent une énergie primaire gratuite et renouvelable, d'où le coût de production est très bas et constant.
- Nécessite une maintenance réduite.
- Ont une durée de vie de plusieurs dizaines d'années.

Les centrales hydrauliques ont été les premières usines à produire industriellement de l'énergie électrique au début du XX<sup>ème</sup> siècle. Actuellement, un cinquième de l'énergie électrique à travers le monde, provient de l'énergie hydroélectrique qui est associée aux barrages [1][2]. L'adoption de l'énergie hydroélectrique par rapport aux autres types d'énergies dépend principalement de la disponibilité des ressources hydriques et de l'investissement. Un autre facteur encourage cette adoption est la double utilisation des eaux des barrages. En effet l'eau utilisée pour produire l'énergie électrique sera réutilisée pour d'autres fins telles que l'irrigation et l'alimentation en eau potable après traitement.

L'énergie hydroélectrique [38-41] utilise la force de l'eau, c'est-à-dire, la combinaison

d'un débit et d'une chute afin de produire de l'énergie électrique. Autrement dit, l'énergie potentielle de l'eau retenue dans le réservoir se transforme en énergie cinétique, ce qui entraîne la rotation de la turbine hydraulique. La turbine est couplée à un alternateur qui va produire à son tour de l'électricité.

Les centrales hydroélectriques sont classées en trois grandes catégories selon la hauteur de chute d'eau et par voie de conséquence, selon le débit ; on trouve [38] :

- Les centrales électriques de haute chute ;
- Les centrales électriques de moyenne chute ;
- Les centrales électriques de basse chute.

## 2.2 PRINCIPE DE BASE D'UNE INSTALLATION HYDRAULIQUE

Pour produire de l'électricité, il faut la combinaison d'un débit d'eau  $u$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] et d'une chute  $h$  [m] qui est la différence entre un point haut et un point bas de niveau d'eau. Pour réaliser cette combinaison, le complexe hydroélectrique comprend un barrage construit en travers du lit d'un cours d'eau pour en retenir les eaux et pour créer ou aménager une chute en vue d'actionner les turbines de la centrale électrique. La turbine est un élément rotatif qui convertit l'énergie d'un courant d'eau. Il permet de transformer l'énergie potentielle en énergie mécanique puis électrique par l'intermédiaire d'un alternateur.

Une centrale hydroélectrique [38-40] [42] se compose principalement d'un réservoir, d'une conduite à la turbine, d'une turbine couplée avec une génératrice électrique comme il est illustré à la figure 1.

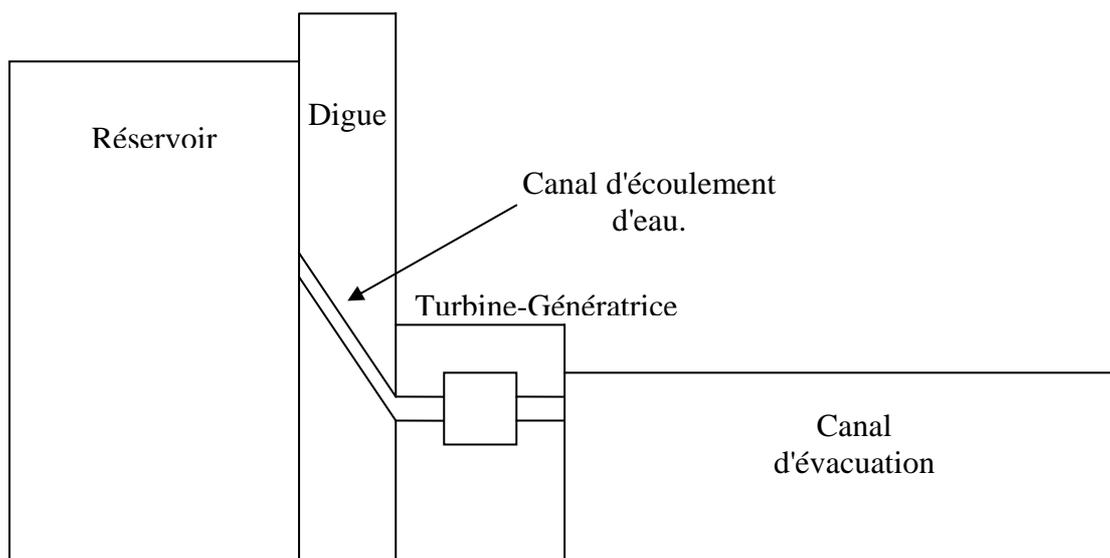


Figure 2-1 : Centrale hydroélectrique.

L'eau est retenue grâce à un réservoir hydroélectrique dans une vallée. Quand l'eau passe dans le canal d'écoulement d'eau en pente aménagé à cet effet dans le barrage, elle actionne une turbine hydraulique. La turbine fait tourner l'alternateur qui fournit alors une tension électrique. L'eau est ensuite libérée au pied du barrage et reprend le cours normal de la rivière.

En fait, le principe d'une centrale hydroélectrique est basé sur la loi de Bernoulli concernant la conservation de l'énergie, autrement dit, on ne peut pas créer d'énergie mais on peut convertir l'énergie potentielle de l'eau située au haut de la rivière en énergie de pression ou en énergie de vitesse. Sachant que sans aménagement, toute l'énergie potentielle de l'eau est convertie en chaleur due à la friction de l'eau sur les parois de la rivière. Le principe d'une centrale hydroélectrique est de réduire la friction et récupérer une partie de l'énergie potentielle sous forme d'énergie de pression ou d'énergie de vitesse dépendant du type de la turbine. Pour une turbine de type Pelton, qui n'est pas immergée, est utilisée pour des hauteurs de chutes très élevées, l'énergie potentielle de l'eau est convertie en énergie de vitesse. Pour une turbine de type Francis, qui est immergée, est utilisée pour des hauteurs de chutes moyennes, l'énergie potentielle de l'eau est convertie en énergie de pression.

La puissance électrique produite par un groupe turbine-génératrice situé dans une centrale hydroélectrique peut être déterminée par l'expression suivante [38-39][43] :

$$P = \rho g \eta u h \quad (2.1)$$

Où :

$P$  : La puissance électrique produite en W.

$\rho$  : La masse volumique de l'eau en soit  $1000 \text{ Kg/m}^3$ .

$g$  : L'accélération de la pesanteur en  $\text{m/s}^2$ .

$u$  : Le débit de l'eau turbiné en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

$h$  : La hauteur effective de la chute d'eau en m. C'est la différence de niveau entre le bief amont et le bief aval.

$\eta$  : Le rendement de l'installation.

A partir de la relation (2.1), on déduit d'une part que la puissance électrique produite par la centrale hydroélectrique augmente avec l'augmentation de la hauteur effective de chute. Il faut noter que le canal d'évacuation contribue aussi à augmenter la hauteur de chute. D'autre part, la puissance électrique produite par un même débit et même hauteur de chute, diminue dans le temps à cause de l'affaiblissement du rendement de l'installation causé par le vieillissement.

## 2.3 CARACTÉRISTIQUES D'UNE UNITÉ HYDROÉLECTRIQUE

La caractéristique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique dépend principalement du type de la centrale hydroélectrique, c'est-à-dire, si elle est à hauteur de chute constante ou à hauteur de chute variable [42].

### a- Cas d'une centrale à hauteur constante :

La caractéristique typique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique d'une centrale à hauteur de chute constante est illustrée à la figure (2-2) [42]. La caractéristique montre une linéarité entre le débit d'eau turbinée et la puissance électrique produite. Après cela, le débit d'eau nécessaire pour produire la puissance électrique augmente fortement à cause de l'affaiblissement du rendement de l'unité.

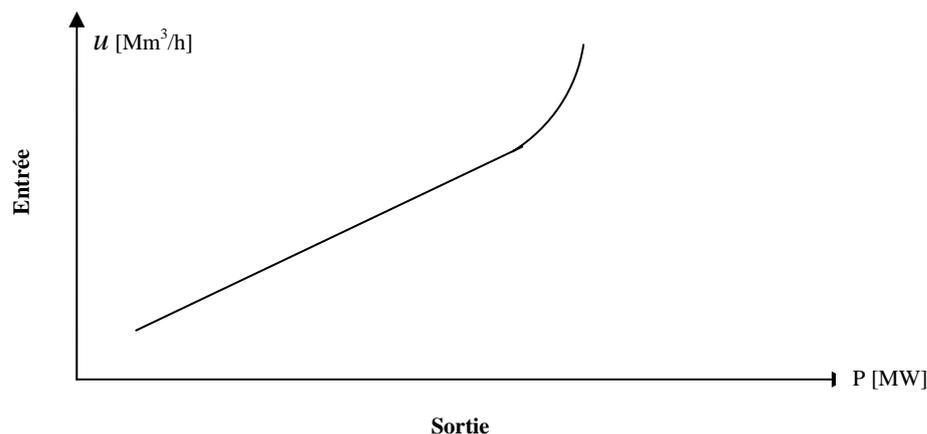


Figure 2-2 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique à hauteur constante.

Où :

$u$  : Le débit d'eau en  $\text{Mm}^3/\text{h}$  nécessaire pour produire la puissance électrique  $P$ .

$P$  : La puissance électrique produite en MW.

### b- Cas d'une Centrale à hauteur variable :

La caractéristique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique d'une centrale à hauteur variable est illustrée à la figure (2-3) [42]. Ce type de caractéristique se produit chaque fois qu'il y a des variations dans le stockage du réservoir et/ou si la hauteur du canal d'évacuation représente une partie assez importante de la hauteur nette de chute. En effet, pour une hauteur de chute donnée, la caractéristique est identique à celle d'une unité à hauteur de chute constante, mais si la hauteur de chute varie, la caractéristique entrée-sortie correspondante change d'allure comme il est illustré à la figure (2-3). Où d'une part, on constate que le

volume d'eau nécessaire pour produire une même puissance diminue au fur et à mesure que cette hauteur de chute augmente [42] [44]. D'autre part, la capacité maximale de l'unité varie et qui augmente avec l'augmentation de la hauteur de la chute d'eau.

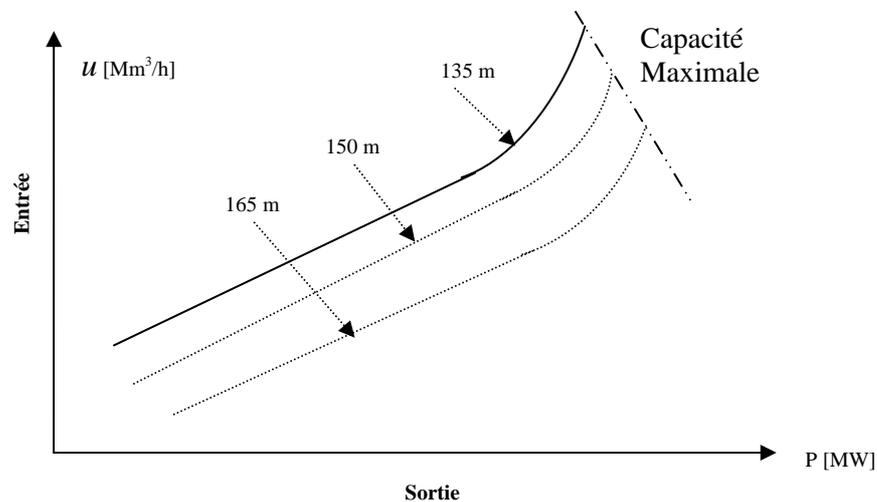


Figure 2-3 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité hydroélectrique à hauteur de chute variable. (135 m, 150 m et 165 m)

## 2.4 MODÉLISATION D'UN SYSTÈME HYDROÉLECTRIQUE

La modélisation d'un système hydroélectrique dépend des caractéristiques propres à chaque centrale hydroélectrique qui compose le système, du couplage hydraulique, de l'horizon d'exploitation planifié et de la politique de gestion adoptée. Généralement, le but de la gestion d'un tel système est de gérer ces réservoirs de sorte à avoir toujours suffisamment d'eau en stock, de produire suffisamment de puissance électrique pour satisfaire la demande à tout moment tout en évitant le gaspillage d'eau. Mais l'inexactitude de prédiction à long terme des apports d'eau naturels d'une part et de la demande en énergie électrique d'autre part, complique considérablement le problème de la gestion optimale des systèmes hydroélectriques. En conséquence, la gestion des systèmes hydroélectriques se fait en prenant des décisions et des risques à chaque instant.

### 2.4-1 Décisions et risques

Il est impossible de prévoir avec exactitude les apports naturels d'eau aux réservoirs et la demande en énergie électrique à l'avance. Donc, il faut gérer le système en prenant des risques à chaque instant, en faisant le choix entre :

a) Soutirer (turbiner) de l'eau maintenant :

Mais si les apports d'eau dans le futur sont beaucoup plus faibles que prévus, on pourrait se retrouver dans une situation de pénurie et être forcé d'importer de l'énergie électrique des réseaux voisins et/ou même de délester.

b) Ou la garder pour plus tard :

Mais si une crue survient, on serait obligé de déverser cette eau. En conséquence, on perd des revenus supplémentaires. De plus, la crue peut causer des dommages s'il y a des inondations.

### 2.4-2 Méthode de résolution

Une méthode de résolution acceptable consiste à subdiviser ce problème en deux sous problèmes : [4-5]

- Problème stochastique long terme (aspect stratégique) : qui consiste à déterminer la quantité d'eau totale à décharger de chaque réservoir le long de chaque période de l'horizon d'exploitation planifié long terme. Où l'horizon planifié est subdivisé en périodes de court terme. La durée de chaque période est choisie de sorte que la demande et les apports d'eau naturels peuvent être évalués préalablement avec une précision acceptable.
- Problème déterministe court terme (aspect tactique) : qui consiste à répartir la décharge totale sélectionnée par le problème stochastique le long de chaque période de l'horizon d'exploitation planifié court terme. Dans ce cas, les apports d'eau naturels et la demande sont connus au préalable avec une précision acceptable. Ce problème est l'objectif de notre étude.

L'objectivité de la gestion économique à court terme d'un système hydroélectrique consiste à répartir le long de la période d'exploitation une quantité d'eau préalablement sélectionnée entre les centrales hydroélectrique du système de sorte à produire le maximum d'énergie électrique en utilisant le minimum d'eau. Ce qui permettra de maximiser le contenu des réservoirs en fin de l'horizon d'exploitation planifié. Cette opération doit être accomplie tout en évitant les déversements d'eau et les assèchements, en satisfaisant la demande en énergie électrique et toutes les autres contraintes d'opérations.

Le système hydroélectrique se compose de plusieurs réservoirs qui peuvent être couplés ou non hydrauliquement. Le couplage peut être en série, en parallèle ou mixte [21] [42]. Dans ce cas la décharge du réservoir amont contribue dans les apports d'eau du réservoir aval. Les différents types de couplages des réservoirs sont illustrés à la figure (2-4). Dans le cas où les

réservoirs du système ne sont pas couplés hydrauliquement, la décharge d'un réservoir ne contribue pas dans les apports d'eau dans aucun autre réservoir du système.

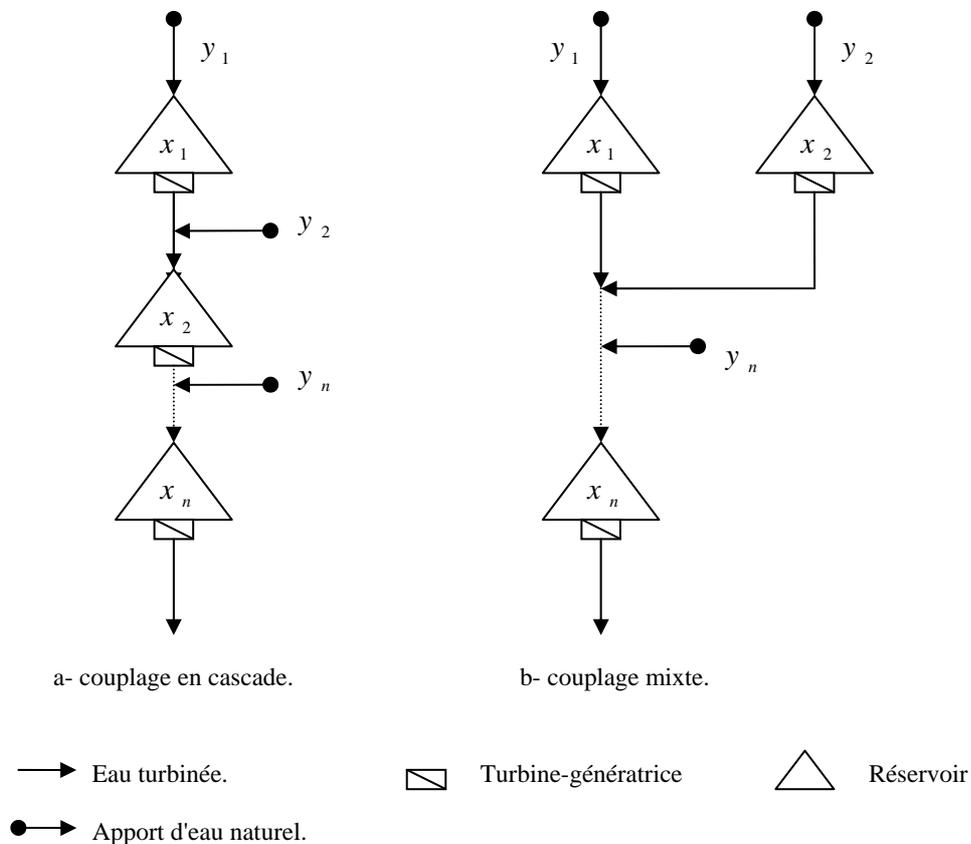


Figure 2-4 : Couplage hydraulique des réservoirs.

### 2.4-3 Modèle Déterministe

Les modèles utilisés jusqu'à présent par les chercheurs pour traiter le problème de la gestion des systèmes hydrothermiques ont pour objectif la minimisation du coût de production et la satisfaction des contraintes d'opérations mais sans prendre en considération l'utilisation d'une manière économique de l'eau [4] [5] [43-53].

Pour un horizon d'exploitation de court terme, le problème de la gestion est déterministe. Dans cette thèse, nous avons proposé un modèle adéquat qui permet une gestion plus économique de l'eau. Ce modèle peut être représenté par la fonction objective et les contraintes d'opération suivantes :

#### 2.4.3-1 Fonction objective

L'objectif principal de la gestion d'un système hydroélectrique est de maximiser le contenu en eau de l'ensemble des réservoirs qui composent le système en fin de l'horizon

d'exploitation planifié. Pour atteindre ce but, l'eau doit être valorisée en fonction de sa localisation dans tel ou tel barrage du système et en fonction de la hauteur de chute. La fonction objective est alors représentée en fonction de l'énergie potentielle de l'eau stockée dans tous les réservoirs, tout en tenant compte que l'eau turbinée d'un réservoir amont sera réutilisée dans toutes les centrales des réservoirs aval.

Le critère à maximiser devient alors la maximisation de l'énergie potentielle de l'ensemble des réservoirs qui composent le système en fin de l'horizon d'exploitation planifié, mathématiquement cela s'écrit [54-61] :

$$\max \sum_{i=1}^{n_{hyd}} E_{p_i}(x_i^{k_f}) \quad (2.2)$$

Où :

$k_f$  : Dernière période de l'horizon d'exploitation planifié.

$n_{hyd}$  : Nombre de réservoirs qui composent le système hydroélectrique.

$x_i^{k_f}$  : Contenu du réservoir  $i$  à la période finale  $k_f$  de l'horizon d'exploitation planifié.

$E_{p_i}(x_i^{k_f})$  : L'énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans le réservoir  $i$  à la période finale  $k_f$  de l'horizon d'exploitation planifié. Cette énergie dépend de la hauteur active du réservoir et de son contenu finale  $x_i^{k_f}$ .

En tenant compte du couplage hydraulique entre les réservoirs, l'énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans l'ensemble des réservoirs à la période finale de l'horizon d'exploitation planifié s'écrit avec la considération des possibles déversements, comme suit [58-60] :

$$\max \sum_{i=1}^{n_{hyd}} \left( E_{p_i}(x_i^{k_f}) + \sum_{k=k_f-s_{mi}}^{k_f} E_{p_i}(u_{mi}^k, v_{mi}^k) \right) \quad (2.3)$$

Où :

$\sum E_{p_i}(u_{mi}^k, v_{mi}^k)$  : Ce terme permet de tenir compte de l'énergie potentielle de toute l'eau turbinée et/ou déversée du réservoir  $m$  et qui arrive après la période finale  $k_f$  de l'horizon d'exploitation planifié au réservoir  $i$ . Ce retard est dû au temps que met l'eau pour passer d'un réservoir à un autre.

$m$  : Réservoir en amont du réservoir  $i$ .

$s_{mi}$  : Le temps que met l'eau pour passer du réservoir  $m$  au réservoir  $i$ , ce temps dépend de la distance qui sépare les réservoirs et de la pente du lit du cours d'eau.

Lors de la représentation détaillée de l'expression de l'énergie potentielle  $E_p(x_i^{k_f})$ , on prend en considération le fait que l'eau du réservoir en amont sera réutilisée dans le réservoir en aval ce qui n'est pas le cas lorsque les réservoirs ne sont pas couplés hydrauliquement.

### 2.4.3-2 Les contraintes opérationnelles

Les principales contraintes d'opérations d'un système hydroélectrique [21] [42-61] sont définies dans les sections suivantes. Notons que les pertes d'eau dans les réservoirs causées par les fuites et l'évaporation sont négligées. Les contraintes sur l'irrigation et la navigation ne sont pas considérées.

#### 2.4.3.2-1 Contrainte de continuité

Elle exprime pour chaque réservoir  $i$  et à chaque période  $k$  la continuité des volumes d'eau d'entrée et de sortie. Elle permet aussi de décrire la connectivité ou le couplage entre les réservoirs du système, sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + a_i^k - u_i^k - v_i^k \quad (2.4)$$

Où :

$x_i^k$  : Le contenu actif du réservoir  $i$  durant la période  $k$ .

$x_i^{k-1}$  : Le contenu actif du réservoir  $i$  durant la période  $k-1$ .

$u_i^k$  : Le turbinage du réservoir  $i$  durant la période  $k$ .

$v_i^k$  : Le déversement du réservoir  $i$  durant la période  $k$ .

$a_i^k$  : L'apport d'eau total au réservoir  $i$  durant la période  $k$ .

En tenant compte du couplage hydraulique entre les réservoirs et du retard que met l'eau pour passer d'un réservoir à un autre [62], l'apport d'eau total  $a_i^k$  est déterminé par la relation suivante [57-60] :

$$a_i^k = \begin{cases} y_i^k & \text{si } i \leq e \text{ ou si le réservoir n'est pas couplé} \\ y_i^k + u_{mi}^{k-s_{mi}} + v_{mi}^{k-s_{mi}} & \text{autrement.} \end{cases} \quad (2.5)$$

Où :

$y_i^k$  : L'apport d'eau naturel au réservoir  $i$  durant la période  $k$ .

$e$  : Les réservoirs extrêmes en amont qui ne sont pas précédés par aucun réservoir.

$u_{mi}^{k-s_{mi}}$  : L'eau turbinée à la centrale hydroélectrique  $m$  et qui rentrera dans le réservoir  $i$  après un temps  $s_{mi}$ .

$v_{mi}^{k-s_{mi}}$  : L'eau déversée du réservoir  $m$  et qui rentrera dans le réservoir  $i$  après un temps  $s_{mi}$ .

#### 2.4.3.2-2 Capacité des réservoirs :

Chaque réservoir peut emmagasiner une quantité d'eau comprise entre une limite maximale et une limite minimale. Le contenu du réservoir  $i$  doit être dans ces limites de stockage à tout instant, sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$\underline{x}_i \leq x_i^k \leq \bar{x}_i \quad (2.6)$$

Où :

$\underline{x}_i$  : La limite minimale du réservoir  $i$  fixée par l'élévation de la sortie du réservoir et/ou par les conditions de navigation et d'irrigation.

$\bar{x}_i$  : La limite maximale du réservoir  $i$  fixée par l'élévation du sommet du déversoir.

#### 2.4.3.2-3 Capacité de turbinage des centrales

Pour chaque centrale hydroélectrique le turbinage effectif est spécifié entre zéro et une limite maximale. Sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$0 \leq u_i^k \leq \bar{u}_i \quad (2.7)$$

Où :

$\bar{u}_i$  : La limite maximale de turbinage de la centrale électrique  $i$  fixée par la capacité de l'ensemble des turbines.

De son côté, la production de la puissance électrique de chaque centrale hydroélectrique  $i$  est limitée par la capacité de turbinage de la centrale.

#### 2.4.3.2-4 Equilibre production-consommation

L'énergie électrique totale qui doit être produite par l'ensemble des centrales hydroélectrique du système doit satisfaire la demande à tout instant de l'horizon d'exploitation planifié et même durant les heures de pointes les plus critiques, en terme mathématique cela s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k = D^k \quad (2.8)$$

Où :

$D^k$  : La puissance électrique demandée durant la période  $k$  .

$n_{hyd}$  : Le nombre de centrales hydroélectriques qui forment le système de production de l'énergie électrique.

$P_i^k$  : La puissance électrique produite par la centrale électrique  $i$  durant la période  $k$  .

#### 2.4.3.2.4-1 Demande en énergie électrique

Si le niveau de la demande en énergie électrique est constant, alors, satisfaire la demande devient une tâche très facile. Malheureusement, la demande en énergie électrique n'est pas constante, elle varie continuellement au cours du temps selon les besoins des usagers. En effet, la demande varie au cours de la journée, de la semaine, du mois et de l'année. Les conditions atmosphériques ont une grande influence sur le niveau de la demande. La demande en énergie électrique varie entre une demande très forte durant les heures de pointe et une demande minimale durant les heures creuses. D'autre part, La demande en énergie électrique n'est pas prédictible préalablement avec exactitude, que se soit à long terme ou à court terme, ce qui complique énormément le problème de la gestion optimale des systèmes hydroélectriques. La demande hebdomadaire typique est illustrée à la figure (2-5) [5].

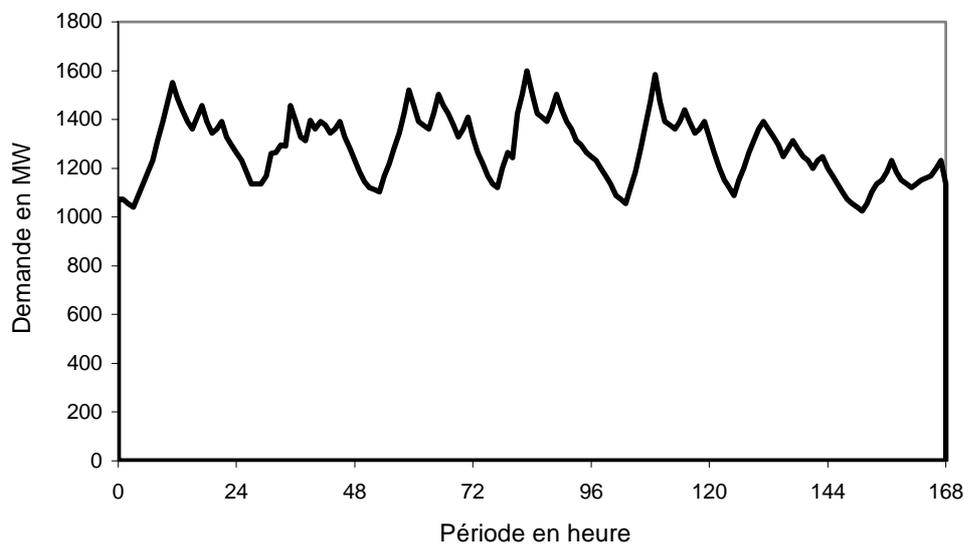


Figure 2-5 : Demande hebdomadaire en [MW].

#### 2.4.3.2.4-2 Production de l'énergie électrique

Dans les centrales hydroélectriques la puissance électrique produite dépend de la hauteur de chute effective et du débit d'eau. Selon le type du réservoir, la hauteur de chute peut être variable ou constante. Comme l'énergie électrique n'est pas économiquement stockable

spécialement à grande échelle, il faut donc produire une quantité égale à la demande à tout instant. En terme mathématique, la puissance électrique produite dans une centrale hydroélectrique à hauteur de chute variable s'écrit [5] :

$$P_i^k = c_i \cdot u_i^k \cdot h_i^k (x_i^{k-1}) \quad (2.9)$$

Où :

$c_i$  : Constante positive qui caractérise la centrale  $i$ .

$h_i^k$  : La hauteur de chute active du réservoir  $i$  à la période  $k$ . Cette hauteur dépend du contenu du réservoir  $x_i^{k-1}$  et de sa forme. Si la hauteur de chute est fixe, la valeur de la hauteur  $h_i^k$  reste constante.

Il faut noter que des facteurs naturels, tel que l'accumulation du sédiment, vont changer la configuration des réservoirs avec le temps et de même pour la hauteur effective de chute. Par conséquent, il faut faire la mise à jours du modèle du réservoir périodiquement.

## 2.5 LES FACTEURS INFLUANÇANT LE PROCESSUS D'OPTIMISATION

Lors de la modélisation du problème de la gestion optimale des systèmes hydroélectriques, il y a plusieurs facteurs qui influent sur le processus de recherche du contrôle optimal et qui peuvent rendre le modèle plus complexe. Parmi ces facteurs on cite [21] [39] [57-60] :

- Eau du réservoir amont : Elle est plus valeureuse que celle contenue dans les réservoirs en aval, c'est-à-dire, que l'eau turbinée du réservoir amont sera réutilisée dans tous les réservoirs qui sont en aval. Par conséquent, lors de la gestion, il est plus économique de préserver l'eau des réservoirs du haut de la vallée par rapport à l'eau des réservoirs du bas de la vallée.
- Le type de la centrale électrique à hauteur constante ou à hauteur variable : La recherche d'un programme optimal de production d'un système composé de centrales hydroélectriques à hauteur de chute variable est plus complexe que dans le cas de centrales hydroélectriques à hauteur de chute fixe. Ceci est dû d'une part à la multiplicité des courbes entrée-sortie comme montré à la figure (2-3), et d'autre part à la capacité maximale de génération qui varie en fonction de la hauteur de chute.
- Le même apport d'eau dans le même réservoir peut générer différentes hauteurs en dépendance du contenu initial dans le réservoir comme il est illustré à la figure (2-6). En effet, le même apport d'eau  $a$  dans le même réservoir mais avec des contenus initiaux différents  $x'$  et  $x''$  génèrent des hauteurs  $h'$  et  $h''$  différentes.

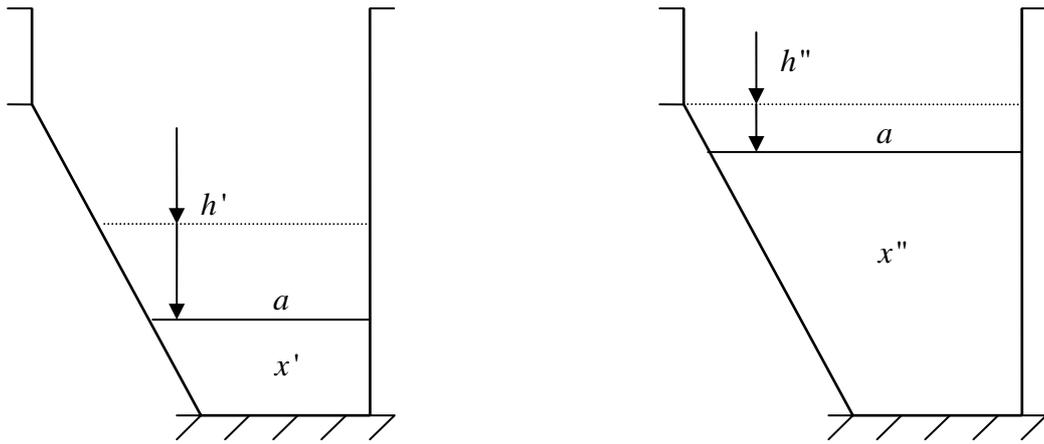


Figure 2-6 : Influence du contenu initial sur la hauteur.

- Type de couplage hydraulique des réservoirs.
- Dimensions des réservoirs connectés en cascade qui composent le système hydroélectrique sont nettement disproportionnées.
- Demande journalière, où d'une part, les pics sont très forts, et d'autre part, les minimums sont très faibles par rapport aux pics.
- Capacité de turbinage des centrales et la capacité de stockage des réservoirs sont limitées d'où des restrictions sont imposées dans la formulation du problème.

## 2.6 FORMULATION DU PROBLÈME

En terme mathématique, le problème de la gestion d'un système hydroélectrique consiste à déterminer le turbinage  $u_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$ ;  $k = 1, \dots, k_f$  qui :

$$\max \sum_{i=1}^{n_{hyd}} \left( E_p(x_i^{k_f}) + \sum_{k=K}^{k_f} E_p(u_{mi}^k, v_{mi}^k) \right) \quad (2.1)$$

Sous les contraintes d'égalités suivantes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + a_i^k - u_i^k - v_i^k ; \quad \forall i, k \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k = D^k ; \quad \forall k \quad (2.3)$$

Et sous les contraintes d'inégalités suivantes :

$$0 \leq u_i^k \leq \bar{u}_i ; \quad \forall i, k \quad (2.4)$$

$$\underline{x}_i \leq x_i^k \leq \bar{x}_i ; \quad \forall i, k \quad (2.5)$$

$$v_i^k \geq 0 \quad ; \quad \forall i, k \quad (2.6)$$

Il faut noter que le contenu initial de chaque réservoir  $i$  est connu au préalable, on écrit alors :

$$x_i^0 = b_i \quad (2.7)$$

$b_i$  : Valeur du contenu initial du réservoir  $i$ .

## 2.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté le principe d'une centrale hydroélectrique et le modèle mathématique du problème de la gestion de la production de l'énergie électrique d'un système hydroélectrique.

Le modèle de la fonction objective est une proposition originale, il permet de mieux valoriser l'eau en fonction de sa localisation dans tel ou tel réservoir du système et en fonction de la hauteur de chute. En fait, l'eau dans un réservoir amont est plus précieuse que l'eau dans le réservoir aval car l'eau turbinée dans la centrale du réservoir amont sera réutilisée dans toutes les centrales des réservoirs en aval. Ceci permettra une planification optimale de l'eau utilisée pour produire de l'énergie électrique.

D'autre part, le modèle global du problème tient compte aussi de la diminution du débit d'eau nécessaire pour produire une même puissance au fur et à mesure que la hauteur de la chute augmente.

De plus, ce modèle tient compte des stocks initiaux dans chaque réservoir, du temps que met l'eau pour passer d'un réservoir à l'autre et de la demande variable en énergie électrique qu'il faut satisfaire avec toutes les autres contraintes d'opération.

# SYSTÈME THERMIQUE

## 3.1 INTRODUCTION

Un système thermique destiné à la production de l'énergie électrique est composé soit de centrales thermiques classique ou nucléaires [3][21][40][42]. Dans une centrale thermique classique, appelée aussi centrale à flamme, l'énergie électrique est produite, à partir de l'énergie thermique de combustion d'un fossile (charbon, pétrole, gaz naturel, etc.), préalablement convertie en énergie mécanique par une turbine à vapeur. La plupart des grandes centrales modernes sont installées au voisinage des centres importants de consommation. On peut les utiliser comme centrales de base et/ou comme centrales de régularisation. Les centrales thermiques modernes utilisent des turbines à vapeurs, à haute pression et resurchauffée. Les puissances normalisées sont 250, 500 et 600 MW. Chaque turbine comporte ses auxiliaires propres et est capable de fonctionner en autonomie complète. Certaines centrales mobiles utilisent des turbines à gaz; elles sont généralement utilisées comme centrales d'appoint. Il faut noter que les centrales nucléaires sont également des centrales que l'on peut qualifier de thermiques.

La gestion d'un tel système de production d'énergie électrique est un objectif économique [21]. La gestion consiste à répartir la demande en énergie électrique entre toutes les centrales thermiques du système considéré de telle sorte à satisfaire la demande en énergie électrique et les capacités des centrales thermiques. Pour mieux gérer ce système, un modèle adéquat dans un contexte économique doit être développé spécialement en fonction de la configuration du système à gérer.

## 3.2 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Une centrale thermique [3][21][40][42] comprend une ou plusieurs unités thermiques. Chaque unité se compose principalement d'une chaudière ou d'un générateur de vapeur, d'une turbine et d'un turboalternateur comme il est montré à la figure (3-1). Le principe de fonctionnement d'une unité thermique se résume comme suit :

Le combustible, charbon, fioul ou gaz, est brûlé dans une chaudière. La chaleur dégagée transforme l'eau en vapeur. La turbine est alors alimentée de la chaudière par de la vapeur et la pression. La turbine à vapeur transforme l'énergie cinétique d'un flux de vapeur d'eau en énergie mécanique, entraînant le turboalternateur couplé à cette turbine qui génère ainsi l'électricité. La

vapeur redevient ensuite eau en traversant le condenseur, puis repart pour un nouveau cycle vers la chaudière.

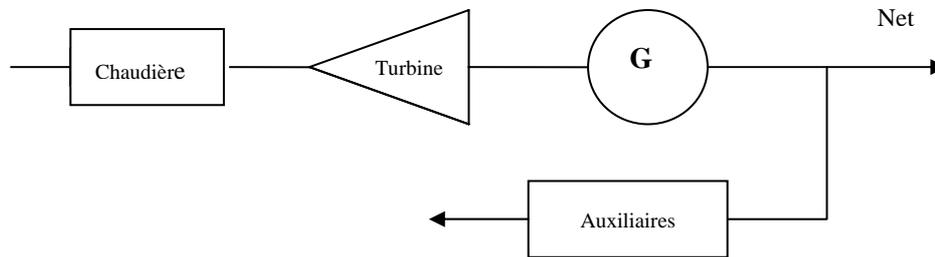


Fig. 3-1 : Unité thermique

### 3.3 CARACTÉRISTIQUE D'UNE UNITÉ THERMIQUE

Pour une étude dans un contexte économique, la caractéristique la plus importante des unités thermiques qui composent une centrale de production d'énergie électrique est la caractéristique entrée-sortie. L'entrée dans ce cas est le coût du combustible, la sortie est la puissance électrique active générée. Cette caractéristique est un modèle typique du rendement mais influencée par plusieurs facteurs. Parmi les facteurs qui influent sur les performances de l'unité thermique et sur le coût de production à la sortie de l'unité on peut citer [21,42] :

- Le rendement de la chaudière qui dépend principalement :
  - Des pertes de chaleur à travers la cheminée.
  - Des pertes de chaleur dans les cendres et les rejets.
  - De la puissance utilisée localement dans l'usine pour les besoins des auxiliaires.
- Le rendement du système turbine-turboalternateur qui dépend principalement :
  - Des pertes thermiques liées au cycle thermique de la turbine-turboalternateur.
  - De la diminution de l'efficacité de la turbine à cause des dépôts solides sur les ailettes et leurs érosions.
  - Des pertes par effet joule, pertes magnétiques, des pertes mécaniques etc.... dans le turboalternateur.
- Le stand-by ou le fonctionnement à vide de l'unité thermique qui est dicté par la gestion globale de la centrale électrique.

Un tel type de caractéristique idéal coût-production est représenté à la figure (3-2). La caractéristique réelle est déterminée par des mesures faites au niveau de la centrale thermique en considération.

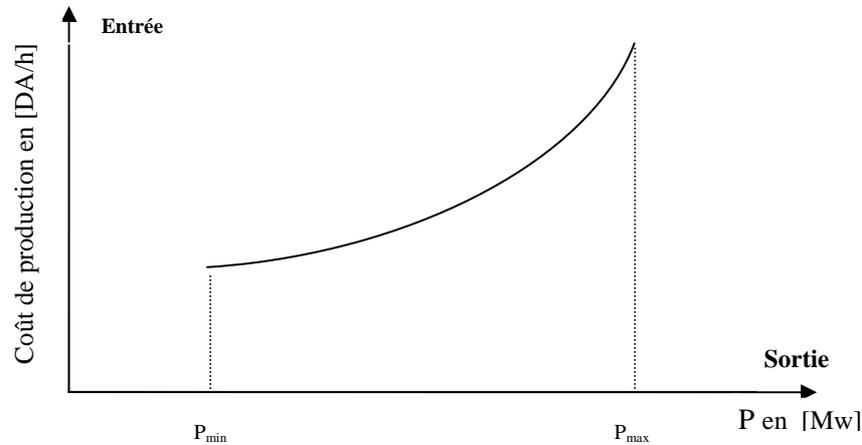


Fig. 3-2 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité thermique.

### 3.4 MODELISATION D'UNE CENTRALE THERMIQUE

Dans le but de déterminer la production électrique optimale de chaque centrale thermique qui compose le système dans le contexte économique, on utilise la caractéristique entrée-sortie ou coût-production, qu'on la représente habituellement par le polynôme du second ordre suivant [21,42] :

$$C_i = A_i + B_i P_i + C_i P_i^2$$

Où :

$C_i$  : Coût de production de la puissance électrique active  $P_i$  de l'unité  $i$  exprimée en DA/h.

$P_i$  : Puissance électrique produite par la centrale  $i$ , exprimée en MW.

$A_i, B_i, C_i$  : Ce sont des constantes positives déterminées indirectement à partir des mesures faites sur l'unité  $i$ , exprimée respectivement en DA/h, DA/MWh et DA/MW<sup>2</sup>h.

Le coût de production  $C_i$  dépend directement du coût du combustible et du rendement de l'unité thermique. Les paramètres  $A_i, B_i, C_i$  sont constants pour un coût donné du combustible. Ces paramètres sont sujets à des réajustements instantanés dans le cas où le prix du combustible varie et à des réajustements à long terme à cause de l'affaiblissement du rendement de l'unité thermique causé par le vieillissement des éléments de l'unité thermique. Le paramètre  $A_i$  tient compte des coûts de la main-d'œuvre, de l'approvisionnement et de la maintenance. Ces coûts sont considérés comme des coûts fixes.

La gestion d'une manière optimale d'un système de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques contribuera à l'économie d'argent, à la réduction de la pollution et à l'augmentation de la réserve en puissance du système.

### 3.5 FORMULATION DU PROBLÈME

Le problème de la gestion optimale d'un système de production d'énergie électrique qui se compose de centrales thermiques est un objectif économique. En effet, le but de la gestion optimale est de sélectionner d'une manière optimale la puissance à produire par chaque centrale électrique disponible du système de production de sorte que le coût de production soit minimal, de satisfaire la demande en énergie électrique y compris les pertes électriques de transport et de satisfaire toutes les contraintes d'opération du système, c'est-à-dire, la production optimale de chaque centrale doit être dans ses limites de capacité de production.

Le modèle mathématique approprié au problème de la gestion optimale d'un système de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques peut se formuler par la fonction objective et les contraintes d'opération suivantes selon le cas où on considère les pertes électriques de transport ou sans les considérer :

#### 3.5-1 Modèle sans considération des pertes de transport :

##### 3.5.1-1 Fonction objective :

L'objectif de la gestion optimale est de minimiser le coût total de la production de toutes les centrales thermiques qui composent le système considéré [21][42][63-68]. En termes mathématique cela s'écrit comme suit :

$$\min C_T \quad (3.1)$$

Où :

$C_T$  : Représente le coût total de la production de toutes les centrales thermiques du système considéré, exprimé en DA/h. Il est égal à :

$$C_T = \sum_1^{n_{th}} C_i(P_i) \quad (3.2)$$

Où :

$C_i(P_i)$  : Coût de production de la centrale thermiques  $i$  lorsqu'elle produit la puissance électrique  $P_i$ , exprimé en DA/h.

$n_{th}$  : Nombre de centrales thermiques qui composent le système.

### 3.5.1-2 Les contraintes d'opérations :

L'objectif doit être atteint tout en satisfaisant l'ensemble des contraintes actives d'opérations à savoir; l'équilibre production-consommation, limite de la capacité de production des centrales thermiques.

#### 3.5.1.2-1 Equilibre production-consommation :

La production de l'ensemble des centrales thermique qui composent le système doit satisfaire la puissance électrique demandée, en terme mathématique cette contrainte est représentée par l'expression suivante [21][42] :

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = D \quad (3.3)$$

Où :

$D$  : La puissance électrique demandée par les consommateurs connectés au système considéré, elle est exprimée en MW.

$P_i$  : Puissance électrique produite par la centrale thermique  $i$ , elle est exprimée en MW.

#### 3.5.1.2-2 Limites de capacité de production des centrales thermiques :

La production optimale affectée à chaque centrale thermique  $i$  doit être admissible, c'est-à-dire, qu'elle doit être dans les limites de capacité de la centrale thermiques, en terme mathématique cette condition est représentée par la contrainte d'inégalité suivante :

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (3.4)$$

Où :

$P_i^{\max}$  : Capacité de production maximale de la centrale thermique  $i$ , exprimée en MW.

$P_i^{\min}$  : Capacité de production minimale de la centrale thermiques  $i$ , exprimée en MW.

### 2.5-2 Modèle avec considération des pertes de transport :

En considérant les pertes actives causées par le transport de l'énergie électrique des centres de production vers les centres de consommation, cela se traduit par la nécessité de produire une puissance supplémentaire de sorte à satisfaire la condition d'équilibre production-consommation, qui s'écrit [21][42] :

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = D + P_L \quad (3.5)$$

Où :

$P_L$  : Ce terme représente les pertes actives totales dans le réseau de transport, exprimée en MW.

Dans le but de minimiser ces pertes, il est plus approprié de les présenter en fonction de la production de toutes les centrales thermique qui composent le système.

### 3.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté le principe d'une centrale thermique et le modèle mathématique du problème de la gestion de la production de l'énergie électrique d'un système composé de centrales thermiques. En premier lieu, le modèle proposé ne tient pas compte des pertes actives dans le réseau de transport, puis on l'a étendu pour qu'il puisse prendre en considération les pertes actives dans le réseau de transport.

# MÉTHODES DE RÉOLUTIONS

## 4.1 INTRODUCTION

Vu la différence dans la nature entre le modèle du système hydroélectrique et entre le modèle du système thermique, les méthodes de résolutions du problème de la gestion de ces systèmes sont aussi différentes. La méthode de résolution pour chaque système est présentée distinctement dans les sections suivantes.

## 4.2 SYSTÈME HYDROÉLECTRIQUE

L'objectif de la gestion optimale à court terme d'un système hydroélectrique est de choisir le débit d'eau à turbiner par chaque centrale hydroélectrique au cours de chaque période de l'horizon d'exploitation préalablement défini de sorte à maximiser le contenu des réservoirs à la période finale de l'horizon d'exploitation planifié, à satisfaire la demande en énergie électrique et toutes les autres contraintes d'opérations. Lors de la formulation mathématique du problème on doit prendre en considération aussi le couplage "hydraulique" entre les différents réservoirs du système. Le problème est écrit sous forme discrétisée ainsi que l'horizon d'exploitation planifié car en pratique les données disponibles sont ordinairement échantillonnées.

La résolution du problème de la gestion d'un système hydroélectrique est plus complexe que celle d'un système thermique à cause des caractéristiques complexes des unités de production hydroélectriques et spécialement lorsque la hauteur de chute est variable.

### 4.2-1 Réservoirs non couplés hydrauliquement

En terme mathématique, le problème de la gestion économique d'un système hydroélectrique, où ces réservoirs ne sont pas couplés hydrauliquement, se formule comme suit :

$$\max \sum_{i=1}^{n_{hyd}} E_p(x_i^{k_f}, h_i^{k_f}) \quad (4.1)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k - v_i^k ; \forall i, k \quad \text{avec } x_i^0 \text{ connue.} \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k = D^k ; \quad \forall k \quad (4.3)$$

$$0 \leq u_i^k \leq \bar{u}_i ; \quad \forall i, k \quad (4.4)$$

$$\underline{x}_i \leq x_i^k \leq \bar{x}_i \quad ; \quad \forall i, k \quad (4.5)$$

$$v_i^k \geq 0 \quad ; \quad \forall i, k \quad (4.6)$$

On définit le stockage des réservoirs  $x_i^k$  comme les variables d'état et le turbinage  $u_i^k$  comme les variables de contrôle. L'équation (4.2) représente l'équation d'état. Les équations (4.4) et (4.5) représentent les contraintes sur les variables de contrôle et d'état respectivement. Pour éviter les déversements inutiles, on force la variable de contrôle  $v_i^k$  à devenir nulle.

Le système en considération est exprimé sous la forme discrète car en pratique les données que l'on reçoit sont généralement échantillonnées dans le temps. Ces données concernent les apports d'eau naturels et la demande en puissance électrique.

L'horizon d'exploitation planifié court terme s'étale d'une semaine subdivisé en périodes d'une heure. Dans ce cas, la demande en énergie électrique et les apports d'eau naturels sont connus au préalable.

Le problème d'optimisation consiste à déterminer les variables de contrôle  $u_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  et  $k = 1, \dots, k_f$  qui maximise la fonction objective (4.1) qui représente l'énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans l'ensemble des réservoirs du système à la période finale  $k_f$  de l'horizon d'exploitation planifié, en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations (4.2)-(4.5). L'eau emmagasinée dans les réservoirs ne doit pas dépasser les capacités de stockage. Puisque cette condition peut être en conflit avec l'équation (4.5), elle sera alors introduite dans la fonction objective de sorte à garantir l'existence de la solution. Le dépassement de la capacité de stockage mène au déversement qu'il faut éviter.

Le principe du maximum sous la forme discrète convient adéquatement pour être appliqué au problème (4.1)-(4.5) [19][21][54-61]. La maximisation de la fonction objective est alors réalisée en introduisant la fonction Hamiltonienne  $H^k$ . Ceci est obtenu en associant une variable duale  $\lambda_i^k$  à l'équation dynamique (4.2) de chaque réservoir et l'adjoignant à la fonction objective (4.1), on obtient :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n_{hyd}} [\lambda_i^k (x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k)] \quad (4.7)$$

Pour satisfaire la balance entre la puissance électrique demandée et la puissance électrique produite, l'équation (4.3) est adjointe à la fonction Hamiltonienne  $H^k$  soit par un multiplicateur  $\beta^k$  ou par un terme de pénalisation  $T^k$ .

### 1. Cas du multiplicateur $\beta^k$ :

Si la contrainte (4.3) est adjointe à la fonction Hamiltonienne  $H^k$  par un multiplicateur  $\beta^k$ , on obtient :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n_{hyd}} [\lambda_i^k (x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k)] + \beta^k (\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k - D^k) \quad (4.8)$$

Le problème (4.1)-(4.5) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\max H^k \quad (4.9)$$

Sous les contraintes (4.4)-(4.5) et sous la contrainte suivante :

$$\lambda_i^{k-1} = \frac{\partial H^k}{\partial x_i^{k-1}} \quad (4.10)$$

La contrainte (4.10) est appelée équation de la variable adjointe.

Lorsque les contraintes (4.4) et (4.5) sont inactives, la trajectoire optimale du turbinage  $u_i^k$  est obtenue lorsque la condition d'optimalité suivante est satisfaite pour toutes les centrales hydroélectriques et à chaque période  $k$  :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, n_{hyd} \quad \text{et } k = 1, \dots, k_f \quad (4.11)$$

Dans le but de résoudre ces équations, on a besoin des conditions limites. Puisque au temps initial le contenu des réservoirs est connu, il s'ensuit que la première condition est :

$$x_i^0 = b_i \quad (4.12)$$

$b_i$  : Valeur du contenu initial du réservoir  $i$ .

La seconde condition limite est l'état final déterminé par la relation suivante :

$$\lambda_i^{k_f} = \frac{\partial E_p(x_i^{k_f})}{\partial x_i^{k_f}} \quad (4.13)$$

Les équations (4.12)-(4.13) forment les conditions de transversalité. Le système d'équations (4.9)-(4.13) est discret et non linéaire, découlant du principe maximum discret forme le problème aux deux conditions limites. Pour la résolution de ce système d'équations on a proposé d'utiliser une méthode itérative basée sur le principe du gradient.

En pratique, lors de la recherche de l'optimum, les contraintes d'inégalités (4.4) et (4.5) peuvent être souvent violées. Vu leurs natures différentes, en conséquence elles sont traitées différemment :

- Cas de la contrainte d'inégalité (4.4) :

Supposant que la variable de contrôle  $u_i^k$  qui satisfait la condition (4.11) viole la condition (4.4) autrement dit :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = 0 \quad \text{mais avec } u_i^k > \bar{u}_i \quad \text{ou } u_i^k < 0. \quad (4.14)$$

Pontryagin a démontré que la solution optimale dans ce cas est d'ajuster la valeur de contrôle en violation  $u_i^k$  à la borne la plus près [19]. Par le fait, on ajuste les variables de contrôles  $u_i^k$  qui sont en violation à la borne la plus près et on laisse les autres variables libres dans le but de satisfaire la contrainte d'équilibre (4.3). Puis on refait une nouvelle recherche de l'optimum mais qu'avec les variables libres tout en laissant les variables en violations fixées à leurs limites.

- Cas de la contrainte d'inégalités (4.5) :

Lorsque la contrainte d'inégalité (4.5) est active, c'est-à-dire, lorsque la variable  $x_i^k$  devient inférieure à la limite  $\underline{x}_i$  ou devient supérieure à la limite  $\bar{x}_i$ , la trajectoire de  $\lambda_i^k$  fait un saut d'une amplitude inconnue, ce qui présente une complexité de calcul. Pour cette raison, on est porté à remplacer cette contrainte par une fonction de pénalité appropriée qu'on ajoute au critère, qui pénalise toute violation de cette contrainte. Il est possible aussi de traiter ses violations en ajustant les variables de contrôles  $u_i^k$  jusqu'à ce que les variables d'états  $x_i^k$  violées se rapprochent de leurs limites admissibles. Les deux méthodes peuvent être développées respectivement comme suit :

#### a- Méthode de pénalité :

La méthode de pénalité choisie est la méthode du Lagrangien augmenté. De prime abord, la contrainte (4.5) est subdivisée en deux contraintes [54-60] et en remplaçant  $x_i^k$  par son expression de l'équation (4.2) on obtient les deux contraintes d'inégalités suivantes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k \leq \bar{x}_i \quad (4.15)$$

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k \geq \underline{x}_i \quad (4.16)$$

Après arrangement, les deux contraintes d'inégalités (4.14)- (4.16) s'écrivent respectivement :

$$x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k - \bar{x}_i \leq 0 \quad (4.17)$$

$$x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k - \underline{x}_i \geq 0 \quad (4.18)$$

Pour prendre en considération toute violation possible des deux contraintes d'inégalités (4.17) et (4.18) utilisant la méthode du Lagrangien augmenté [6][17][26][54-60][69], on

introduit respectivement  $R_i^k$  et  $Q_i^k$  des termes appropriés de pénalisation pour chaque contrainte séparément à la fonction Hamiltonienne (4.8) qui devient :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n_{hyd}} [\lambda_i^k (x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k)] + \beta^k (\sum P_i^k - D^k) + R_i^k + Q_i^k \quad (4.19)$$

Où :

$R_i^k$  : Fonction de pénalisation de la contrainte d'inégalité (4.17) du réservoir  $i$ .

$Q_i^k$  : Fonction de pénalisation de la contrainte d'inégalité (4.18) du réservoir  $i$ .

Les fonctions de pénalisation  $R_i^k$  et  $Q_i^k$  sont définis respectivement comme suit :

$$R_i^k = \rho_i^k \Psi_i^k + r(\Psi_i^k)^2 \quad (4.20)$$

$$Q_i^k = \sigma_i^k \psi_i^k + r(\psi_i^k)^2 \quad (4.21)$$

Où :

$r$  : Facteur de pénalisation positive.

$\rho_i^k, \sigma_i^k$  : Les multiplicateurs de Lagrange.

$\Psi_i^k, \psi_i^k$  : Les fonctions de pénalité.

Les fonctions de pénalité  $\Psi_i^k, \psi_i^k$  sont déterminées respectivement par les expressions suivantes :

$$\Psi_i^k = \max(x_i^k - \bar{x}_i, -\frac{\rho_i^k}{2r}) \quad (4.22)$$

$$\psi_i^k = \max(\underline{x}_i - x_i^k, -\frac{\sigma_i^k}{2r}) \quad (4.23)$$

Les multiplicateurs de Lagrange  $\rho_i^k$  et  $\sigma_i^k$  sont ajustés respectivement comme suit :

$$\rho_i^k = \rho_i^k + 2 \cdot r \cdot \max(x_i^k - \bar{x}_i, -\frac{\rho_i^k}{2r}) \quad (4.24)$$

$$\sigma_i^k = \sigma_i^k + 2 \cdot r \cdot \max(\underline{x}_i - x_i^k, -\frac{\sigma_i^k}{2r}) \quad (4.25)$$

Le problème équivalent qui doit être résolu s'écrit :

$$\max_{u_i^k} H^k \quad (4.26)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k ; \forall i, k \quad (4.27)$$

$$\lambda_i^{k-1} = \lambda_i^k + \beta^k \frac{\partial (\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k - D^k)}{\partial x_i^{k-1}} + \frac{\partial R_i^k}{\partial x_i^{k-1}} + \frac{\partial Q_i^k}{\partial x_i^{k-1}} \quad (4.28)$$

$$\lambda_i^{K_f} = \frac{\partial E_p(x_i^{K_f})}{\partial x_i^{K_f}} \quad (4.29)$$

L'équation d'optimalité qui doit être satisfaite par la variable de contrôle du problème (4.26)-(4.29) à la forme suivante :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = -\lambda_i^k + \beta^k \frac{\partial (\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k - D^k)}{\partial u_i^k} + \frac{\partial R_i^k}{\partial u_i^k} + \frac{\partial Q_i^k}{\partial u_i^k} \quad (4.30)$$

Un des cas suivants peut se produire :

- La variable de contrôle  $u_i^k$  appartient à l'intervalle  $0 \leq u_i^k \leq \bar{u}_i$ , alors :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = 0 \quad (4.31)$$

- La variable de contrôle  $u_i^k$  est égale à la limite supérieure  $\bar{u}_i$ , alors :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} \geq 0 \quad (4.32)$$

- La variable de contrôle  $u_i^k$  est égale à la limite inférieure  $\bar{u}_i$ , alors :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} \leq 0 \quad (4.33)$$

## 2. Cas du terme de pénalisation $T^k$ :

Si la contrainte (4.3) est adjointe à la fonction Hamiltonienne  $H^k$  par un terme de pénalisation  $T^k$ , on obtient :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n_{hyd}} [\lambda_i^k (x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k)] + T^k \quad (4.34)$$

Le problème équivalent au problème (4.1)-(4.5) tout en tenant compte des autres contraintes comme s'a été développé à la section précédente, s'écrit alors sous la forme suivante :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n_{hyd}} [\lambda_i^k (x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k)] + T^k + R_i^k + Q_i^k \quad (4.35)$$

Où :

$T^k$  : Fonction de pénalisation de la contrainte d'équilibre production-consommation (4.3).

La fonction de pénalisation  $T^k$  est défini comme suit :

$$T^k = \tau^k \delta^k + r(\delta^k)^2 \quad (4.36)$$

Où :

$r$  : Facteur de pénalisation de valeur positive.

$\tau^k$  : Le multiplicateur de Lagrange.

$\delta^k$  : La fonction de pénalité.

La fonction de pénalité  $\delta^k$  est déterminée par l'expression suivante :

$$\delta^k = \max\left(\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k - D^k, -\frac{\tau^k}{2r}\right) \quad (4.37)$$

Le multiplicateur de Lagrange  $\tau^k$  est ajusté comme suit :

$$\tau^k = \tau^k + 2 \cdot r \cdot \max\left(\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k - D^k, -\frac{\rho_i^k}{2r}\right) \quad (4.38)$$

Le problème équivalent qui doit être résolu s'écrit :

$$\max_{u_i^k} H^k \quad (4.39)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k ; \forall i, k \quad (4.40)$$

$$\lambda_i^{k-1} = \lambda_i^k + \frac{\partial T^k}{\partial x_i^{k-1}} + \frac{\partial R_i^k}{\partial x_i^{k-1}} + \frac{\partial Q_i^k}{\partial x_i^{k-1}} \quad (4.41)$$

$$\lambda_i^{K_f} = \frac{\partial E_p(x_i^{K_f})}{\partial x_i^{K_f}} \quad (4.42)$$

L'équation d'optimalité qui doit être satisfaite par la variable de contrôle du problème (4.39)-(4.42) a la forme suivante :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = -\lambda_i^k + \frac{\partial T^k}{\partial u_i^k} + \frac{\partial R_i^k}{\partial u_i^k} + \frac{\partial Q_i^k}{\partial u_i^k} \quad (4.43)$$

Un des cas suivants peut se produire :

- La variable de contrôle  $u_i^k$  appartient à l'intervalle  $0 \leq u_i^k \leq \bar{u}_i$ , alors :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = 0 \quad (4.44)$$

- La variable de contrôle  $u_i^k$  est égale à la limite supérieure  $\bar{u}_i$ , alors :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} \geq 0 \quad (4.45)$$

- La variable de contrôle  $u_i^k$  est égale à la limite inférieure  $\bar{u}_i$ , alors :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} \leq 0 \quad (4.46)$$

Pour résoudre le système d'équations (4.44), on utilise la méthode du gradient.

### b- Méthode approchée :

Dans le cas où des variables de la contrainte (4.5) sont violées, la méthode approchée est basée sur un ajustement approximatif des variables de contrôle  $u_i^k$  correspondantes jusqu'à ce que la violation soit évitée, tout en laissant les autres variables de contrôle libres dans le but de garder l'équilibre entre la demande et la production. Cet ajustement doit se faire tout en satisfaisant les conditions d'optimalité.

### 4.2-2 Réservoirs couplés hydrauliquement

Lorsque les réservoirs sont couplés hydrauliquement dans ce cas l'eau turbinée ou/et déversée du réservoir amont contribue dans les apports d'eau du réservoir aval. Et sachant que l'eau met du temps pour passer d'un réservoir à un autre. Ce temps dépend essentiellement de la distance qui sépare les réservoirs et de la pente du lit du cours d'eau.

En terme mathématique, le problème de la gestion économique d'un ensemble hydroélectrique dont les réservoirs sont couplés hydrauliquement, se formule comme suit [54-60] :

$$\max \sum_{i=1}^{n_{hyd}} \left( E_p(x_i^{k_f}) + \sum_{k=K}^{k_f} E_p(u_{mi}^k, v_{mi}^k) \right) \quad (4.47)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + a_i^k - u_i^k - v_i^k ; \forall i, k \quad \text{avec } x_i^0 \text{ connue.} \quad (4.48)$$

$$\sum_{i=1}^{n_{hyd}} P_i^k = D^k ; \quad \forall k \quad (4.49)$$

$$0 \leq u_i^k \leq \bar{u}_i ; \quad \forall i, k \quad (4.50)$$

$$\underline{x}_i \leq x_i^k \leq \bar{x}_i ; \quad \forall i, k \quad (4.51)$$

$$v_i^k \geq 0 ; \quad \forall i, k \quad (4.52)$$

En tenant compte du retard que met l'eau pour passer d'un réservoir à un autre [62], l'apport d'eau  $a_i^k$  est déterminé par la relation suivante :

$$a_i^k = \begin{cases} y_i^k & \text{si } i \leq e. \\ y_i^k + u_{mi}^{k-s_{mi}} + v_{mi}^{k-s_{mi}} & \text{autrement.} \end{cases} \quad (4.53)$$

Où :

$e$  : Les réservoirs amont extrêmes qui ne sont précédés par aucun réservoir.

Si on néglige le temps que met l'eau pour passer d'un réservoir à un autre, la relation (4.53) s'écrit :

$$a_i^k = \begin{cases} y_i^k & \text{si } i \leq e. \\ y_i^k + u_{mi}^k + v_{mi}^k & \text{autrement.} \end{cases} \quad (4.54)$$

Et la période  $K$  devient égale à  $k_f$ .

La méthode de résolution du problème (4.47)-(4.51) est entièrement identique à celle utilisée pour résoudre le problème (4.1)-(4.5).

### 4.2-3 Désagrégation de l'horizon d'exploitation planifié

Dans le but d'augmenter les performances de l'algorithme développé sur la base des méthodes de résolutions mentionnées ci-dessus, une alternative basée sur la désagrégation de l'horizon d'exploitation planifié est proposée [70-72]. La désagrégation consiste à subdiviser l'horizon d'exploitation planifié qui s'étend sur une semaine à des sous horizons d'exploitation qui s'étalent chacun sur une journée. La journée est subdivisée à son tour en périodes d'une heure.

L'objectif du modèle devient la minimisation de l'énergie potentielle totale emmagasinée dans l'ensemble des réservoirs à la fin de chaque journée au lieu de la fin de la semaine. L'état final de la première journée sera pris comme l'état initial de la journée suivante et ainsi de suite jusqu'à la dernière journée de l'horizon d'exploitation planifié. Le principe de la méthode de résolution est identique à ceux expliqués ci-dessus, le seul changement qui va se présenter sera au niveau des étapes de l'algorithme développé, c'est-à-dire, l'horizon global est divisé en sept périodes où chaque période est subdivisée en vingt-quatre heures. Les dimensions des variables de l'algorithme développé sont égales à 24 qui sont nettement réduites par rapport au cas non désagrégé qui sont égales à 168. Pour atteindre la solution finale l'algorithme ainsi développé doit répéter le procédé de calcul sept fois.

Les principaux avantages attendus de la désagrégation de l'horizon d'exploitation planifié concernent la stabilité de l'algorithme, l'espace mémoire et la vitesse de convergence.

## 4.3 SYSTÈME THERMIQUE

Le problème de la gestion optimale d'un système de production d'énergie électrique, composé de centrales thermiques est traité dans le contexte économique [13][21][42][66-67]. Lors de la spécification du problème, le modèle peut être représenté avec ou sans considération des pertes dues au transport dans le réseau électrique des puissances électriques générées.

L'objectif économique consiste à sélectionner la puissance à produire par chaque centrale du système de sorte que le coût de production de l'ensemble des centrales soit minimal, à satisfaire la demande en énergie électrique et en satisfaisant toutes les autres contraintes d'opérations du système. C'est-à-dire la production de chaque centrale doit être dans ses limites de capacité de production.

### 4.3-1 Système sans considération des pertes de transport

Le modèle approprié au problème de la gestion optimale d'un système de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques sans prendre en considération les pertes de transport dans le réseau électrique peut être décrit en terme mathématique par le système d'équations suivant [21][42][66-68][73]:

$$\min \sum_{i=1}^{n_{th}} C_i(P_i) \quad (4.55)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^n P_i = D \quad (4.56)$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (4.57)$$

Où la contrainte (4.57) est transformée au deux contraintes équivalentes suivantes :

$$P_i \leq P_i^{\max} \quad (4.58)$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \quad (4.59)$$

Le problème représenté par le système d'équations (4.55)-(4.57) peut être résolu en appliquant la méthode du Lagrangien augmenté [57-58]. Le procédé consiste à transformer le problème d'optimisation avec contraintes (4.55)-(4.57) à un problème d'optimisation sans contraintes et cela en adjoignant la contrainte d'égalité (4.56) à l'aide du terme de pénalisation  $Q$  et en adjoignant les contraintes d'inégalité (4.58) et (4.59) à la fonction objective (4.55) respectivement à l'aide des termes de pénalisation  $R$  et  $S$  [26][66-68]. Le problème (4.55)-(4.57) devient équivalent au problème suivant sans contraintes :

$$\min L_a \quad (4.60)$$

Où :

$L_a$  : Appelée la fonction lagrangienne augmentée définie par la relation suivante :

$$L_a = \sum_{i=1}^{n_h} C_i(P_i) + U + V + W \quad (4.61)$$

Où :

$U$  : Représente le terme de pénalisation de la contrainte d'égalité (4.56).

$V$  : Représente le terme de pénalisation de la borne supérieure de la contrainte d'inégalité (4.58).

$W$  : Représente le terme de pénalisation de la borne inférieure de la contrainte d'inégalité (4.58).

Le terme de pénalisation  $U$  qui tient compte des violations de la contrainte d'égalité (4.56) est déterminé en utilisant l'expression suivante :

$$U = \delta \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_h} P_i - D \right) + r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_h} P_i - D \right)^2 \quad (4.62)$$

Où :

$r$  : Facteur de pénalisation.

$\delta$  : Multiplicateur de Lagrange qui s'ajuste en utilisant l'expression suivante :

$$\delta = \delta + 2 \cdot r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_h} P_i - D \right) \quad (4.63)$$

Les termes de pénalisation  $V$  et  $W$  qui tiennent compte des violations des contraintes d'inégalités (4.58) et (4.59) sont déterminés respectivement par les expressions suivantes :

$$V_i = \sum_i \left( \mu_i \cdot \mathcal{G}_i + r \cdot (\mathcal{G}_i)^2 \right) \quad (4.64)$$

$$W_i = \sum_i \left( \rho_i \cdot \theta_i + r \cdot (\theta_i)^2 \right) \quad (4.65)$$

Où :

$\mu_i$  : Multiplicateur de Lagrange qui s'ajuste selon l'expression suivante :

$$\mu_i = \mu_i + 2 \cdot r \cdot \max\left(P_i - P_i^{\max}, \frac{-\mu_i}{2 \cdot r}\right) \quad (4.66)$$

$\rho_i$  : Multiplicateur de Lagrange qui s'ajuste selon l'expression suivante :

$$\rho_i = \rho_i + 2 \cdot r \cdot \max\left(-P_i + P_i^{\min}, \frac{-\rho_i}{2 \cdot r}\right) \quad (4.67)$$

$\mathcal{G}_i$  : est une fonction de pénalité qu'on détermine par l'expression suivante :

$$\mathcal{G}_i = \max\left(P_i - P_i^{\max}, \frac{-\mu_i}{2 \cdot r}\right) \quad (4.68)$$

$\theta_i$  : est une fonction de pénalité qu'on détermine par l'expression suivante :

$$\theta_i = \max(-P_i + P_i^{\min}, \frac{-P_i}{2 \cdot r}) \quad (4.69)$$

La production optimale  $P_i$  de chaque centrale thermique est obtenue lorsque les conditions d'optimalités suivantes sont satisfaites :

$$\frac{\partial L_a}{\partial P_i} = 0 ; \quad i = 1, \dots, n_{th} \quad (4.70)$$

Le système d'équations (4.70) peut être résolu directement ou en utilisant une méthode itérative. Le Lagrangien ainsi développé par la relation (4.61), permettra automatiquement à la solution optimale de l'équation (4.70) d'être admissible.

### 4.3-2 Système avec considération des pertes de transport

En réalité, à cause de l'impédance des lignes électriques de transport, des pertes en puissance électrique sont provoquées lors du transport de l'énergie électrique des sites de production jusqu'aux consommateurs. Ces pertes ne sont pas négligeables puisqu'elles représentent près de 10% de la puissance transmise totale. Il faut donc tenir compte de ces pertes lors de la modélisation du problème, tâche qui n'est pas facile. En effet la difficulté réside dans le développement d'une expression mathématique qui permet d'évaluer d'une manière précise les pertes dans les lignes du réseau de transport et qui doit être facile à introduite dans le modèle qui d'écrit le problème original.

Tenant compte des pertes de transport dans le réseau électrique, le modèle (4.55)-(4.57) devient [66-68] :

$$\min \sum_{i=1}^{n_{th}} C_i(P_i) \quad (4.71)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = D + P_L(P_i) \quad (4.72)$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (4.73)$$

Où :

$P_L(P_i)$ : Pertes actives dans le réseau électrique de transport. Dans le but de minimiser ces pertes et de tenir compte de leurs effets sur le coût de production totale, elles sont exprimées en

fonction de toutes les puissances électriques  $P_i$  produites par les centrales thermiques du système. Ces pertes sont exprimées en Mw.

La méthode de résolution du système d'équations (4.71)-(4.73) est identique à celle utilisée pour résoudre le système d'équations (4.55) -(4.57), mais où le terme de pénalisation  $U$  qui tient compte des contraintes d'égalités (4.72) est déterminé en utilisant les expressions suivantes :

$$U = \delta \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - D - P_L \right) + r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - D - P_L \right)^2 \quad (4.74)$$

Tandis que le multiplicateur de Lagrange correspondant est déterminé par la relation suivante :

$$\delta = \delta + 2 \cdot r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - D - P_L \right) \quad (4.75)$$

#### 4.4 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons développé les méthodes de résolution pour chaque modèle correspondant à chaque système de production d'énergie électrique.

Pour le système hydroélectrique, c'est la méthode du principe du maximum sous la forme discrète qui est choisie pour traiter le problème de gestion à court terme de ce type de système. La méthode du gradient est sélectionnée pour résoudre le système d'équations découlant de la méthode de base. Pour traiter le problème des contraintes d'inégalités, on a utilisé la méthode du Lagrangien augmenté puis la méthode approchée. Une comparaison entre les performances du Lagrangien augmenté et de la méthode approchée sera présentée au sixième chapitre.

Pour le système thermique, la méthode du Lagrangien augmenté est éprouvée pour traiter le problème de gestion de ce type de système. Deux versions de l'algorithme de base sont développées, dans l'une les pertes de transports sont négligées, dans l'autre, les pertes de transports sont prises en considération.

# APPLICATIONS SUR DES SYSTÈMES HYDROÉLECTRIQUES

## 5.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous présentons les versions d'algorithmes développés pour la résolution du problème de la gestion optimale des systèmes hydroélectriques. Les algorithmes sont exécutés en Fortran. En vue de tester l'efficacité des algorithmes développés et vérifier leurs performances, nous avons réalisé des applications sur deux systèmes hydroélectriques artificiels distincts. Le premier système est composé de quatre réservoirs en cascades avec 3 centrales électriques, montré à la figure (5.2). Le deuxième système est composé de dix réservoirs avec sept centrales électriques, ayant un couplage hydraulique mixte, montré à la figure (5.9). Les résultats d'applications sont présentés et interprétés.

## 5.2 ALGORITHMES

Les différentes structures de base des différentes versions d'algorithmes développés pour la résolution du problème de la gestion optimale des systèmes hydroélectriques sont les suivantes :

### Version 1 :

La version 1 de l'algorithme développé est considérée comme l'algorithme de référence, il comprend les étapes principales suivantes :

- Etape 1 : Fixer les paramètres  $\alpha$ ,  $r$  et initialiser les multiplicateurs  $\beta^k$  et  $\rho_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  et  $k = 1, \dots, k_f$ .
- Etape 2 : Sélectionner une trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  et  $k = 1, \dots, k_f$  tout en évitant les déversements et les assèchements.
- Etape 3 : Déterminer les états des réservoirs  $x_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  le long de l'horizon d'exploitation planifié  $k = 1, \dots, k_f$  à partir de l'équation (2.2), en utilisant les valeurs des états initiaux des réservoirs  $x_i^0$  et les valeurs de la trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  choisie ou calculée à l'étape précédente. Le calcul s'opère du réservoir amont vers le réservoir aval.
- Etape 4 : Déterminer la valeur des multiplicateurs  $\lambda_i^k$  en employant la trajectoire des états

$x_i^k$ , la trajectoire de contrôle  $u_i^k$  et les conditions limites (4.12) et (4.13).

- Etape 5 : Ajuster le multiplicateur  $\beta^k$  de sorte à garder toujours l'équilibre entre la production et la demande.
- Etape 6 : Calculer le gradient  $G_i^k$  à partir de l'équation (4.11) pour tous les  $i$  et pour tous les  $k$  en utilisant les valeurs connues de  $u_i^k, x_i^k, \lambda_i^k$  et la valeur du multiplicateur  $\beta^k$  ajustée à l'étape précédente.

- Etape 6 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en se servant de l'expression suivante [A3] :

$$\hat{u}_i^k = u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \quad (5.1)$$

Où  $\alpha$  est le pas préréglé d'avance.

- Etape 7 : Si toutes les variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  sont dans leurs limites aller vers l'étape 11, si non aller à l'étape 8.
- Etape 8 : Si quelques variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  qui vérifient la condition d'optimalité violent la contrainte d'inégalité (2.4), ces variables sont ajustées à la borne la plus proche, tandis que les variables admissibles sont gardées libres. Ensuite, on refait une nouvelle recherche de l'optimum mais qu'avec les variables libres. Les autres variables sont gardées fixées à leurs limites tout en ajustant une nouvelle fois le multiplicateur  $\beta^k$  en correspondance avec cette nouvelle situation de violation.
- Etape 9 : Calculer la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  de la même façon qu'à l'étape 6 pour tous les  $i$  et tous les  $k$ , mais en utilisant les nouvelles valeurs du multiplicateur  $\beta^k$  qui sont calculées à l'étape 8.
- Etape 10 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en utilisant la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  calculée à l'étape 9, en employant l'expression suivante :

$$\hat{u}_i^k = \text{Max} \left[ 0, \min \left\{ \bar{u}_i, u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \right\} \right] \quad (5.2)$$

- Etape 11 : Si  $\text{Max} \left[ \hat{u}_i^k, u_i^k \right]$  est supérieur à une tolérance préalablement fixée, on met  $u_i^k = \hat{u}_i^k$  et on recommence la procédure à partir de l'étape 3, sinon on passe à l'étape 12.
- Etape 12 : Vérifier si les variables d'états  $x_i^k$  sont dans les limites acceptables si oui on passe à l'étape 13, si non, on fait une mise à jour des multiplicateurs de Lagrange  $\rho_i^k$  et/ou  $\sigma_i^k$  et on retourne à l'étape 3.

- Etape 13 : Imprimer les résultats.

### Version 2 :

Cette version est identique à la version 1, seule la contrainte d'équilibre production-demande est traitée différemment, c'est-à-dire, en utilisant le Lagrangien augmenté. Cet algorithme comprend les étapes principales suivantes :

- Etape 1 : Fixer les paramètres  $\alpha$ ,  $r$  et initialiser les multiplicateurs  $\tau^k$ ,  $\sigma_i^k$  et  $\rho_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  et  $k = 1, \dots, k_f$ .
- Etape 2 : Sélectionner une trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n$  et  $k = 1, \dots, k_f$  tout en évitant les déversements et les assèchements.
- Etape 3 : Déterminer les états des réservoirs  $x_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  le long de l'horizon d'exploitation planifié  $k = 1, \dots, k_f$  à partir de l'équation (2.2), en utilisant les valeurs des états initiaux des réservoirs  $x_i^0$  et les valeurs de la trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  choisie ou calculée à l'étape précédente. Le calcul s'opère du réservoir amont vers le réservoir aval.
- Etape 4 : Déterminer la valeur des multiplicateurs  $\lambda_i^k$  en utilisant la trajectoire des états  $x_i^k$ , la trajectoire de contrôle  $u_i^k$  et les conditions limites (4.12) et (4.13).
- Etape 5 : Calculer le gradient  $G_i^k$  à partir de l'équation (4.11) pour tous les  $i$  et tous les  $k$  en utilisant les valeurs connues de  $u_i^k$ ,  $x_i^k$ ,  $\lambda_i^k$ .
- Etape 6 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en employant l'expression suivante [A3] :

$$\hat{u}_i^k = u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \quad (5.3)$$

Où  $\alpha$  est le pas pré-réglé d'avance.

- Etape 7 : Si toutes les variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  sont dans leurs limites aller vers l'étape 12, si non aller à l'étape 8.
- Etape 8 : Si quelques variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  qui vérifient la condition d'optimalité violent la contrainte d'inégalité (2.4), alors ces variables sont ajustées à la borne la plus proche tandis que les variables admissibles sont gardées libres. Ensuite, on refait une nouvelle recherche de l'optimum seulement avec les variables libres. Les autres variables sont gardées fixe dans leurs limites.

- Etape 9 : Mettre à jour le multiplicateur  $\tau^k$  selon le schéma (4.37).
- Etape 10 : Calculer la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  de la même façon qu'à l'étape 5 pour tous les  $i$  et tous les  $k$ .
- Etape 11 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en utilisant la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  calculée à l'étape 10, en employant l'expression suivante :

$$\hat{u}_i^k = \text{Max} \left[ 0, \min \left\{ \bar{u}_i, u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \right\} \right] \quad (5.4)$$

- Etape 12 : Si  $\text{Max} \left[ \hat{u}_i^k, u_i^k \right]$  est supérieur à une tolérance préalablement fixée, on met  $u_i^k = \hat{u}_i^k$  et on recommence la procédure à partir de l'étape 3, sinon on passe à l'étape 13.
- Etape 13 : Vérifier si les variables d'états  $x_i^k$  sont dans les limites acceptables. Si oui aller à l'étape 14, si non, mettre à jour les valeurs du multiplicateur de Lagrange  $\rho_i^k$  et/ou  $\sigma_i^k$  et retourner à l'étape 3.
- Etape 14 : Imprimer les résultats.

### Version 3 :

Dans cette version on utilise un procédé approché pour traiter le problème des violations des contraintes d'inégalités (2.5). L'algorithme développé comprend les étapes principales suivantes :

- Etape 1 : Fixer le pas  $\alpha$ , et initialiser les multiplicateurs  $\beta^k$  pour  $k = 1, \dots, k_f$ .
- Etape 2 : Sélectionner une trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n$  et  $k = 1, \dots, k_f$  tout en évitant les déversements et les assèchements.
- Etape 3 : Déterminer les états des réservoirs  $x_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  le long de l'horizon d'exploitation planifié  $k = 1, \dots, k_f$  à partir de l'équation (2.2), en utilisant les valeurs des états initiaux des réservoirs  $x_i^0$  et les valeurs de la trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  choisie ou calculée à l'étape précédente. Le calcul s'opère du réservoir amont vers le réservoir aval.
- Etape 4 : Déterminer la valeur des multiplicateurs  $\lambda_i^k$  en utilisant la trajectoire des états  $x_i^k$ , la trajectoire de contrôle  $u_i^k$  et les conditions limites (4.12) et (4.13).
- Etape 5 : Ajuster le multiplicateur  $\beta^k$  de sorte à garder toujours l'équilibre entre la

production et la demande.

- Etape 6 : Calculer le gradient  $G_i^k$  à partir de l'équation (4.11) pour tous les  $i$  et tous les  $k$  en utilisant les valeurs connues de  $u_i^k, x_i^k, \lambda_i^k$  et la valeur du multiplicateur  $\beta^k$  ajustée à l'étape précédente.

- Etape 6 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en employant l'expression suivante [A3] :

$$\hat{u}_i^k = u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \quad (5.5)$$

Où  $\alpha$  est le pas préréglé d'avance.

- Etape 7 : Si toutes les variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  sont dans leurs limites aller vers l'étape 11, si non aller à l'étape 8.

- Etape 8 : Si quelques variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  qui vérifient la condition d'optimalité violent la contrainte d'inégalité (2.4), alors ces variables sont ajustées à la borne la plus proche, tandis que les variables admissibles sont gardées libres. Ensuite, on refait une nouvelle recherche de l'optimum seulement avec les variables libres. Les autres variables sont gardées fixe dans leurs limites tout en ajustant une nouvelle fois le multiplicateur  $\beta^k$  en correspondance avec cette nouvelle situation de violation.

- Etape 9 : Calculer la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  de la même façon qu'à l'étape 6 pour tous les  $i$  et tous les  $k$ , mais en se servant des nouvelles valeurs du multiplicateur  $\beta^k$  qui sont calculées à l'étape 8.

- Etape 10 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en utilisant la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  calculée à l'étape 9, en employant l'expression suivante :

$$\hat{u}_i^k = \text{Max} \left[ 0, \min \left\{ \bar{u}_i, u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \right\} \right] \quad (5.6)$$

- Etape 11 : Si  $\text{Max} \left[ \hat{u}_i^k, u_i^k \right]$  est supérieur à une tolérance préalablement fixée, on met

$u_i^k = \hat{u}_i^k$  et on recommence la procédure à partir de l'étape 3, sinon on passe à l'étape 12.

- Etape 12 : Vérifier si les variables d'états  $x_i^k$  sont dans les limites acceptables. Si oui aller à l'étape 13. si non, on ajuste les variables de contrôle  $u_i^k$  correspondantes aux variables d'états violées à partir de la première violation qui se produit à la période  $k_v$ . L'ajustement se fait pour  $k = 1, \dots, k_v$  comme suit :

- $\hat{u}_i^k = u_i^k + \Delta u$  s'il y a une violation de la borne supérieure  $\bar{x}_i$ .

- $\hat{u}_i^k = u_i^k - \Delta u$  s'il y a une violation de la borne inférieure  $\underline{x}_i$

Où  $\Delta u$  est une valeur positive sélectionnée intuitivement.

Et retourner à l'étape 3.

- Etape 13 : Imprimer les résultats.

#### Version 4 :

Dans le but d'améliorer les performances de l'algorithme version 1, l'horizon d'exploitation planifié de court terme qui s'étend sur une semaine est subdivisé en sept périodes au lieu de 168 périodes comme il est fait dans la version 1 [65], où chacune de ces sept périodes est équivalente à une journée. La journée est subdivisée en heures. L'algorithme ainsi développé comprend les étapes principales suivantes :

- Etape 1 : Initialisation de la période (1<sup>er</sup> jour)  $j = 1$
- Etape 2 : Fixer les paramètres  $\alpha$ ,  $r$  et initialiser les multiplicateurs  $\beta^k$  et  $\rho_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  et  $k = 1, \dots, k_f$ .
- Etape 3 : Sélectionner une trajectoire initiale admissible de contrôle  $u_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  et  $k = 1, \dots, k_f$  tout en évitant les déversements et les assèchements.
- Etape 4 : Déterminer les états des réservoirs  $x_i^k$  pour  $i = 1, \dots, n_{hyd}$  le long de l'horizon d'exploitation planifié  $k = 1, \dots, k_f$  à partir de l'équation (2.2), en utilisant les valeurs des états initiaux des réservoirs  $x_i^0$  connues et les valeurs de la trajectoire admissible de contrôle  $u_i^k$  choisie ou calculée à l'étape précédente. Le calcul s'opère du réservoir amont vers le réservoir aval.
- Etape 5 : Déterminer  $\lambda_i^k$  utilisant la trajectoire des états  $x_i^k$ , la trajectoire de contrôle  $u_i^k$  et les conditions limites (4.12),
- Etape 6 : Ajuster le multiplicateur  $\beta^k$  de sorte à garder toujours l'équilibre entre la production et la demande.
- Etape 7 : Calculer le gradient  $G_i^k$  à partir de l'équation (4.10) pour tous les  $i$  et tous les  $k$  en utilisant les valeurs connues de  $u_i^k$ ,  $x_i^k$ ,  $\lambda_i^k$  et la valeur du multiplicateur  $\beta^k$  ajustée à l'étape précédente.
- Etape 8 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en se servant de l'expression suivante [A3] :

$$\hat{u}_i^k = u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \quad (5.7)$$

Où  $\alpha$  est le pas d'avance préréglé.

- Etape 9 : Si toutes les variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  sont dans leurs limites aller vers l'étape 12, si non aller à l'étape 8.
- Etape 10 : Si quelques variables de contrôle  $\hat{u}_i^k$  qui vérifient la condition d'optimalité violent la contrainte d'inégalité (2.4), alors ces variables sont ajustées à la borne la plus proche, tandis que les variables admissibles sont gardées libres. Ensuite, on refait une nouvelle recherche de l'optimum seulement avec les variables libres. Les autres variables sont gardées fixe dans leurs limites tout en ajustant une nouvelle fois le multiplicateur  $\beta^k$  en correspondance avec cette nouvelle situation de violation.
- Etape 11 : Calculer la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  de la même façon qu'à l'étape 8 pour tous les  $i$  et tous les  $k$ , mais en utilisant les nouvelles valeurs du multiplicateur  $\beta^k$  qui sont calculées à l'étape 9.
- Etape 12 : Calculer la nouvelle trajectoire  $\hat{u}_i^k$  en utilisant la nouvelle valeur du gradient  $G_i^k$  calculée à l'étape 11, en employant l'expression suivante :

$$\hat{u}_i^k = \text{Max} \left[ 0, \min \left\{ \bar{u}_i, u_i^k + \alpha \cdot G_i^k \right\} \right] \quad (5.8)$$

- Etape 13 : Si  $\text{Max} \left[ \hat{u}_i^k, u_i^k \right]$  est supérieur à une tolérance fixée à priori, on pose  $u_i^k = \hat{u}_i^k$  et on recommence la procédure à partir de l'étape 3, sinon on passe à l'étape 14.
- Etape 14 : Vérifier si les variables d'états sont dans les limites acceptables. Si oui aller vers l'étape 15, si non, mettre à jour les valeurs du multiplicateur de Lagrange  $\rho_i^k$  et/ou  $\sigma_i^k$  et retourner à l'étape 4.
- Etape 15 : Vérifier si le calcul est effectué pour toutes les périodes (les journées). Si oui aller vers l'étape 16, si non mettre à jour la période  $j = j + 1$  et retourner vers l'étape 2.
- Etape 16 : Imprimer les résultats.

### 5.3 TESTS ET RÉSULTATS

En vue de valider les performances et l'efficacité des algorithmes développés ci-dessus, nous les avons testés sur deux systèmes distincts de production d'énergie électrique qui sont composés de centrales hydroélectriques. Le premier système se compose de quatre réservoirs en cascade et de trois centrales électriques comme montré à la figure (5.2) [5]. Leurs hauteurs de

chute sont variables. Le deuxième système se compose de dix réservoirs à hauteur de chute fixe et sept centrales électriques. Le couplage hydraulique des réservoirs de ce système est mixte comme il est montré à la figure (5.9).

Pour le problème de type déterministe qui est l'objectif de notre étude, l'horizon d'exploitation planifié s'étale sur une semaine subdivisée en périodes d'une heure.

La demande périodique hebdomadaire en puissance électrique est connue au préalable pour chaque heure [5], elle est montrée à la figure (5.1). Cette demande est supposée la même pour les deux systèmes.

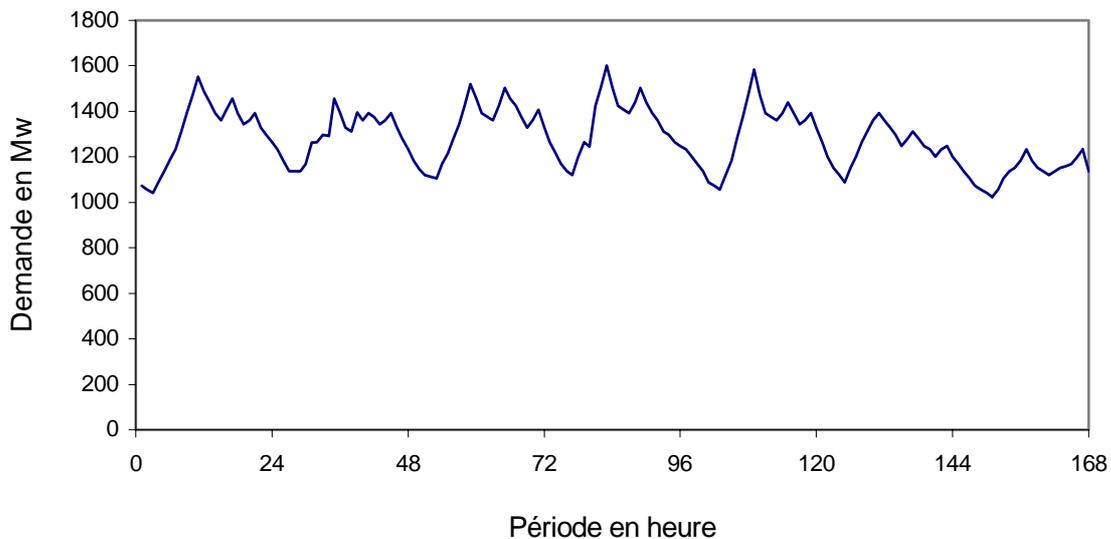


Figure 5.1 : profil de la demande.

### 5.3-1 Système 1

#### 5.3.1-1 Caractéristiques du système 1

La configuration du premier système de production-consommation est représentée à la figure (5.1) [5]. Les quatre réservoirs sont en cascades, les trois centrales hydroélectriques sont liées au même réseau de transport de l'énergie électrique. Les versions 1 et 3 sont testées sur ce système.

La production de la puissance électrique de chaque centrale hydroélectrique de ce système est déterminée par l'expression suivante [5] :

$$P_i^k = c_i \cdot u_i^k \cdot h_i^k \quad (5.9)$$

$C_i$  : Constante positive qui caractérise la centrale hydroélectrique  $i$ .

$h_i^k$  : La hauteur de chute effective du réservoir  $i$  à la période  $k$ . Cette hauteur de chute dépend du contenu du réservoir  $i$  à la période  $k-1$  et de sa configuration géométrique. Pour ce type de système considéré, la hauteur de chute effective de chaque centrale hydroélectrique est déterminée par l'expression suivante [5] :

$$h_i^k(x_i^{k-1}) = h_i' + (h_i'' - h_i')[1 - \exp(-\kappa_i x_i^{k-1})] \quad (5.10)$$

Où :

$h_i', h_i'', \kappa_i$  : Sont des constantes positives qui caractérisent la hauteur de chute effective du réservoir  $i$ . Elles dépendent de la forme géométrique du réservoir  $i$ . Les valeurs de ces constantes pour chaque réservoir sont indiquées au tableau (5-1).

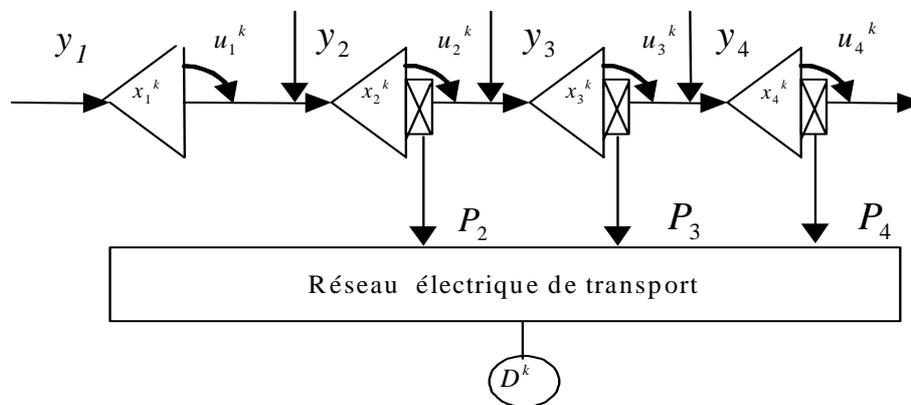


Figure 5.2 : Système de production-consommation.

L'ensemble des caractéristiques des réservoirs qui composent le système considéré est présenté au tableau (5-1). Le temps que met l'eau pour passer d'un réservoir à un autre est aussi mentionné.

Tableau 5-1 : Caractéristiques des réservoirs du système 1.

$i$	$\bar{x}_i$ [Mm <sup>3</sup> ]	$\bar{u}_i$ [Mm <sup>3</sup> /h]	$C_i$	$S_{i,i+1}$ [h]	$h_i'$ [m]	$h_i''$ [m]	$\alpha_i$
1	550	0	0	3	0	0	0
2	145	1,969	2,4525	2	194	195	0,2473
3	5,1	2,138	2,4525	5	88	88,01	0,8627
4	424	4,248	2,4525	---	174,4	199	0,0074

Où :

$S_{i,i+1}$  : Le temps que met l'eau pour passer du réservoir  $i$  au réservoir  $i+1$ .

Dans le cadre déterministe, les apports d'eau naturels  $y_i^k$  sont supposés connus le long de l'horizon d'exploitation planifié. Leurs valeurs sont données au tableau (5-2) ainsi que le contenu initial  $x_i^0$  de chaque réservoir.

Tableau 5-2 : Apport d'eau naturel aux réservoirs et leurs contenus initiaux.

$i$	1	2	3	4
$y_i^k$ [Mm <sup>3</sup> /h]	0,6228	0,2304	0,2196	0,9576
$x_i^0$ [Mm <sup>3</sup> ]	225	18	2,5	212

### 5.3.1-2 Résultats et interprétations

#### 5.3.1.2-1 Algorithme version 1

Avec l'algorithme version 1, la solution optimale est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations après un nombre d'itérations très modéré par rapport à celui obtenu par A. Turgeon [5] pour le même système et pour les mêmes conditions, et cela malgré la complexité du système d'équations utilisé. Ce nombre d'itérations peut être encore réduit en utilisant un pas optimal en relation avec la méthode du gradient utilisée dans notre algorithme et en ajustant adéquatement la valeur du facteur de pénalité  $r$  en relation avec la méthode du Lagrangien augmenté. L'augmentation du facteur  $r$  permet de sortir plus rapidement de la zone violée. Ceci conduit à la diminution du nombre d'itérations nécessaire pour aboutir à la convergence comme il est indiqué au tableau (5-3) et à accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme.

Tableau 5-3 : Influence du facteur  $r$  sur le nombre d'itérations.

Facteur de pénalisation $r$	1	5	10
Nombre d'itérations	100	88	81

Le programme de turbinage optimal pour chaque centrale hydroélectrique est montré à la figure (5.3). On constate que l'allure de la courbe de turbinage optimal est identique à celle de la demande, car d'une part la production est proportionnelle au turbinage et d'autre part, la

production de l'ensemble des centrales hydroélectriques du système doit être égale à la demande  $D^k$ .

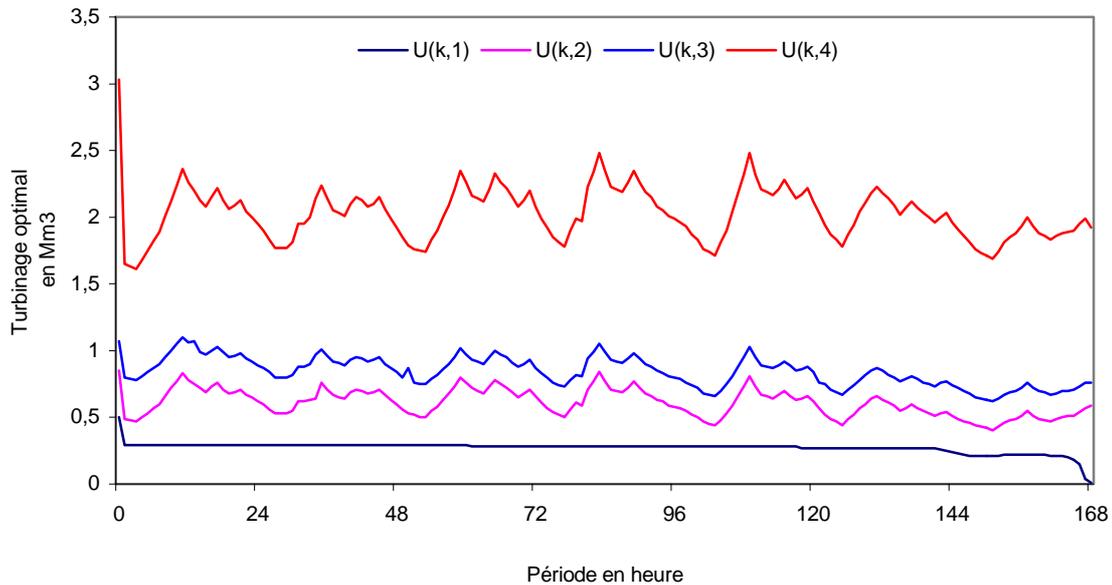


Figure 5.3 : programme du turbinage optimal.

De plus, de la figure (5.3) on observe que le turbinage du réservoir aval de la vallée est plus élevé que celui du réservoir amont, cela est dû au fait que l'eau contenu dans le réservoir amont est plus précieuse, c'est-à-dire, que l'eau contenu dans le réservoir amont sera réutilisée dans tous les réservoirs qui sont en aval. En fait, dans le contexte économique, il est plus bénéfique de préserver l'eau dans les réservoirs amont de la vallée que de la préserver dans les réservoirs aval. Ceci aura pour effet le remplissage des réservoirs amont par rapport aux réservoirs aval qui se vident comme on peut le constater de la figure (5.4) qui représente l'évolution du stockage au cours des heures de la semaine.

En se référant à la figure (5.4), on constate que le réservoir 1 se remplit continuellement, tandis que les réservoirs 3 et 4 se vident. Ceci est en concordance avec nos prévisions qui se basent sur le principe que l'eau du réservoir amont est plus précieuse que celle du réservoir aval. En effet, le réservoir 1 est un réservoir amont situé à l'extrémité de la vallée. Tandis que les réservoirs 3 et 4 se trouvent à la fin de la vallée.

Pour le réservoir 2, on constate qu'il se vide continuellement ce qui est contraire à nos prévisions théoriques. Ceci est dû au fait que le réservoir 3 est un réservoir de petite capacité de stockage qui se vide très rapidement. Pour éviter son assèchement à cause du turbinage qui est plus élevé que l'apport d'eau naturel, le turbinage au niveau du réservoir 2 en amont doit être plus élevé de sorte à éviter les assèchements du réservoir 3.

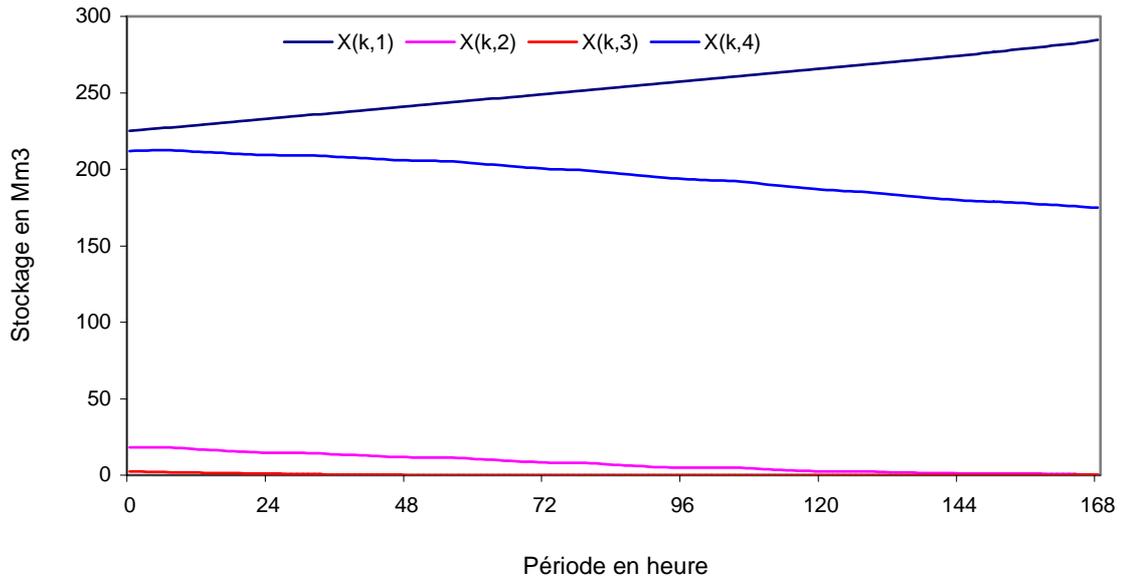


Figure 5.4 : Profil du stockage optimal.

La gestion optimale des réservoirs du système a permis aussi d’avoir un contenu final total de tous les réservoirs plus élevé que le contenu initial total comme il est indiqué au tableau (5-4).

L’autre avantage de la programmation optimale de turbinage est d’avoir satisfait la demande en énergie électrique à tout moment et sans aucun déversement inutile.

Tableau 5-4 : Comparaison entre le contenu initial et final des réservoirs du système 1.

N° du réservoir	1	2	3	4	Total
Contenu initial [Mm <sup>3</sup> ]	225	18	2,5	212	<b>457,5</b>
Contenu final [Mm <sup>3</sup> ]	283	0,3	0,2	180	<b>463,5</b>
Différence [Mm <sup>3</sup> ]	+58	-17,7	-2,3	-32	<b>+6,0</b>

L’évolution de la fonction objective au cours du processus de recherche de l’optimum est montrée à la figure (5.5). On constate d’une part que le processus de recherche de l’optimum se fait sans oscillation et d’autre part, on constate que la recherche de l’optimum est très rapide au début, mais elle devient lente en se rapprochant de la solution optimale par le fait de la méthode du gradient utilisée.

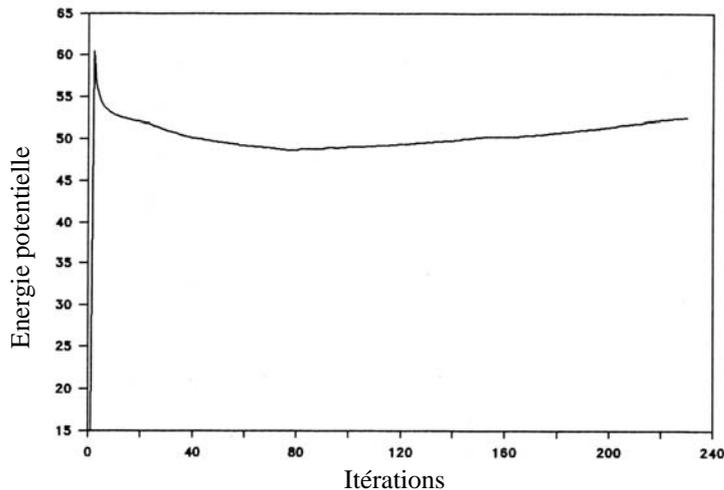


Figure 5.5 : Evolution de la fonction objectif

### 5.3.1.2-2 Algorithme version 3

En utilisant l'algorithme version 3, la solution optimale est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations après un nombre d'itérations plus élevé par rapport à celui obtenu avec l'algorithme version 1 pour le même système et pour les mêmes conditions. De plus l'algorithme version 3 peut diverger plus facilement par rapport à l'algorithme version 1. Mais en contre partie, l'algorithme 3 se caractérise par un temps d'exécution par itération plus court et un espace mémoire réduit par rapport à l'algorithme version 1. Cela est dû au fait que le système d'équations découlant du modèle du problème est de dimensions réduites lorsque les contraintes d'inégalité sont traitées par la méthode approchée alors qu'il est de dimensions plus grandes lorsque la méthode du Lagrangien Augmenté est utilisée.

Le programme de turbinage optimal pour chaque centrale hydroélectrique durant l'horizon planifié est montré à la figure (5.6).

Le programme optimal de turbinage entraîne une évolution dans le stockage des réservoirs comme montrée à la figure (5.7).

Le programme optimal des réservoirs du système 1 obtenu avec l'algorithme version 3a permis aussi d'avoir un contenu final total de tous les réservoirs plus élevé que le contenu initial total comme il est illustré au tableau (5-5).

L'évolution de la fonction objective au cours du processus de recherche de l'optimum est montrée à la figure (5.8). On constate d'une part que le processus de recherche de l'optimum se fait sans oscillation et d'autre part, on constate que la recherche de l'optimum est très rapide au début, mais elle devient très lente en se rapprochant de la solution optimale du fait de la méthode du gradient utilisée.

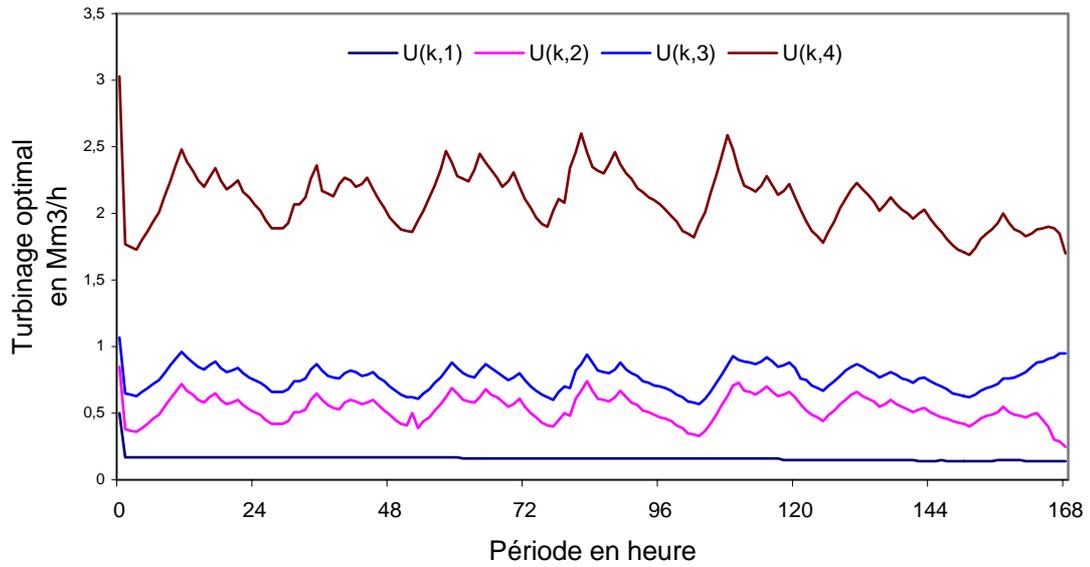


Figure 5.6 : Programme du turbinage optimal.

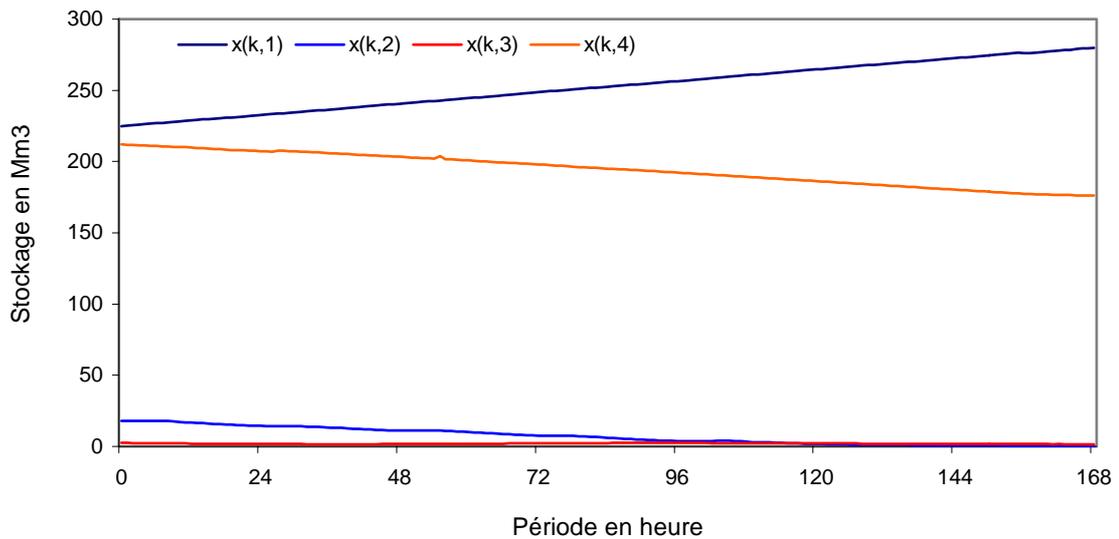


Figure 5.7 : Profil du stockage optimal.

Tableau 5-5 : Comparaison entre le contenu initial et final des réservoirs du système 1.

N° du réservoir	1	2	3	4	Total
Contenu initial [Mm <sup>3</sup> ]	225	18	2,5	212	<b>457,5</b>
Contenu final [Mm <sup>3</sup> ]	281,97	0,03	1,83	179,64	<b>463,47</b>
Différence [Mm <sup>3</sup> ]	+56,97	-17,97	-0,67	-32,36	<b>5,97</b>

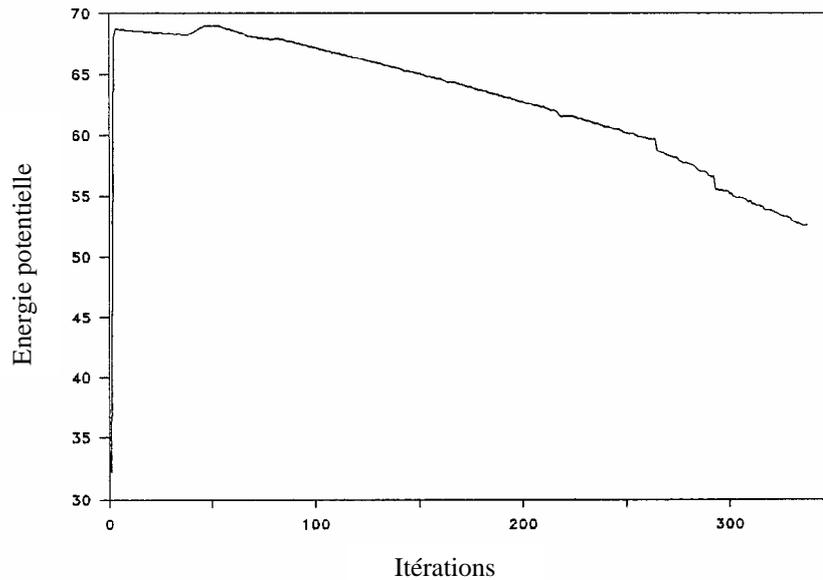


Figure 5.8 : Evolution de la fonction objective

En comparant les résultats obtenus avec l'algorithme version 3 avec ceux obtenus avec l'algorithme version 1, on constate qu'ils sont presque identiques en ce qui concerne le programme du turbinage et l'évolution du stockage des réservoirs car la recherche de l'optimum se fait avec la même méthode.

Mais en ce qui concerne l'évolution de la fonction objective, les résultats sont totalement différents car le traitement des contraintes se fait différemment dans les deux versions. L'algorithme version 3 est plus long comme on peut le constater de l'évolution de la fonction objective illustrée respectivement dans les figures (5.5) et (5.8). En effet, le nombre d'itération nécessaire pour atteindre la solution est plus élevé que celui de l'algorithme version 1. Cela est dû au fait que le traitement des contraintes d'inégalités se fait en choisissant un pas de pénalisation constant contrairement à la version 1, où les contraintes d'inégalités sont traitées par la méthode du Lagrangien augmenté. Notons que la recherche de l'optimum avec l'algorithme version 3 peut diverger plus facilement si le pas de pénalisation est mal conditionné au départ.

## 5.3-2 Système 2

### 5.3.2-1 Caractéristiques du système

La configuration du deuxième système de production-consommation est représentée à la figure (6.9). Les réservoirs 1, 2 et 3 ne disposent pas d'unités de production de l'énergie électrique. Les sept centrales électriques 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10 sont liées au même réseau de transport de l'énergie électrique [64 - 66].

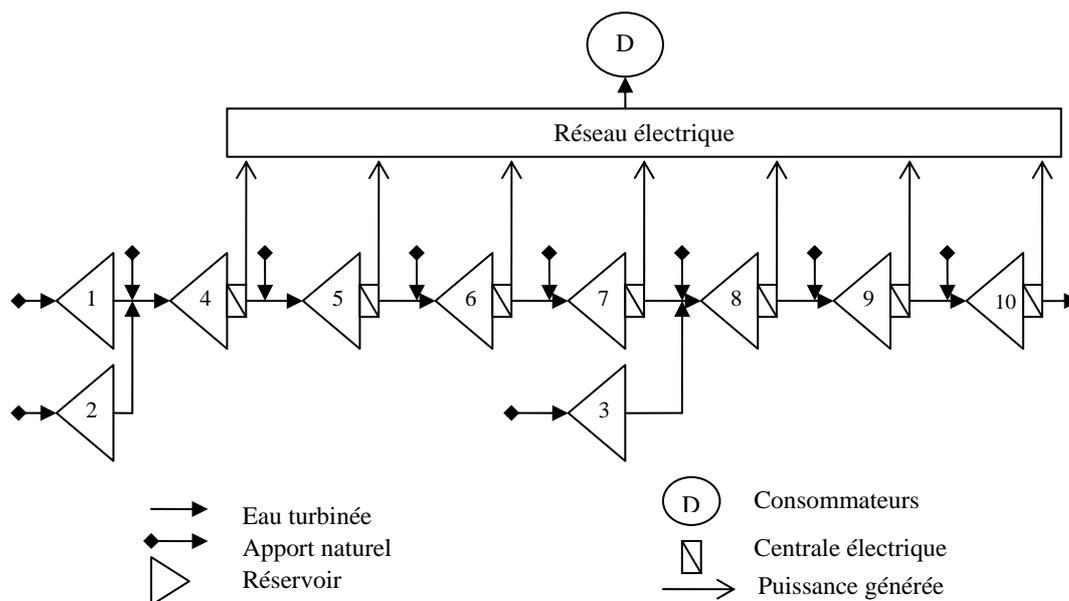


Figure 5.9 : Système de production-consommation.

La production de la puissance électrique des centrales hydroélectriques de ce système est déterminée par l'expression suivante :

$$P_i^k = u_i^k \cdot h_i \tag{5.11}$$

$h_i$  : La hauteur de chute effective du réservoir  $i$  qui est constante.

L'ensemble des caractéristiques des réservoirs du système 2 est présenté au tableau (5-5) suivant :

Tableau 5-5 : Caractéristiques des réservoirs du système 2.

Réservoir	$\bar{x}_i$ [Mm <sup>3</sup> ]	$\bar{u}_i$ [M.m <sup>3</sup> /h]	$h_i$ [m]	$S_{mi}$ [h]
1	8777,2	1,1232	0,00	55
2	986,4	0,5272	0,00	70
3	998,0	0,5054	0,00	42
4	504,9	2,5531	66,61	5
5	8,5	2,4181	114,1	7
6	4,2	2,5650	92,41	2
7	4,8	2,5240	83,28	22
8	26,9	2,7648	55,72	3
9	4,54	3,0476	107,66	2
10	3,4	3,4686	40,81	0

Où :

$S_{mi}$  : Le temps que met l'eau pour passer du réservoir  $m$  au réservoir  $i$ .

Dans le cadre déterministe les apports d'eau naturels  $y_i^k$  sont supposés connus le long de l'horizon d'exploitation planifié. Leurs valeurs sont données au tableau (5-6), ainsi que le contenu initial  $x_i^0$  de chaque réservoir.

Tableau 5-6 : Les apports naturels d'eau aux réservoirs et leurs contenus initiaux.

$i$	$x_i^0$ [Mm <sup>3</sup> ]	$y_i^k$ [M.m <sup>3</sup> /h]
1	4386,6	0,1476
2	493,18	0,5272
3	499,0	0,5054
4	252,5	0,5531
5	4,25	0,4181
6	2,1	0,5650
7	2,4	0,5240
8	13,45	0,7648
9	2,27	0,0476
10	1,7	0,4686

### 5.3.2-2 Résultats et interprétations

#### 5.3.2.2-1 Algorithme version 1

Avec l'algorithme version 1, la solution optimale est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations après un nombre d'itérations très modéré. En effet, le programme de turbinage optimal pour chaque centrale hydroélectrique est montré à la figure (5.10). Ce programme entraîne une évolution dans le stockage des réservoirs au cours des heures de la semaine comme la montre la figure (5.11).

Dans le but de faire une comparaison entre les résultats de gestion des deux algorithmes version 1 et 4, le contenu final de chaque réservoir est montré au tableau (5-7), le bilan entrée-sortie du système est montré au tableau (5-8) et l'énergie potentielle totale emmagasinée dans l'ensemble des réservoirs en fin de l'horizon d'exploitation planifié est montrée au tableau (5-9).

On constate à partir du programme de turbinage optimal de la figure (5.10) que seules les allures des courbes de turbinage des réservoirs 1-3 ne sont pas identiques à celle de la demande, car ses réservoirs ne disposent pas d'unités de production de la puissance électrique. Tandis que les allures des courbes de turbinage des réservoirs 4-10 sont identiques à celle de la demande, car d'une part la production est proportionnelle au turbinage et d'autre part, la production de l'ensemble des centrales hydroélectriques du système doit être égale à la demande  $D^k$ . Ce programme de turbinage optimal entraîne une évolution dans le stockage des réservoirs comme montrée à la figure (5.11).

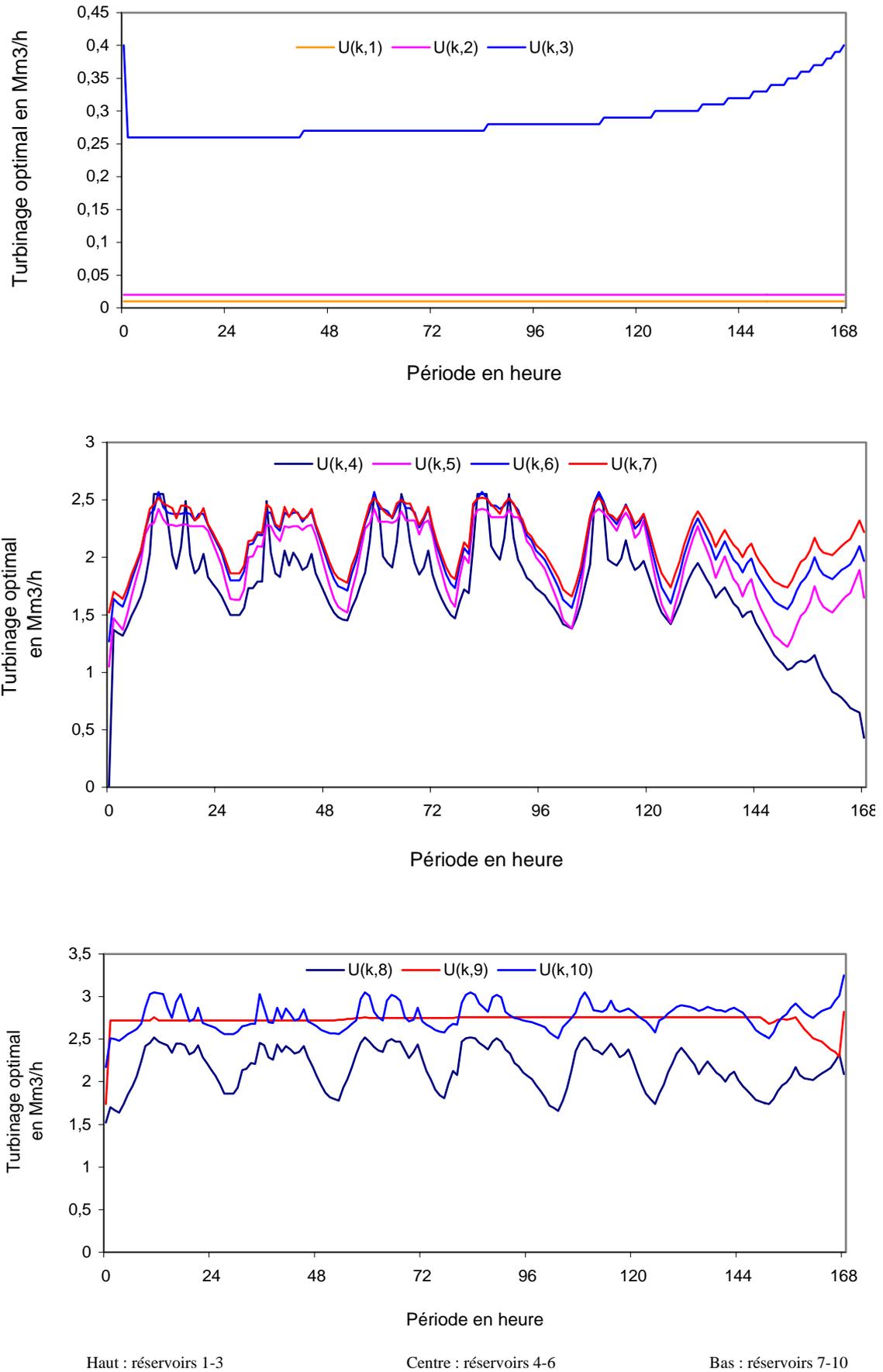
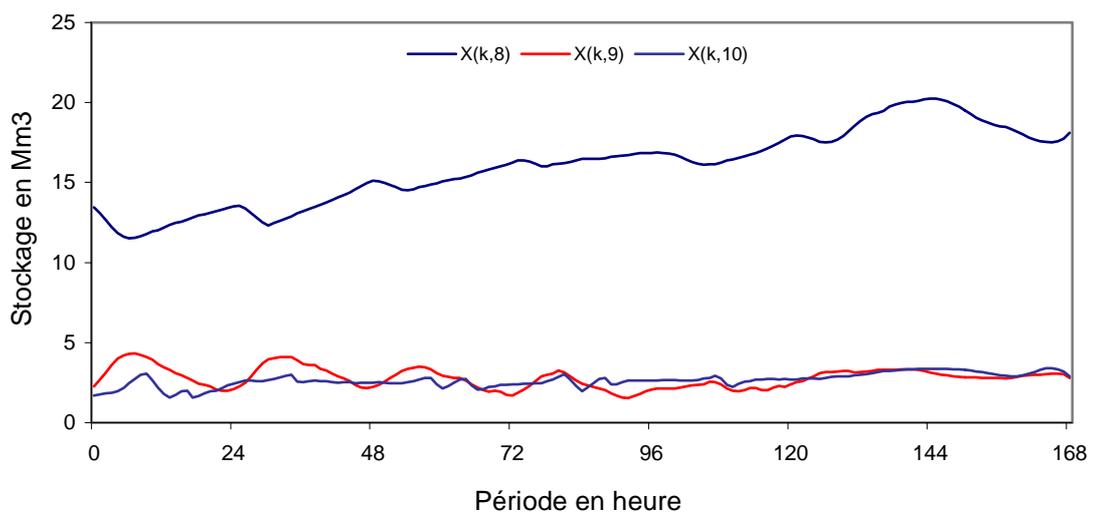
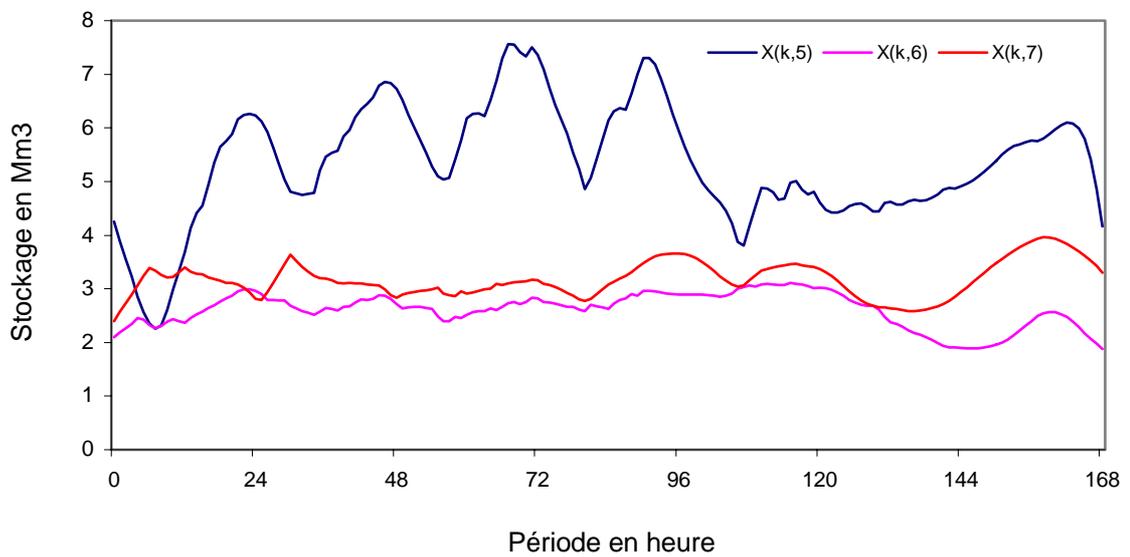
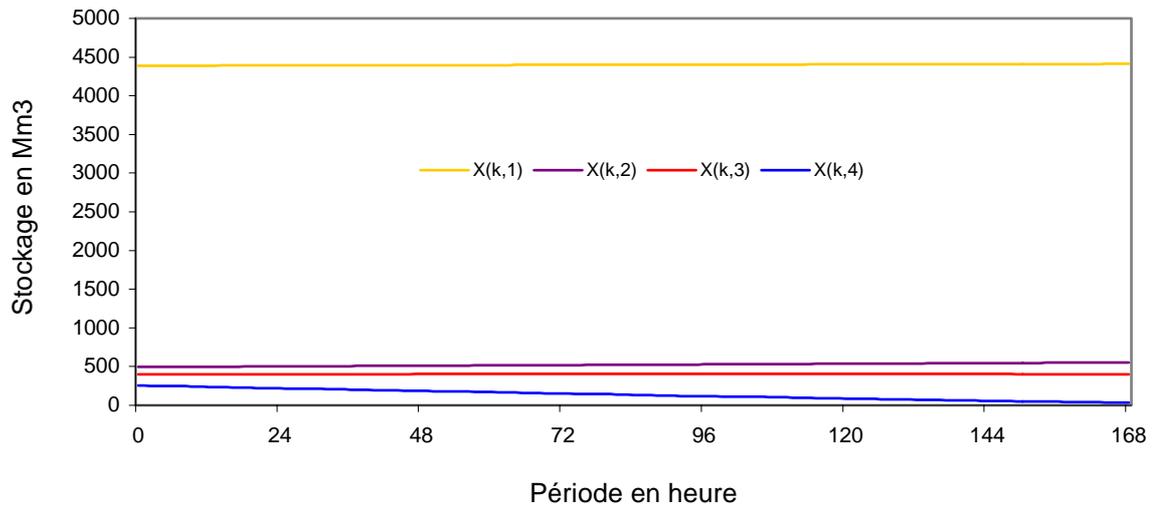


Figure 5.10 : Programme du turbinage optimal.



Haut : réservoirs 1 à 4

centre : réservoirs 5 à 7

bas : réservoirs 8 à 10

Figure 5.11 : Stockage optimal des réservoirs.

En se basant sur le principe que l'eau contenue dans le réservoir amont est plus précieuse que celle contenue dans le réservoir aval, le programme de turbinage montré à la figure (5.10) est en concordance avec ce principe. En effet, on observe que le turbinage du réservoir aval de la vallée est plus élevé que celui du réservoir amont, à l'exception des réservoirs 1-3 qui ne disposent pas des unités de production de l'énergie électrique. En conséquence, les réservoirs amont se remplissent pendant que les réservoirs aval se vident comme on peut le constater de la figure (5.11). Les réservoirs 1-3 se remplissent continuellement du fait d'une part, qu'ils jouent le rôle d'alimentation en eau des réservoirs aval 4 et 8, et d'autre part, leurs apports d'eau naturels sont supérieurs à leurs soutirages respectifs. Pour les réservoirs 4-7 et 9-10 leurs niveaux de stockage fluctuent mais tendent, à la fin de l'horizon d'exploitation planifié, vers un contenu final égal à celui de départ. Tandis que le réservoir 8 se remplit continuellement car son turbinage est inférieur aux apports d'eau naturels et turbinés.

Le comportement de la fonction objective est montré à la figure (5.12). La convergence est atteinte après moins de 70 itérations. Le processus de recherche de l'optimum évolue avec oscillation par le fait de la méthode du gradient où le pas choisi est constant. D'un autre côté, on observe que la recherche de l'optimum est très rapide au début, mais elle devient très lente à l'approche de la solution optimale cela est dû aussi à la méthode du gradient utilisée. Le nombre d'itérations et les oscillations engendrés par cette version peuvent être réduits par l'ajustement du pas  $\alpha$  et/ou en par l'ajustement du facteur de pénalité  $r$ .

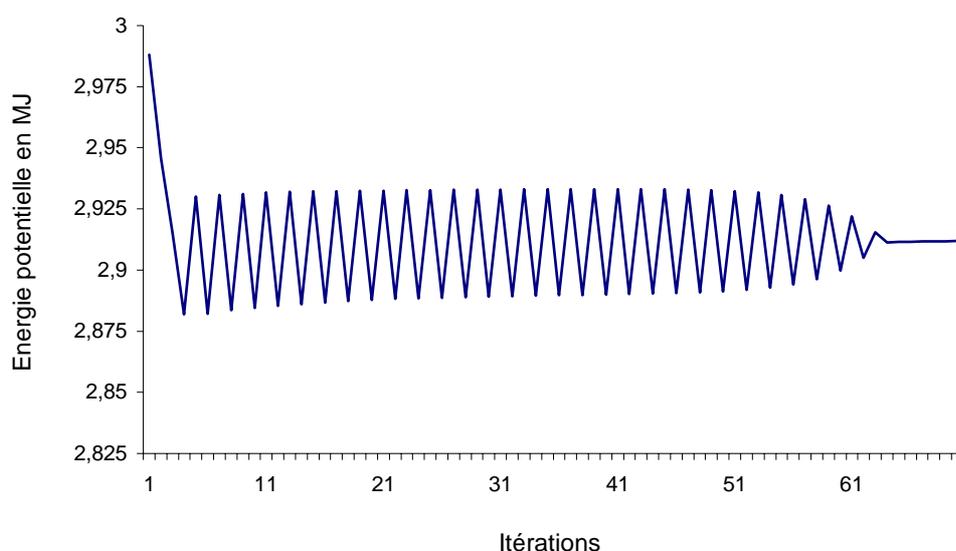


Figure 5.12 : Evolution de la fonction objectif.

### 5.3.2.2-2 Algorithme version 2

Les résultats de la version 2 sont identiques à ceux obtenus avec la version 1. Les principales différences enregistrées concernent le nombre d'itérations et l'espace mémoire utilisé. En effet, on a constaté que l'algorithme version 2 nécessite trois itérations de plus et espace mémoire un peu plus étendu par rapport l'algorithme version 1.

### 5.3.2.2-3 Algorithme version 4

Avec l'algorithme version 4, la solution optimale pour chaque journée de la semaine est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations après un nombre d'itérations très réduit, inférieur à dix, par rapport à celui obtenu par les algorithmes version 1, 2 et 3. En effet, le programme de turbinage optimal de la première journée est illustré à la figure (5.14), qui correspond à la demande de la première journée montrée à la figure (5.13).

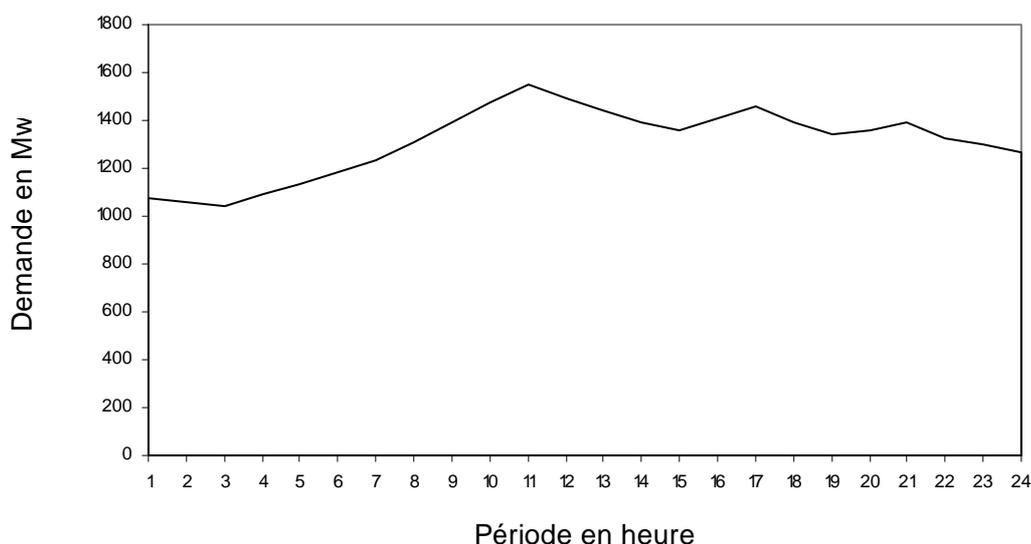
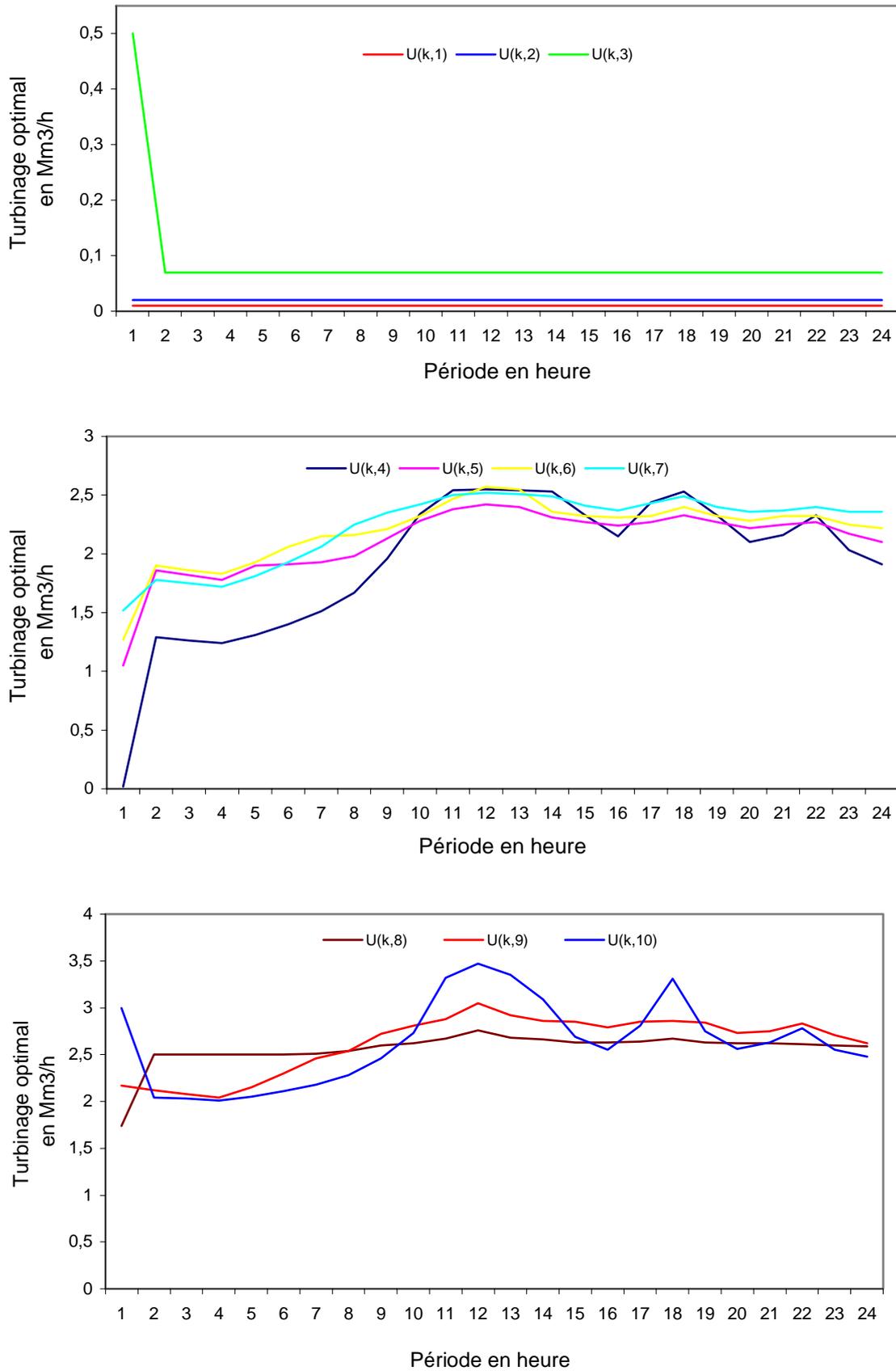


Figure 5.13 : Profil de la demande journalière.

On constate du programme d'opération optimal que les turbinages des centrales 7 à 10 poursuivent la demande dans le but d'atteindre l'équilibre entre la production et la demande à tout moment. Tandis que les soutirages des réservoirs 1 à 3 sont constants du fait que ces réservoirs ont pour mission l'alimentation en eau de leurs réservoirs descendants respectivement 4 et 8. Ceci a des conséquences sur l'évolution de stockage de ces réservoirs comme montré à la figure (5.15).

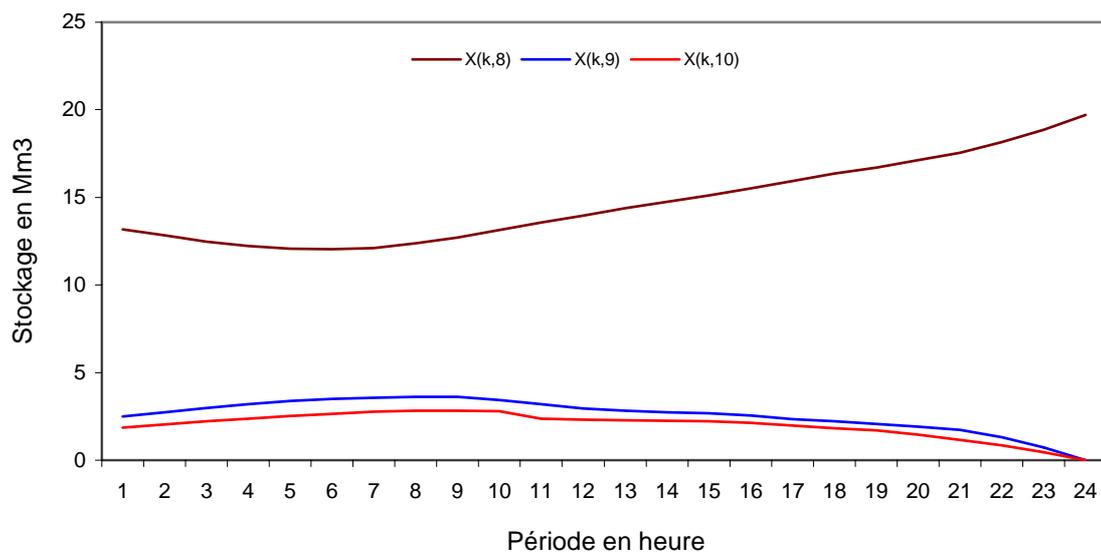
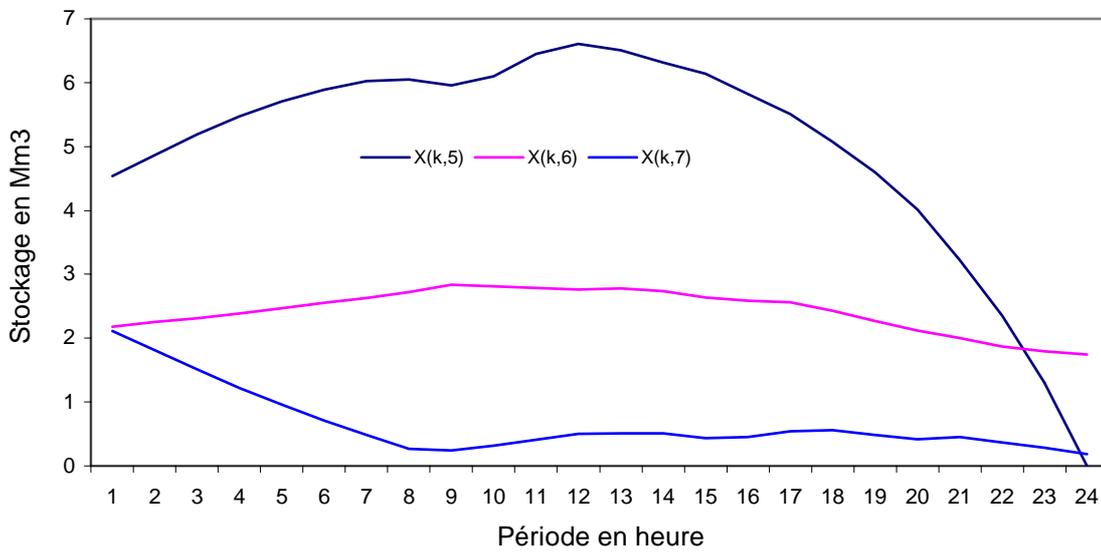
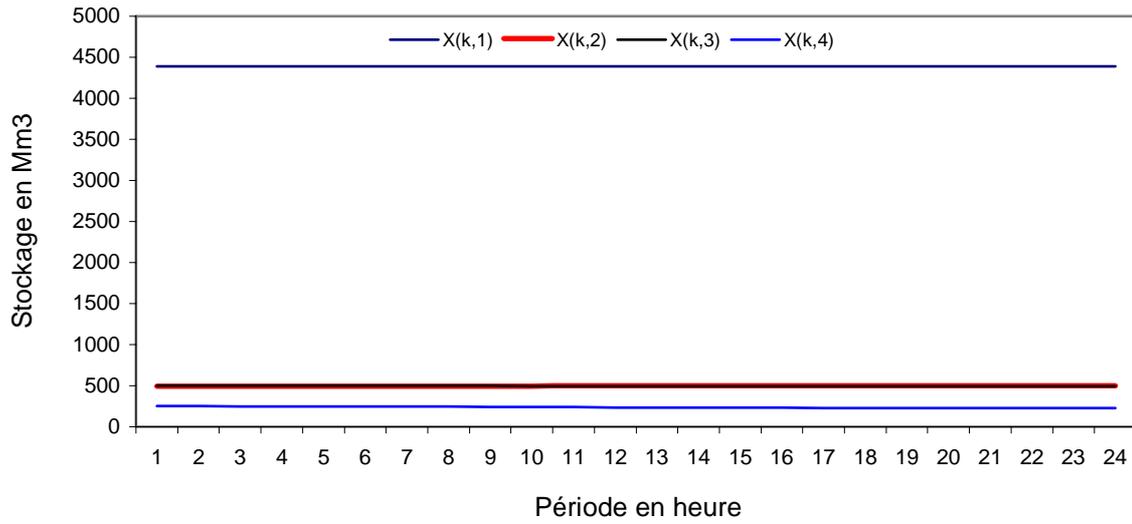


Haut : réservoirs 1 à 3

centre : réservoirs 4 à 7

bas : réservoirs 8 à 10

Figure 5.14 : Programme du turbinage optimal de la première journée.



Haut : réservoirs 1 à 3

centre : réservoirs 4 à 7

bas : réservoirs 8 à 10

Figure 5.15 : Stockage optimal des réservoirs durant la première journée.

Notons que les réservoirs 1 à 3, se remplissent continuellement, car la décharge est inférieure à l'apport d'eau naturel. Leurs participations resteront faibles tant que leurs réservoirs descendants ne sont pas asséchés et la demande est modérée. Tous les autres réservoirs à l'exception du réservoir 8 se remplissent jusqu'à la mi-journée, car durant cette période la demande est modérée. Puis ils commencent à se vider vers la fin de la journée, car on passe à une demande de pic. Pour sa part, le réservoir 8 se remplit continuellement, car d'une part sa production est presque constante et d'autre part, il est alimenté directement par le réservoir d'alimentation 3 et par le réservoir 7. En plus, il reçoit le plus grand apport d'eau naturel par rapport aux autres réservoirs du système.

L'évolution du processus de recherche de l'optimum pour la première journée est montrée à la figure (5.16). La convergence est atteinte pratiquement après moins d'une dizaine d'itérations avec un nombre d'oscillation très réduit.

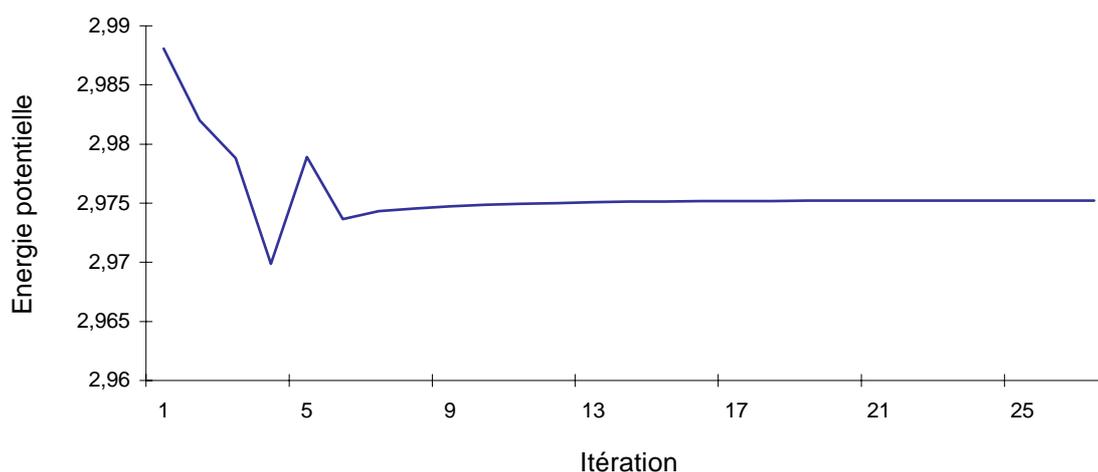
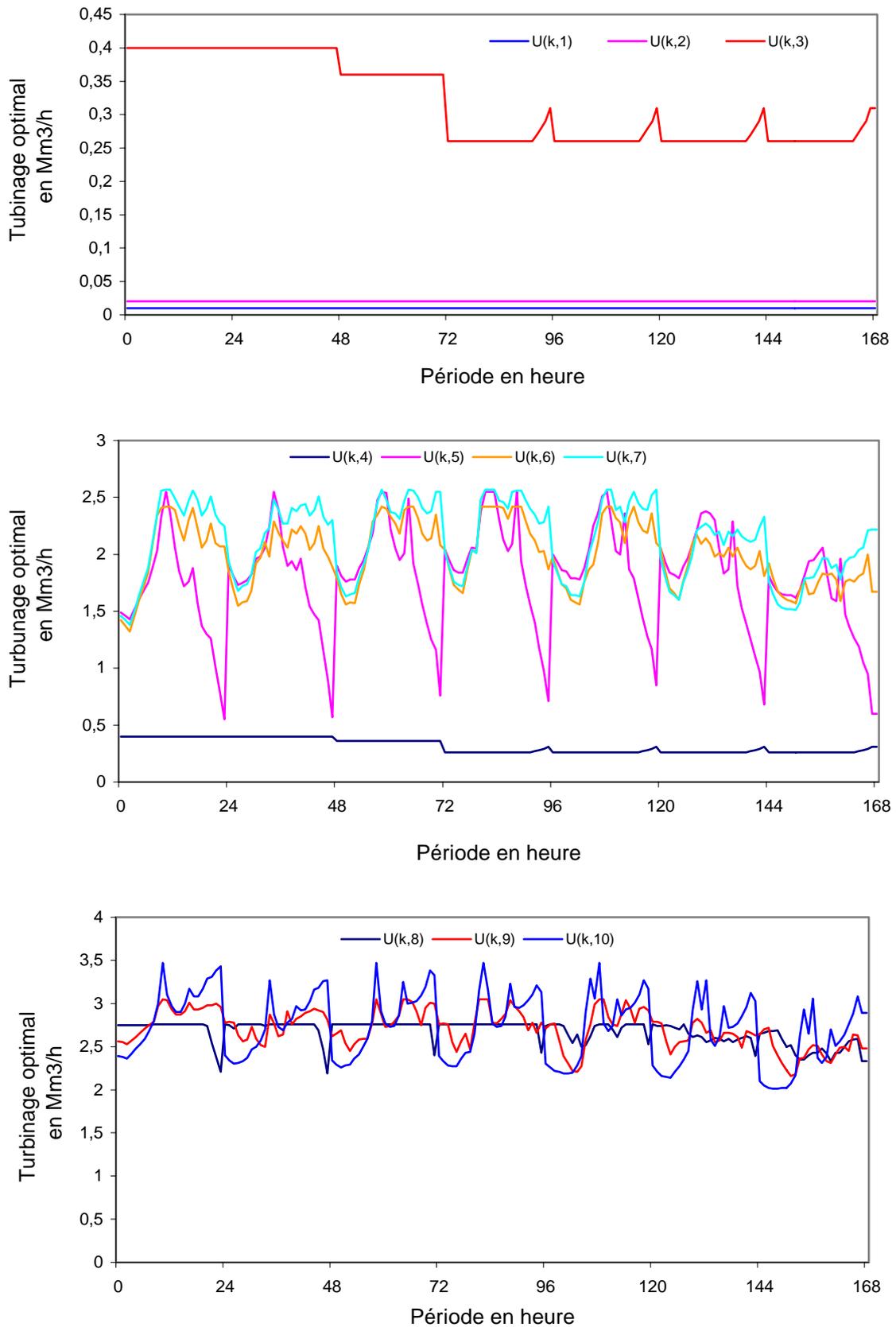


Figure 5.16 : Evolution de la fonction objective au cours de la première journée.

Le programme de turbinage optimal pour chaque centrale hydroélectrique du système de toutes les journées de la semaine assemblées est montré à la figure (5.17).

Le programme de turbinage optimal entraîne une évolution dans le stockage des réservoirs au cours de toutes les journées de la semaine comme montré à la figure (5.9).

L'analyse des résultats concernant le programme de turbinage optimal montré à la figure (5.17) et l'évolution dans le stockage des réservoirs la figure (5.18) est identique à celle présentée ci dessus pour la première journée.

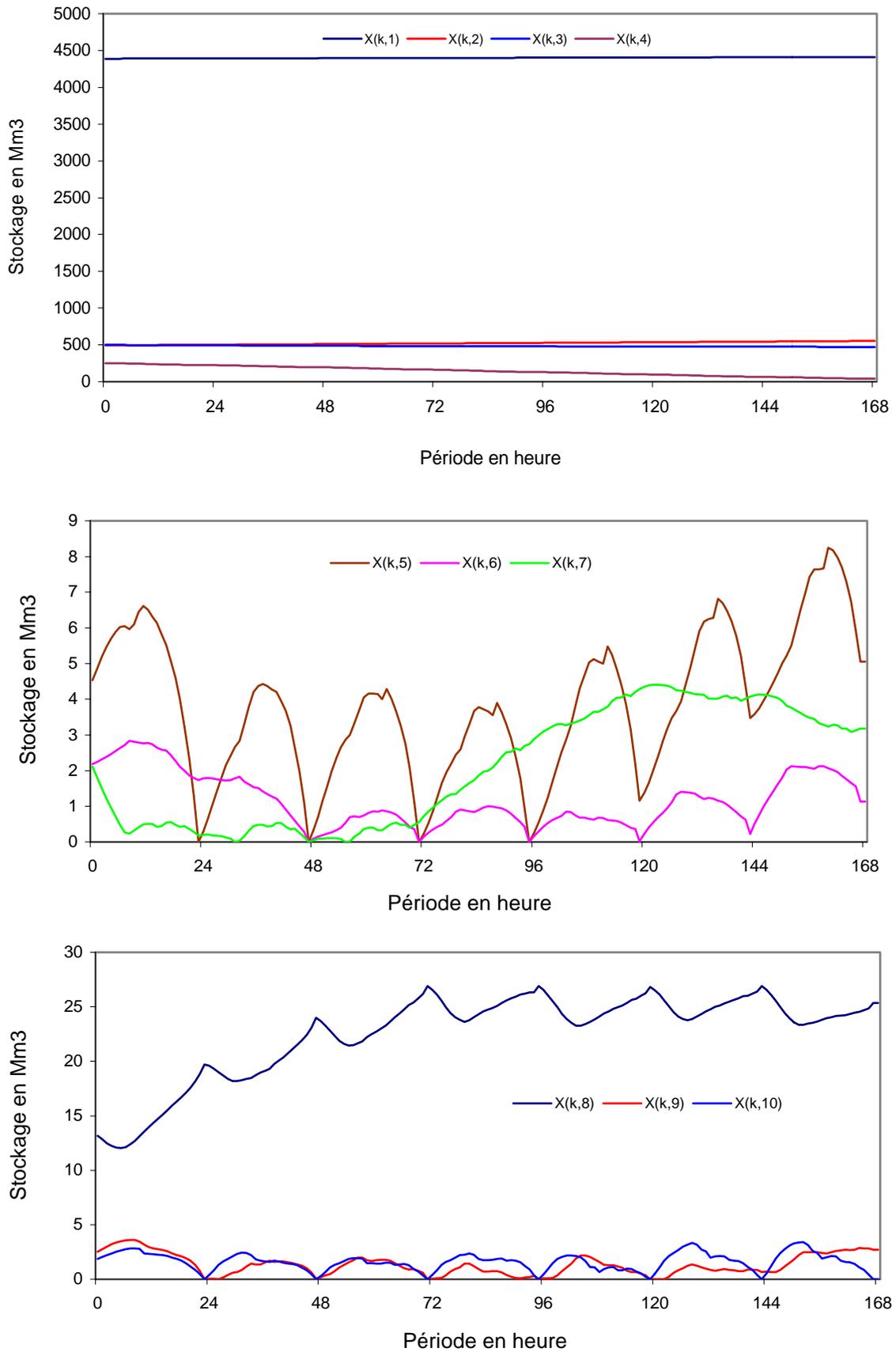


Haut : réservoirs 1 à 3

centre : réservoirs 4 à 7

bas : réservoirs 8 à 10

Figure 5.17 : Programme du turbinage optimal de chaque centrale hydroélectrique.



Haut : réservoirs 1 à 4

centre : réservoirs 5 à 7

bas : réservoirs 8 à 10

Figure 5.18 : Stockage optimal des réservoirs durant les jours de la semaine.

### 5.3.2-3 Comparaison entre l'algorithme version 1 et 4

En comparant le programme de turbinage optimal obtenu par l'algorithme version 1 figure (5.10) avec celui obtenu par l'algorithme version 4 figure (5.17) pour le même système de la figure (5.9) et pour les mêmes conditions d'opérations, mais ayant des stratégies différentes, on constate qu'il y a une légère différence dans le programme de turbinage obtenu par les deux versions. Mais cette légère différence génère d'une part une évolution de stockage très différente comme on peut la remarquer des résultats mentionnés au tableau (5-7) et d'autre part, un bilan entrée-sortie très différent comme montré au tableau (5-7).

Tableau 5-7 : Contenu initial et final des réservoirs obtenu par les versions 1 et 4.

N° du réservoir	Contenu initial (Mm <sup>3</sup> )	Algorithme version 1		Algorithme version 4	
		Contenu final (Mm <sup>3</sup> )	Différence (Mm <sup>3</sup> )	Contenu final (Mm <sup>3</sup> )	Différence (Mm <sup>3</sup> )
1	4388,6	4411,73	+23,13	4411,73	+23,13
2	493,18	552,72	+59,54	552,72	+59,54
3	499,00	396,71	-102,26	472,5	-26,5
4	252,5	35,81	-216,69	42,01	-200,04
5	4,25	4,16	-0,09	5,05	+1,2
6	2,6	1,88	-0,72	1,13	-1,47
7	2,4	3,3	+0,9	3,18	+0,78
8	13,45	18,12	+4,67	25,34	+11,89
9	2,27	2,79	+0,52	2,70	+0,43
10	1,7	2,88	+1,18	0	-1,7
<b>Total</b>	<b>5659,65</b>	<b>5430,1</b>	<b>-229,55 (-4,06 %)</b>	<b>5516,36</b>	<b>-143,29 (-2,53 %)</b>

Par comparaison des résultats du tableau (5-7), on constate que le contenu final obtenu à l'aide du programme d'opération de l'algorithme version 4 est supérieur à celui obtenu avec le programme d'opération de l'algorithme version 1. De plus, la diminution dans le contenu total de l'ensemble des réservoirs est de 4,06 % avec l'algorithme version 1 et elle est seulement de 2,53 % avec l'algorithme version 1.

Le bilan entrée-sortie du système 2 pour les deux versions est présenté au tableau (5-8).

Tableau 5-8 : Bilan entrée-sortie du système 2 obtenu par les versions 1 et 4.

	Algorithme version 1	Algorithme version 4
Apport d'eau naturel total (Mm <sup>3</sup> )	759,60	759,60
Volume d'eau total turbiné (Mm <sup>3</sup> )	2781,22	2747,11
Différence (Mm <sup>3</sup> )	2021,62	1987,51
Volume d'eau récupérable (Mm <sup>3</sup> )	2313,3	2303,32
Volume d'eau non récupérable (Mm <sup>3</sup> )	467,92	443,79

Le programme de turbinage hebdomadaire obtenu avec l'algorithme version 4 utilise un volume d'eau total inférieur à celui obtenu avec l'algorithme version 1 pour satisfaire la même demande en énergie électrique comme on peut le constater du bilan du tableau (5-8). De plus, ce programme a permis aussi d'avoir une énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans l'ensembles des réservoirs en fin de l'horizon planifié largement supérieure à celle trouvée avec l'algorithme version 1 comme on peut le percevoir du tableau (5-9).

Tableau 5-9 : Evolution de l'énergie potentielle obtenue par les versions 1 et 4.

	Algorithme 1	Algorithme 4
Energie potentielle initiale (MJ)	2988084,8	2988084,8
Energie potentielle finale (MJ)	2911882,5	2914163,5
Différence (MJ)	- 76202,3 (2,55 %)	-73921,3 (-2,47 %)
Energie potentielle de l'eau turbinée. (MJ)	214867	214578

Notons que le programme d'opération déterminé par l'algorithme version 4 est nettement plus économique par rapport à celui déterminé par l'algorithme version 1. En effet, en analysant l'évolution des états des réservoirs et en se reportant aux contenus des réservoirs, au bilan entrée-sortie et à l'énergie potentielle qui sont respectivement représentées aux tableaux (5-7), (5-8) et (5-9), on constate que l'état final des réservoirs, l'énergie potentielle totale de l'eau stockée dans les réservoirs, les volumes d'eau turbinés, récupérés et non récupérés obtenus avec le programme version 4 sont nettement meilleurs par rapport à ceux obtenus avec le programme version 1. En outre, l'énergie potentielle de l'eau turbinée conditionnée par le programme version 4 est inférieure à celle conditionnée par le programme version 1.

Dans le contexte de performance des algorithmes, en comparant l'évolution du processus

de recherche de l'optimum de l'algorithme version 1 et de l'algorithme version 4 montrées respectivement à la figure (5.12) et à la figure (5.16), on constate que la convergence avec l'algorithme version 1 est atteinte après plus de 70 itérations. Tandis que la convergence avec l'algorithme version 4 est atteinte après moins de (10 x 7) itérations et avec un nombre d'oscillations très réduit.

D'un autre côté, avec l'algorithme version 4, il est plus facile d'ajuster les paramètres de pénalisation et de présélectionner le pas de la méthode du gradient. L'algorithme version 4 est plus stable et plus rapide que l'algorithme version 1. Il fonctionne avec moins d'oscillation et nécessite un espace mémoire plus réduit. Il convient donc pour des systèmes de grandes dimensions.

## 5.4 CONCLUSION

Après les applications faites sur les deux systèmes, l'un à quatre centrales, l'autre à dix centrales, on note que toutes les versions peuvent être appliquées pour déterminer le programme optimale de turbinage. Cependant, L'algorithme version 4 est le plus performant par rapport aux trois autres pour ce type de modèle et de système considérés.

# APPLICATIONS SUR SYSTÈMES THERMIQUES

## 6.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous présentons l'algorithme développé pour la résolution du problème de la gestion optimale d'un système de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques. L'algorithme est exécuté en Fortran. En vue de tester l'efficacité de l'algorithme développé et vérifier ses performances, nous avons fait des applications sur différents systèmes. D'autre part, l'algorithme est développé en deux versions où dans l'une on tient compte des pertes dans le réseau de transport et dans l'autre version les pertes de transports ne sont pas prises en compte.

Le premier système est composé de quatre centrales thermiques dont les caractéristiques sont mentionnées au tableau (6-1). Le deuxième système est composé de cinq centrales thermiques dont les caractéristiques sont mentionnées au tableau (6-5). A la fin du chapitre, les résultats d'applications sont présentés et interprétés.

## 6.2 ALGORITHMES

La structure de base des algorithmes développés pour la résolution du problème de la gestion optimale d'un système de production d'énergie électrique composée de centrales thermiques est la suivante :

### ➤ **Version a :**

Dans cette version, le système d'équations (4.70) est résolu directement et les pertes ne sont pas prises en considération. L'algorithme comprend les principales étapes suivantes :

- Etape 1 : Fixer le facteur de pénalisation  $r$  et initialiser les multiplicateurs  $\mu_i$  et  $\rho_i$  pour  $i = 1, \dots, n_{th}$ .
- Etape 2 : Désigner pour chaque centrale électrique un estimé initial de production  $P_i$  pour  $i = 1, \dots, n_{th}$  sans tenir compte ni des limites de la capacité de production ni d'aucune autre contrainte d'opération.
- Etape 3 : Déterminer la valeur optimale de la production  $P_i$  de chaque centrale en résolvant le système d'équations (4.70) directement.
- Etape 4 : Si toutes les valeurs de production  $P_i$  sont dans leurs limites aller vers l'étape 6, si non aller à l'étape 5.

- Etape 5 : Mettre à jour les valeurs des multiplicateurs de Lagrange  $\mu_i$  et/ou  $\sigma_i$  et retourner à l'étape 3.
- Etape 6 : Imprimer les résultats.

➤ **Version b :**

Dans cette version, le système d'équations (4.70) est résolu en utilisant la méthode du gradient. L'algorithme comprend les principales étapes suivantes :

- Etape 1 : Fixer le pas  $\alpha$  et le facteur de pénalisation  $r$ . Initialiser les multiplicateurs  $\mu_i$  et  $\rho_i$  pour  $i = 1, \dots, n_{th}$ .
- Etape 2 : Désigner pour chaque centrale électrique un estimé initial de production  $P_i$  pour  $i = 1, \dots, n_{th}$  sans tenir compte ni des limites de la capacité de production ni d'aucune autre contrainte d'opération.
- Etape 3 : Calculer le gradient  $G_i$  du Lagrangien augmenté à partir de l'Eq. (4.70) pour tous les  $i$ .
- Etape 4 : Déterminer la nouvelle meilleure valeur de la production  $P_i$  en utilisant l'expression suivante :

$$P_i^N = P_i + \alpha \cdot G_i \quad (6.1)$$

Où  $\alpha$  est le pas pré-réglé

- Etape 5 : Si  $Max[P_i^N, P_i]$  est supérieur à une tolérance fixée a priori, on pose  $P_i = P_i^N$  et on recommence la procédure à partir de l'étape 3, sinon on passe à l'étape 6.
- Etape 6 : Si toutes les variables de production  $P_i^N$  sont dans leurs limites aller vers l'étape 8, si non aller à l'étape 7.
- Etape 7 : Mettre à jour les valeurs des multiplicateurs de Lagrange  $\mu_i$  et/ou  $\sigma_i$  et retourner à l'étape 3.
- Etape 8 : Imprimer les résultats.

### 6.3 TESTS ET RÉSULTATS

En vue de valider les performances et l'efficacité des différentes versions de l'algorithme développé, nous les avons testés sur deux systèmes distincts de production d'énergie électrique, qui sont composés de centrales thermiques.

Pour déterminer la production électrique optimale de chaque centrale thermique qui compose le système dans le contexte économique, on utilise la caractéristique entrée-sortie ou

coût-production, qu'on la représente habituellement par le polynôme du second ordre suivant :

$$C_i = A_i + B_i P_i + C_i P_i^2 \quad (6.2)$$

Où :

$C_i$  : La fonction qui représente le coût de production de la puissance électrique active  $P_i$  générée par la centrale  $i$ .

$A_i, B_i, C_i$  : Constantes positives qui caractérisent la fonction du coût de production de la centrale  $i$ .

### 6.3-1 Système sans considération des pertes de transport

Pour mieux évaluer les performances de la méthode appliquée, on a réalisé une application sur un système artificiel où les pertes de transport sont négligées.

#### 6.3.1-1 Caractéristiques du système 1

Le système 1 se compose de quatre centrales électriques de type thermiques reliées au même réseau de transport, dont les caractéristiques sont montrées au tableau (6-1).

Tableau 6-1 : Caractéristiques des centrales électriques du système 1.

centrale	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$P_i^{\max}$ [MW]	$P_i^{\min}$ [MW]
1	3,0	2,05	0,0025	150	25
2	4,0	2,13	0,0030	150	25
3	2,5	2,49	0,0015	100	25
4	2,8	2,33	0,0010	160	25

Où :

$P_i^{\max}$  : Capacité de production maximale de la centrale  $i$ , exprimée en MW.

$P_i^{\min}$  : Capacité de production minimale de la centrale  $i$ , exprimée en MW.

La demande totale en puissance électrique  $D$  est égale à 400 MW.

#### 6.3.1-2 Résultats d'application sur le système 1

La solution optimale du problème de la gestion du système 1 est obtenue après un nombre d'itérations très modéré en satisfaisant conjointement toutes les contraintes d'opération. En effet, la valeur de la production optimale  $P_i$  de chaque centrale thermique et la valeur du coût de production totale sont portées au tableau 6-2.

Tableau 6-2 : Production optimale des centrales du système 1.

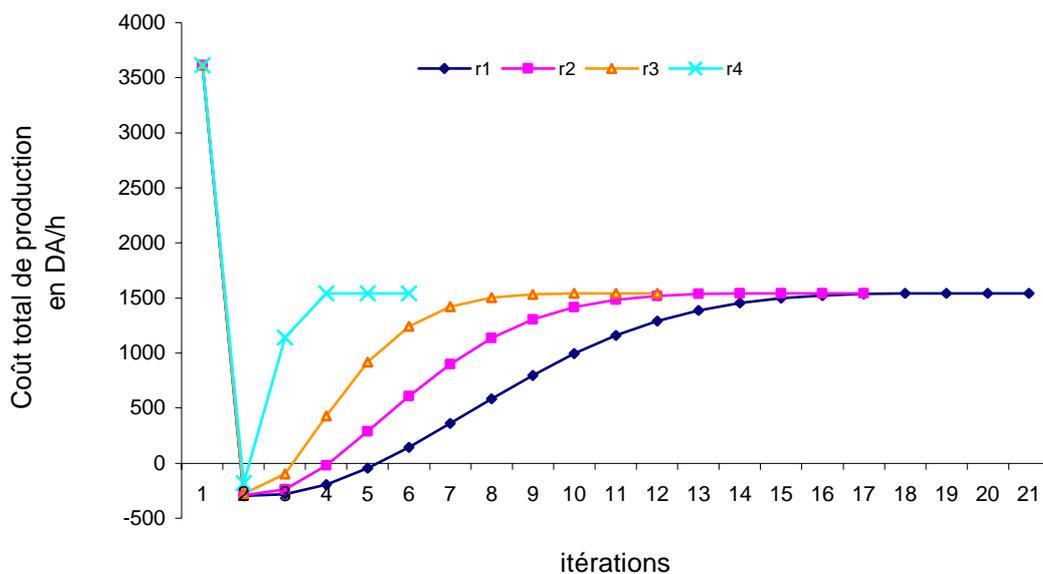
N° de la Centrale	1	2	3	4	Total
Production en [MW]	169,20	55,07	98,13	77,60	<b>400,00</b>
Coût de production en [DA/h]	636,14	212,26	391,30	304,04	<b>1543,75</b>

Le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la solution optimale varie en fonction de la valeur du facteur de pénalité  $r$  et sans qu'il affecte les valeurs optimales finales. En fait, en réglant convenablement la valeur du facteur de pénalité  $r$ , le nombre d'itérations nécessaire pour aboutir à la solution optimale peut diminuer jusqu'à atteindre la valeur cinq (5). Ce nombre d'itérations est le minimum qu'on a pu obtenir sans que le processus de recherche de l'optimum ne diverge. Le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la solution optimale qui varie en fonction de la valeur du facteur de pénalisation  $r$  est indiqué au tableau (6-3).

Tableau 6-3. Effet de l'ajustement du facteur de pénalisation  $r$  sur la convergence.

$r$	$3,63 \cdot 10^{-3}$	$3,98 \cdot 10^{-3}$	$4,10 \cdot 10^{-3}$	$4,83 \cdot 10^{-3}$	$4,95 \cdot 10^{-3}$
Nombre d'itérations	20	16	11	5	divergence

L'évolution du processus de recherche de l'optimum pour les différents ajustements de la valeur du facteur de pénalité  $r$  est montrée à la figure (6.1) suivante :

Figure 6.1 : Effet de l'ajustement du facteur  $r$  sur la convergence.

En se référant à la figure (6.1), on constate que pour les petites valeurs du facteur de pénalité tel que ( $r_2, r_3, r_4$ ), la recherche de l'optimum se fait sans oscillation comme il a été aussi constaté par d'autres utilisateurs [75-77], tandis que pour des valeurs plus grandes telles que ( $r_1$ ), la recherche de l'optimum se fait avec un nombre d'oscillations très réduit et sans aucun effet sur les valeurs des résultats finaux.

D'autre part, on constate que le nombre d'itération nécessaire pour atteindre la solution optimale ne dépend pas de l'estimé initial comme il est montré à la figure (6.2) et au tableau (6-4). En effet, le choix des estimés initiaux complètement différents n'aura aucun effet ni sur le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la solution finale ni sur les valeurs optimales de la production et par conséquent sur le coût total de la production du système comme on peut le constater sur le tableau (6-4). Et cela bien que l'évolution du processus de recherche de l'optimum est différente pour les deux estimés comme on peut le constater de la figure (6.2). En outre, le choix de la valeur de l'estimé initial peut se faire sans s'inquiéter de toutes les contraintes d'opération comme on peut l'apercevoir du tableau (6-4). En effet, l'estimé initial 1 de la production de la centrale 3 et la centrale 4 ne sont pas admissibles ainsi que la contrainte d'équilibre production-consommation qui n'est aussi pas satisfaite. Pour l'estimé initial 2, la production de la centrale 2 et la centrale 4 ne sont pas admissibles ainsi que la contrainte d'équilibre production-consommation qui n'est pas aussi satisfaite.

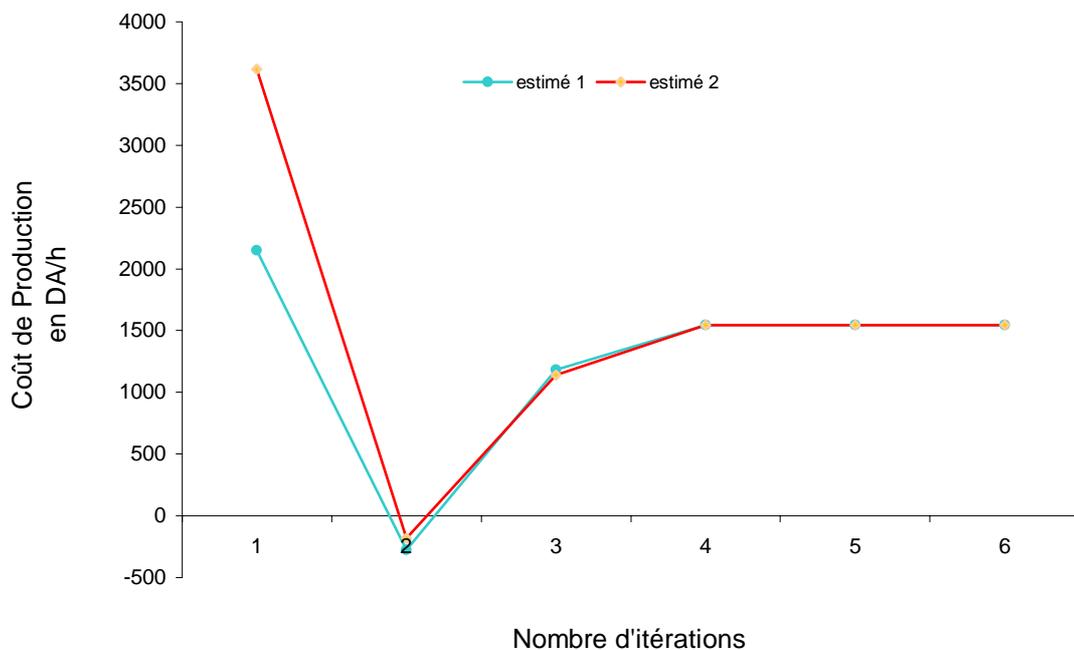


Figure 6.2 : Influence de l'estimé initial sur la convergence.  
(Cas où  $r=4,83 \cdot 10^{-3}$ )

Tableau 6-4 : Influence de l'estimé initial sur la convergence.

	P <sub>1</sub> [MW]	P <sub>2</sub> [MW]	P <sub>3</sub> [MW]	P <sub>4</sub> [MW]	$\sum P_i$ [MW]	C <sub>T</sub> [DA/h]
Estimé initial 1	25	70	1	400	496	1308,06
Estimé initial 2	70	325	100	400	895	2508.92
Valeurs optimales	<b>134,62</b>	<b>91,01</b>	<b>98,18</b>	<b>137,59</b>	<b>400</b>	<b>1095,32</b>

### 6.3-2 Système avec considération des pertes de transport

Pour mieux évaluer les performances de la méthode appliquée et de se rapprocher plus du cas réel, on a réalisé une autre application sur un système artificiel où les pertes de transport sont prises en considération.

#### 6.3.2-1 Caractéristiques du système 2

Le système 2 se compose de cinq centrales électriques de type thermiques reliées au même réseau de transport, dont les caractéristiques sont montrées au tableau (6-5).

Tableau 6-5 : Caractéristiques des centrales électriques du système 2.

Centrale	1	2	3	4	5
$A_i$	10,08	12,27	14,35	9,81	11,13
$B_i$	2,03	2,56	3,01	3,89	1,52
$C_i$	0,010	0,030	0,015	0,020	0,042
$d_i$	$510 \cdot 10^{-4}$	$405 \cdot 10^{-4}$	$320 \cdot 10^{-4}$	$471 \cdot 10^{-4}$	$871 \cdot 10^{-4}$
$P_i^{\max}$ [MW]	200	150	150	100	100
$P_i^{\min}$ [MW]	25	25	25	25	25

Les pertes actives dans le réseau de transport du système considéré sont exprimées en fonction de toutes les puissances générées, elles sont calculées par l'expression suivante : [42]

$$P_L(P_i) = \sum_{i=1}^{n_h} d_i \cdot P_i^2 \quad (6.3)$$

Où :

$d_i$ : Coefficient de pertes.

$P_i$  : Puissance active générée par la centrale  $i$ .

$P_L(P_i)$  : Pertes totales dans le réseau de transport exprimées en fonction de la production de toutes les centrales qui composent le système en MW.

$n_{th}$  : Nombre de centrales thermiques qui composent le système.

La demande totale en puissance électrique  $D$  est égale à 500 MW.

### 6.3.2-2 Résultats d'application sur le système 2

Les valeurs optimales de production de chaque centrale, des pertes, du coût de production des pertes et du coût total de production sont portées au tableau (6-6). Cette solution est obtenue avec un nombre d'itérations minime avec toutes les contraintes d'opération qui sont satisfaites.

Tableau 6-6 : Production optimale des centrales thermiques du système 2.

Centrale	Production optimale $P_i$ [MW]	Coût de production $C_i$ [DA/h]	Perte optimale $P_{L_i}$ [MW]	Coût des Pertes [DA/h]
1	195,74	790,56	19,54	90,57
2 <sub>1</sub>	73,74	364,15	2,20	10,20
3	127,12	639,36	5,17	23,97
4	75,28	415,98	2,67	12,39
5	60,94	259,76	3,23	14,98
<b>Total</b>	<b>532,82</b>	<b>2469,80</b>	<b>32,82</b>	<b>152,13</b>

En ajustant la valeur du facteur de pénalisation  $r$ , le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la solution optimale toute en satisfaisant toutes les contraintes d'opération du système, varie comme il est indiqué au tableau (6-7).

Tableau 6-7. Effet de l'ajustement du facteur de pénalisation  $r$  sur la convergence.

$r$ [ $10^{-3}$ ]	5,889	6,267	6,964	8,559	8,099	9,151
Nombre d'itérations	33	26	19	13	6	diverge

Si la valeur du facteur de pénalisation  $r$  dépasse un certain seuil, le processus de recherche de l'optimum peut diverger après un certain nombre d'itérations comme pour la valeur de  $r$  égale à 9,151.

Le processus de recherche de l'optimum pour les différents ajustements de la valeur du facteur de pénalisation  $r$  est montré à la figure (6.3). Où on constate que les valeurs optimales du coût de production ne dépendent pas du facteur de pénalisation  $r$ .

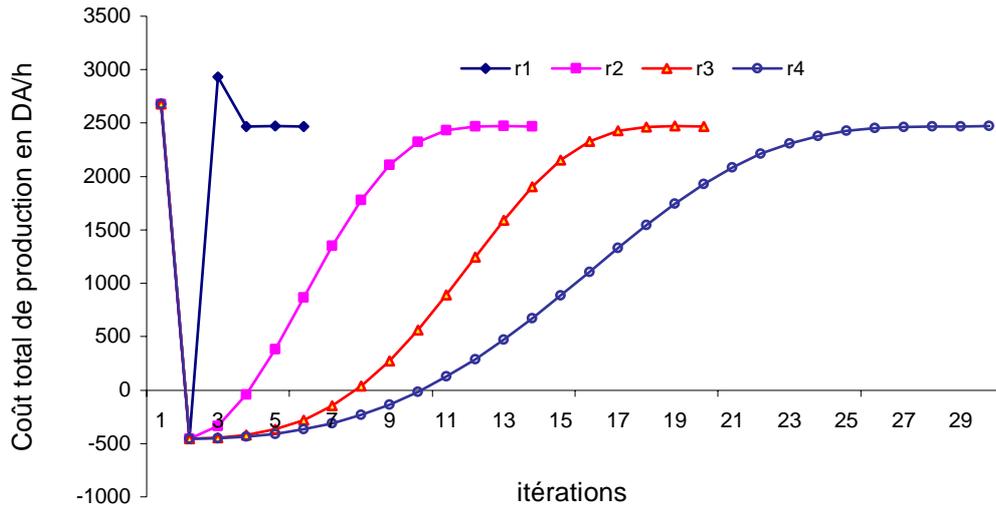


Figure 6.3 : Effet de l'ajustement de  $r$  sur le processus de recherche de l'optimum.

On peut accroître la vitesse de convergence de l'algorithme développé en diminuant le nombre d'itérations par ajustement du facteur de pénalisation  $r$  comme on peut le percevoir de la figure (6.3).

En choisissant des estimés initiaux de productions totalement différents, même s'ils ne satisfassent pas les contraintes d'opération du système, ceci n'influe que légèrement sur le processus de recherche de l'optimum comme on peut l'observer de la figure (6.4). Ceci est sans conséquences sur le nombre d'itérations nécessaire pour arriver à la solution optimale et sur les valeurs optimales des productions comme on peut le constater des résultats portés sur le tableau (6-8).

Tableau 6-8 : Influence de l'estimé initial sur la convergence.

	Estimé initial 1	Estimé initial 2	Optimal values
$P_1$ [MW]	90	200	195,74
$P_2$ [MW]	120	150	73,74
$P_3$ [MW]	140	50	127,12
$P_4$ [MW]	65	100	75,28
$P_5$ [MW]	85	100	60,94
$P_L$ [MW]	24,52	43,73	32,81
$C_T$ [DA/h]	2666,56	3438,24	<b>2469,80</b>

Les comportements des processus de recherche de l'optimum pour des estimés initiaux différents sont montrés à la figure (6.3).

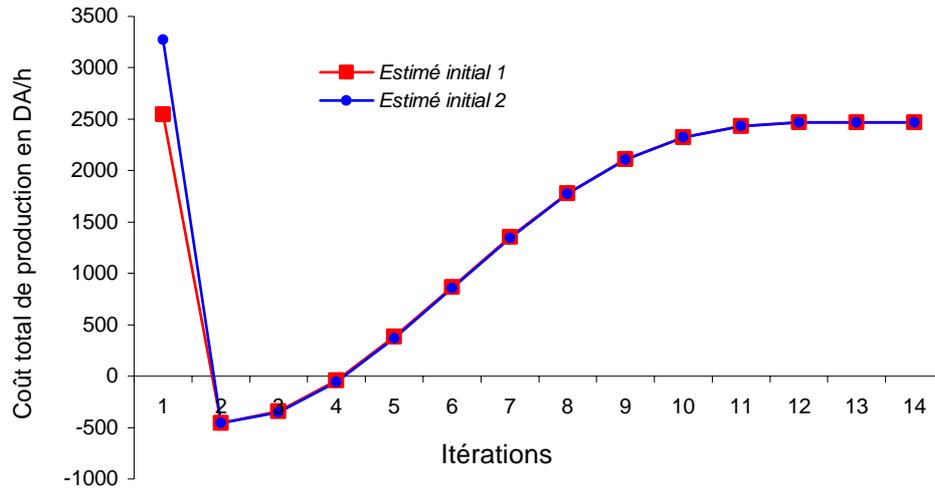


Figure 6.4 : Influence de l'estimé initial sur la convergence.  
(Cas où  $r = 8,571 \cdot 10^{-3}$ ).

Le programme de la production optimale obtenu a permis de minimiser le coût total de la production comme on peut l'apercevoir en appréciant les coûts de production qui sont portés au tableau (6-8). Ce programme a permis aussi de minimiser les pertes en puissance dans le réseau de transport et leurs coûts de production comme on peut le remarquer des résultats portés au tableau (6-6). En effet, les pertes optimales totales sont égales à 32,82 dont le coût de production est de 152,13 DA/h.

## 6.4 CONCLUSION

L'utilisation de la méthode Lagrangien augmenté pour la résolution du problème de la gestion économique des systèmes de production de l'énergie électrique s'est avérée très efficace. En effet, la solution optimale est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opération après un nombre d'itérations très modéré et sans que ce nombre ne soit influé par la valeur de l'estimé initial de la production. D'autant plus, qu'on constate que lors du processus de recherche de l'optimum, le rapprochement de la solution optimale se fait très rapidement après quelques itérations et cela même si on commence la recherche loin de l'optimum.

L'ajustement adéquat de la valeur du facteur de pénalisation  $r$  a permis de mieux contrôler le nombre d'itérations nécessaire pour aboutir à la solution optimale.

L'estimé initial influe sur l'évolution du processus de recherche de l'optimum mais sans effet sur la valeur finale de la solution.

L'application de la méthode du Lagrangien augmenté a permis d'atteindre la solution optimale avec un processus de recherche de l'optimum sans oscillation comme il a été constaté aussi par d'autres utilisateurs [75-77].

L'algorithme basé sur la méthode du Lagrangien augmenté peut être aussi appliqué avec tant d'efficacité aux systèmes de grandes dimensions.

## CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Ce travail a été consacré au problème de la gestion de la production des centrales électriques qui sont liées au même réseau électrique formant ainsi un même système de production-consommation d'énergie électrique.

En effet, nous avons traité deux systèmes distincts de production d'énergie électrique, l'un est composé de centrales hydroélectriques et l'autre de centrales thermiques.

Le problème du système de production d'énergie électrique composé de centrales hydroélectriques est de type dynamique. Son objectif est de maximiser le contenu des réservoirs en fin de l'horizon d'exploitation planifié. Pour y parvenir, nous avons proposé un nouveau modèle de la fonction objective du problème. La visée de ce modèle est de minimiser l'utilisation d'eau. Pour atteindre cette visée, le modèle proposé est basé sur la valorisation de l'eau est en fonction de sa localisation dans tel ou tel réservoir du système et de la hauteur de chute du fait que :

- L'eau turbinée dans la centrale électrique d'un réservoir amont sera réutilisée dans toutes les centrales des réservoirs en aval.
- Le débit d'eau nécessaire pour produire une même puissance électrique diminue au fur et à mesure que la hauteur de chute augmente.

Pour ces raisons, la fonction objective est alors représentée en fonction de l'énergie potentielle de l'eau stockée dans l'ensemble des réservoirs.

Le problème du système de production d'énergie électrique composé de centrales thermiques est de type optimisation non linéaire. Son objectif est de minimiser le coût total de la production électrique.

Dans cette thèse, nous avons exposé les modèles séparément pour chaque type de système et les outils d'optimisation choisis pour la solution du problème de la gestion. Avec les applications présentées, les performances de ces outils apparaissent clairement.

Le but principal de notre travail a été le développement d'algorithmes qui permettent de traiter le problème de la gestion de la production des centrales électriques d'une manière rapide et sûr. Dans cette étude, nous avons proposé deux algorithmes de bases distincts permettant de traiter le problème de la gestion de production d'énergie électrique. L'un est utilisé dans le cas où le système est composé de centrales hydroélectriques et l'autre est utilisé dans le cas où le

système est composé de centrales thermiques. En outre, chaque algorithme a été développé en plusieurs versions dans le but d'améliorer davantage ses performances.

Notre première application a été consacrée au problème de la gestion à court terme des centrales hydroélectriques en utilisant la méthode de Pontryagin. L'algorithme développé a été appliqué sur un système composé de réservoirs à hauteurs variables et sur un système plus large composé de réservoirs à hauteurs constantes.

En vue d'améliorer les performances de l'algorithme proposé, quatre versions d'algorithmes ont été développées. Pour mieux choisir la méthode la plus performante et qui convient le mieux pour traiter le problème posé par les contraintes du modèle, les trois premières versions ont été développées et traitent ces contraintes différemment. En effet, dans la première version les contraintes d'égalités sont traitées par la méthode des multiplicateurs de Lagrange et les contraintes d'inégalités sont traitées à l'aide de la méthode du Lagrangien augmenté. Dans la deuxième version les contraintes d'égalités et d'inégalités sont toutes traitées à l'aide de la méthode du Lagrangien augmenté. Dans la troisième version les contraintes d'inégalités sont traitées par une méthode approchée. Dans la quatrième version, l'horizon d'exploitation planifié est subdivisé en sous horizons d'exploitations formant ainsi des sous problèmes qui sont traités de la même façon que le problème global en appliquant l'algorithme version 1.

Pour mieux apprécier les performances des algorithmes développés, on a testé les versions 1 et 3 sur le système 1 et les versions 1, 2 et 4 sur le système 2.

- Pour le système 1 on a fait une comparaison entre les résultats du premier algorithme de base par rapport aux résultats obtenus avec l'algorithme version 3, en terme du nombre d'itérations, de la valeur de la fonction objective et du temps CPU nécessaire à la convergence. En comparant les résultats de la version 1 avec ceux obtenus avec la version 3, on constate que la version 3 nécessite beaucoup plus d'itérations mais avec moins de temps CPU pour chaque itération. Au total, le temps nécessaire à la convergence est inférieur à celui obtenu avec la version 1. Avec la version 3, le processus de recherche de l'optimum peut diverger facilement ou devient très long si le choix du pas de pénalisation est mal pondéré.

Pour le système 2 on a fait une comparaison entre les résultats obtenus avec l'algorithme version 1 et les résultats obtenus avec l'algorithme version 4, en terme du nombre d'itérations, de la valeur de la fonction objective et du temps CPU nécessaire à la convergence. Les principales constatations de ces comparaisons sont respectivement :

- ▶ En comparant les résultats de la version 1 avec ceux obtenus avec la version 2 on constate que les résultats de la version 2 sont comparables à ceux obtenus avec la version 1.
- ▶ En comparant les résultats de la version 1 avec ceux obtenus avec la version 3 on constate que la version trois nécessite plus d'itérations mais le temps CPU pour chaque itération est moindre. Le processus de recherche de l'optimum peut diverger facilement ou devient très long si le choix du pas de pénalisation est mal pondéré.
- ▶ En comparant les résultats de la première version avec ceux obtenus avec la quatrième version, on aperçoit de ces résultats que la version 4 donne toujours des solutions meilleures que celles retrouvées par la version 1. En effet, le nombre d'itérations nécessaire à la convergence avec la version 4 est inférieur par rapport à celui de la version 1. De plus, une itération de la version 4 coûte, en moyenne, moins de temps CPU qu'une itération de la version 1. La valeur de la fonction objective obtenue avec la version 4 est nettement supérieure à celle obtenue avec la version 1.

L'algorithme version 4 a permis ainsi d'améliorer la vitesse de convergence, la stabilité et de réduire l'espace mémoire.

D'un autre côté, on peut améliorer davantage l'efficacité des algorithmes développés en réduisant le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la solution optimale en utilisant le pas optimal dans la méthode du gradient au lieu d'un pas fixe, mais cela demande un effort supplémentaire de calcul et une utilisation additionnelle d'espace mémoire. Cependant l'utilisation du pas optimal ne garantit pas une réduction importante dans le nombre d'itérations.

Notre deuxième application a été consacrée à la résolution du problème de la gestion des centrales thermiques. L'algorithme développé pour cette tâche est basé sur l'emploi de la méthode du Lagrangien augmenté. Pour valider les performances de l'algorithme développé, on l'a testé sur un système où les pertes de transport ne sont pas prises en considération et sur un système où les pertes de transport sont prises en considération.

Les résultats obtenus avec l'algorithme développé peuvent être considérés à la hauteur de nos attentes. D'après les tests réalisés, la convergence, le nombre d'itérations et la robustesse sont très satisfaisants. En effet, ni la convergence, ni le nombre d'itérations ne dépendent de l'estimé initial ni de son admissibilité. L'algorithme développé peut être appliqué avec tant d'efficacité aux systèmes de grandes dimensions.

Lors de ces applications, nous avons confirmé le fait que la méthode du Lagrangien augmenté ne souffre pas du mauvais conditionnement.

**Les perspectives de ce travail** peuvent être énumérées comme propositions de possible suites pour ce travail :

- ☑ Développer un modèle pour le système hydroélectrique qui permet de traiter le problème de la gestion à long terme. Le modèle doit prendre en considération la valeur de l'eau en fonction de sa localisation dans tel ou tel réservoir du système et en fonction de la hauteur de chute.
- ☑ Développer un algorithme pour résoudre le problème de coordination de la production des systèmes mixtes à court terme. Cet algorithme peut être basé sur l'utilisation des modèles qu'on a développés dans cette thèse. Les outils qu'on a utilisés peuvent être aussi appliqués efficacement en combinaison avec d'autres outils nécessaires pour la solution.
- ☑ Développer un algorithme pour résoudre le problème de coordination de la production des systèmes mixtes à long terme. Cet algorithme doit être basé sur l'utilisation des modèles aspect stochastiques. Le modèle court terme développé dans cette thèse peut être encore incorporé.
- ☑ La méthode du Lagrangien augmenté mérite d'être développée pour améliorer ses performances d'application surtout si elle est utilisée comme méthode de base.

# MÉTHODE DU LAGRANGIEN AUGMENTÉ

## 1. INTRODUCTION

La méthode, qu'on a choisie et qui est impliquée dans les algorithmes qu'on a développé pour résoudre le problème de la gestion des systèmes de production d'énergie électrique, est la méthode Lagrangien augmenté. Pour mieux la situer entre les méthodes d'optimisation avec contraintes, nous proposons l'introduction suivante :

Le problème d'optimisation avec contraintes peut être traité par plusieurs méthodes. Le choix de la méthode appropriée dépend d'une série de caractéristiques du problème à optimiser et du comportement de la fonction qui le représente. Ces méthodes peuvent être regroupées sous les deux approches suivantes :

### ➤ Approche primale (directe).

Avec l'approche primale, les méthodes de recherche de l'optimum opèrent directement sur le problème original en cherchant la solution dans la région admissible. À partir d'un point satisfaisant les contraintes, on cherche une direction de déplacement, tel qu'un petit déplacement dans cette direction génère un nouveau point respectant encore les contraintes et assurant une décroissance de la fonction objective. La convergence de ces méthodes est très compétitive. Leurs simplicités et leurs applications générales, offrent aux méthodes de cette approche une place importante parmi les méthodes de la programmation non linéaire. Les principaux avantages de cette approche sont :

- Si le processus de recherche de l'optimum s'arrête avant que l'optimum n'est atteint, le dernier point est réalisable et peut être aussi proche de l'optimum du problème original, qui peut constituer une solution acceptable pour des problèmes pratiques adaptés par la programmation non linéaire.
- Si la recherche génère une séquence convergente, le point limite de cette séquence doit être au moins un minimum local.
- L'approche ne dépend pas de la structure du problème tel que la convexité, donc elle peut être appliquée aux problèmes généraux de la programmation non linéaire.

Les méthodes primales sont souvent délicates à mettre en œuvre pour les raisons suivantes :

- Nécessite une phase de calcul préliminaire pour obtenir le point initial admissible qui est

difficile particulièrement pour les problèmes avec des contraintes non linéaires.

- Des difficultés de calcul surviennent au cours de la recherche de l'optimum du fait qu'il faut rester toujours dans la région réalisable.

D'autant plus, il faut noter que certaines méthodes de cette approche peuvent diverger pour les problèmes ayant des contraintes d'inégalités à moins que des précautions préalablement élaborées soient prises.

### ➤ Approche duale (de transformation).

Avec l'approche duale, les méthodes consistent à transformer le problème avec contraintes à un problème sans contraintes et cela en adjoignant chaque contrainte à la fonction objective avec un multiplicateur de Lagrange ou un terme de pénalisation de façon à obtenir un problème sans contraintes. Les contraintes ne sont vérifiées qu'à la convergence. En conséquence, cette approche ne traite pas le problème directement. Ces méthodes présentent deux avantages sur les méthodes primales : leur mise en œuvre est facile, et leurs domaines d'application sont, généralement, plus étendus. Elles présentent de plus, la propriété de ne pas nécessiter un point initial réalisable (vérifiant les contraintes).

Le choix de telle ou telle méthode est souvent dicté par le type de problème à résoudre. Dans cette thèse, on a choisi la méthode du Lagrangien augmenté, qui combine l'utilisation de la méthode du multiplicateur de Lagrange avec la méthode de pénalisation. Les deux méthodes fonctionnent ensemble ce qui permet de modérer les inconvénients associés à l'une ou à l'autre méthode. Le but est d'obtenir un problème sans contraintes, qui ne soit pas mal conditionné, comme dans le cas d'une méthode de pénalisation lorsque le coefficient de pénalisation tend vers l'infini.

La méthode du Lagrangien augmenté appartient à la catégorie de l'approche duale, elle est parmi les méthodes les plus efficaces dans la classe des méthodes de la programmation non linéaire [26]. La méthode permet alors de transformer le problème d'optimisation avec contraintes à un problème d'optimisation sans contraintes. La forme finale du problème n'enveloppe aucune variable additionnelle. Le problème d'optimisation est ensuite résolu sans que les contraintes ne soient concernées.

Le problème de programmation non-linéaire généralisé, peut être formulé comme suit :

$$\min f(x) \quad (\text{A1.1})$$

Sous  $n$  contraintes d'égalités linéaires et/ou non-linéaires suivantes :

$$h_i(x) = 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{A1.2})$$

Et sous  $m$  contraintes d'inégalités linéaires et/ou non-linéaires suivantes :

$$g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (\text{A1.3})$$

Et sous  $m$  contraintes d'inégalités bornées linéaires et/ou non-linéaires suivantes :

$$\alpha_j \leq g_j(x) \leq \beta_j \quad j = 1, \dots, m \quad (\text{A1.4})$$

Où  $f$ ,  $h$  ou/et  $g$  sont des fonctions non-linéaires et la variable d'optimisation  $x$  est réelle.

## 2. PROBLÈME NON LINÉAIRE AVEC CONTRAINTES D'ÉGALITÉS

La méthode du Lagrangien augmenté, utilisée pour traiter le problème non-linéaire avec contraintes d'égalités, consiste à remplacer le problème originale (A1.1)-(A1.2) par une suite de fonctions appropriées sans contraintes. Le Lagrangien augmenté associé au problème (A1.1)-(A1.2) s'écrit :

$$L_a(x, \lambda_i) = f(x) + \lambda_i^t h_i(x) + \frac{1}{2} r h_i(x)^2 \quad (\text{A1.5})$$

$r$  : Coefficient de pénalisation positive.

Le problème (A1.5) est clairement équivalent au problème original (A1.1)-(A1.2) puisque en ajoutant les termes  $\lambda_i^t h_i(x)$  et  $\frac{1}{2} r h_i(x)^2$  à la fonction objective n'ont aucun effet sur la valeur optimale. Le dernier terme de la fonctionnelle  $L_a$  est le terme augmenté ou de pénalisation; il permet en fait de retrouver la solution exacte du problème, quand elle existe, sans faire tendre le coefficient  $r$  vers l'infini.

Les étapes typiques de la méthode Lagrangien augmenté sont les suivantes :

On se met à l'itération  $k$  et on initialise le multiplicateur  $\lambda^k$ . Ensuite, on utilise une méthode itérative de type gradient ou autre, pour déterminer une nouvelle approximation de la variable  $x^{(k+1)}$  qui minimise :

$$f(x) + \lambda^t h_i(x) + \frac{1}{2} r h_i(x)^2 \quad (\text{A1.6})$$

Après cela, on actualise le multiplicateur de Lagrange  $\lambda^{(k)}$  en utilisant la relation standard suivante :

$$\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + r h_i(x^{(k)}) \quad (\text{A1.7})$$

Bien que, l'itération principale dans la méthode Lagrangien augmenté soit par rapport au multiplicateur  $\lambda$ , le coefficient de pénalisation  $r$  peut être aussi actualisé durant le processus de recherche de l'optimum. En effet, l'évolution du coefficient de pénalisation  $r$  est

généralement présélectionnée. Il peut être fixé, augmenté vers une valeur finie ou le tendre très lentement vers l'infini, mais sans qu'il soit nécessaire de le tendre vers l'infini. Pour améliorer l'accélération du processus de recherche de l'optimum, le coefficient de pénalisation  $r$  peut être actualisé automatiquement durant le processus en utilisant le schéma suivant :

$$r^{(k+1)} = \varepsilon r^{(k)} \quad \text{avec } \varepsilon > 1 \quad (\text{A1.8})$$

D'autre part, il est établi que le Lagrangien original peut ne pas être convexe près de l'optimum, dans ce cas l'approche de dualité ne peut être appliquée. Cette gêne est surmontée grâce au terme  $\frac{1}{2} r h_i(x)^2$  qui permettra au Lagrangien augmenté de devenir convexe en se rapprochant de l'optimum. En effet, pour une valeur suffisamment grande de  $r$ , le Lagrangien devient localement convexe.

### 3. PROBLÈME NON LINÉAIRE AVEC CONTRAINTES D'INÉGALITÉS

Le problème (A1.1), (A1.3) peut être traité ordinairement en le transformant à un problème équivalent avec contraintes d'égalités en ajoutant des variables additionnelles, une pour chaque contrainte. Le problème (A1.1), (A1.3) se convertit alors au problème suivant :

$$\min f(x) \quad (\text{A1.9})$$

Sous les contraintes d'égalités suivantes :

$$g_i(x) + z_i^2 = 0 \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{A1.10})$$

Où :

$z_i$  : Variable additionnelle à la contrainte d'inégalité  $i$ .

Le problème (A1.9)-(A1.10) peut être résolu en appliquant la théorie utilisée pour traiter le problème avec contraintes d'égalités. La fonction duale qui correspond à la méthode de Lagrangien augmenté est défini comme suit :

$$\phi(\mu) = \min_{v_i \geq 0, x} \left( f(x) + \sum_{i=1}^n \left\{ \mu_i [g_i(x) + v_i] + \frac{1}{2} r [g_i(x) + v_i]^2 \right\} \right) \quad (\text{A1.11})$$

Où :

$$v_i = z_i^2$$

$r$  : Facteur de pénalisation de valeur positive.

La minimisation par rapport à  $v_i$  dans l'équation (A1.11) peut être déterminée analytiquement, ce qui mène à la définition de la fonction duale qui entraîne la minimisation uniquement par rapport à  $x$ . La variable  $v_i$  entre dans l'objectif de la fonction duale à travers

l'expression suivante :

$$P_i = \mu_i [g_i(x) + v_i] + \frac{1}{2} r [g_i(x) + v_i]^2 \quad (\text{A1.12})$$

L'expression (A1.12) est celle qui doit être minimisée par rapport à  $v_i$ , avec  $v_i \geq 0$ . Celle-ci est accomplie par différentiation, ce qui donne comme solution suivante :

$$v_i = \begin{cases} -(g_i(x) + \frac{\mu_i}{r}) & \text{si } -(g_i(x) + \frac{\mu_i}{r}) \geq 0 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Cette solution peut être représentée par l'expression équivalente suivante :

$$v_i = \text{Max} \left[ 0, -(g_i(x) + \frac{\mu_i}{r}) \right] \quad (\text{A1.13})$$

Pour obtenir explicitement l'expression du minimum de la fonction  $P_i$ , on substitue l'expression (A1.13) dans l'équation (A1.12) on obtient :

- Pour  $v_i = 0$ , on a :

$$P_j = \frac{1}{2r} \{ [\mu_i + r g_i(x)]^2 - \mu_i^2 \} \quad (\text{A1.14})$$

- Pour  $v_i = -(g_i(x) + \frac{\mu_i}{r})$ , on a :

$$P_j = -\frac{\mu_i^2}{2r} \quad (\text{A1.15})$$

En combinant les deux solutions (A1.14) et (A1.15), on obtient :

$$P_j = \frac{1}{2r} \{ [\max(0, \mu_i + r g_i(x))]^2 - \mu_i^2 \} \quad (\text{A1.16})$$

Vu ce qui est cité ci-dessus, définissant une fonction à deux arguments scalaires  $t$  et  $\mu$  :

$$P_r(t, \mu) = \frac{1}{2r} \{ [\max(0, \mu + r t)]^2 - \mu^2 \} \quad (\text{A1.17})$$

Finalement, la fonction duale pour le problème avec contraintes d'inégalité peut être représentée comme suit :

$$\phi(\mu) = \min_x \left( f(x) + \sum_{i=1}^n P_r(g_i(x), \mu_i) \right) \quad (\text{A1.18})$$

Le multiplicateur de Lagrange  $\mu_i$  peut être actualisé en utilisant le schéma suivant :

$$\mu_i^{(k+1)} = \mu_i^{(k)} + r \cdot \max \left[ g(x^{(k)}), \frac{\mu_i}{r} \right] \quad (\text{A1.19})$$

## 5 CONCLUSION

Cette section décrit la méthode du Lagrangien augmenté. Cette méthode est utilisée pour l'optimisation des problèmes de programmation non-linéaire. La méthode présentée peut être interprétée comme une approche duale qui combine l'utilisation de la méthode de multiplicateur de Lagrange avec la méthode de pénalisation. Les deux méthodes fonctionnent ensemble pour modérer les inconvénients associés à l'une ou à l'autre méthode seule. En effet, le problème avec contraintes d'égalités et d'inégalités est traité en adjoignant respectivement à la fonction objective originale  $f(x)$  une fonction de pénalité qui dépend du multiplicateur  $\mu$  et une fonction de pénalité qui dépend du multiplicateur  $\lambda$ . Ensuite, les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda$  et  $\mu$  sont ajustés de sorte à maximiser la fonction  $\phi$ . Malgré, l'insertion des variables additionnelles  $v_i$  pour convertir le problème avec des contraintes d'inégalités à un problème uniquement avec contraintes d'égalités, la forme finale du problème n'enveloppe aucune des variables additionnelles, ce qui permet à la méthode de garder son efficacité de calcul et son espace mémoire. La minimisation du Lagrangien augmenté est réalisée soit directement ou grâce à une méthode itérative de type gradient.

L'utilisation de la méthode Lagrangien augmenté permet de surmonter le problème d'oscillation au cours de la recherche de l'optimum. Elle est aussi très efficace pour les problèmes non-linéaires de grandes dimensions avec des contraintes d'égalité et d'inégalités.

# MÉTHODE DU GRADIENT

## 1. INTRODUCTION

La méthode de gradient est une technique de résolution numérique directe. Elle appartient à une classe de méthodes qui n'utilise que le calcul du gradient de la fonction  $f$  à minimiser. C'est une méthode améliorée de la méthode de descente. La méthode du gradient consiste à chercher le minimum d'une fonction  $f$  en utilisant la direction de descente de la plus grande pente, c'est-à-dire, la direction dans laquelle la fonction  $f$  décroît le plus vite.

## 2. PRINCIPE DE LA MÉTHODE DU GRADIENT

Le problème consiste à trouver un minimum d'une fonction  $f$ . La méthode du gradient est l'une des principales méthodes qui peut être utilisée pour déterminer la région d'optimisation. En effet, afin de minimiser une fonction  $f$  à partir d'une solution approchée, le plus simple est de suivre la ligne où la direction de descente de la plus grande pente, c'est-à-dire, la direction dans laquelle la fonction  $f$  décroît le plus vite. D'un point de vue mathématique, la pente d'une fonction correspond à la dérivée de cette dernière. On construit alors une méthode de descente avec une direction de descente égale à :

$$d^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)}) \quad (\text{A2.1})$$

Si l'on se place dans le cadre d'une fonction de plusieurs variables, la différentielle devient un vecteur : le gradient de la fonction. Chaque composante de ce vecteur correspond alors à la dérivée partielle de la fonction selon l'une de ses variables. Dans les méthodes de descentes nous avons substitué le problème de minimisation dans  $R^n$  par une succession de problèmes de minimisation dans  $R$ .

Soit  $f$  une fonction continue et différentiable dont on recherche le minimum. La méthode du gradient consiste à construire une suite  $x^{(k)}$  à l'aide du gradient  $\nabla f(x^{(k)})$  tel que :

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \alpha^{(k)} \nabla f(x^{(k)}) \quad (\text{A2.2})$$

En commençant d'un estimé initial  $x^o$ , la suite (A2.2) doit converger vers la solution finale  $x^{(*)}$ .

Où  $\alpha$  est un scalaire réel non nul, appelé aussi le pas et dont la valeur reste à définir,

En fait au point  $x^{(k)}$ , une direction améliorante est définie par :

$$d^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)}) \quad (\text{A2.3})$$

Le point  $x^{(k+1)}$  est alors obtenue en effectuant un déplacement suivant cette direction. Ce déplacement est à priori intéressant s'il préserve la condition suivante :

$$f(x^{(k+1)}) \prec f(x^{(k)}) \quad (\text{A2.4})$$

Les méthodes du gradient sont classées en fonction du type de pas comme suit :

- à pas fixe : le pas  $\alpha^{(k)}$  sélectionné est fixe durant le processus. Sa valeur est choisie de sorte que la condition (A2.4) est préservée.
- à pas variable : le pas  $\alpha^{(k)}$  est ajusté en cours d'itération tout en préservant la condition (A2.4). L'ajustement permet d'accélérer la convergence.
- à pas optimal : le pas  $\alpha^{(k)}$  est déterminé en cours de chaque itération de telle sorte que pour  $\alpha > 0$ , la condition suivante est toujours satisfaite :

$$f(x^{(k)} + \alpha^{(k)} d^{(k+1)}) \leq f(x^{(k)} + \alpha^{(k)} d^{(k)}) \quad (\text{A2.5})$$

La convergence de la méthode du gradient est considérée atteinte lorsque la condition suivante est satisfaite :

$$\|\nabla f(x^{(k+1)})\| \prec \varepsilon \quad (\text{A2.6})$$

Où  $\varepsilon$  est la précision désirée.

### 3. CONCLUSION

Cette section décrit la méthode du gradient. D'une part, elle est très simple à mettre en œuvre, et d'autre part, elle est bonne au début de l'optimisation pour s'approcher de la région où se trouve l'optimum, par contre, elle est de convergence lente en se rapprochant de l'optimum, dû au fait que  $\|\nabla f(x)\|$  s'approche de zéro.

## PRINCIPE DU MAXIMUM DISCRET

### 1. INTRODUCTION

Le principe du maximum est utilisé dans la théorie de contrôle optimal dont l'objectif est de trouver le meilleur contrôle possible pour emmener un système dynamique d'un état à un autre. Il est découvert par le mathématicien russe Lev Semenovich Pontryagin en 1956 et prouvé par lui même et ses collègues Boltyanskii et Gamkrelidz.

Le principe du maximum est originalement dérivé du calcul des variations classiques. En effet, Pontryagin a étendu la méthode de variation pour inclure les problèmes avec des contraintes sur les variables de contrôle et sur les variables d'état. Ensuite, il a été développé pour être appliqué aux problèmes discrets, Jordan et Polak ont discuté les limitations de ce développement et ils ont généralisé le principe pour qu'il soit applicable aux problèmes présentés sous la forme discrète.

### 2. PRINCIPE DE LA MÉTHODE

Soit un système dynamique non linéaire discret avec sa variable d'état  $x_k$  et sa variable de contrôle  $u_k$ . L'état du système à la période  $k + 1$  est relié à l'état de la  $k^{\text{ème}}$  période par la relation suivante :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, k), \quad k = k_o, \dots, k_f \quad (\text{A3.1})$$

Le processus se termine à la période  $k_f$ . L'objectif du problème est de minimiser le critère suivant :

$$J = \theta(x_k, k) \Big|_{k=k_o}^{k=k_f} + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} \phi(x_k, u_k, k) \quad (\text{A3.2})$$

Par rapport à l'ensemble de toutes les séquences de contrôle admissible  $u_k$ ,  $k = k_o, \dots, k_f$ , et en satisfaisant l'équation (A3.1).

Où :

$k_o, k_f$  : Entiers fixes représentent le temps initial et final.

Pour solutionner ce type de problème, on introduit la contrainte (A3.1) dans la fonction objective (A3.2) avec un multiplicateur de Lagrange  $\lambda_k$ , on obtient :

$$J' = \theta(x_k, k) \Big|_{k=k_o}^{k=k_f} + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} \phi(x_k, u_k, k) + \lambda_{k+1} (x_{k+1} - f(x_k, u_k, k)) \quad (\text{A3.3})$$

On définit alors l'Hamiltonien :

$$H(x_k, u_k, \lambda_{k+1}, k) = \phi(x_k, u_k, k) + \lambda_{k+1} f(x_k, u_k, k) \quad (\text{A3.4})$$

Le problème (A3.1)-(A3.2) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\text{Minimiser } H(x_k, u_k, \lambda_{k+1}, k) \quad (\text{A3.5})$$

Pontryagin a montré que la trajectoire optimale doit satisfaire les conditions nécessaires suivantes :

- L'équation d'optimalité :

$$\frac{\partial H_k(x_k, u_k, \lambda_{k+1}, k)}{\partial u_k} = 0 \quad (\text{A3.6})$$

- L'équation adjointe :

$$\frac{\partial H_k(x_k, u_k, \lambda_{k+1}, k)}{\partial x_k} = 0 \quad (\text{A3.7})$$

- La condition initiale de l'équation adjointe :

$$\frac{\partial \theta_{k_o}}{\partial x_{k_o}} = 0 \quad (\text{A3.8})$$

- La condition finale de l'équation adjointe :

$$\frac{\partial \theta_{k_f}}{\partial x_{k_f}} = 0 \quad (\text{A3.9})$$

En plus de ces conditions représentées par les équations (A3.6)- (A3.9), la trajectoire optimale doit satisfaire la condition originale (A3.6) ou :

$$x_{k+1} = \frac{\partial H_k}{\partial \lambda_{k+1}} \quad (\text{A3.10})$$

Les étapes précédentes du principe du maximum discret aboutissent au problème aux deux conditions limites, qu'on peut le représenter sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, \lambda_{k+1}, k) \\ \lambda_{k+1} = g(x_k, \lambda_k, k) \end{cases} \quad (\text{A3.11})$$

Avec les conditions limites (A3.8) et (A3.9).

Le problème non linéaire aux deux conditions limites représenté par le système d'équations (A3.11), se résout généralement en utilisant des techniques itératives du fait que ces techniques peuvent être utilisées facilement sur des processeurs numériques (ordinateurs).

### 3. APPLICATION DE LA MÉTHODE DU GRADIENT

L'objectif du problème décrit à la section 2 est de minimiser le critère suivant :

$$J = \theta(x_{k_f}, k_f) + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} \phi(x_k, u_k, k) \quad (\text{A3.12})$$

Où on suppose que  $\theta$  et  $\phi$  peuvent inclure n'importe quelle fonction de pénalité nécessaire pour considérer les contraintes d'inégalités sur les variables de contrôle et sur les variables d'état.

L'état du système à la période  $k+1$  est relié à l'état de la  $k^{\text{ème}}$  période par la relation suivante :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, k), \quad x_{k_o} = x_0 \quad (\text{A3.13})$$

L'Hamiltonien de ce problème est :

$$H(x_k, u_k, \lambda_{k+1}, k) = \phi(x_k, u_k, k) + \lambda_{k+1} f(x_k, u_k, k) \quad (\text{A3.14})$$

L'équation adjointe correspondante est :

$$\lambda_k = \frac{\partial H}{\partial x_k} = \frac{\partial \phi}{\partial x_k} + \left( \frac{\partial f}{\partial x_k} \right) \lambda_{k+1} \quad (\text{A3.15})$$

La condition finale sur l'équation adjointe est :

$$\lambda_{k_f} = \frac{\partial \theta(x_{k_f}, k_f)}{\partial x_{k_f}} \quad (\text{A3.16})$$

Le procédé de résolution du problème ci-dessus en utilisant la méthode du gradient se résume comme suit :

Le processus de calcul s'accomplit comme suit :

On estime la variable de contrôle  $u_k^{(i)}$ ,  $k = k_o, \dots, k_f$ , puis on détermine la variable d'état  $x_k^{(i)}$  de l'équation (A3.13). Ceci permettra de résoudre l'équation adjointe (A3.15) à rebours à partir de la période  $k_f$  avec la condition limite (A3.9) vers la période  $k_o$ . Ensuite on calcul  $\partial H / \partial u_k^{(i)}$ , on obtient :

$$\frac{\partial H}{\partial u_k^{(i)}} = \frac{\partial \phi[x_k^{(i)}, u_k^{(i)}, k]}{\partial u_k^{(i)}} + \left[ \frac{\partial f[x_k^{(i)}, u_k^{(i)}, k]}{\partial u_k^{(i)}} \right] \lambda_{k+1} \quad (\text{A3.17})$$

Cette relation deviendra normalement nulle.

Une perturbation dans la fonction objective (coût) avec des perturbations dans  $x_k$  et dans  $u_k$  peut être obtenue en réécrivant l'équation (A3.12) comme :

$$\begin{aligned}
J &= \theta(x_{k_f}, k_f) + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} (H - \lambda_{k+1} x_{k+1}) \\
&= \lambda_{k_o} x_{k_o} + \theta(x_{k_f}, k_f) - \lambda_{k_f} x_{k_f} + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} (H - \lambda_k x_k)
\end{aligned} \tag{A3.18}$$

D'où on obtient :

$$\begin{aligned}
J &= \theta(x_{k_f}, k_f) + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} (H - \lambda_{k+1} x_{k+1}) \\
&= \lambda_{k_o} x_{k_o} + \theta(x_{k_f}, k_f) - \lambda_{k_f} x_{k_f} + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} (H - \lambda_k x_k)
\end{aligned} \tag{A3.19}$$

Ainsi on obtient :

$$\Delta J = \lambda_{k_o} \Delta x_{k_o} + \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x_{k_f}} - \lambda_{k_f} \right] \Delta x_{k_f} + \sum_{k=k_o}^{k_f-1} \left\{ \left( \frac{\partial H}{\partial x_k} - \lambda_k \right) \Delta x_k + \left( \frac{\partial H}{\partial u_k} \right) \Delta u_k \right\} \tag{A3.20}$$

A partir des équations (A3.15) et (A3.16), et le fait que la valeur de  $x_{k_o}$  est donnée, c'est-à-dire, que  $\Delta x_{k_o} = 0$ , l'équation (A3.20) devient :

$$\Delta J^{(i)} = \sum_{k=k_o}^{k_f-1} \left( \frac{\partial H[x_k^{(i)}, u_k^{(i)}, \lambda_{k+1}^{(i)}, k]}{\partial u_k^{(i)}} \right) \Delta u_k^{(i)} \tag{A3.21}$$

Par conséquent, pour minimiser  $\Delta J^{(i)}$ , on pose :

$$\Delta u_k^{(i)} = -K_k \frac{\partial H}{\partial u_k^{(i)}} \tag{A3.22}$$

Et avec laquelle on calcul la nouvelle valeur de la variable de contrôle en utilisant l'algorithme de la méthode du gradient suivant :

$$u_k^{(i+1)} = u_k^{(i)} + \Delta u_k^{(i)} \tag{A3.23}$$

On répète cette procédure jusqu'à ce que la variation de  $\Delta u_k^{(i)}$  d'une itération à une autre devient très petite ou nulle.

#### 4. CONCLUSION

Cette section décrit le principe du maximum sous sa forme discrète et l'application de la méthode du gradient. Le principe du maximum discret est une méthode d'optimisation qui est la plus naturelle à utiliser pour plusieurs types de problèmes continus mais après une adéquate discrétisation.

Le principe du maximum sous sa forme discrète est alors utilisé pour traiter les problèmes dynamiques non linéaires discrets. Les équations découlant de ce principe sont résolues en utilisant la méthode itérative du gradient.

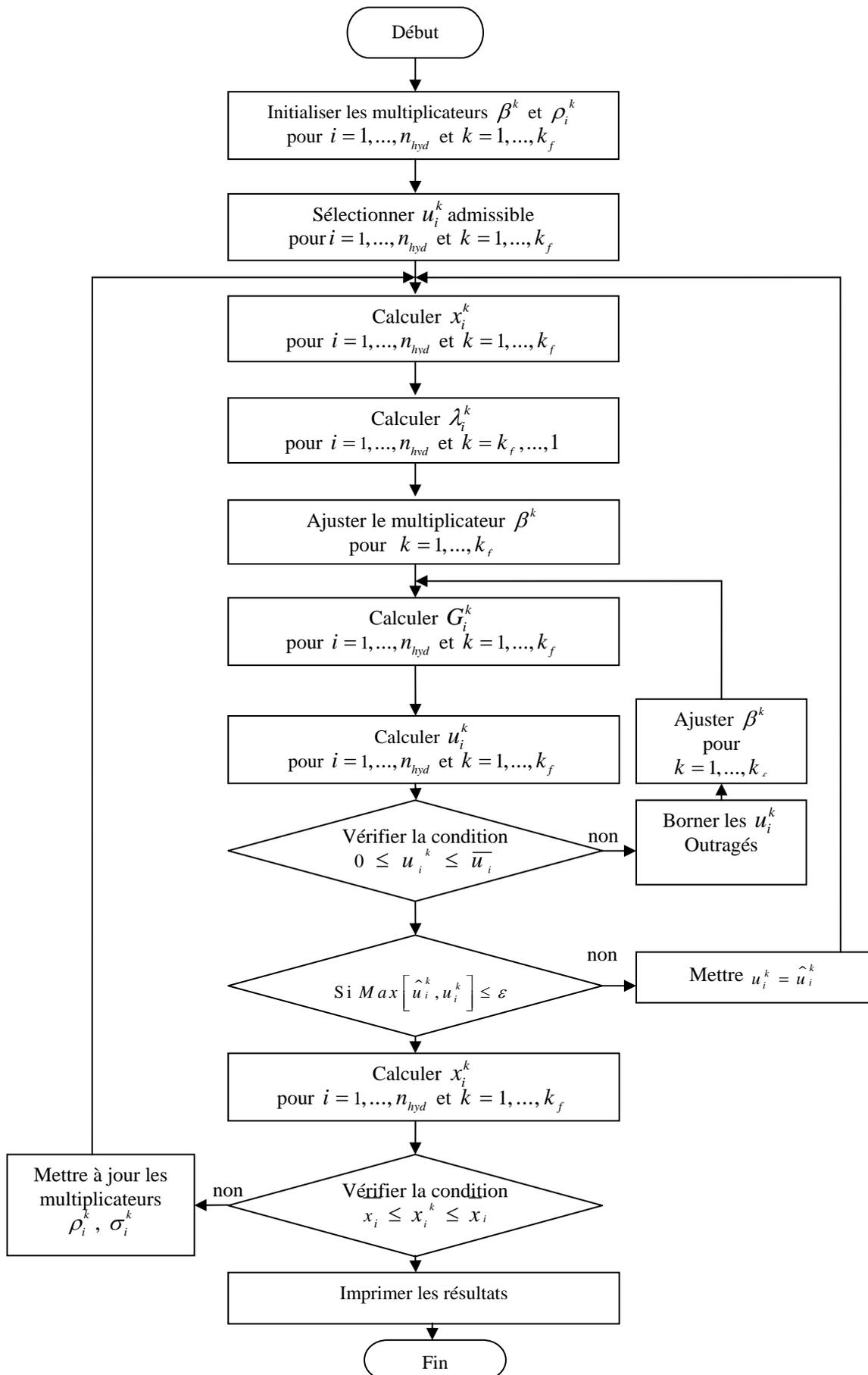


Figure A4-1 : Organigramme de l'algorithme version 1.

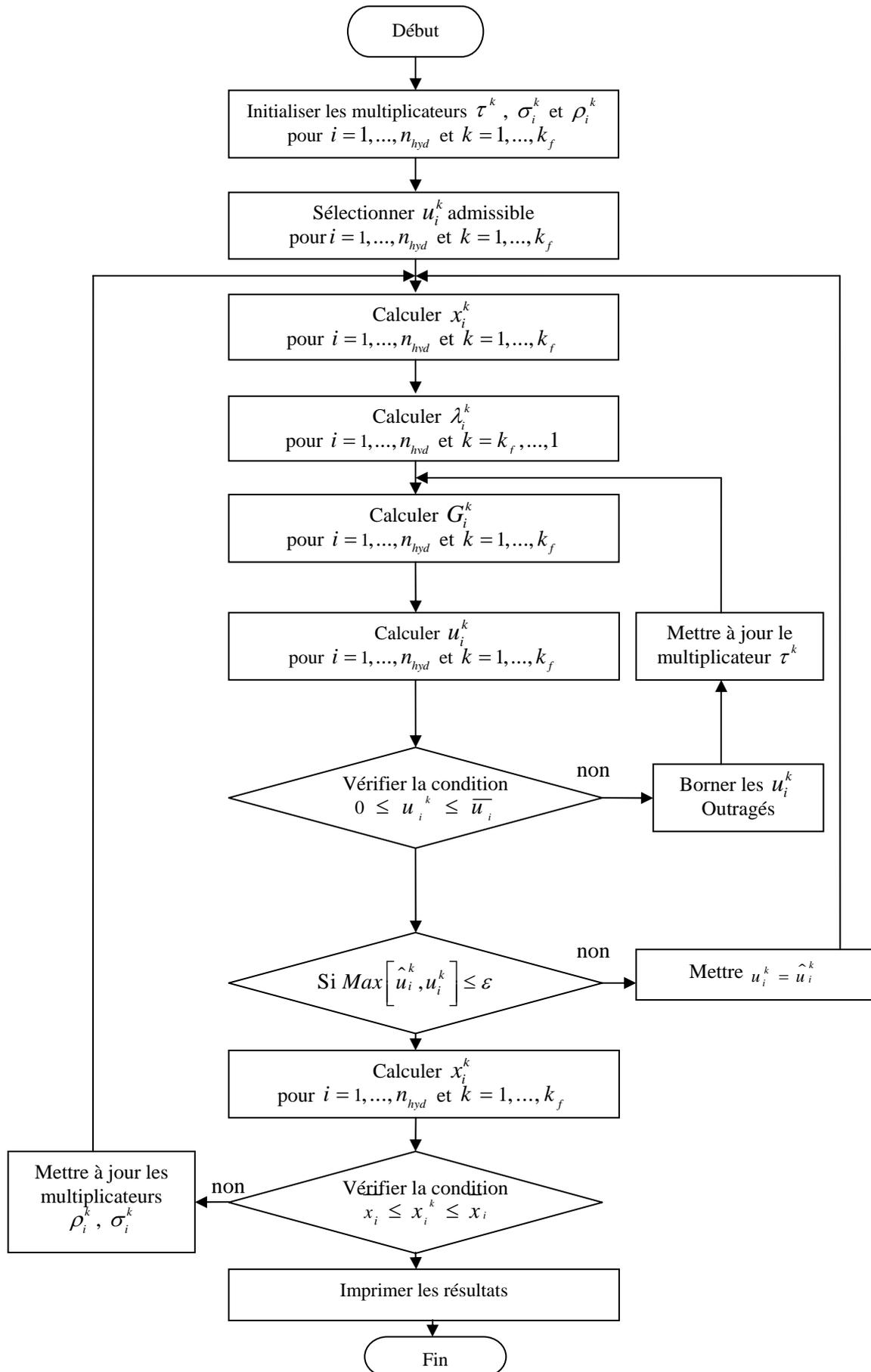


Figure A4-2 : Organigramme de l'algorithme version 2.

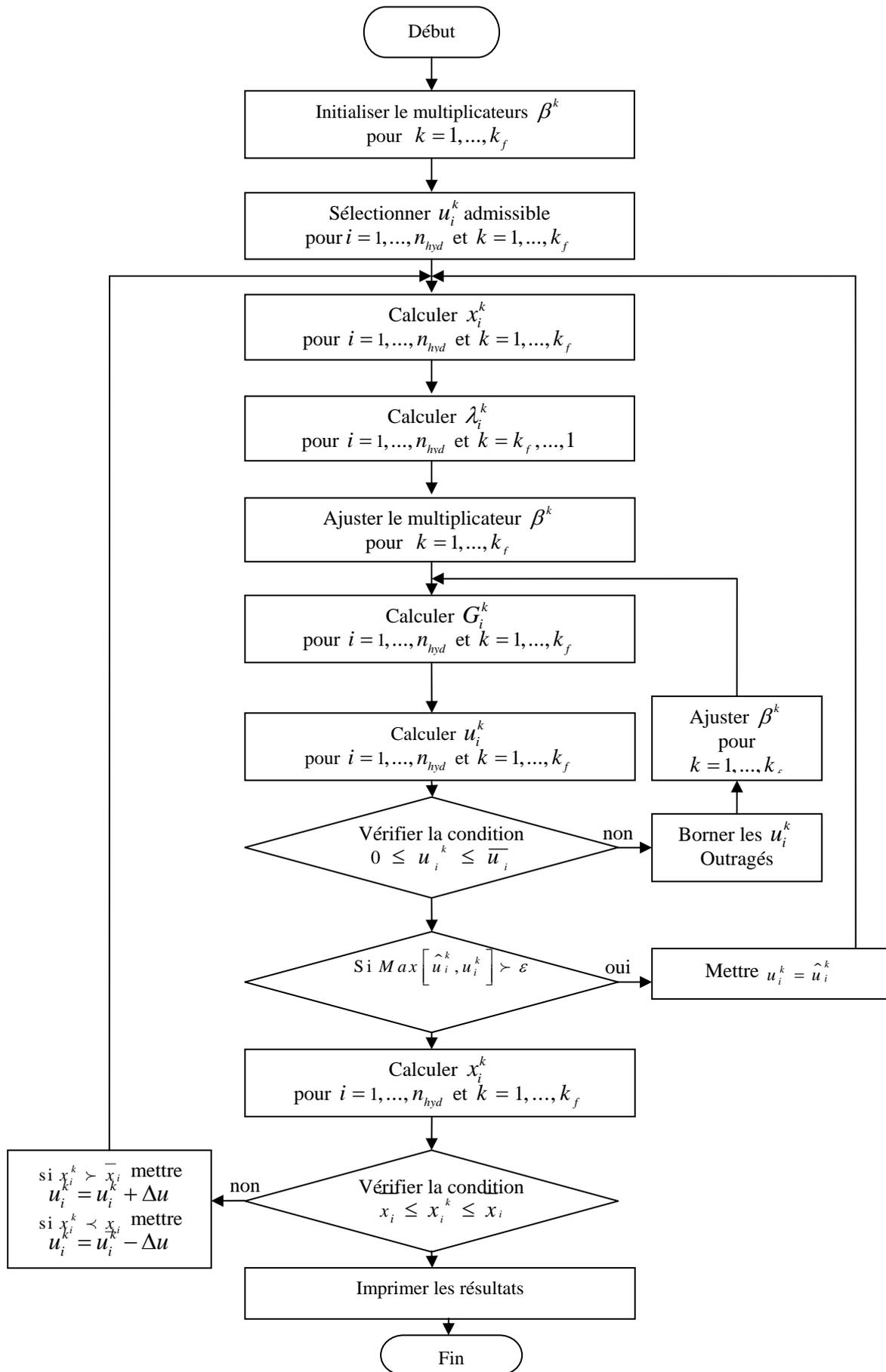


Figure A4-3 : Organigramme de l'algorithme version 3.

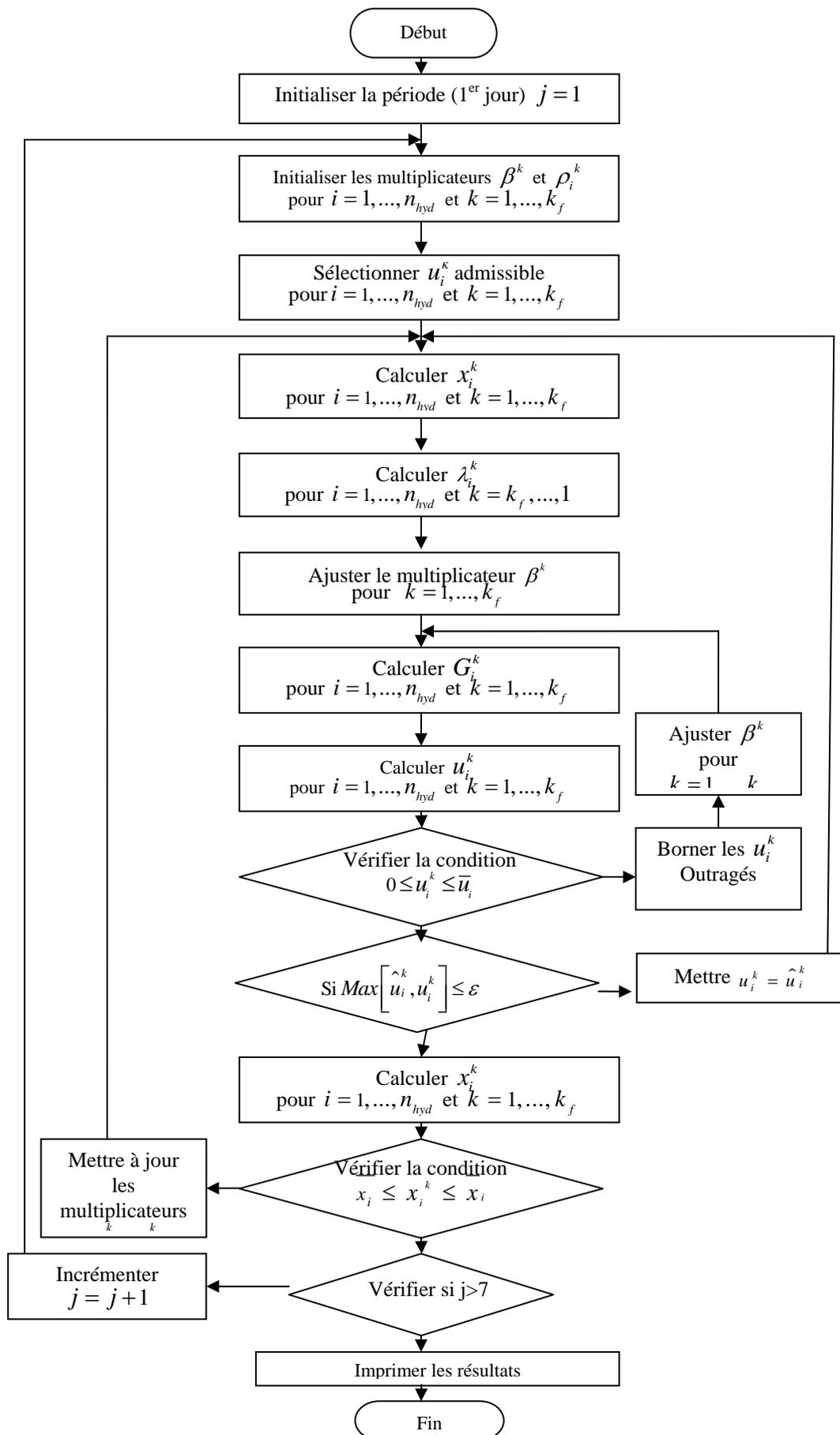


Figure A4-4 : Organigramme de l'algorithme version 4.

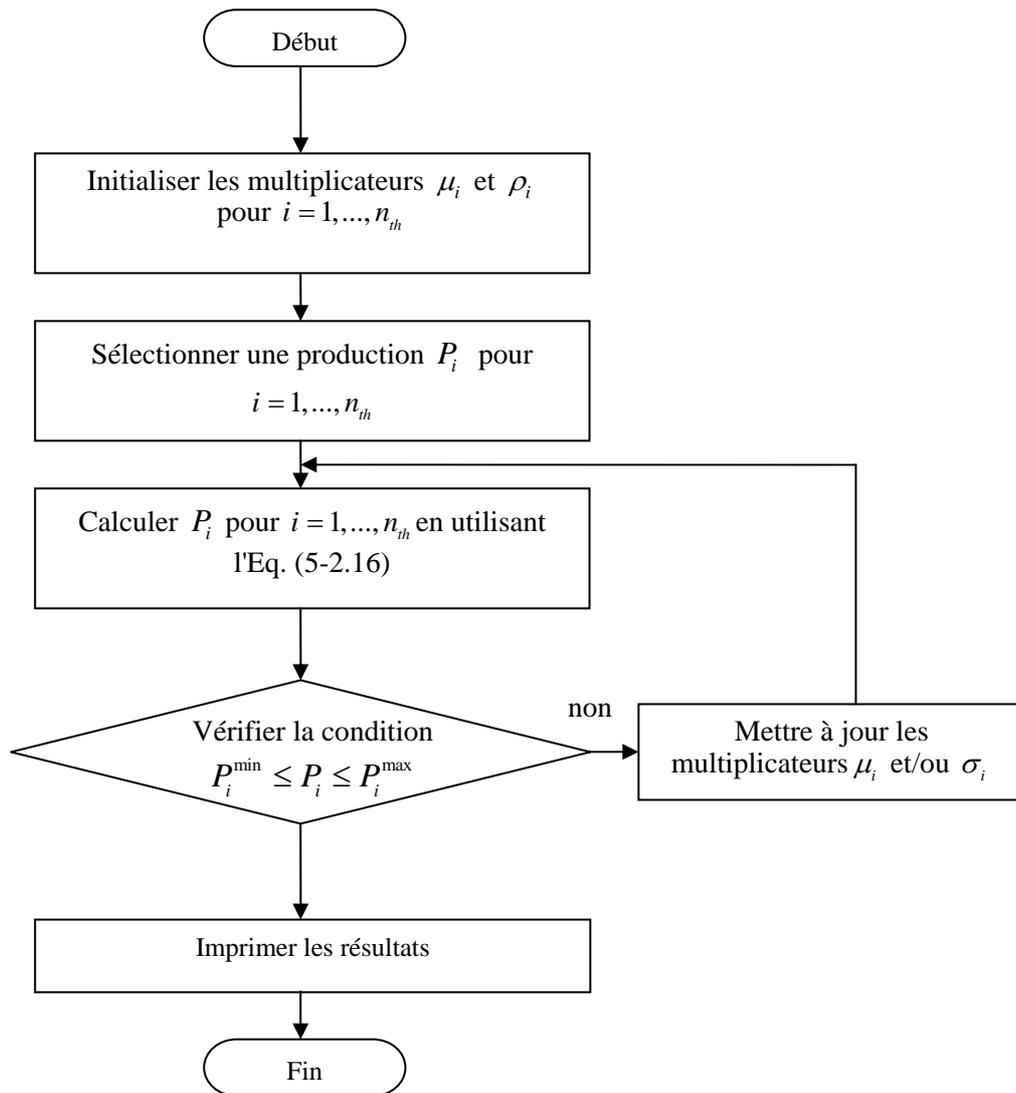


Figure A5-1 : Organigramme de l'algorithme version a.

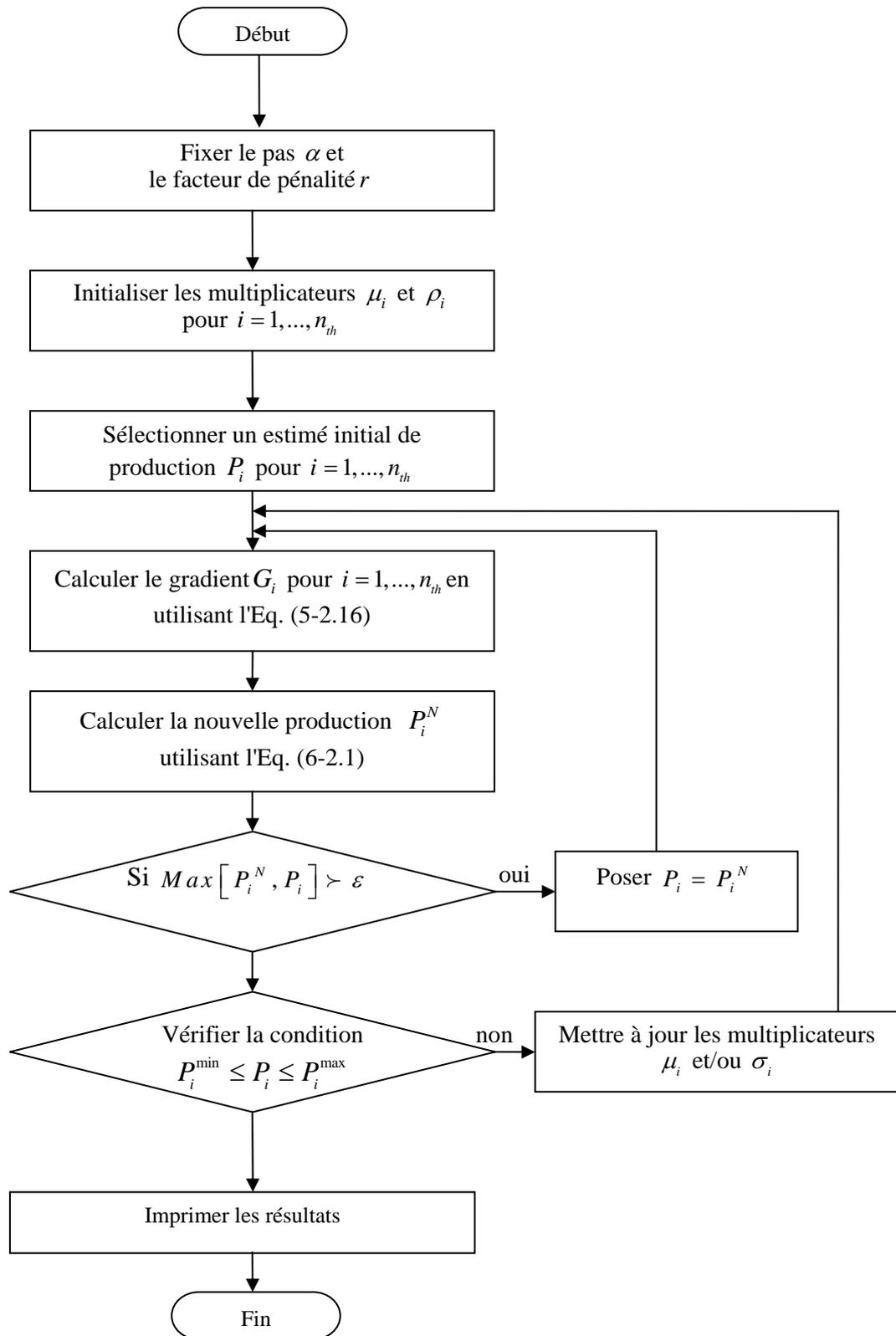


Figure A5-2 : Organigramme de l'algorithme version b.

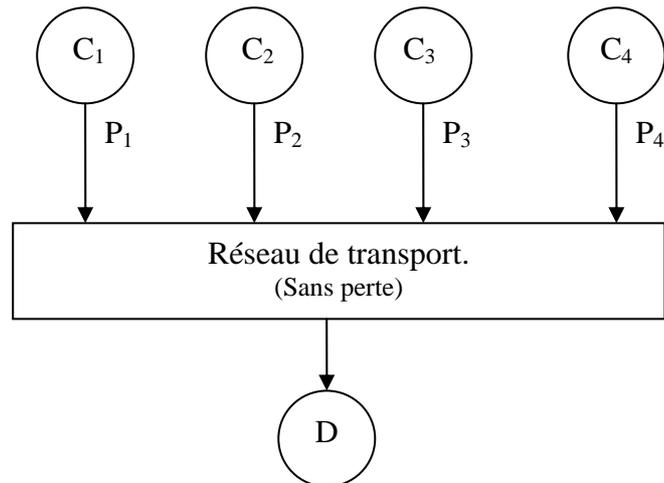


Fig. A1 : Système 1 de production-consommation de l'énergie électrique.

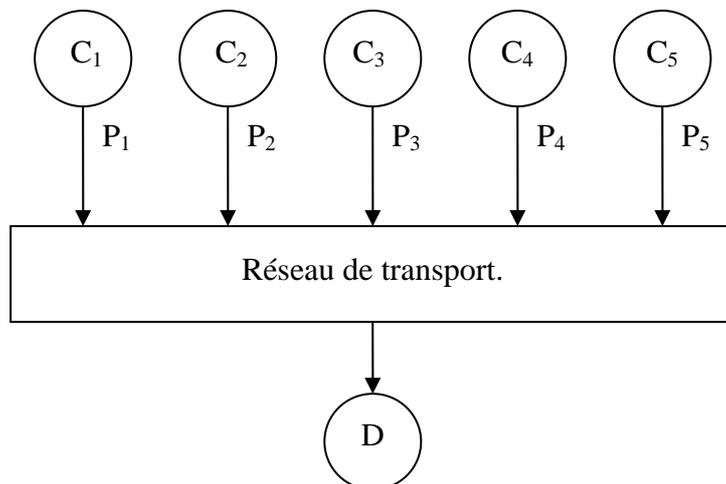


Fig. A2 : Système 2 de production-consommation de l'énergie électrique.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. Multon: "*L'énergie sur la terre : Analyse des ressources et de la consommation. La place de l'énergie électrique*". Revue 3EI, n°14, pp. 29-38. Septembre 1998.
- [2] Multon, G. Robin, M Ruellan, H. Ben Ahmed : " *Situation énergétique mondiale à l'aube du 3ème millénaire. Perspectives offertes par les ressources renouvelables*". Revue 3EI n°36, pp.20-33. mars 2004.
- [3] Encyclopédie libre Wikipédia : " Centrales électriques". Site internet <http://fr.wikipedia.org/>.
- [4] J.M. Garcia : "*Gestion optimale d'un système hydro-électrique aspects long terme et court terme*". RAIRO Automatic systems analysis and control, Vol.15, N° 3, pp. 243-262. 1981.
- [5] A. Turgeon, "*Optimal short-term hydro scheduling from the principle of progressive optimality*". Water resources research, Vol. 17, pp. 481-486. June 81.
- [6] D. G. Luenberger: "*Linear and nonlinear programming*". Addison-Wesley publishing company Inc. 1984.
- [7] V. Chvátal: "*Linear programming*". W. H. Freeman and Company. New York. 1983.
- [8] G. W. Chang, A. Mohamed, J. G. Waight: "*Experiences with mixed integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling approach*". IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 16 N° 4,, pp.743-749. 2000.
- [9] J. L. Laurière : "*introduction programmation dynamique*". Bordas. Paris, 1979.
- [10] D. P. Bertsekas: "*Dynamic Programming and Optimal Control*". 2<sup>nd</sup> Edition, Massachusetts Institute of Technology. 2005.
- [11] N. Buras: "*Dynamic Programming in Water Resources Development*". Advances in hydro-science. Vol. 3, 1966. Academic press. New York.
- [12] R. E. Larson, A. J. Korsak: "*A Dynamic Programming Successive Approximations Technique with Convergence Proofs*". Part 1 and 2. Automatica. Vol. 6, 1970.
- [13] B. Bernholz, L. J. Graham: "*Hydrothermal Economic Scheduling. Part 1; Solution by Incremental Dynamic Programming*". AIEE Trans., Dec. 1970.
- [14] E. S. Lee, S. Waziruddin: "*Applying Gradient Projection and Conjugate Method to the Optimum Operation of Reservoirs*". Water resource bulletin. 1970.
- [15] D. M. Himmelblau: "*Applied Nonlinear Programming*". McGraw-Hill, Inc. 1972.
- [16] D. P. Bertsekas: "*Nonlinear Programming*". 2nd edition, Athena Scientific MIT, 2004.
- [17] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: "*Nonlinear Programming – Theory and Algorithms*". John Wiley & Sons, New York, 1993.

- [18] M. Ouriemchi : “*Résolution de problèmes non linéaire par les méthodes de points intérieurs*”. Spécialité : *Mathématiques Appliquées*. Date de soutenance : 18 Juin 2005. Université de Havre.
- [19] A.P. Sage: “*Optimum System Control*”. Second edition, John Wiley & sons Inc., New York 1968.
- [20] D. E. Kirk: “*Optimal Control Theory*”. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs., New Jersey 1968.
- [21] M. E. El-Hawary, G. S. Christensen: “*Optimal economic operation of electric power systems*”. Academic Press, Inc. 1973.
- [22] A. Bounaim : “*Méthodes de décomposition de domaine : Application à la résolution de problèmes de contrôle optimal*”. Spécialité : *Mathématiques Appliquées*. Date de soutenance : 25 juin 1999. Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- [23] L. Marian and B. Nicoletti: “*Optimal Discrete Systems with Pure Delays*”. IEEE Trans. on Automatic Control, pp.311-313, June 1973.
- [24] V. Guibout and A. Bloch: “*A discrete maximum principle for solving optimal control problems*”. 43rd IEEE Conference on Decision and Control. pp. 1806-1811. December 14-17, 2004.
- [25] M. Boumahrat, A. Gourdin : “*Méthodes numériques appliquées*”. Office des publications universitaires. Alger 1983.
- [26] Bertsekas D.P.: “*Multiplier Methods: A Survey*”. Automatica, Pergamon Press. Printed in Great Britain, Vol. 12, pp. 133-145, 1976.
- [27] Bertsekas D.P.: “*On the Method of Multipliers for Convex Programming*”. IEEE Trans. Automatic Control, pp. 385-388.1975.
- [28] W. Wah, Tao Wang; Yi Shang, and Zhe Wu: “*Improving the Performance of Weighted Lagrange-Multiplier Methods for Nonlinear Constrained Optimization*”. Proc. IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence, pp. 224-231.1997.
- [29] M. M. Adibi, R. A. Polyak, I. A. Griva, L. Mili and S. Ammari: “*Optimal Transformer Tap Selection Using ModifiedBarrier-Augmented Lagrangian Method*”. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 18, N° 1, pp.251-257, Feb. 2003.
- [30] G. Yan, J. Wang, Z. Jiao, X. Li: “*An Extension of Augmented Lagrange Multiplier Method for Remote Sensing Inversion*”. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., pp 2400-2402, 2001.
- [31] [31 Tahk MJ, Sun BC: “*Co evolutionary Augmented Lagrangian Methods for Constrained Optimization*”. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 4, N° 2, pp. 114-124. July 2000.

- [32] J. A. Vasconcelos, L. Kriihenbiihl, L. Nicolas, A. Nicolas: “*Design Optimization in Electrostatic Field Analysis Using the BEM and the Augmented Lagrangian Method*”. IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 30, n° 5, pp. 3443-3446, September 1994.
- [33] C. J. Rehn, J. A. Buhenko, D. Sjelvgren : “*Voltage Optimization using Augmented Lagrangian Functions and Quasi-Newton Techniques*”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 4, pp.1470-1483 October 1989.
- [34] Fares B., Apkariant P., and Nolfi D.: “*An augmented Lagrangian method for a class of LM-constrained problems in robust control theory*”. Proceedings of the American Control Conference. Chicago, Illinois. pp. 3702-3706. 2000.
- [35] A. Santos, G.R.M. da Costa: “*Optimal-power-flow solution by Newton’s method applied to an augmented Lagrangian function*”. IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib, Vol. 142, n°1. January 1995.
- [36] A. Santos, S. Deckmann S. Soares: “*A dual augmented Lagrangian approach for optimal power flow*”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, n° 3, pp. 1020-1025, August 1988.
- [37] M. M. Adibi, R. A. Polyak, I. A. Griva, L. Mili and S. Ammari: “*Optimal Transformer Tap Selection Using ModifiedBarrier-Augmented Lagrangian Method*”. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 18, N° 1, pp.251-257. Feb. 2003.
- [38] “*Encyclopédie des Sciences industrielles : Application électricité électronique*”. Quillet. Tome 1. Paris, 1973.
- [39] E. Eskenasy, A. Lejeune, J. Marchal et M. Piroton: “*L’énergie hydroélectrique et les barrages*”. Le département d’Hydraulique et de Transport. Université de Liège. <http://www.ulg.ac.be/sciences>.
- [40] Encyclopédie canadienne : “*Electricité, production*” .<http://www.thecanadianencyclopedia.com/>
- [41] I. C. Mendieta : “*L’Économie des Ressources en Eau : de l’Internalisation des Externalités à la Gestion Intégrée*”. Thèse de doctorat en Sciences Économiques. Soutenu le 2 décembre 2005. Université des Sciences et Technologies de Lille.
- [42] A. J. Wood, B. F. Wallenberg: “*Power generation, operation and control*”. John Wiley & Sons, Inc. 1984.
- [43] S. Soares , T. Ohishi, Ad. Cicogna : “*Dynamic Dispatch of Hydro Generating Units*”. IEEE Bologna PowerTech Conference, Bologna, Italy. June 23-26 2003.
- [44] J. Garcia-Gondlez, E. Parrilla, J. Barquin, J. Alonso, A. Saiz-Chicharro, A. Gondlez: “*Under-relaxed Iterative Procedure for Feasible Short-Term Scheduling of a Hydro Chain*” IEEE Bologna PowerTech Conference, Bologna, Italy. June 23-26 2003.

- [45] R. H. Liang, Y. Y. HSU: "*Short-term hydro-scheduling using Hopfield neural network*". IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 143, No. 3, May 1996.
- [46] B. Xiaomin Y. Erkeng L. Chaoan X. Zhuzhi: "*Optimal Scheduling of Large Hydro-Thermal Power System*". EE International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, November 1991, Hong Kong.
- [47] C. Li, E. Hsu, A. J. Svoboda , C. Tseng, R. B. Johnson: " *Hydro Unit Commitment in Hydro-Thermal optimization*". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, N° 2, pp 764-769, May 1997.
- [48] A. Borghetti, A. Frangioni, F. L. and Nucci : "*Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment*". IEEE Transactions on Power Systems, VOL. 18, N° 1, pp.313-323, February 2003.
- [49] X. Guan, P. B. Luh, H. Yan : "*Optimization-Based Scheduling of Hydrothermal Power Systems with Pumped-Storage Units*". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, N° 2, 1023-1031, May 1994.
- [50] N. J. Redondo A. J. Conejo: "*Short term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of the Dual Problem*". IEEE Transactions on power Systems, Vol. 14, No. 1,pp 89-95, February 1999.
- [51] X.Guan P. B. Luh, L. Zhang:" *Nonlinear Approximation Method in Lagrangian Relaxation-Based Algorithms for Hydrothermal Scheduling*". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, N° 2, pp 772-778, May 1995.
- [52] H. Yan, P. B. L. and L. Zhang: "*Scheduling of Hydrothermal Power Systems Using the Augmented Lagrangian Decomposition and Coordination Technique*". Proceeding of the American Control Conference. Baltimore, Maryland. June 1994.
- [53] R. H. Liang, Y. Y. HSU: "*Scheduling of hydroelectric generations using artificial neural networks*". IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 141. N o 5, 452-458, September 1994.
- [54] **A. Bensalem**, A. Turgeon: "*Gestion Optimale d'un système Hydroélectrique à court terme*". JNVER99, Tlemcen 23-24/11/1999.
- [55] **A. Bensalem**, A. Bouhental: "*Application du principe de Pontryagin dans la gestion optimale des centrales hydro-électrique*". ICEL'2000. Oran. 13-15 Novembre 2000.
- [56] **A. Bensalem**, A. Bouhental: "*Application of the discrete maximum principle to the short term scheduling problem*". ICEE'2003. Boumerdès. Mai 2003.
- [57] **A. Bensalem**, A. Bouhental : "*Optimisation des ressources hydriques des barrages dans un cadre déterministe*". CIEE'2004, du 07-08/12/2004 à Blida.
- [58] **A. Bensalem**, A. Bouhental, S.E. Zouzou : "*Gestion optimale de la production des centrales hydro-électriques*". CIGRÉ, Vol. 2 pp. 351-358. Caire, Egypte.21-23/11/2005.

- [59] **A. Bensalem**, A. Bouhental, S.E. Zouzou : “*Optimal Hydro power generation management*”.JEE. Vol. 6 N° 2, pp. 23-28. Roumanie, 2006.
- [60] **A. Bensalem**, A. Bouhental, S.E. Zouzou: “*Optimal short term scheduling of hydroelectric power system*”. Accepté pour être publié dans le journal AMSE. France, 2006.
- [61] X. Guan, A. Svoboda, C. Li "Scheduling hydro power systems with restricted operating zones and discharge ramping constraints" (IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 14 N° 1, 1999, pages 126-131).
- [62] W.H. Ray M.A Soleman "The optimal control of processes containing pure time delays" (Eleventh joint automatic conference of the America Automatic Control Council, 1970, pp. 473-483).
- [63] R.N. Rodrigues, E.C. Finardi and E.L. da Suva: “*Optimal dispatch of hydro generation plants via augmented Lagrangian*”. IEEE Power Engineering Society General Meeting, Vol. 3, pp. 2732–2737. June 2005.
- [64] S. AI-Agtash, R. Su : “*Augmented Lagrangian Approach to Hydro-Thermal Scheduling*”. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 13. N° 4,pp.1392-1400. November 1998.
- [65] S. AI-Agtash, R. Su: “*Hydrothermal Scheduling by Augmented Lagrangian: Consideration of Transmission Constraints and Pumped-Storage Units*”. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 16. N° 4, pp. 750-757. November 2001.
- [66] **A. Bensalem**, A. El-maouhab, S.E. Zouzou: “*Optimal Generation Dispatch of electrical Energy production system*”. Journal of Electrical Engineering. **Vol. 6 n° 4, pp. 15-19.** 2006, Romanie. *Issn 1582-4594.*
- [67] **A. Bensalem**, S.E. Zouzou : “*Dispatche économique de la production des centrales d’énergie électrique*”. ELECOM’2004. Saida. Mai 2004.
- [68] **A. Bensalem**, S.E. Zouzou, A. Bouhental, M. Laouer : “*Répartition optimale de la production des centrales électriques par le Lagrangien augmenté*”. 1<sup>ère</sup> Conférence Internationale sur le Génie Electrique CIGE’2004. Bechar. 03- 05 octobre 2004.
- [69] Pierre D., Lowe M.J.: “*Mathematical Programming via Augmented Lagrangian*”. Addison Wesley publishing company. 1975.
- [70] **A. Bensalem**, A. Miloudi, S.E. Zouzou, B. Mahdad, A. Bouhental.: “*Daily optimal operating policy of hydroelectric power systems*”. Proceeding of Second International Conference on Electrical Systems, Oum El bouaghi University. Algeria. 8-10/05/2006.
- [71] **A. Bensalem**, A. Miloudi, S.E. Zouzou, B. Mahdad, A. Bouhental: “*Deterministic hydropower management of large power systems*”. Proceeding of the Forth-International Conference on Electrical Engineering, Batna University. Algeria. November 7-8 2006.

- [72] **A. Bensalem**, El-maouhab A., S.E. Zouzou : “*Daily optimal operating policy of hydroelectric power systems*”. Journal of Electrical Engineering. Vol. 6 n° 4, pp. 96-102. 2006. Romanie. *Issn 1582-4594*.
- [73] **A. Bensalem**, El-maouhab A., Miloudi A., Zouzou S.E.: “Hydropower Operating Policy of Large Power Systems with Discretized Short Term Horizon”. 7<sup>th</sup> Regional Conference of CIGRE national committees in Arabs countries. Septembre 2007. Aman, Jordan. (Accepté)
- [74] L. G. Sewtohul, R. T. F. Ah King and H. C. S. Rughooputh: “*Genetic Algorithms for Economic Dispatch with Point Effect Valve*”. Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Networking, Sensing & Control. Taipei, Taiwan, pp1358-1363. March 21-23. 2004.
- [75] P. B. Luh, W.E. Blankson, Y. Chen, J. H. Yan, G. A. Stern, S. C. Chang, F. Zhao: “*Optimal Auction for the Deregulated Electricity Market Using Augmented Lagrangian and Surrogate Optimization*”. IEEE PES, Power Systems Conference and Exposition, Vol.2, pp. 987-994. Oct 2004.
- [76] L. Zhang, P. B. Luh, X. Guan: “*Optimization-Based Inter-Utility Power Purchases*”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, n° 2, May 1994.
- [77] X. Zhao, P. B. Luh, J. Wang, “*Surrogate Gradient Algorithm for Lagrangian Relaxation*” Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 100, n° 3, pp. 699-712. March 1999.