

N° d'ordre : /2012/DM

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DE BATNA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE

Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

En

Mécanique

Option : **ÉNERGÉTIQUE**

Par

TAMENE Youcef

**Etude des Couplages Thermiques et Massiques dans
des Matériaux Soumis à des Environnements Variables**

Soutenu le : 22 /11 / 2012 Devant le jury composé de

Dr SI-AMEUR MOHAMED	Professeur, Université de Batna	Président
Dr BOUGRIOU CHERIF	Professeur, Université de Batna	Rapporteur
Dr ABOUDI SAID	Professeur, UTBM Belfort	Co-Rapporteur
Dr BELHAMRI AZZEDDINE	Professeur, Université de Constantine	Examineur
Dr BENBIA MAKHLOUF	M.C.A, Université de Batna	Examineur
Dr SAMAI MUSTAPHA	M.C.A, Université de Sétif	Examineur

Année Universitaire 2011 / 2012

A la mémoire de mon Père, de ma Mère et de Yamma Rabaiya

A mes frères Hocine, Lahcène

A mes amis

*Alloua Belferrag, Wahid Kaddouri, Elhachemi Bouarroudj et
Badreddine Boudjdaa*

A ma femme Sabah, et mes filles Tinhinane, Inès, Ikram

Je dédie ce travail

Remerciements

Cette étude a été entreprise en collaboration entre le laboratoire M3M, institut IRTES à l'université technologique de Belfort-Montbéliard (UTBM) sous la direction du Professeur Abboudi Saïd, que je tiens à remercier pour son soutien et son aide qui m'ont permis de mener à bien ces travaux, je tiens à lui assurer ma profonde gratitude pour m'avoir sensibilisé à l'importance de la recherche, et le laboratoire d'Etude des Systèmes Energétiques Industriels à l'université de Batna sous la direction du Professeur Bougriou Cherif que je remercie pour ces conseils qui m'ont été de grande utilité et sa compréhension le long de la préparation de cette thèse.

L'expression de ma profonde gratitude va à Messieurs

Belhamri Azzeddine Professeur à l'université de Constantine.

Samai Moustapha, Maître de conférences A à l'université de Sétif.

Benbia Makhlof, Maître de conférences A à l'université de Batna.

Pour avoir consacré des moments de leurs précieux temps pour juger ce travail.

L'expression de ma profonde gratitude et mes remerciements les plus sincères vont à Monsieur

Si-Ameur Mohamed, Professeur à l'université de Batna, pour avoir accepté de présider le jury.

Enfin je remercie tous ceux qui d'une manière ou d'une autre ont contribué à l'aboutissement de ce travail spécialement l'ensemble du personnel du département de Mécanique de l'université de Batna et celui de l'université d'Ouargla.

Table des matières

Liste des figures	5
Liste des tableaux	8
Nomenclature	9
Introduction	12
I. Etude bibliographique	16
I-1 Généralités	17
I-2 Transfert de chaleur et de masse dans le bâtiment	18
Bibliographie	33
II. Transfert de chaleur à travers des parois multicouches	36
II.1 Introduction	37
II.2 Etude théorique	37
II.2.1 Généralités	37
II.3 Modélisation et traitement numérique	39
II.3.1 Formulation du problème	39
II.3.2 Traitement numérique	41
II.4. Résultats	44
II.4.1 Cas de la température du fluide extérieur et du flux constants	45
II.4.2 Cas de la température du fluide extérieur et du flux variables	48
II.5 Conclusion	50
Bibliographie	51
III. Transferts de chaleur et de masse	52
III.1. Etude théorique	53
III.1.1 Transfert de masse	53
III.1.2. Théorie du transport de l'humidité dans un milieu poreux	55
III.1.2.1 Théorie de Philip et De Vries	55
III.1.3. Sorption et désorption	60
III.2. Présentation du problème	60
III.3. Cas d'une paroi monocouche	61
III.3.1. Formulation du problème	61

III.3.2. Résolution numérique	63
III.3.3. Résultats	68
III.3.3.1. Validation	68
III.3.3.2. Interaction température-teneur en eau	69
III.4. Cas d'une paroi monocouche en présence d'un flux solaire	76
III.4.1 Présentation du problème	76
III.4.2. Conclusion	84
III.5. Cas d'une paroi bicouche	84
III.5.1 Formulation du problème	84
III.5.2 Comparaison entre une simple et une double paroi	86
III.5.3 Etude du maillage	87
III.5.4 Influence du coefficient d'échange convectif	89
III.5.5 Effet de la température du fluide	91
III.5.6 Conclusion	92
Bibliographie	92
VI. Conclusion générale et perspectives	93
Liste des publications	95
Résumé	96
Annexe 1	97
Study of heat and moisture diffusion through a wall exposed to solar heat flux.	
Annexe 2	114
Simulation des transferts thermiques transitoires à travers un mur multicouche soumis à des conditions de flux solaire et de convection	

Liste des figures

Figure. I-1.	Simulations de transferts d'humidité avec et sans hystérésis capillaires.	20
Figure. I-2.	Rayonnement solaire incident sur la façade sud pour Singapore et sur la façade nord pour Seattle.	22
Figure. I-3.	Réduction moyenne du temps de calcul par le microordinateur pour les différents sous-modèles.	22
Figure. I-4.	Erreur en pourcentage.	23
Figure. I-5.	Variation de l'humidité moyenne contenue pour l'échantillon 1 (A(15mm)/B(15mm))	24
Figure. I-6.	Variation de l'humidité moyenne contenue pour l'échantillon 2 (B(15mm)/A(15mm))	25
Figure. I-7.	Banc d'essais utilisé par P. Talukdar et al.	25
Figure. I-8.	Données mesurées et corrélations pour (a) isothermes de sorption, (b) conductivité thermique effective et (c) perméabilité de la vapeur d'eau pour l'isolant à base de cellulose et du contre plaqué bois de sapin.	26
Figure. I-9.	Mesurées et simulées (a) humidité relative, (b) température dans le contreplaqué à une épaisseur de 9 mm pour différents Reynolds.	28
Figure. I-10.	Banc d'essais de C. James et al.	28
Figure. I-11.	Comparaison entre la solution analytique de N. Djongyang et al et la littérature.	29
Figure. I-12.	Variation de la température et la teneur en vapeur d'eau.	30
Figure. I-13.	Evolution de la teneur en humidité en fonction du temps pour les deux modèles en utilisant des conditions aux limites constantes.	31
Figure. I-14.	Profils d'humidité à t=300 h en utilisant des conditions aux limites constantes.	31

Figure. I-15.	Déperditions thermiques par le sol isolé pour les simulations C, D, E, F, G et H.	32
Figure. II-1.	Volume de contrôle.	38
Figure. II-2.	Présentation du système.	40
Figure. II-3.	Validation du code avec le cas stationnaire.	45
Figure. II-4.	Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur du mur intermédiaire en brique.	46
Figure. II-5.	Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la couche interne en plâtre.	46
Figure. II-6.	Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la couche externe en mortier.	47
Figure. II-7.	Evolution de la température interne du mur en fonction de la nature du matériau de la couche interne.	47
Figure. II-8.	Evolution de la température interne du mur en fonction du flux incident.	48
Figure. II-9.	Variation de la température du fluide extérieur.	49
Figure. II-10.	Variation du flux solaire.	49
Figure. II-11.	Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur du mur intermédiaire.	50
Figure. II-12.	Evolution de la température interne du mur en fonction de l'épaisseur la première couche.	50
Figure. A.	Isothermes de sorption/désorption pour une pâte de ciment normale.	60
Figure. III-1.	Représentation du modèle.	61
Figure. III-2.	Température en fonction du temps pour différent Reynolds.	69
Figure. III-3.	Température et teneur en humidité après une demi-heure (1 ^{ère} configuration).	70
Figure. III-4.	Température et teneur en humidité après 10 heures (1 ^{ère} configuration).	71

Figure. III-5.	Température et teneur en humidité après une demi-heure (2 ^{ème} configuration).	72
Figure. III-6.	Température et teneur en humidité après 10 heures (2 ^{ème} configuration).	72
Figure. III-7.	Température et teneur en humidité après une demi-heure (3 ^{ème} configuration).	73
Figure. III-8.	Température et teneur en humidité 10 heures (3 ^{ème} configuration).	74
Figure. III-9.	Température et teneur en humidité après une demi-heure (4 ^{ème} configuration).	75
Figure. III-10.	Température et teneur en humidité après 10 heures (4 ^{ème} configuration).	75
Figure. III-11.	Variation du flux solaire.	76
Figure. III-12.	Variation de la température de l'air.	77
Figure. III-13.	Température de la face intérieure (Brique).	78
Figure. III-14.	Température de la face extérieure (Brique).	78
Figure. III-15.	Humidité de la face intérieure (Brique).	79
Figure. III-16.	Humidité de la face extérieure (Brique).	79
Figure. III-17.	Température de la face intérieure (Isolant).	80
Figure. III-18.	Température de la face extérieure (Isolant).	80
Figure. III-19.	Humidité de la face intérieure (Isolant).	81
Figure. III-20.	Humidité de la face extérieure (Isolant).	81
Figure. III-21.	Température de la face intérieure pour différentes épaisseurs.	82
Figure. III-22.	Température de la face extérieure pour différentes épaisseurs.	82
Figure. III-23.	Distribution des températures pour différents temps (Brique).	83
Figure. III-24.	Distribution des températures pour différents temps (Isolant).	83
Figure. III-25.	Présentation du modèle.	84
Figure. III-26.	Evolution de la teneur en humidité (face extérieure).	86

Figure. III-27. Profil de la teneur en humidité après 50 heures.	87
Figure. III-28. Profil des températures après 50 heures.	87
Figure. III-29. Profil des teneurs en humidité après 50 heures.	88
Figure. III-30. Evolution de la température.	88
Figure. III-31. Evolution de la teneur en humidité.	89
Figure. III-32. Température de la face extérieure.	90
Figure. III-33. Teneur en humidité de la face extérieure.	90
Figure. III-34. Teneur en humidité de la face intérieure.	91
Figure. III-35. Teneur en humidité de la face extérieure.	91

Liste des tableaux

Tableau I.1. Résumé des sous modèles.	21
Tableau I.2. Conditions d'essais effectués par C. James et al.	29
Tableau II-1. Propriétés physiques.	44
Tableau III-1. Propriétés physiques de l'isolant	69

Nomenclature

a	teneur volumétrique de l'air (-)
C_p	chaleur spécifique ($J. Kg^{-1}.K^{-1}$)
C	concentration molaire du mélange ($kmol/m^3$)
C_1	fraction massique de la vapeur (-)
C_2	fraction massique de l'air (-)
C_i	concentration molaire du constituant i ($kmol/m^3$)
D	coefficient binaire de diffusion ($m^2.s^{-1}$)
D'	coefficient de la diffusion thermique ($m^2/s.°C$)
D_T	coefficient de transport de masse associé au gradient de température ($m^2.s^{-1}.K^{-1}$)
D_θ	coefficient de transport de masse associé au gradient de la teneur en humidité ($m^2.s^{-1}$)
D_{eff}	coefficient de diffusion effectif ($m^2.s^{-1}$)
e	épaisseur (m)
F_i	force appliquée à l'élément i (N)
g	accélération de la gravité (m/s^2)
h	coefficient de transfert de chaleur par convection ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
h_m	coefficient de transfert de masse ($m.s^{-1}$)
H	enthalpie ($J.Kg^{-1}$)
J	flux de particules ($Kg.m^{-2}.s^{-1}$)
K	conductivité hydraulique ($m.s^{-1}$)
l	épaisseur (m)
L_v	chaleur latente de vaporisation ($J.kg^{-1}$)
m_i	fraction massique (-)
M	masse molaire de l'eau ($kg/kmol$)
M_i	masse molaire du constituant i ($kg/kmol$)
N	nombre de pas d'espace

P	pression (Pa)
P_{vs}	pression de la vapeur saturante (Pa)
Q	densité de flux ($W.m^{-2}$)
r	rayon du capillaire (m)
R	constante des gaz parfaits ($J.kmol^{-1}.K^{-1}$)
R_i	constante des gaz parfaits du constituant i ($J.kmol^{-1}.K^{-1}$)
R_S	constante spécifique de l'air sec ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
R_V	constante spécifique de la vapeur d'eau ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
$R_{th_{AB}}$	résistance thermique équivalente à l'interface ($m^2.k/W$)
$R'_{m_{AB}}$	résistance équivalente au transfert de masse à l'interface ($m^2.h.Pa/m^3$)
S	Surface (m^2)
t	temps (s)
T	température ($^{\circ}C$)
T_f	température de l'air ($^{\circ}C$)
x_i	fraction molaire du composant i (-)
x, y, z	coordonnées (m)

Lettres grecques

α	diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)
α_t	facteur de tortuosité (-)
λ	conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
λ^*	conductivité effective ($W.m^{-1}.s^{-1}$)
ρ	masse volumique ($kg.m^{-3}$)
ρ_i	densité partielle du constituant i ($kg.m^{-3}$)
δ	coefficient du transfert de la vapeur (s)
δ	angle de contact (-)
θ	teneur en humidité volumétrique m^3 d'eau/ m^3 matière poreuse (-)
φ	humidité relative (%)
Φ	densité de flux solaire ($W.m^2$)

σ	tension de surface ($N.m^{-1}$)
γ	coefficient de température de la tension de surface ($^{\circ}C^{-1}$)
Ψ	potentiel hydraulique ($J.Kg^{-1}$)
Ψ_i	potentiel partiel ($J.Kg^{-1}$)
ω	période ($rad.h^{-1}$)
τ	temps (h)
Ψ_g	potentiel de gravité ($J.Kg^{-1}$)
Ψ_m	potentiel matriciel composé du potentiel de capillarité, du potentiel d'adsorption et du potentiel d'interpénétration ($J.Kg^{-1}$)
Ψ_p	potentiel de pression. ($J.Kg^{-1}$)

Indices

f	fluide
L	liquide
p	paroi
v	vapeur
1	couche interne
2	couche intermédiaire
3	couche externe
∞	loin du mur
0	initiale

Introduction

Les machines un jour pourront résoudre tous les problèmes, mais jamais aucune d'entre elles ne pourra en poser un !

Albert Einstein

Introduction

Les études des transferts thermiques et massique concernent des domaines de recherche aussi variés que le bâtiment, le nucléaire, l'agroalimentaire, et autres. Elles interviennent particulièrement dans différentes applications telles que les capteurs solaires, les réacteurs nucléaires, les échangeurs de chaleur, l'isolation thermique, le séchage des produits alimentaires, etc. Par ailleurs, la maîtrise approfondie des connaissances de tels transferts permet d'aboutir à une meilleure optimisation énergétique de nombreux systèmes (centrales thermiques, matériaux de construction, unités chimiques et pétrochimiques, procédés agro-alimentaires, papeterie, textile, etc.) et par voie de conséquence, une meilleure protection de l'environnement.

Dans le but d'obtenir des performances élevées dans les différents domaines cités ci-dessus, il est nécessaire de bien comprendre l'interaction entre le transfert de chaleur et le transfert de masse et de voir l'influence de l'un sur l'autre, ainsi que les différents paramètres intervenant dans le phénomène.

C'est dans ce cadre que se situe notre travail. Il consiste à étudier le couplage thermique et massique avec des conditions initiales et aux limites les plus proches possibles de la réalité physique. On s'intéresse particulièrement à la mise au point d'un code de calcul qui va nous permettre d'optimiser l'isolation des habitations suivant la spécificité des différentes zones géographiques, ainsi que la caractérisation thermique de matériaux spécifique, en nous permettant aussi de l'exploiter pour d'autres domaines tel les échangeurs de chaleur.

L'étude de l'interaction entre les transferts thermiques et le transfert massique a bénéficié déjà d'un long intérêt et d'un développement considérable, et continue à être un domaine de recherche d'actualité. Cela peut s'expliquer par le besoin, d'une part, de répondre à la croissance des exigences du confort qui accompagne la modernisation de la société, et d'autre part de rechercher les solutions les plus optimales ayant pour but la réduction de la consommation d'énergie, objectif consensuel de toute politique d'une économie évoluée.

La compréhension des différents paramètres reste, cependant très complexe du fait de la multiplicité et de l'hétérogénéité des phénomènes mis en jeu (conduction, convection, rayonnement, transfert de masse, etc.).

Elle fait appel non seulement à la connaissance individualisée des divers processus des transferts thermiques et de la diffusion massique régis par des lois physiques bien connues mais aussi à la compréhension de leurs formes d'interaction et leurs degrés d'importance dans le résultat global du fonctionnement des systèmes où ils sont occurrence.

Les études menées dans la thèse sont principalement centrées sur la dynamique des transferts de chaleur et de masse, en général en situation de convection, avec un accent tout particulier sur les différentes conditions aux limites, et plus généralement les situations complexes de couplage, ce qui impose des contraintes spécifiques aux méthodologies utilisées, numériques en particulier.

Notre travail a pour but d'améliorer notre connaissance des phénomènes intervenant dans divers domaines où les transferts thermiques et massique sont appliqués, principalement à l'habitat et aux échangeurs de chaleur.

Le présent travail est divisé en trois principaux chapitres. Le premier est consacré à une synthèse bibliographique, on fera un tour d'horizon sur ce qui a été fait dans le domaine des transferts thermiques et massique, que ce soit dans l'expérimental, le numérique ou le fondamental, en particulier les applications dans le domaine de l'habitat, ainsi on aura une idée générale sur ce qui a été fait et les diverses perspectives.

Le transfert de chaleur à travers des parois multicouches est étudié dans le second chapitre. Nous exposerons d'abord la théorie dans le cas général, pour ensuite exposer notre étude d'un point de vue théorique et numérique, ainsi qu'une discussion des résultats obtenus.

Le troisième chapitre est consacré aux transferts couplé de chaleur et de masse à travers une paroi simple et multicouche, là aussi l'étude théorique du

phénomène sera exposée, afin de l'appliquer à notre étude. Le traitement numérique et le code résultant sera décrit et les résultats obtenus seront discutés.

Cette thèse est clôturée par une conclusion générale où l'essentiel des résultats ainsi que les perspectives de notre travail seront présentés.

Chapitre I

Etude bibliographique

Que chacun raisonne en son âme et conscience, qu'il se fasse une idée fondée sur ses propres lectures et non d'après les racontars des autres.

Albert Einstein

I-1 Généralités:

L'étude du transfert de chaleur a débuté avec la loi de Fourier, établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Joseph Fourier en 1822, en 1855 Adolph Fick propose des lois empiriques inspirées de la loi de Fourier pour décrire la diffusion d'espèces chimiques dans un milieu, et depuis les scientifiques s'intéressaient de plus en plus aux deux phénomènes qui sont le transfert de chaleur et le transfert de masse, pour les modéliser, les comprendre et voir l'interaction entre eux. Dans ce qui suit, nous allons faire un tour d'horizon sur les principaux travaux réalisés dans ce domaine, que nous avons pu étudier et qui nous ont permis d'entamer notre étude.

Le phénomène des transferts de chaleur et de masse est rencontré dans des domaines très variés, tel l'agroalimentaire, le nucléaire, les échangeurs de chaleur, le bâtiment etc.

Dans le domaine de l'agroalimentaire, il est important de comprendre le mécanisme du transfert de chaleur et de masse à l'intérieur des aliments, pour mieux les conserver et les transporter. B. Yesilata et M.A. Aktacir [1], ont proposé un modèle simplifié pour étudier le transfert d'humidité dans les tranches d'aliments, où ils prennent en considération la résistance à la diffusion. M.A. Andreasen [2], a utilisé la méthode des éléments finis pour comprendre et analyser le phénomène du séchage et de congélation des aliments, il a développé ainsi un modèle pour déterminer la distribution des températures et la perte de poids durant le procédé de séchage et de congélation dans l'agroalimentaire. L. Zhou et al [3], ont développé un modèle pour prédire les distributions de température et d'humidité au cours du chauffage à micro-ondes, mais qui ne prend pas en compte le couplage température-humidité. M. M. Farid et X. D. Chen [4], ont étudié le transfert de chaleur et de masse lors de la friture des aliments en utilisant juste l'équation de la conduction de la chaleur.

Le phénomène des transferts thermique et massique est rencontré aussi dans d'autres domaines aussi importants les uns que les autres, ainsi F. Askri et al [5], ont étudié le transfert de chaleur et de masse dans un réacteur métal-hydrogène,

ils ont utilisé la méthode des volumes finis pour résoudre le système d'équations gouvernant le phénomène dans sa phase d'absorption. T. Lu et al [6], ont appliqué la théorie des transferts de chaleur et de masse en milieu poreux pour étudier le processus de séchage de la feuille de papier sur une machine à papier en cours d'exécution et non sur une configuration expérimentale en laboratoire, l'objectif de leur travail est de caractériser les paramètres d'état à l'intérieur de la feuille de papier, tels que la saturation d'eau, la température et la pression.

Dans les systèmes de refroidissement, X.H. Liu et al [7] ont présenté une étude expérimentale sur le régénérateur d'un système de conditionnement d'air dont l'efficacité influe directement sur les performances du système. Ils ont réalisé un banc d'essais pour étudier un régénérateur co-courant, les effets de l'air et les paramètres d'entrée sur ses performances ont été étudiés et comparés à ceux d'un régénérateur à contre-courant.

R. Wiksten et M. El Haj Assad [8] ont présenté un modèle mathématique monodimensionnel pour caractériser le transfert de chaleur et de masse des gouttelettes d'eau dans une chambre de pulvérisation, celle-ci étant utilisée dans beaucoup d'applications tel que l'agriculture, la peinture et le refroidissement, ils concluent que plus le débit massique de l'eau est élevé plus l'humidité et la baisse de la température sont élevées.

Les équations gérant le transfert de chaleur et de masse peuvent être adaptées et exploitées sous plusieurs formes suivant le cas à étudier et le domaine d'application, beaucoup de travaux ont été réalisés et publiés durant la décennie passée dans des domaines très variés [9-17].

I-2 Transfert de chaleur et de masse dans le bâtiment:

La compréhension du phénomène de couplage des transferts thermique et massique dans le domaine de l'habitat et des matériaux de construction a particulièrement attiré notre attention, parce que le fait de le comprendre, nous permet de trouver des solutions dans le bâtiment propre à chaque zone, ce qui d'une part diminue d'une manière considérable la consommation d'énergie, donc plus d'économie et plus de protection de l'environnement, d'autre part ça permet

de protéger la structure, donc augmenter la durée de vie des infrastructures et de donner des conditions plus saines pour les occupants.

Les premières études ont été faites en 1957 par les mathématiciens J.R. Philip et D.A. De Vries [18], qui ont développé une théorie décrivant le mouvement de l'humidité dans les milieux poreux sous un gradient de température. Ils ont mis au point un modèle mathématique qui décrit le transfert de chaleur et d'humidité sous la combinaison d'un gradient thermique et massique, qui est devenue l'une des références dans le domaine. A partir des relations thermodynamiques, ils sont arrivés aux équations gérant le phénomène qui sont données par :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T) - L_v \nabla(D_{\theta_v} \nabla \theta) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla(D_T \nabla T) + \nabla(D_\theta \nabla \theta) + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (2)$$

Elles seront expliquées en détail dans le troisième chapitre.

Une formulation prenant en compte le phénomène de l'hystérésis et de l'hétérogénéité a été développée par P.C.D. Milly [19], en partant du modèle de J.R. Philip, il a développé un modèle où il fait apparaître des équations liant le potentiel de succion ψ et la température T au lieu de la teneur volumique en eau θ et la température T.

P. Crausse et al [20], en voulant étudier l'influence des phénomènes d'hystérésis sur les propriétés hydriques des matériaux poreux, ont comparé deux modèles, l'un est une application directe du modèle de Philip, l'autre est issu des travaux de Milly. Les hypothèses utilisées sont les suivantes :

- effet de la pesanteur négligeable,
- pas de thermo-migration de la phase liquide, D_{T_L} supposé négligeable,
- densité de flux de chaleur sensible négligée.

Les équations de conservation de la masse et de l'énergie conduisent à :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \nabla T) + \rho_L L_V \nabla(D_{\theta_v} \nabla \theta) \quad (3)$$

avec, $\lambda^* = \lambda + \rho_L L_V D_{T_V}$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla(D_T \nabla T) + \nabla[(D_{\theta_L} + D_{\theta_v}) \nabla \theta] \quad (4)$$

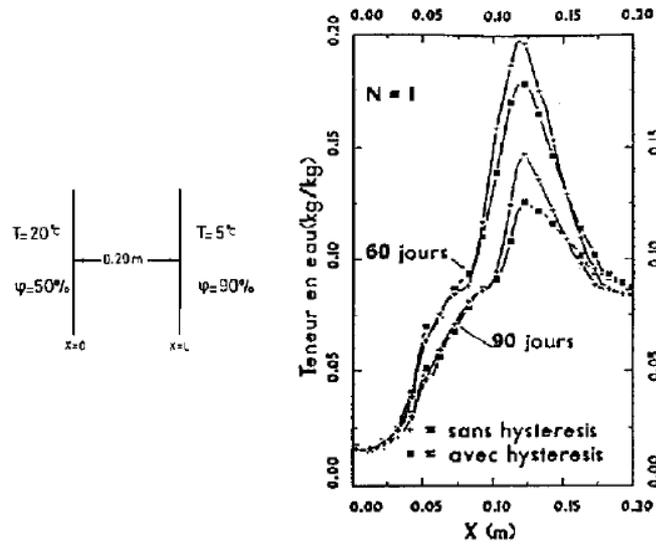


Figure I-1. Simulations de transferts d'humidité avec et sans hystérésis capillaires

Les résultats de sa simulation du comportement d'une paroi homogène en béton cellulaire dans le cas de conditions aux limites stationnaires montrent que les écarts entre les distributions d'humidité sont faibles et ne concernent qu'un domaine restreint de la paroi Fig. I-1.

N. Mendes et al [21] en voulant étudier l'effet de l'humidité sur la conduction thermique sous l'effet de conditions aux limites variables et des propriétés physiques différentes, ont utilisé le système d'équations suivant:

$$\rho.C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho_L L_V \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{T_V} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho_L L_V \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\theta_v} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Afin de réduire le temps de calcul ou lorsque des données matérielles sont manquantes, ils ont proposé de diviser le système en 6 sous modèles en posant :

$$V_T = \rho_L L_V \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{T_V} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$V_\theta = \rho_L L_V \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\theta_V} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (8)$$

Tableau I.1 Résumé des sous modèles.

Modèle	Hypothèses
0	modèle d'origine
1	$V_\theta = 0$
2	$V_T = 0$ et $V_\theta = 0$
3	$V_T = 0$, $V_\theta = 0$ et λ constant
4	$V_T = 0$, $V_\theta = 0$ et D_T, D_θ , c_P et λ constants
5	$V_T = 0$, $V_\theta = 0$, $D_{T_V} = 0$, $D_{\theta_V} = 0$ et c_P , λ constants

Ils ont résolu les équations par la méthode des volumes finis et ils ont réalisé un programme en langage C. Ils ont pris comme matériaux composant un mur : le mortier et la brique. Pour les conditions aux limites, ils ont fait intervenir un flux solaire mesuré dans deux villes (Seattle et Singapore), voir la figure I-2.

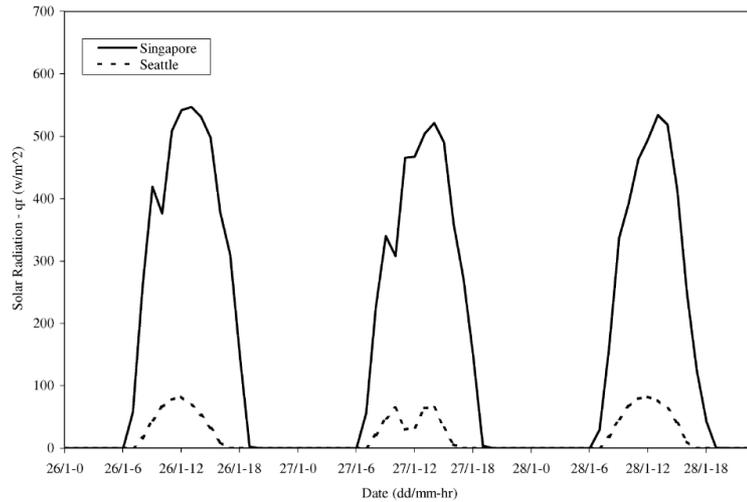


Figure.I-2. Rayonnement solaire incident sur la façade sud pour Singapore et sur la façade nord pour Seattle.

On remarque, que le flux s'annule la nuit et augmente progressivement la journée jusqu'à atteindre une valeur maximale de 550 W/m^2 pour Singapore et de 100 W/m^2 pour Seattle.

L'analyse de la sensibilité du calcul, montre que le fait de simplifier le modèle global de Philip et De Vries, permet de gagner dans le temps de calcul sans trop perdre dans la précision. Sur la figure I-3, ils ont fait apparaître le gain en temps de calcul.

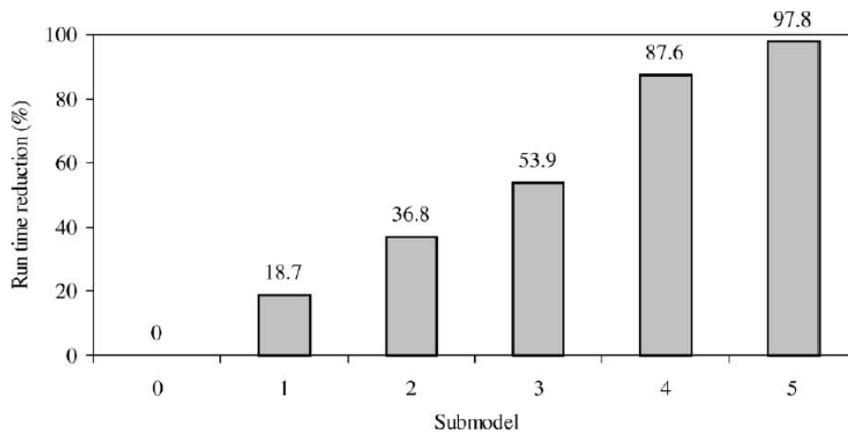


Figure. I-3. Réduction moyenne du temps de calcul par le microordinateur pour les différents sous-modèles .

Sur la figure I-4, ils montrent l'erreur en pourcentage, pour le mortier (a), et pour la brique (b). CPL veut dire "conduction peak loads" et YHF "yearly-integrated conduction heat flux".

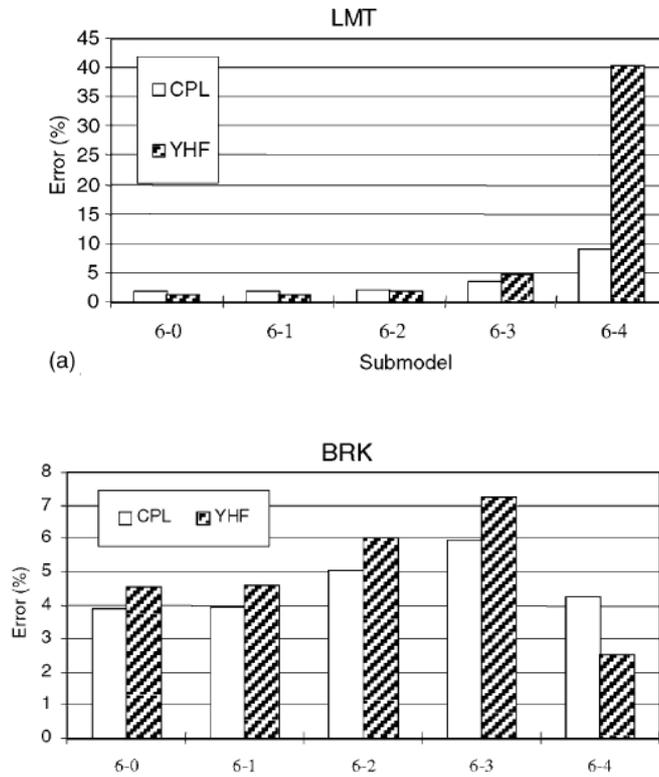


Figure. I-4. Erreur relative.

T. Terashima et M. Mizuhata [22] ont étudié le changement de la teneur en eau, en présence de la condensation dans un mur constitué de deux parois composées de matériaux différents. Ils ont pris comme modèle mathématique les équations suivantes :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (9)$$

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (10)$$

Ils ont utilisé deux modèles au niveau de l'interface, dans le premier ils ont supposé une continuité des flux thermique et massique et dans le deuxième la présence d'une résistance thermique, ce qui se traduit par les équations suivantes :
Modèle 1.

$$-D_{T_A} \frac{\partial T_A}{\partial x} - D_{\theta_A} \frac{\partial \theta_A}{\partial x} = -D_{T_B} \frac{\partial T_B}{\partial x} - D_{\theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial x} \quad (11)$$

$$-\lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial x} = -\lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial x} \quad (12)$$

Modèle 2.

$$\frac{1}{R_{th_{AB}}} (T_A - T_B) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (13)$$

$$\frac{1}{R_{m_{AB}}} (P_A - P_B) = -D_T \frac{\partial T}{\partial x} - D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (14)$$

Les résultats obtenus et comparés avec ceux mesurés sont représentés dans les figures I-5 et I-6.

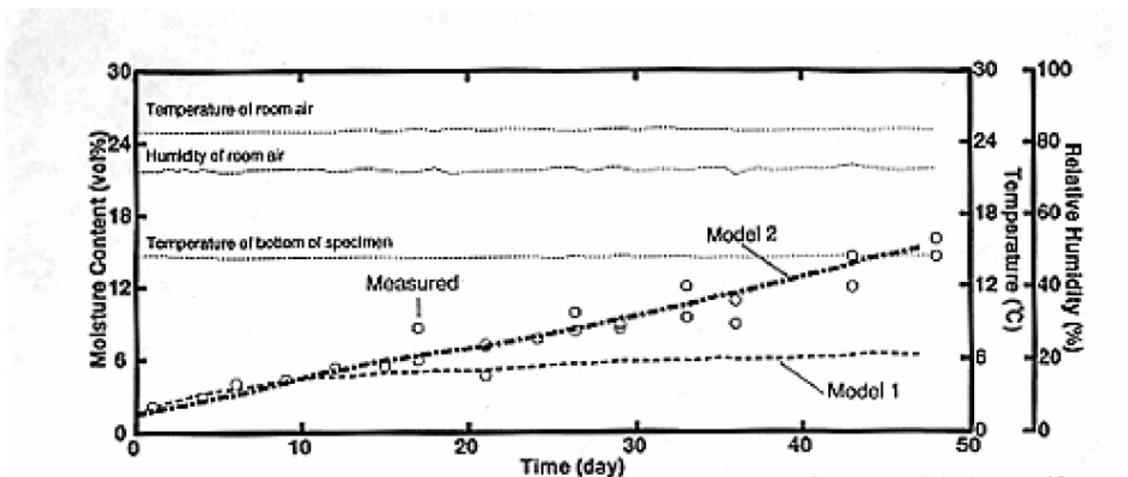


Figure. I-5. Variation de l'humidité moyenne contenue pour l'échantillon 1 (A(15mm)/B(15mm))

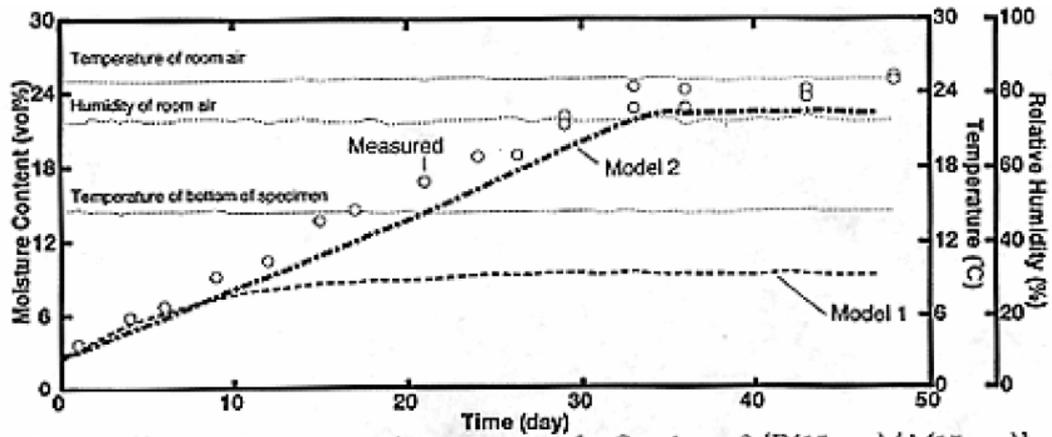


Figure. I-6. Variation de l'humidité moyenne contenue pour l'échantillon 2 (B(15mm)/A(15mm))

Ce qui montre que durant les dix premiers jours les deux modèles donnent des résultats identiques et proches de ceux mesurés, au-delà, le modèle 2 est plus proche des résultats expérimentaux que le modèle 1.

P. Talukdar et al ont publié leurs travaux en deux parties [23-24], dont le but essentiel est de fournir des données expérimentales pour deux matériaux de construction, qui sont un isolant à base de cellulose et du contre plaqué de bois de sapin, exposés aux conditions aux limites 1-D et transitoire. Dans la première partie, ils ont réalisé un banc d'essais (Figure I-7), qui leur a permis de mesurer la température, l'humidité relative et la teneur en eau pour les deux matériaux.

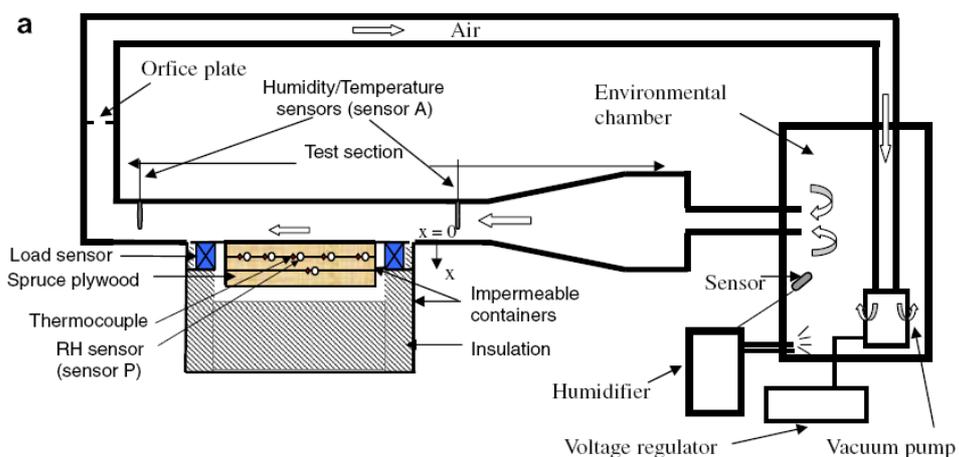


Figure. I-7. Banc d'essais utilisé par P. Talukdar et al [23-24]

Le dispositif expérimental contient une pompe à vide permettant de faire circuler l'air de la face supérieure du spécimen, celui-ci étant imperméable et isolé thermiquement ce qui suggère un flux thermique et massique suivant une seule direction. Quelques capteurs de température et d'humidité sont déposés à proximité du matériau et d'autres à l'intérieur du matériau, à différentes profondeurs. Ils ont donc mesuré les propriétés physiques du contre plaqué et de l'isolant à base de cellulose pour différentes configurations. Sur la figure I-8, on voit les mesures de la conductivité effective, la courbe d'absorption et de désorption et la perméabilité à la vapeur d'eau.

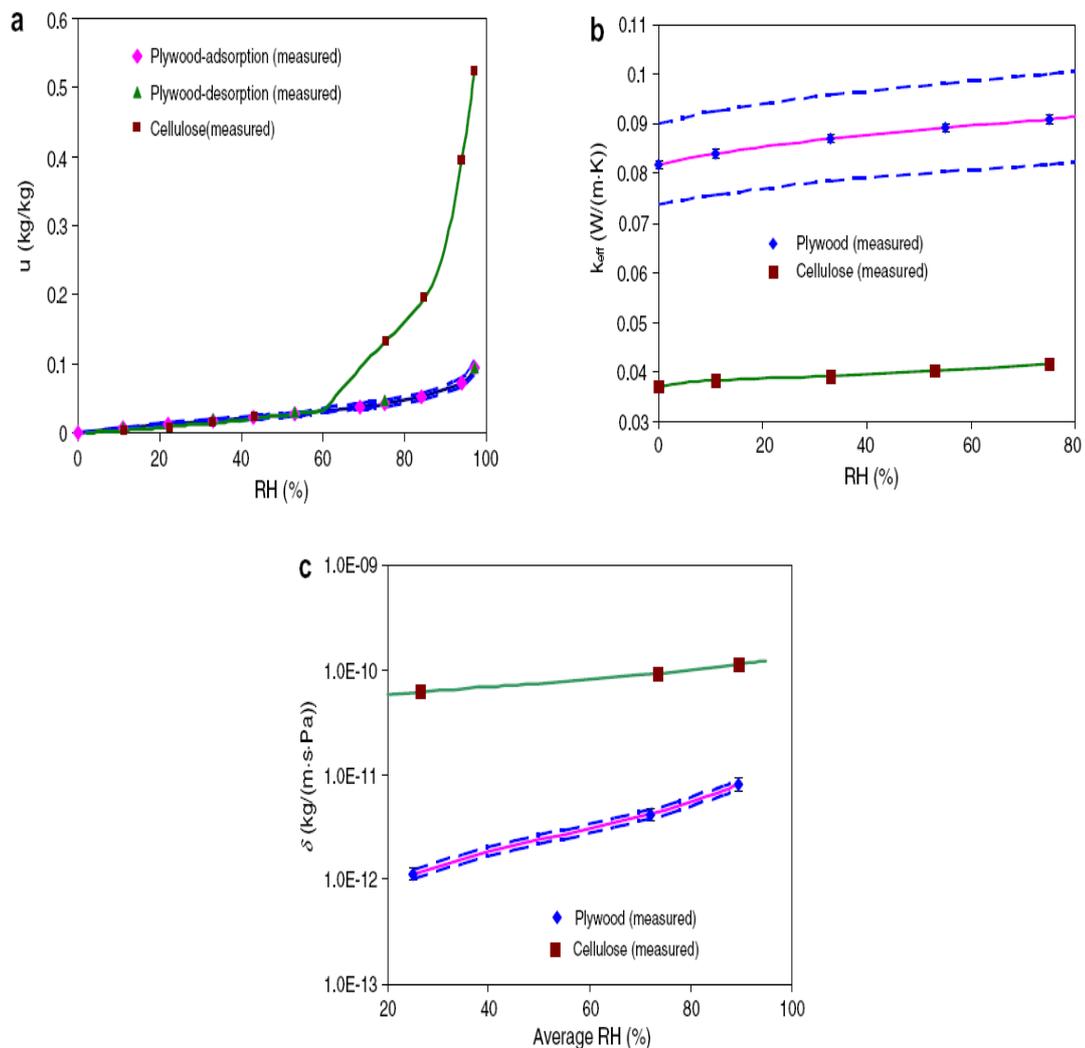


Figure. I-8. Données mesurées et corrélations pour (a) isothermes de sorption, (b) conductivité thermique effective et (c) perméabilité de la vapeur d'eau pour l'isolant à base de cellulose et du contre plaqué de bois de sapin. Les lignes discontinues représentent $\pm 10\%$ de changement dans la corrélation

Dans la deuxième partie, ils ont mesuré la température et l'humidité relative des deux matériaux, pour différentes valeurs de l'humidité relative de l'air et différents nombre de Reynolds. Ils les ont comparés avec les résultats numériques obtenus à partir de leur programme informatique, en utilisant les conditions aux limites suivantes :

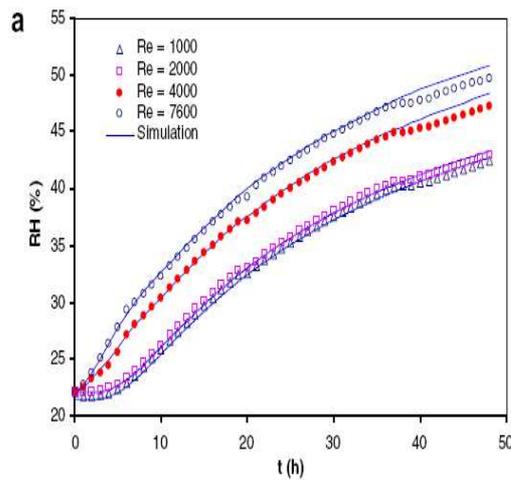
$$h_a(T|_{x=0} - T_\infty) = \lambda^* \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (16)$$

$$h_m(\rho_v|_{x=0} - \rho_{v\infty}) = D_{eff} \left. \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (18)$$

Sur la figure I-9 ils ont représenté la température et l'humidité relative pour différents nombres de Reynolds, les valeurs initiales et aux limites de la température et de l'humidité sont données pour différents nombres de Reynolds.



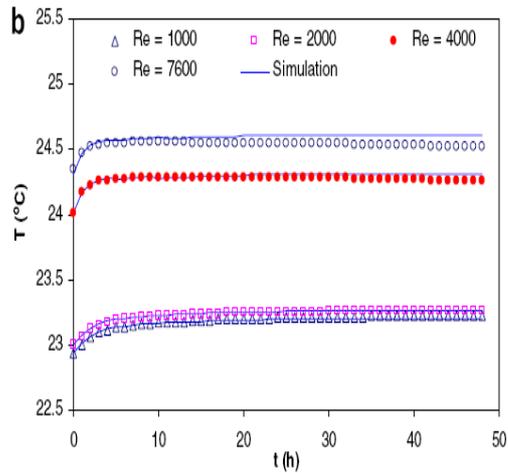


Figure. I-9. Mesurées et simulées (a) humidité relative, (b) température dans le contreplaqué à une épaisseur de 9 mm pour différents Reynolds

Il apparait clairement que les résultats de la simulation sont identiques aux mesures.

C. James et al [25] ont utilisé le banc d'essais de la figure I-10 pour étudier le plâtre sans enrobage et du plâtre enrobé avec de la peinture acrylique ou de la peinture latex.

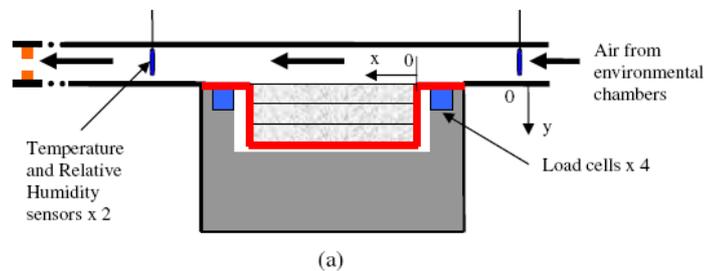


Figure. I-10. Banc d'essais de C. James et al [25]

Leurs but essentiel est de mesurer les propriétés de ces matériaux. Les conditions de leur mesure et les coefficients de transfert sont donnés dans le tableau I.2.

Tableau I.2. Conditions d'essais effectués par C. James et al [25]

Experimental conditions and transfer coefficients.

Test	Material	Re number	Initial conditions		Air flow conditions (average of upstream and downstream sensors)		
			T_i (°C)	RH _i (%)	T_∞ (°C)	RH _∞ (%)	Time (h) Δt
Test 1	All three gypsum boards uncoated	2000	23.3	30	23.8 22.5	71.9 29.6	24 24
Test 2	Acrylic coated board on top of 2 uncoated boards	2000	24	34.6	23.2 23.2	72.2 30.8	24 24
Test 3	Latex coated board on top of two uncoated boards	2000	24.1	31.4	23.4 23.4	70.9 31.2	24 24
Test	Total surface transfer coefficient (kg/(m ² s Pa) for paint included in surface transfer coefficient)	Surface transfer coefficient (kg/(m ² s Pa) for paint (thickness = 0.1 mm) as a separate porous layer)	Heat transfer coefficients (W/(m ² K))				
1	2.41 e-8		3.45				
2	1.18 e-9	2.41 e-8	3.45				
3	7.31 e-11	2.41 e-8	3.45				

Ils ont mesuré la température et l'humidité relative à deux profondeurs : 12,5 et 25 mm. Ils ont validé leur travail en comparant leurs résultats avec des résultats numériques de la littérature.

N. Djongyang et al [26] ont utilisé le modèle des transferts de chaleur et de masse monodimensionnel pour étudier l'influence des conditions climatiques semi tropicales. Ils ont proposé une solution analytique basée sur une approche périodique, et ont comparé leurs résultats avec ceux trouvés dans la littérature. Sur la figure I-11 ci-dessous, on voit l'évolution de la température en fonction de l'épaisseur pour deux valeurs de l'humidité relative.

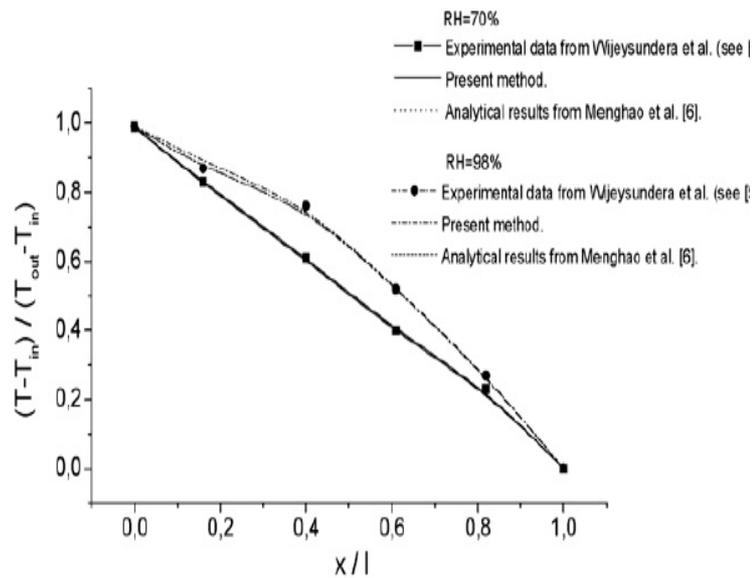


Figure. I-11. Comparaison entre la solution analytique de N. Djongyang et al [26] et la littérature.

M. Qin et al [27] ont proposé un modèle mathématique pour étudier le transfert couplé de chaleur et d'humidité à travers une paroi multicouche composée de matériaux utilisés dans le bâtiment. La solution numérique est réalisée par la méthode des différences finies. Ils ont utilisé comme variables : la température et la teneur en vapeur. La température et la teneur en vapeur d'eau sont représentées dans la figure I-12. Au interfaces ils ont pris l'égalité des températures et des teneurs en vapeur d'eau

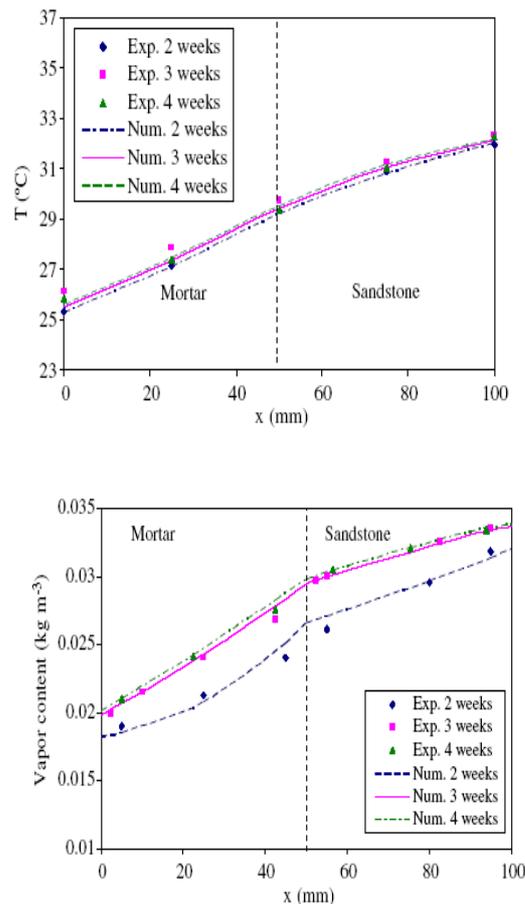


Figure. I-12. Variation de la température et la teneur en vapeur d'eau [27]

N. Mendes et P.C. Philippi [28] ont proposé une étude des transferts de chaleur et de masse à travers un mur tricouche. Ils ont utilisé le modèle de Philip et De Verie. A l'interface, ils ont pris pour le modèle continu l'égalité des températures et des teneurs en vapeur d'eau. Pour le modèle discontinu, ils ont rajouté une équation reliant la teneur en humidité θ de la face gauche à celle de la face droite

à l'interface. Sur la figure I-13, ils comparent l'évolution de la teneur en humidité en fonction du temps pour les deux modèles, et sur la figure I-14 ils donnent la teneur en humidité en fonction des nœuds donc l'épaisseur.

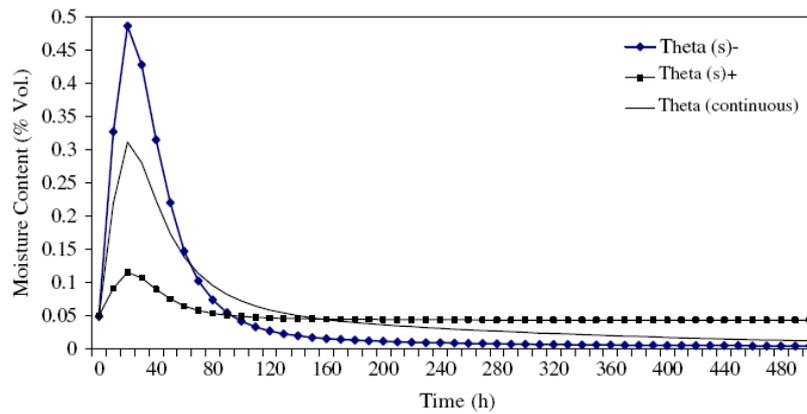


Figure. I-13. Evolution de la teneur en humidité en fonction du temps pour les deux modèles en utilisant des conditions aux limites constantes [28].

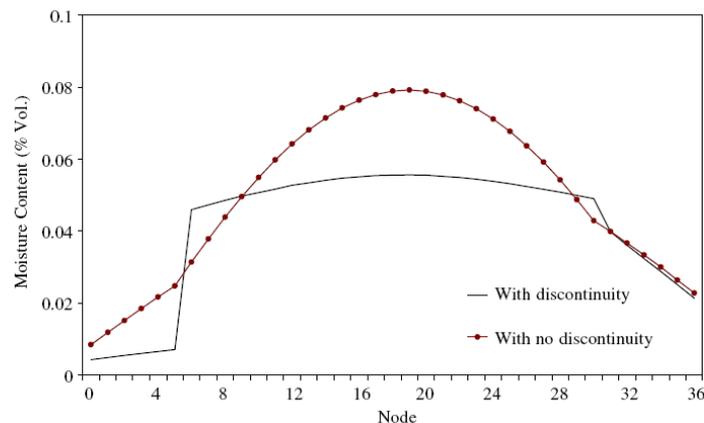


Figure. I-14. Profils d'humidité à $t=300$ h en utilisant des conditions aux limites constantes [28].

Après avoir comparé les deux modèles pour différentes conditions aux limites constantes et variables, ils concluent que la différence dans les conditions à l'interface pourrait apporter des changements considérables sur les valeurs calculées de la teneur en humidité et des distributions de température, en particulier lorsque des conditions extrêmes sont utilisées.

H. Janssen et al [29] ont utilisé le modèle de Milly pour le transfert de chaleur et d'humidité afin d'étudier les pertes thermiques causées par la présence de l'humidité dans le sol des bâtiments.

Il conclut que le postulat qui suppose que les déperditions thermiques par le sol sont négligées dans le domaine du bâtiment est à mettre en cause puisqu'il paraît sur la figure I-15 que ces déperditions sont de l'ordre d'une dizaine de Watt.

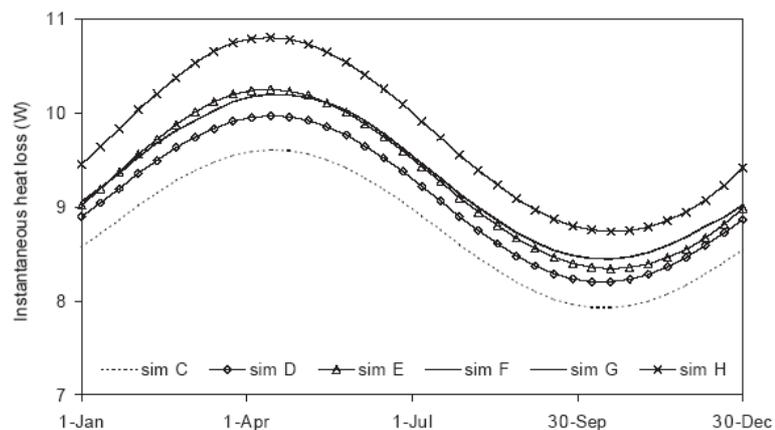


Figure. I-15. Déperditions thermiques par le sol isolé pour les simulations C, D, E, F,G et H.

La simulation C est le modèle de base, dans la simulation D, la conductivité effective est utilisée, dans E la conductivité est variable en fonction de l'humidité, dans F ils rajoutent la variation de la capacité thermique, dans G le transfert de chaleur dû au transfert de la vapeur est pris en compte et enfin dans H le transfert de chaleur dû au transfert du liquide est rajouté.

Le sujet des transferts de chaleur et de masse reste toujours d'actualité dans le domaine d'habitat [30], ou dans d'autres domaines [31].

On conclut que les transferts de chaleur et d'humidité dans le domaine de l'habitat présentent un intérêt particulier du point de vue théorique, puisqu'ils font intervenir plusieurs disciplines telles que la thermodynamique, le transfert de chaleur et le transfert de masse, et d'un point de vue application, vu que les conditions aux limites peuvent être très variées, suivant qu'il s'agit de murs

d'extérieur, d'intérieur ou de toiture. Dans les parois multicouches les conditions aux interfaces présentent un intérêt particulier.

Notre objectif essentiel est de mettre au point un code de calcul performant, prenant en compte le couplage thermique et massique sous des conditions aux limites variables où le problème de l'interface soit correctement résolu. Ce code pourrait être exploité pour différentes configurations, afin d'atteindre des objectifs spécifiques, à savoir la caractérisation des matériaux afin d'aboutir à l'isolation thermique, massique donc à l'économie d'énergie.

Bibliographie

- [1] B. Yesilata, M. A. Aktacir. A simple moisture transfer model for drying of sliced foods. *Applied Thermal Engineering*, 29 (2009), 748–752.
- [2] M.B. Andreasen. Modelling of Heat and Mass Transfer in Food Products. *The Proceedings of the COMSOL Conference (2009)*, Milan
- [3] L. Zhou, V. M. Puri, R. C. Anantheswaranb, G. Yehh. Finite element modelling of heat and mass transfer in food materials during microwave heating - model, development and validation. *Journal of Food Engineering* 25 (1995) 509-529
- [4] M. M. Farid, X. D. Chen. The analysis of heat and mass transfer during frying of food using a moving boundary solution procedure. *Heat and Mass Transfer* 34 (1998) 69-77.
- [5] F. Askri, A. Jemni, S. Ben Nasrallah. Study of two-dimensional and dynamic heat and mass transfer in a metal–hydrogen reactor. *International Journal of Hydrogen Energy* 28 (2003) 537 – 557
- [6] T. Lu a, S.Q. Shen. Numerical and experimental investigation of paper drying: Heat and mass transfer with phase change in porous media. *Applied Thermal Engineering* 27 (2007) 1248–1258
- [7] X.H. Liu, Y. Jiang, X.M. Chang, X.Q. Yi. Experimental investigation of the heat and mass transfer between air and liquid desiccant in a cross-flow regenerator. *Renewable Energy* 32 (2007) 1623-1636.
- [8] R. Wiksten, M. El Haj Assad. Heat and mass transfer characteristics in a spray chamber. *International Journal of Refrigeration* 30 (2007) 1207-1214.
- [9] L.Z. Zhang. Heat and mass transfer in a cross-flow membrane-based enthalpy exchanger under naturally formed boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 151–162

- [10] W.Terrell Jr, T.A. Newell. Experimental techniques for determining heat and mass transfer due to condensation of humid air in cooled, open cavities. *Applied Thermal Engineering* 27 (2007) 1574–1584
- [11] E. Mezaache, M. Daguene. Étude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée. *International Journal of Thermal Science*. (2000) 39, 117–129
- [12] N. Hamdani, J.Y Monteau, A. Le Bail. Simulation of coupled heat and mass transfer during freezing of a porous humid matrix. *International Journal of Refrigeration* 27 (2004) 595–603
- [13] J. Yoon, T.T. Phan, C.G Moon, P. Bansal. Numerical study on heat and mass transfer characteristic of plate absorber. *Applied Thermal Engineering* 25 (2005) 2219–2235.
- [14] C.Y. Cheng. Fully developed natural convection heat and mass transfer in a vertical annular porous medium with asymmetric wall temperatures and concentrations. *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) 2442–2447
- [15] R. Chouikh, L. Ben Snoussi, A. Guizani. Numerical study of the heat and mass transfer in inclined glazing cavity: Application to a solar distillation cell. *Renewable Energy* 32 (2007) 1511–1524
- [16] V.S. Kolunin, A.V. Kolunin. Heat and mass transfer in saturated porous media with ice inclusions. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 2514–2522
- [17] N. Souidi, A. Bontemps. Reflux condensation in narrow rectangular channels with perforated fins. *Applied Thermal Engineering* 23 (2003) 871–891
- [18] J.R.Philip, D.A. De Vries. Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *Transaction, American Geophysical Union* (1957) vol.38.N°2
- [19] Milly, P.C.D. Moisture and heat transport in hysteretic, inhomogeneous porous media: a matrix head based formulation and a numerical model. *Water Resources Research* (1982) 18,489-498.
- [20] P. Crausse, J.P. Laurent et B. Perrin. Influence des phénomènes d'hystérésis sur les propriétés hydriques de matériaux poreux. Comparaison de deux modèles de simulation du comportement thermo hydrique de parois de bâtiment. *Revue Générale de Thermique* (1996) 35,95-106
- [21] N. Mendes, F.C. Winkelmann, R. Lamberts, P.C. Philippi. Moisture effects on conduction loads. *Energy and Buildings* 35 (2003) 631-644.
- [22] T.Terashima, M. Mizuhata. Moisture movement in double layer building materials. *Proceeding of Clima 2000*, conference held Brussels, August 30th to September 2nd 1997.

- [23] P.Talukdar, S.O. Olutmayin, O.F. Osanyintola, Carey J. Simonson. An experimental data set for benchmarking 1-D, transient heat and moisture transfer models of hygroscopic building materials. Part I: Experimental facility and material property data. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4527–4539
- [24] P.Talukdar, S.O. Olutmayin, O.F. Osanyintola, Carey J. Simonson. An experimental data set for benchmarking 1-D, transient heat and moisture transfer models of hygroscopic building materials. Part II: Experimental, numerical and analytical data. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4915–4926.
- [25] C.James, C. J. Simonson, P.Talukdar, S. Roels. Numerical and experimental data set for benchmarking hygroscopic buffering models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 53 (2010) 3638–3654.
- [26] N. Djongyang, R. Tchinda, D.Njomo. A study of coupled heat and mass transfer across a porous building component in intertropical conditions. *Energy and Buildings* 41 (2009) 461–469
- [27] M. Qin, R. Belarbi, A. Ait-Mokhtar, L.O. Nilsson. Coupled heat and moisture transfer in multi-layer building materials. *Construction and Building Materials*. 23 (2009) 967–975.
- [28] N. Mendes, P.C. Philippi. A method for predicting heat and moisture transfer through multilayered walls based on temperature and moisture content gradients. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005) 37–51
- [29] H. Janssen, J. Carmeliet, H. Hens. The influence of soil moisture transfer on building heat loss via the ground. *Building and Environment* 39 (2004) 825 – 836
- [30] Tadiwos Zerihun Desta, Jelle Langmans, Staf Roels. Experimental data set for validation of heat, air and moisture transport models of building envelopes. *Building and Environment* 46 (2011) 1038-1046
- [31] F. Pigeonneau. Mechanism of mass transfer between a bubble initially composed of oxygen and molten glass. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (2011) 1448–1455

Chapitre II

Transfert de chaleur à travers des parois multicouches

Si les faits ne correspondent pas à la théorie, changez les faits.

Albert Einstein

II.1 Introduction :

Nous avons trouvé intéressant avant d'étudier le couplage chaleur-masse, de mettre au point un code qui nous permettra de voir l'évolution de la température dans un mur multicouche, sous différentes configurations, pour voir par la suite l'influence de l'humidité sur la température et vice-versa et pouvoir aussi l'exploiter sur des cas relatifs aux problèmes posés dans l'habitat. Dans ce qui suit nous allons étudier le transfert de chaleur dans un mur multicouche soumis à une condition de rayonnement solaire sur le côté extérieur et prenant en compte les échanges de chaleur par convection sur ses deux faces. Les résultats numériques seront présentés sur des exemples de matériaux utilisés dans le domaine du bâtiment dans des conditions réelles de fonctionnement (flux solaire, pertes convectives, etc.). On analysera également, l'influence, sur le transfert de chaleur, de quelques paramètres clés du système comme le choix des matériaux, l'optimisation de leur épaisseur et également la nature variable du flux solaire.

II.2 Etude théorique :

II.2.1 Généralités:

Le transfert de chaleur dans un milieu se fait suivant l'un ou la combinaison des trois modes de transmission suivants, la conduction, la convection et le rayonnement [1].

Dans la conduction, le transfert de chaleur se fait par des mouvements moléculaires pour les fluides et les solides amorphes, par vibration des molécules pour les solides et par déplacement d'électrons libres pour les conducteurs électriques solides.

La convection c'est la combinaison de transfert de chaleur avec le déplacement de matière, elle est due essentiellement au mouvement des fluides, si le mouvement est dû à la différence de densité la convection est dite naturelle, et si le mouvement est produit par une action extérieure alors la convection est dite forcée.

Dans le rayonnement thermique la chaleur est transportée par les rayons électromagnétiques, il se fait sans support matériel.

La conduction obéit à la loi dite de Fourier établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Fourier en 1822.

La densité du flux de chaleur s'écrit :

$$\vec{Q} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (\text{II-1})$$

En étudiant la conduction suivant une seule direction l'équation précédente devient:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (\text{II-2})$$

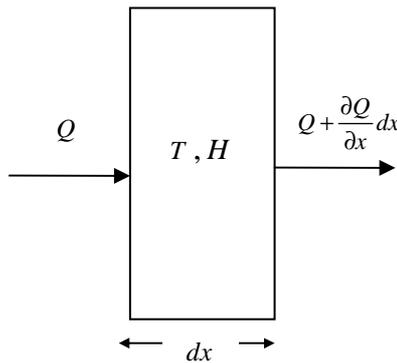


Figure. II-1. Volume de contrôle.

Si on prend un volume de contrôle infinitésimal d'épaisseur dx et de surface S perpendiculaire à la direction du transport de chaleur, alors l'équation du bilan thermique dans le cas où il n'y a pas de source de chaleur nous donne :

$$S \cdot dx \cdot \rho_0 \cdot dH = S \left(Q - \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) \right) dt \Leftrightarrow \rho_0 \cdot \frac{dH}{dt} = -\frac{\partial Q}{\partial x} \Leftrightarrow \rho_0 \cdot \frac{dH}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{dT}{dx} \right)$$

et puisque, $H = c_p dT$ alors on obtient :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) \quad (\text{II-3})$$

En appliquant le même raisonnement pour les deux autres directions y et z, et en supposant la conductivité constante, l'équation (II-3) aura la forme suivante :

$$\frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{II-4})$$

en posant $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$, on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \Delta T \quad (\text{II-5})$$

Quand la convection se fait entre une paroi et un fluide la densité du flux de chaleur est déterminée par l'équation suivante :

$$Q = h(T_p - T_f) \quad (\text{II-6})$$

Pour notre étude nous utiliserons les deux équations (II-5) et (II-6), le flux solaire sera introduit comme terme source.

II.3 Modélisation et traitement numérique:

II.3.1 Formulation du problème :

Pour être proche de la réalité du domaine de l'habitat, on considère un mur constitué de trois couches, une couche centrale d'épaisseur e_2 couverte des deux côtés par une couche de crépissage interne d'épaisseur e_1 et externe d'épaisseur e_3 . Cette dernière est soumise à une condition de densité de flux solaire variable. Les échanges par convection avec les milieux environnants sont pris en compte sur les deux faces intérieure et extérieure. la température du fluide extérieure est variable.

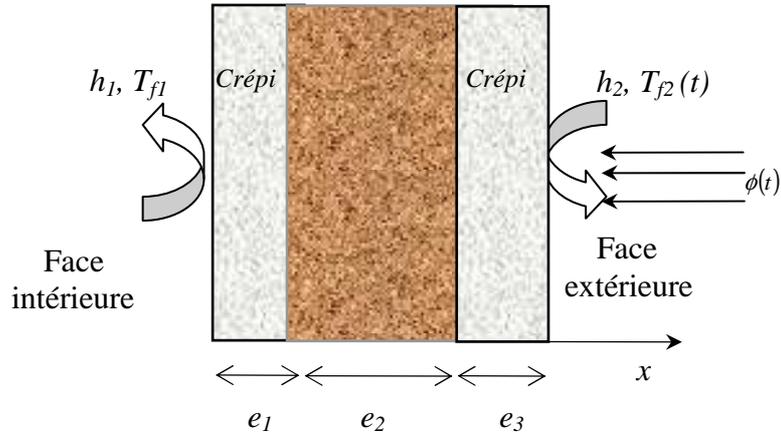


Figure. II-2. Présentation du système.

Dans ces conditions, les équations de bilan thermique s'écrivent :

$$\alpha_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} = \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad l_{i-1} \leq x \leq l_i, \quad t \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{II-7})$$

où :

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\rho_i C_i}, \quad l_0 = 0, \quad l_i = l_{i-1} + e_i,$$

Conditions aux limites :

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = h_1 (T_{f1} - T_1) \quad x = 0 \quad (\text{II-8})$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \quad x = l_i, \quad i = 1, 2 \quad (\text{II-9})$$

$$-\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} = h_2 (T_3 - T_{f2}(t)) - \Phi(t) \quad x = l_3 \quad (\text{II-10})$$

Conditions initiales :

$$T_i = T_0 \quad \text{à } t = 0 \quad \text{et} \quad l_{i-1} \leq x \leq l_i \quad (\text{II-11})$$

II.3.2 Traitement numérique:

La résolution du système d'équations ci-dessus muni des conditions aux limites et initiales est réalisée par la méthode des différences finies selon le schéma numérique de Cranck–Nicholson [2].

$$-r_k.T_{i-1}^{j+1} + (2 + 2.r_k).T_i^{j+1} - r_k.T_{i+1}^{j+1} = r_k.T_{i-1}^j + (2 - 2.r_k)T_i^j + r_k.T_{i+1}^j \quad (\text{II-12})$$

$$\text{avec } r_k = \frac{\lambda_k \cdot \Delta t}{\rho_k \cdot c_k \cdot (\Delta x)^2}$$

à $i=1$ on obtient

$$-r_k.T_0^{j+1} + (2 + 2.r_k).T_1^{j+1} - r_k.T_2^{j+1} = r_k.T_0^j + (2 - 2.r_k)T_1^j + r_k.T_2^j \quad (\text{II-13})$$

La discrétisation de (II-8), nous donne :

$$-\lambda_1 \frac{T_2 - T_0}{2\Delta x} = h_1(T_{f1} - T_1) \Leftrightarrow T_0 = \frac{2\Delta x h_1}{\lambda_1}(T_{f1} - T_1) + T_2$$

En posant $H_1 = \frac{2\Delta x h_1}{\lambda_1}$ alors l'expression de T_0 saura :

$$T_0 = H_1 T_{f1} - H_1 T_1 + T_2 \quad (\text{II-14})$$

On remplace (II-14) dans (II-13)

$$-r_k(H_1 T_{f1} - H_1 T_1^{j+1} + T_2^{j+1}) + (2 + 2.r_k).T_1^{j+1} - r_k.T_2^{j+1} = r_k.T_0^j + (2 - 2.r_k)T_1^j + r_k.T_2^j$$

$$\Leftrightarrow (2 + 2.r_k + r_k H_1).T_1^{j+1} - 2r_k.T_2^{j+1} = (2 - 2.r_k - r_k H_1).T_1^j + 2r_k.T_2^j + 2r_k H_1 T_{f1}$$

En posant

$$A_{1k} = -r_k \quad C_{1k} = -r_k \quad B_{1k} = 2 - A_{1k} - C_{1k}$$

$$A_{2k} = r_k \quad C_{2k} = r_k \quad B_{2k} = 2 - A_{2k} - C_{2k}$$

$$r_k = \frac{\alpha_k \Delta t}{2\Delta x^2}$$

avec :

$$k = 1, 2, 3 \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, J \quad \text{et} \quad G_i = 0$$

on aura

$$A_{1k} \cdot T_{i-1}^{j+1} + B_{1k} \cdot T_i^{j+1} + C_{1k} \cdot T_{i+1}^{j+1} = A_{2k} \cdot T_{i-1}^j + B_{2k} \cdot T_i^j + C_{2k} \cdot T_{i+1}^j + G_i$$

Les coefficients A , B et C et G décrits ci-dessus gardent la même forme sauf pour les cas particuliers correspondants aux conditions aux limites et aux interfaces.

Pour $i = 1, k = 1$ (*I^{ère} couche*), $x = 0$

$$A_{1k} = 0, \quad C_{1k} = -2r_k, \quad B_{1k} = 2 - A_{1k} - C_{1k} - r_k H_1$$

$$A_{2k} = 0, \quad C_{2k} = 2r_k, \quad B_{2k} = 2 - A_{2k} - C_{2k} + r_k H_1$$

$$G_1 = 2 \cdot r_1 H_1 \cdot T_{f1},$$

Première interface : $x = l_1$

Pour $i = N_1, k = 1$

$$A_{1k} = -2r_k, \quad C_{1k} = -r_k F_1, \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k F_1$$

$$A_{2k} = 2r_k, \quad C_{2k} = r_k F_1, \quad B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k F_1$$

Pour $i = N_1 + 1, k = 2$

$$A_{1k} = -r_k F_2, \quad C_{1k} = -2r_k, \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k F_2$$

$$A_{2k} = r_k F_2, \quad C_{2k} = 2r_k, \quad B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k F_2$$

Deuxième interface : $x = l_2$

Pour $i = N_1 + N_2, k = 2$

$$A_{1k} = -2r_k, \quad C_{1k} = -r_k F_2, \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k F_2$$

$$A_{2k} = 2r_k, C_{2k} = r_k F_2, B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k F_2$$

Pour $i = N_2 + 1, k = 3$

$$A_{1k} = -r_k F_3, C_{1k} = -2r_k, B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k F_3$$

$$A_{2k} = r_k F_2, C_{2k} = 2r_k, B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k F_3$$

avec:

$$F_n = \frac{2 \cdot h_l \cdot \Delta x}{\lambda_n}, n = 1, 2, 3$$

h_l : Coefficient d'échange, introduit numériquement au niveau des interfaces, il est pris assez grand pour permettre l'égalité des flux et des températures.

Pour $i = N, k = 3$ (3^{ème} couche), $x = L$

$$C_{1k} = 0, A_{1k} = -2r_k, B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k H_2$$

$$C_{2k} = 0, A_{2k} = 2r_k, B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k H_2$$

$$G_2 = 2r_k \left[H_2 T_{f2}(t) + \frac{H_2}{h_2} \Phi(t) \right]$$

$$H_2 = \frac{2\Delta x \cdot h_2}{\lambda_3}$$

$$\phi(t) = \begin{cases} \Phi_0 \sin(\omega t) & \text{if } 0 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{if } \tau/2 \leq t \leq \tau \end{cases}$$

et

$$T_{f_2}(t) = T_{f_0} + \Delta T \sin(\omega t)$$

Où $\omega = 2\pi/\tau$, $\Phi_0 = 500 \text{ W/m}^2$, $\tau = 24 \text{ h}$, $T_{f_0} = 30^\circ\text{C}$, $\Delta T = 15^\circ\text{C}$

L'assemblage de l'ensemble de ces équations se traduit par un système tri-diagonal dont la résolution est réalisée, à chaque pas de temps, par l'algorithme connu de Thomas [3].

II.4. Résultats :

Un programme en fortran a été mis au point pour la résolution de l'équation (II-7) il nous permet ainsi de connaître la température à travers le mur multicouche à n'importe quel moment. Le code a été validé avec le cas stationnaire figure II-3.

L'exploitation du code numérique a été réalisée dans les conditions suivantes:

$$e_1 = 1 \text{ cm} , e_2 = 20 \text{ cm} , e_3 = 1 \text{ cm} , h_1 = 10 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} , h_2 = 100 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} ,$$

$$h_1 = 10^6 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{f1} = 20^\circ\text{C} , T_{f2} = 40^\circ\text{C} , \Phi = 500 \text{ W} / \text{m}^2$$

Les matériaux considérés sont ceux utilisés généralement en Algérie dans la construction des bâtiments, à savoir, la brique pour le mur central, le mortier pour la couche extérieure et le plâtre pour la couche intérieure, leurs propriétés physiques sont présentées dans le tableau II-1 [4-5].

Tableau II-1. Propriétés physiques.

	Brique	Mortier	Plâtre
$\rho(\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1900	2050	1440
$C_p(\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	920	950	840
$\lambda(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	1.11	1.96	0.48
$l(\text{m})$	0.2	0.01	0.01

Sur le plan numérique, le nombre de pas utilisé dans chaque couche est le suivant:

$$N_1 = 8 , N_2 = 20 \text{ et } N_3 = 8$$

Les résultats représentés sur les figures 4 à 8 correspondent à une température du fluide extérieur et un flux de chaleur constants, et les figures de 11 à 14 représentent les résultats du cas où le flux de chaleur et la température du fluide extérieur sont variables périodiquement.

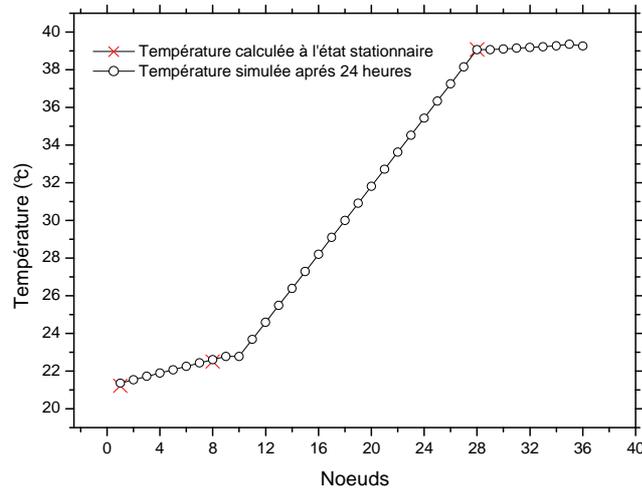


Figure. II-3. Validation du code avec le cas stationnaire.

II.4.1 Cas de la température du fluide extérieur et du flux constants.

La figure II-3 montre la bonne concordance des résultats obtenus par le code et ceux calculés analytiquement aux interfaces et aux deux faces intérieure et extérieure, à l'état stationnaire qui est atteint après 10 heures.

Sur la figure II-4, on a représenté la température de la face interne pour trois épaisseurs du mur intermédiaire en brique, on remarque qu'une brique de 30 cm fait diminuer la température de la face intérieure de 7°C par rapport à celle de 10 cm pour une même nature et une même épaisseur du crépissage. Sur la figure II-5, on a pris trois épaisseurs différentes de la couche interne du crépissage en plâtre en gardant la même configuration pour les deux autres couches, on a remarqué qu'une augmentation de 2 cm fait diminuer la température de 1 °C, alors que la même augmentation de l'épaisseur de la couche externe n'influence pratiquement pas la température, 0.2°C de différence. Ce qui nous amène à dire que si on veut avoir une bonne isolation il faut jouer sur les épaisseurs de la

couche interne et du mur central (intermédiaire) que sur celle de la couche externe.

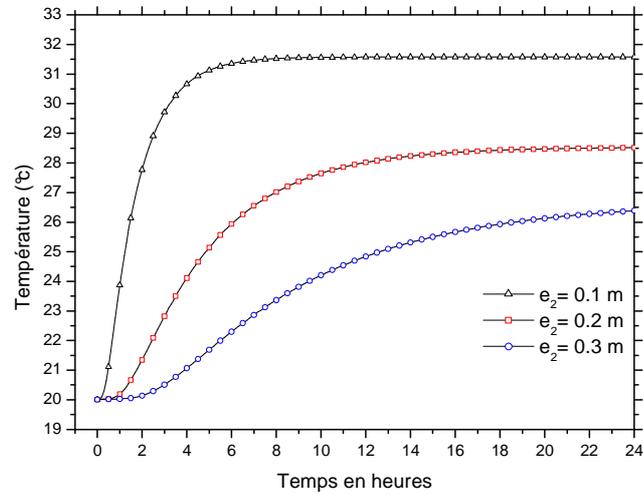


Figure. II-4. Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur du mur intermédiaire en brique

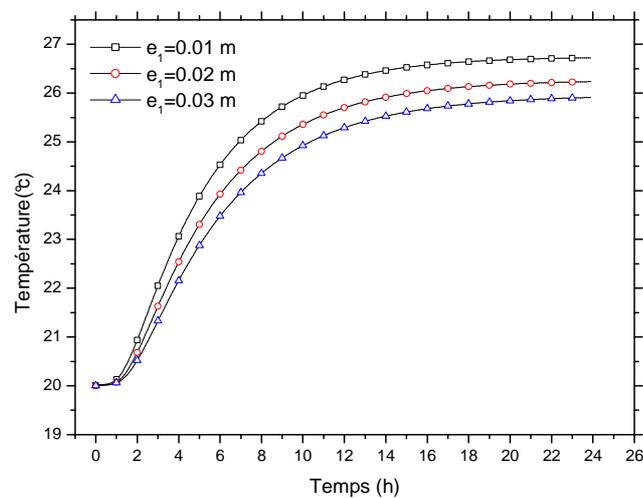


Figure. II-5. Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la couche interne en plâtre

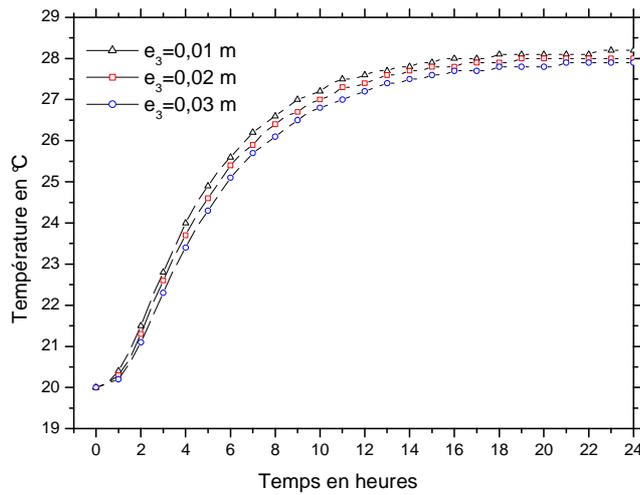


Figure. II-6. Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la couche externe en mortier.

La figure II-7 montre que le plâtre utilisé comme crépissage intérieur nous fait gagner un demi-degré par rapport au mortier, alors que le liège et la laine de verre font diminuer la température de la face intérieure relativement au mortier respectivement de 3.75 et 4 °C.

Nous proposons donc à revoir la manière de couvrir nos murs, la meilleure configuration sera d'utiliser les feuilles de laines de verre avec du plâtre.

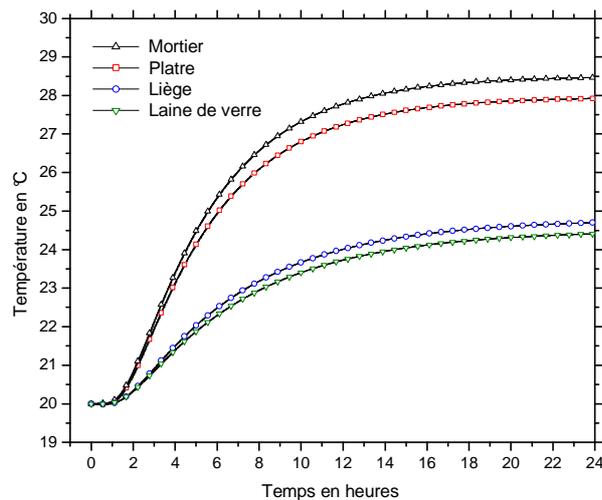


Figure. II-7. Evolution de la température interne du mur en fonction de la nature du matériau de la couche interne.

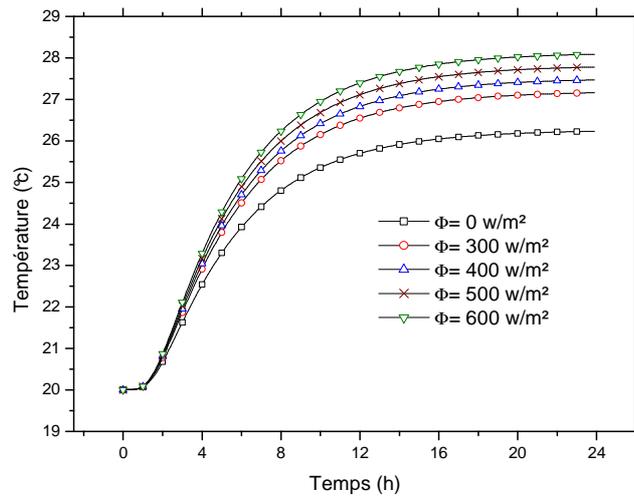


Figure. II-8. Evolution de la température interne du mur en fonction du flux incident.

Sur la figure II-8, nous avons présenté la variation de la température pour plusieurs valeurs du flux solaire absorbé et on remarque qu'une augmentation de la densité du flux de 300 W/m^2 ne fait augmenter la température que de 1°C .

II.4.2 Cas de la température du fluide extérieur et du flux variable.

Dans ce cas la température de l'air est prise périodique, elle augmente progressivement pour atteindre 45°C au milieu de la journée pour ensuite diminuer jusqu'à atteindre 15°C au milieu de la nuit, figure II-9. La densité du flux est prise nulle toute la nuit et augmente progressivement la journée pour atteindre un maximum de 500 W/m^2 au milieu de la journée, Figure II-10

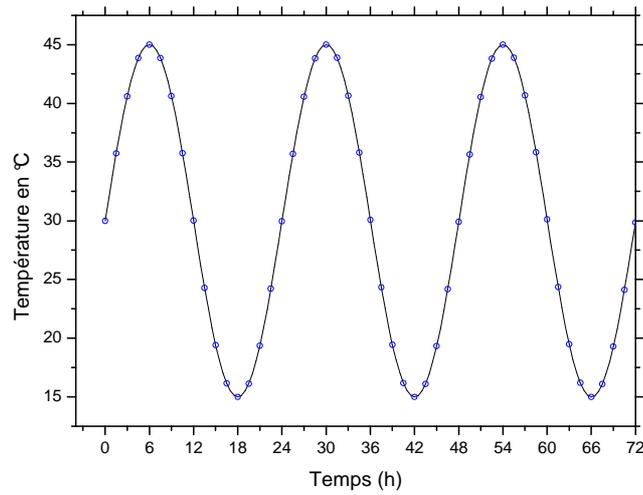


Figure. II-9. Variation de la température du fluide extérieur.

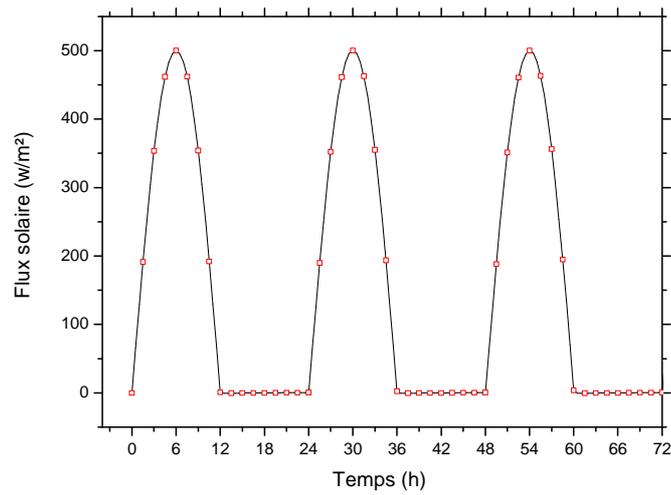


Figure. II-10. Variation du flux solaire.

Dans ce cas, on remarque qu'une brique de 30 cm fait diminuer la température de la face intérieure d'un peu plus de 8 °C par rapport à celle de 10 cm pour une même nature et une même épaisseur du crépissage figure II-11, on remarque aussi un déphasage qui indique qu'il faut plus de temps pour la diffusion de la chaleur pour les murs les plus épais.

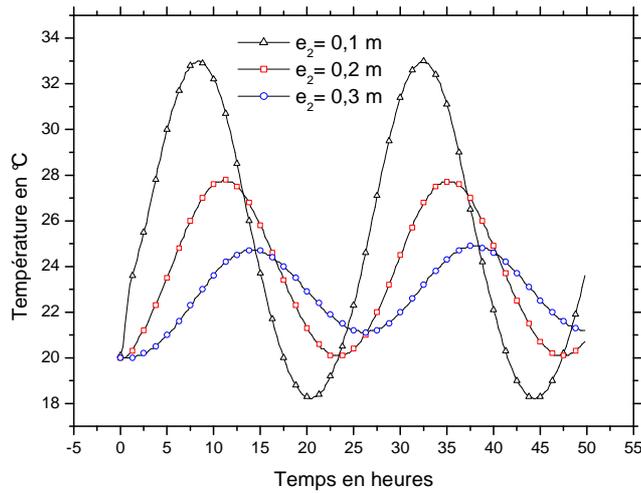


Figure. II-11. Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur du mur intermédiaire.

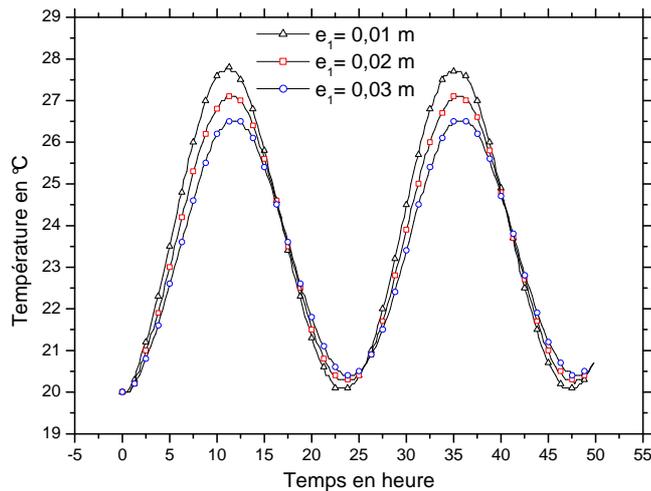


Figure. II-12. Evolution de la température interne du mur en fonction de l'épaisseur la première couche.

II.5 Conclusion.

Nous avons voulu montrer à travers cette étude qu'il est impératif de revoir les normes de construction dans notre pays, d'un côté pour diminuer la consommation énergétique et d'un autre côté pour améliorer le bien être des occupants surtout dans les zones du sud où on continue à construire suivant les normes du nord. Il est clair que le surcoût engendré par l'utilisation des

matériaux plus chers, feuille de laine de verre avec du plâtre ou encore le système de la double paroi en brique sera vite amortie par les économies en énergies que ça soit en hiver pour le chauffage où en été pour le refroidissement. Quelques résultats de ce travail ont été publiés [6]. On compte exploiter ce code pour caractériser thermiquement des matériaux locaux.

Bibliographie.

- [1] A heat transfer textbook. John H. Lienhard IV and John H. Lienhard V. Phlogiston press. Third edition, (2008).
- [2] Applied Numerical Analysis. Curtis.F.Gerald. Addison Wesley Publishing Company, (1978).
- [3] Méthodes Numériques Appliquées. M. Boumahrat, A. Gourdin. O.P.U 1993
- [4] N. Mendes, F.C. Winkelmann, R. Lamberts, P.C. Philippi. Moisture effects on conduction loads. Energy and Buildings 35 (2003) 631-644.
- [5] Transferts thermiques, Introduction aux transferts d'énergie. J. Taine, E. Iacona et J. P. Petit. 4^{ème} édition. Dunod, (2003).
- [6] Y. Tamene. S. Abboudi.C. Bougriou. Simulation des transferts thermiques transitoires à travers un mur multicouche soumis à des conditions de flux solaire et de convection. Revue des Energies Renouvelables Vol. 12 N°1 (2009) 117 - 124

Chapitre III

Transferts de chaleur et de masse

*Je sais pourquoi tant de gens aiment couper du bois.
C'est une activité où l'on voit tout de suite le résultat*

Albert Einstein

III.1. Etude théorique:

Nous avons présenté dans le précédent chapitre le transfert thermique, maintenant nous allons parler de la diffusion massique et du couplage masse-chaaleur.

III.1.1 Transfert de masse:

Les premiers travaux sur le transfert de masse ont été réalisés par A. Fick, il a proposé une loi empirique déduite de celle de Fourier. En se plaçant dans un système unidirectionnel, et en supposant une certaine concentration de particule d'une espèce A, $c(x, t)$ et en présence d'un gradient de concentration, il admet qu'il s'établit un flux de particules proportionnel au gradient.

$$J = -D_A \frac{\partial c_A}{\partial x} \quad (\text{III-1})$$

D_A : Coefficient de diffusion, ou diffusivité.

Le signe – indique que le transport se fait des fortes aux faibles concentrations.

On remarque que cette équation a la même forme que la loi de Fourier, pour bien comprendre le phénomène de diffusion de la masse nous aurons besoin de quelques définitions, que nous expliquerons ci-dessous [1].

Supposons un mélange qui se compose de i constituants, une des manières pour décrire un composant est sa masse par rapport au volume total du mélange connue sous le nom de densité partielle ρ_i , la composition du mélange peut être donc décrite par la densité partielle de chaque composant, alors la masse volumique totale sera la somme des masses volumiques des différents constituants i :

$$\rho = \sum \rho_i \quad (\text{III-2})$$

La composition relative du mélange est définie par la masse du composant i par rapport à la masse totale, ce rapport est appelé fraction massique

$$m_i = \frac{\rho_i}{\rho} = \frac{\text{masse du composant } i}{\text{masse totale du mélange}} \quad (\text{III-3})$$

On définit aussi la concentration molaire par :

$$c_i = \frac{\rho_i}{M_i} = \frac{\text{mole de } i}{\text{volume}} \quad (\text{kmol/m}^3) \quad (\text{III-4})$$

M_i Étant la masse moléculaire du composant i en kg/kmol

La concentration molaire du mélange est donnée par :

$$c = \sum_i c_i \quad (\text{III-5})$$

La fraction molaire du composant i est définie par :

$$x_i = \frac{c_i}{c} \quad (\text{III-6})$$

L'équation des gaz parfaits nous donne :

$$P_i = \rho_i R_i T \quad (\text{III-7})$$

où R_i : constante des gaz parfait du constituant i

$$R_i = \frac{R}{M_i} \quad (\text{III-8})$$

en remplaçant les équations (III-4) et (III-8) dans (III-7)

$$P_i = \rho_i R_i T = c_i M_i \frac{R}{M_i} T = c_i R T \quad (\text{III-9})$$

de la relation (III-5) :

$$c = \sum_i \frac{P_i}{R T} = \frac{P}{R T} \quad (\text{III-10})$$

de la, on obtient la relation dite la loi de Dalton :

$$P = \sum_i P_i \quad (\text{III-11})$$

et en combinant les relations (III-6), (III-9) et (III-11), on obtient une relation très utile :

$$x_i = \frac{c_i}{c} = \frac{P_i}{c R T} = \frac{P_i}{P} \quad (\text{III-12})$$

Les deux dernières relations sont valables pour des gaz parfaits.

III.1.2. Théorie du transport de l'humidité dans un milieu poreux

Plusieurs approches ont été réalisées à partir de la moitié du 20^{ème} siècle pour modéliser le transport de l'humidité dans un milieu poreux en présence de la chaleur, l'une des théories les plus utilisées est celle développée par le mathématicien australien Philip J.R

III.1.2.1 Théorie de Philip et De Vries :

La diffusion du liquide dans un milieu poreux peut être décrite par la loi de Darcy [2-3] :

$$Q_l = -\rho_l K \nabla \Psi \quad (\text{III-13})$$

Où Q_l est la densité du flux massique du liquide, ρ_l sa masse volumique, K la conductivité hydraulique et Ψ le potentiel hydraulique.

Le potentiel hydraulique peut être considéré comme étant l'énergie potentielle d'une unité de masse du liquide et peut donc être vu comme la somme des potentiels partiels résultants des différentes forces agissant sur l'élément de masse considéré, pour chaque potentiel partiel Ψ_i correspondant à une force F_i agissant sur l'élément, on a :

$$\Psi_i = -\int F_i dl \quad (\text{III-14})$$

où dl est le déplacement de l'élément de masse.

On distingue trois potentiels partiels :

Ψ_g : Potentiel de gravité.

Ψ_m : Potentiel matriciel composé du potentiel de capillarité, du potentiel d'adsorption et du potentiel d'interpénétration (osmotique) dans le multicouche.

Ψ_p : Potentiel de pression.

Alors, le potentiel hydraulique sera la somme des trois potentiels :

$$\Psi = \Psi_g + \Psi_m + \Psi_p \quad (\text{III-15})$$

Ψ_p est négligeable, puisque seul le transport d'humidité à la pression atmosphérique constante est considéré en plus de la différence des concentrations des sels dissous qui n'est pas pris en compte. Le potentiel de gravité peut être écrit sous la forme :

$$\Psi_g = g k \quad (\text{III-16})$$

g étant l'accélération due à la gravité à la coordonnée verticale.

Ψ_m étant une fonction de la température et de la teneur en eau liquide alors

$$\nabla \Psi_m = \frac{\partial \Psi}{\partial T} \nabla T + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_l} \nabla \theta_l \quad (\text{III-17})$$

L'équation (III-13) devient,

$$\frac{Q_l}{\rho} = -K \left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial T} \right|_{\theta_l} \nabla T - K \left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial \theta_l} \right|_T \nabla \theta_l - K g k \quad (\text{III-18})$$

et puisque Ψ_m est déterminé principalement par la c

$$\Psi_m = -\frac{2 \sigma \cos \delta}{\rho_l r} \quad (\text{III-19})$$

où σ est la tension de surface, δ est l'angle de contact et r est le rayon du capillaire.

Alors, on obtient :

$$\left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial T} \right|_{\theta_l} = \frac{\partial \Psi_m}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \frac{\Psi_m}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \gamma \Psi_m \quad (\text{III-20})$$

γ représente le coefficient de température de la tension de surface.

en remplaçant (III-19) dans (III-18), on obtient :

$$\frac{Q_l}{\rho} = -D_{T_l} \nabla T - D_{\theta_l} \nabla \theta_l - K g k \quad (\text{III-21})$$

$$\text{où, } D_{T_l} = K \gamma \Psi_m \text{ et } D_{\theta_l} = K \left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial \theta_l} \right|_T$$

La diffusion de la vapeur est décrite par la première loi de Fick, qui peut être écrite sous plusieurs formes suivant le choix du système de référence et les coordonnées utilisées.

Si on considère le mélange air-vapeur comme étant un gaz parfait en présence d'un gradient de température alors la densité du flux massique est donnée par :

$$Q_v = -D \frac{\rho}{C_2} \nabla C_1 - \rho C_1 D' \nabla T \quad (\text{III-22})$$

Où D est le coefficient binaire de diffusion, ρ la masse volumique du gaz, c_1 la fraction massique de la vapeur, c_2 celle de l'air et D' le coefficient de la diffusion thermique.

Pour une pression totale constante et un mélange de gaz idéal, l'équation s'écrira :

$$Q_v = -D \frac{P}{P - P_v} \frac{M}{RT} \nabla P_v \left[1 + \frac{D'}{D} \frac{P_v (P - P_v)}{P} \frac{\nabla T}{\nabla P_v} \right] \quad (\text{III-23})$$

M : masse molaire de l'eau, R : constante universelle des gaz, P : pression totale du mélange, P_v : pression partielle de la vapeur d'eau.

Le deuxième terme entre crochets dans cette expression est négligeable par rapport à 1, donc l'influence de la diffusion thermique peut être négligée, mais en considérant la diffusion des gaz à travers les matériaux poreux, les deux facteurs suivants doivent être pris en compte.

Le premier facteur c'est celui qui représente la section totale où se fait la diffusion. C'est pourquoi, on doit introduire la teneur volumétrique de l'air dans le matériau a .

Le deuxième, est le facteur de tortuosité α_t .

Alors l'équation (III-23) devient :

$$Q_v = -\alpha_t a D \frac{P}{P - P_v} \frac{M}{RT} \nabla P_v \quad (\text{III-24})$$

Pour une pression atmosphérique normale et une température ambiante, on peut écrire :

$$Q_v = -\delta \nabla P_v \quad (\text{III-25})$$

où δ est le coefficient du transfert de la vapeur

La pression de la vapeur peut être écrite sous la forme :

$$P_v = \varphi P_{vs} \quad (\text{III-26})$$

φ est l'humidité relative qui dépend essentiellement de la teneur en humidité,

P_{vs} est la pression de la vapeur saturante, elle dépend seulement de la température, alors ∇P_v sera écrite :

$$\nabla P_v = p_{vs} \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_l} \right|_T \nabla \theta_l + \varphi \frac{dp_{vs}}{dT} \nabla T \quad (\text{III-27})$$

En combinant les équations (III-24) et (III-27), on obtient :

$$\frac{Q_v}{\rho} = -D_{T_v} \nabla T - D_{\theta_v} \nabla \theta_l \quad (\text{III-28})$$

avec

$$D_{T_v} = \alpha_t a D \frac{P}{P - p_v} \frac{M}{RT} \frac{\varphi}{\rho_l} \frac{dp_{vs}}{dT} \quad (\text{III-29})$$

$$D_{\theta_v} = \alpha_t a D \frac{P}{P - p_v} \frac{M}{RT} \frac{p_{vs}}{\rho_l} \left. \frac{d\varphi}{d\theta_l} \right|_T \quad (\text{III-30})$$

En combinant les équations (III-25) et (III-27), on obtient :

$$D_{T_v} = \delta \frac{\varphi}{\rho_l} \frac{dp_{vs}}{dT} \quad (\text{III-31})$$

$$D_{\theta_v} = \delta \frac{p_{vs}}{\rho_l} \left. \frac{d\varphi}{d\theta_l} \right|_T \quad (\text{III-32})$$

D_{T_v} est le coefficient de transport de la vapeur associé au gradient de température.

D_{θ_v} est le coefficient de transport de la vapeur associé au gradient de la teneur en humidité.

La densité du flux totale Q dans la phase liquide-vapeur peut être considérée comme étant la contribution de Q_l dans la phase liquide et de Q_v dans la phase vapeur, alors :

$$\frac{Q}{\rho_l} = \frac{Q_l}{\rho_l} + \frac{Q_v}{\rho_l} = -D_T \nabla T - D_\theta \nabla \theta_l - K g k \quad (\text{III-33})$$

avec

$$D_T = D_{T_l} + D_{T_v} \text{ et } D_\theta = D_{\theta_l} + D_{\theta_v}$$

alors

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \left(\frac{Q}{\rho_l} \right) = \nabla (D_T \nabla T) + \nabla (D_\theta \nabla \theta_l) + g \frac{\partial K}{\partial z} \quad (\text{III-34})$$

D'autre part le transfert de chaleur dans un milieu poreux peut avoir lieu sous trois formes, transfert purement conductif, transfert convectif de chaleur sensible par les flux de liquide et de vapeur et enfin, le transfert de chaleur latente porté par la vapeur. D'une manière générale, en tenant compte de tous ces phénomènes, la densité de flux de chaleur s'exprime donc par :

$$Q = \underbrace{-\lambda \nabla T}_{\text{conduction}} + \underbrace{H_l Q_l}_{\text{convection}} + \underbrace{H_v Q_v}_{\text{convection, chaleur latente}} \quad (\text{III-35})$$

où :

H_l : enthalpie massique de l'eau liquide.

H_v : enthalpie massique de la vapeur d'eau.

Pour une température donnée T et par rapport à une température de référence T_0 , ces deux grandeurs sont données par :

$$H_l = c_l (T - T_0) \quad (\text{III-36})$$

$$H_v = c_l (T - T_0) + L_v \quad (\text{III-37})$$

Une analyse de l'ordre de grandeur montre qu'on peut négliger le transport convectif de la chaleur sensible par rapport à la chaleur latente[4], alors en combinant (III-35) et (III-28), on obtient :

$$Q = -(\lambda + \rho_l L_v D_{T_v}) \nabla T - \rho_l L_v D_{\theta_v} \nabla \theta \quad (\text{III-38})$$

alors

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla Q = \nabla[(\lambda + \rho_l L_v D_{T_v}) \nabla T] + \nabla[\rho_l L_v D_{\theta_v} \nabla \theta] \quad (\text{III-39})$$

III.1.3. Sorption et désorption.

La courbe représentant pour une température donnée la teneur en eau ou en humidité d'un produit en fonction de l'humidité relative de l'air est appelée « isotherme d'adsorption », si elle est déterminée expérimentalement en partant d'un produit sec, isotherme de désorption si elle est déterminée expérimentalement en partant d'un produit saturé en eau. Sur la figure ci-dessous, on voit la courbe de désorption et d'adsorption pour une pâte d'un ciment normale où ω_l représente la teneur en eau et φ l'humidité relative de l'air

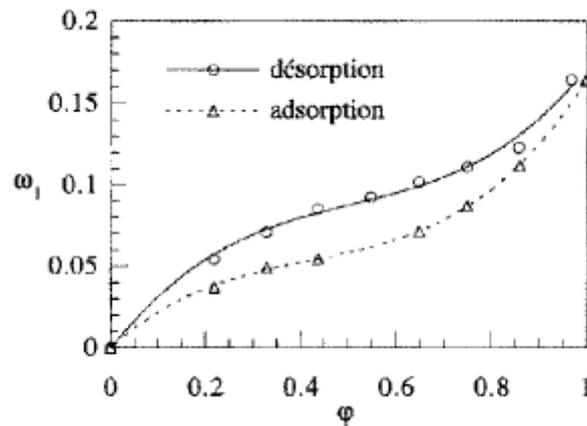


Figure. A. Isothermes de sorption/désorption pour une pâte de ciment normale. [4]

Le fait de connaître ces courbes nous permet de calculer les coefficients D_T et D_θ

III.2. Présentation du problème :

Notre objectif est de mettre au point un code de calcul qui nous permettra d'étudier le transfert couplé de chaleur et d'humidité à travers un mur multicouche, pour cela nous avons utilisé le modèle de Philip et de Vries qui se traduit par les équations (III-34) et (III-39).

Dans le cas monodimensionnel et où : D_T, D_θ sont constants, ce qui est le cas au delà de certaines valeurs de la teneur en humidité initiales pour certains matériaux tel la brique le mortier [5], alors l'équation (III-34) devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + D_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{III-40})$$

et l'équation (III-39) devient :

$$\rho \cdot C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho_L L_V D_{TV} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho_L L_V D_{\theta v} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{III-41})$$

III.3. Cas d'une paroi monocouche :

III.3.1. Formulation du problème :

Soit une paroi monocouche d'épaisseur l dont les deux faces sont soumises à un échange convectif avec le fluide (air) représentée ci-dessous :

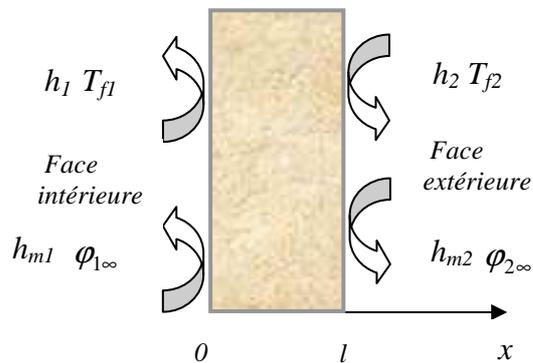


Figure. III-1. Représentation du modèle.

En reprenant les équations (III-40) et (III-41), on obtient le système suivant :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + D_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{III-42})$$

$$\rho \cdot C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho_L L_V D_{TV} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho_L L_V D_{\theta v} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{III-43})$$

L'équation (III-43) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda' \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + D'_{\theta_v} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{III-44})$$

$$\text{avec : } \lambda' = \frac{\lambda + \rho_L L_V D_{T_V}}{\rho \cdot C_P} \quad \text{et} \quad D'_{\theta_v} = \frac{\rho_L L_V D_{\theta_v}}{\rho \cdot C_P}$$

Les conditions aux limites associées sont :

Pour le transfert de l'humidité :

$$-\rho_L D_T \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_{m_1} (\rho - \rho_{1\infty}) \quad \text{à} \quad x = 0 \quad (\text{III-45})$$

$$-\rho_L D_T \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_{m_2} (\rho_{2\infty} - \rho) \quad \text{à} \quad x = l \quad (\text{III-46})$$

Pour le transfert de chaleur :

$$-\lambda'' \frac{\partial T}{\partial x} - D''_{\theta_v} \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1 (T_{f_1} - T) \quad \text{à} \quad x = 0 \quad (\text{III-47})$$

$$-\lambda'' \frac{\partial T}{\partial x} - D''_{\theta_v} \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_2 (T - T_{f_2}) \quad \text{à} \quad x = l \quad (\text{III-48})$$

$$\text{Avec : } \lambda'' = \lambda + \rho_L L_V D_{T_V} \quad \text{et} \quad D''_{\theta_v} = \rho_L L_V D_{\theta_v}$$

Les coefficients de convection massique h_{m_1} et h_{m_2} sont déduits à partir des coefficients de convection thermique h_1 et h_2 par la relation de Lewis.

$$h_{m_i} = \frac{h_i}{\rho c} \quad i = 1, 2 \quad (\text{III-49})$$

Les conditions initiales sont :

$$T_i = T_0, \quad \theta = \theta_0 \quad \text{pour} \quad t = 0 \quad \text{et} \quad 0 \leq x \leq l \quad (\text{III-50})$$

La densité ρ est calculée par la relation, [6] :

$$\rho = \frac{p}{R_h (T + 273.15)} \quad \text{avec} \quad R_h = \frac{R_S}{1 - \left(\varphi \frac{p_{sat}}{p} \right) \left(1 - \frac{R_S}{R_v} \right)}$$

Où

$R_S = 287,06 \text{ J / kg K}$ Constante spécifique de l'air sec

$R_v = 461 \text{ J / kg K}$ Constante spécifique de la vapeur d'eau

$$P_{sat} = 611,213 \cdot \exp\left(\frac{17,5043 \cdot T}{241,2 + T}\right)$$

alors

$$\rho(\varphi, T, P) = \frac{1}{A} \left[P - B \cdot \varphi \cdot \exp\left(\frac{CT}{D + T}\right) \right] \quad (\text{III-51})$$

Avec, $A = 287.06(T + 273,15)$, $B = 230.617$, $C = 17,5043$ et $D = 241.2$

III.3.2. Résolution numérique

La discrétisation du système couplé (III-42) et (III-44) avec les conditions aux limites (III-45- III-48) et les conditions initiales (III-50) est réalisée par la méthode des différences finies selon le schéma de Cranck-Nicholson. Le système tridiagonal résultant est résolu à chaque pas de temps avec l'algorithme de Thomas [7].

Pour la température, la discrétisation de l'équation (44) donne :

$$\begin{aligned} & \lambda' \left(\frac{T_{i-1}^{j+1} - 2T_i^{j+1} + T_{i+1}^{j+1}}{2\Delta x^2} + \frac{T_{i-1}^j - 2T_i^j + T_{i+1}^j}{2\Delta x^2} \right) + 2D'_{\theta_v} \left(\frac{\theta_{i-1}^j - 2\theta_i^j + \theta_{i+1}^j}{2\Delta x^2} \right) \\ & = \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{III-52})$$

en posant $R_1 = \frac{\lambda' \Delta t}{\Delta x^2}$, $R_2' = 2 \cdot \frac{D'_{\theta_v} \cdot \Delta t}{\Delta x^2}$, on obtient :

$$\begin{aligned} & -R_1 \cdot T_{i-1}^{j+1} + (2 + 2 \cdot R_1) \cdot T_i^{j+1} - R_1 \cdot T_{i+1}^{j+1} \\ & = R_1 \cdot T_{i-1}^j + (2 - 2 \cdot R_1) T_i^j + R_2 \cdot T_{i+1}^j + 2R_2' \theta_{i-1}^j - 4R_2' \theta_i^j + 2R_2' \theta_{i+1}^j \end{aligned} \quad (\text{III-53})$$

Pour le premier pas de temps $j = 0$ et $i = 2$, l'équation (III-53) devient :

$$\begin{aligned} & -R_1 \cdot T_1^1 + (2 + 2 \cdot R_1) \cdot T_2^1 - R_1 \cdot T_3^1 \\ & = R_1 \cdot T_1^0 + (2 - 2 \cdot R_1) T_2^0 + R_2 \cdot T_3^0 + 2R_2' \theta_1^0 - 4R_2' \theta_2^0 + 2R_2' \theta_3^0 \end{aligned} \quad (\text{III-54})$$

Appliquons les conditions aux limites pour la température, puisque on a à $x = 0$

$$-\lambda'' \frac{\partial T}{\partial x} - D_{\theta_v}'' \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1 (T_{f_1} - T)$$

alors

$$-\lambda'' \frac{4T_2 - T_3 - 3T_1}{2\Delta x} - D_{\theta_v}'' \frac{4\theta_2 - \theta_3 - 3\theta_1}{2\Delta x} = h_1 (T_{f_1} - T_1) \quad (\text{III-55})$$

En développant cette égalité et en posant $hh_1 = \frac{2h_1\Delta x}{\lambda''}$ et $A_1 = \frac{1}{3+hh_1}$, on obtient :

$$T_1 = A_1 hh_1 T_{f_1} + A_1 \frac{D_{\theta_v}''}{\lambda''} (4\theta_2 - \theta_3 - 3\theta_1) + 4A_1 T_2 - A_1 T_3 \quad (\text{III-56})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (III-54) :

$$(2 + 2.R_1 - 4A_1 R_1).T_2^1 - R_1.(1 - A_1)T_3^1 = R_1 T_1^0 + (2 - 2.R_1).T_2^0 + R_1 T_3^0 + R_1 \frac{hh_1}{A} T_{f_1} + A_1 \frac{R_1 D_{\theta_v}''}{\lambda''} (4\theta_2^0 - \theta_3^0 - 3\theta_1^0) \quad (\text{III-57})$$

de la même façon que ci-dessus, pour $j = 0$ et $i = N - 1$, l'équation (III-53) devient :

$$-R_1.T_{N-2}^1 + (2 + 2.R_1).T_{N-1}^1 - R_1.T_N^1 = R_1.T_{N-2}^0 + (2 - 2.R_1)T_{N-1}^0 + R_2.T_N^0 + 2R_2'\theta_{N-2}^0 - 4R_2'\theta_{N-1}^0 + 2R_2'\theta_N^0 + 2R_2'(\theta_1^0 - 2\theta_2^0 + \theta_3^0) \quad (\text{III-58})$$

La discrétisation de l'équation (III-46) donne :

$$-\lambda'' \frac{3T_N - 4T_{N-1} + T_{N-2}}{2\Delta x} - D_{\theta_v}'' \frac{3\theta_N - 4\theta_{N-1} - \theta_{N-2}}{2\Delta x} = h_2 (T_N - T_{f_2}) \quad (\text{III-59})$$

en développant cette égalité et en posant $hh_2 = \frac{2h_2\Delta x}{\lambda''}$ et $A_2 = \frac{1}{3+hh_2}$, on obtient

$$T_N = A_2 hh_2 T_{f_2} - A_2 \frac{D_{\theta_v}''}{\lambda''} (3\theta_N - 4\theta_{N-1} - \theta_{N-2}) + 4A_2 T_{N-1} - A_2 T_{N-2} \quad (\text{III-60})$$

On obtient donc :

$$(2 + 2.R_1 - 4A_2 R_1).T_{N-1}^1 - R_1.(1 - A_2)T_{N-2}^1 = R_1T_{N-2}^0 + (2 - 2.R_1).T_{N-1}^0 + R_1T_N^0 + \quad (\text{III-61})$$

$$R_1A_2 hh_1T_{f1} - \frac{A_2 R_1 D_\theta''}{\lambda''} (3\theta_N^0 - 4\theta_{N-1}^0 - \theta_{N-2}^0) + 2R_2' (\theta_{N-2}^0 - 2\theta_{N-1}^0 + \theta_N^0)$$

La matrice tridiagonale obtenue est :

$$\begin{vmatrix} B(1) & C(1) & . & . & . \\ A(2) & B(2) & C(2) & & \\ & A(3) & B(3) & C(3) & \\ & & . & . & \\ . & . & . & A(N-1) & B(N-1) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_2^1 \\ . \\ . \\ . \\ T_{N-1}^1 \end{vmatrix} = \quad (\text{III-62})$$

$$\begin{vmatrix} BB(1) & CC(1) & . & . & . \\ AA(2) & BB(2) & CC(2) & & \\ & AA(3) & BB(3) & CC(3) & \\ & & . & . & \\ . & . & . & AA(N-1) & BB(N-1) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_2^0 \\ . \\ . \\ . \\ T_{N-1}^0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} G_1 \\ . \\ . \\ . \\ G_{N-1} \end{vmatrix}$$

avec

$$A(1) = 0, \quad B(1) = 2 + 2R_1 - 4A_1R_1 \quad \text{et} \quad C(1) = -R_1(1 - A_1)$$

$$A(i) = -R_1, \quad B(i) = 2 + 2R_1 \quad \text{et} \quad C(i) = -R_1 \quad \text{pour} \quad 1 < i < N$$

$$A(N-1) = -R_1(1 - A_2), \quad B(N-1) = 2 + 2R_1 - 4A_2R_1 \quad \text{et} \quad C(N-1) = 0$$

Les températures T_1 et T_N sont calculées à partir des équations (III-56) et (III-60)

Pour l'humidité la discrétisation de l'équation (III-42) donne :

$$D_\theta \left(\frac{\theta_{i-1}^{j+1} - 2\theta_i^{j+1} + \theta_{i+1}^{j+1}}{2\Delta x^2} + \frac{\theta_{i-1}^j - 2\theta_i^j + \theta_{i+1}^j}{2\Delta x^2} \right) + 2.D_T \left(\frac{T_{i-1}^j - 2T_i^j + T_{i+1}^j}{2\Delta x^2} \right) \quad (\text{III-63})$$

$$= \frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{\Delta t}$$

en posant $R_2 = \frac{D_\theta \Delta t}{\Delta x^2}$ et $R'_1 = 2 \frac{D_T \Delta t}{\Delta x^2}$

on obtient :

$$\begin{aligned} & -R_2 \cdot \theta_{i-1}^{j+1} + (2 + 2 \cdot R_2) \cdot \theta_i^{j+1} - R_2 \cdot \theta_{i+1}^{j+1} \\ & = R_2 \cdot \theta_{i-1}^j + (2 - 2 \cdot R_2) \theta_i^j + R_2 \cdot \theta_{i+1}^j + 2R'_1 T_{i-1}^j - 4R'_1 T_i^j + 2R'_1 T_{i+1}^j \end{aligned} \quad (\text{III-64})$$

Pour le premier pas de temps $j = 0$ et $i = 2$, l'équation (III-64) devient :

$$\begin{aligned} & -R_2 \cdot \theta_1^1 + (2 + 2 \cdot R_2) \cdot \theta_2^1 - R_2 \cdot \theta_3^1 = \\ & R_2 \cdot \theta_1^0 + (2 - 2 \cdot R_2) \theta_2^0 + R_2 \cdot \theta_3^0 + 2R'_1 T_1^0 - 4R'_1 T_2^0 + 2R'_1 T_3^0 \end{aligned} \quad (\text{III-65})$$

La discrétisation de l'équation (III-45) donne :

$$-\rho_L D_T \frac{4T_2 - T_3 - 3T_1}{2\Delta x} - \rho_L D_\theta \frac{4\theta_2 - \theta_3 - 3\theta_1}{2\Delta x} = h_{m1} (\rho_1 - \rho_{1\infty}) \quad (\text{III-66})$$

En remplaçant ρ_1 et $\rho_{1\infty}$ par l'expression (III-51) :

$$\rho(\theta, T, P) = \frac{1}{287.06(T + 273.15)} \left[P - 230.617 \cdot \varphi \cdot \exp\left(\frac{17,5043 \cdot T}{241.2 + T}\right) \right]$$

on pose alors :

$$a_k = 287.06(T + 273.15) \quad c_k = 230.617 \cdot \varphi \cdot \exp\left(\frac{17,5043 \cdot T}{241.2 + T}\right)$$

avec

$k = 0$, pour la température de la paroi à $x = 0$ et $k = 1$ pour la température du fluide à $x = 0$

$k = n$, pour la température de la paroi à $x = l$.

Et $k = 2$, pour la température du fluide à $x = l$.

alors

$$\theta_1 = B_1 h h_{m1} \left(\frac{p}{a_0} - \frac{p}{a_1} + \frac{c_1}{a_1} \varphi_1 \right) + B_1 \frac{D_T}{D_\theta} (4T_2 - T_3 - 3T_1) + 4B_1 \theta_2 - B_1 \theta_3 \quad (\text{III-67})$$

avec

$$B_1 = \frac{1}{3 + h h_{m1} \frac{c_0}{a_0}} \quad \text{et} \quad h h_{m1} = \frac{2h_{m1} \Delta x}{\rho_L D_\theta}$$

En remplaçant l'expression (III-67) dans l'expression (III-65), on obtient donc :

$$(2 + 2.R_2 - 4R_2 B_1) \cdot \theta_2^1 - .R_2 (1 - B_1) \cdot \theta_3^1 = R_1 \theta_1^0 + (2 - 2.R_1) \cdot \theta_2^0 + R_1 \theta_3^0 + \quad (\text{III-68})$$

$$2R_1' (T_1^1 - 2T_2^1 + T_3^1) + R_2 B_1 \frac{D_T}{D_\theta} (4T_2^1 - T_3^1 - 3T_1^1) + R_2 B_1 h h_{m1} \left(\frac{p}{a_0} + \frac{c_1}{a_1} \varphi_1 - \frac{p}{a_1} \right)$$

En suivant le même raisonnement et pour $j = 0$ et $i = N - 1$, l'équation (III-63)

devient :

$$-R_2 \cdot \theta_{N-2}^1 + (2 + 2.R_2) \cdot \theta_{N-1}^1 - R_2 \cdot \theta_N^1 = R_2 \cdot \theta_{N-2}^0 + (2 - 2.R_2) \theta_{N-1}^0 + \quad (\text{III-69})$$

$$R_2 \cdot \theta_N^0 + 2R_1' T_{N-2}^0 - 4R_1' T_{N-1}^0 + 2R_1' T_N^0$$

et puisque

$$\theta_N = B_2 h h_{m2} \left(\frac{p}{a_n} - \frac{p}{a_2} + \frac{c_2}{a_2} \varphi_2 \right) - B_2 \frac{D_T}{D_\theta} (3T_N - 4T_{N-1} + T_{N-2}) + \quad (\text{III-70})$$

$$4B_2 \theta_{N-1} - B_2 \theta_{N-2}$$

En remplaçant l'équation (III-69) dans l'équation (III-68) on obtient :

$$(2 + 2.R_2 - 4R_2 B_2) \cdot \theta_{N-2}^1 - .R_2 (1 - B_1) \cdot \theta_{N-1}^1 = R_1 \theta_{N-2}^0 + (2 - 2.R_1) \cdot \theta_{N-1}^0 + R_1 \theta_N^0 +$$

$$2R_1' (T_{N-2}^1 - 2T_{N-1}^1 + T_N^1) - R_2 B_2 \frac{D_T}{D_\theta} (3T_N^1 - 4T_{N-1}^1 + T_{N-2}^1)$$

(III-71)

$$+ R_2 B_2 h h_{m1} \left(\frac{p}{a_n} + \frac{c_2}{a_2} \varphi_2 - \frac{p}{a_2} \right)$$

$$\text{avec } B_2 = \frac{1}{3 + hh_{m2} \frac{c_n}{a_n}} \text{ et } hh_{m2} = \frac{2h_{m2}\Delta x}{\rho_L D_\theta}$$

La matrice tri-diagonale obtenue est sous la forme :

$$\begin{vmatrix} B(1) & C(1) & . & . & . \\ A(2) & B(2) & C(2) & & \\ & A(3) & B(3) & C(3) & \\ & & & . & . \\ . & . & . & A(N-1) & B(N-1) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2^1 \\ . \\ . \\ . \\ \theta_{N-1}^1 \end{vmatrix} = \quad (III-72)$$

$$\begin{vmatrix} BB(1) & CC(1) & . & . & . \\ AA(2) & BB(2) & CC(2) & & \\ & AA(3) & BB(3) & CC(3) & \\ & & & . & . \\ . & . & . & AA(N-1) & BB(N-1) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \theta_2^0 \\ . \\ . \\ . \\ \theta_{N-1}^0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} G_1 \\ . \\ . \\ . \\ G_{N-1} \end{vmatrix}$$

$$A(1) = 0, \quad B(1) = 2 + 2R_2 - 4B_1R_2 \text{ et } C(1) = -R_2(1 - B_1)$$

$$A(i) = -R_2, \quad B(i) = 2 + 2R_2 \text{ et } C(i) = -R_2 \text{ pour } 1 < i < N$$

$$A(N-1) = -R_2(1 - B_2), \quad B(N-1) = 2 + 2R_2 - 4B_2R_2 \text{ et } C(N-1) = 0$$

Les teneurs en humidité θ_1 et θ_N sont calculées à partir des équations (III-67) et (III-70).

III.3.3. Résultats

III.3.3.1. Validation

Avant d'exploiter le code nous avons comparé nos résultats avec ceux obtenus expérimentalement par P. Talukdar et al [8-9], sur la figure III-2. On représente respectivement leurs résultats (a) et ceux obtenus par notre code (b) dans les mêmes conditions. Les coefficients de transfert massique et thermique ont été calculés à partir du nombre de Reynolds selon [9]. La comparaison des deux figures montre un très bon accord entre les deux approches.

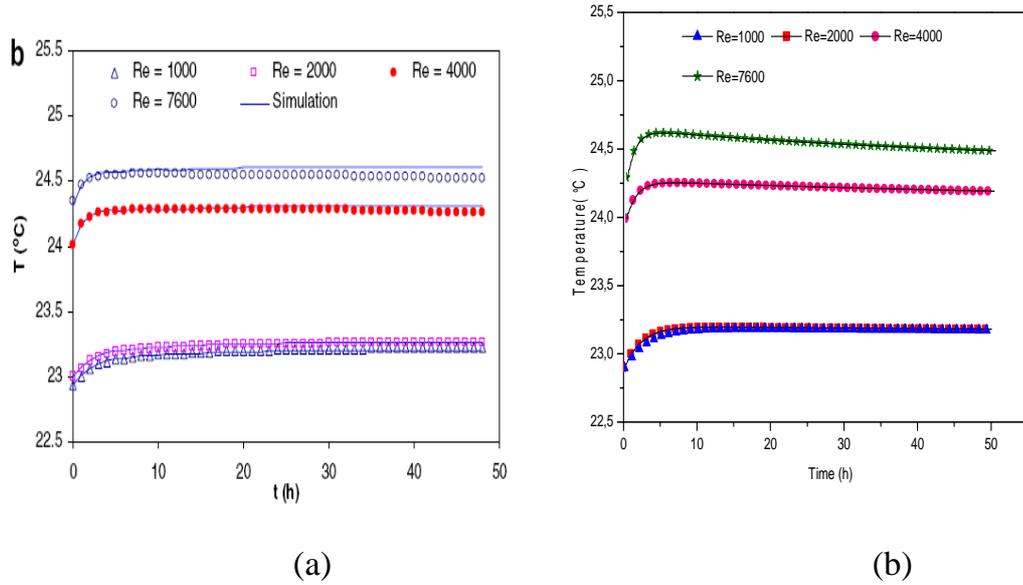


Figure. III-2. Température en fonction du temps pour différent Reynolds.

III.3.3.2. Interaction température-teneur en eau

Dans ce qui suit, nous allons représenter à tour de rôle, la température et la teneur en eau dans une paroi composée d'un isolant à base de bois dont les propriétés sont données dans le tableau ci-dessous [9].

Tableau III-1. Propriétés physiques de l'isolant

Isolant à base de bois	
ρ ($kg.m^{-3}$)	445
C_p ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)	1880
λ ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	0.082
L (m)	0.04

Le but essentiel de cela est de comprendre le comportement des deux paramètres qui sont la température et la teneur en eau, pour des conditions extrêmes suivantes :

$$h_2 = 10 W.m^{-2}.K^{-1}, \quad T_{f1} = T_{f2} = 45 \text{ } ^\circ C, \quad \varphi_{1\infty} = 80\% \text{ et } \varphi_{2\infty} = 80\% .$$

Nous avons choisi quatre configurations :

La première : $h_1 = 0 W.m^{-2}.K^{-1}, T_0 = 20 \text{ } ^\circ C, \theta_0 = 0,2$

La deuxième : $h_1 = 10 W.m^{-2}.K^{-1}, T_0 = 20 \text{ } ^\circ C, \theta_0 = 0,2$

La troisième : $h_1 = 0 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $\theta_0 = 0,2$

La quatrième : $h_1 = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $\theta_0 = 0,2$

Pour la première configuration les résultats sont représentés sur les figures III-3 et III-4. On remarque que la température, est de $21,5^\circ\text{C}$ pour la face intérieure et de 37°C pour la face extérieure durant la première demi-heure, alors que pour le milieu de la paroi elle varie de 20°C à 24°C après 0,5 h (figure III-3) au-delà de 9h elle atteint la température d'équilibre qui est un peu moins de 45°C (figure III-4). Pour la teneur en eau et durant la première demi-heure, On remarque qu'elle est inférieure à la teneur initiale sur la face extérieure et augmente progressivement pour dépasser la valeur initiale (figure III-3), nous pensons que c'est dû au flux de chaleur qui fait immigrer l'humidité présente sur la face extérieure vers l'intérieur de la paroi, alors qu'après 10 h (figure III-4), la teneur en eau devient supérieure à la valeur l'initiale, au milieu de la paroi elle est de $0,2013\text{m}^3_{\text{eau}}/\text{m}^3$.

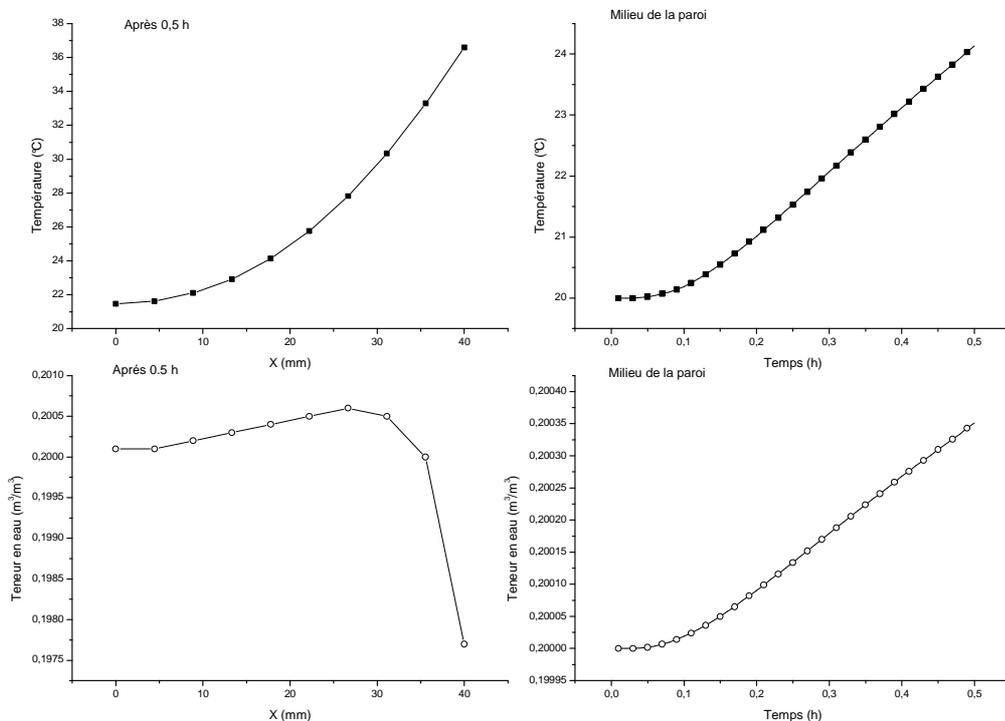


Figure III-3. Température et teneur en humidité après une demi-heure (1^{ère} configuration)

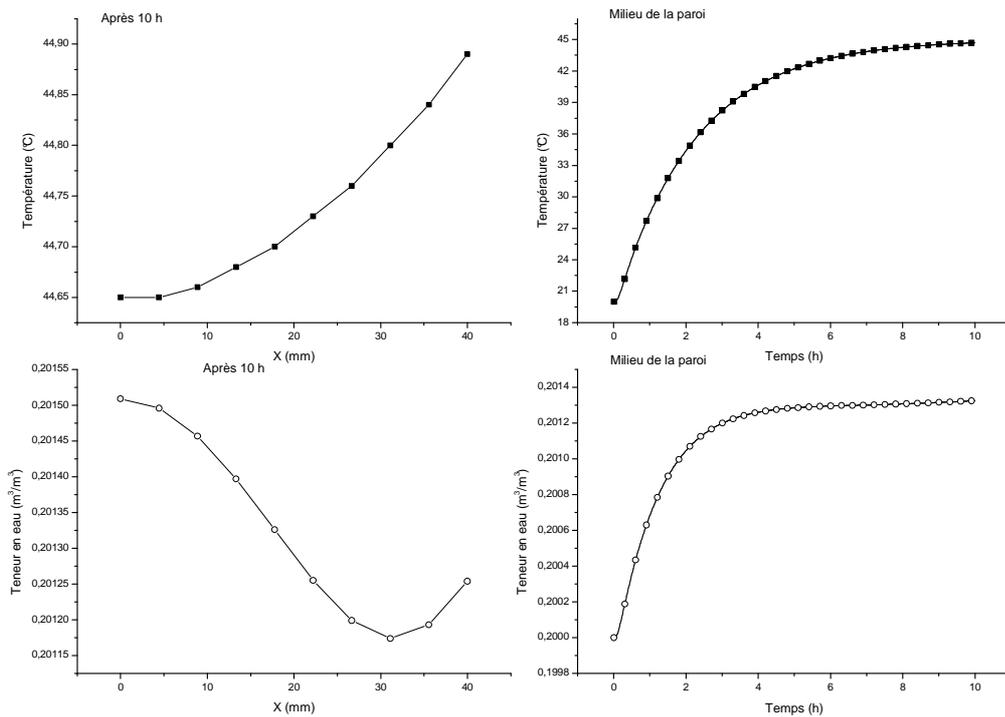


Figure III-4. Température et teneur en humidité après 10 heures (1^{ère} configuration)

Pour la deuxième configuration, on remarque une symétrie des graphes par rapport au milieu de la paroi pour la première demi-heure, vu que nous avons les mêmes coefficients d'échange de chaleur convectifs, les mêmes températures et les mêmes humidités relatives, la teneur en eau est inférieure à la valeur initiale sur les deux faces $x=0$ mm et $x=40$ mm et elle est supérieure au milieu de la paroi $x=20$ mm (figure III-5) c'est dû à l'effet de la chaleur qui pousse l'humidité vers le milieu. Au-delà de 9 h la teneur en eau atteint une valeur d'équilibre de $0,2013\text{m}^3_{\text{eau}}/\text{m}^3$ au milieu de la paroi et une température de $44,72^\circ\text{C}$ (figure III-6).

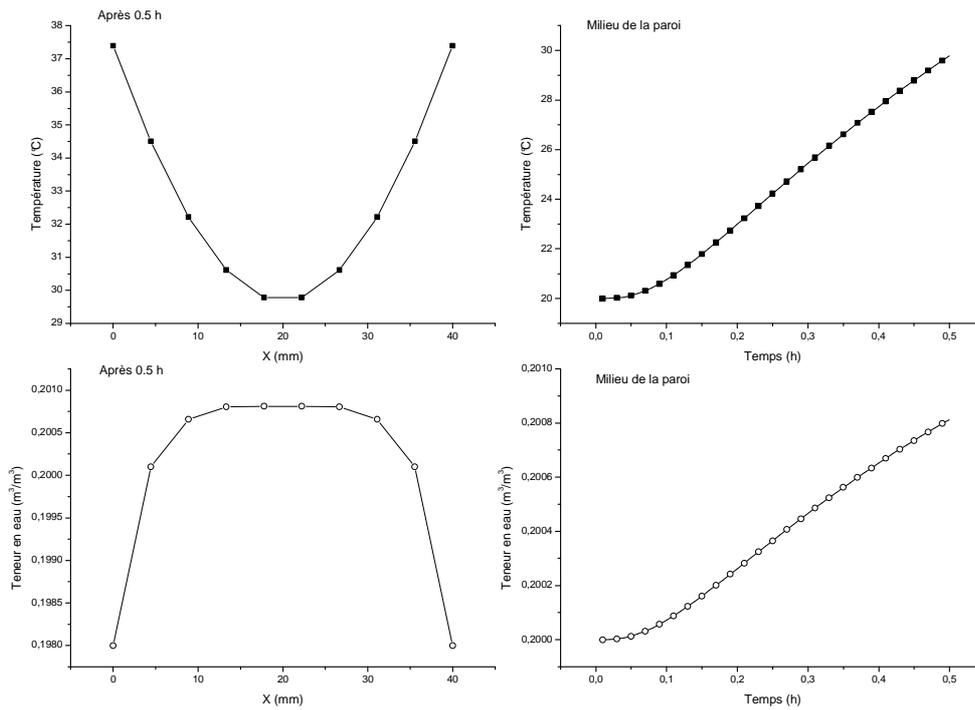


Figure III-5. Température et teneur en humidité après une demi-heure (2^{ème} configuration)

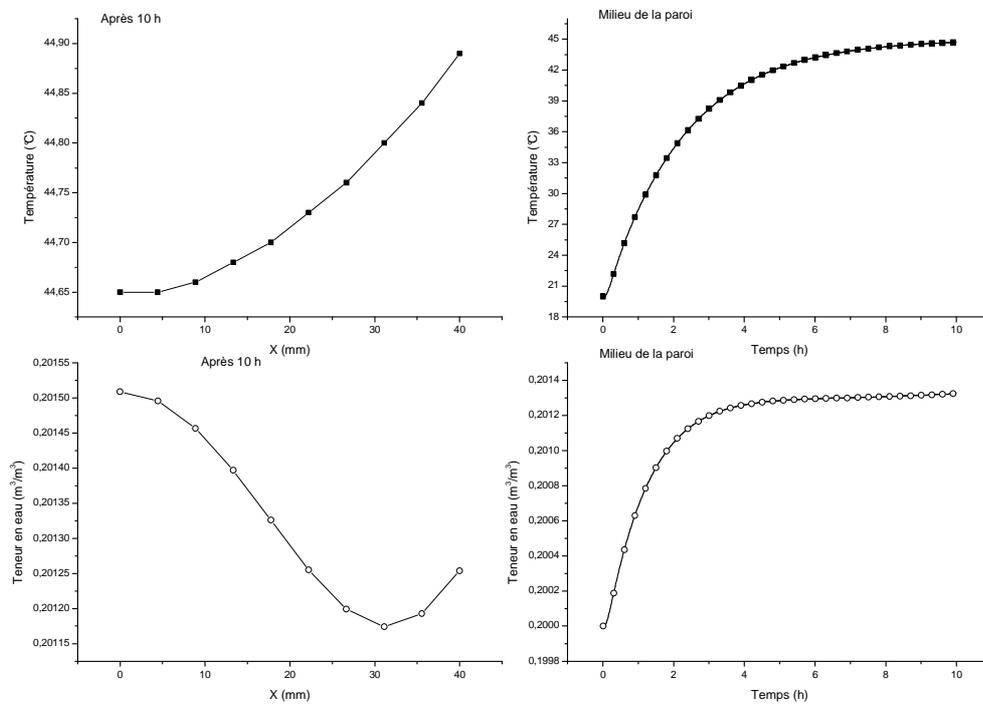


Figure III-6. Température et teneur en humidité après une 10 heures (2^{ème} configuration)

Dans la troisième configuration et étant donné que la température initiale est prise égale à 0°C, on a durant la première demi-heure une température de 2,5°C à x=0 mm et de 30°C à x=40 mm, et au milieu (x=20 mm) elle varie de 0°C à 7,5°C (figure III-7), au delà de 9h elle atteint une température d'équilibre de 44,5°C. Pour la teneur en eau au milieu de la paroi, elle atteint une valeur de 0,2022m³_{eau}/m³ (figure III-8). Elle a une valeur supérieure à la valeur initiale durant la première demi-heure pour x compris entre 0mm et 35mm, et inférieure à la valeur initiale pour x compris entre 35 et 40 mm (figure III-7).

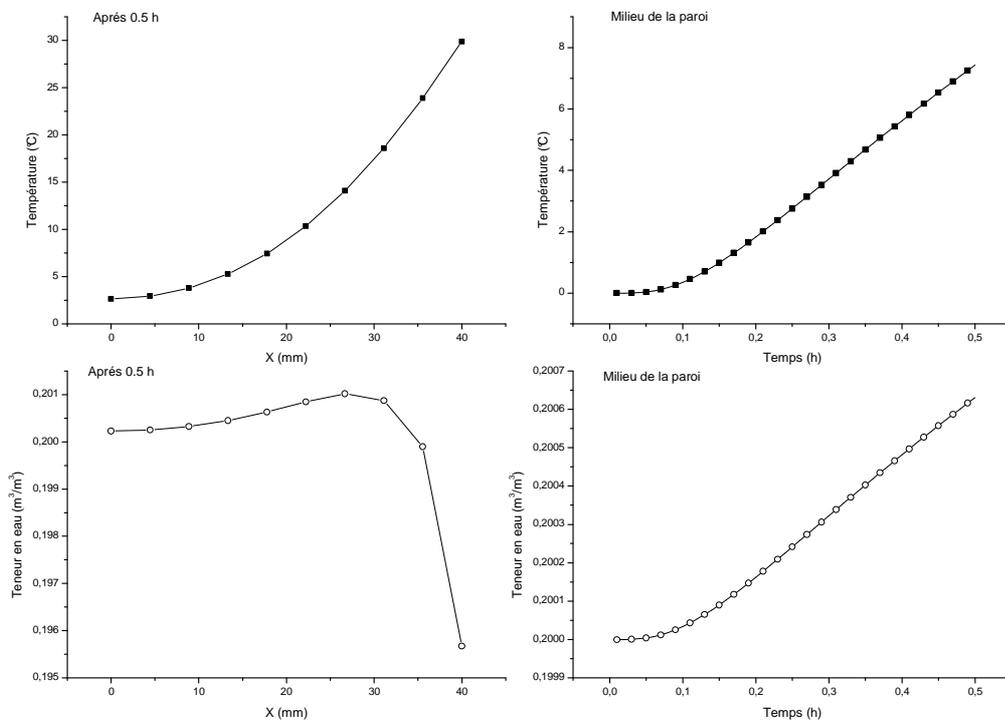


Figure III-7 Température et teneur en humidité après une demi-heure (3^{eme} configuration)

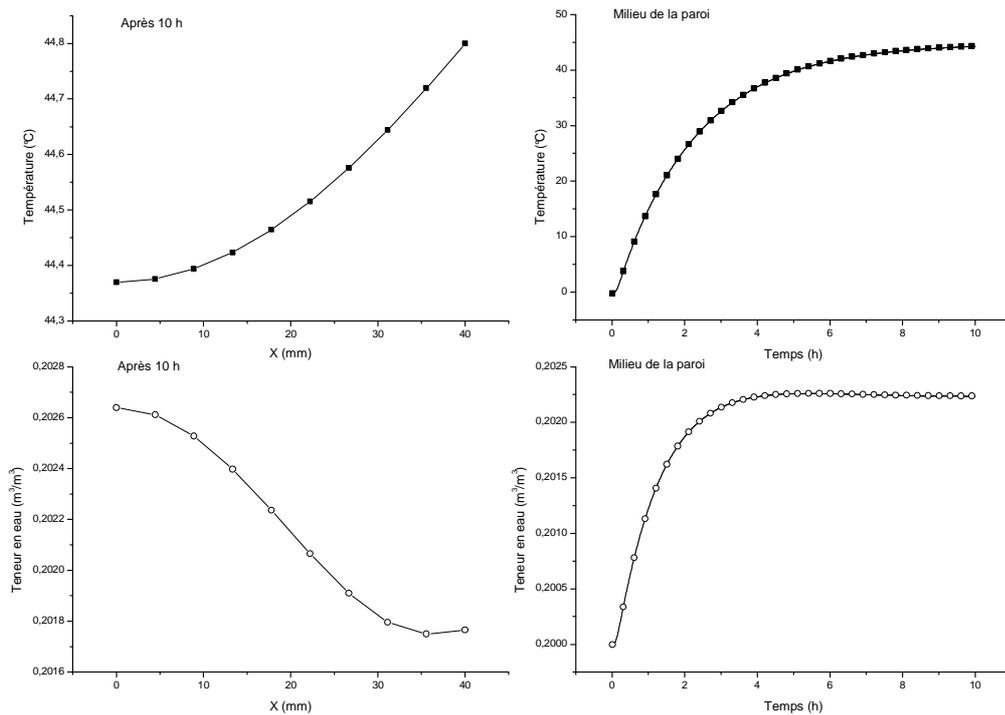


Figure III-8 Température et teneur en humidité après 10 heures
(3^{ème} configuration)

La symétrie des graphes durant la première demi-heure est retrouvée dans la quatrième configuration pour la même raison citée plus haut. La température est de 31,5°C à $x=0$ mm et $x=40$ mm et elle est de 17,5°C au milieu ($x=20$ mm). La teneur en eau a une valeur supérieure à sa valeur initiale durant la première demi-heure pour x compris entre 5 mm et 35 mm, et inférieure à sa valeur initiale pour le reste des valeurs de x (figure III-9). Sur la figure III-10 la température d'équilibre de 45°C est atteinte après 4 h. Ce qui attire notre attention est que le fait de prendre une température initiale de 0°C au lieu de 20°C (figure III-6) a fait augmenter la valeur de la teneur en eau et a diminué le temps nécessaire pour atteindre la température d'équilibre (figure III-10)

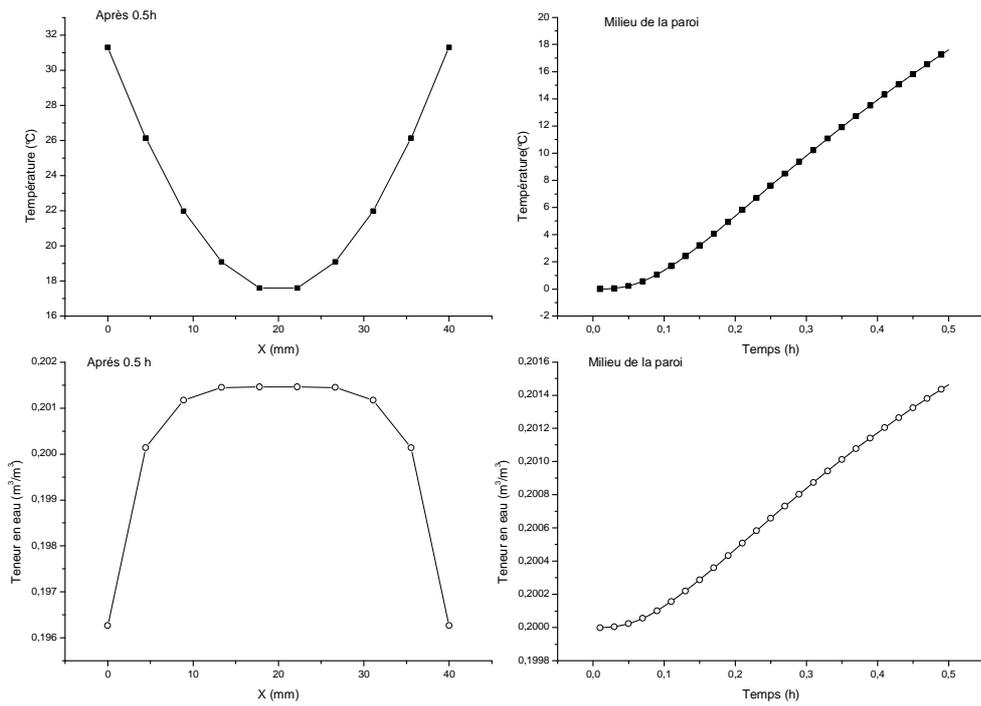


Figure III-9. Température et teneur en humidité après une demi-heure (4^{ème} configuration)

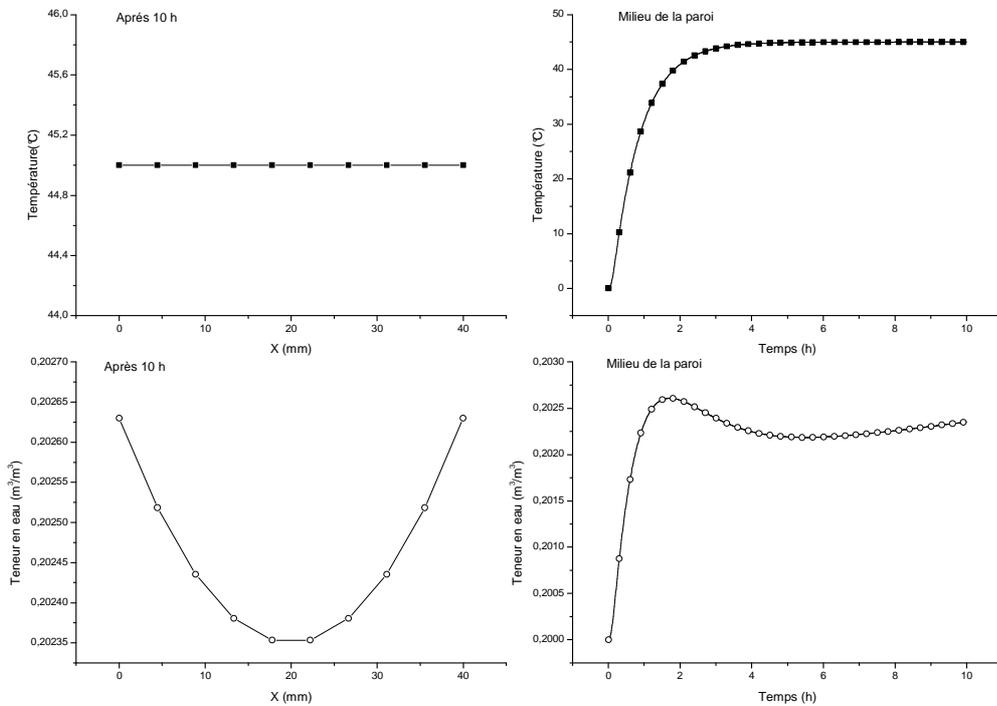


Figure III-10. Température et teneur en humidité après 10 heures (4^{ème} configuration)

III.4. Cas d'une paroi monocouche en présence d'un flux solaire

III.4.1. Présentation du problème

On reprend les mêmes équations (III- 42- III- 51), avec un changement au niveau de l'équation (III- 48) qui devient :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L L_V D_{TV} \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L L_V D_{\theta_V} \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_2 (T(L) - T_{f_2}) - \Phi(t) \quad \text{à} \quad x = l \quad (\text{III- 73})$$

Le flux est introduit comme un terme source.

Nous avons voulu voir le comportement thermique en présence de l'humidité, sous des conditions proches de la réalité climatique c'est pourquoi, nous avons choisi un flux variable qui s'annule la nuit et augmente progressivement la journée pour atteindre un maximum au milieu de la journée (fig. III- 11), et une température externe variable (fig. III- 12), les équations définissant ces deux paramètres sont données par :

$$\phi(t) = \begin{cases} \Phi_0 \sin(\omega t) & \text{si } 0 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{si } \tau/2 \leq t \leq \tau \end{cases} \quad (\text{III- 74})$$

Et

$$T_{f_2}(t) = T_{f_0} + \Delta T \sin(\omega t) \quad (\text{III- 75})$$

Où $\omega = 2\pi/\tau$, $\Phi_0 = 500 \text{ W/m}^2$, $\tau = 24 \text{ h}$, $T_{f_0} = 15^\circ\text{C}$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$

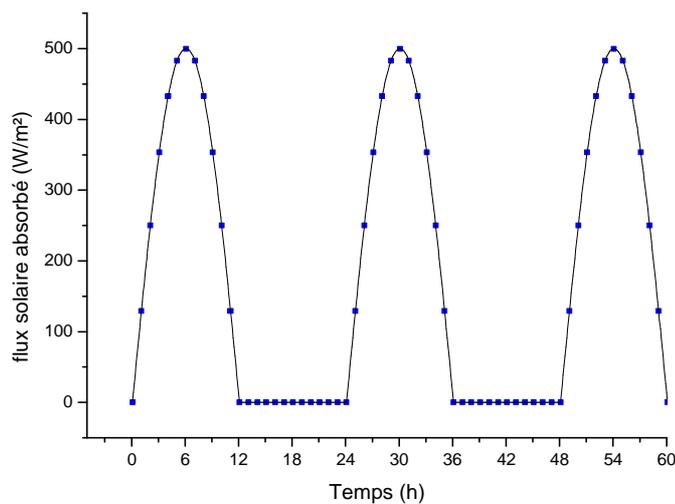


Figure. III-11. Variation du flux solaire.

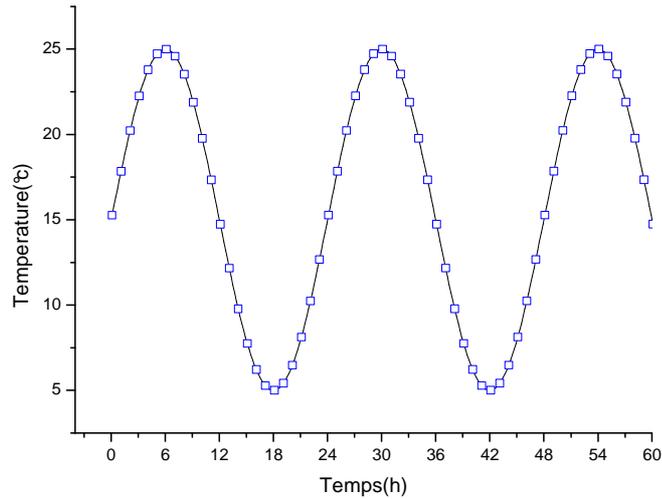


Figure. III- 12. Variation de la température de l'air.

Nous avons choisi deux matériaux utilisés dans le domaine de l'habitat qui sont la brique et un isolant à base de bois de sapin dont les propriétés physiques sont donnés par :

Pour la brique [5]

$$\rho = 1900 \text{ kg.m}^{-3}, C_p = 920 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}, \lambda = 1.11 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}, L = 0.1 \text{ m},$$

$$D_{T_v} = 5.10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1}, D_{\theta_v} = 1.10^{-12} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}, D_T = 5.10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1},$$

$$D_\theta = 1.10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

et pour l'isolant [9]

$$\rho = 445 \text{ kg.m}^{-3}, C_p = 1880 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}, \lambda = 0.082 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}, L = 0.02 \text{ m}$$

$$D_T = 10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1}, D_\theta = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

Les valeurs des conditions aux limites sont :

$$h_1 = 50 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}, h_2 = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}, T_{f1} = 15 \text{ C},$$

$$\varphi_{1\infty} = 50\%, \varphi_{2\infty} = 75\%, \theta_0 = 0,5 \text{ m}^3/\text{m}^3, L_v = 2.5.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$$

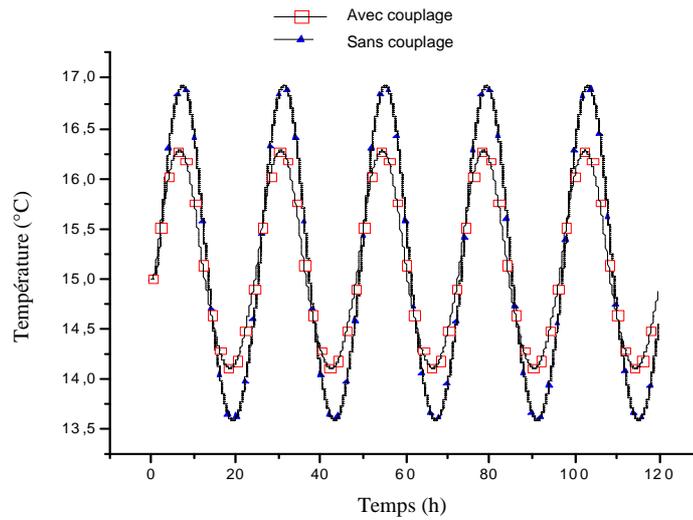


Figure. III-13. Température de la face intérieure (Brique).

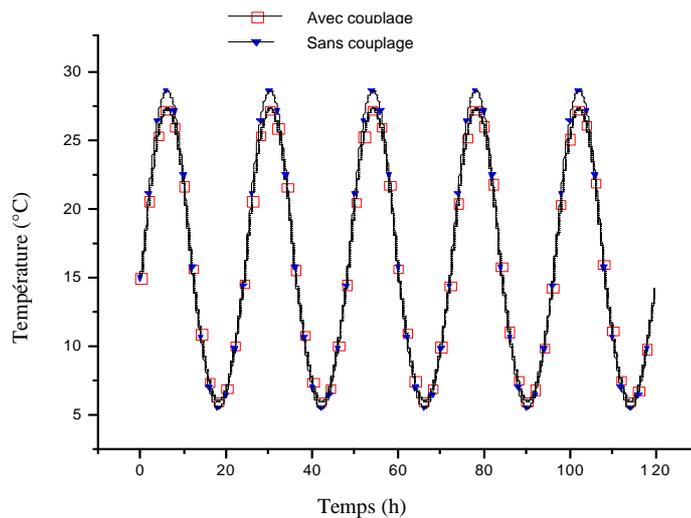


Figure. III-14. Température de la face extérieure (Brique).

Les figures III-13 et III-14 montrent l'effet de la présence de l'humidité sur la température. Sur la face intérieure la température a atteint un maximum de 17°C et un minimum de 13.5°C sans la présence de l'humidité alors qu'elle a un maximum de 16.25°C et un minimum de 14°C en présence de l'humidité. Sur la face extérieure et sans la présence de l'humidité elle atteint un maximum de 28.5°C et un minimum de 5°C alors qu'en présence de l'humidité elle atteint un maximum de 27.5°C et un minimum de 6°C . L'écart entre la température dans les cas du couplage et du non couplage est un peu plus grand sur la face externe

que sur la face interne. Le déphasage sur la figure III-13 nous indique que l'humidité freine la diffusion de la chaleur.

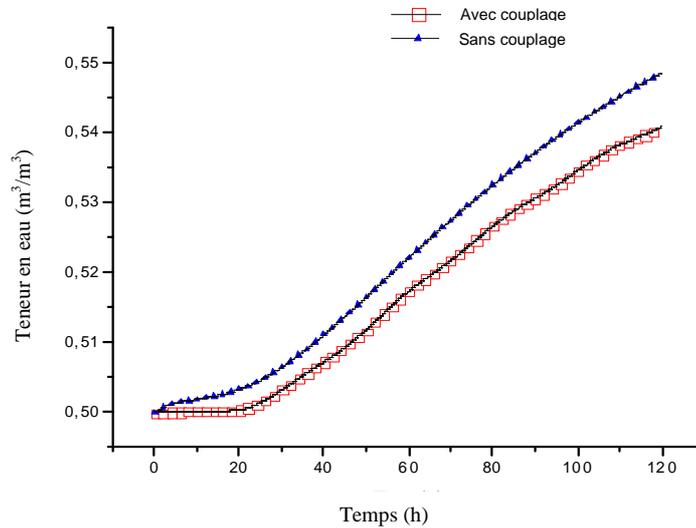


Figure. III-15. Humidité de la face intérieure (Brique).

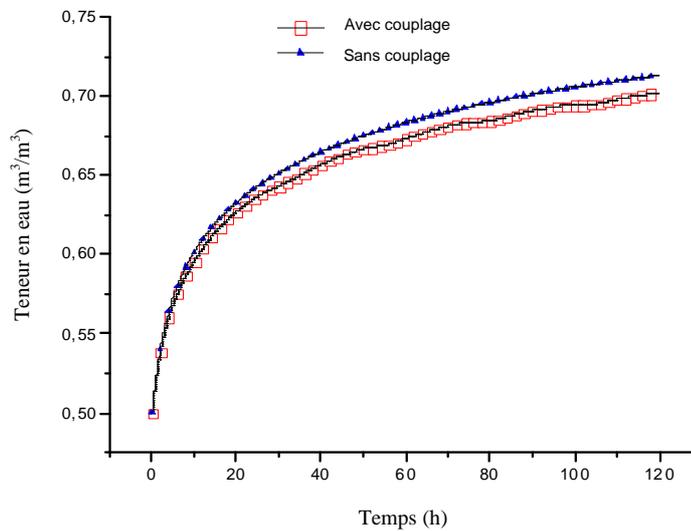


Figure. III-16. Humidité de la face extérieure (Brique).

L'humidité est diminuée par la présence de la chaleur soit sur la face intérieure ou la face extérieure figure III-15 & III-16, on remarque que la diffusion de l'humidité met du temps pour atteindre la face intérieure (20 heures).

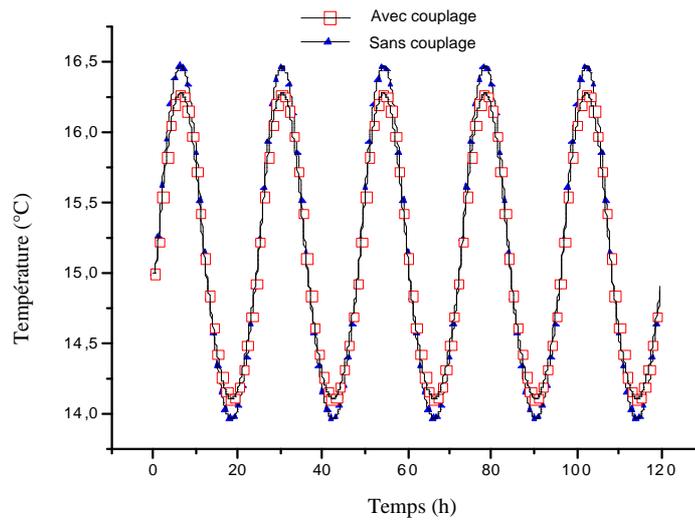


Figure. III-17. Température de la face intérieure (Isolant).

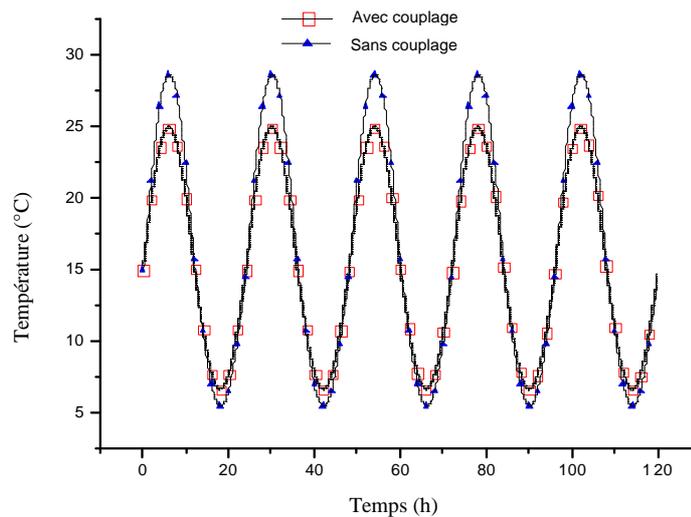


Figure. III-18. Température de la face extérieure (Isolant).

Les mêmes remarques sont observées dans le cas de l'isolant avec les différences suivantes :

La différence de la température sur la face intérieure entre le cas du couplage et du non couplage est de 0.25°C (figure III-17) et elle est de 3.5°C sur la face extérieure (figure III-18). Le déphasage est nul dans ce cas ce qui est dû essentiellement à l'épaisseur de l'isolant (4 cm) alors qu'elle est de 20 cm pour la brique et si la même raison qui fait que l'humidité diffuse rapidement pour

atteindre $0.57 \text{ m}^3/\text{m}^3$ sur la face intérieure (figure III-19) et $0.73 \text{ m}^3/\text{m}^3$ sur la face extérieure (figure III-20). Nous remarquons une diffusion sinusoïdale de l'humidité au-delà des premières 10 heures dans le cas du couplage vu que la température varie, quand celle ci baisse, l'humidité baisse aussi.

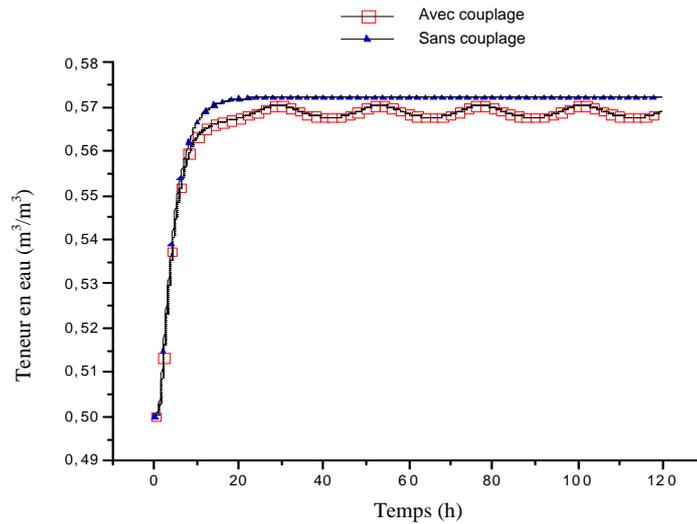


Figure. III-19. Humidité de la face intérieure (Isolant).

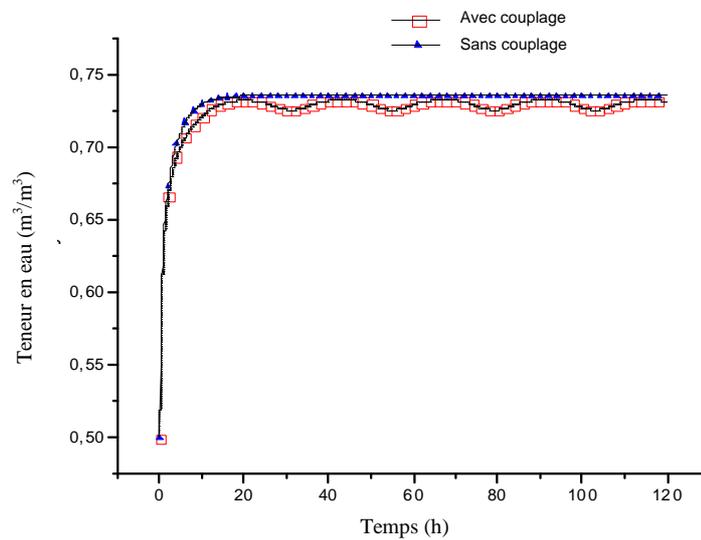


Figure. III-20. Humidité de la face extérieure (Isolant).

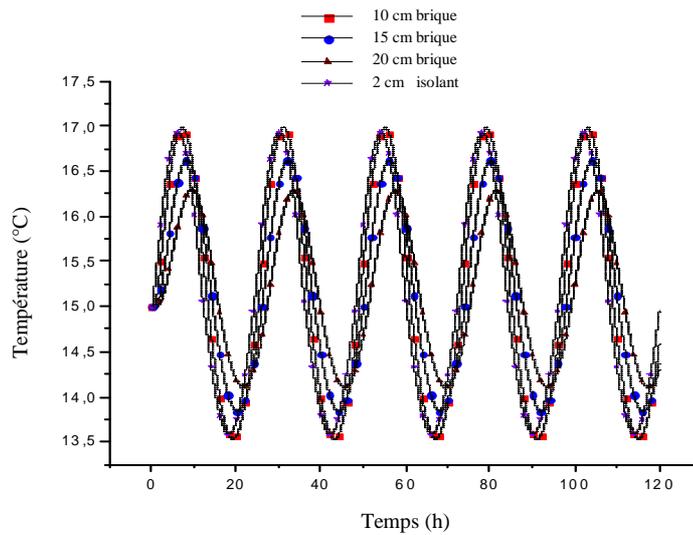


Figure. III-21. Température de la face intérieure pour différentes épaisseurs.

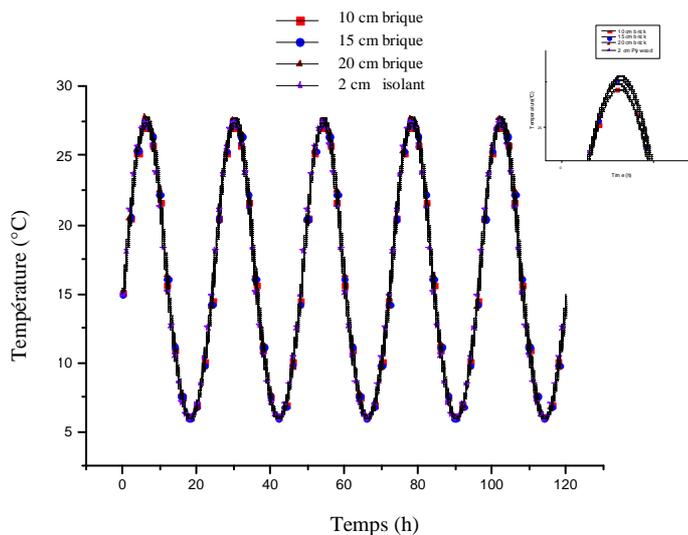


Figure. III-22. Température de la face extérieure pour différentes épaisseurs.

Sur les figures III-21 et III-22 nous avons présenté les températures pour différentes épaisseurs en présence de l'humidité, nous constatons que 2 cm d'isolant thermique donnent la même température de la face intérieure que 10 cm de brique, ce qui s'explique par la faible conductivité de l'isolant.

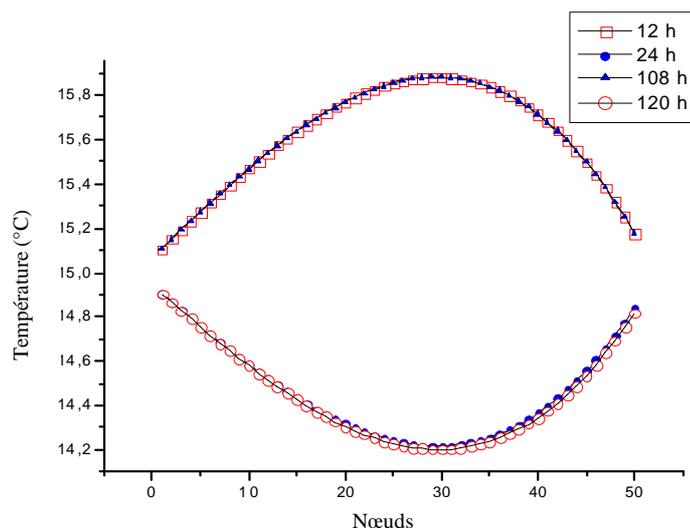


Figure. III-23. Distribution des températures pour différents temps (Brique).

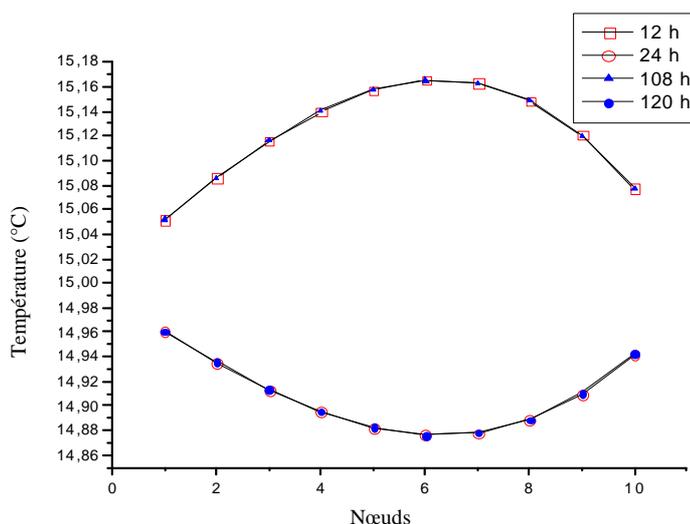


Figure. III-24. Distribution des températures pour différents temps (Isolant).

Sur les figures III-23 et III-24, nous avons voulu voir la variation de la température à travers le mur, on remarque que durant la phase de refroidissement (12 heures et 108 heures), le milieu de la brique garde mieux la chaleur que l'isolant, puisque la température est respectivement de 15,8 °C et de 15,16°C. Alors que durant la phase du réchauffement (24 heures et 120 heures) le milieu de la brique se chauffe moins vite que l'isolant puisque la température est respectivement de 14,2 °C et 14,88 °C, ce qui s'explique essentiellement par la différence des épaisseurs et de l'inertie thermique.

III.4.2. Conclusion

Dans cette partie nous avons montré l'interaction entre humidité et température dans une paroi monocouche soumise à des conditions climatiques proche de la réalité ce qui se traduit par un flux solaire et une température variable sur la face extérieure, avec des échanges thermique et massique à l'intérieur et à l'extérieur, les coefficients d'échange sont pris très grands pour accentuer l'échange et ainsi voir les effets plus rapidement. Nous avons voulu montrer que pour étudier le comportement thermique des matériaux destinés à la construction, il est indispensable de faire intervenir le couplage avec l'humidité si on veut avoir une bonne caractérisation de ces matériaux.

III.5. Cas d'une paroi bicouche :

Soit une paroi composée de deux couches dont les deux faces sont soumises à un échange convectif avec le fluide (air) représentée ci-dessous :

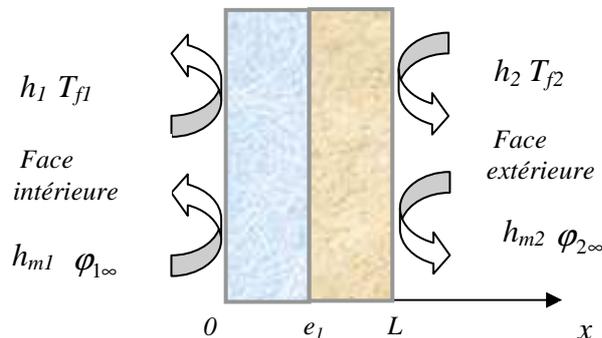


Figure. III-25. Présentation du modèle.

III.5.1 Formulation du problème :

On reprend les mêmes équations (III-42) et (III-44) ainsi que les conditions aux limites et initiales (III-45- III-50), en prenant un flux nul et une température du fluide extérieure constante, en rajoutant l'égalité des flux massique et des teneurs en eau pour l'humidité, et l'égalité des températures et des flux thermiques pour la température à l'interface ce qui se traduit par les équations suivantes :

à $x = e_1$ l'expression de l'humidité est :

$$-(\rho_L D_T)_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - (\rho_L D_\theta)_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = -(\rho_L D_T)_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} - (\rho_L D_\theta)_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x}, \text{ et } \theta_1 = \theta_2 \quad (\text{III-76})$$

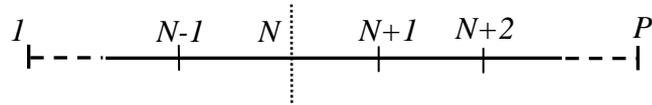
à $x = e_1$ l'équation différentielle de la température est :

$$-\lambda''_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - D''_{\theta_{v1}} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = -\lambda''_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} - D''_{\theta_{v2}} \frac{\partial \theta_2}{\partial x}, \text{ et } T_1 = T_2 \quad (\text{III-77})$$

La discrétisation a été faite de la même manière que précédemment, pour les équations (III-42) et (III-44) ainsi que pour les équations aux limites, la condition à l'interface est introduite comme suit :

En partageant l'intervalle en P pas tel que

$$i = 1, 2, \dots, N, N+1, \dots, P$$



N Représente l'interface des deux parois, alors pour avoir la continuité du flux on aura pour la première paroi ($i = N$).

$$-\lambda''_1 \frac{T^*_{N+1} - T_{N-1}}{2\Delta x} - D''_{\theta_{v1}} \frac{\theta_{N+1} - \theta_{N-1}}{2\Delta x} = H_{Ti} (T_N - T_{N+1})$$

$$T^*_{N+1} = \frac{2H_{Ti}\Delta x}{\lambda''_1} (T_{N+1} - T_N) + T_{N-1} - \frac{D''_{\theta_{v2}}}{\lambda''_1} (\theta_{N+1} - \theta_{N-1}) \quad (\text{III-78})$$

et pour la deuxième ($i = N+1$)

$$-\lambda''_2 \frac{T_{N+2} - T_N^*}{2\Delta x} - D''_{\theta_{v2}} \frac{\theta_{N+2} - \theta_N}{2\Delta x} = H_{Ti} (T_N - T_{N+1})$$

$$T_N^* = \frac{2H_{Ti}\Delta x}{\lambda''_2} (T_N - T_{N-1}) + T_{N+2} + \frac{D''_{\theta_{v2}}}{\lambda''_2} (\theta_{N+1} - \theta_{N-1}) \quad (\text{III-79})$$

Les deux expressions (III-78) et (III-79) seront remplacées dans (III-53) pour obtenir ainsi deux expressions différentes de l'équation discrétisée à $i = N$ et $i = N+1$ qui vont nous assurer la continuité du flux thermique ainsi que l'égalité des températures. La même procédure est appliquée pour la teneur en eau.

III.5.2 Comparaison entre une simple et une double paroi :

Pour analyser l'influence des conditions d'interface, nous proposons une comparaison entre une paroi simple et une paroi à deux couches composées d'un isolant en contreplaqué en bois de même épaisseur. Pour cette dernière, les paramètres de contrôle de la solution sont les coefficients d'échange H_{Ti} et H_{Hi} introduits numériquement au niveau de l'interface entre les deux couches afin d'assurer la continuité des flux massiques et thermiques des températures et des humidités. Après discrétisation des équations de bilan, ces deux coefficients apparaissent sous les formes suivantes :

$$F_{Ti} = \frac{2H_{Ti}\Delta x}{\lambda''}, F_{Hi} = \frac{2H_{Hi}\Delta x}{\rho_L D_\theta} \quad (\text{III-80})$$

Ces coefficients dépendent du maillage et des propriétés physiques des couches. Plusieurs essais ont été réalisés avec différentes valeurs des coefficients d'échange H_{Ti} et H_{Hi} . Les figures III-26 et III-27 montrent que pour obtenir des résultats en accord avec ceux calculés pour une paroi simple, le meilleur choix consiste à utiliser des valeurs F_{Ti} et F_{Hi} égales à 10^8 , ces valeurs seront retenues pour la suite de cette étude.

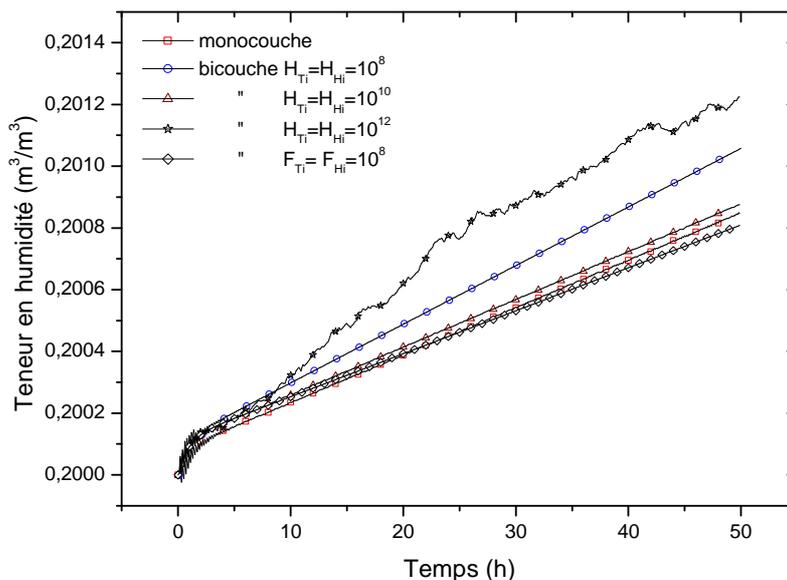


Figure. III-26. Evolution de la teneur en humidité (face extérieure).

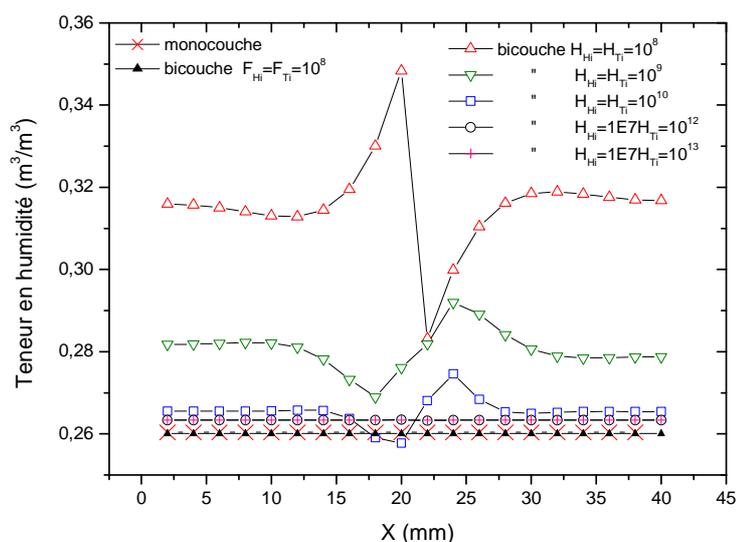


Figure. III-27. Profil de la teneur en humidité après 50 heures.

III.5.3 Etude du maillage :

Les profils de température et de la teneur en humidité à travers la paroi, après 50 heures d'exposition, sont présentés respectivement sur les figures III-28- III-29 pour les deux parois monocouche et bicouche de même épaisseur et pour trois jeux du maillage ($N=20, 40$ et 60). Ces courbes traduisent un très bon accord surtout sur le plan thermique, pour $N=40$ et $N=60$ en particulier au niveau de l'interface. Pour la suite, nous avons retenu la valeur $N=40$.

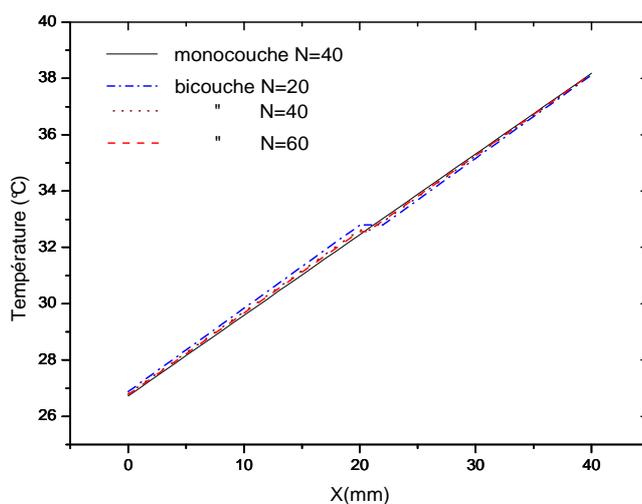


Figure. III-28. Profil des températures après 50 heures.

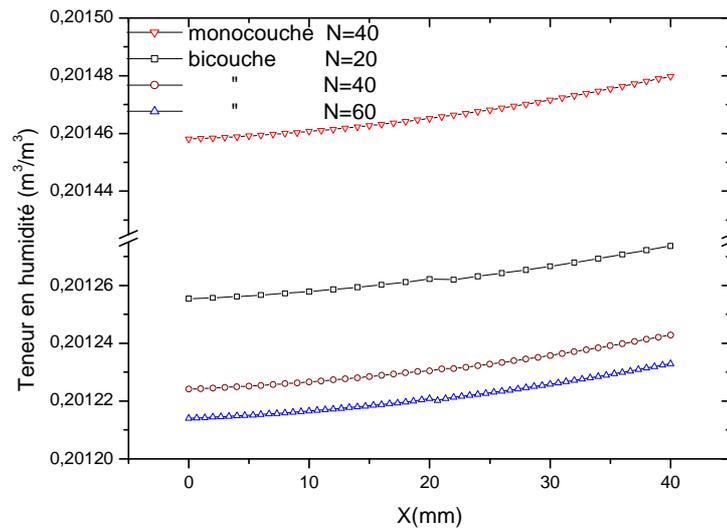


Figure. III-29. Profil des teneurs en humidité après 50 heures.

Les évolutions de la température, pour les deux types de parois, sont présentées sur la figure III-30 pour $h_1=5 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{C})$, $h_2=13 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{C})$, $T_{f1}=22 \text{ °C}$ et $T_{f2}=40 \text{ °C}$. L'état stationnaire est atteint au bout de 5 heures d'exposition avec des valeurs de températures extérieure, d'interface et intérieure égales respectivement à 38°C , 32 °C et 27°C . Pour la teneur en humidité, l'écart entre les deux parois croît au cours du temps mais reste relativement faible. Il atteint la valeur 0,0025 après 50 heures d'exposition, figure III-31.

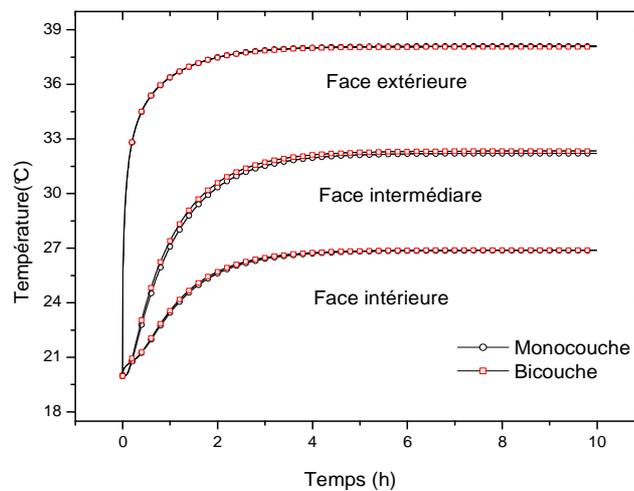


Figure. III-30. Evolution de la température.

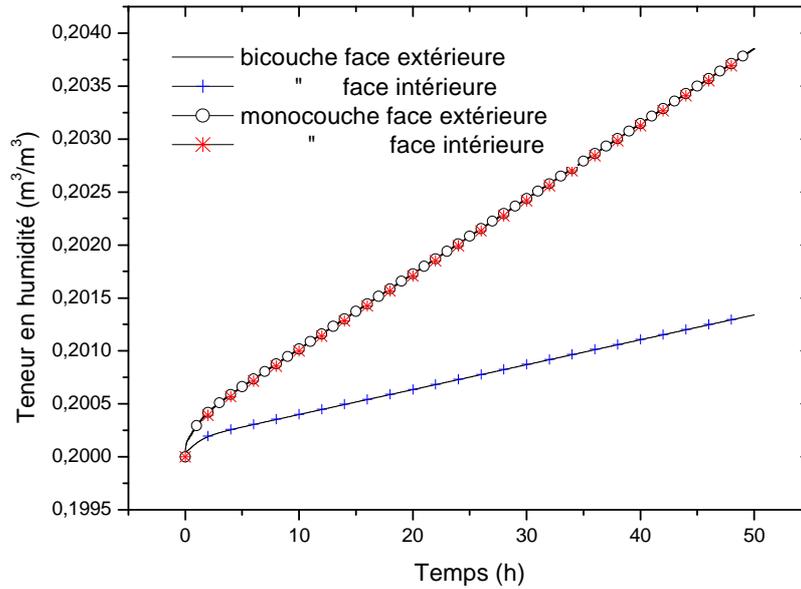


Figure. III-31. Evolution de la teneur en humidité.

III.5.4 Influence du coefficient d'échange convectif

L'influence du coefficient d'échange h_1 appliqué sur la face intérieure est réalisée en fixant les températures de l'air à l'intérieur et à l'extérieur respectivement à 22°C et 35°C et les humidités relatives intérieure et extérieure de l'air respectivement à 50% et 70%. Le coefficient d'échange sur la face extérieure est fixé à $13 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{C})$, et la température initiale est de 20°C . Pour un temps de simulation de 50 heures, on voit sur la figure III-32, que le cas adiabatique correspond au temps d'établissement le plus long (environ 50 h), alors que pour les cas avec échange convectif, il est beaucoup plus faible mais diminue en fonction de h_1 . Pour la teneur en humidité, figure III-33, on constate un effet inverse à celui observé pour les températures.

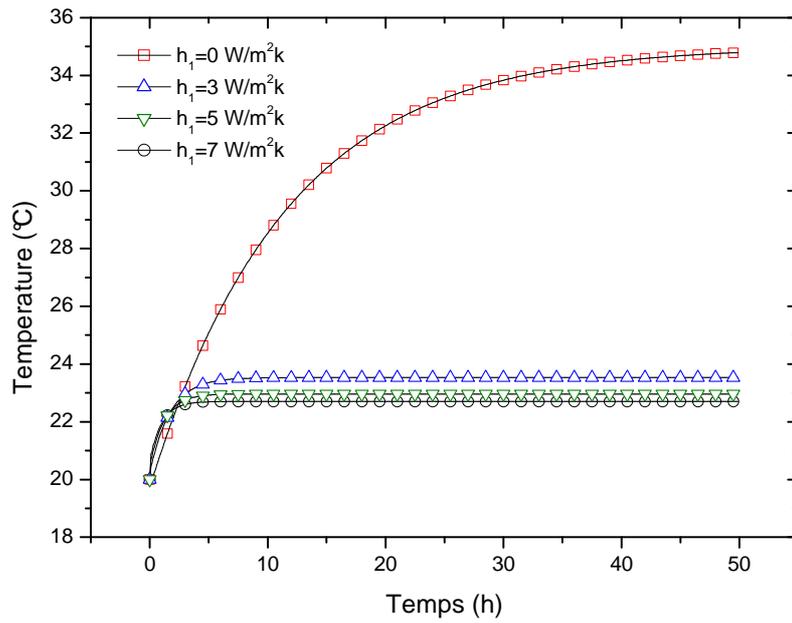


Figure. III-32. Température de la face extérieure.

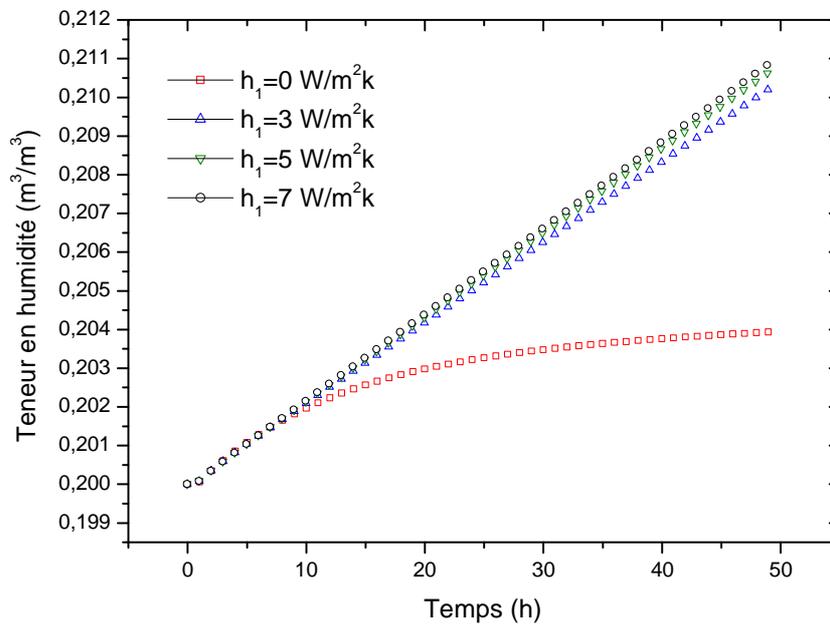


Figure. III-33. Teneur en humidité de la face extérieure.

III.5.5 Effet de la température du fluide

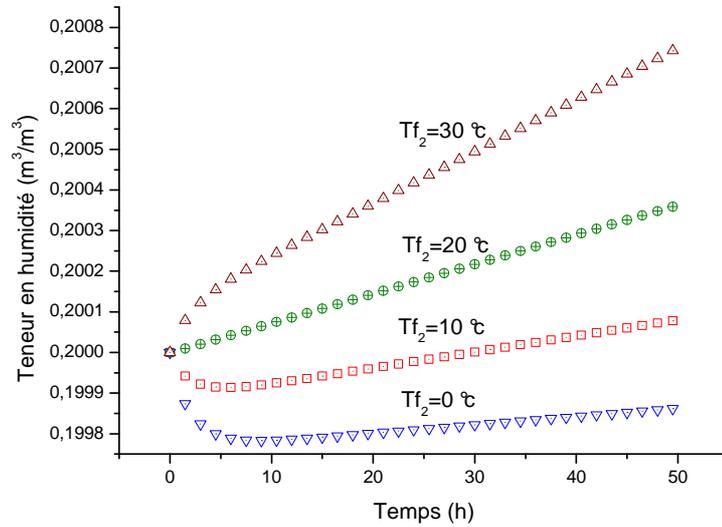


Figure. III-34. Teneur en humidité de la face intérieure.

En faisant varier la température du fluide T_{f_2} , nous avons remarqué que lorsque celle-ci est supérieure à celle de la paroi, la teneur en eau augmente et que lorsqu'elle est inférieure la teneur en eau diminue que ce soit pour la face intérieure figure III-34 ou la face extérieure Figure III-35 ce qui confirme l'effet de la température sur l'évolution de la teneur en eau.

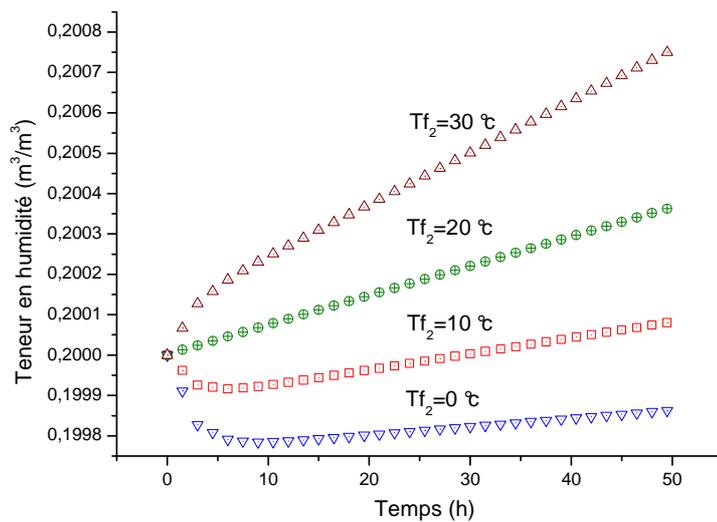


Figure. III-35. Teneur en humidité de la face extérieure.

III.5.6 Conclusion

Le problème de l'interface entre les couches est analysé sur la base d'une comparaison entre des parois mono et bicouche de même nature et de même épaisseur. L'étude de l'influence du coefficient d'échange montre que celui-ci a un effet inverse sur les teneurs en eau que sur les températures. L'effet de la température extérieure sur le comportement thermique et massique du multicouche, a montré une diminution de la teneur en eau quand elle est inférieure à la température initiale et la fait augmenter quand elle est égale ou supérieure à celle-ci. Le code peut être exploité pour d'autres multi matériaux sous différentes conditions géographiques, utilisés principalement dans le domaine du bâtiment. L'objectif étant une recherche des conditions optimales de confort et d'économie de la consommation énergétique.

Bibliographie.

- [1] A heat transfer textbook. John H. Lienhard IV and John H. Lienhard V. Phlogiston press. Third edition. (2008)
- [2] Moisture transport in cellular concrete roof. Jan Van Der Kooi. Ph.D thesis. Institute of Applied Physics. TNO-TH. Delft, Netherlands (1971)
- [3] J.R.Philip, D.A. De Vries. Moisture movement in porous materials under temperature gradients. Transaction, American Geophysical Union (1957) vol.38.N°2
- [4] P. Crausse, J.P. Laurent et B. Perrin. Influence des phénomènes d'hystérésis sur les propriétés hydriques de matériaux poreux. Comparaison de deux modèles de simulation du comportement thermo hydrique de parois de bâtiment. Revue Générale de Thermique (1996) 35,95-106
- [5] N. Mendes, F.C. Winkelmann, R. Lamberts, P.C. Philippi. Moisture effects on conduction loads. Energy and Buildings 35 (2003) 631-644.
- [6] Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation (2008), annex 4-B, Formulae for the computation of measures of humidity. World meteorological organization.
- [7] Curtis F Gerald, Applied Numerical Analysis Addison Wesley Publishing Company, 1978.
- [8] P.Talukdar, S.O. Olutmayin, O.F. Osanyintola, Carey J. Simonson. An experimental data set for benchmarking 1-D, transient heat and moisture transfer models of hygroscopic building materials. Part II: Experimental, numerical and analytical data. International Journal of Heat and Mass Transfer 50 (2007) 4915–4926.
- [9] O.F.Osanyintola. Transient Moisture Characteristics of Spruce Plywood, Thesis, University of Saskatchewan Canada.(2005).

Conclusion générale

Notre principal but était de comprendre les phénomènes des transferts de chaleur et de masse et de choisir le meilleur modèle qui s'adapte aux problèmes posés dans le domaine de l'habitat et des matériaux de construction afin de mettre au point un code de calcul qui sera assez simple et rapide pour pouvoir simuler des problèmes spécifiques afin de proposer des solutions pour économiser la consommation énergétique et améliorer le bien être des occupants dans le domaine de l'habitat, et qui peut être éventuellement utilisé pour les infrastructures industriels tel les fours ou encore les murs des réacteurs nucléaires, afin d'avoir une meilleur isolation.

L'étude du transfert de chaleur dans des parois multicouches nous montre qu'il est impératif de revoir les normes de construction dans notre pays, d'un coté pour diminuer la consommation énergétique et d'un autre coté pour améliorer le bien être des occupants surtout dans les zones du sud où on continue à construire suivant les normes du nord. Il est clair que le surcoût engendré par l'utilisation des matériaux plus chers, feuille de laine de verre avec du plâtre ou encore le système de la double paroi en brique sera vite amortie par les économies en énergie que ça soit en hiver pour le chauffage où en été pour le refroidissement

Dans le cas du transfert couplé de chaleur et d'humidité à travers des parois bicouches le problème de l'interface entre les couches est analysé sur la base d'une comparaison entre des parois mono et bicouche de même nature et de même épaisseur. L'étude de l'influence du coefficient d'échange montre que celui-ci a un effet inverse sur les teneurs en eau que sur les températures. L'effet de la température extérieure sur le comportement thermique et massique du multicouche, a montré une diminution de la teneur en eau quand elle est inférieure à la température initiale et la fait augmenter quand elle est égale ou supérieure à celle-ci.

Bien que les résultats obtenus par le code nous ont permis d'arriver à des conclusions importantes surtout en ce qui concerne l'interaction chaleur - teneur en eau (humidité) ainsi que l'influence de quelques paramètres tel que la présence d'un flux solaire, température du fluide variable, la variation du coefficient d'échange. Nous espérons en continuant l'exploitation du code de caractériser certains matériaux à base de produit locaux tels les bétons à base de sable de dunes ou certain mortier à base de terre, un tel travail est en cours, où il sera question de mesurer les caractéristiques physiques des matériaux, et d'utiliser le code pour voir leurs comportement massique et thermique .

D'autres approches peuvent être abordées ultérieurement pour rendre le code plus global, tel le cas 2D et éventuellement 3D, il y'a aussi le cas des coefficients D_T, D_θ bien que le fait de les prendre constants donne une bonne approximation de la réalité du phénomène, il serait intéressant d'examiner leurs influence en comparant les résultats dans le cas où ils seront constants et dans le cas où ils seront dépendant de la température et de la teneur en eau.

Liste des publications

Revue nationales et internationales

- Y. Tamene, S. Abboudi, C. Bougriou. *Study of Heat and Moisture Diffusion Through a Wall Exposed to Solar Heat Flux*. **Journal of Engineering Science and Technology** 6 (4), pp. 429-444,2011
http://jestec.taylors.edu.my/Vol%206%20Issue%204%20August%2011/Vol_6_4_429_444_TAMENE.pdf
- Y. Tamene, S. Abboudi, C. Bougriou. *Simulation des Transferts Thermiques Transitoires à Travers un Mur Multicouche Soumis à des Conditions de Flux Solaire et de Convection*. **Revue des Energies Renouvelables**, vol. 12 N°1 (2009) 117-124.
http://www.cder.dz/download/Art12-1_11.pdf
- Y. Tamene, C. Bougriou and R. Bessaïh. *Thermal Behavior of a Multilayer Media in Transient Regime*. **Revue des Energies Renouvelables**, vol.10, N° 3, Septembre 2007.
http://www.cder.dz/vlib/revue/pdf/v010_n3_resume_9.pdf
- Y. Tamene, C. Bougriou and R. Bessaïh. *Thermal Behaviour of a Composite Cylinder in Transient Regime*. **International Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, vol.1 N° 1 (2006) 1–12.
<http://www.ripublication.com/Volume/ijtamv1n1.htm>

Conférence internationales avec publications d'actes

- Y. Tamene, S. Abboudi, C. Bougriou. *Etude de l'influence des conditions aux limites sur le transfert de chaleur et d'humidité dans une paroi bicouche*. **15èmes Journées Internationales de Thermique, Les Energies du Futur, Tlemcen – Algérie**, 24, 25 et 26 Septembre 2011,
- Y. Tamene, S. Abboudi, C. Bougriou. *Etude Numérique du Transfert de Chaleur et d'Humidité en Régime Transitoire."Comparaison entre Simple et Double Parois"*. **20^{ème} Congrès Français de Mécanique, Besançon - France**, 28/août au 2 sep 2011.

دراسة الانتقال الحراري والمادي في مواد معرضة لبيئات متغيرة.

ملخص

قدمنا نتائج المحاكاة العددية للانتقال الحراري عبر الجدران المتعددة الطبقات وكذلك الانتقال المزدوج للحرارة والرطوبة عبر جدران أحادية وثنائية الطبقة. تمت المعالجة العددية لمنطقة التلامس. معادلات حفظ الكتلة والطاقة تم حلها عددياً باستخدام الفروق المحدودة.

قمنا بتحليل سلوك المواد عند تعرضها للحرارة والرطوبة، مع دراسة تأثير الحرارة على تطور الرطوبة، والعكس في بيئات مختلفة. كما تم تحليل تأثير الخصائص الفيزيائية والهندسية على تطور الحرارة والرطوبة عبر الجدران المتعددة الطبقات.

الكلمات المفتاحية : انتقال الحرارة، انتقال المادة، الحالة الانتقالية، اقتران، الفروق المحدودة، الجدران المتعددة الطبقات

Etude des Couplages Thermiques et Massiques dans des Matériaux Soumis à des Environnements Variables

Résumé:

Nous avons présenté les résultats de la simulation numérique du transfert de chaleur à travers des parois multicouches et le transfert couplé de chaleur et d'humidité à travers des parois simple et bicouche. Le problème de l'interface a été traité. Les équations de la conservation de masse et d'énergie ont été résolues numériquement en utilisant les différences finies.

Nous avons analysé le comportement thermique et massique ainsi que l'influence de la chaleur sur l'évolution de l'humidité et vice versa dans différentes configurations. L'influence des propriétés physiques et géométriques sur l'évolution transitoire des grandeurs thermique et massique ont été analysées.

Mots clés: transfert de chaleur, transfert de masse, régime transitoire, couplage, différences finies, paroi multicouches.

Study of coupling heat and mass in materials subjected to variable environments

Abstract:

We have presented the results of numerical simulation of heat transfer through multilayer walls and heat and moisture coupled transfer through simple and bilayer wall. The problem of the interface was treated. The equations of mass and energy conservation were solved numerically using finite differences.

We have analyzed the thermal and mass behavior and the influence of heat on the evolution of moisture and vice versa in different configurations. The influence of physical and geometrical properties on the evolution of transient heat and mass sizes were analyzed.

Keys words: heat transfer, mass transfer, transient regime, finite differences, multi-layer

ANNEXE 1

STUDY OF HEAT AND MOISTURE DIFFUSION THROUGH A WALL EXPOSED TO SOLAR HEAT FLUX

Y. TAMENE^{1,2,*}, S. ABBOUDI², C. BOUGRIOU¹

¹Laboratoire d'Etude des Systèmes Energétiques Industriels, Département de Mécanique
Université Hadj Lakhdar, Rue Chahid M. El. Hadi Boukhrouf, 05000 Batna, Algérie

²Laboratoire Systèmes et Transports (SET), Département Génie Mécanique et Conception,
Université de Technologie Belfort Montbéliard, site de Sévenans, 90010 Belfort Cedex, France

*Corresponding Author: tamene_y@yahoo.fr

Abstract

A numerical study of the heat and mass transfer through a wall is proposed in this work. The studied wall is submitted to mass and heat convective exchange with the ambient. One of its sides is submitted to a variable solar heat flux. The computer program is used to compare the cases of coupling and no coupling heat and mass transfer through the wall under variable heat flux and ambient temperature. The temperature effect on the moisture diffusion and vice versa is presented for two usual materials. An optimal proposal can be clear from this study based on objectives which are mainly the reductions of energy consumption as it is for winter heating or summer cooling.

Keywords: Coupling, Diffusion, Heat, Humidity, Solar flux, Unsteady, Wall.

1. Introduction

The heat and mass transfer in building is very important because it has a big impact on energy economy, occupant's health and building materials damage. It appears also in other fields such as engineering, energy systems including heat exchangers, aerospace, electronics and other thermal devices. The area of building has been the subject of interest for many researchers. Mendes et al. [1] have shown the effects of moisture on sensible and latent conduction loads by using a simple heat and mass transfer model with variable material properties, under varying boundary conditions. He also presents a new mathematical method for this kind of problem, with an unconditionally stable numerical method [2]. Sami et al. [3] approached the problem of power consumption side in the hot zone for cooling the building where it took as a model Riyadh town

Nomenclatures

C_p	Specific heat, J/kg K
D_T	Mass transport coefficient associated to a temperature gradient, m ² /s K
D_{TV}	Vapor phase transport coefficient associated to a temperature gradient, m ² /s K
D_θ	Mass transport coefficient associated to a moisture content gradient, m ² /s
$D_{\theta V}$	Vapor phase transport coefficient associated to a moisture content gradient, m ² /s
h	Heat convection transfer coefficient, W/m ² K
h_m	Mass convection transfer coefficient, m/s
L	Wall thickness, m
L_v	Heat of vaporisation, J/kg
N	Node number
P	Pressure, Pa
T	Temperature, °C
T_f	Air temperature, °C
t	Time, s

Greek Symbols

Φ	Absorbed solar flux, W/m ²
λ	Thermal conductivity, W/m K
ρ	Mass density, kg/m ³
θ	Total moisture volumetric content, m ³ of water/m ³ of porous material

Subscripts

L	Liquid
V	Vapour
0	Initial
1	Internal side
2	External side
∞	Far wall

(Saudi Arabia) to optimize the thickness of the insulation using a finite volume computer code.

Experimentally Simonson et al. [4] conducted a comparison between a numerical code and a simplified method for the experimental study of mass and heat transfer for two types of insulation (cellulose, plywood) used in buildings.

Research also affects other areas that involve the mass and heat transfer. Hussain et al. [5] presented an experimental study of tubular ceramic membranes used in the reactor coolant where the thermal influence on mass transfer was discussed. On the other hand, Askri et al. [6] conducted a study on heat and mass transfer in a metal-hydrogen reactor. They used a numerical simulation to present the time–space evolutions of the temperature and the hydride density in the reactor and to determinate the sensitivity to some parameters (absorption coefficient, scattering coefficient, reactor wall emissivity). Where it has shown sensitivity to certain parameters such as absorption coefficient and diffusivity of the reactor wall. Various parameters such as latent heat diffusion and convection coefficients are the few parameters that can influence the distribution of heat and

diffusion of particles as it is moisture or other. The study proposed by Oxarongot [7] has been applied to diesel particulate filters. For the particle diffusion, Fick's law has been used in combination with the heat equation for the specific geometry of the filter. Other studies have been conducted in the field of food; Hamdan et al. [8] developed a numerical simulation to determine the moisture, the temperature and the mass loss during the chilling process. But the habitat is an area where the mass and heat transfer and their coupling is the most studied. A dynamic model for evaluating the transient thermal and moisture transfer behaviour in porous building materials was presented by Qin et al. [9], where heat and moisture transfer are simultaneously considered and their interactions are modelled. An analytical method has been proposed to calculate the coupled heat and moisture transfer process in building materials. Nguyen et al. [10] developed a physically based model describing the coupled ion and moisture transport by combining theories of liquid water and water vapour transport with aqueous electrolyte theory. They derive the set of governing differential equations describing simultaneous movement of water in the vapour and liquid phases and consequent transport of ions in unsaturated porous media. The equations are developed in one-dimension, assuming isothermal conditions. A computer program has been developed to solve this problem.

Dos Santos et al. [11] proposes a two-dimensional mathematical model considering the coupled heat, air and moisture transport through unsaturated building hollow bricks. Simulations for evaluating hydrothermal performance were performed for massive, hollow and insulating bricks. External boundary conditions of temperature and vapour pressure have been taken as sinusoidal functions, while the internal ones have been kept constant. Comparisons in terms of heat and vapour fluxes at the internal boundary have been presented, showing the brick thermal capacity, mass transport and two-dimensionality aspect effects on the sensible latent and total heat transfer through the brick. Zhang et al. [12] studies the thermal performance of the phase change material (PCM) wallboard by theoretical analysis and numerical simulation, where the inner surface heat flux is used to evaluate the thermal performance of the PCM wallboard and other building envelope components.

Ordenes et al. [13] presents a method to estimate the thermal conductivity and volumetric heat capacity of a homogeneous element using a non-destructive test considering natural oscillations. Surface temperature and heat flux are measured in a concrete sample (with known thermal properties) and the data is treated with a signal processing technique. Estimation is carried out with a heat and moisture transfer model.

We have study the heat transfer in multilayered wall exposed to variable solar flux [14], and in this present work, we resolved a coupled heat and mass equations with real boundary conditions (variable solar flux and ambient) and realised a code to study the diffusion of heat and moisture through the wall subject to the real climatic conditions, it was compared and agreed with experimental results obtained in reference [15]. This computer program permitted us to study and see the influence of the coupling between heat and mass transfer on the evolution of the temperature and moisture in presence of variable solar flux and external temperature, because it is faster it can used to see the influence of different parameters on heat and mass evolution through a wall and see the best configuration to optimised the system with the wanted objective.

2. Formulation of the Problem

The model of heat and mass transfer in unsaturated porous media through classical mechanism of vapour diffusion and liquid movement by capillarity is described by Philip and De Vries model [16]:

$$\rho.C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho_L L_v \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{T_v} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho_L L_v \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\theta_v} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \tag{2}$$

where $D_T = D_{T_l} + D_{T_v}$ and $D_\theta = D_{\theta_l} + D_{\theta_v}$.

By supposing that thermal conductivity, diffusivity, and mass transport coefficient associated with moisture content gradient are constant, we obtained the following form of Eqs. (1) and (2):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D' \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + S_\theta \tag{3}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + S_T \tag{4}$$

where:

$$D' = \left(\frac{\lambda + \rho_L L_v D_{T_v}}{\rho.C_p} \right), D_{\theta_v} = \frac{\rho_L L_v D_{\theta_v}}{\rho.C_p}, S_\theta = D_{\theta_v} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \text{ and } S_T = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

The associated boundary conditions are illustrated on Fig. 1.

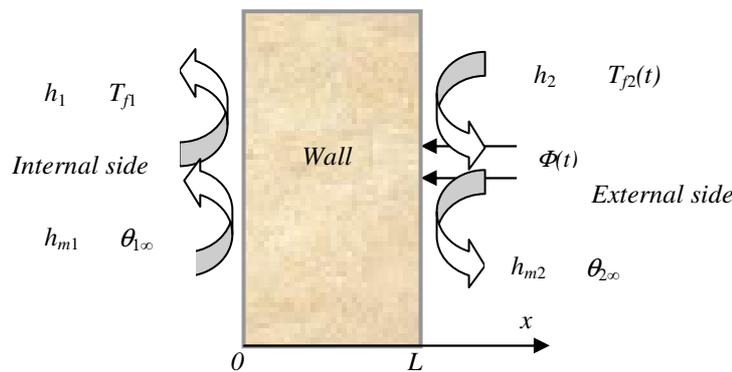


Fig. 1. Presentation of the System.

For mass transfer:

$$-\rho_L D_T \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_{m1} (\rho_1 - \rho_{1\infty}) \quad x = 0 \tag{5}$$

$$-\rho_L D_T \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_{m_2} (\rho_{N\infty} - \rho_2) \quad x = L \quad (6)$$

For heat transfer:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L L_v D_{T_v} \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L L_v D_{\theta_v} \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1 (T_{f_1} - T(0)) \quad x = 0 \quad (7)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L L_v D_{T_v} \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_L L_v D_{\theta_v} \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_2 (T(L) - T_{f_2}) - \Phi(t) \quad x = L \quad (8)$$

where the mass convection coefficients h_{m_1} and h_{m_2} are related respectively to the heat transfer coefficients h_1 and h_2 by the Lewis relation. The initial conditions are:

$$T_i = T_o, \theta = \theta_o \text{ at } t = 0, \text{ and } 0 \leq x \leq L \quad (9)$$

The mass densities ρ_1 , $\rho_{1\infty}$, ρ_2 , and $\rho_{2\infty}$ are computed by the following equation:

$$\rho = \frac{p}{R_h T}, \text{ with } R_h = \frac{R_s}{1 - \left(\theta \frac{p_{sat}}{p} \right) \left(1 - \frac{R_s}{R_v} \right)} \quad (10)$$

$R_s = 287.06$ J/kg K is the universal gas constant of dry air and

$R_v = 461$ J/kg K is the universal gas constant of water vapour.

And the saturation vapour pressure p_{sat} is determined by Magnus formula [17]:

$$p_{sat} = 611.213 \exp\left(\frac{17.5043 T}{241.2 + T}\right) \quad (11)$$

Finally we obtained:

$$\rho(\theta, T, P) = \frac{1}{A} \left[P - B \theta \exp\left(\frac{CT}{D+T}\right) \right] \quad (12)$$

where $A = 287.06 (T + 273.15)$, $B = 230.617$, $C = 17.5043$, and $D = 241.2$.

3. Numerical resolution

The resolution of the coupled system of Eqs. (1) and (2) with boundary conditions (4), (5), (6) and (7) and initial conditions (8) is performed by finite differences method according to the Crank-Nicolson scheme [18]. At each time, the Tri Diagonal Matrix Algorithm of Thomas (TDMA) is used to solve the obtained algebraic systems of temperature and humidity following the Flow chart shown in Fig. 2.

The simulated results are obtained for two commonly materials; brick and plywood) used in building construction as shown in Table 1.

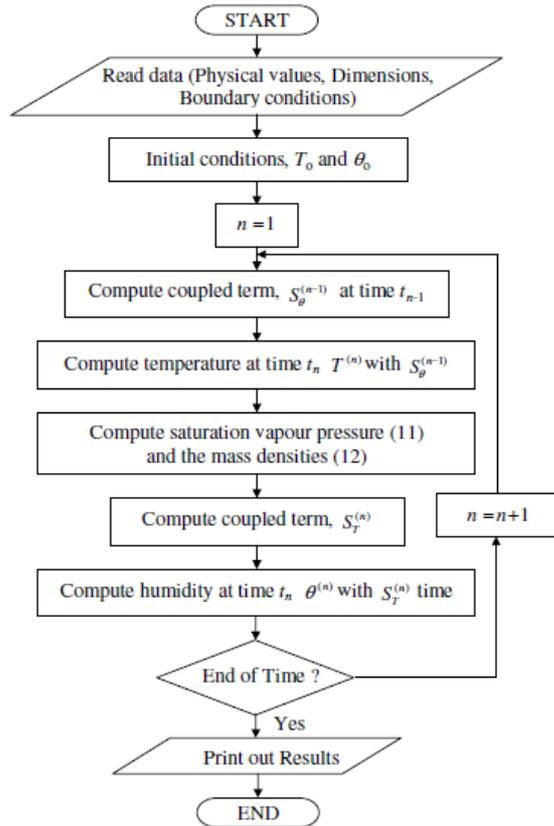


Fig. 2. Flow Chart of the Computer Program.

Table 1. Physical Properties of the chosen Materials.

	Brick [1]	Plywood [4]
ρ , kg/m ³	1900	445
C_p , J/kg K	920	1880
λ , W/m K	1.11	0.091
L , m	0.1	0.02
L_v , J/kg	2.5×10^6	2.5×10^6
D_T , m ² /s K	5×10^{-11}	10^{-11}
D_{Tv} , m ² /s K	5×10^{-11}	5×10^{-11}
D_θ , m ² /s	10^{-7}	4.5×10^{-7}
D_{θ_s} , m ² /s	10^{-12}	10^{-12}

The values of the boundary conditions used are:

$$h_1=50 \text{ W/m}^2 \text{ K}, h_2=100 \text{ W/m}^2 \text{ K}, T_{fj}=15^\circ\text{C}, \theta_{1\infty}=0.5, \text{ and } \theta_{2\infty}=0.75.$$

In this work, we consider a periodic variation of the solar heat flux and of the ambient (or air) temperature, Figs. 3 and 4. The solar heat flux is taken zero at night and increases gradually during a journey.

$$\phi(t) = \begin{cases} \Phi_0 \sin(\omega t) & \text{if } 0 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{if } \tau/2 \leq t \leq \tau \end{cases} \quad (13)$$

and

$$T_{f_2}(t) = T_{f_0} + \Delta T \sin(\omega t) \quad (14)$$

where $\omega = 2\pi/\tau$, $\Phi_0 = 500 \text{ W/m}^2$, $\tau = 24 \text{ h}$, $T_{f_0} = 15^\circ\text{C}$, and $\Delta T = 10^\circ\text{C}$.

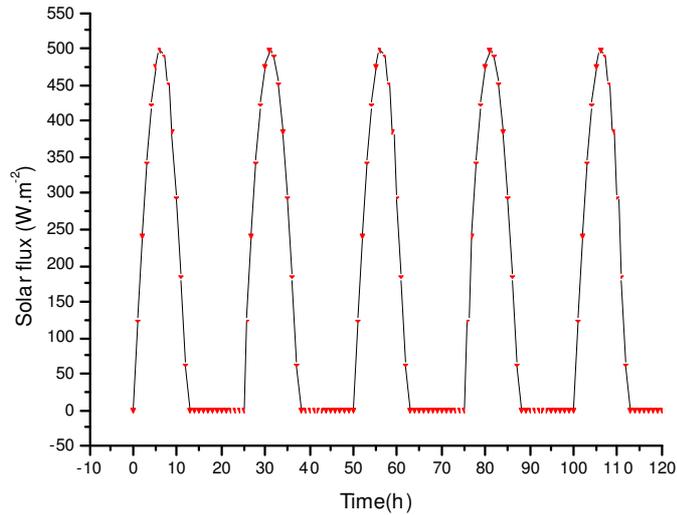


Fig. 3. Solar Heat Flux.

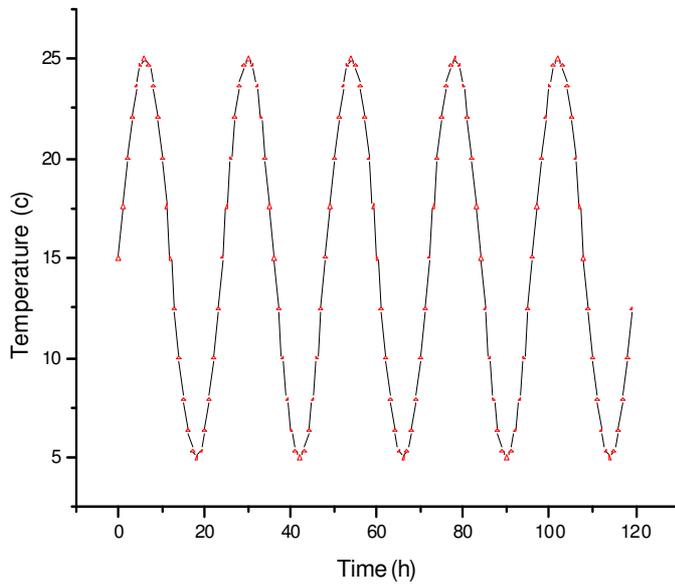


Fig. 4. External Fluid Temperature.

Before exploiting our developed code, we analysed the grid independency of the obtained results. Four test cases are realized with grid numbers $N=30, 50, 70$ and 100 and time step equal to 36 s. The results are summarized in Table 2 and show that the maximum errors of temperature and humidity are respectively of the order 10^{-4} and 10^{-3} between cases $N=50$ and $N=70$. Afterwards, we kept the value $N=50$.

Table 2. Grid Independency Analysis.

N	30	50	70	100
T_2 °C	15.6821	15.6819	15.6819	15.6819
T_1 °C	15.7498	15.7501	15.7502	15.7504
θ_2	0.72622	0.73601	0.74009	0.74311
θ_1	0.5	0.50001	0.50002	0.50004

4. Results and Discussion

Firstly we present respectively in Figs. 5(a) and 5(b) the temperature evolution for different Reynolds numbers obtained experimentally by Prabal et al. [4] and our code at the same conditions. The initial and outdoor values of moisture and temperature are given in Table 5.2 of [15]. The comparison between the two figures shows a good agreement between the two approaches.

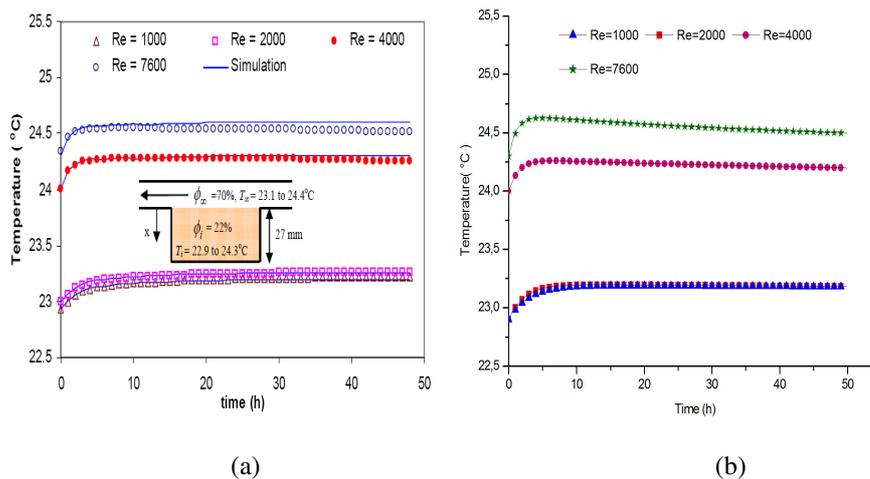


Fig. 5. Temperature Evolution for Different Reynolds Numbers.

Figures 6 and 7 show that the external and internal temperatures are reduced by the presence of moisture. This reduction is far more at the inside than the outside wall. This result can be explained by the fact that the external temperature is relatively greater than the internal, thus reduces more the effect of moisture.

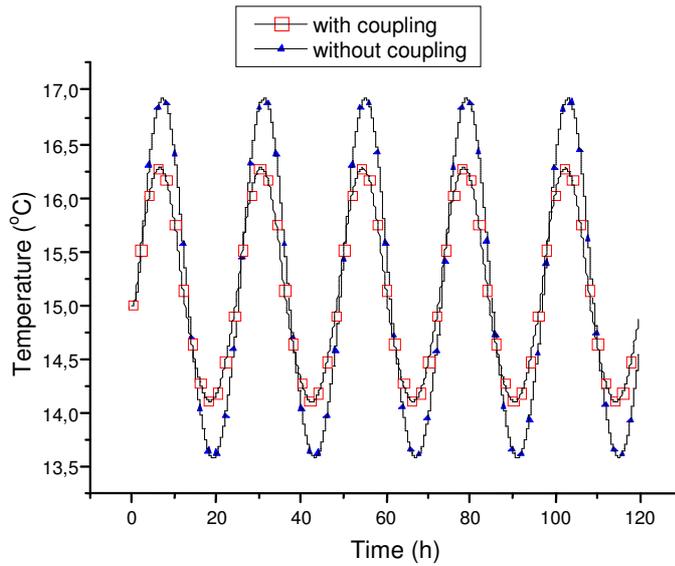


Fig. 6. Internal Temperature (Brick).

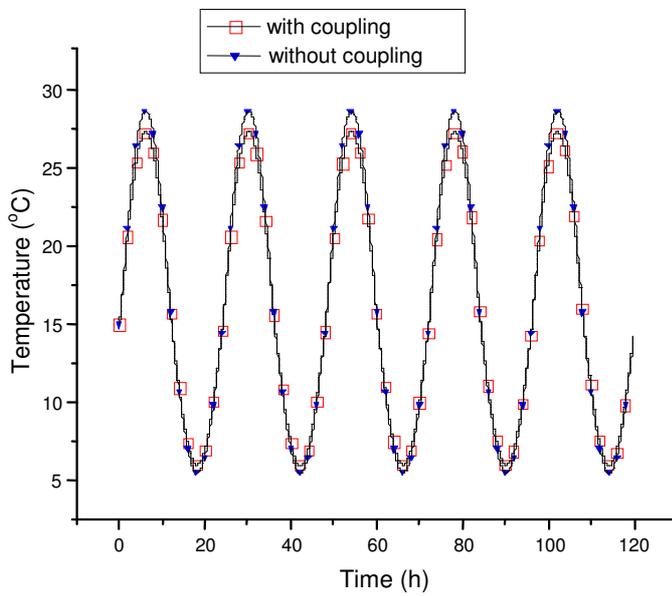


Fig. 7. External Temperature (Brick).

Figures 8 and 9 show clearly that the temperature decreases the diffusion of moisture that is on the internal face or the external face. We note that the moisture changes at the external side faster than at the internal side. This result can be explained by the fact that the wall thickness decreases the moisture transfer and thus, it takes more time to attain the internal side.

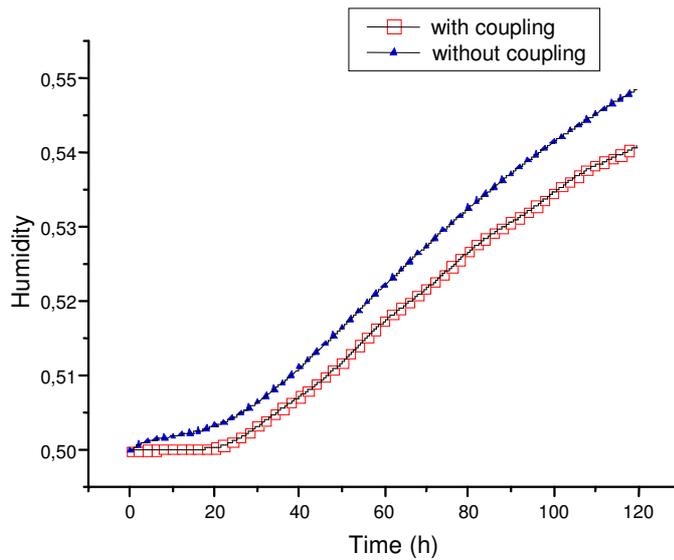


Fig. 8. Internal Humidity (Brick).

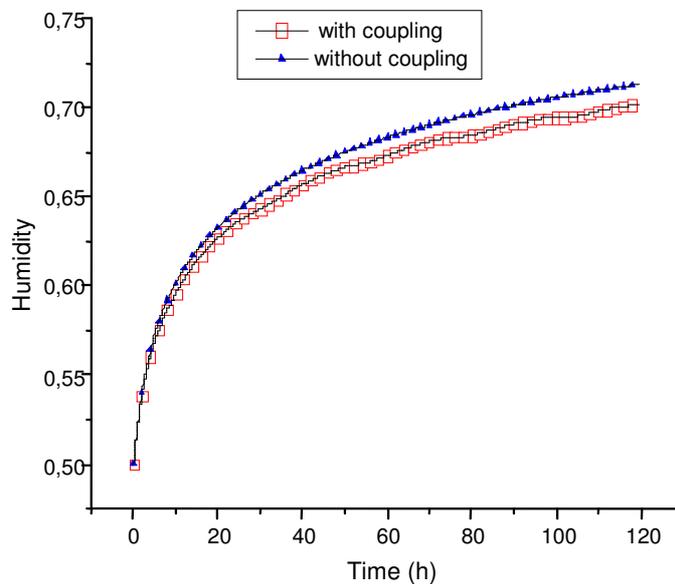


Fig. 9. External Humidity (Brick).

On the other hand, for the adiabatic wall, Fig. 10 allowed us to see that the temperature of the inside face is less influenced by the moisture compared to the outer face, Fig. 11. We note also, that the internal temperature of the adiabatic wall (plywood) is less than that of brick despite the great difference in their thicknesses, 2 cm and 10 cm respectively. So, there's a noticeable influence of the temperature on the moisture migration that is decreased in an apparent manner at the outside face, Fig. 12 and the inside face of the wall, Fig. 13. Also, we clearly

observe the effect of the sinusoidal variations of the ambient temperature and heat flux on the moisture.

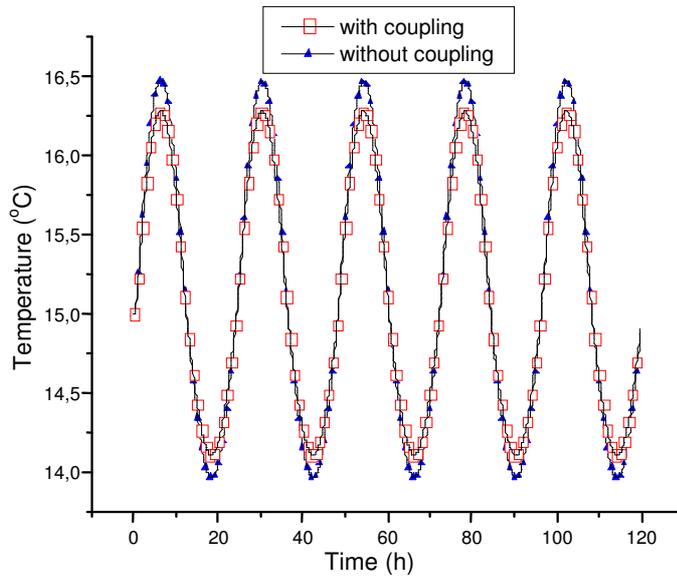


Fig. 10. Internal Temperature (Plywood).

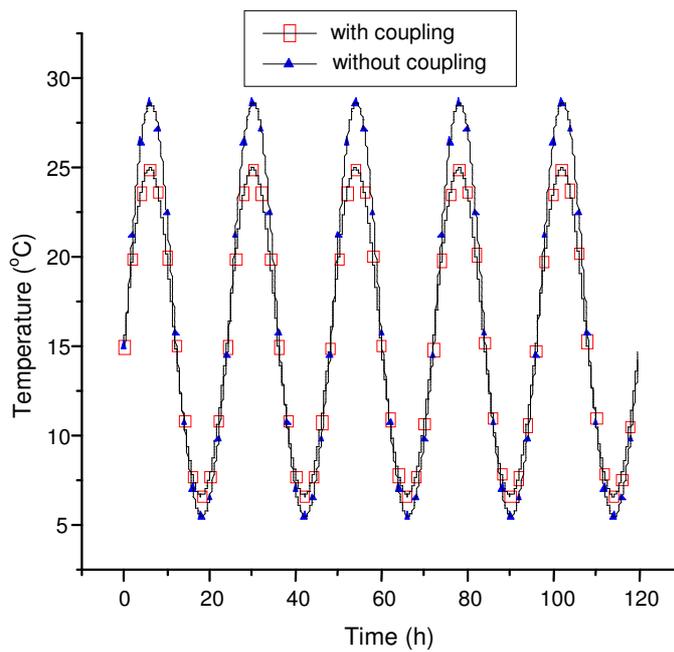


Fig. 11. External Temperature (Plywood).

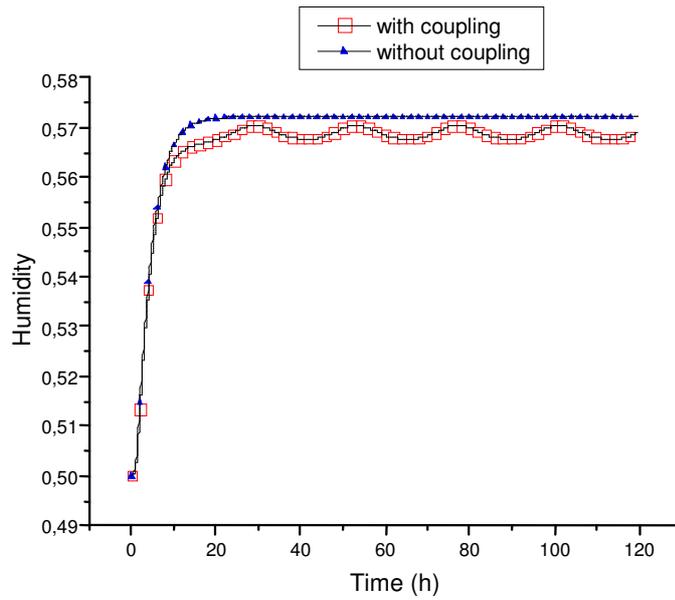


Fig. 12. Internal Humidity (Plywood).

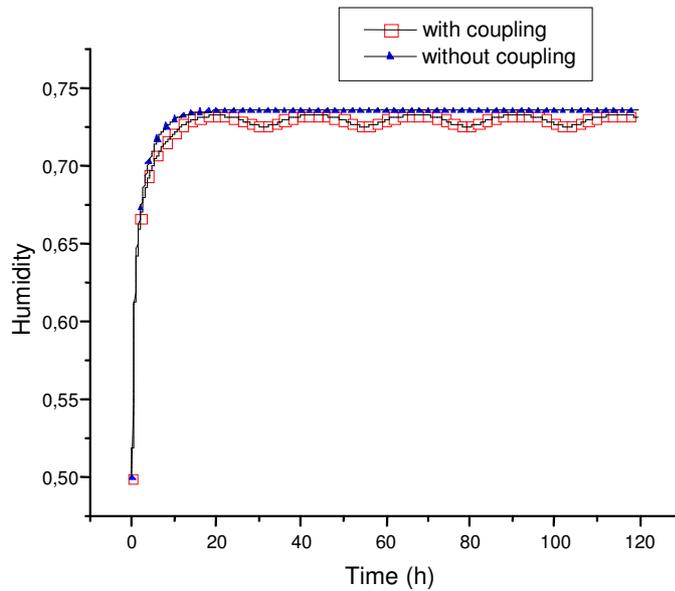


Fig. 13. External Humidity (Plywood).

Figure 14 shows that the inside temperature ($x=0$) is very sensitive to the variations of the thickness of the wall; its decreases with the increase of the thickness. The outside temperature ($x=L$) presented in Fig. 15, is less influenced by these variations of the thickness. The comparison between the two analyzed

materials shows that the thermal behaviour of the wall is identical for 10 cm thickness of the brick and 2 cm of the plywood.

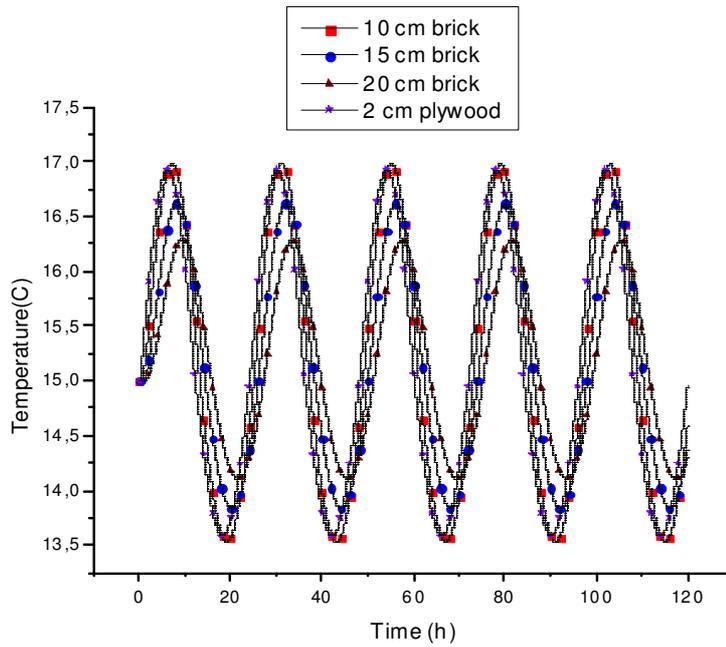


Fig. 14. Internal Temperature for Different Thicknesses of the Wall.

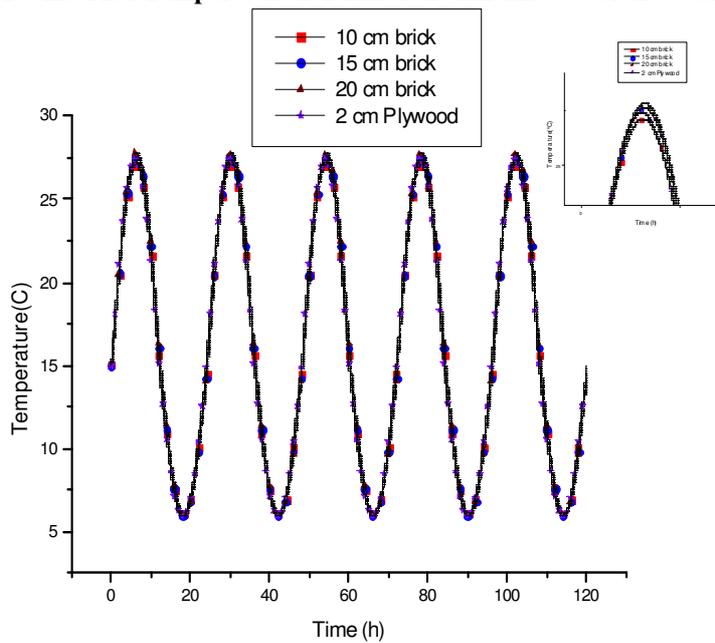


Fig. 15. External Temperature for Different Thicknesses of the Wall.

For some instants of the transient regime, we present in Figs. 16 and 17, the distribution of the temperature inside the wall.

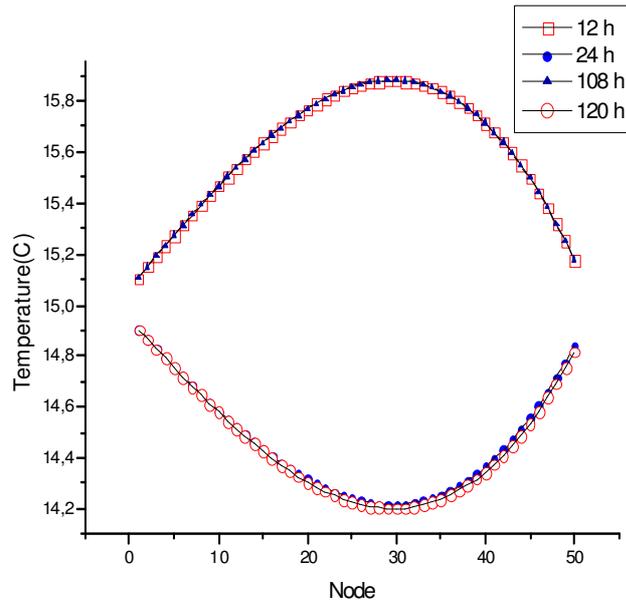


Fig. 16. Temperature Distribution at Different Times for Brick Material.

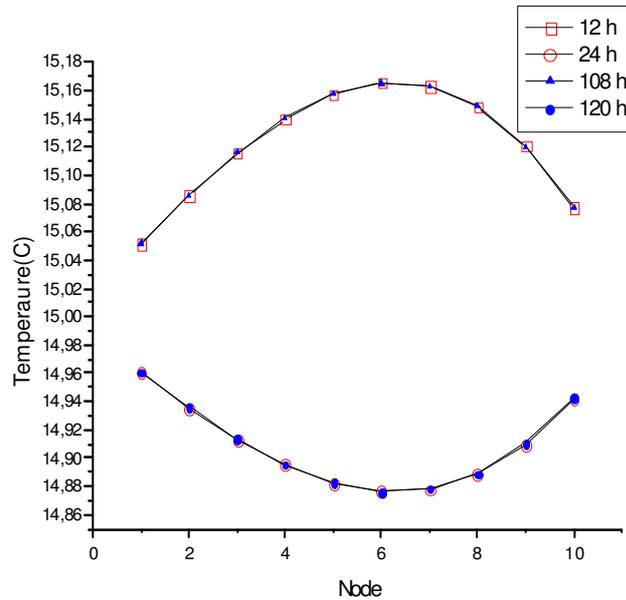


Fig. 16. Temperature Distribution at Different Times for Plywood Material.

These curves show the thermal response of the whole plate during periodic regime, particularly, we can observe that for the weak heat flux, the temperature is maximum in the middle of the wall, it is the cases of $t=12$ h and $t=108$ h and conversely, the temperature is minimum in the centre of the wall for the well brought up heat flux, see $t=24$ h and $t=120$ h. These results are agreed with those obtained in [2].

5. Conclusions

In this work, we proposed a numerical study of the transient heat and mass transfer in rectangular plate. The plate is submitted to a variable solar flux and convective heat transfer on its surface. The code developed is faster and permeated us to study the influence of different parameter. The evolutions of the distribution of the temperature and the humidity are presented for two cases of usual building materials, brick and plywood.

A comparison between coupling and no coupling heat and mass transfer approaches is presented, allowed us to see the influence of the humidity on the temperature and vice versa, in presence of variable solar flux.

The numerical results obtained show that it is possible to select and optimize the materials that make up the wall according to the objectives set in terms of temperature taking into account the interaction heat moisture and consequently in terms of electric energy consumption.

References

1. Mendes, N.; Winkelmann, F.C.; Lamberts, R.; and Philippi, P.C. (2003). Moisture effects on conduction loads. *Energy and buildings*, 35(7), 631-644
2. Mendes N.; Philipi, P.C.; and Lamberts, R. (2002). A new mathematical method to solve highly coupled equation of heat and mass transfer in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(3), 509-518.
3. Al-Sanea, S.A.; Zedan, M.F., and Al-Ajlan, S.A. (2005). Effect of electricity tariff on the optimum insulation thickness in building walls as determined by dynamic heat transfer model. *Applied Energy*, 82(4), 313-330.
4. Talukdar, P., T.; Olutmayin, S.O.; Osanyintola, O.F.; and Simonson, C.J. (2007). An experimental data set for benchmarking 1D, transient heat and moisture transfer models of hygroscopic building materials. *International Journal of Heat and Mass transfer*, 50(23-24), 4527-4539.
5. Hussain, A.; Seidel, M.A.; and Tsostas, E. (2006), Heat and mass transfer in tubular ceramic membranes for membrane reactors. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(13-14), 2239-2253.
6. Askri, F.; Jemni, B.A.; and Nasrallah, S.B. (2003). Study of two-dimensional and dynamic heat and mass transfer in a metal-hydrogen reactor. *International Journal of Hydrogen Energy*, 28(5), 537-557.
7. Oxarongo, L. (2004). *Heat and mass transfer in multiscale porous structures: Application to the study of particulate diesel filter*. Doctorate thesis, Toulouse University, Toulouse, France.
8. Hamdami, N.; Monteau, J.Y.; and Le Bail, A. (2004). Simulation of coupled heat and mass transfer during freezing of a porous humid matrix. *International Journal of Refrigeration*, 27(6), 595-603.
9. Qin, M.; Belarbi, R.; Ait-Mokhtar, A.; and Seigneurin, A. (2006). An analytical method to calculate the coupled heat and moisture transfer in building materials. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33(1), 39-48.

10. Nguyen, T.Q.; Petkovic, J.; Dangla, P.; and Baroghel-Bouny, V. (2008). Modelling of coupled ion and moisture transport in porous building materials. *Construction and Building Materials*, 22(11), 2185-2195.
11. Henrique dos Santos, G.; and Mendes, N. (2009). Heat, air and moisture transfer through hollow porous blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(9-10), 2390-2398.
12. Zhang, Y., Lin, K.; Jiang Y.; and Zhou, G. (2008) Thermal storage and nonlinear heat transfer characteristics of PCM wallboard. *Energy and Buildings*, 40(9), 1771-1779.
13. Ordenes, M.; Lamberts, R.; and Guths, S. (2009). Estimation of thermophysical properties using signal analysis with heat and mass transfer model. *Energy and Buildings*, 41(12), 1360-1367.
14. Tamene, Y.; Abboudi, S.; and Bougriou, C. (2009). Simulation des transferts thermiques transitoires à travers un mur multicouche soumis à des conditions de flux solaire et de convection. *Revue des Energies Renouvelables*, 12(1),117-124.
15. Olalekan, F.O. (2005). *Transient moisture characteristics of spruce plywood*. Thesis. University of Saskatchewan Canada.
16. Philip, J.R.; and de Vries, D.A. (1957), Moisture movement in porous media under temperature gradients, *Transactions of American Geophysical Union*, 38, 222-232.
17. Guide to meteorological instruments and methods of observation (2008). Annexe 4-B, Formulae for the computation of measures of humidity. *World Meteorological Organization*.
18. Gerald, C.F. (1978). *Applied numerical analysis*. (7th Ed.) Addison Wesley Publishing Company.

ANNEXE 2

Simulation des transferts thermiques transitoires à travers un mur multicouche soumis à des conditions de flux solaire et de convection

Y. Tamene^{1*}, S. Abboudi² et C. Bougriou³

¹ Département de Mécanique, Faculté des Sciences et Sciences de l'Ingénieur,
Université Kasdi Merbah, B.P. 511, Route de Ghardaïa, 30000 Ouargla, Algérie

² Laboratoire Systèmes et Transports (SET), Département GMC,
Université de Technologie, Belfort Montbéliard, site de Sévenans, 90010 Belfort Cedex, France

³ Laboratoire d'Etude des Systèmes Energétiques Industriels, Département de Mécanique
Université Hadj Lakhdar, Rue Chahid M. El. Hadi Boukhlof, 05000 Batna, Algérie

(reçu le 12 Janvier 2009 – accepté le 31 Mars 2009)

Résumé - On propose une étude numérique, par différences finies, du transfert de chaleur dans un mur multicouche (à deux ou trois couches) soumis à une condition de rayonnement solaire sur le côté extérieur et prenant en compte les échanges de chaleur par convection sur ses deux faces. L'exploitation du code numérique est développée sur des cas relatifs au problème posé dans l'habitat. Les résultats numériques sont présentés sur des exemples de matériaux utilisés dans le domaine du bâtiment dans des conditions réelles de fonctionnement (flux solaire, pertes convectives, etc...). On analyse également, l'influence, sur le transfert de chaleur, de quelques paramètres clés du système comme le choix des matériaux, l'optimisation de leur épaisseur et également la nature variable du flux solaire. Une proposition optimale sera dégagée de cette étude en fonction des objectifs recherchés.

Abstract - We propose a numerical study by finite differences, of the heat transfer in a multilayered wall (three layers) submitted to a condition of solar radiation on the exterior side and take in account the heat exchanges by convection on his two faces. The numerical code is spread out on the case relative to the sitting problem in the building. The numerical results are presented on the examples of used materials in the building domain of the real working conditions (solar flow, convective losses, etc.). We analyse also, the influence on the heat transfer of some important parameterize of the system, like the choice of the materials, the optimization of their thickness and also the variable nature of the solar flow. An optimum proposal will be free of this study according to the sought after aims.

Mots clés: Transfert de chaleur - Conduction - Transitoire - Mur multicouche - Flux solaire - Numérique.

1. INTRODUCTION

Le transfert de chaleur et de masse est l'un des phénomènes physiques les plus étudiés. A partir de la dernière moitié du 20^{ème} siècle, beaucoup de travaux et d'approches ont été réalisées pour modéliser le phénomène.

Notre travail entre dans cette logique, et étant donné que le problème étudié est toujours d'actualité [1] et vu les travaux présentés par A. Sami *et al.* [2] et ceux réalisés par E. Wurtz [3], ainsi que l'étude faite par N. Mendes [4, 5] pour le cas d'un mur simple soumis à un flux solaire, nous nous sommes proposés de mettre au point un code

* tamene_y@yahoo.fr _ said.abboudi@utbm.fr _ cherif_bougriou@yahoo.fr

qui nous a permis d'étudier le transfert thermique à travers le mur extérieur multicouches d'une habitation soumis aux conditions réelles (rayonnement solaire, convection à l'intérieur et à l'extérieur,.). Les résultats obtenus nous ont permis de voir l'influence des différents paramètres sur la température intérieure et de voir ainsi la meilleure configuration pour une bonne isolation thermique et donc une économie d'énergie.

2. FORMULATION DU PROBLEME

On considère un mur constitué de trois couches, la couche centrale est en brique, d'épaisseur e_2 couverte des deux côtés par une couche de crépissage interne d'épaisseur e_1 et externe d'épaisseur e_3 . Cette dernière est soumise à une condition de flux solaire variable. Les échanges par convection avec les milieux environnants sont pris en compte sur les deux surfaces interne et externe.

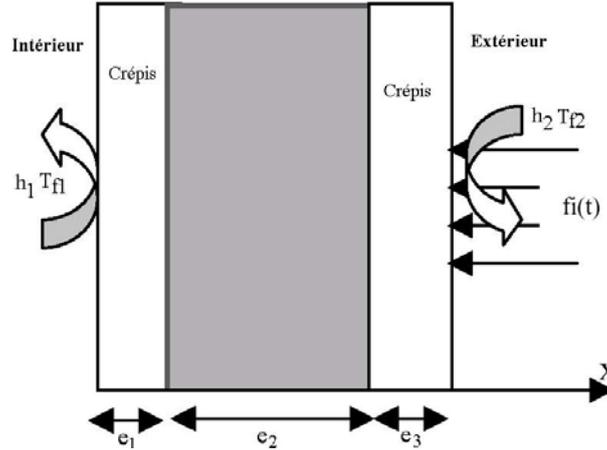


Fig. 1: Présentation du système

Dans ces conditions, les équations de bilan thermique s'écrivent:

$$\alpha_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} = \frac{\partial T_i}{\partial t} ; \quad l_{i-1} \leq x \leq l_i \quad , \quad t \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

où

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\rho_i C_i} ; \quad l_0 = 0, \quad l_i = l_{i-1} + e_i, \quad L = l_3$$

2.1 Conditions aux limites

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = h_1 (T_{f1} - T_1) \quad x = 0;$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \quad x = l_i, \quad i = 1, 2$$

$$-\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} = h_2 (T_3 - T_{f2}) - f_i \quad x = l_3$$

2.2 Conditions initiales

$$T_i = T_0 \quad t = 0 \quad , \quad l_{i-1} \leq x \leq l_i$$

2.3 Résolution numérique

La résolution du système d'équations ci-dessus muni des conditions aux limites et initiales est réalisée par la méthode des différences finies, selon le schéma numérique de Crank–Nicolson [6].

Après discrétisation, on obtient le système d'équations suivant:

$$A_{1k} \cdot T_{i-1}^{j+1} + B_{1k} \cdot T_i^{j+1} + C_{1k} \cdot T_{i+1}^{j+1} = A_{2k} \cdot T_{i-1}^{j+1} + B_{2k} \cdot T_i^{j+1} + C_{2k} \cdot T_{i+1}^{j+1} + G_i$$

$$k = 1, 2, 3 \quad i = 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, J$$

avec:

$$A_{1k} = -r_k \quad C_{1k} = -r_k \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k}$$

$$A_{2k} = r_k \quad C_{2k} = r_k \quad B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} \quad r_k = \frac{\alpha_k \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta x^2}$$

Les coefficients A, B et C décrits ci-dessus gardent la même forme, sauf pour les cas particuliers correspondants aux conditions aux limites et aux interfaces.

- **Pour** $i = 1$, $k = 1$ (1^{ère} couche), $x = 0$

$$A_{1k} = 0 \quad , \quad C_{1k} = -2r_k \quad , \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k \cdot H_1 \quad , \quad A_{2k} = 0$$

$$B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k \cdot H_1 \cdot G_1 = -2 \cdot r_k \cdot H_1 \cdot T_{f1} \quad H_1 = \frac{2 \cdot \Delta x \cdot h_1}{\lambda_1}$$

Première interface: $x = l_1$

- **Pour** $i = N_1$, $k = 2$

$$A_{1k} = -2r_k \quad , \quad C_{1k} = -r_k \cdot F_1 \quad , \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k \cdot F_1 \quad ,$$

$$A_{2k} = 2r_k \quad , \quad C_{2k} = r_k \cdot F_1 \quad , \quad B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k \cdot F_1$$

- **Pour** $i = N_1 + 1$, $k = 2$

$$A_{1k} = -r_k \cdot F_2 \quad , \quad C_{1k} = -2r_k \quad , \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k \cdot F_2 \quad ,$$

$$A_{2k} = r_k \cdot F_2 \quad , \quad C_{2k} = 2r_k \quad , \quad B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k \cdot F_2$$

Deuxième interface: $x = l_2$

- **Pour** $i = N_2$, $k = 2$

$$A_{1k} = -2r_k \quad , \quad C_{1k} = -r_k \cdot F_2 \quad , \quad B_{1k} = 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k \cdot F_2 \quad ,$$

$$A_{2k} = 2r_k \quad , \quad C_{2k} = r_k \cdot F_2 \quad , \quad B_{2k} = 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k \cdot F_2$$

- **Pour** $i = N_2 + 1, k = 3$

$$\begin{aligned} A_{1k} &= -r_k \cdot F_3, & C_{1k} &= -2r_k, & B_{1k} &= 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k \cdot F_3, \\ A_{2k} &= r_k \cdot F_2, & C_{2k} &= 2r_k, & B_{2k} &= 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k \cdot F_3 \end{aligned}$$

Avec: $F_n = \frac{2 \cdot h_I \cdot \Delta x}{\lambda_n}$, $n = 1, 2, 3$ h_I est le coefficient d'échange interfacial.

- **Pour** $i = N, k = 3$ (3^{ème} couche), $x = L$

$$\begin{aligned} A_{1k} &= -2r_k, & C_{1k} &= 0, & B_{1k} &= 1 - A_{1k} - C_{1k} - r_k \cdot H_2, \\ A_{2k} &= 2r_k, & C_{2k} &= 0, & B_{2k} &= 1 - A_{2k} - C_{2k} + r_k \cdot H_2 \end{aligned}$$

$$G_2 = -2r_k (H_2 \cdot T_{f2}(t) + f_I(t)), \quad H_2 = \frac{2h_2 \cdot \Delta x}{\lambda_3}$$

$$f_i(t) = F(\sin \omega \cdot t, \cos \omega \cdot t) \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi / T_I$$

$$\text{et } T_{f2}(t) = F[\sin(2\pi \cdot t / T_I)]$$

L'assemblage de l'ensemble de ces équations se traduit par un système tridiagonal dont la résolution est réalisée, à chaque pas de temps, par l'algorithme connu de Thomas [7].

3. RESULTATS NUMERIQUES

L'exploitation du code numérique a été réalisée dans les conditions suivantes:

$$\begin{aligned} e_1 &= 1 \text{ cm}, & e_2 &= 20 \text{ cm}, & e_3 &= 1 \text{ cm}, & h_1 &= 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}, & h_2 &= 100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}, \\ h_I &= 10^6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}, & T_{f1} &= 20 \text{ °C}, & T_{f2} &= 40 \text{ °C}, & F_I &= 500 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Les matériaux considérés sont ceux utilisés généralement en Algérie dans la construction des bâtiments, à savoir: la brique pour le mur central, le mortier pour la couche extérieure et le plâtre pour la couche intérieure.

Sur le plan numérique, le nombre de pas utilisé dans chaque couche est le suivant:

$$N_1 = 8, \quad N_2 = 20, \quad N_3 = 8.$$

Dans ce travail, nous avons limité notre analyse, pour deux types de flux (constant et périodique), l'influence des épaisseurs et la nature des couches sur le comportement thermique du multicouche.

3.1 Cas où le flux incident est constant

Sur les figures 2, 3 et 4, on présente l'influence des épaisseurs des différentes couches sur la température interne du mur. On constate que la température interne chute d'environ 5 °C et de un degré si on triple respectivement l'épaisseur de la couche centrale (en brique) et de la première couche (en plâtre). L'épaisseur de la troisième couche (en mortier) influence très peu la température interne (variation inférieure à un degré), (Fig. 3).

L'effet de la nature du matériau de la couche interne (1^{ère} couche), (Fig. 5), montre que l'utilisation de la laine de verre ou du liège contribue de façon considérable à abaisser (de 28 à 24 °C) la température interne du mur.

Les figures 6 et 7 représentent la variation de la température du mur interne en fonction du flux solaire absorbé suivant la configuration (3) et dans la figure 7. On prend deux murs, interne et externe, réalisés en brique d'épaisseur 10 cm chacun avec un vide intermédiaire de 2 cm rempli d'air, et il apparaît clairement que cette deuxième configuration nous permet une meilleure isolation.

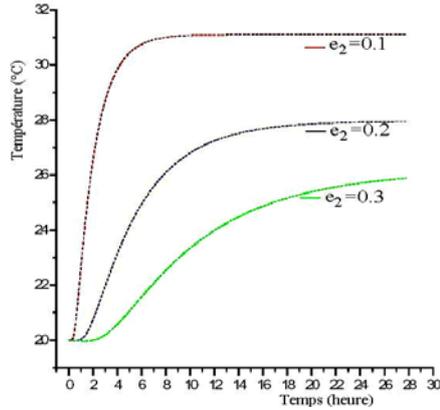


Fig. 2: Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur du mur intermédiaire en brique

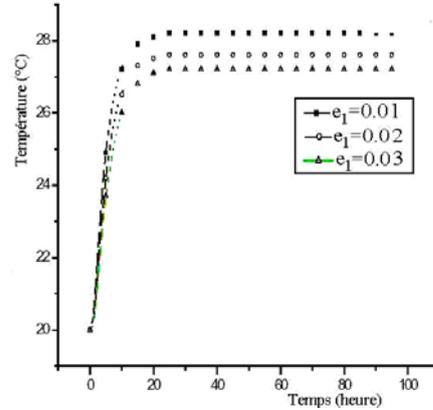


Fig. 3: Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la première couche en plâtre

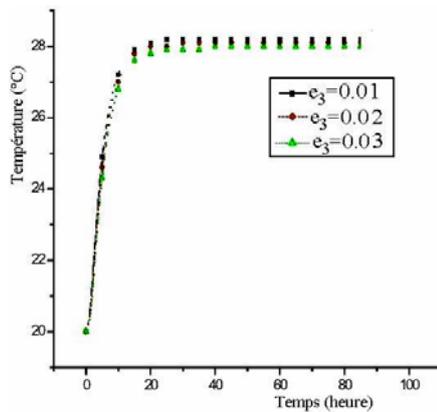


Fig. 4: Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la couche externe en mortier

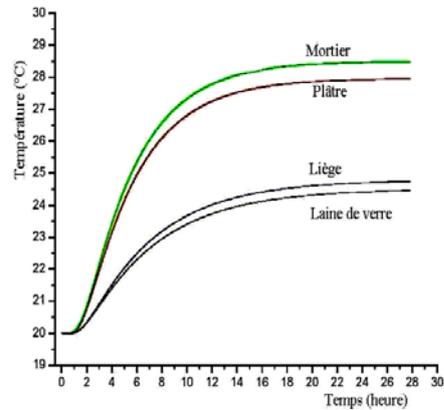


Fig. 5: Evolution de la température interne du mur en fonction de la nature du matériau de la couche interne

3.2 Cas où le flux incident et la température extérieure sont variables

On propose un flux solaire et une température extérieure variable suivant les relations (2), qui donnent l'allure représentée sur les figures 8 et 9, qui est très proche des valeurs du climat du sud.

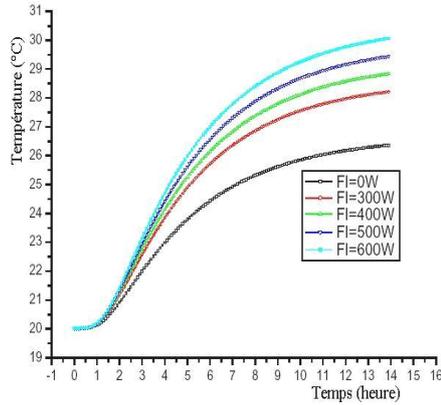


Fig. 6: Evolution de la température interne du mur en fonction du flux incident

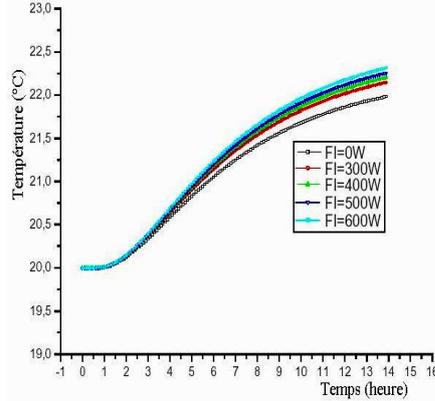


Fig. 7: Evolution de la température interne du mur en fonction du flux incident

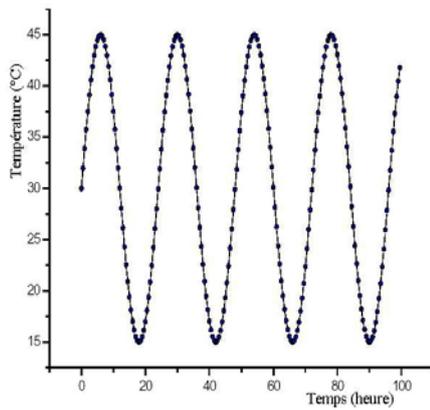


Fig. 8: Variation de température du fluide extérieur

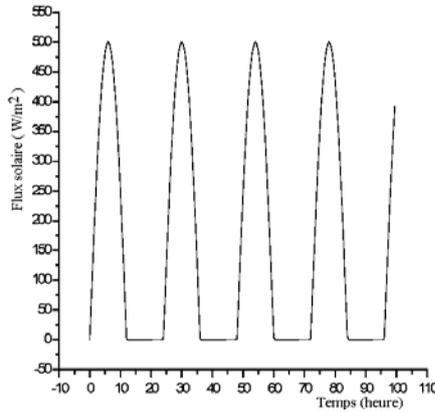


Fig. 9: Variation du flux solaire

Dans ce cas, on retrouve les mêmes remarques énoncées ci-dessus sur l'amplitude de la température interne. Le caractère périodique du flux incident et de la température externe du milieu ambiant se traduit par un déphasage qui augmente en fonction de l'épaisseur de chaque couche. Celui-ci est plus nuancé dans le cas de la variation de la deuxième couche et il l'est beaucoup moins dans le cas des deux autres couches 1 et 3.

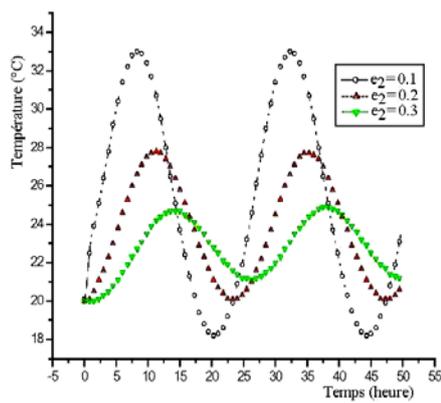


Fig. 10: Evolution de la température interne en fonction de l'épaisseur de la couche intermédiaire

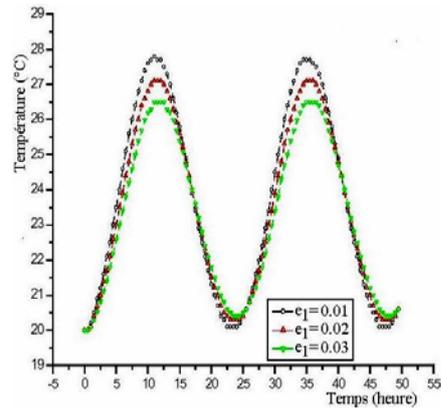


Fig. 11: Evolution de la température interne du mur en fonction de l'épaisseur de la première couche

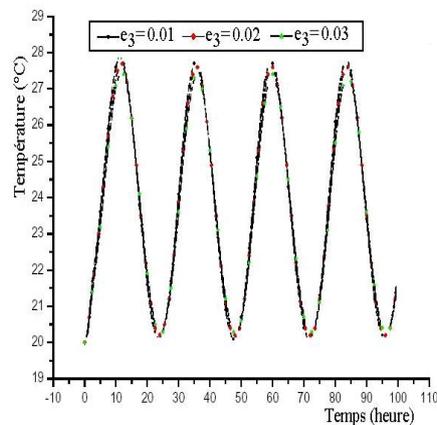


Fig. 12: Evolution de la température de la paroi intérieure en fonction de l'épaisseur de la 3^{ème} couche

4. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons proposé un modèle thermique transitoire de prédiction de la distribution de la température d'un mur multicouche soumis à des conditions thermiques variables proches de celles du sud du Maghreb, où il est question d'un flux solaire variable et des transferts thermiques convectifs à l'intérieur et à l'extérieur.

Les résultats numériques obtenus montrent qu'il est possible de choisir et d'optimiser les matériaux qui composent le mur multicouche en fonction des objectifs

fixés en terme de température interne et par suite en terme de consommation énergétique et électrique.

Enfin, la nature poreuse de ces matériaux et le caractère humide du milieu ambiant nécessitent forcément la prise en compte des couplages massique et thermique au sein de ces matériaux. Un tel travail est en cours.

NOMENCLATURE

C_i : Chaleur spécifique {J/kg.K}, $i = 1, 2, 3$	e_i : Epaisseur de la couche {i (m)}, $i = 1, 2, 3$
f_i : Flux solaire absorbé { W /m ² }	K : Nombre de pas de temps
h_i : Coefficient de convection, {W/m ² .K}, $i = 1, 2, 3$	T_{fi} : Température extérieure, {°C}, $i = 1, 2$
t : Temps { s }	N_i : Nombre de pas dans la couche i
Symboles grecs	T : Température { °C }
ρ_i : Masse volumique {kg/m ³ }	λ_i : Conductivité thermique {W/m.K}
α_i : Diffusivité thermique {m ² /s}	

REFERENCES

- [1] Prabal Talukdar, Stephen O. Olutmayin, Olalekan F. Osanyintola and Carey J. Simonson, 'An Experimental Data Set for Benchmarking 1-D, Transient Heat and Moisture Transfer Models of Hygroscopic Building Materials', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, N°25-26, pp. 4527 – 4539, 2007.
- [2] S.A. Al-Sanea, M.F. Zedan and S.A. Al-Ajlan, 'Effect of Electricity Tariff on the Optimum Insulation Thickness in Building Walls as Determined by Dynamic Heat Transfer Model', Applied Energy, Vol. 82, N°4, pp. 313 – 330, 2005.
- [3] E. Wurtz, L. Mora, K.C. Mendonca et C. Maalouf, 'Modélisation des Transferts de Chaleur et de Masse dans l'Environnement de Simulation Simspark', Journée INES-LAMA, 2004.
- [4] N. Mendes and P.C. Philippi, 'A Method for Predicting Heat and Moisture Transfer through Multilayered Walls Based on Temperature and Moisture Content Gradients', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, N°1, pp. 37 – 51, 2005.
- [5] N. Mendes, P.C. Philippi and R. Lamberts, 'A New Mathematical Method to Solve Highly Coupled Equation of Heat and Mass Transfer in Porous Media', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, N°3, pp. 509 – 518, 2002.
- [6] Curtis F. Gerald, 'Applied Numerical Analysis' Addison Wesley Publishing Company, 1978.
- [7] M. Boumahrat et A. Gourdin, 'Méthodes Numériques Appliqués', Office des Publications Universitaires, Algérie, 1993.
- [8] J. Taine et J. P. Petit, 'Transferts Thermiques', Edition Dunod, 2003.
- [9] H. Li, J.S. Zhang, T.Q. Dang, 'Heat, Air, Moisture and VOC Transport in Building Envelopes', Environmental Quality Systems, 2003.
- [10] A. Hussain, A. Seidel-Morgenstern and E. Tsotsas, 'Heat and Mass Transfer in Tubular Ceramic Membranes for Membrane Reactors', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, N°13-14, pp. 2239 – 2253, 2006.