

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

MEMOIRE

Présenté

AU DEPARTEMENT DE MECANIQUE
FACULTE DE TECHNOLOGIE
UNIVERSITE DE BATNA

Pour l'obtention du diplôme

MAGISTERE EN GENIE MECANIQUE

Option: Energétique

Par

SAHLI YOUCEF

ETUDE NUMERIQUE TRIDIMENTIONNELLE
DES PHENOMENES DE TRANSFERT DE CHALEUR
DANS LA PILE A COMBUSTIBLE SOFC PLANAIRE

Soutenue publiquement le 31/01/2013 devant le jury composé de:

BEN MOUSSA Hocine	Prof., Univ. Batna	Président
ZITOUNI Bariza	Prof., Univ. Batna	Rapporteur
SI AMEUR Mohamed	Prof., Univ. Batna	Examineur
HECINI Mabrouk	Prof., Univ. Biskra	Examineur

*« Je pense q'un jour l'hydrogène
et l'oxygène seront les sources
inépuisables fournissant chaleur
et lumière. »*

Jules Verne dans l'Ile Mystérieuse, 1874.

Je dédie ce travail:
A ma famille
A tous mes amis et collègues
A tous ceux qui m'ont aidé à finir ce
mémoire.

SAHLI Youcef

Remerciements

Au nom de dieu le miséricordieux par essence et par excellence.

Je tiens à remercier vivement le professeur **ZITOUNI Bariza** du département de technologie alimentaire, institut des sciences vétérinaires et des sciences agronomiques de l'université Hadj Lakhdar Batna pour m'avoir fait confiance et encadré au cours de ce travail.

Je remercie également les professeurs membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'apporter leur jugement critique sur cette étude : Monsieur **BEN MOUSSA Hocine**, président du jury, Messieurs **HECINI Mabrouk** et **SI AMEUR Mohamed** examinateurs de ce travail, sans oublier les défunts **ABDELHAMID Chaouki** et **ZEROUAL Mostefa** décédés en juin et août 2012, que je regrette avec grande affection leur décès.

Enfin, je remercie toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Nomenclatures

paramètres	Signification	Unité
σ	Conductivité électrique	$[\Omega^{-1}m^{-1}]$
E_{Nernst}	Potentiel de Nernst	V
E	Potentiel idéal d'une cellule	V
E^0	Potentiel standard	V
n	Nombre des électrons	/
R	Constante universel du gaz	$J/mol.K$
T	Température	K
P	Pression	bar
F	Constante de Faraday	C/mol
i	Densité de courant	A/m^2
S	Source thermique	W/m^3
$S_{\text{ohm, an}}$	Source ohmique dans l'anode	W/m^3
$S_{\text{ohm, cat}}$	Source ohmique dans la cathode	W/m^3
$S_{\text{ohm, elec}}$	Source ohmique dans l'électrolyte	W/m^3
$S_{\text{ohm, inter}}$	Source ohmique dans l'interconnecteur	W/m^3
W_{el}	Travail électrique maximal	J/mol
λ	Conductivité thermique	$W/m.K$
t	Temps	S
C_p	Chaleur massique	$J/Kg.K$
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
L_x	Largeur de la cellule suivant l'axe (X)	μm
L_y	Epaisseur de la cellule suivant l'axe (Y)	μm
L_z	Longueur de la cellule suivant l'axe (Z)	μm
Δx	Pas suivant l'axe (X)	/
Δy	Pas suivant l'axe (Y)	/
Δz	Pas suivant l'axe (Z)	/

Indices

indices	Signification
an	anode
cat	cathode
élec	électrolyte
inter	interconnecteur
ohm	ohmique
act	activation
conc	concentration
H_2O	Vapeur d'eau
O_2	oxygène
H_2	Hydrogène
max	maximale
min	minimale

1. Liste des figures

- Fig. I.1** Composition d'une pile SOFC.
- Fig. I.2** Principe de fonctionnement d'une pile à combustible SOFC.
- Fig. I.3** pertes de tension en fonction de la densité de courant au niveau d'une P A C.
- Fig. I.4** Schéma de la pile à combustible SOFC planaire a anode supporté.
- Fig. II.1** Schéma de la démarche de résolution.
- Fig. II.2** Schéma d'une pile SOFC planaire.
- Fig. II.3** Schéma d'un étage de cellules.
- Fig. II.4** Schéma de l'élément étudié.
- Fig. II.5** Conditions aux limites d'une cellule élémentaire.
- Fig. II.6** Volume de contrôle tridimensionnel.
- Fig. II.7** Volume de contrôle des interfaces interconnecteur/électrode/électrolyte.
- Fig. II.8** Volume de contrôle des conditions aux limites type Neumann.
- Fig. III.1** Champ de température suivant une cellule avec anode supportée.
- Fig. III.2** Champ de température suivant une cellule avec électrolyte supporté.
- Fig. III.3** Champ de température suivant une cellule avec cathode supportée.
- Fig. III.4** Champ de température suivant une cellule avec même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile.
- Fig. III.5** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0$ et $x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque configuration.
- Fig. III.6** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque configuration.
- Fig. III.7** Champ de température pour une valeur imposée de densité de courant ($i=4000$ A/m²).
- Fig. III.8** Champ de température pour une valeur imposée de densité de courant ($i=6000$ A/m²).
- Fig. III.9** Champ de température pour une valeur imposée de densité de courant ($i=12000$ A/m²).
- Fig. III.10** Champ de température pour une valeur imposée de densité de courant ($i=20000$ A/m²).
- Fig. III.11** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque valeur de densité de courant.
- Fig. III.12** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour chaque valeur de densité de courant.
- Fig. III.13** Evolution de la température maximale en fonction de la densité de courant.
- Fig. III.14** Champ de température dans une cellule avec cinq millimètres de longueur.
- Fig. III.15** Champ de température dans une cellule avec un centimètre de longueur.
- Fig. III.16** Champ de température dans une cellule avec deux centimètres de longueur.
- Fig. III.17** Champ de température dans une cellule avec quatre, cinq et sept centimètres de longueur.
- Fig. III.18** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile pour chaque longueur de cellule.
- Fig. III.19** Evolution de la température maximale en fonction de la longueur de cellule et la variation maximale de la température à la sortie de la cellule.
- Fig. III.20** Champ de température pour une même température d'entrée des gaz égale à 913K, cas symétrie des étages de cellules.
- Fig. III.21** Champ de température pour une même température d'entrée des gaz égale à 1173K, cas symétrie des étages de cellules.
- Fig. III.22** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque valeur de température d'entrée des gaz, cas de symétrie de cellules.
- Fig. III.23** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour chaque valeur de température d'entrée des gaz. cas de symétrie de cellules.

- Fig. III.24** Champ de température pour les différentes températures d'entrée des gaz égale à 873 et 1143 K, cas symétrie des étages de cellules.
- Fig. III.25** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour les différentes valeurs de température d'entrée des gaz, cas de symétrie de cellules.
- Fig. III.26** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour différentes valeurs de température d'entrée des gaz. cas de symétrie de cellules.
- Fig. III.27** Champ de température pour une même température d'entrée des gaz égale à 913K, cas répétitions des étages de cellules.
- Fig. III.28** Champ de température pour une même température d'entrée des gaz égale à 1173K, cas répétitions des étages de cellules.
- Fig. III.29** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque valeur de température d'entrée des gaz, cas de répétition de cellules.
- Fig. III.30** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour chaque valeur de température d'entrée des gaz. cas de répétition de cellules.
- Fig. III.31** Champ de température pour des différentes températures d'entrée des gaz égale à 873 et 1143 K, cas répétitions des étages de cellules.
- Fig. III.32** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour les différentes valeurs de température d'entrée des gaz, cas de répétition de cellules.
- Fig. III.33** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); différentes valeurs de température d'entrée des gaz. cas de répétition de cellules.
- Fig. III.34** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque valeur de température d'entrée des gaz.
- Fig. III.35** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour chaque valeur de température d'entrée des gaz.
- Fig. III.36** Evolution de la température maximale en fonction de la température d'entrée des gaz.
- Fig. III.37** Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour les différentes valeurs de température d'entrée des gaz.
- Fig. III.38** Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); différentes valeurs de température d'entrée des gaz.

2. Liste des tableaux

- Tableau I.1** Expressions de la conductivité électrique. [12]
- Tableau II.1** Expressions de la conductivité électrique.
- Tableau II.2** Conditions aux limites.
- Tableau II.3** Expressions de la conductivité électrique modélisées.
- Tableau II.4** Dimensions du cœur de la cellule suivant chaque type de pile.
- Tableau II.5** Dimensions de l'interconnecteur et les canaux de la pile.
- Tableau II.6** Valeurs des conductivités thermiques.
- Tableau II.7** Valeurs des températures d'entrée des gaz (K).
- Tableau II.8** Valeurs des densités de courant maximal.
- Tableau III.1** Localisation de la température maximale pour chaque configuration géométrique à la sortie de la cellule.
- Tableau III.2** Valeurs maximales des températures en fonction des densités du courant.
- Tableau III.3** Valeurs maximales de la température en fonction de la longueur de la cellule.

Tables de matières

Dédicace	
Remerciement	
Nomenclature et symboles	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Tables de matières	
Introduction générale	-1-

Chapitre I Etude bibliographique

Introduction	-3-
I.1.Modèle physique	-3-
I.1.1.Paramètres physiques	-3-
I.1.1.1.Composants d'une pile SOFC	-3-
I.1.1.2.Principe de fonctionnement	-4-
I.1.1.3.Matériaux de construction	-5-
I.1.1.4.Conditions de fonctionnement	-7-
I.1.1.4.1.Température de fonctionnement	-7-
I.1.1.4.2.Température d'entrée des gaz	-7-
I.1.2.Etudes électrochimiques	-7-
I.1.2.1.Force électromotrice	-7-
I.1.2.2.Caractéristique tension-courant des piles à combustible	-8-
I.1.2.3.Différentes Pertes de Tension	-8-
I.2.Modélisations des phénomènes de transfert de chaleur	-10-
I.2.1.Modélisations unidimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur	-10-
I.2.2.Modélisations bidimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur	-14-
I.2.3.Modélisations tridimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur	-18-

Chapitre II Modélisation mathématique tridimensionnelle des phénomènes thermiques

Introduction	-25-
II.1.Méthode de résolution	-25-
II.2.Domaine de calcul	-26-
II.3.Hypothèses simplificatrices	-26-
II.4.Equations régissant le phénomène du transfert thermique	-27-
II.4.1.Interconnecteur	-27-
II.4.2.Electrolyte	-27-
II.4.3.Anode	-28-
II.4.4.Cathode	-28-
II.4.5.Canaux anodique et cathodique	-29-
II.5.Expressions de la conductivité électrique	-29-
II.6.Conditions aux limites	-30-
II.7.Discrétisation des équations par la méthode des différences finies	-30-

II.7.1.Approche aux différences finies	-31-
II.7.2.Discrétisation	-31-
II.7.2.1.Eléments solides	-32-
II.7.2.2. Fluides aux canaux	-34-
II.7.2.3.Expressions de la conductivité électrique	-34-
II.7.2.4.Interfaces entre interconnecteur/électrode/électrolyte	-35-
II.7.2.5.Conditions aux limites	-36-
II.8.Résolution du système d'équations	-37-
II.7.1.Méthode de Gauss Seidel	-37-
II.7.2.Condition de convergence (critère d'arrêt)	-38-
II.7.3.Temps de calcul	-38-
II.9.Tableaux des données	-39-
II.10.Structure de programme	-40-
II.11.Organigramme de la méthode	-41-

Chapitre III

Résultats et interprétation

Introduction	-42-
III.1.Champs de température suivant chaque type de cellule	-42-
III.2.Champs de température suivant les différentes valeurs de densité du courant imposé.	-49-
III.3.Champs de température suivant différentes longueurs de la cellule	-57-
III.4.Champs de température suivant les valeurs de température d'entrée des gaz	-64-
III.4.1.Champs de température suivant les valeurs de la température d'entrée des gaz pour une symétrie des étages de cellule	-64-
III.4.1.1. Mêmes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux	-65-
III.4.1.2. Différentes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux	-68-
III.4.2.Champ de température suivant les valeurs de température d'entrée des gaz pour une répétition des étages de cellule	-71-
III.4.2.1.Mêmes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux	-71-
III.4.2.2.Différentes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux	-74-
III.4.3.Comparaison entre la répétition et la symétrie des étages des cellules	-77-
III.4.3.1. Mêmes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux	-77-
III.4.3.2. Différentes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux	-80-
Conclusion générale	-83-
Références bibliographiques	
Résumé	

Introduction générale

Le XXI^{ème} siècle est confronté à un défi énergétique. La demande énergétique mondiale, en particulier dans le domaine des transports, croît de façon massive et inéluctable. Selon les projections établies par l'AIE (Agence Internationale de l'Energie), la demande mondiale en énergie primaire pourrait connaître un taux de croissance de 1,6% par an durant les 25 prochaines années (**à partir de 2007**), notamment à cause des transports (terrestres, aériens et maritimes). L'accroissement du prix du pétrole a contribué à raviver les inquiétudes sur les réserves de pétrole disponibles. La masse totale de pétrole présente dans la nature correspond à 10 000 à 12 000 milliards de baril, mais seuls 60% sont extractibles (ces chiffres ne prennent en compte que les gisements connus). Enfin les conflits géopolitiques représentent une autre menace importante quant à une possible rupture d'approvisionnement en pétrole. En effet, les réserves mondiales sont concentrées au-delà de 60% dans le golfe arabo-persique, régulièrement secoué par de violents conflits [1].

Parallèlement, la question du changement climatique se pose de façon de plus en plus urgente. Les derniers travaux de GIEC (Groupe Intergouvernemental d'experts sur l'Evolution du Climat), publiés en février 2007, affirment que « le réchauffement du système climatique est sans équivoque » et qu'il est « très probablement » dû aux émissions de gaz à effet de serre. La population mondiale découvre le problème: prix Nobel de la paix 2007 pour Al Gore et son action en faveur de l'écologie, et au niveau de la France, récente tenue du Grenelle de l'environnement. Il s'agit donc de préparer l'avenir en s'engageant dans une transition énergétique. Cette prise de conscience collective vis-à-vis de l'environnement et de notre dépendance au pétrole s'est traduite en chiffre : le parlement européen a décidé d'allouer 2,4 milliards d'euros à la recherche sur l'énergie pour la période 2007-2013 [1].

La solution proposée par les experts et adoptée par la majorité des décideurs est la diversification énergétique, en utilisant de nouvelles techniques de production plus propres. Le photovoltaïque, l'éolien, la géothermie, ou encore les piles à combustible, vivent donc à des degrés différents, une phase de transition de l'étape de projet pilote à celle de produit fini. Ainsi les piles à combustible, parmi lesquelles se trouvent les piles à combustible à électrolyte solide (SOFC: Solid Oxide Fuel Cell), représentent l'une des technologies de conversion sérieusement envisagée afin de remplacer les convertisseurs d'énergie usuels tels que la chaudière domestique. Par exemple, dès 1983, la société Siemens Westinghouse réalise le premier prototype en technologie tubulaire de 300 W puis par la suite, produit le premier module de 5 kW comprenant 24 piles et fonctionnant à 1000°C en 1986 et enfin met en service un module de 100 kW à Arnhem aux Pays Bas en 1998, qui a fonctionné plus de 16000 heures et a été réinstallé à Essen en Allemagne en 2000 [1].

Cependant, le coût de fabrication des SOFC est relativement élevé et leur performance ainsi que leur durée de vie ne sont pas optimisées. En effet, le développement industriel des SOFC est freiné par leurs hautes températures de fonctionnement (800-1000°C), responsables du vieillissement prématuré des matériaux céramiques utilisés et du coût élevé des matériaux d'interconnexion tels que les chromites de lanthane. Les recherches se sont donc orientées depuis quelques années vers la réduction de la température de fonctionnement de ces dispositifs autour de 700°C afin, d'une part, de diminuer le coût de fabrication de la pile en rendant possible l'utilisation d'aciers inoxydables comme matériaux d'interconnexion et, d'autre part, de ralentir la dégradation des matériaux céramiques [1]. Néanmoins, l'abaissement de la température de fonctionnement affecte les performances électriques de la pile en entraînant une chute de la conductivité ionique au sein de l'électrolyte. Deux moyens sont envisagés pour lever ce verrou technologique : utiliser de nouveaux matériaux d'électrolyte meilleurs conducteurs ioniques à 700°C et/ou diminuer l'épaisseur de l'électrolyte

En continuité des travaux réalisés dans le cadre du mémoire de fin d'études d'ingénieur en mécanique option énergétique que j'ai présenté durant l'année universitaire 2007/2008 à l'université de Hadj Lakhdar, Batna, et des recherches scientifiques effectués par notre groupe concernant la pile à combustible à oxyde solide, le but de ce travail est d'analyser les champs tridimensionnels dans une cellule SOFC pour établir le comportement de la température avec les différents paramètres. La distribution de la température est déterminée en tenant compte seulement de la plus grande source de chaleur (source ohmique).

A cet effet, nous avons composé le mémoire de trois chapitres, le premier chapitre présente le modèle physique d'une pile à combustible de type SOFC et une étude bibliographique sur les différents paramètres géométriques, physiques et électrochimiques. Quant au deuxième chapitre, il est consacré à une étude numérique de transfert de chaleur dans le SOFC par la méthode des différences finies dans le cas stationnaire. Enfin le troisième chapitre regroupe les résultats et leurs interprétations, soit, les champs de température qui sont discutés suivant trois classes, à savoir: Les paramètres géométriques qui comportent les configurations géométriques et la longueur de la cellule; la densité du courant et la température d'entrée des gaz en dernier, et enfin, nous concluons cette étude.

Chapitre I

Etude bibliographique

Introduction

L'énergie électrochimique issue de la réaction par laquelle l'hydrogène et l'oxygène se combinent pour former l'eau, peut-être convertie en énergie électrique et en chaleur par la pile à combustible. Cette réaction peut se produire dans un domaine de température très large (80 à 1000°C). Pour une pile SOFC (Solid Oxide Fuel Cell) conçue pour fonctionner à 1000°C, son atout majeur est sa capacité de co-générer de l'électricité et de la chaleur.

Le chapitre que nous avons consacré à cette étude est constitué de deux parties, dans la première partie nous essayons de présenter le modèle physique d'une pile à combustible de type SOFC, quant à la deuxième partie, elle concerne une étude bibliographique sur la modélisation des phénomènes de transfert de chaleur.

I.1.Modèle physique

Le modèle physique est exposé selon deux parties. La première partie traite les paramètres physiques des composants d'une pile à électrolyte solide SOFC, le principe de fonctionnement dans son cas général et les matériaux de construction de chaque élément de la pile et enfin les conditions de son fonctionnement. La deuxième partie présente une étude électrochimique où nous étudions la force électromotrice, les caractéristiques tensions-courant des piles à combustible et les différentes pertes de tension.

I.1.1.Paramètres physiques

I.1.1.1.Composants d'une pile SOFC

Une pile à combustible est un système électrochimique (convertisseur d'énergie) qui convertit directement l'énergie chimique d'une réaction d'oxydoréduction en énergie électrique. La réaction s'opère au sein d'une structure essentiellement composée de deux électrodes garnies de catalyseurs et séparées par un électrolyte (matériau qui bloque le passage des électrons issus de l'oxydo-réduction, mais laisse circuler les ions).

La cellule électrochimique élémentaire est constituée de quatre composants, à savoir, l'anode, l'électrolyte, la cathode et les interconnecteurs. Pour les trois premiers éléments, il suffit d'empiler les éléments en série pour obtenir une tension suffisante, quant au quatrième élément, soit les plaques bipolaires (les interconnecteurs), ils permettent l'assemblage des pièces entre les trois premiers éléments, elles ont aussi la fonction de séparer les gaz comburant et combustible en sus de collecter les électrons (**Figure I.1**).

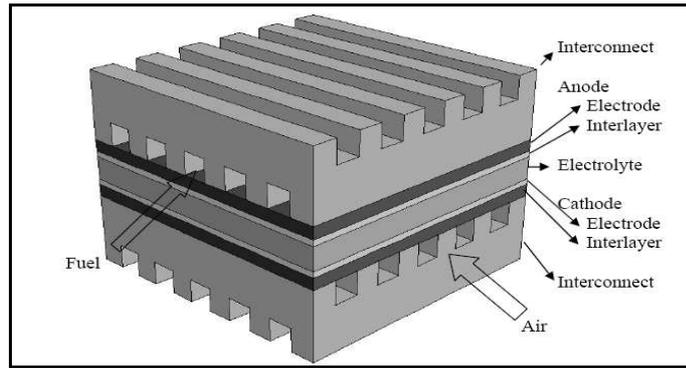


Fig.I.1. Composition d'une pile SOFC [2].

I.1.1.2.Principe de fonctionnement

Une pile à combustible permet de transformer l'enthalpie libre d'une réaction d'oxydation en énergie électrique, elle se compose essentiellement d'une cellule qui est constituée de trois couches, à savoir:

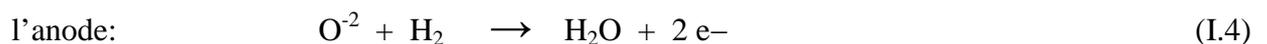
- une anode,
- une cathode,
- un électrolyte purement ionique.

De façon générale, le carburant est l'espèce réductrice qui est alimenté à partir de la partie anodique, alors que le comburant qui est l'oxydant, lui est alimenté à partir de la partie cathodique.

Dans le cas des SOFC, c'est le comburant qui traverse l'électrolyte pour réagir avec le carburant. C'est à dire, l'oxygène doit se réduire pour donner naissance aux ions oxonium qui peuvent traverser le conducteur purement ionique (I.1):



Cette réaction (I.2) ne se produit que par la somme des différentes réactions ayant lieu dans les électrodes, soit:



La réaction (I.3) montre la réduction de l'oxygène dans la cathode, les ions produits alors se diffusent à travers l'électrolyte vers l'anode pour réagir avec le carburant (I.4). Le principe de fonctionnement est schématisé dans la **Figure I.2**.

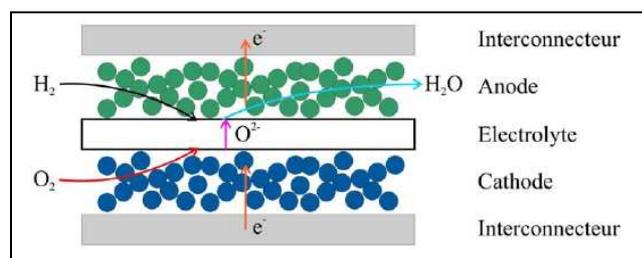


Fig.I.2. Principe de fonctionnement d'une pile à combustible SOFC [3].

I.1.1.3. Matériaux de construction

Les matériaux utilisés dans la construction de la pile, doivent être chimiquement stables à des hautes valeurs de la température, afin qu'aucune réaction chimique ne se produise entre eux de manière à éviter la formation de phases isolantes, aussi ils doivent être stables vis-à-vis des gaz utilisés (combustible et comburant). Les caractéristiques et propriétés des différents éléments constitutifs de la pile sont décrites ci- dessous.

a - L'anode

La réaction qui se produit au niveau de l'anode, est la recombinaison des ions O^{2-} par oxydation avec l'hydrogène H_2 , selon le bilan : $O^{2-} + H_2 \rightarrow H_2O + 2e^-$

L'anode est couramment constituée d'un type de céramique très particulier: le Cermet, comme son nom le suggère, il s'agit d'un matériau composé de céramique et d'un métal, par exemple le nickel, ce mélange conférera alors à l'anode des propriétés particulières, utiles au bon fonctionnement de la pile, ainsi le matériau d'anode doit satisfaire plusieurs conditions:

- Présenter une conductivité électronique élevée, 10 à 100 S/cm.
- Présenter une bonne activité catalytique vis-à-vis de la réaction (I.4).
- Avoir un coefficient de dilatation compatible avec ceux des autres composants.

b - La cathode

La réaction qui a lieu au niveau de la cathode, est la réduction de l'oxygène gazeux O_2 en anions O^{2-} , selon le bilan : $\frac{1}{2} O_2 + 2e^- \rightarrow O^{2-}$

La cathode est donc simultanément un collecteur de charges et le siège de la réduction de l'oxygène qui diffuse ensuite à l'état d'anion, suivant l'équation bilan évoquée plus haut. Cette double propriété, conducteur électronique et catalyseur de la réduction de l'oxygène, est assurée le plus couramment par des oxydes de structure pérovskite tel que le manganite de lanthane dopé. En effet, à cause de la haute température de fonctionnement de l'électrolyte solide, seuls les métaux nobles ou les oxydes conducteurs électroniques peuvent être utilisés comme

matériaux cathodiques. A l'heure actuelle c'est le manganite de lanthane dopé (**LaMnO₃**), qui est couramment utilisé. Les caractéristiques concernant la cathode sont:

- Avoir une conductivité électronique élevée, 10 à 100 S/cm à 900°C.
- Etre stable chimiquement sous air.
- Avoir de bonnes propriétés électrochimiques vis-à-vis de la réduction de l'oxygène.
- Avoir une bonne compatibilité mécanique et chimique avec les autres composants de la pile.

c - L'électrolyte

L'électrolyte est le composant central de la pile. Il sépare donc l'anode de la cathode, et laisse circuler les ions issus des réactions d'oxydoréductions effectuées au niveau des deux électrodes, c'est donc un corps solide ou fondu qui peut se décomposer sous l'action d'un courant électrique.

La zircone dopée à l'Yttrium avec 8 à 10% molaire de Y₂O₃, est l'électrolyte le plus connu, présente une conductivité purement ionique pour des températures supérieures à 800°C. Elle est très stable chimiquement et résiste très bien aux atmosphères oxydantes et réductrices d'utilisation. Le matériau de l'électrolyte doit satisfaire plusieurs conditions

- Etre stable chimiquement par rapport aux autres composants de la pile,
- Posséder de bonnes propriétés thermiques et mécaniques, comme par exemple une bonne résistance mécanique aux gradients thermiques,
- Posséder un coefficient de dilatation adapté à ceux des autres composants de la pile.

d - L'interconnecteur

Il a plusieurs rôles. Il permet d'assembler les cellules élémentaires, d'assurer le bon écoulement des charges électriques et leur géométrie doit permettre la distribution des gaz.

Il doit être stable en milieux réducteur et oxydant et possède une bonne conductivité électronique. Il doit par ailleurs posséder un coefficient de conduction thermique élevé afin d'évacuer la chaleur.

Les matériaux classiquement utilisés à haute température sont des chromites de lanthane LaCrO₃ diversement substitués (Ca, Sr sur le site du lanthanide et Mg, Ti, Ga, Fe...etc. sur le site du chrome).

De nombreuses recherches sont actuellement engagées pour optimiser les matériaux d'interconnecteur aux plus basses températures (700-800 °C) des aciers plus classiques et donc moins onéreux peuvent être avantageusement utilisés.

I.1.1.4. Conditions de fonctionnement

I.1.1.4.1. Température de fonctionnement

Elle se situe traditionnellement autour de 1000°C, mais la recherche de l'abaissement du coût et de l'amélioration de la tenue mécanique de la structure conduit les chercheurs à abaisser cette température autant que possible, tout en la maintenant au dessus de 650°C, quand on souhaite utiliser un hydrocarbure et procéder à un reformage interne (gaz naturel, par exemple).

Deux voies sont retenues pour abaisser la température :

- la recherche d'un électrolyte restant conducteur ionique à plus basse température, cette recherche étant contrariée par le fait que les électrolytes retenus (à base de terres rares) ont la fâcheuse propriété d'être suffisamment conducteurs électroniques pour abaisser sérieusement les performances.
- la mise en oeuvre de couches très minces avec l'électrolyte traditionnel (Zircone yttrée) pour en diminuer la résistance interne. C'est cette dernière technologie qui donne, jusqu'à maintenant, les résultats les plus prometteurs.

I.1.1.4.2. Température d'entrée des gaz

Dans le cas stationnaire: Les températures d'entrée pour les deux gaz dans les deux canaux de la pile (anodique, cathodique) sont généralement donnés par la même valeur. Ses températures sont compris entre (900 K à 1200 K). La pression d'entrée des deux gaz est souvent égale à (1 bar).

I.1.2. Etudes électrochimiques

I.1.2.1. Force électromotrice

L'équation de Nernst forme une relation entre le potentiel standard idéal et le potentiel idéal à l'équilibre, pour d'autres conditions de température et de pression, l'expression de Nernst pour la réaction (1-2) prend la forme:

$$E_{Nernst} = E^0 + \frac{RT}{2F} \left[\ln \left(\frac{P_{H_2} \cdot P_{O_2}^{0.5}}{P_{H_2O}} \right) \right] \quad (I.5)$$

La force électromotrice peut également être exprimée comme la variation d'énergies libres lors de la réaction entre l'hydrogène et l'oxygène.

Le travail électrique maximum (W_{el}) fourni par une pile à combustible travaillant à température et à pression constante est donné par la variation de l'énergie libre de la réaction:

$$W_{el} = \Delta G = -n.F.E \quad (I.6)$$

Si l'on considère le cas où les réactifs et les produits sont à l'état standard, alors

$$\Delta G^0 = -nFE^0 \quad (\text{I.7})$$

Où n est le nombre d'électrons participant à la réaction, F est la constante de Faraday et vaut 96487 coulombs et E la tension à vide d'une cellule idéale et E^0 est le potentiel réversible standard, à température et pression donnée.

Pour une réaction générale on a :



Le changement d'énergie libre s'exprime par :

$$\Delta G = \Delta G^0 + RT \ln \frac{C^\gamma D^\delta}{A^\alpha B^\beta} \quad (\text{I.9})$$

La force électromotrice donc est :

$$E = E^0 + \frac{RT}{nF} \ln \frac{C^\gamma D^\delta}{A^\alpha B^\beta} \quad (\text{I.10})$$

I.1.2.2. Caractéristique tension-courant des piles à combustible

Pour caractériser le fonctionnement des piles à combustibles, des modèles assez complexes sont utilisés, prenant en compte le moindre détail dans la conception des cellules (dimensions physique, matériaux,...) et les propriétés physiques qui interviennent (phénomènes de transport, électrochimie, ...).

Lorsqu'un courant circule dans le circuit extérieur, le potentiel de la pile est plus faible que le potentiel théorique. Ceci est dû à différentes chutes de tension (polarisation ohmique, polarisation d'activation et polarisation de concentration etc....). Ces dernières existent au niveau des deux électrodes.

I.1.2.3. Différentes pertes de tension

Les pertes, appelées souvent polarisation, proviennent principalement de trois sources: la polarisation d'activation, la polarisation ohmique et de la polarisation de concentration. Ces pertes entraînent, pour une pile de potentiel idéal E , une chute de la tension notée par « perte ».

$$V = E - \text{pertes} \quad (\text{I.11})$$

a - Polarisation d'activation

La polarisation d'activation est présentée quand le taux d'une réaction électrochimique à la surface de l'électrode est contrôlé par le ralentissement de la cinétique pour cette électrode. En d'autres termes, la polarisation d'activation est directement liée au taux de la réaction électrochimique. Dans les deux cas, pour qu'une réaction chimique ou électrochimique puisse démarrer et les réactifs doivent dépasser une barrière d'activation. Dans le cas d'une réaction

électrochimique où les pertes d'activation (η_{act}) sont supérieures à 50-100 mV, η_{act} est décrit par l'équation générale suivante.

$$\eta_{act} = \frac{RT}{\alpha n F} \ln \frac{i}{i_0} \quad (I.12)$$

Où a est le coefficient de transfert électronique, i est la densité de courant traversant la pile, i_0 est la densité de courant d'échange et R la résistance totale de la pile.

b - Polarisation Ohmique

Les pertes ohmiques sont dues à la résistance que rencontre le flux d'ions en traversant l'électrolyte et à la résistance que rencontrent les électrons dans les électrodes et le circuit électrique. L'électrolyte et les électrodes obéissent à la loi d'Ohm. Les pertes ohmiques sont données par l'équation suivante:

$$\eta_{Ohm} = i.R = i \cdot \sum_{an}^{cat} \frac{e_k}{\sigma_k} \quad (I.13)$$

Où R est la résistance effective de la cellule, e_k est l'épaisseur de chaque élément et σ_k la conductivité électrique de chaque composant.

c - Polarisation de concentration

La polarisation de concentration peut être exprimée par l'équation suivante:

$$\eta_{conc} = \frac{RT}{nF} \ln \left(1 - \frac{i}{i_L} \right) \quad (I.14)$$

Où i_L est la densité de courant limite ($i_L = 4.10^4 \text{ A/m}^2$).

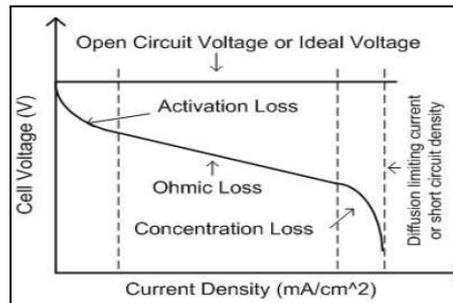


Fig.I.3. Différents types de pertes de tension en fonction de la densité de courant pour une PAC [4].

Comme on peut le constater sur la (**figure I.3**), à faible densité de courant, la polarisation d'activation est dominante. Les pertes ohmiques, qui sont directement proportionnelles à la densité de courant, deviennent ensuite prépondérantes sur une large gamme de densité de courant. Et enfin, à hautes densités de courant, les pertes dues au transport du gaz deviennent dominantes.

I.2. Modélisations des phénomènes de transfert de chaleur

On présente dans ce qui suit, une synthèse bibliographique sur les modèles de transfert de chaleur dans la pile SOFC planaire. Plus d'intérêt sera porté à la description des différents modèles de transfert de chaleur et les expressions des termes sources utilisés par chaque auteur.

I.2.1. Modélisations unidimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur

P. Aguiar et al [5], ont réalisé une étude numérique unidimensionnelle et instationnaire pour obtenir les variations de la tension de la cellule sur une pile SOFC planaire à anode supporté **Fig.I.4**. Le modèle utilisé prend en considération l'influence du transfert de chaleur par rayonnement entre le cœur de la pile (électrode positive, l'électrolyte, l'électrode négative) et les plaques de séparation (interconnecteur). Ils considèrent que le transfert de chaleur se fait par convection dans les canaux et entre les composants solides de la cellule et les gaz, et par conduction à travers les composants solides. Les coefficients de transfert de chaleur entre les gaz et les parties solides sont calculés par l'utilisation du nombre de Nusselt. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

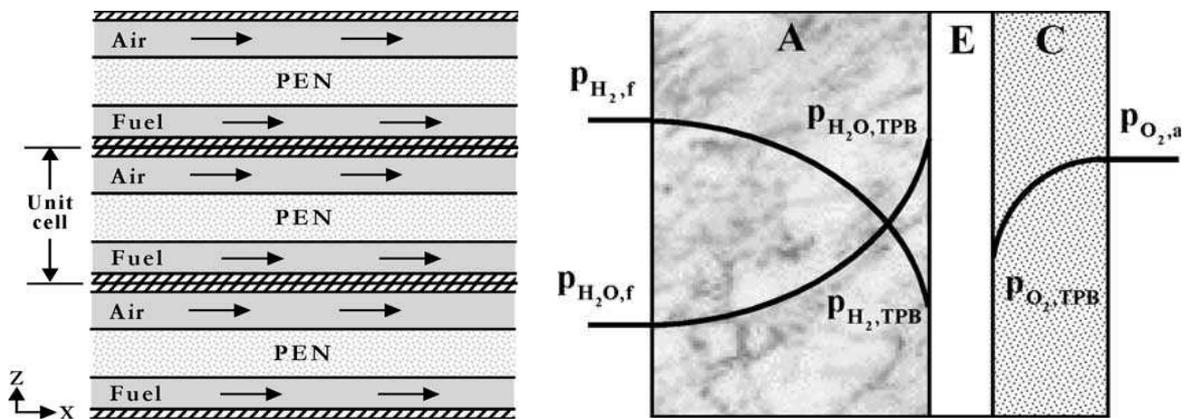


Fig.I.4. Schéma de la pile à combustible SOFC planaire à anode supporté.[5]

a- Les canaux de la pile

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal anodique est donnée par

$$\rho.C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -u \cdot \rho.C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{h_{f-PEN}(T_{PEN} - T)}{Ha} + \frac{h_{f-int}(T_{int} - T)}{Ha} + \sum_{i=1,2} \frac{(-\Delta H.K)_i}{Ha} \quad (I.15)$$

Où Ha est la hauteur de canal, et K est le débit molaire par unité de surface des réactions suivantes:



h est le coefficient de transfert de chaleur par convection, il est donné par les équations (I.17 et I.18).

$$h_{f-an} = h_{f-int} = Nu \cdot \frac{\lambda_f}{dh_f} \quad (I.17)$$

$$h_{f-cat} = h_{a-int} = Nu \cdot \frac{\lambda_a}{dh_a} \quad (I.18)$$

Le nombre de Nusselt Nu est constant et égal à 3.09, dh_f , dh_a sont les diamètres hydrauliques des canaux anodique et cathodique, ils sont donnés par

$$dh_a = dh_f = dh = \frac{2W \cdot Ha}{W + Ha} \quad (I.19)$$

L'équation gouvernante le transfert de chaleur dans le canal cathodique est donnée par

$$\rho C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -u \cdot \rho C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{h_{f-PEN} (T_{PEN} - T)}{Ha} + \frac{h_{a-int} (T_{int} - T)}{Ha} + \sum_{l=i,ii} \frac{(-\Delta H \cdot K)_l}{Ha} \quad (I.20)$$

b- La partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le cœur de la pile est donnée par

$$\rho C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{PEN} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h_{f-PEN} (T - T_f)}{Ha_{PEN}} - \frac{h_{a-PEN} (T - T_a)}{Ha_{PEN}} + \frac{(-\Delta H \cdot K)_4 - i \cdot V}{Ha_{PEN}} + \frac{\sigma (T_l^4 - T_{PEN}^4)}{Ha_{PEN} \left(\frac{1}{Ha_l} + \frac{1}{Ha_{PEN}} - 1 \right)} \quad (I.21)$$

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans l'interconnecteur est donnée par:

$$\rho C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_l \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h_{f-l} (T - T_f)}{Ha_l} - \frac{h_{a-l} (T - T_a)}{Ha_l} - \frac{\sigma (T_l^4 - T_{PEN}^4)}{Ha_l \left(\frac{1}{Ha_l} + \frac{1}{Ha_{PEN}} - 1 \right)} \quad (I.22)$$

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nul aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

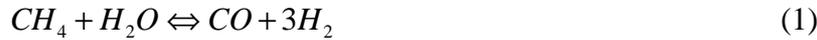
Lijin Wang et al [6] ont développé un modèle mathématique unidimensionnel et instationnaire pour étudier les variations des différents paramètres dans une Cella (SOFC) planaire à anode supportée. Le modèle prend en compte la variation des propriétés de gaz locales. Il peut non seulement tenir compte des caractéristiques des paramètres distribués de SOFC, mais aussi satisfaire à l'exigence de la simulation dynamique en temps réel. Le modèle considère que le flux thermique est transporté dans l'interconnecteur et dans le cœur de la pile par conduction, pendant ce temps, le flux thermique est transporté par convection entre les gaz et les éléments solides. Les coefficients de transfert de chaleur entre les gaz et les parties solides sont calculés par l'utilisation du nombre de Nusselt qui est supposé constant et égal à 3.09. En raison des températures élevées, l'énergie transportée par rayonnement entre la l'interconnecteur et le cœur de la pile est également incluse. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux da la pile

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal anodique est donnée par

$$\frac{\partial(\rho.e)}{\partial t} = -\frac{\partial(u.\rho.C_p.T)}{\partial x} + \frac{h_{f-PEN}(T_{PEN} - T)}{Ha} + \frac{h_{f-int}(T_{int} - T)}{Ha} + \sum_{i=1,2} \frac{(-\Delta H.K)_i}{Ha} \quad (I.23)$$

Où Ha , u sont la hauteur du canal et la vitesse de fuel, h est le coefficient de transfert de chaleur par convection et K est le débit molaire par unité de surface des réactions suivantes :



e est l'énergie interne, elle est donné par la formule suivante:

$$e = H - \frac{P}{\rho} \quad (I.25)$$

Où H , P et ρ sont respectivement l'enthalpie, la pression et la masse volumique, ΔH est la variation d'enthalpie, elle est donnée pour les équations 1,2,3,4 par

$$\Delta H_1 = \Delta H_1^0 - 16373.61 + R \left(7.951.T - 4.35.e^{-3T^2} + 0.7213.e^{-6.T^3} - \frac{0.097.e^5}{T} \right) \quad (I.26)$$

$$\Delta H_2 = \Delta H_2^0 - 7756.56 + R \left(1.86.T - 0.27.e^{-3T^2} + \frac{1.164.e^5}{T} \right) \quad (I.27)$$

$$\Delta H_3 = \Delta H_3^0 - 4097.22 + R \left(1.5985.T - 0.3875.e^{-3T^2} - \frac{0.1515.e^5}{T} \right) \quad (I.28)$$

Où ΔH° est la variation d'enthalpie à l'état standard.

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal cathodique est donnée par:

$$\frac{\partial(\rho.e)}{\partial t} = -\frac{\partial(u.\rho.C_p.T)}{\partial x} + \frac{h_{a-PEN}(T_{PEN} - T)}{Ha} + \frac{h_{a-int}(T_{int} - T)}{Ha} \quad (I.29)$$

b- La partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le cœur de la pile est donnée par:

$$\rho.C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{PEN} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{Ha_{PEN}} \left\{ \frac{h_{f-PEN}(T - T_f) + h_{a-PEN}(T - T_a) - [(-\Delta H.K)_3 - i.V]}{\sigma(T_I^4 - T_{PEN}^4)} \right\} \quad (I.30)$$

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans l'interconnecteur est donnée par:

$$\rho.C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_I \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{Ha_I} \left\{ h_{f-I}(T - T_f) + h_{a-I}(T - T_a) + \frac{\sigma(T_I^4 - T_{PEN}^4)}{\left(\frac{1}{Ha_I} + \frac{1}{Ha_{PEN}} - 1 \right)} \right\} \quad (I.31)$$

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

Suranat Wongchanapai et al [7] ont présenté un modèle numérique unidimensionnel et stationnaire pour analyser le rendement thermodynamique des cas co- et contre-courant d'une (SOFC) planaire à anode supporté. Le modèle développé a été validé en le comparant avec les résultats expérimentaux et simulés tirés de la littérature. Ce modèle est capable de capturer la répartition détaillée des températures, les concentrations des espèces, la densité de courant et les pertes de polarisation dans la direction longitudinale. Le processus de génération de chaleur et le transfert de chaleur considérés dans ce modèle sont la libération et l'absorption de chaleur résultant des réactions électrochimiques, la résistance électrique, le transfert de chaleur par convection entre la phase solide et les gaz et le transfert de chaleur par conduction dans la partie solide, le transfert de chaleur par rayonnement est négligé. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux da la pile

L'équation de conservation de l'énergie dans canal cathodique est donné par:

$$\rho.C_p.\Delta x.A_c.u.\frac{\partial T}{\partial x} - h.A_{s,air}.(T_s - T) = 0 \quad (I.32)$$

Où ρ est la densité d'air, C_p est la capacité thermique spécifique d'air et A_c est l'aire de la section transversale du canal cathodique. h est le coefficient de transfert de chaleur, il est donné par l'expression de Nusselt.

$$h = Nu.\frac{\lambda}{dh} \quad (I.33)$$

Où dh est le diamètre hydraulique du canal. Les valeurs du nombre de Nusselt de l'air et de fuel sont respectivement 4 et 6.2.

L'équation de l'énergie qui régit le canal du combustible est la suivante:

$$\rho.C_p.\Delta x.A_c.u.\frac{\partial T}{\partial x} - h.A_{s,fuel}.(T_s - T) = Q \quad (I.34)$$

Le terme source dans le canal anodique est exprimé comme suit:

$$Q = -y.\Delta H \quad (I.35)$$

b- La partie solide

l'équation de conservation d'énergie pour la partie solide de la cellule est donnée par:

$$\lambda.\Delta x.A_c.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + h_{air}.A_{s,air}.(T - T_{air}) + h_{fuel}.A_{s,fuel}.(T - T_{fuel}) = Q \quad (I.36)$$

A_c , $A_{s,air}$ et $A_{s,fuel}$ sont respectivement l'aire de la section transversale de la partie solide, l'aire de l'interface solide/air et l'aire de l'interface solide/fuel. La source de chaleur dans la structure solide Q est provoquée par l'effet des réactions électrochimiques, du méthane et le reformage de la vapeur et la perte ohmique, elle est donnée par l'équation suivante.

$$Q = x.\Delta H - z.T.\Delta S_{H_2} + i.A.\eta_{ohm} \quad (I.37)$$

Ou ΔH est la variation d'enthalpie de reformage de chaque substance, et x , y et z sont respectivement les débits molaires des substances CH_4 , CO et H_2 .

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

I.2.2.Modélisations bidimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur

Y. Inui et al [8] ont présenté un modèle instationnaire et bidimensionnel parallèle au sens d'écoulement dans une SOFC plane à électrolyte supporté, le modèle prévoit les variations de

polarisation (potentiel/densité de courant) et de la température. Le calcul de la température se fait par application de l'équation de conservation d'énergie dans toutes les parties de la pile. Le transfert de chaleur par convection entre la structure solide et les canaux est pris en compte par un terme de génération de chaleur, le transfert de chaleur par rayonnement est négligé. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux da la pile

L'équation gouvernante le transfert de chaleur dans le canal anodique est donnée par

$$\frac{d}{dx} \left\{ \sum_{i=1}^n h_i \cdot N_i \right\} = -\Delta N_r q_r + \Delta N_s q_s - w \frac{i}{2.F} (h_h - h'_v) - w_{ch} \alpha_{fge} (T_{fg} - T_e) - (w_{ch} + 2.l_{ch}) \alpha_{fgi} (T_{fg} - T_{fi}) \quad (I.38)$$

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal cathodique est donnée par

$$\frac{d}{dx} \left\{ \sum_{i=1}^n h_i \cdot N_i \right\} = -w \frac{i}{4.F} h_0 - w_{ch} \alpha_{age} (T_{ag} - T_e) - (w_{ch} + 2.l_{ch}) \alpha_{agi} (T_{ag} - T_{ai}) \quad (I.39)$$

Où N est le débit molaire du gaz [mol/s]. ΔN_s la variation de la vitesse en moles de monoxyde de carbone par unité de longueur [mol/s.m], q_s la génération de chaleur par unité de moles [j/mol], l_{ch} la hauteur de canal, α le coefficient de transfert de chaleur, ΔH_v est l'enthalpie par mole généré par l'oxydation d'une unité de l'hydrogène, E la force électromotrice, V_{af} et V_{aa} les surtensions d'activation au niveau des électrodes carburant et d'air, V_{re} , V_{rf} et V_{ra} la tension résistive au niveau de l'électrolyte/électrodes (cœur de la pile), l'interconnecteur côté anodique et cathodique, l et l_e Les hauteurs de la cellule et de électrolyte/électrodes, h l'enthalpie du gaz par unité molaire [j/mol], h' l'enthalpie par mole de gaz dans les électrodes / électrolyte [j/mol], w la hauteur de canal, w_{ch} la largeur de canal, l_{ch} la hauteur de canal, α le coefficient de transfert de chaleur. F est la constante de Faraday. Les indices h, v, e, fi, ai, fg, ag, fge et age sont respectivement l'hydrogène, vapeur d'eau, électrodes/électrolyte, interconnecteur coté fuel, interconnecteur coté air, fuel gaz, aire gaz, fuel gaz électrodes/électrolyte et aire gaz électrodes/électrolyte.

b- La partie solide

L'équation de chaleur gouvernant les éléments solides de la pile est donnée par :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S \quad (I.40)$$

Où S est le terme source, il est donné dans chaque partie solide par les équations suivantes :

Le cœur de la pile

$$S_e = \frac{1}{w.l_e} \left\{ w \frac{i}{2.F} \Delta H_v - w.i (E - V_{af} - V_{aa} - V_{re}) + w \frac{i}{2.F} \left(h_h - h'_v + \frac{1}{2} h_0 \right) \right. \\ \left. + w_{ch} \alpha_{fge} (T_{fg} - T_e) + w_{ch} \alpha_{agi} (T_{ag} - T_e) \right\} \quad (I.41)$$

L'interconnecteur partie anodique

$$S_{fi} = \frac{w \cdot i \cdot V_{rf} + (w_{ch} + 2 \cdot l_{ch}) \alpha_{fgi} (T_{fg} - T_{fi})}{w \left(\frac{l - l_e}{2} \right) - w_{ch} \cdot l_{ch}} \quad (I.42)$$

L'interconnecteur partie cathodique

$$S_{fi} = \frac{w \cdot i \cdot V_{ra} + (w_{ch} + 2 \cdot l_{ch}) \alpha_{agi} (T_{ag} - T_{ai})}{w \left(\frac{l - l_e}{2} \right) - w_{ch} \cdot l_{ch}} \quad (I.43)$$

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

C. Ozgur Colpan et al [9], ont présenté un modèle de transfert de chaleur bidimensionnel et instationnaire dans une SOFC. Le modèle englobe tous les modes de transfert de chaleur, la conduction, la convection et le rayonnement, il considère les polarisations, ohmique, d'activation et de concentration, Le modèle est validé par les résultats d'un test de référence et deux études numériques obtenues à partir de la littérature. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux de la pile

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal anodique est donnée par

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x} (H_i \cdot N_i) = \frac{h_{conv} (T_{PEN} - T) + h_{ray} (T_{int} - T) - \frac{i}{4 \cdot F} \cdot H_{O_2} \cdot \left(\frac{w}{w_{can}} \right)}{Ha_{can}} \quad (I.44)$$

L'équation gouvernante le transfert de chaleur dans le canal cathodique est donnée par

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x} (H_i \cdot N_i) = \frac{h_{conv} (T_{PEN} - T) + h_{ray} (T_{int} - T) + \left(\sum H_{prod} \cdot N_{prod} - \sum H_{react} \cdot N_{react} \right) \cdot \left(\frac{w}{w_{can}} \right)}{Ha_{can}} \quad (I.45)$$

Où N_i est le débit molaire, H est l'enthalpie spsifique et R est le nombre de Faraday.

b- La Partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans cœur de la pile est donnée par

$$\frac{\rho C_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\sum \Delta H \cdot N - iV}{Ha_{PEN}} \quad (I.46)$$

La condition à la limite électrolyte- canaux est donnée par l'équation (I.47)

$$-\lambda_{PEN} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{w_{can}}{w} \cdot \left[h_{conv} (T - T_{gaz}) + h_{ray} (T - T_{int}) \right] + \lambda_{int} \cdot \left(1 - \frac{w_{can}}{w} \right) \frac{(T - T_{int})}{Ha_{can}} \quad (I.47)$$

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans l'interconnecteur est donnée par

$$\frac{\rho C_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (I.48)$$

La condition à la limite Interconnecteur- canaux est donnée par l'équation suivante

$$-\lambda_{int} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{w_{can}}{w} \cdot [h_{conv} (T - T_{gaz}) + h_{ray} (T - T_{PEN})] + \lambda_{int} \cdot \left(1 - \frac{w_{can}}{w}\right) \frac{(T - T_a)}{Ha_{can}} \quad (I.49)$$

Où w et w_{can} sont les largeurs de la cellule et du canal, Ha_{can} est la hauteur de canal, h est le coefficient de transfert de chaleur convectif où radiatif.

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

Yau-Pin Chyou et al [10], se sont concentrés sur la conception et l'analyse thermique de la pile (SOFC), ils ont mis une isolation en tant que pièce jointe d'un pile SOFC pour réduire la perte de chaleur. En outre, ils ont aussi élaboré un modèle de transfert de chaleur bidimensionnelle pour l'analyse de conception simplifiée avec une méthodologie de calcul pour caractériser la performance thermique d'une SOFC planaire. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux de la pile

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans les canaux de la pile est donnée par

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial (Cp_i \cdot N_i \cdot T)}{\partial x} \cdot dx - A \cdot h \cdot (T_s - T) = Q \quad (I.50)$$

b- La partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans les éléments solide de la pile est donnée par

$$\left(\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dx \cdot dy \cdot dz - A_f h_f (T - T_f) - A_a h_a (T - T_a) = Q \quad (I.51)$$

Où Q est la source de chaleur, elle est donnée par la formule suivante

$$Q = -Q_f - Q_a - i \cdot (\eta_{Nernst} - \eta_{Ohm} - \eta_{act} - \eta_{con}) \quad (I.52)$$

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

I.2.3. Modélisations tridimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur

Y. Inui et al, [11], ont examiné en détail l'influence du rapport de mélange d'hydrogène et de monoxyde de carbone dans le carburant sur le rendement des piles SOFC planaires à électrolyte supporté, à l'aide d'un code de simulation numérique tridimensionnelle et instationnaire pour un seul étage de cellules. Ils ont précisé que les performances de la cellule sont presque les mêmes et excellentes, indépendamment du rapport de mélange d'hydrogène et de monoxyde de carbone dans l'état de fonctionnement nominal.

Le calcul de température se fait par application de l'équation de conservation d'énergie dans la partie solide de la pile. Les conditions aux limites sont données par le flux de chaleur nulle autour de la pile et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux da la pile

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal anodique est donnée par

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sum_{i=1}^n h_i \cdot N_i \right\} = \Delta N_s q_s - w \frac{i}{2.F} (h_h - h'_v) - w_{ch} \alpha_{fge} (T_{fg} - T_e) - (w_{ch} + 2.l_{ch}) \alpha_{fgi} (T_{fg} - T_{fi}) \quad (I.53)$$

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans le canal cathodique est donnée par

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sum_{i=1}^n h_i \cdot N_i \right\} =_s -w \frac{i}{4.F} h_0 - w_{ch} \alpha_{age} (T_{ag} - T_e) - (w_{ch} + 2.l_{ch}) \alpha_{agi} (T_{ag} - T_{ai}) \quad (I.54)$$

b- La partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans la partie solide de la pile est donnée par

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S \quad (I.55)$$

Dans le code de simulation utilisé, les effets de transfert de chaleur par convection sont pris en compte par un terme source de chaleur dans chaque partie solide de la pile.

Cœur de la pile

$$S_e = \frac{1}{w.l_e} \left\{ w \frac{i}{2.F} \Delta H_v - w.i (E - V_{af} - V_{aa} - V_{re}) + w \frac{i}{2.F} \left(h_h - h'_v + \frac{1}{2} h_0 \right) \right. \\ \left. + -w_{ch} \alpha_{fge} (T_{fg} - T_e) + (w_{ch} + 2.l_{ch}) \alpha_{agi} (T_{ag} - T_e) \right\} \quad (I.56)$$

L'interconnecteur partie anodique

$$S_{fi} = \frac{w \cdot i \cdot V_{rf} + (w_{ch} + 2 \cdot l_{ch}) \alpha_{fge} (T_{fg} - T_{fi})}{w \left(\frac{l - l_e}{2} \right) - w_{ch} \cdot l_{ch}} \quad (I.57)$$

L'interconnecteur partie cathodique

$$S_{fi} = \frac{w \cdot i \cdot V_{ra} + (w_{ch} + 2 \cdot l_{ch}) \alpha_{age} (T_{ag} - T_{ai})}{w \left(\frac{l - l_e}{2} \right) - w_{ch} \cdot l_{ch}} \quad (I.58)$$

Où N est le débit molaire du gaz [mol/s]. ΔN_s la variation de la vitesse d'écoulement en moles de monoxyde de carbone par unité de longueur par la réaction de déplacement [mol/s.m], q_s la génération de chaleur par unité de moles par la réaction de déplacement [j/mol], l_{ch} la hauteur de canal, α le coefficient de transfert de chaleur, ΔH_v est l'enthalpie par mole généré par l'oxydation d'une unité de l'hydrogène, E la force électromotrice, V_{af} et V_{aa} les surtensions d'activation au niveau des électrodes carburant et d'air, V_{re} , V_{rf} et V_{ra} la tension résistif tombe dans l'électrolyte / électrodes, l'interconnecteur côté anodique et l'interconnecteur côté cathodique, l et l_e Les hauteurs de la cellule et de électrolyte / électrodes, h l'enthalpie du gaz par unité molaire [j/mol], h' l'enthalpie par mole de gaz dans les électrodes / électrolyte [j/mol], w la hauteur de canal, w_{ch} la largeur de canal, l_{ch} la hauteur de canal, α le coefficient de transfert de chaleur. F est la constante de Faraday. Les indices h, v, e, fi, ai, fg, ag, fge et age sont respectivement l'hydrogène, vapeur d'eau, électrodes / électrolyte, interconnecteur coté fuel, interconnecteur coté air, fuel gaz, aire gaz, fuel gaz électrodes / électrolyte et aire gaz électrodes / électrolyte.

A. Chaisantikulwat et al [12] ont présenté un modèle tridimensionnel et instationnaire d'une SOFC planaire à anode supporté, il prévoit la courbe de polarisation (potentiel/densité de courant), les champs des fractions molaires, la vitesse, la température, les concentrations d'espèce et la distribution du courant dans la cellule ...etc. Le modèle est basé sur un transfert de chaleur par conduction dans la partie solide (interconnecteur et électrolyte) et un transfert de chaleur par convection et conduction dans les parties poreuses (électrodes) et utilise une conductivité thermique effective. Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux de la pile

Le transfert de chaleur dans les canaux de la pile, est gouverné par l'équation (I.59).

$$(\rho C_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} - \sum_{i=1}^n h_i \cdot x_i \right\} + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{i=1}^n h_i \cdot x_i \right\} + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} - \sum_{i=1}^n h_i \cdot x_i \right\} \end{array} \right\} + (\rho C_p)_f \cdot u \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (I.59)$$

Où h_i est l'enthalpie de l'espèce, X_i est la fraction de masse de l'espèce, i est l'espèce (chaque composants des gaz), u est la vitesse.

La convection et l'effet radiatif ont été utilisés comme condition aux limites le long des parois des canaux équation (1.8).

$$\left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = h_f (T_f - T_s) + e \cdot \sigma \cdot \beta \cdot (T_f^4 - T_s^4) \quad (I.60)$$

Où T_f est la température de fluide, T_s est la température de solide, e est l'émissivité de solide, σ est la constante de Stefan-Boltzmann, β est le facteur de vue radiatif (facteur de forme). Les Condition aux limites sont données par le flux de chaleur nulle autour de la pile. La résolution de ce modèle se fait par utilisation de Logiciel COMSOL (2005) basé sur la Méthode des élément fini.

b- La partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans la partie solide de la pile est donnée par

$$\frac{\partial}{\partial t} ((\rho C_p)T) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S \quad (I.61)$$

La conductivité thermique effective est donnée par

$$\lambda_{eff} = \varepsilon \cdot \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s \quad (I.62)$$

La source de chaleur prise est la somme des trois sources: source de chaleur due aux surtensions ohmique appliquée dans l'électrolyte, l'interconnecteur et les électrodes équation (1.63), les expressions de la conductivité électrique en fonction de la température sont montrées sur le tableau **II.1**, la source de chaleur due à la surtension d'activation appliquée aux interfaces électrode/électrolyte équation (1.64) et la source de chaleur chimique appliquée à l'interface anode/électrolyte équation (1.65).

$$S_{Ohm} = \frac{i^2}{\sigma} \quad (I.63)$$

Tableau II.1: Les expressions de la conductivité électrique. [12]

Composants	expressions
Electrolyte	$\sigma_{ele} = 3.34 \times 10^4 \exp(-10300/T)$
Cathode	$\sigma_{cat} = \frac{4.0 \times 10^7}{T} \exp(-1200/T)$
Anode	$\sigma_{an} = \frac{9.0 \times 10^7}{T} \exp(-1150/T)$
Interconnecteur	$\sigma_{intc} = 4 \times 10^6$

$$S_{act} = i \cdot \eta_{act} \quad (I.64)$$

$$S_{ch} = i \cdot \left(-\frac{T(\Delta S)}{2.F} \right) \quad (I.65)$$

La condition à la limite électrode- électrolyte est donnée par l'équation (1.6)

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} + \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} = i \cdot \left(-\frac{T(\Delta S)}{2.F} + \eta_{act} \right) \quad (I.66)$$

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

Sadik Kakaç et al. [13] ont entamé une étude bibliographique géniale sur les modèles physiques de la pile à combustible SOFC planaire ou tubulaire, ils ont utilisé cent vingt et une références, ils contiennent des modèles électrochimiques, la dynamique des gaz, le transfert de masse et le transfert de chaleur. L'étude bibliographique effectuée par les auteurs en globe tous les modes de transfert de chaleur.

Les équations gouvernant le transport de chaleur dans la pile sont données par chaque élément.

a- Les canaux da la pile

L'équation gouvernante le transfert de chaleur dans les canaux anodique et cathodique est donnée par

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho.C_p.T) - \frac{\partial P}{\partial t} + \left(\begin{array}{c} \frac{\partial(\rho.u.C_p.T)}{\partial x} \\ + \frac{\partial(\rho.v.C_p.T)}{\partial y} \\ + \frac{\partial(\rho.w.C_p.T)}{\partial z} \end{array} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S_e + S_{rad} \quad (I.67)$$

Où S_e est l'énergie du aux termes sources de chaleur, S_{rad} est le l'énergie du aux termes de transfert de chaleur par rayonnement.

b- La partie solide

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans les électrodes est donnée par

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho.\varepsilon.C_p.T) - \varepsilon.\frac{\partial P}{\partial t} + \left(\begin{array}{c} \frac{\partial(\rho.u.\varepsilon.C_p.T)}{\partial x} \\ + \frac{\partial(\rho.v.\varepsilon.C_p.T)}{\partial y} \\ + \frac{\partial(\rho.w.\varepsilon.C_p.T)}{\partial z} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} - \sum_{i=1}^n h_i.J_i \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \varepsilon \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{i=1}^n h_i.J_i \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} - \sum_{i=1}^n h_i.J_i \right) \end{array} \right) + S_e + S_{rad} \quad (I.68)$$

Où \mathbf{J} est le flux massique diffusé, \mathbf{h} est le coefficient de transfert de chaleur par convection, \mathbf{i} est l'espèce.

La conductivité thermique effective est calculée par l'équation suivante.

$$\lambda_{eff} = \varepsilon.\lambda_f + (1-\varepsilon)\lambda_s \quad (I.69)$$

L'équation gouvernante le transfert de chaleur dans l'électrolyte est donnée par

$$\frac{d}{dx} \left(-A.\lambda \frac{dT}{dx} \right) \Delta x = q_{e-ale,a} + q_{e-ale,c} + q_{conv-ale,a} + q_{conv-ale,c} + q_{rad,e} + q_{gen-e} + q_{e-joule} \quad (I.70)$$

A est la surface perpendiculaire, $q_{e-ale,a}$ est le flux de chaleur par conduction entre l'électrolyte et l'anode, $q_{e-ale,c}$ est le flux de chaleur par conduction entre l'électrolyte et la cathode, $q_{conv-ale,a}$ est le flux de chaleur par convection entre l'électrolyte et les réactifs dans l'anode, $q_{conv-ale,c}$ est le flux de chaleur par convection entre l'électrolyte et les réactifs dans la cathode, $S_{rad,e}$ est l'énergie dûe au transfert de chaleur par rayonnement, q_{gen-e} est le terme de production de chaleur due aux changements de l'entropie, $S_{e,joul}$ est le flux de chaleur produit par la source ohmique.

L'équation gouvernant le transfert de chaleur dans l'interconnecteur est donnée par

$$\frac{d}{dx} \left(-A.\lambda \frac{dT}{dx} \right) \Delta x = q_{int-ele} + q_{conv-canal} + q_{rad.canal} + q_{gen-int} + q_{int-joule} \quad (I.71)$$

A est la surface perpendiculaire, $q_{int-ele}$ est le flux de chaleur par conduction entre l'électrolyte et les électrode, $q_{conv-canal}$ est le flux de chaleur par convection entre l'électrolyte et les gaz dans les canaux, $S_{rad.canal}$ est le l'énergie du au transfert de chaleur par rayonnement entre l'interconnecteur et les gaz dans les canaux, q_{gen-e} est le terme de production de chaleur dûe aux changements de l'entropie, $S_{e,joul}$ est le flux de chaleur produit par le terme source ohmique.

Les conditions aux limites sont données par un flux de chaleur nulle aux extrémités des parties solides de la cellule et une température constante au début des canaux anodique et cathodique de la pile.

Yunzhen Yang et al [14] ont décrit un outil de simulation tridimensionnel et stationnaire qui néglige le transfert radiatif pour les piles à oxyde solide planaire à anode supporté. La source de chaleur est la somme de trois sources, à savoir, la source dûe aux réactions électrochimiques, la source dûe aux surtensions d'activation et la source dûe aux surtensions ohmiques. L'outil décrit a l'objet de simuler plusieurs paramètres en tenant compte des modèles de cellules à contre-courant, les distributions de température, les variations des espèces et les densités de courant ont été calculés dans différentes conditions.

Thinh X. Ho et al [15] ont étudié une SOFC planaire à anode supporté avec un modèle numérique instationnaire en trois dimensions, il contient les équations décrivant le transport des processus chimiques et électrochimiques de la masse, les espèces et l'énergie, il néglige le transfert thermique par rayonnement et tous types de source de chaleur sauf la source chimique, la résolution des équations est faite par le logiciel Star-CD.

M.A. Khaleel et al [16] ont décrit un outil de simulation tridimensionnel des piles à oxyde solide planaire à anode supporté. L'outil combine la polyvalence et l'efficacité d'un code d'analyse en éléments finis, MARC, avec un module électrochimique robuste développé en interne (CE), il est basé sur les caractéristiques obtenues expérimentalement, il calcule la distribution de la densité de courant, la production de chaleur, et les concentrations des espèces du combustible et du comburant.

Guilan Wang et al [17] ont décrit un outil de simulation numérique tridimensionnel stationnaire pour le calcul du piles à oxyde solide planaire qui utilise la méthode des volumes finis pour la résolution des équations. Le transfert de chaleur radiatif est négligé et la source de chaleur est la somme de trois sources, la source dûe aux réactions électrochimiques, la source dûe aux surtensions d'activation et la source dûe aux surtensions ohmiques. Ils ont montré à partir de la cellule à anode supporté, les distributions de température, les concentrations molaires des espèces gazeuses, la densité de courant et en plus le potentiel a été calculé selon deux cas d'écoulement (contre-courant et co-courant).

Chen-li Sun et Hsien-Chih Ou [18] ont étudié et évalué l'influence de la conception des canaux sur une seule unité de pile planaire micro-oxyde solide à électrolyte supporté, selon un modèle tridimensionnel et instationnaire néglige le transfert radiatif. Ils sont comparés les

résultats des trois différentes compositions de comburant, 100% O₂, 50% N₂ /50% O₂ et de l'air, aussi une comparaison entre les conditions thermiques, adiabatique et isotherme appliquées à la limite extérieure de la SOFC.

Yuzhang Wang et al [19], ont présenté un modèle mathématique en trois dimensions pour simuler les caractéristiques électrochimiques et les multi-transferts espèces/chaleur dans une (SOFC) planaire à l'état d'équilibre. Les équations qui régissent la continuité, la masse, l'énergie et la conservation de la charge électrique sont résolues simultanément par la méthode des volumes finis. Les Polarisation d'activation, ohmique, et concentration sont considérées comme les principales sources de chaleur.

Chapitre II

Modélisation mathématique tridimensionnelle des phénomènes thermiques

Introduction

Dans ce chapitre nous présentons les équations mathématiques qui régissent le phénomène de transfert de chaleur dans les différentes parties d'une pile à combustible à oxyde solide (SOFC), elles sont modélisées en tridimensionnel et dans l'état d'équilibre.

II.1.Méthode de résolution

Le comportement d'un système physique est généralement représenté par un système d'équations aux dérivées partielles, associé à des conditions aux limites sur le domaine considéré. Comme il n'est pas toujours possible de trouver les solutions analytiques dans la plupart de ces problèmes physiques, à cet effet, le système d'équations aux dérivées partielles est remplacé par un système discret équivalent décrit par des équations algébriques qu'on peut résoudre par les méthodes numériques.

La résolution de notre problème s'appuie sur les démarches citées dans la **figure.II.1** ci-dessous:

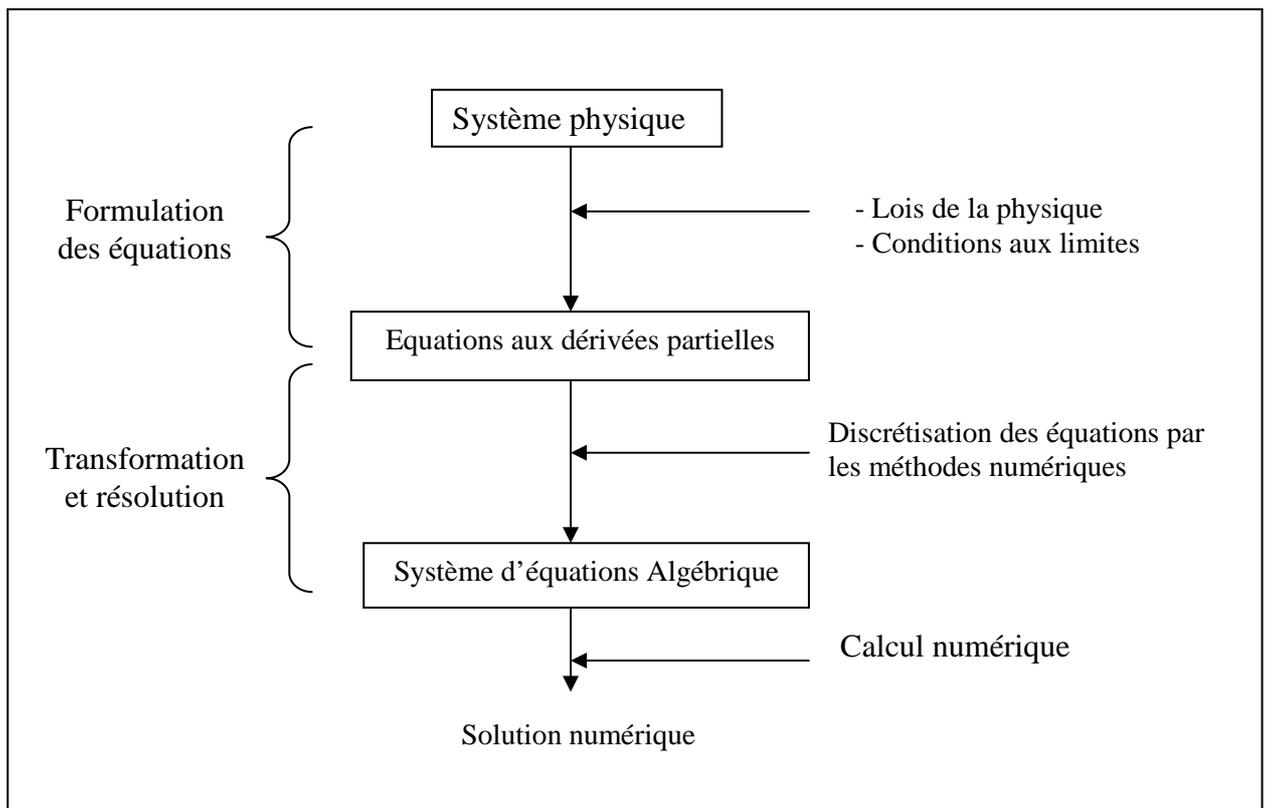
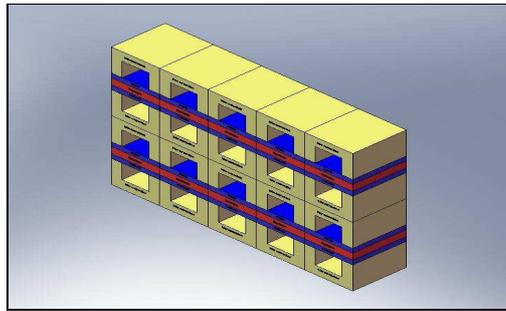


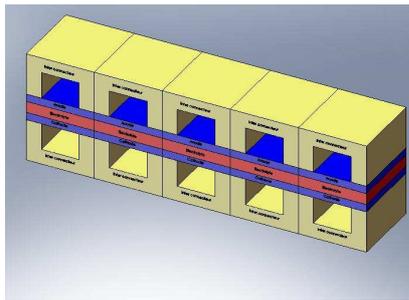
Fig.II.1. Schéma de la démarche de résolution.

II.2. Domaine de calcul

La simulation d'une pile à combustible complète aurait besoin d'un matériel informatique puissant et d'un temps de simulation excessivement long. Le domaine de calcul est donc limité à une cellule SOFC qui se compose de, deux canaux d'écoulement de gaz, cathodique et anodique, et de la cathode, de l'anode, de l'électrolyte et de l'Interconnecteur.



FigII.2. Schéma d'une pile SOFC planeaire.



FigII.3. Schéma d'un étage de cellules.

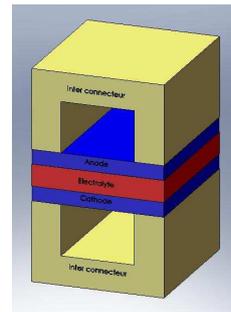


Fig. II.4. Schéma de l'élément étudié.

II.3. Hypothèses simplificatrices

La modélisation tridimensionnelle d'une cellule en tenant compte de tous les phénomènes physiques (cas réel), représente un problème majeur. A cet effet, les équations gouvernantes de ces phénomènes deviennent très compliqués, ce qui rend la résolution très difficile à tous les niveaux (complexité des schémas numériques, le temps du calcul, les erreurs numériques...etc.).

Donc il apparait clairement que l'introduction des hypothèses est nécessaire afin de simplifier le système d'équation et rendre le problème moins difficile.

Dans ce modeste travail on cite les hypothèses suivantes:

- Un modèle de calcul tridimensionnel et stationnaire;
- Un milieu continu;
- Des composants de la pile homogènes et isotropes;

- La température des fluides à l'entrée des canaux est constante (fluides brassées);
- La conductivité électrique des gaz est négligeable;
- La vitesse d'écoulement dans les canaux supposée très faible;
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligé;
- Une densité de courant constante dans tous les éléments de la pile;

II.4. Equations régissant le phénomène du transfert thermique

Dans cette section de chapitre, nous présentons les équations régissant le phénomène de transfert de chaleur dans chaque partie de la pile et les différentes expressions de sources de chaleur produite dans chaque partie du domaine objet de notre étude.

II.4.1. Interconnecteur

L'énergie est transportée par conduction dans l'interconnecteur de la pile, les effets des pertes ohmiques sont pris en considération par un terme additionnel de la source dans l'équation du bilan d'énergie, ainsi l'équation de conservation d'énergie tridimensionnelle est donnée par:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S = 0 \quad (\text{II.1})$$

Le terme de source

La source d'énergie qui existe dans l'Interconnecteur d'une pile SOFC est due aux pertes ohmiques; elle est exprimée comme suit :

$$S = S_{Ohm,in} = \frac{i^2}{\sigma_{in}} \quad (\text{II.2})$$

II.4.2. Electrolyte

L'énergie est transportée par conduction dans l'électrolyte de la pile, les effets des pertes ohmiques sont pris en considération par un terme additionnel de la source dans l'équation du bilan d'énergie, ce qui donne l'équation de conservation d'énergie tridimensionnelle par:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S = 0 \quad (\text{II.3})$$

Le terme de source

La source d'énergie qui existe dans l'électrolyte d'une pile SOFC est due aux pertes ohmiques; elle est exprimée comme suit:

$$S = S_{Ohm,in} = \frac{i^2}{\sigma_{el}} \quad (\text{II.4})$$

II.4.3. Anode

L'énergie calorifique est transportée par conduction dans l'anode de la pile. Les effets des pertes ohmiques dans l'anode sont pris en considération par un terme additionnel de la source dans l'équation du bilan énergétique, ainsi l'équation de conservation d'énergie tridimensionnelle est donnée par:

Solide

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S_s = 0 \quad (\text{II.5})$$

Le terme de source

La source d'énergie qui existe dans la Partie solide de l'Anode est due aux pertes ohmiques ; elle est donnée comme suit:

$$S = S_{Ohm,an} = \frac{i^2}{\sigma_{an}} \quad (\text{II.6})$$

Fluide (H₂)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = 0 \quad (\text{II.7})$$

En globalité, l'équation de l'énergie s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\varepsilon \cdot \lambda_f + (1-\varepsilon) \cdot \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (\varepsilon \cdot \lambda_f + (1-\varepsilon) \cdot \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\varepsilon \cdot \lambda_f + (1-\varepsilon) \cdot \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + (1-\varepsilon) S_s = 0 \quad (\text{II.8})$$

En utilisant une conductivité effective constante, l'équation devient:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S_s = 0 \quad (\text{II.9})$$

II.4.4. Cathode

L'énergie calorifique est transférée par la conduction dans la cathode de la pile. Les effets des pertes ohmiques dans la cathode sont pris en considération par un terme additionnel qui est la source dans l'équation du bilan énergétique.

L'équation de conservation d'énergie tridimensionnelle est donnée par:

Solide:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S_s = 0 \quad (\text{II.10})$$

Le terme de source

La source d'énergie qui existe dans la partie solide de l'anode est due aux pertes ohmiques ; elle est exprimée comme suit:

$$S = S_{Ohm,cat} = \frac{i^2}{\sigma_{cat}} \quad (\text{II.11})$$

Fluide (air)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = 0 \quad (\text{II.12})$$

En globalité, l'équation de l'énergie s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\varepsilon \cdot \lambda_f + (1-\varepsilon) \cdot \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (\varepsilon \cdot \lambda_f + (1-\varepsilon) \cdot \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\varepsilon \cdot \lambda_f + (1-\varepsilon) \cdot \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + (1-\varepsilon) S_s = 0 \quad (\text{II.13})$$

En utilisant une conductivité effective constante, l'équation devient:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + S_s = 0 \quad (\text{II.14})$$

II.4.5. Canaux anodique et cathodique

L'énergie est transportée par conduction et convection dans les canaux anodique et cathodique de la pile, les vitesses des gaz dans ces canaux de la pile sont très faibles, donc le terme convectif est négligé, nous considérons alors que la conduction des gaz dans les canaux est présente; ce qui donne l'équation de conservation d'énergie tridimensionnelle suivante:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = 0 \quad (\text{II.15})$$

II.5. Expressions de la conductivité électrique

La source de chaleur due aux pertes ohmiques dépend du rapport du courant au carré divisé par la conductivité électrique de chaque point solide de la pile, la conductivité électrique varie d'un matériau à un autre, donc la conductivité électrique change d'un composant à un autre ainsi que les expressions de la conductivité électrique.

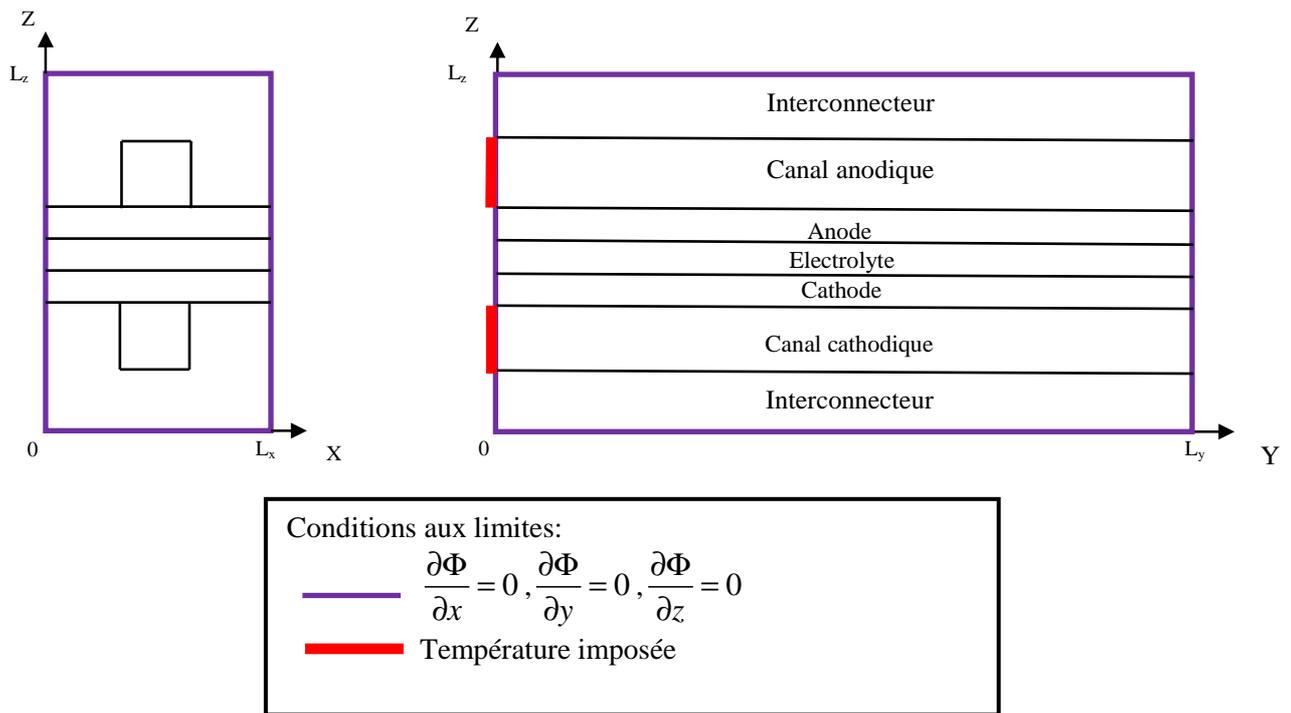
Les expressions de la conductivité électrique dans les différentes parties de la pile sont données dans le tableau suivant:

Tableau II.1: Les expressions de la conductivité électrique.

Composant de SOFC	σ [$\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$]	Références
Electrolyte	$\sigma_{ele} = 3.34 \times 10^4 \exp(-10300/T)$	[12], [20], [5], [21]
Cathode	$\sigma_{cat} = \frac{4.2 \times 10^7}{T} \exp(-1200/T)$	[20], [4]
Anode	$\sigma_{an} = \frac{9.5 \times 10^7}{T} \exp(-1150/T)$	[12], [20], [4], [21]
Interconnexions	$\sigma_{intc} = \frac{9.3 \times 10^5}{T} \exp(-1100/T)$	[20]

II.6. Conditions aux limites

Sur toutes les surfaces externes et toutes les directions, les conditions aux limites sont du type de Neumann, sauf à l'entrée des canaux où nous prenons une température constante dont les conditions sont du type Dirichlet comme nous montrons sur la **Figure II.5** et le **tableau II.2**.

**Fig. II.5.** Conditions aux limites d'une cellule élémentaire

II.7. Discrétisation des équations par la méthode des différences finies

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées où la combinaison des valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets dans des nœuds de maillage.

Avantages: grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

Inconvénients : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann.

Tableau II.2: Conditions aux limites.

Composants	L'axe OX		L'axe OY		L'axe OZ	
	(0,y,z)	(L _x ,y,z)	(x,0,z)	(x,L _y ,z)	(x,y,0)	(x,y,L _z)
Electrolyte	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$	
Cathode	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$	
Anode	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$	
Interconnecteur	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$		$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$	
Canal anodique	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$		$T = T_{H_2} = C^{ste}$	$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$	
Canal cathodique	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$		$T = T_{air} = C^{ste}$	$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$	

II.7.1.Approche aux différences finies

Les équations directrices des phénomènes présentés dans la pile sont des équations aux dérivées partielles du second ordre, paraboliques et avec des coefficients constants, elles ont un terme source non linéaire. En raison de la complexité de ces équations; elles ne peuvent être résolues analytiquement, cependant, elles peuvent être résolues numériquement.

La méthode de discrétisation utilisée est la méthode des différences finies, qui est souvent utilisée pour la résolution des équations gouvernantes les phénomènes de transfert de chaleur.

La résolution numérique des équations de diffusion s'appuie sur une discrétisation directionnelle aux différences finies. Après avoir échantillonné le volume de travail (maillage $D(x,y,z) = D$), nous rapprochons les dérivées directionnelles des différentes composantes par leur développement de Taylor avec une erreur du deuxième ordre.

II.7.2.Discrétisation

Pour réaliser la discrétisation, nous procédons au remplacement de l'équation aux dérivées partielles par un système algébrique à coefficients constants (linéaires).

II.7.2.1.Éléments solides

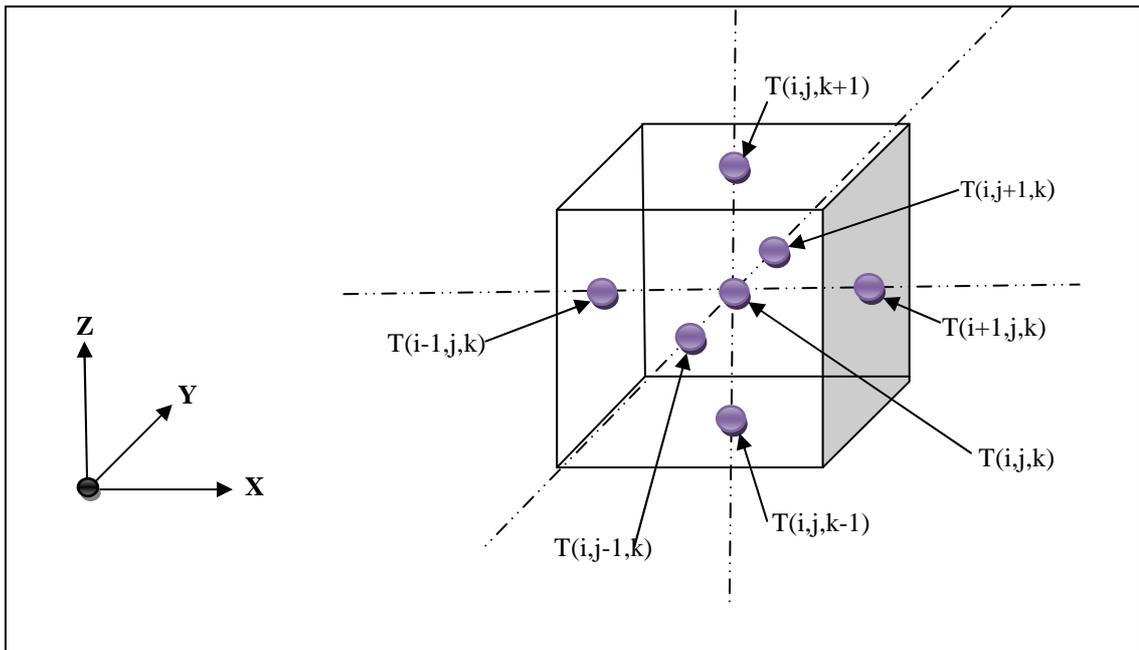
A cet effet, nous utilisons un schéma centré du second ordre pour approximer les dérivées secondes en un espace ce qui nous donnera les relations suivantes pour calculer les dérivées du premier et du deuxième ordre, comme c'est expliqué ci-dessous:

Sur l'axe des X

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(i+\frac{1}{2}, j, k) - T(i-\frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \tag{II.16}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \left(i+\frac{1}{2}, j, k \right) = \frac{T(i+1, j, k) - T(i, j, k)}{\Delta x} \tag{II.17}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \left(i-\frac{1}{2}, j, k \right) = \frac{T(i, j, k) - T(i-1, j, k)}{\Delta x} \tag{II.18}$$



FigII.6. Volume de contrôle tridimensionnel.

L'opérateur de diffusion sur l'axe X s'écrit alors comme suit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x} \left(i+\frac{1}{2}, j, k \right) - \frac{\partial T}{\partial x} \left(i-\frac{1}{2}, j, k \right)}{\Delta x} = \frac{T(i+1, j, k) + T(i-1, j, k) - 2T(i, j, k)}{\Delta x^2} \tag{II.19}$$

Sur l'axe des Y

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(i, j + \frac{1}{2}, k) - T(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \quad (\text{II.20})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) = \frac{T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)}{\Delta y} \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j - \frac{1}{2}, k \right) = \frac{T(i, j, k) - T(i, j - 1, k)}{\Delta y} \quad (\text{II.22})$$

L'opérateur de diffusion sur l'axe Y s'écrit alors comme suit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) - \frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j - \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta y} = \frac{T(i, j + 1, k) + T(i, j - 1, k) - 2T(i, j, k)}{\Delta y^2} \quad (\text{II.23})$$

Sur l'axe des Z

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T(i, j, k + \frac{1}{2}) - T(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \quad (\text{II.24})$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) = \frac{T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)}{\Delta z} \quad (\text{II.25})$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \left(i, j, k - \frac{1}{2} \right) = \frac{T(i, j, k) - T(i, j, k - 1)}{\Delta z} \quad (\text{II.26})$$

La formulation discrétisée sur l'axe Z s'écrit alors comme suit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\frac{\partial T}{\partial z} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} \left(i, j, k - \frac{1}{2} \right)}{\Delta z} = \frac{T(i, j, k + 1) + T(i, j, k - 1) - 2T(i, j, k)}{\Delta z^2} \quad (\text{II.27})$$

L'erreur introduite par l'approximation est connue car elle est liée au développement de Taylor réalisé (le reste de développement du deuxième ordre).

La source de chaleur s'écrit comme suit:

$$S = S(i, j, k) = \frac{i^2}{\sigma(i, j, k)} \quad (\text{II.28})$$

Pour un milieu continu, homogène et isotrope l'équation de conservation d'énergie tridimensionnelle peut s'écrire comme suit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{S}{\lambda} = 0 \quad (\text{II.29})$$

En les remplaçant dans l'équation d'énergie tridimensionnelle on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T(i+1, j, k) + T(i-1, j, k) - 2T(i, j, k)}{\Delta x^2} + \\ \frac{T(i, j+1, k) + T(i, j-1, k) - 2T(i, j, k)}{\Delta y^2} + \\ \frac{T(i, j, k+1) + T(i, j, k-1) - 2T(i, j, k)}{\Delta z^2} \end{array} \right\} + \frac{S(i, j, k)}{\lambda} = 0 \quad (\text{II.30})$$

On multiplie par $(\Delta z^2 \cdot \Delta y^2 \cdot \Delta x^2)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T(i+1, j, k) + T(i-1, j, k) - 2T(i, j, k)}{\Delta x^2} + \\ \frac{T(i, j+1, k) + T(i, j-1, k) - 2T(i, j, k)}{\Delta y^2} + \\ \frac{T(i, j, k+1) + T(i, j, k-1) - 2T(i, j, k)}{\Delta z^2} \end{array} \right\} (\Delta z^2 \cdot \Delta y^2 \cdot \Delta x^2) = -\frac{S(i, j, k)}{\lambda} (\Delta z^2 \cdot \Delta y^2 \cdot \Delta x^2) \quad (\text{II.31})$$

Par arrangement de l'équation on trouve:

$$T(i, j, k) = \frac{(\Delta z^2 \cdot \Delta y^2 \cdot \Delta x^2)}{2 \cdot ((\Delta y^2 \cdot \Delta z^2) + (\Delta x^2 \cdot \Delta z^2) + (\Delta x^2 \cdot \Delta y^2))} \left\{ \begin{array}{l} \frac{T(i+1, j, k) + T(i-1, j, k)}{\Delta x^2} + \\ \frac{T(i, j+1, k) + T(i, j-1, k)}{\Delta y^2} + \\ \frac{T(i, j, k+1) + T(i, j, k-1)}{\Delta z^2} + \\ \frac{S(i, j, k)}{\lambda} \end{array} \right\} \quad (\text{II.32})$$

II.7.2.2. Fluides aux canaux

Par la même façon utilisée pour les éléments solides, l'équation qui gouverne le transport de chaleur dans les canaux s'écrit comme suit:

$$T(i, j, k) = \frac{(\Delta z^2 \cdot \Delta y^2 \cdot \Delta x^2)}{2 \cdot ((\Delta y^2 \cdot \Delta z^2) + (\Delta x^2 \cdot \Delta z^2) + (\Delta x^2 \cdot \Delta y^2))} \left\{ \begin{array}{l} \frac{T(i+1, j, k) + T(i-1, j, k)}{\Delta x^2} + \\ \frac{T(i, j+1, k) + T(i, j-1, k)}{\Delta y^2} + \\ \frac{T(i, j, k+1) + T(i, j, k-1)}{\Delta z^2} \end{array} \right\} \quad (\text{II.33})$$

II.7.2.3. Expressions de la conductivité électrique

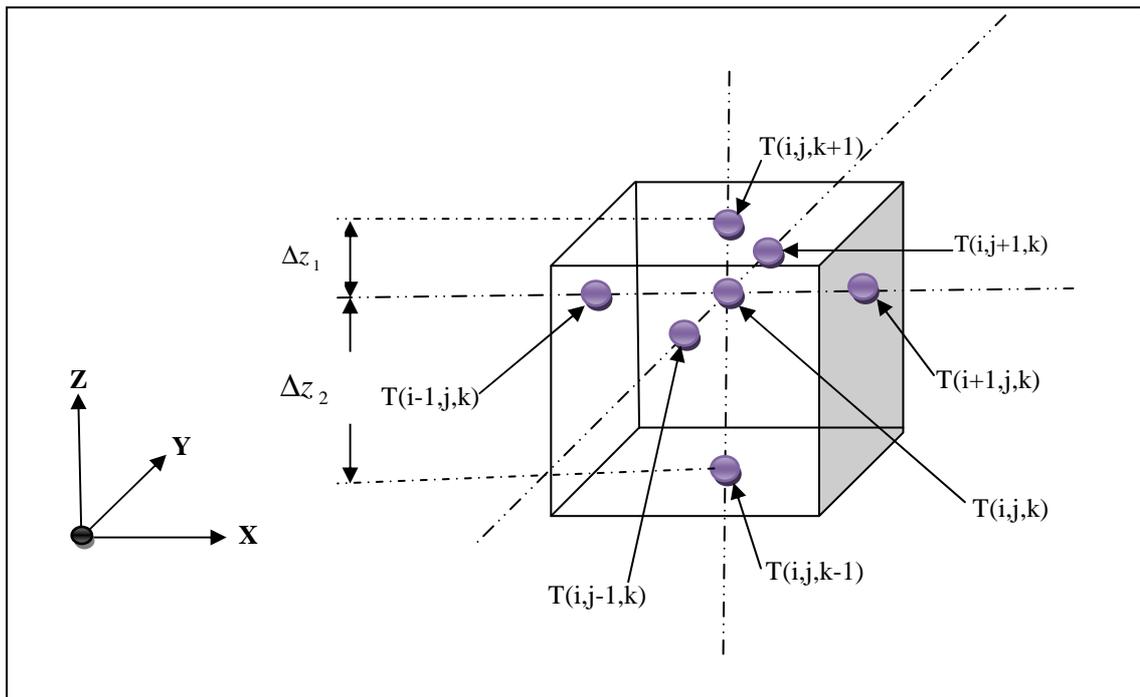
Pour la modélisation des expressions de la source de chaleur ohmique des différentes parties de la pile, nous remplaçons les températures T par leurs valeurs nœudales T(i,j,k), nous les présentons dans le tableau suivant:

Tableau II.3: Expressions de la conductivité électrique modélisées.

Composant de SOFC	σ [$\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$]
Electrolyte	$\sigma_{ele} = 3.34 \times 10^4 \exp(-10300/T(i, j, k))$
Cathode	$\sigma_{cat} = \frac{4.2 \times 10^7}{T(i, j, k)} \exp(-1200/T(i, j, k))$
Anode	$\sigma_{an} = \frac{9.5 \times 10^7}{T(i, j, k)} \exp(-1150/T(i, j, k))$
Interconnexions	$\sigma_{intc} = \frac{9.3 \times 10^5}{T(i, j, k)} \exp(-1100/T(i, j, k))$

II.7.2.4. Interfaces entre interconnecteur/électrode/électrolyte

Les échelles d'épaisseurs des composants de la pile donnent un nombre de points très important, la simulation de modèle prend beaucoup de temps, et cela exige un pas variable selon l'axe Z et un pas fixe sur les axes X et Y comme montrés dans la figure ci-dessous:

**Fig II.7.** Volume de contrôle des interfaces interconnecteur/électrode/électrolyte.

Dans ce cas, l'équation de chaleur s'écrit pour les points d'interface comme suit:

$$T(i, j, k) = \frac{(\Delta y^2 \cdot \Delta z_1 \cdot \Delta z_2 \cdot \Delta x^2)}{2 \cdot ((\Delta z_1 \cdot \Delta z_2 \cdot \Delta y^2) + (\Delta x^2 \cdot \Delta y^2) + (\Delta x^2 \cdot \Delta z_1 \cdot \Delta z_2))} \left\{ \begin{aligned} & \frac{T(i+1, j, k) + T(i-1, j, k)}{\Delta x^2} + \\ & \frac{T(i, j, k+1) \cdot \Delta z_2 + T(i, j, k-1) \cdot \Delta z_1}{\frac{1}{2}(\Delta z_1 + \Delta z_2) \cdot \Delta z_1 \cdot \Delta z_2} + \\ & \frac{T(i, j+1, k) + T(i, j-1, k)}{\Delta y^2} + \frac{S(i, j, k)}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (II.34)$$

II.7.2.5. Conditions aux limites :

Les conditions de Neumann sur les surfaces externes et dans toutes les directions conduisent à une dérivé directionnelle de température égale à zéro, à cet effet, les équations aux dérivés partielles deviennent alors des équations différentielles, quant aux conditions de Dirichlet, elles posent une température constante sur les entrées des deux canaux anodique et cathodique.

Pour Les conditions de Neumann, nous remplaçons une équation différentielle par un système algébrique à coefficients constants (linéaire) par des différences en avant ou en arrière:

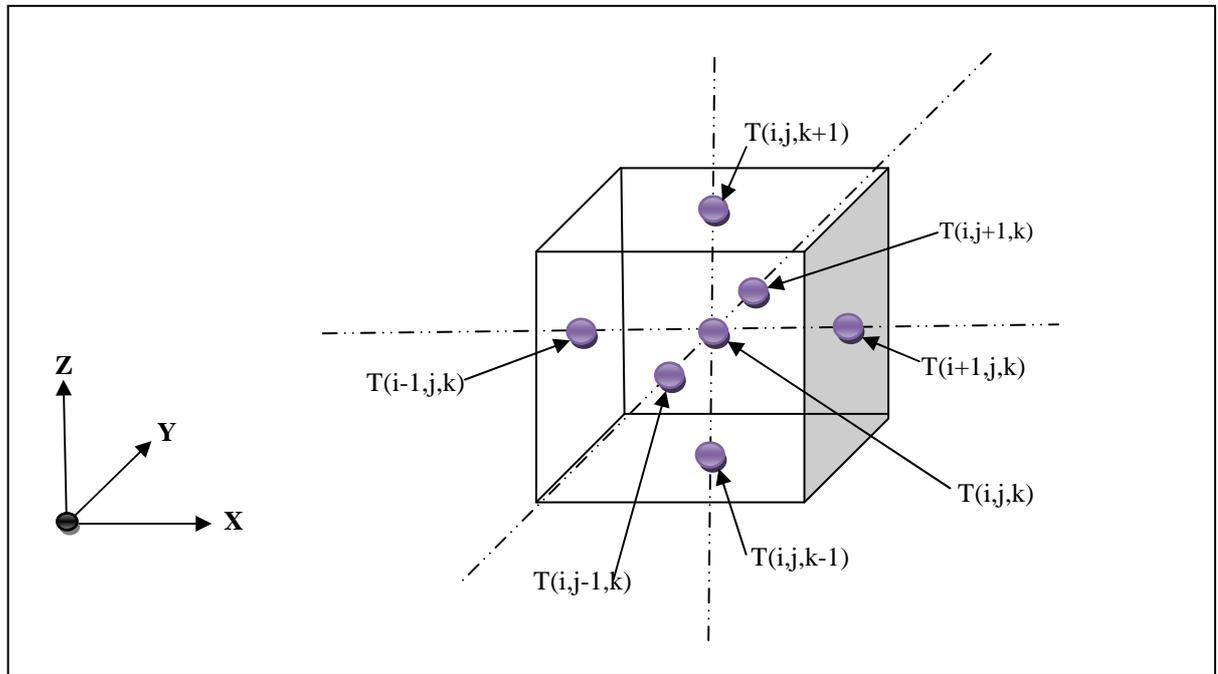


Fig.II.8. Volume de contrôle des conditions aux limites type Neumann.

Sur l'axe OX

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x=0) = 0 \Rightarrow \frac{T(2, j, k) - T(1, j, k)}{\Delta x} = 0 \Rightarrow T(1, j, k) = T(2, j, k) \quad (II.35)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x = L_x) = 0 \Rightarrow \frac{T(n, j, k) - T(n-1, j, k)}{\Delta x} = 0 \Rightarrow T(n, j, k) = T(n-1, j, k) \quad (\text{II.36})$$

L_x : largeur de la pile suivant l'axe (x)

Sur l'axe OY

$$\frac{\partial T}{\partial y}(y = 0) = 0 \Rightarrow \frac{T(i, 2, k) - T(i, 1, k)}{\Delta y} = 0 \Rightarrow T(i, 1, k) = T(i, 2, k) \quad (\text{II.37})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(y = L_y) = 0 \Rightarrow \frac{T(i, n, k) - T(i, n-1, k)}{\Delta y} = 0 \Rightarrow T(i, n, k) = T(i, n-1, k) \quad (\text{II.38})$$

L_y : longueur de la pile suivant l'axe (y)

Sur l'axe OZ

$$\frac{\partial T}{\partial z}(z = 0) = 0 \Rightarrow \frac{T(i, j, 2) - T(i, j, 1)}{\Delta z} = 0 \Rightarrow T(i, j, 1) = T(i, j, 2) \quad (\text{II.39})$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}(z = L_z) = 0 \Rightarrow \frac{T(i, j, n) - T(i, j, n-1)}{\Delta z} = 0 \Rightarrow T(i, j, n) = T(i, j, n-1) \quad (\text{II.40})$$

L_z : hauteur de la pile suivant l'axe (z)

Et à l'entrée des canaux $T(i, j, k) = cst$

II.8. Résolution du système d'équations

Après la discrétisation de l'équation d'énergie, nous obtenons un système d'équations algébriques linéaires.

La complexité de la résolution et la taille des résultats, elle dépend de la dimensionnalité du problème, du nombre de nœuds de la grille et de la manière de discrétisation.

Dans ce travail nous avons utilisé la méthode de Gauss-Seidel pour résoudre le système d'équations résultant de la discrétisation de l'équation d'énergie dans chaque partie de la pile.

II.8.1. Méthode de Gauss Seidel

Les méthodes de résolution directes procèdent d'abord à une transformation du système original ensuite à la résolution du système transformé. La transformation consiste à factoriser la matrice, puis la résolution s'applique à des systèmes triangulaires.

De ce fait, une méthode directe conduit, abstraction faite des erreurs d'arrondi, à la solution exacte, après un nombre connu et fini d'opérations élémentaires.

Les méthodes itératives génèrent une séquence d'approximations de la solution et de ce fait fournissent une réponse approximative en un nombre infini d'opérations. Cependant dans la pratique l'approximation est souvent satisfaisante au bout d'un nombre d'itérations relativement petit.

Les méthodes itératives procèdent simplement à des produits matrice-vecteur et il devient alors facile de programmer ce produit de sorte à éviter des opérations redondantes impliquant des éléments nuls de la matrice.

Les méthodes itératives peuvent dans certaines circonstances constituer une alternative aux méthodes directes creuses.

Les méthodes itératives nécessitent un nombre infini d'itérations pour converger vers la solution, ainsi, pour rendre ces méthodes opérationnelles, il convient d'introduire un critère d'arrêt pour le procédé itératif.

Nous arrêterons les itérations lorsque les changements dans le vecteur de solution sont minimales, c'est-à-dire l'erreur devient suffisamment petite. La méthode de Gauss Seidel consiste donc à estimer une solution $T^l(i,j,k)$ dans l'itération l , pour calculer $T^{l+1}(i,j,k)$.

II.8.2. Condition de convergence

Nous pouvons envisager plusieurs façons pour mesurer l'erreur entre une valeur approchée et une valeur exacte (Erreur absolue, Erreur relative...etc.).

$$\text{Erreur absolue : } \left| T_{(i,j,k)}^{l+1} - T_{(i,j,k)}^l \right| \quad (\text{II.41})$$

$$\text{Erreur relative : } \frac{\left| T_{(i,j,k)}^{l+1} - T_{(i,j,k)}^l \right|}{\left| T_{(i,j,k)}^l \right|} \quad (\text{II.42})$$

Nous choisissons une combinaison entre l'erreur absolue et l'erreur relative ce qui conduira à stopper les itérations lorsque la condition suivante est satisfaisante.

$$\frac{\left| T_{(i,j,k)}^{l+1} - T_{(i,j,k)}^l \right|}{\left| T_{(i,j,k)}^l \right| + 1} \leq \varepsilon \quad (\text{II.43})$$

où ε une tolérance donnée.

Si la condition n'est pas satisfaite, nous supposons que $(T^l(i,j,k) \neq T^{l+1}(i,j,k))$, et nous recalculons par la même formule jusqu'à la vérification de la condition de convergence. La condition est satisfaisante si elle est satisfaisante dans tous les points du domaine.

II.8.3. Temps de calcul

De toute évidence, les différents critères que nous imposons sur les valeurs « acceptables » de la divergence relative et du maillage, tout comme les contraintes sur les critères de stationnarité, sont issus du meilleur compromis possible entre précision du résultat et temps nécessaire pour calculer celui-ci.

L'illustration du temps de calcul nécessaire dépend de la précision des résultats qui par la suite seront présentés sont obtenus avec des maillages d'environ 380 000 nœuds. Pour cela, les moyens informatiques à disposition permettent de réaliser environ 100 000 itérations pour la convergence des résultats.

A titre indicatif, le temps de calcul principalement lié à la taille des matrices à manipuler, c'est-à-dire, il est lié aux nombres de nœuds représentés dans la discrétisation.

II.9. Tableaux des données

Dans cette partie de ce chapitre, nous citons les différentes données utilisées par le programme de calcul réalisé pour obtenir les résultats montrés dans le chapitre qui suit.

Tableau II.4: Dimensions du cœur de la cellule suivant chaque type de pile.

	Épaisseur de l'anode (μm)	Épaisseur de la cathode (μm)	Épaisseur de l'électrolyte (μm)	références
anode supportée	700	50	10	[2], [12], [22]
cathode supportée	150	2000	40	[5], [23], [24], [25]
électrolyte supportée	50	50	180	[2], [13], [22], [26]
même épaisseur	500	500	500	[4]

Tableau II.5: Dimensions de l'interconnecteur et les canaux de la pile.

	Valeurs (mm)	références
Hauteur du canal	2	[2], [4], [13], [22], [26], [27]
largeur du canal	2	[2], [4], [13], [17], [22], [26], [27]
Distance entre canaux	2	[4], [28], [29]
Épaisseur de l'interconnecteur	3	[4], [13]

Tableau II.6: Valeurs des conductivités thermiques.

Composant	conductivité thermique λ ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	matériau	références
anode	5.84	Ni-YSZ	[27], [29], [30]
cathode	4	La_{1-x}Sr_xMnO₃	[15], [30], [31], [32], [33]
électrolyte	2.16	YSZ	[27], [29], [30]
interconnecteur	6	LaCrO₃	[13], [30], [34]

Tableau II.7: Valeurs des températures d'entrée des gaz (K).

Températures d'entrée des gaz (K)		Références
Canal anode	Canal cathode	
1143	873	[33]
913	913	[35], [36]
1023	1023	[5], [12]
1173	1173	[4], [6], [9], [20], [22], [23], [24], [37]

Tableau II.8: Valeurs des densités de courant maximal.

Densité de courant (A/m²)	Référence
4000	[2], [10], [13], [19], [27]
6000	[24], [37], [38]
12000	[27]
20000	[5], [7], [35]

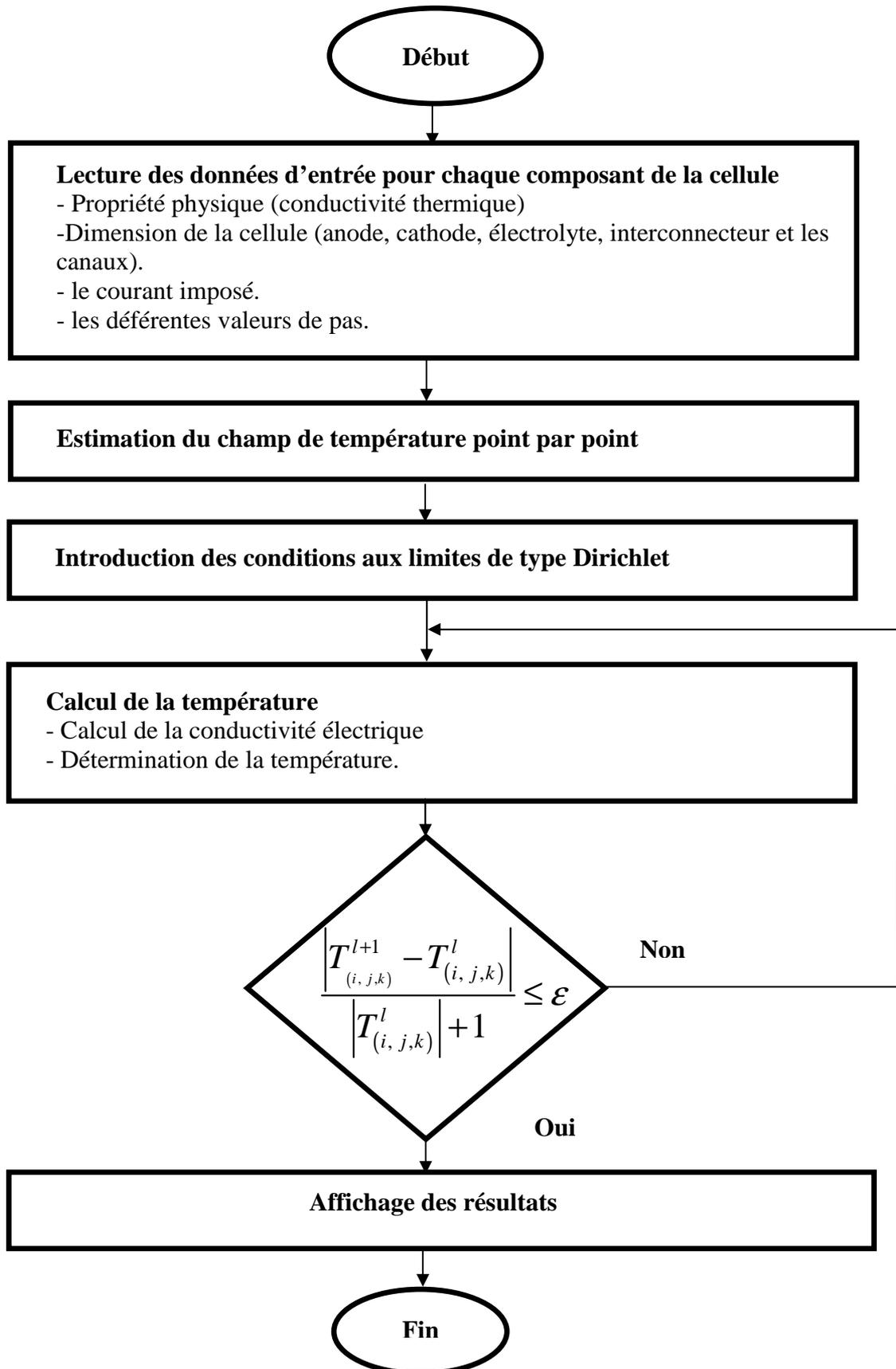
II.10. Structure de programme

Le programme que nous avons élaboré est écrit en langage de programmation FORTRAN.

Les démarches décrites dans l'organigramme suivant l'algorithme de calcul à chaque étape, peuvent être résumées de la façon suivante :

1. Lire pour chaque partie de la pile toutes les données.
2. Estimer les champs de température,
3. Résoudre l'équation de l'énergie pour le calcul de température.
4. Teste de la convergence.
5. Affichage des résultats.

II.11. Organigramme de la méthode



Chapitre III

Résultats et Interprétation

Introduction

Après avoir écrit un programme de calcul en langage Fortran 6.6, basé sur le modèle entamé dans le précédent chapitre, la totalité des champs objet de notre étude ont été accomplis en utilisant le logiciel de visualisation TECPLOT 9.2, quand aux ensembles des courbes, elles sont été effectuées en se servant du logiciel Origine 7.5.

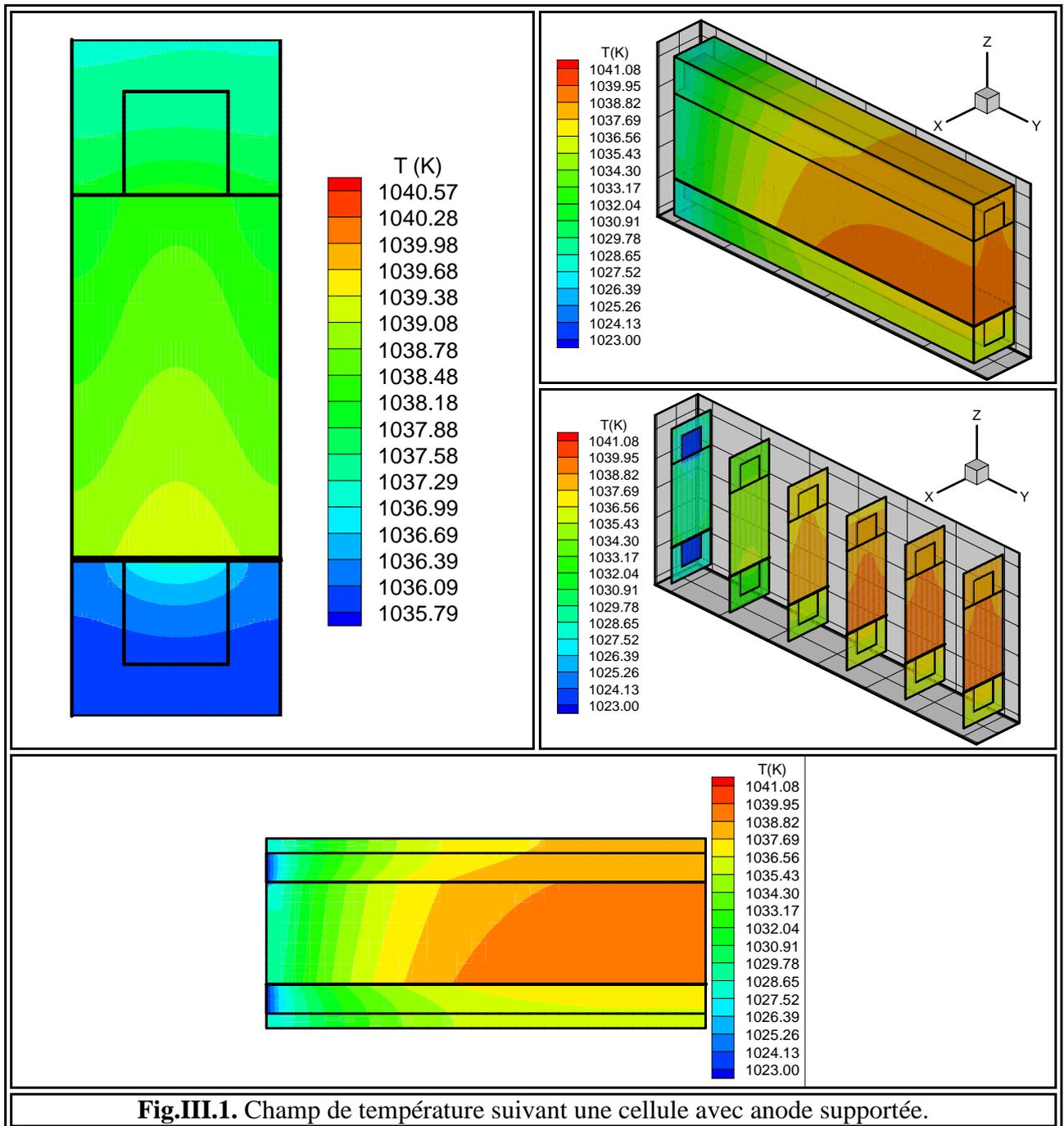
Dans ce chapitre, les résultats sont présentés en quatre classes, dans la première classe nous démontrons l'effet de la configuration géométrique sur la répartition du champ et les valeurs de la température, et après une comparaison entre les différentes configurations qui nous a permis de choisir l'une des configurations géométriques pour l'utiliser dans le reste de l'étude. Pour la deuxième classe, nous présentons l'explication de l'influence de la densité du courant sur la répartition du champ et les valeurs de la température, par la suite nous trouverons la variation de la valeur maximale de la température en fonction des valeurs imposées de la densité du courant.

Quand à la troisième classe nous illustrons la répartition du champ et les valeurs de la température résultante de chaque longueur de cellule. Enfin, la quatrième classe, concerne l'analyse des résultats obtenus par les différentes valeurs de température d'entrée des gaz suivant deux types de géométrie ; l'un des types concerne une symétrie des étages de cellules, et l'autre est lié à la répétition des étages, pour chaque type géométrique l'analyse se fait selon deux cas, dans le premier cas, la valeur de la température des gaz est la même à l'entrée des deux canaux de la cellule, dans le second cas, nous utilisons de différentes valeurs de la température à chaque entrée des canaux, ainsi, nous terminons cette classe par une comparaison entre les deux types géométriques.

III.1. Champs de température suivant chaque type de cellule (configuration géométrique)

Les résultats qui montrent l'influence de la configuration géométrique sur les champs et les valeurs de la température dans une pile à combustible de type SOFC sont obtenus en prenant seulement une source de chaleur ohmique. Les différents types de cellule sont définis par des conductivités thermique et électrique des matériaux standards (**NiYSZ**), (**YSZ**), (**LSM**), une même valeur de la température d'entrée des deux gaz aux canaux de la pile qui est égale à (1023 K) [5] et [12], et une densité de courant imposée égale à (20000 A/m²) [5], [7] et [35]. Les dimensionnements sont pris de la référence [4] pour une cellule ayant la même épaisseur pour tous les éléments, quant à une cellule avec anode supportée, il y a lieu de se référer aux [2], [12] et [22], pour le cas d'une cellule avec électrolyte supporté, on se réfère à [2], [13], [22] et [26] ,

et enfin, on certifie par les références [5], [23], [24] et [25] pour une cellule avec cathode supportée.



Les cellules ayant une anode supportée, ou un électrolyte supporté, ou une cathode supportée ou une cellule avec la même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile, elles présentent presque la même allure du champ, c'est-à-dire que la valeur maximale de la température se trouve à la sortie de la cellule SOFC qu'elle que soit sa configuration géométrique. (Figure III.1, Figure III.2, Figure III.3 et Figure III.4).

La valeur minimale de la température qui est localisée à l'entrée des deux canaux anodique et cathodique est de mille vingt trois kelvins, elle est aussi la même valeur de la température d'entrée des deux gaz. (Figure III.1, Figure III.2, Figure III.3 et Figure III.4).

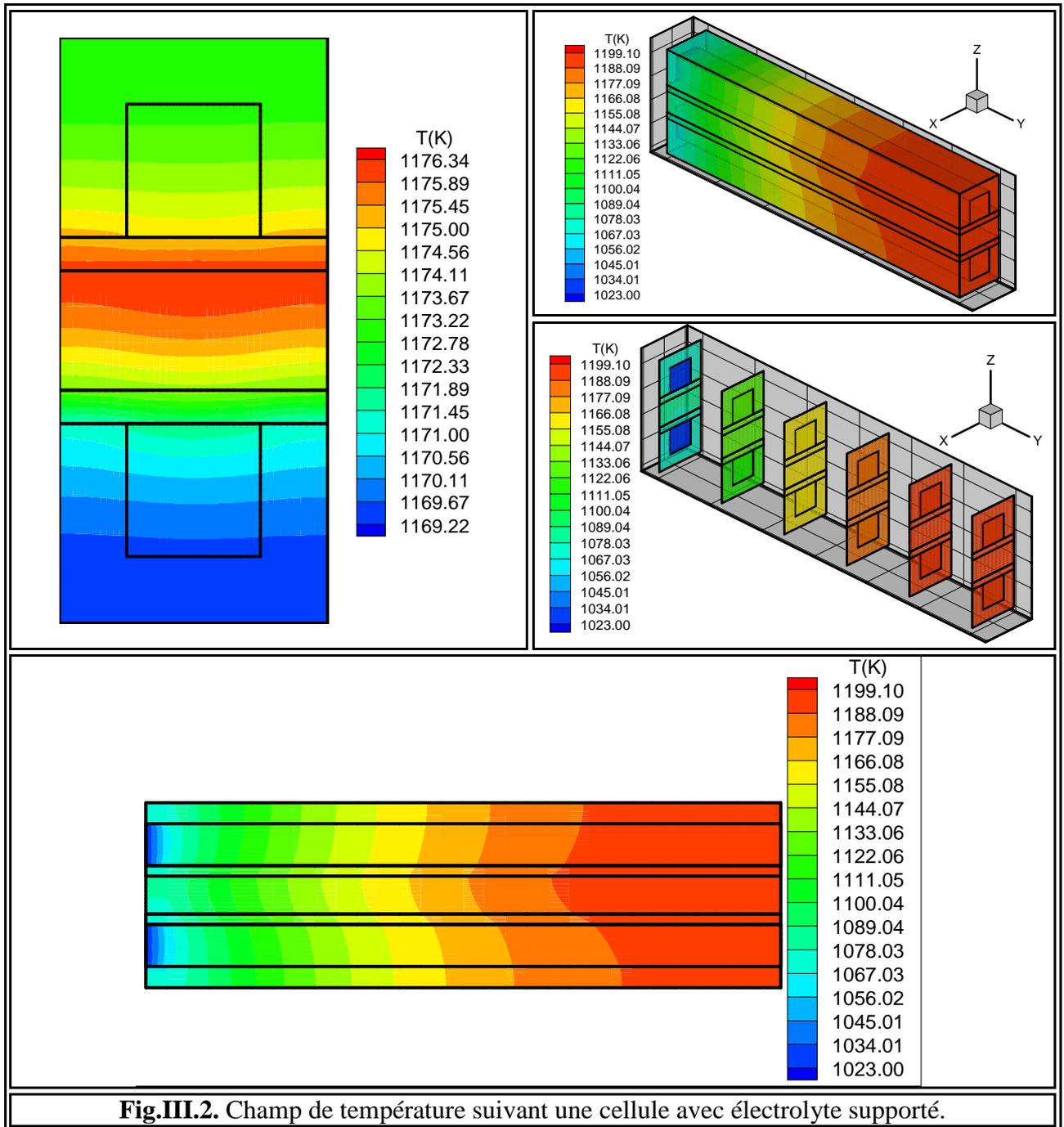
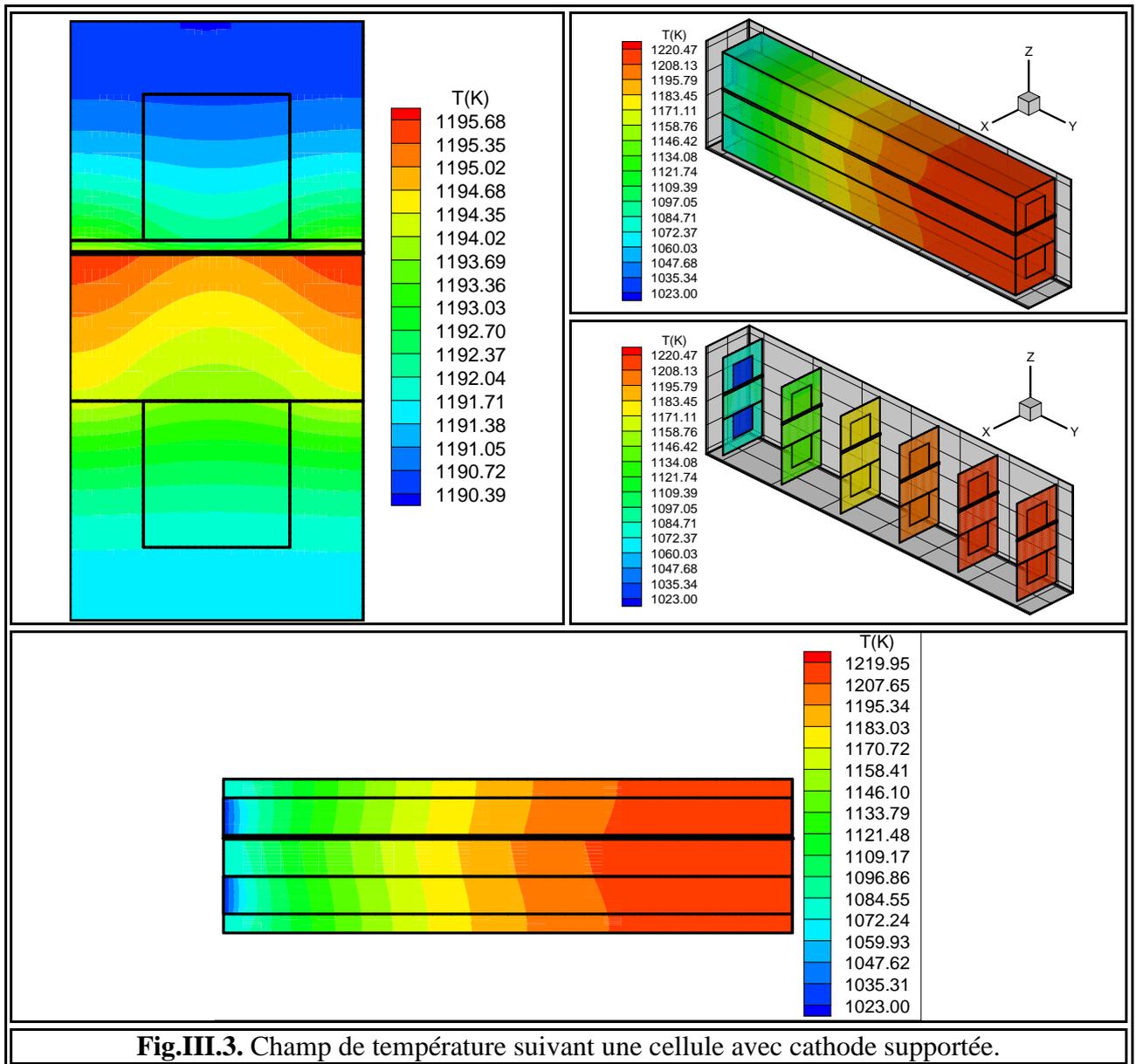


Fig.III.2. Champ de température suivant une cellule avec électrolyte supporté.

Les présentes configurations géométriques montrent que l'effet de joule est important (cas de production de chaleur).

D'après les résultats obtenus ; on remarque que l'élévation des valeurs de la température est importante dans le cas d'une cellule ayant la même épaisseur pour tous les éléments du cœur

de la pile par rapport aux autres configurations géométriques, elle est supérieure à mille deux cent vingt cinq kelvins. (**Figure III.4**).



En se basant sur la valeur de température d'entrée des deux gaz, on remarque que l'augmentation maximale des valeurs de la température dans une cellule ayant une cathode supportée est visualisée par une différence de température de l'ordre de cent quatre-vingts dix unités (**Figure III.3**), ainsi que l'évolution des valeurs de température pour une cellule à électrolyte supporté qui est presque de cent quatre-vingts kelvins (**Figure III.2**). La faible élévation des valeurs de la température est celle de la cellule à anode supportée, elle est de l'ordre de dix huit kelvins (**Figure III.1**). Suivant chaque type de cellule étudiée, les valeurs maximales de la température sont situées dans des différents endroits à la sortie de la pile. Selon

chaque configuration géométrique les valeurs maximales de la température et leurs endroits sont indiqués dans le **tableau III.1**.

Par ailleurs, on constate que la partie supérieure de l'interconnecteur (partie anodique) est plus chaude par rapport à la partie inférieure de l'interconnecteur (partie cathodique) pour les cellules : à anode supportée, à électrolyte supporté et celle ayant une même épaisseur des éléments du cœur de la pile (**Figure III.1, Figure III.2, Figure III.3**), par contre dans la cellule à cathode supportée c'est totalement l'inverse, c'est-à-dire que la partie cathodique est plus chaude que la partie anodique (**Figure III.4**).

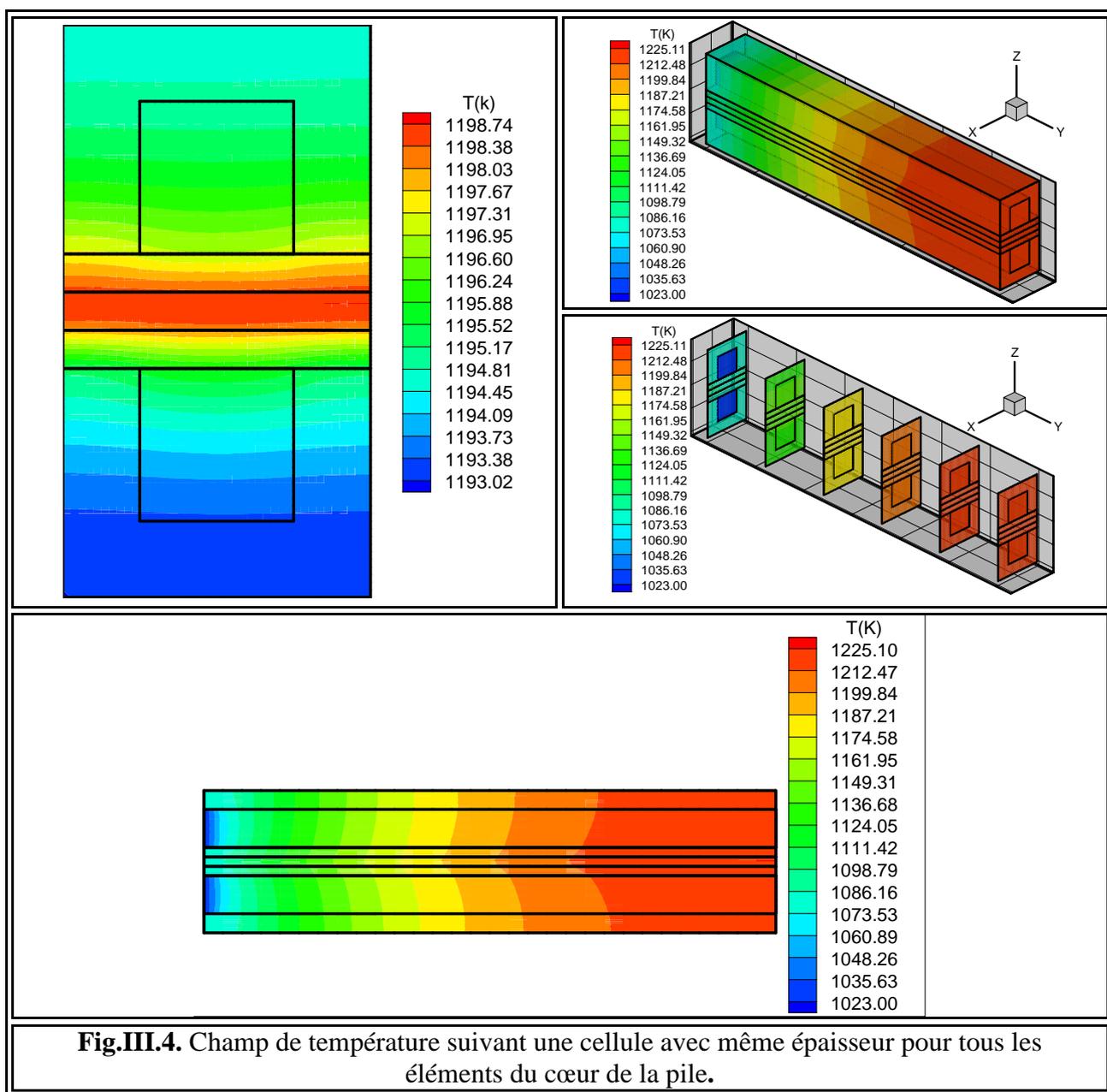
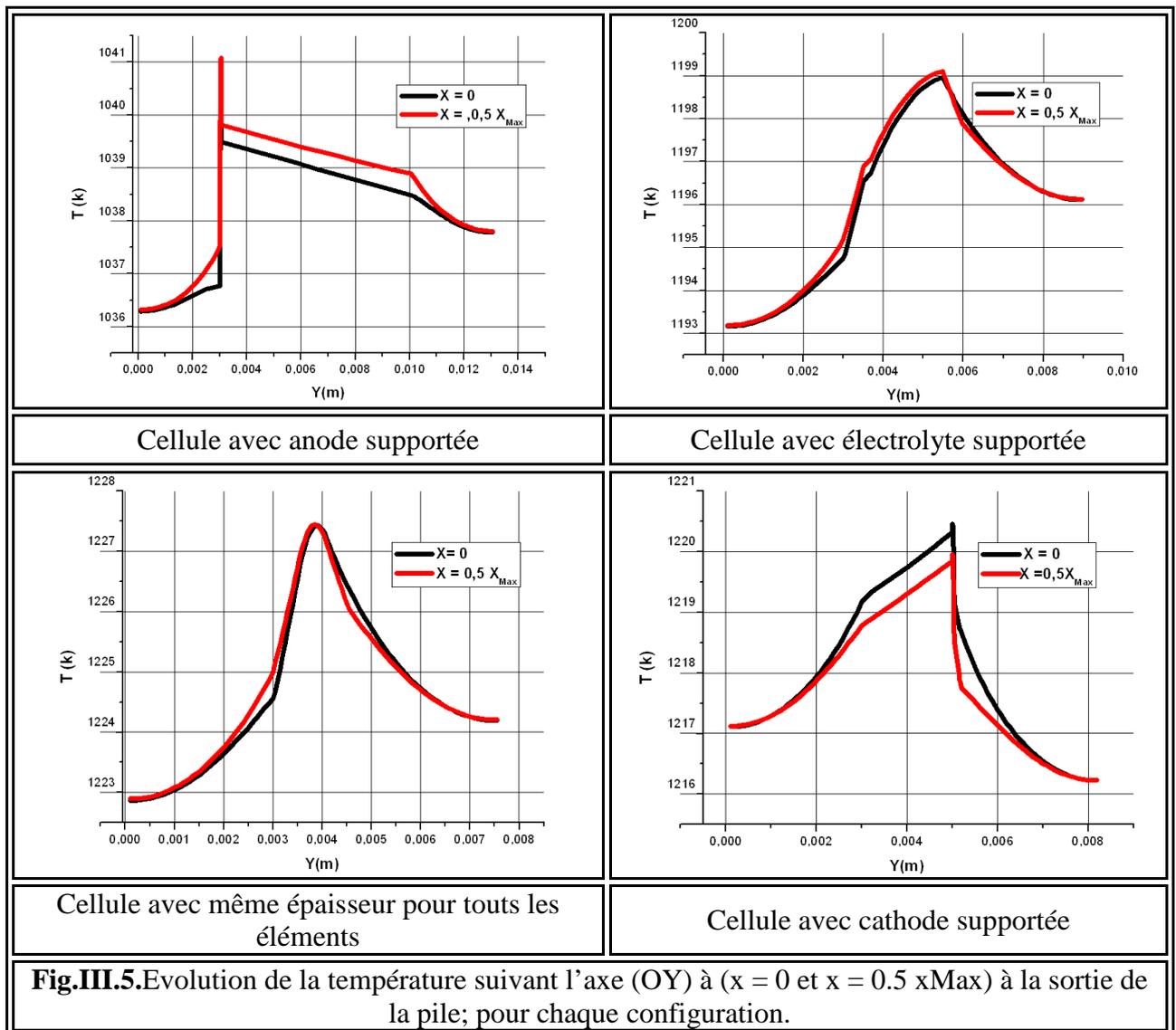


Tableau III.1: Localisation de la température maximale pour chaque configuration géométrique à la sortie de la cellule.

Type de cellule	T_{Max} (k)	Localisation de la température maximale
anode supportée	1041.08	l'électrolyte et l'anode
électrolyte supporté	1199.10	La partie supérieure de l'électrolyte et la partie inférieure de l'anode
Cathode supportée	1220.47	l'électrolyte et la partie supérieure de la cathode
même épaisseur	1225.11	l'électrolyte et la partie inférieure de l'anode

L'augmentation de la température pour chaque configuration selon la direction (OY) et pour les positions sur l'axe (OX), ($x = 0$ et $x = 0.5 x_{max}$) à la sortie de la pile est mentionnée dans la **Figure III.5**.



On remarque que l'intervalle de variation des valeurs de la température suivant la direction (OY) aux positions ($x = 0$ et $x = 0.5 x_{Max}$) situées à la sortie de la cellule est presque de l'ordre de cinq unités pour toutes les configurations géométriques de la cellule SOFC (**figure III.5**).

Dans le cas d'une cellule avec anode supportée, on observe que le milieu de la cellule est totalement plus chaud que les bornes (gauche et droite). Aussi, on observe que le milieu de la partie anodique de la pile est plus chaud que les bornes (gauche et droite) citées dans la même partie de la cellule, le contraire est présenté dans les autres cas. (**Figure III.5**).

Quant au cas d'une configuration géométrique à électrolyte supportée, elle est la plus correspondante à celle avec même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile, la **figure III.5** montre que la partie inférieure de la cellule (cathode, interconnecteur et canal cathodique) se trouvant au milieu de la pile est plus chaude que les bornes (gauche et droite) citées dans la même partie de la cellule.

Enfin, dans le cas d'une cellule avec cathode supportée, la **figure III.5** montre que la partie inférieure de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique) est plus chaude que la partie supérieure (anode, interconnecteur et canal anodique). Par contre, dans les autres cas la partie inférieure de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique) est plus froide que la partie supérieure de la pile (anode, interconnecteur et canal anodique), comme il y a lieu de faire observer que le milieu de cette même cellule est entièrement plus froid que ses bornes (gauche et droite), alors que le milieu de la partie inférieure de la cellule est aussi plus froid que les ailes (gauche et droite) citées dans la même partie de la pile, ce qui nous donne parfaitement le contraire dans les autres cas. (**Figure III.5**).

D'après les courbes montrées dans la **Figure III.5**, les cellules qui possèdent une anode supportée, ou un électrolyte supporté, ou ayant la même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile montrent par toute évidence que la plus large intervalle de variation des valeurs de la température sur l'axe (OY) à la sortie de la cellule SOFC, est celle du milieu de la pile, le contraire se trouve logiquement dans le cas d'une cellule avec cathode supportée.

La **Figure III.6** montre l'évolution de la température pour chaque configuration selon l'axe (OZ) de l'entrée à la sortie de la pile pour la position ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{max}$). L'élévation de la température est remarquable au début de la cellule dans tous les types de cellules par rapport à la température d'entrée des gaz. A l'entrée de la cellule, dans le cas d'une cellule avec anode supportée la valeur de la température reste constante presque d'un millimètre à une valeur de mille trente kelvins, quand aux autres configurations géométrique elle est proche de mille quatre-vingts kelvins. Ensuite, partant de ces dernières valeurs de la température,

l'augmentation se fait hyperboliquement. Selon une configuration à anode supportée - comme montrée dans la figure- à la distance de dix sept millimètres de l'entrée, la température atteint presque sa valeur finale à la sortie de la cellule (pas d'augmentation de valeurs de température selon la direction (OZ) après toute distance supérieur à dix sept millimètres), quand aux autres configurations géométriques, la température s'approche de sa valeur finale au-delà d'une longueur de trois centimètres.

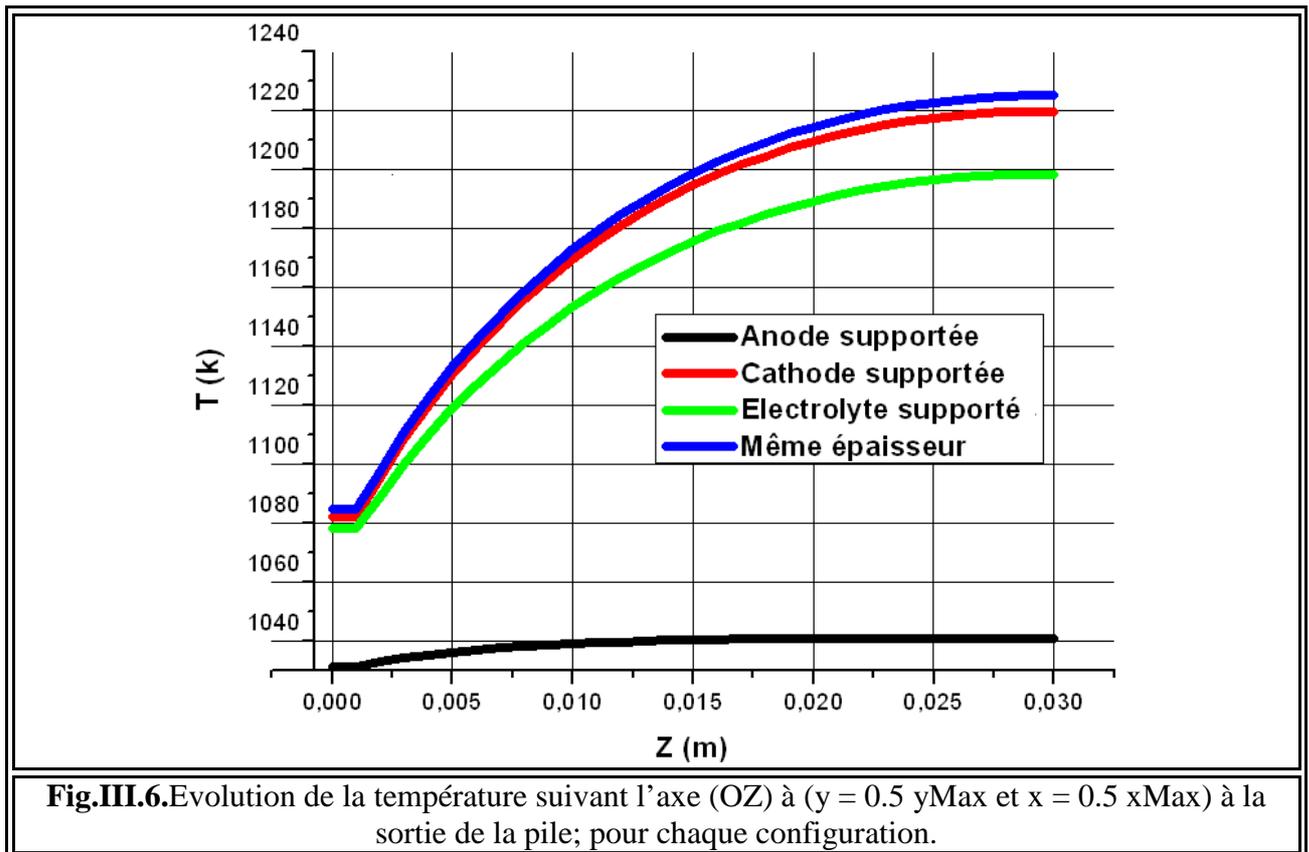


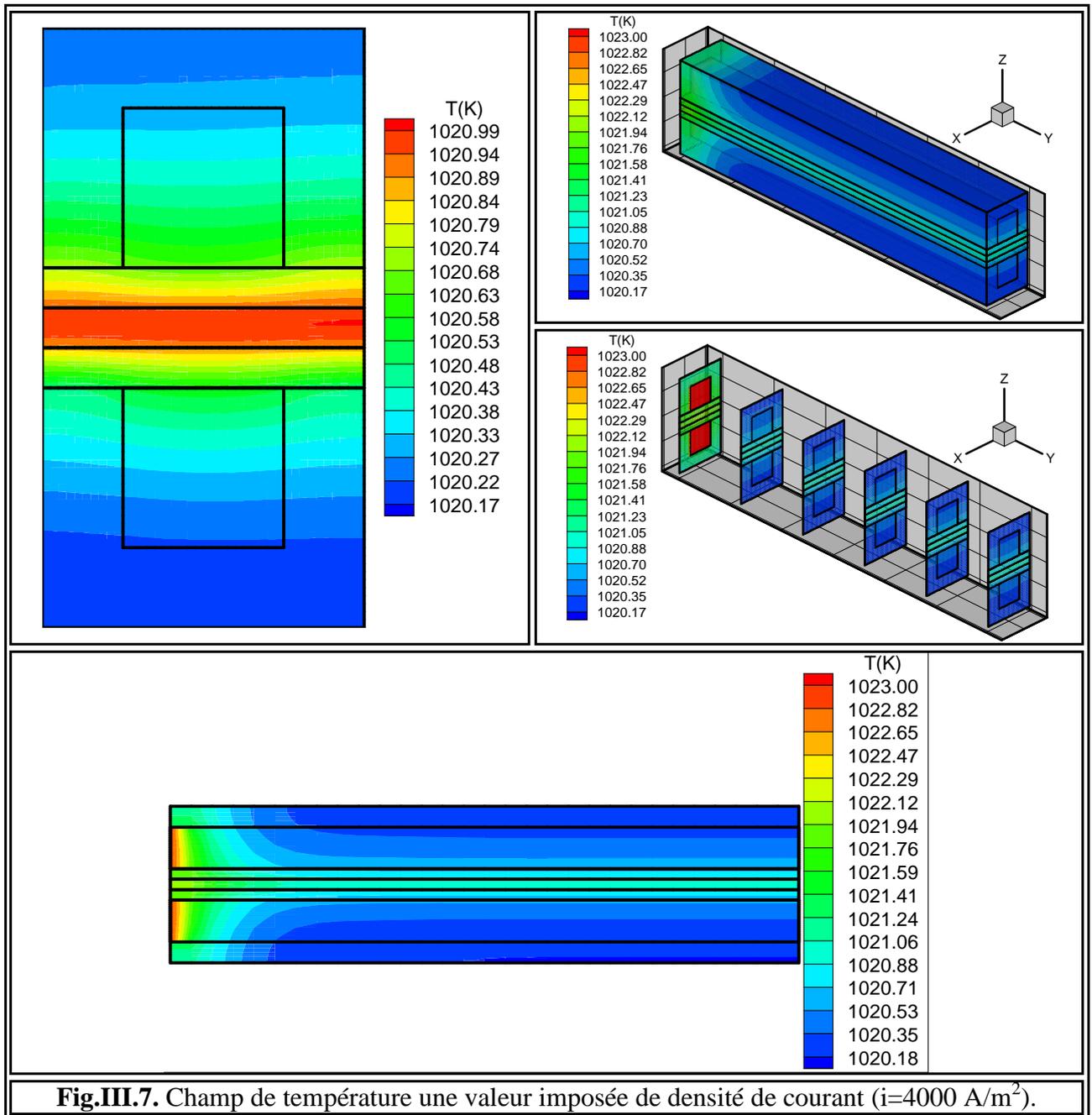
Fig.III.6. Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à $(y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque configuration.

III.2. Champs de température suivant les différentes valeurs de densité du courant imposé.

Dans cette partie, les résultats obtenus montrent l'effet de la densité du courant imposé sur la variation des valeurs de la température dans une pile à combustible de type SOFC dans le cas d'une source de chaleur nommé ohmique. Les dimensions sont données par la référence [4] (même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile), les valeurs de la température d'entrée des deux gaz aux canaux de la cellule sont identiques, elles prennent une valeur égale à mille vingt trois kelvins [5] et [12], et se servant des conductivités thermique et électrique des matériaux standards (NiYSZ), (YSZ), (LSM).

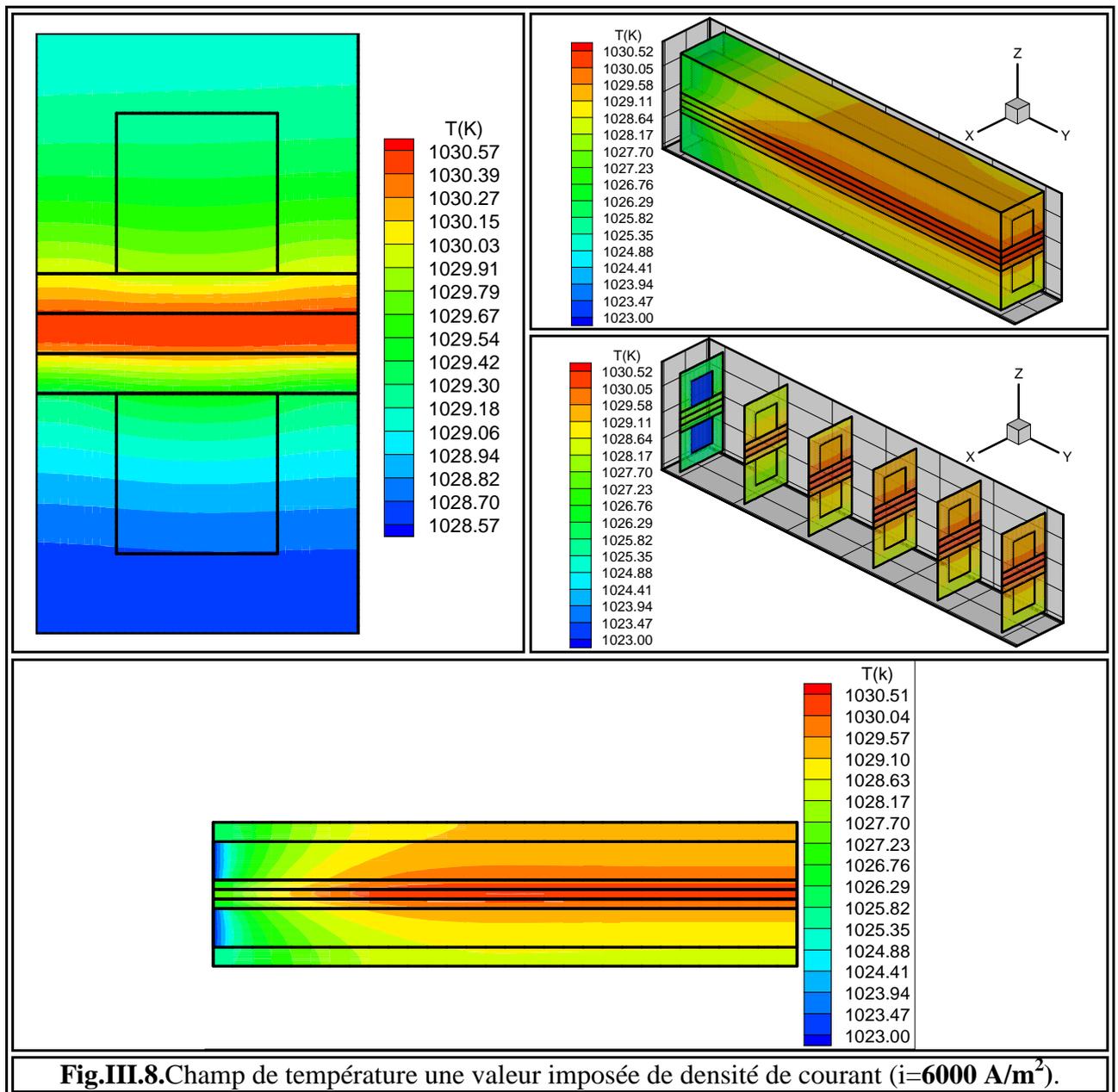
Nous avons pris la valeur imposée du courant de quatre mille unités des références [2], [10], [13], [19] et [27], pour les références [24], [37] et [38] les auteurs préfèrent une valeur

imposée de courant de six mille ampères par mètre carré, quant à la référence [27], nous avons pris la valeur imposée du courant de douze mille unités, et enfin, on certifie par les références [5], [7] et [35] pour une cellule soumise à une valeur imposée du courant de vingt mille ampères par mètre carré.



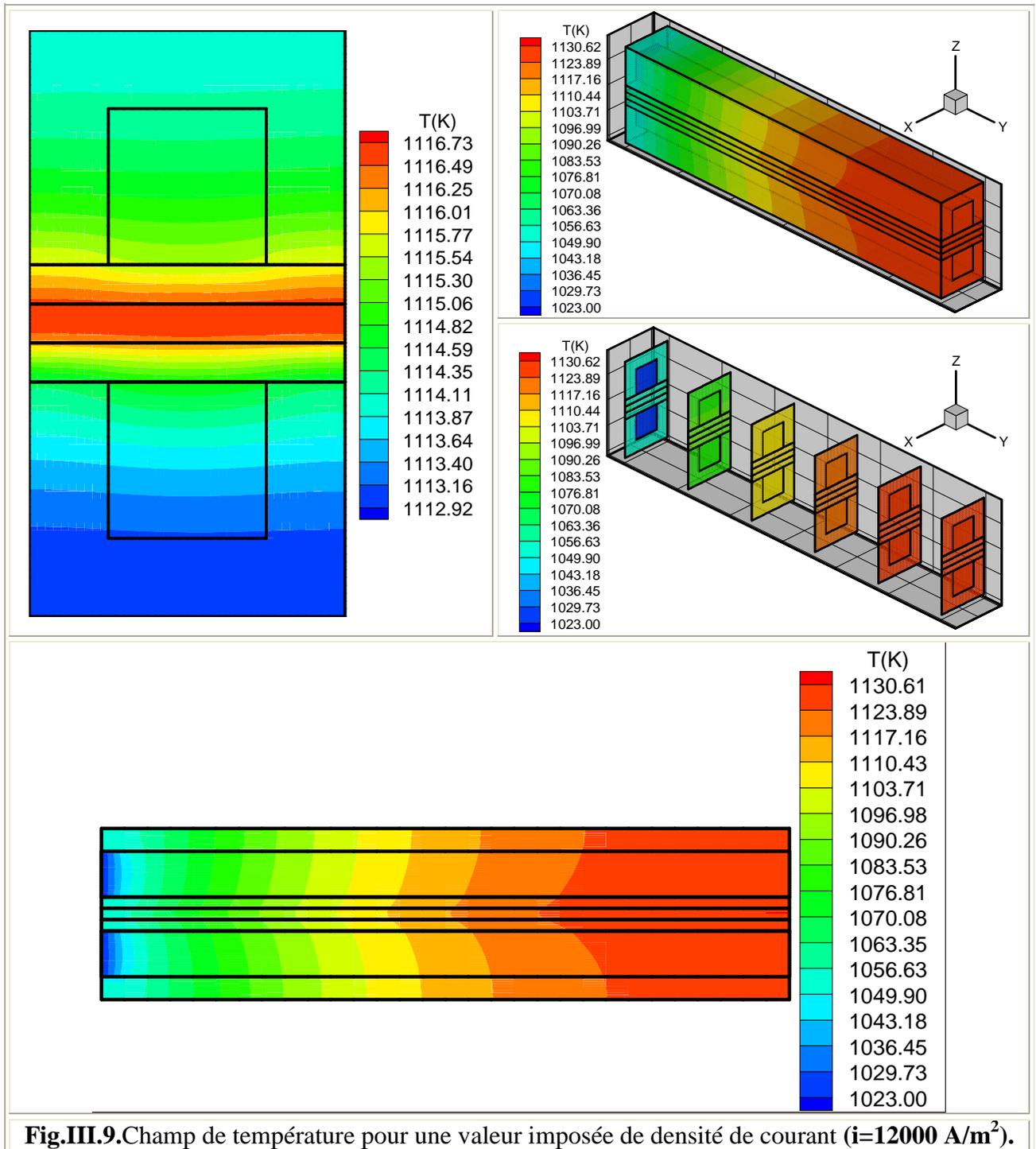
Selon une valeur imposée de densité du courant égale à quatre mille unités, la **Figure III.7** montre que les valeurs maximales de la température sont localisées à l'entrée des deux canaux anodique et cathodique de la cellule, elles s'unissent à une valeur de mille vingt trois

unités. Les valeurs minimales de la température sont aux environs de mille vingt kelvins, nous les trouvons à la sortie de la pile au niveau de l’embasement de la cellule (partie basse de l’interconnecteur coté cathodique la plus éloignée de la cathode). On remarque que la température diminue à chaque fois qu’elle s’éloigne de l’entrée, ce qui constitue une perte de chaleur de l’entrée à la sortie de la pile, c’est à dire un cas où l’effet de joule n’est pas suffisant pour augmenter les valeurs de la température (pas de production de chaleur).



Les cellules ayant une valeur de densité de courant supérieure à quatre mille ampères par mètre carré, présentent presque la même allure de champ, c’est-à-dire que la valeur maximale de la température se trouve à la sortie de la cellule SOFC qu’elle que soit la valeur imposée de densité de courant (Figure III.8, Figure III.9 et Figure III.10). Ainsi que les valeurs minimales

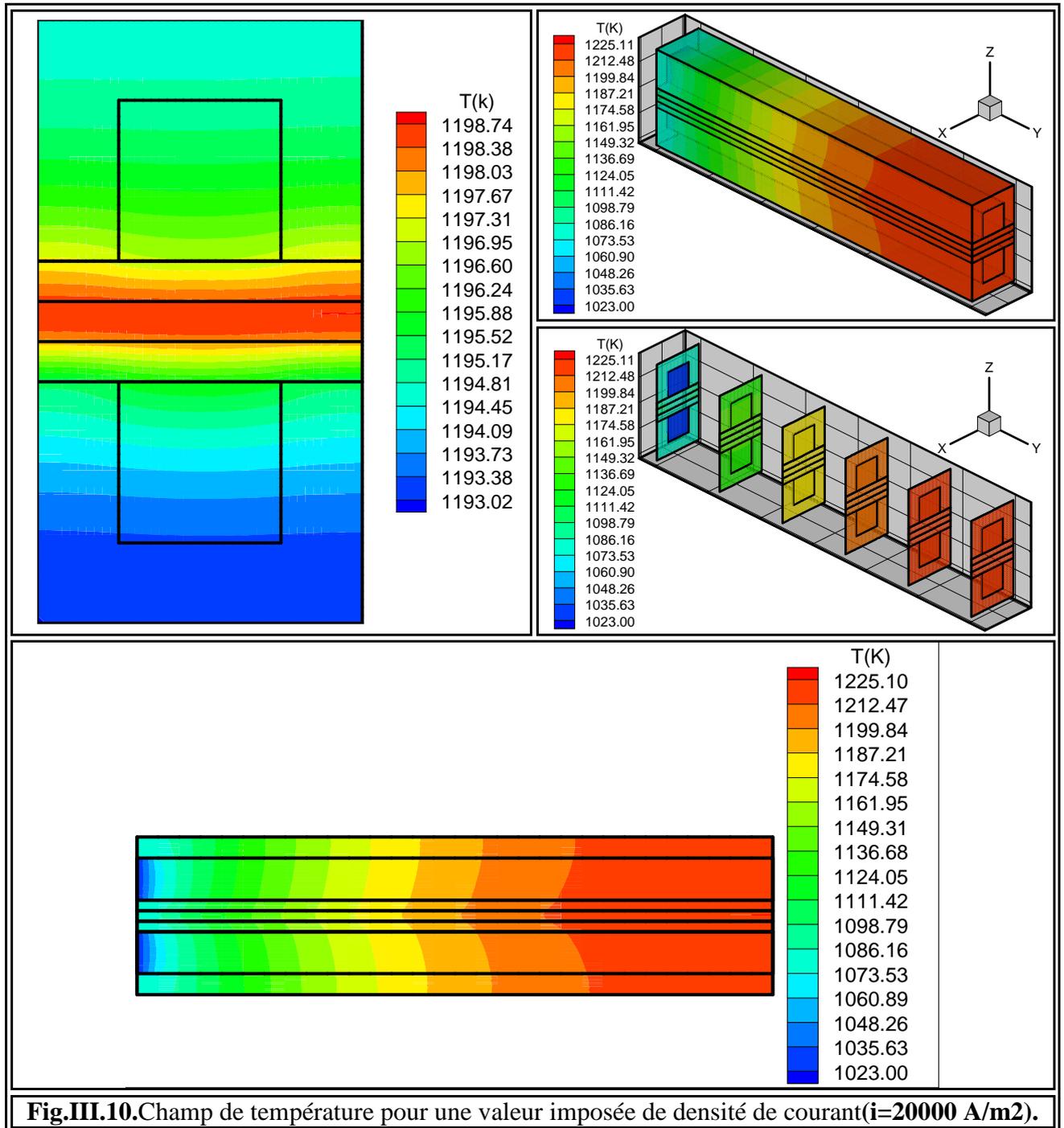
de la température sont celles des gaz à une valeur correspondante à mille vingt trois kelvins, elles se localisent à l'entrée des deux canaux anodique et cathodique de la pile, ce qui implique un cas de production de chaleur (l'effet de joule est important).



Nous apercevons que la valeur la plus élevée de la température dans le cas d'une densité de courant importante telle que vingt mille ampères par mètre carré, elle prend une valeur proche à mille deux cent vingt cinq kelvins. (Figure III.10).

Tableau III.2: Valeurs maximales des températures en fonction des densités du courant.

densité de courant (A/m ²)	T _{max} (K)
4000	1023.00 (Figure III.6)
6000	1030.52 (Figure III.7)
12000	1130.62 (Figure III.8)
20000	1225.11 (Figure III.9)



La température maximale se trouve dans le cœur de la pile, elle est localisée à la sortie de la pile au niveau de l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhérent à la partie supérieure

de l'électrolyte (**Figure III.8, Figure III.9 et Figure III.10**). Les valeurs maximales de la température selon chaque valeur imposée de la densité du courant sont mentionnées dans le **tableau III.2**.

Par ailleurs, on constate que la partie supérieure de l'interconnecteur (partie anodique) est plus chaude par rapport à la partie inférieure de l'interconnecteur (partie cathodique) pour les cellules ayant une valeur de densité de courant supérieure à quatre mille ampères par mètre carré (**Figure III.8, Figure III.9, Figure III.10**).

Pour chaque valeur imposée de la densité du courant et à la sortie de la pile à une position $x = 0.5 x_{Max}$ la variation de la température selon l'axe (OY) est mentionnée dans la **Figure III.11**.

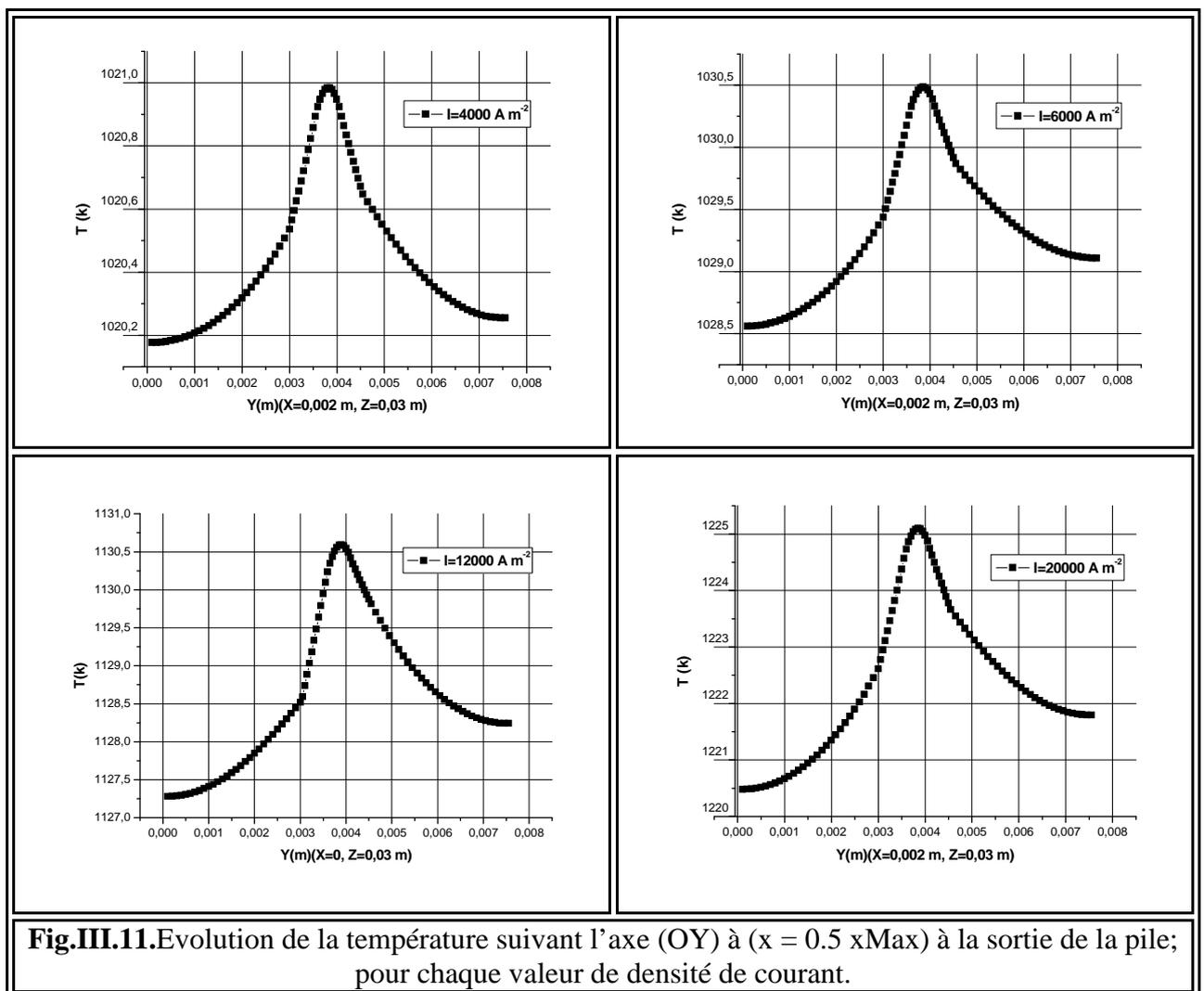


Fig.III.11. Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour chaque valeur de densité de courant.

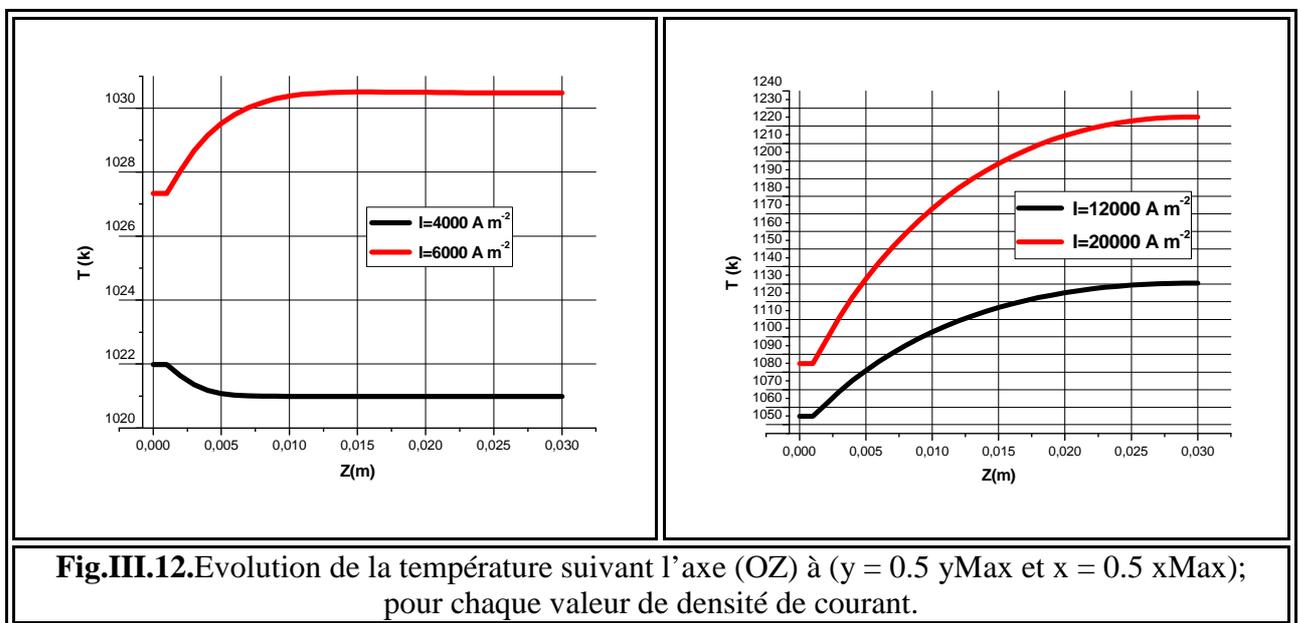
A la sortie de la cellule à une position ($x = 0.5 x_{Max}$) l'intervalle de variation des valeurs de la température sur l'axe (OY) est presque de l'ordre de cinq unités selon la cellule possédant une valeur de densité du courant équivalente à vingt mille ampères par mètre carré.

Le bouleversement de l'échelle de la température à la sortie de la cellule sur l'axe (OY) au milieu de la direction (OX) ayant une densité de courant de douze mille unités est de l'ordre quatre kelvins (**figure III.11**).

L'écart entre les valeurs extrêmes de la température pour une valeur de densité de courant de six mille ampères par mètre carré à la sortie de la pile sur l'axe (OY) au milieu de la largeur ($x = 0.5 x_{\text{Max}}$) est de deux degrés. Enfin la différence entre la valeur maximale et minimale de la température sur le même axe et la même position sur la direction (OX) située à la sortie d'une pile SOFC ayant une densité de courant imposé identique à quatre mille unités est d'un degré Celsius. (**figure III.11**).

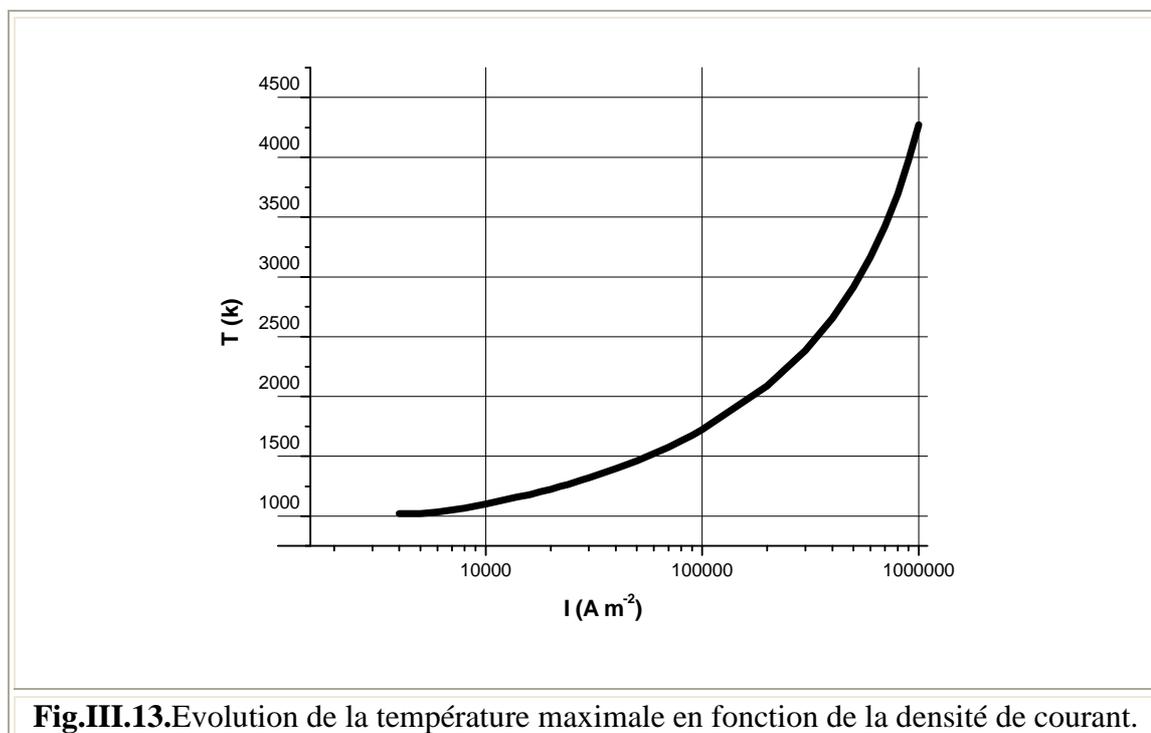
Les différentes courbes présentées ayant presque la même lecture. Dans tous les cas des différentes valeurs de densité de courant imposés exposés sur la **figure III.11**, la partie supérieure de la pile (anode, interconnecteur et canal anodique) est plus chaude que la partie inférieure de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique) quelque soit la valeur imposée de densité de courant et quelque soit le cas (productif, ou non productif de chaleur).

La **Figure III.12** montre l'évolution des valeurs de la température de chaque valeur imposée de la densité de courant à une position ($y = 0.5 y_{\text{Max}}$ et $x = 0.5 x_{\text{max}}$) selon l'axe (OZ) de l'entrée à la sortie de la pile.



Selon la cellule ayant une valeur imposée de la densité courant identique à quatre mille ampères par mètre carré, les valeurs de la température diminuent à chaque fois qu'on se dirige vers la sortie de la pile. À l'entrée de la pile, la température reste constante aux environs du

premier millimètre soit une valeur de mille vingt deux kelvins, ensuite, une chute des valeurs de la température qui se fait paraboliquement jusqu'à où elle atteint presque sa valeur finale qui est de mille vingt et un kelvins à une distance de six millimètres de l'entrée de la cellule, puis c'est le maintien des valeurs de température selon la direction (OZ). (**Figure III.12**)



L'élévation de valeurs de la température est clairement remarquable sur l'axe (OZ) dans les cas des cellules qui possèdent une valeur de densité de courant imposée supérieure à quatre mille unités ($i=6000 A/m^2$, $i=12000 A/m^2$ et $20000 A/m^2$) par rapport à la température d'entrée des gaz. A l'entrée de la cellule, dans le cas d'une cellule ayant une valeur imposée de densité de courant égale à six mille ampères par mètre carré, la température reste constante presque d'un millimètre à une valeur proche de mille vingt sept kelvins, quand aux autres cas, elle est autour de mille cinquante unités selon la cellule possédant une valeur imposée de densité de courant égale à douze mille ampères par mètre carré, et elle avoisine une valeur de mille quatre-vingts unités dans le cas de la cellule possédant une valeur imposée de densité de courant égale à vingt mille ampères par mètre carré. Ensuite, en partant des dernières valeurs de la température, l'augmentation se fait hyperboliquement. Selon une valeur imposée de densité de courant égale à six mille ampères par mètre carré et comme montrée sur la figure, à une distance de treize millimètres, la température atteint sa valeur presque finale de mille trente kelvins (pas d'augmentation des valeurs de température selon la direction (OZ) après une distance de treize

millimètres), quand aux autres cas restants où la valeur de densité de courant imposée est supérieure à six mille unités ($i=12000 \text{ A/m}^2$ et 20000 A/m^2), la température s'approche de sa valeur finale et l'atteindra à une longueur supérieure à trois centimètres. (**Figure III.12**).

La **Figure III.13** montre l'évolution des valeurs de la température maximale dans la pile SOFC selon chaque valeur imposée de la densité de courant; avec une échelle logarithmique selon les valeurs de densité du courant imposé, et une échelle linéaire selon les valeurs maximales de la température. Au début de la courbe la valeur de la température maximale reste constante à une valeur de mille vingt trois kelvins (température d'entrée des gaz) jusqu'à où l'effet de joule devient important (productif de chaleur). Ensuite, l'élévation des valeurs de la température maximale prend une forme parabolique en fonction des valeurs imposées de la densité du courant.

III.3.Champs de température suivant différentes longueurs de la cellule

Les résultats acquis montrent l'influence des différentes valeurs de longueurs sur les champs et les valeurs de la température dans la pile SOFC. Nous avons utilisé des conductivités thermique et électrique des matériaux standards (**NiYSZ**), (**YSZ**), (**LSM**). Les dimensionnements sont ceux de la référence [4] (même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile). Les deux valeurs de la température d'entrée des gaz aux canaux sont identiques et égales à mille vingt trois kelvins [5] et [12], la densité du courant est imposée, elle prend une valeur de vingt mille ampères par mètre carré [5], [7] et [35].

D'après les résultats obtenus, les cellules présentées dans les figures (**Figure III.14**, **Figure III.15**, **Figure III.16** et la **Figure III.17**) possèdent presque la même allure du champ, c'est-à-dire la température maximale se trouve à la sortie de la cellule SOFC qu'elle que soit la longueur de la cellule.

La température minimale est localisée à l'entrée des deux canaux anodique et cathodique (**Figure III.14**, **Figure III.15**, **Figure III.16** et **Figure III.17**), C'est la température d'entrée des deux gaz, elle est de mille vingt trois kelvins.

Qu'elle que soit la longueur supposée, les présentes cellules montrent que l'effet de joule est important, ce qui implique un cas de production de chaleur.

Il y a lieu de faire remarquer que l'élévation des valeurs de la température est très importante dans le cas d'une longueur de cellule de sept centimètres, elle atteint une valeur supérieure à douze mille quatre-vingts dix sept kelvins. (**Figure III.17**).

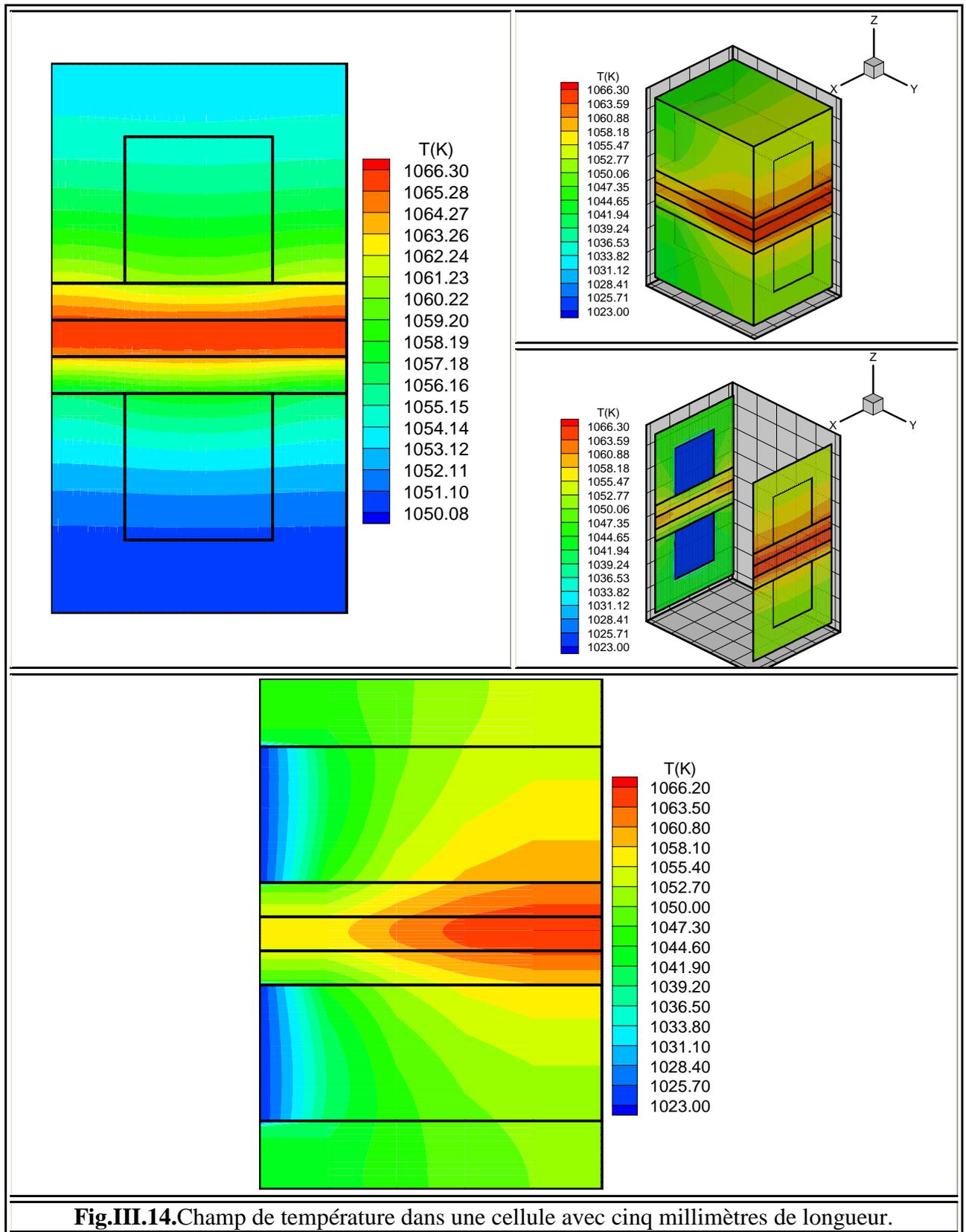


Fig.III.14. Champ de température dans une cellule avec cinq millimètres de longueur.

La faible augmentation des valeurs de la température qui est supérieure à quarante trois kelvins, est celle de la cellule à une longueur de cinq millimètres (**Figure III.14**), ainsi, le domaine de variation des valeurs de la température pour une cellule à une longueur de un

centimètre est presque de quatre-vingts cinq degrés (**Figure III.15**), quant à la cellule ayant une longueur de deux centimètres, l'augmentation de la température est supérieure à cent cinquante deux unités (**Figure III.16**). Enfin pour la (**Figure III.17**), la différence entre les valeurs maximale et minimale de la température, elle est autour de deux cent trente sept unités, elle est clairement montrée dans la cellule de quatre centimètres de longueur, aussi, l'élévation maximale des valeur de la température par rapport à la température d'entrée des gaz, elle est proche de deux cent soixante kelvins pour une longueur de cellule de cinq centimètres, alors que l'écart majeur des valeurs de la température supérieure à deux cent soixante quatorze unités est visualisé dans la cellule ayant une longueur de sept centimètres

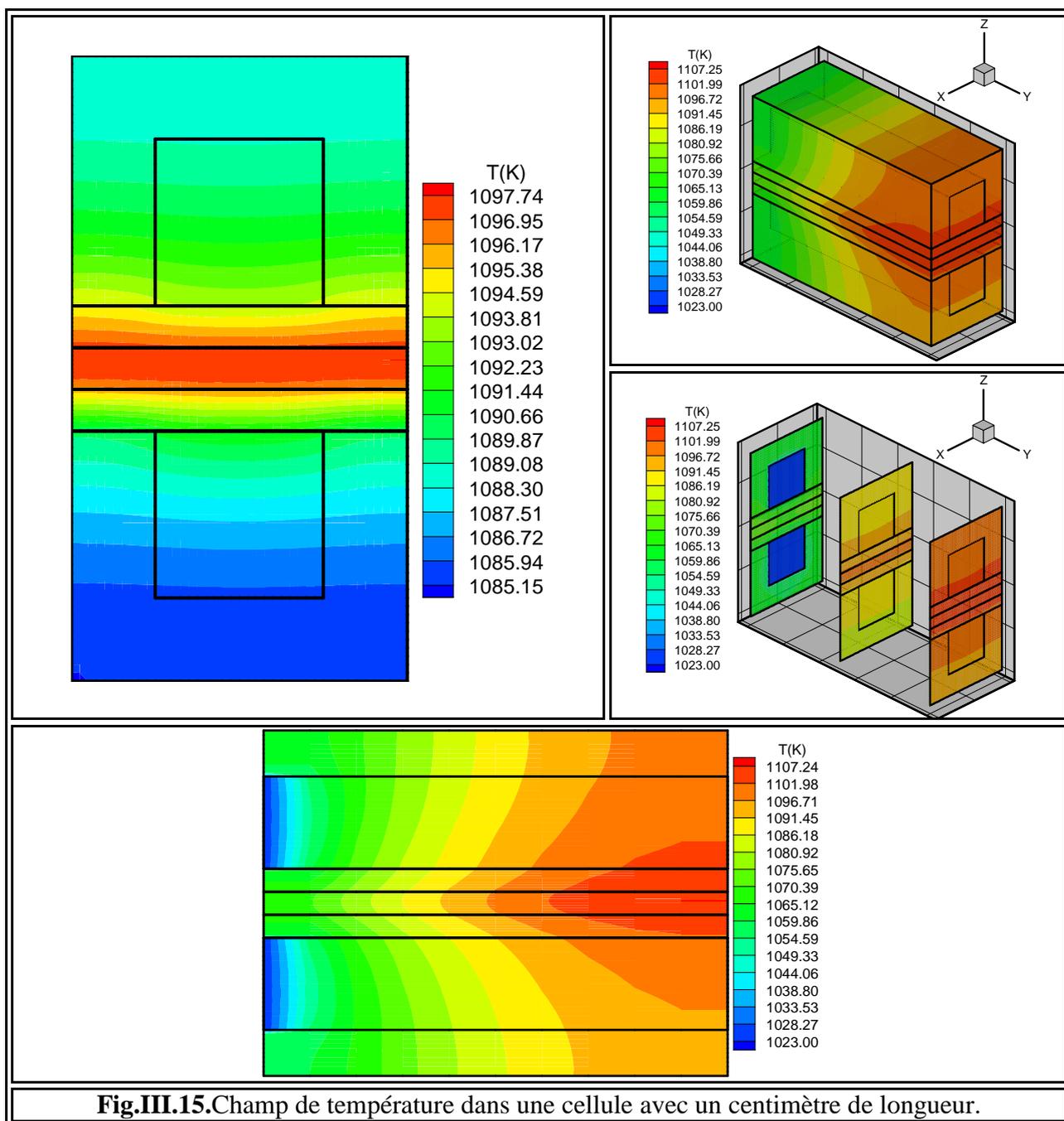


Fig.III.15. Champ de température dans une cellule avec un centimètre de longueur.

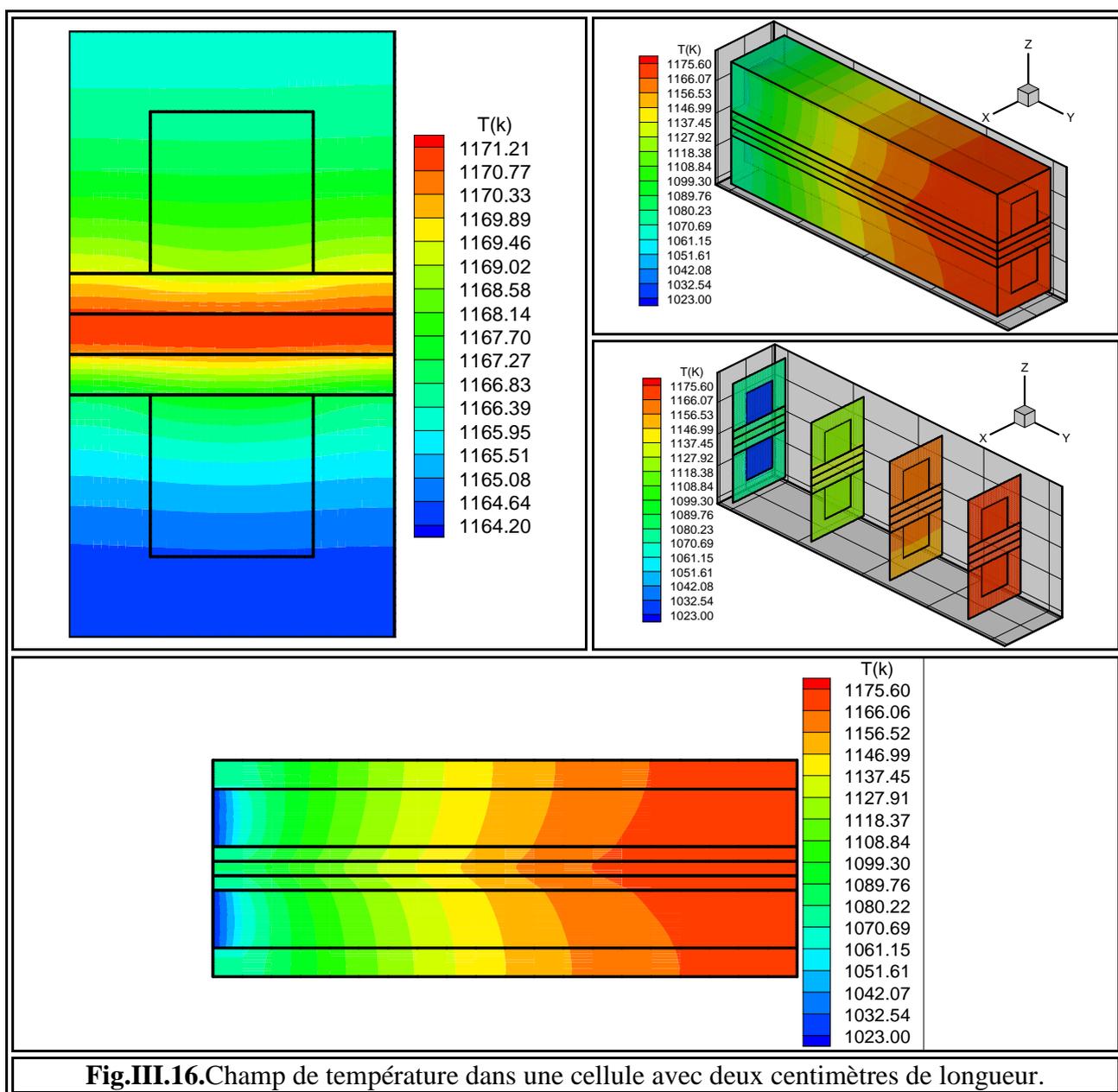
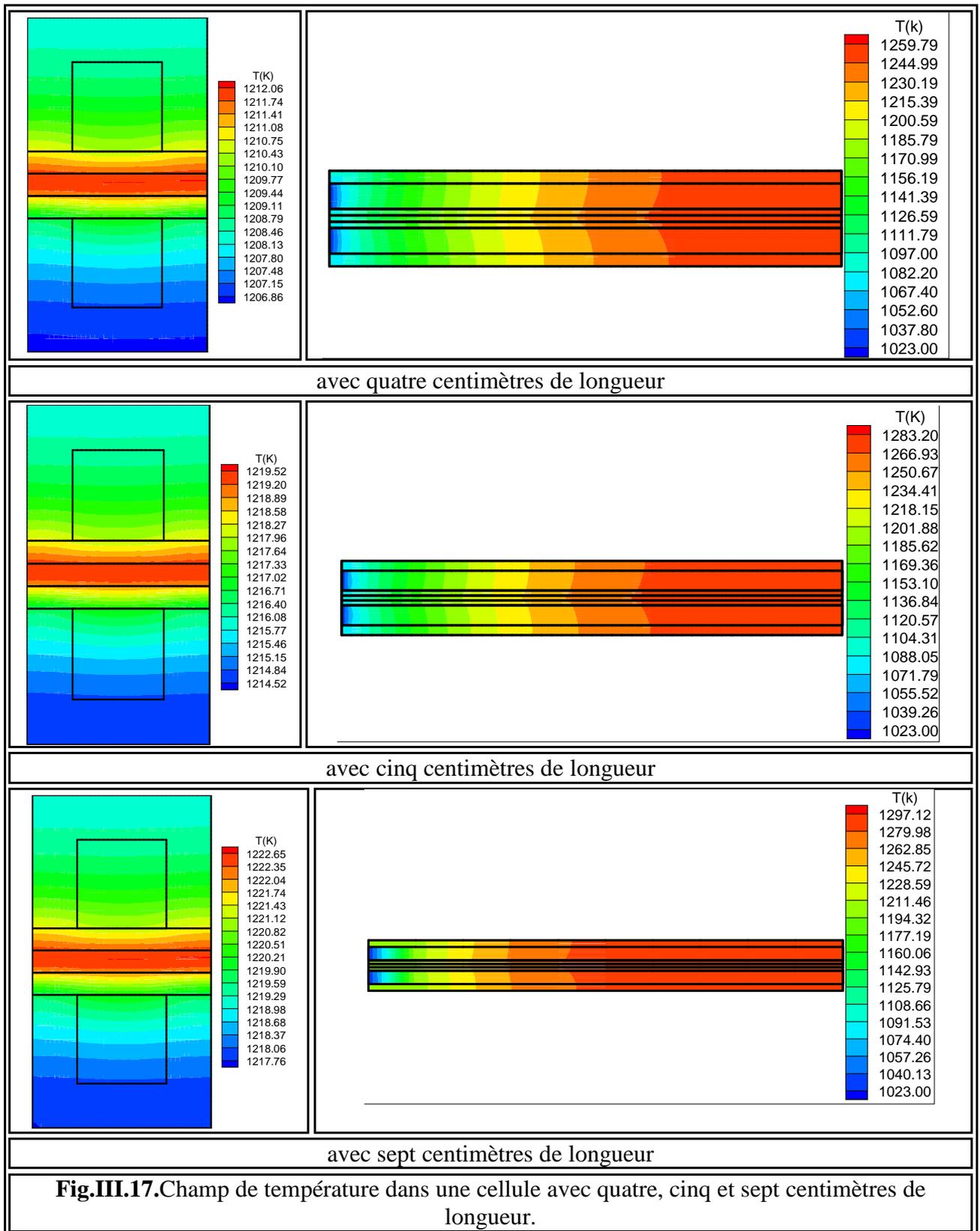


Fig.III.16. Champ de température dans une cellule avec deux centimètres de longueur.

D'autre part, nous remarquons que dans toutes les cellules, la partie supérieure de l'interconnecteur partie anodique (anode, interconnecteur et canal anodique) est plus chaude par rapport à la partie inférieure de l'interconnecteur partie cathodique (cathode, interconnecteur et canal cathodique) (**Figure III.14**, **Figure III.15**, **Figure III.16** et **Figure III.17**).

Les valeurs maximales de la température relatives à la longueur de la cellule sont mentionnées dans le **Tableau III.3**.

L'augmentation des valeurs de la température pour chaque longueur de cellule selon l'axe (OY) et pour la position ($x = 0.5 x_{max}$) à la sortie de la pile est mentionnée dans la **figure III.18**.



A la sortie de la cellule, la différence entre la valeur maximale et minimale montrée dans l'échelle de la température est presque de l'ordre de seize unités pour une longueur de cinq millimètres, ainsi que l'intervalle maximale de variation des valeurs de la température à la fin de

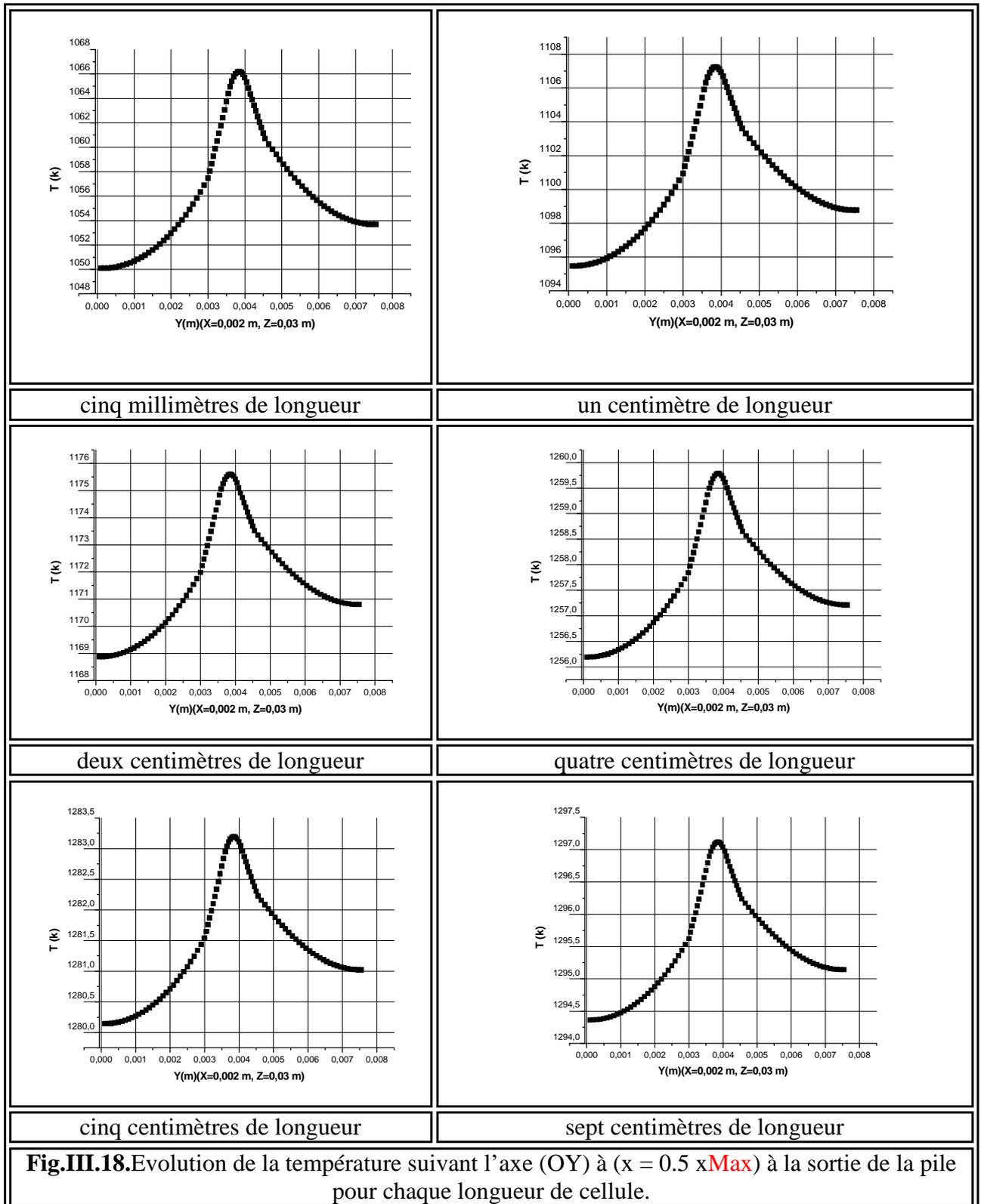
pile est aux environs de douze kelvins pour une cellule d'un centimètre de longueur, pour le changement dans l'échelle de la température à la sortie de la cellule ayant une longueur de deux centimètres, il est autour de sept degrés, quant à la différence entre les valeurs maximale et minimale de la température à la sortie de la cellule est presque de l'ordre de quatre unités pour une longueur de quatre centimètres, alors que l'augmentation maximale de la température par rapport à la température la plus minime remarquée à la fin de la pile est aux environs de trois kelvins pour une cellule de cinq centimètres de longueur, enfin à une longueur de cellule de sept millimètres, l'écart entre la valeurs maximale et minimale de la température montrée dans l'échelle de la température est presque de l'ordre de trois unités à la sortie de la pile (**figure III.18**).

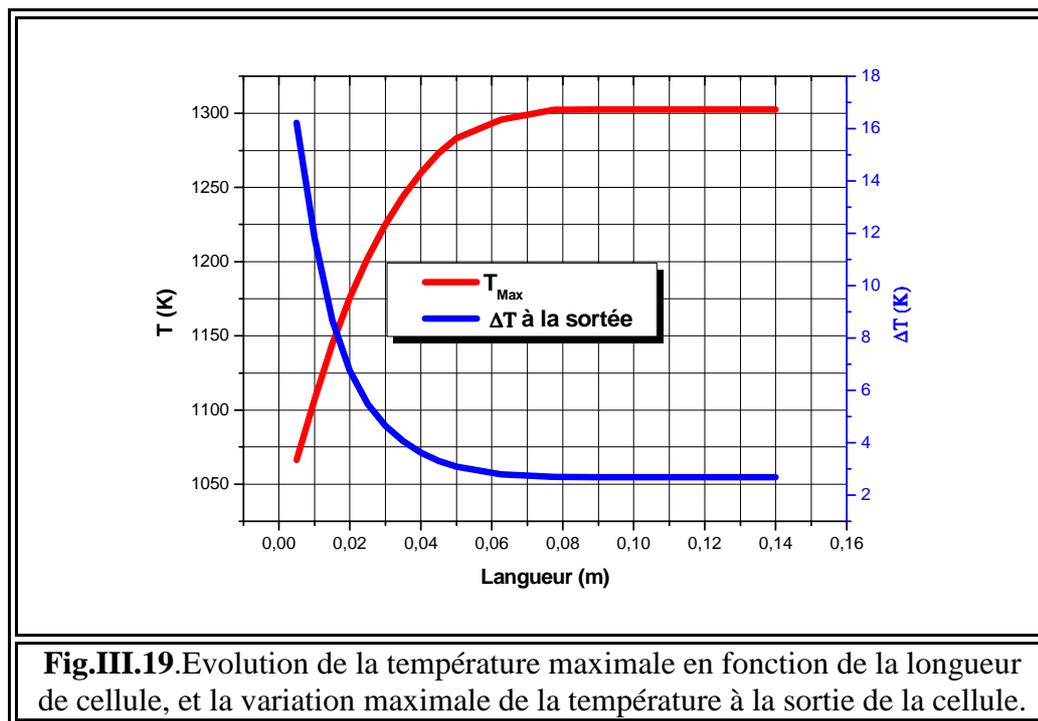
Tableau III.3: Valeurs maximales de la température en fonction de la longueur de la cellule.

longueur de cellule (m)	valeurs de température maximale (K)
0.005	1066.30
0.01	1107.24
0.02	1175.60
0.03	1225.11
0.04	1259.79
0.05	1283.20
0.07	1297.12

Les différentes courbes présentées dans la **figure III.18** possèdent presque la même allure, elles montrent que la partie supérieure de la pile (anode, interconnecteur et canal anodique) est plus chaude que la partie inférieure de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique).

Sur la **Figure III.19**, nous avons montré la variation de l'écart de température à la sortie de la pile et l'élévation de la valeur de température maximale pour chaque longueur de cellule étudiée. La différence de la température à la sortie de la cellule varie paraboliquement par rapport à la longueur de la pile jusqu'où elle atteint une longueur qui avoisine huit centimètres à un écart de température proche de trois kelvins, ensuite, l'écart des valeurs de la température à la sortie de la cellule reste toujours le même quelque soit la longueur de la pile supposée. L'évolution des valeurs maximales de la température est hyperbolique relativement à la longueur de la cellule jusqu'où elle arrive à une longueur qui avoisine huit centimètres, la température maximale atteindra presque sa valeur la plus grande, elle est approximative de mille trois cent kelvins, quant aux valeurs maximales de la température restantes, elles sont constantes tout au long de la pile quelque soit la longueur donnée.





III.4. Champs de température suivant les valeurs de température d'entrée des gaz

Dans cette partie nous étudions l'influence de la température d'entrée des gaz sur les valeurs maximales de la température et leurs champs suivant deux types de géométrie ; l'une concerne une symétrie des étages de cellule, l'autre à propos de la répétition des étages, ensuite nous terminons par une comparaison.

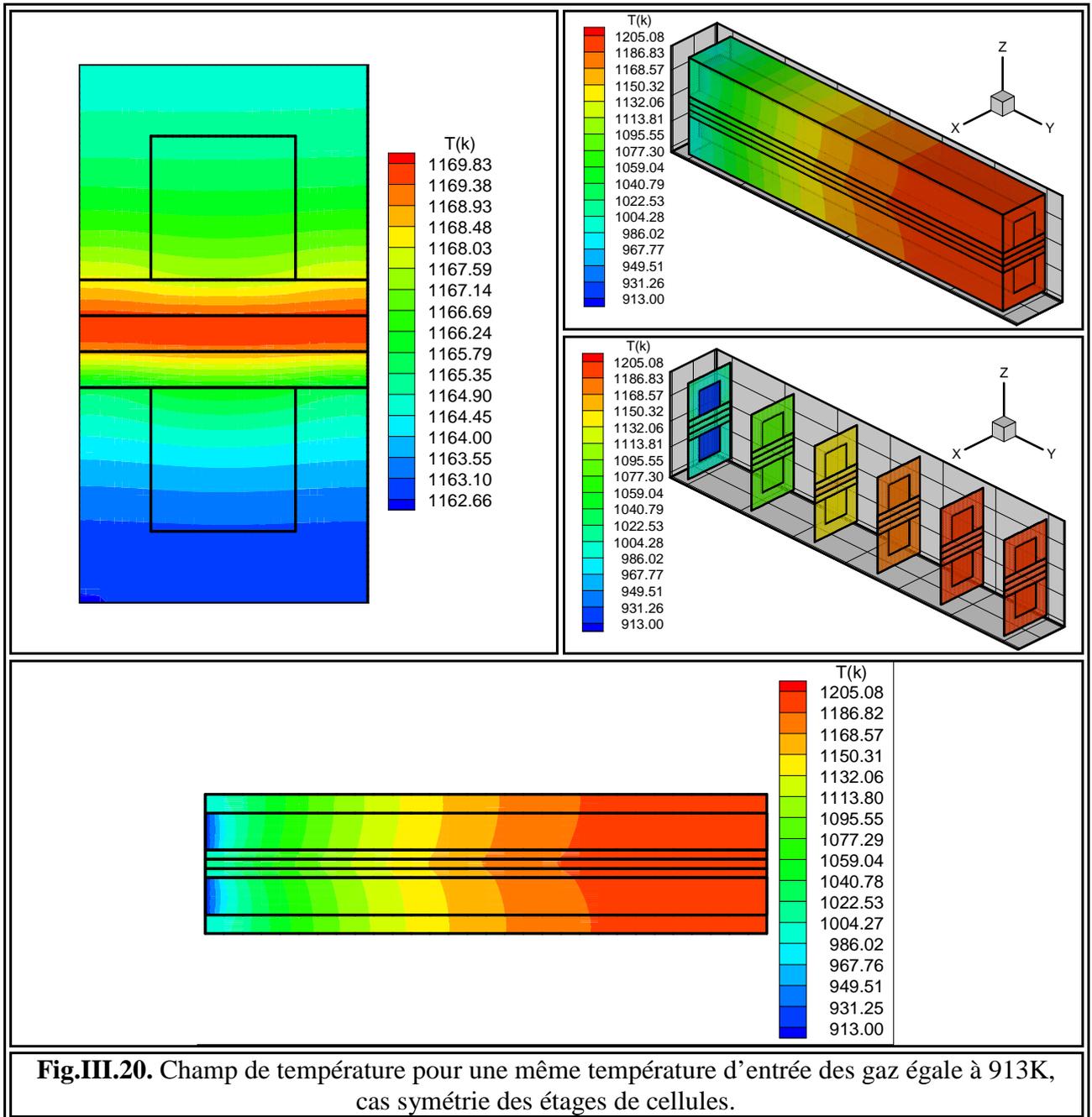
Les dimensionnements sont donnés par la référence [4] (même épaisseur pour tous les éléments à savoir, les deux électrodes et l'électrolyte). Les conductivités thermique et électrique sont identiques à celles des matériaux standards (NiYSZ), (YSZ), (LSM), comme nous utilisons aussi une valeur de densité de courant imposé de vingt mille unités [5], [7] et [35].

III.4.1. Champs de température suivant les valeurs de la température d'entrée des gaz pour une symétrie des étages de cellule

L'effet de la valeur de la température d'entrée des gaz dans les canaux anodique et cathodique sur le champ de température est présenté selon deux cas; dans le premier cas, la valeur de la température des gaz est la même à l'entrée des deux canaux de la cellule, pour le second cas, nous avons utilisé deux différentes valeurs de température à chaque entrée de canal, c'est-à-dire que la température de fuel à l'entrée de canal anodique est différente de celle de l'air à l'entrée de canal cathodique.

III.4.1.1. Mêmes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux

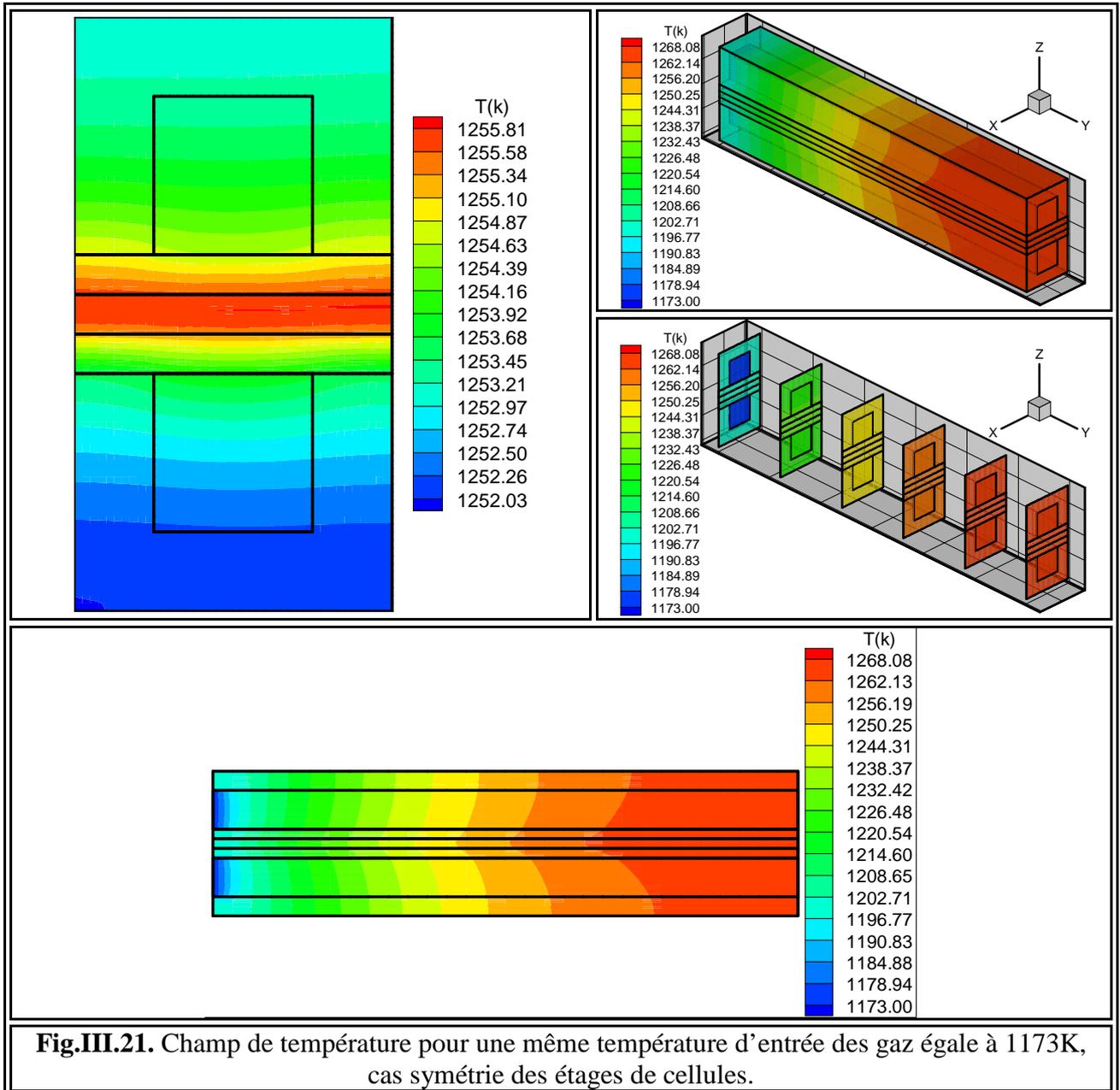
Selon plusieurs références consultées qui donnent les mêmes valeurs de température des gaz à l'entrée des canaux de la pile, nous avons choisi d'utiliser celles des références [35] et [36] pour une valeur de température égale à neuf cent treize kelvins, et celles des références [4], [6], [9], [20], [22], [23], [24] et [37] qui partagent la même valeur de la température à l'entrée des canaux de la cellule qui est de mille cent soixante treize kelvins.



Les deux champs de température présentent presque la même lecture et ressemblent à un cas de production de chaleur, c'est-à-dire que la valeur maximale de la température se trouve à la

sortie de la cellule qu'elle que soit la valeur de la température d'entrée des gaz. (Figure III.20) et (Figure III.21).

Les valeurs minimales de la température sont localisées à l'entrée des deux canaux anodique et cathodique, ce qui signifie qu'elles sont les mêmes valeurs de la température d'entrée des gaz qu'elle que soit leurs valeurs (Figure III.20 et Figure III.21).



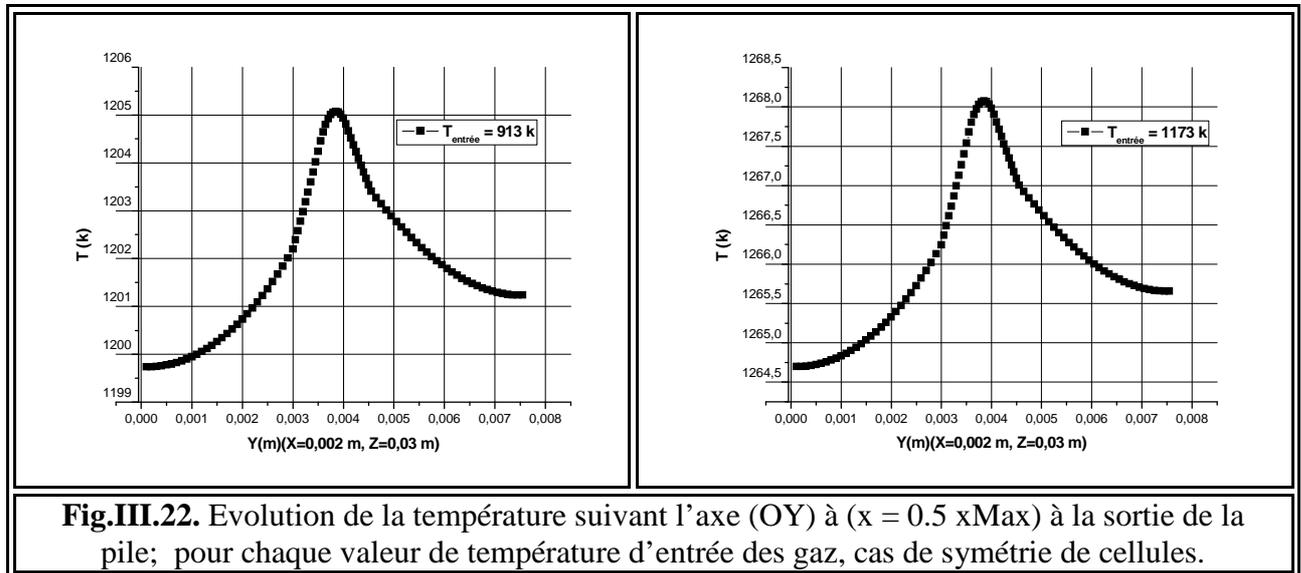
La valeur maximale de la température est supérieure à douze mille cinq kelvins selon une température d'entrée des gaz égale à neuf cent treize unités, et elle avoisine les douze mille soixante huit kelvins pour la cellule ayant une température d'entrée des gaz équivalente à mille cent soixante treize kelvins. Sur les deux champs étudiés, nous constatons qu'à la sortie de la

pile, les valeurs de la température maximale sont localisées dans l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhéree à la partie supérieure de l'électrolyte, quant à la fin de la pile, les valeurs de la température minimale sont situées dans les endroits les plus bas de la cellule, c'est-à-dire qu'elles sont repérées au niveau des endroits de l'interconnecteur partie cathodique les plus éloignés de la cathode (**Figure III.20**) et (**Figure III.21**).

Par ailleurs, on enregistre que la partie supérieure de l'interconnecteur (partie anodique) est plus chaude par rapport à la partie inférieure de l'interconnecteur (partie cathodique) sur le long de la cellule pour les deux valeurs de température d'entrée des gaz. (**Figure III.20**, **Figure III.21**).

Pour chaque valeur de la température d'entrée des deux gaz aux canaux de la cellule, la variation des valeurs de la température à la sortie de la pile selon l'axe (OY) à la position $x = 0.5 x_{Max}$, est illustrée par une courbe sur la Figure (**Figure III.22**).

A la sortie de la cellule, l'intervalle de variation de la température est presque de l'ordre de trois unités pour la cellule à une valeur de température d'entrée des gaz égale à mille cent soixante treize kelvins. Ainsi que l'écart maximum enregistré dans l'échelle des valeurs de la température à la sortie de la cellule ayant une valeur de température d'entrée des gaz égale à neuf cent treize kelvins et supérieure à cinq kelvins (**figure III.22**).



Nous remarquons que les deux courbes présentées dans la **figure III.22** ont presque la même forme, ce qui implique que la partie supérieure de la pile (anode, interconnecteur et canal anodique) est plus chaude que la partie inférieure de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique).

Alors que la **Figure III.23** montre l'évolution de la température pour chaque cas étudié dans cette partie selon l'axe (OZ) (de l'entrée à la sortie de la pile), en utilisant les valeurs de température pour la position ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{max}$).

Pour les deux courbes présentées qui ont presque la même forme : à l'entrée de la cellule, l'élévation de la température est remarquable dans les deux types de cellules par rapport à la température d'entrée des gaz, elle est aux environs de mille deux cent kelvins pour le deuxième cas avec une température d'entrée des gaz de mille cent soixante treize unités, et elle avoisine les mille vingt cinq kelvins pour le premier cas, il y a lieu de signaler qu'à l'entrée de la cellule, la température reste constante presque d'un millimètre, ensuite, l'augmentation se fait hyperboliquement jusqu'à où elle atteint sa valeur finale à la sortie de la pile. (**Figure III.23**).

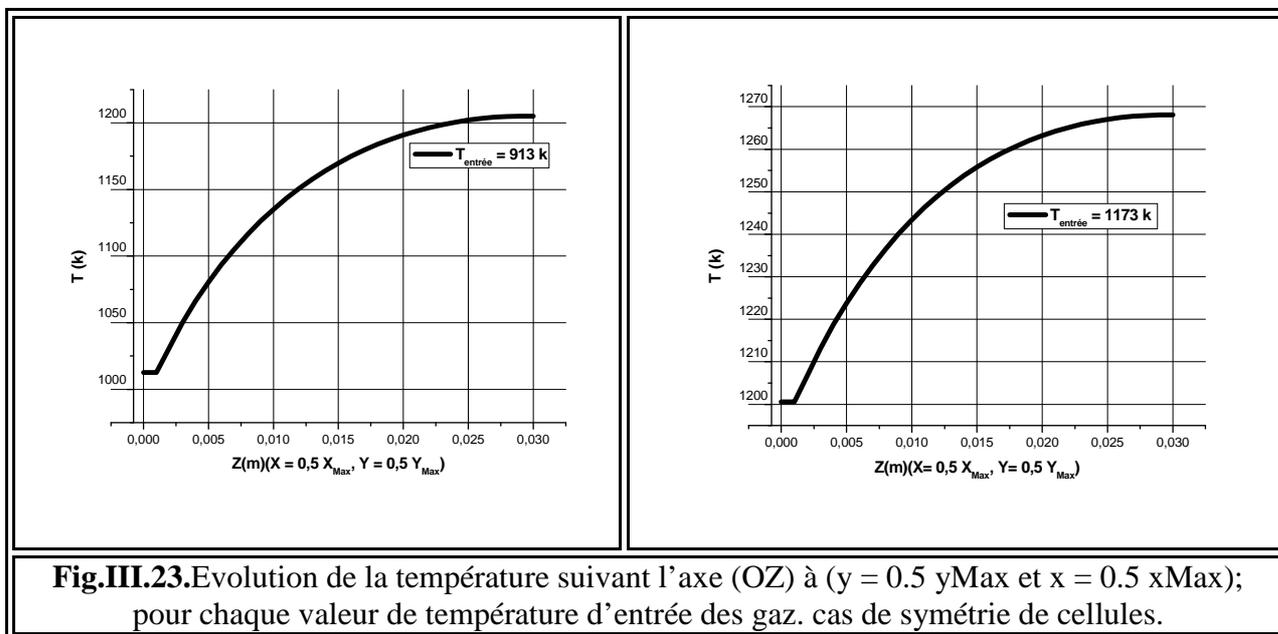


Fig.III.23.Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour chaque valeur de température d'entrée des gaz. cas de symétrie de cellules.

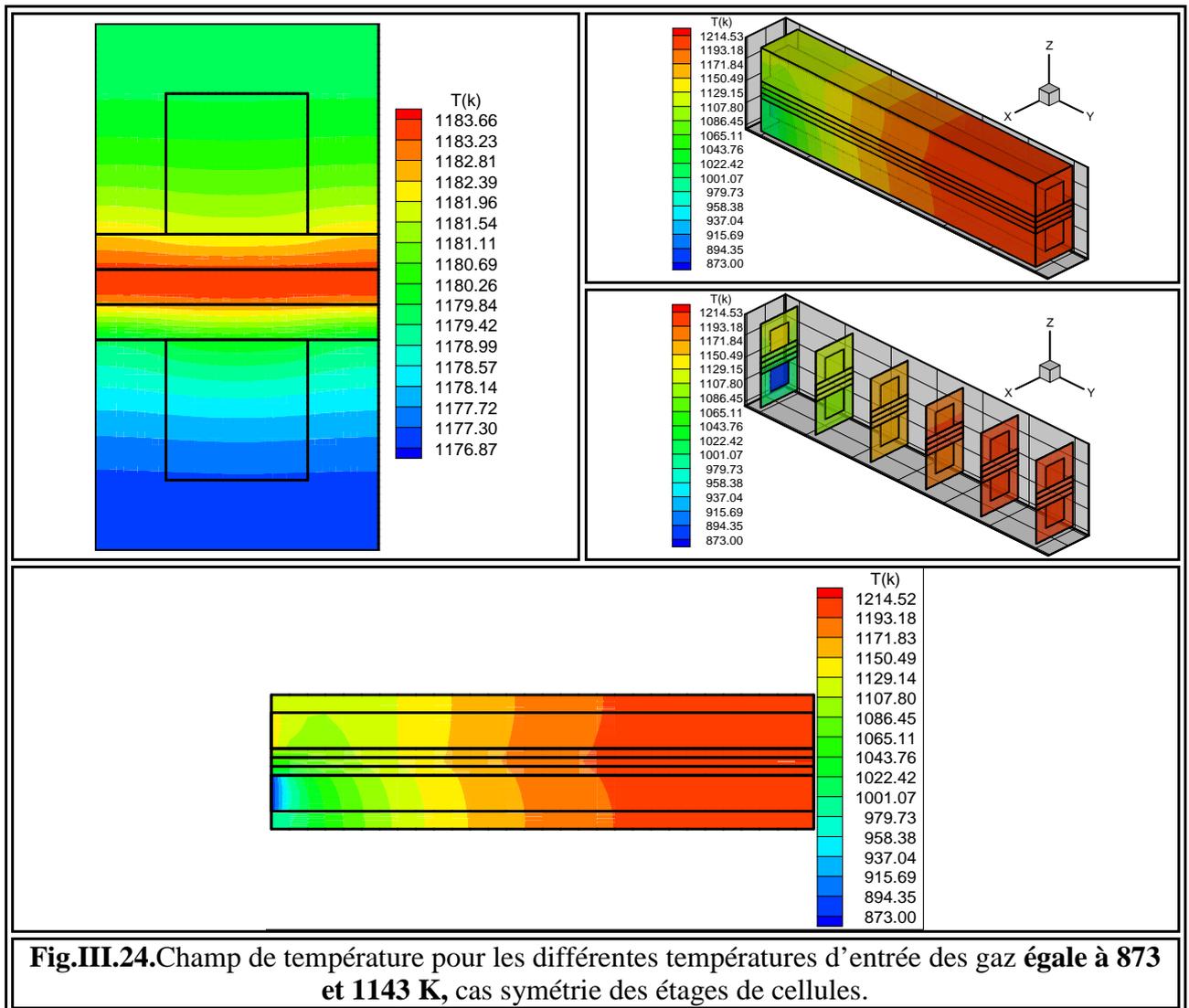
III.4.1.2. Différentes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux

D'après la référence [33] et à l'entrée de la cellule, le cœur de la pile est entouré par deux températures différentes, dans ce cas, la valeur de la température d'entrée de l'hydrogène (canal anodique) est égale à mille cent quarante trois kelvins et avec une température d'entrée d'air (canal cathodique) égale à huit cent soixante treize kelvins.

Le champ de température présente un cas de production de chaleur où l'effet de joule est important. Les valeurs maximales de la température sont presque de mille deux cent quinze kelvins, elles sont localisées dans l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhérent à la partie supérieure de l'électrolyte dans la sortie de la pile, quant à la fin de la cellule, les valeurs de la température minimale sont situées dans les endroits les plus bas de la pile, c'est-à-dire

qu'elles sont repérées au niveau de l'interconnecteur de la partie cathodique la plus éloignée du cœur de la pile (**Figure III.24**). Quant à la valeur la plus minimale de la température on la localise à l'entrée de canal cathodique de la pile, elle est la même valeur de l'air (**Figure III.24**).

Par ailleurs, on remarque que la partie haute de la cellule (anode, interconnecteur et canal anodique) est plus chaude que la partie basse de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique) tout au long de la cellule. (**Figure III.24**).



Pour les différentes valeurs de la température des gaz à l'entrée des canaux de la même cellule et à la sortie de la pile à une position $x = 0.5 x_{Max}$, la variation de la température selon l'axe (OY) est montrée dans la Figure (**Figure III.25**), qui montre que l'intervalle de la variation des valeurs de la température à la sortie de la cellule est presque de l'ordre de cinq unités.

L'élévation de la valeur de la température à la sortie de la pile, est remarquable par rapport aux températures d'entrée des deux gaz, elle est supérieure de trois-cents quarante unités par rapport à la température de l'air à l'entrée de canal cathodique de la pile, elle est aussi supérieure de soixante et onze kelvins par rapport à la température de fuel à l'entrée de canal anodique de la cellule. (**Figure III.25**).

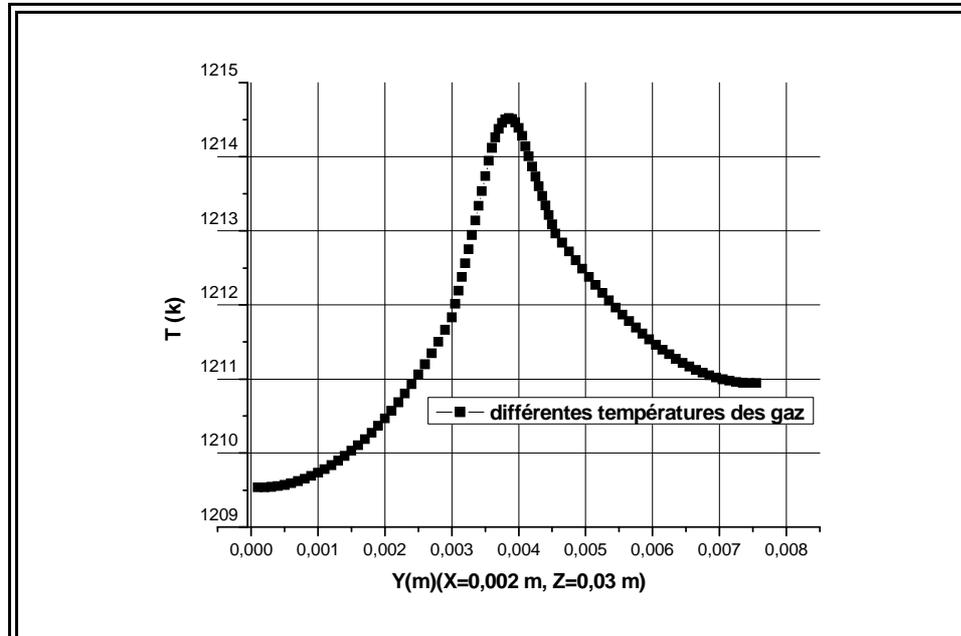


Fig.III.25. Evolution de la température suivant l'axe (OY) à ($x = 0.5 x_{Max}$) à la sortie de la pile; pour les différentes valeurs de température d'entrée des gaz, cas de symétrie de cellules.

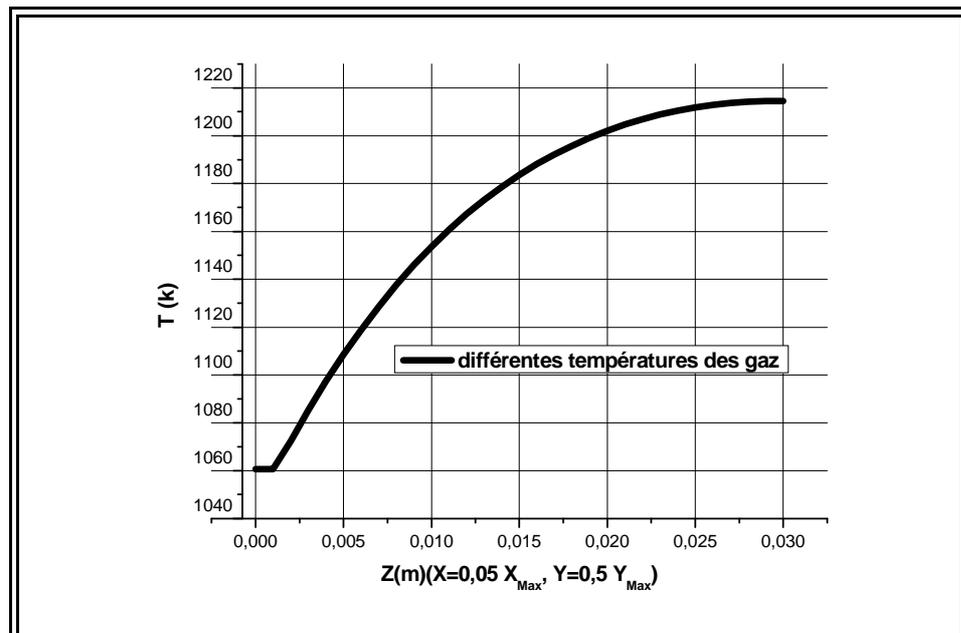


Fig.III.26. Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); pour différentes valeurs de température d'entrée des gaz. cas de symétrie de cellules.

De retour à la **Figure III.26** qui montre l'évolution de la température selon l'axe (OZ) de l'entrée à la sortie de la pile pour la position ($y = 0.5 y_{\text{Max}}$ et $x = 0.5 x_{\text{max}}$) : à l'entrée de la cellule l'élévation de la température est remarquable par rapport à la moyenne des valeurs de température d'entrée des gaz (hydrogène et air) de vingt degrés, elle reste constante presque d'un millimètre et correspond à une valeur de température de mille soixante unités, après, l'évolution se fait hyperboliquement tout au long de la cellule jusqu'où elle atteint sa valeur finale à la sortie de la pile.

III.4.2. Champ de température suivant les valeurs de température d'entrée des gaz pour une répétition des étages de cellule

Dans cette partie, nous présentons l'influence de la valeur de la température d'entrée des deux gaz (hydrogène, air) sur les champs et sur les valeurs maximales de la température selon deux cas. Dans le premier cas, nous prenons une même valeur de température des deux gaz, c'est-à-dire que la valeur de la température de fuel à l'entrée du canal anodique est identique à celle de l'air au début de canal cathodique de la pile. Quand au deuxième cas, nous nous servons des différentes valeurs de la température d'entrée des deux gaz.

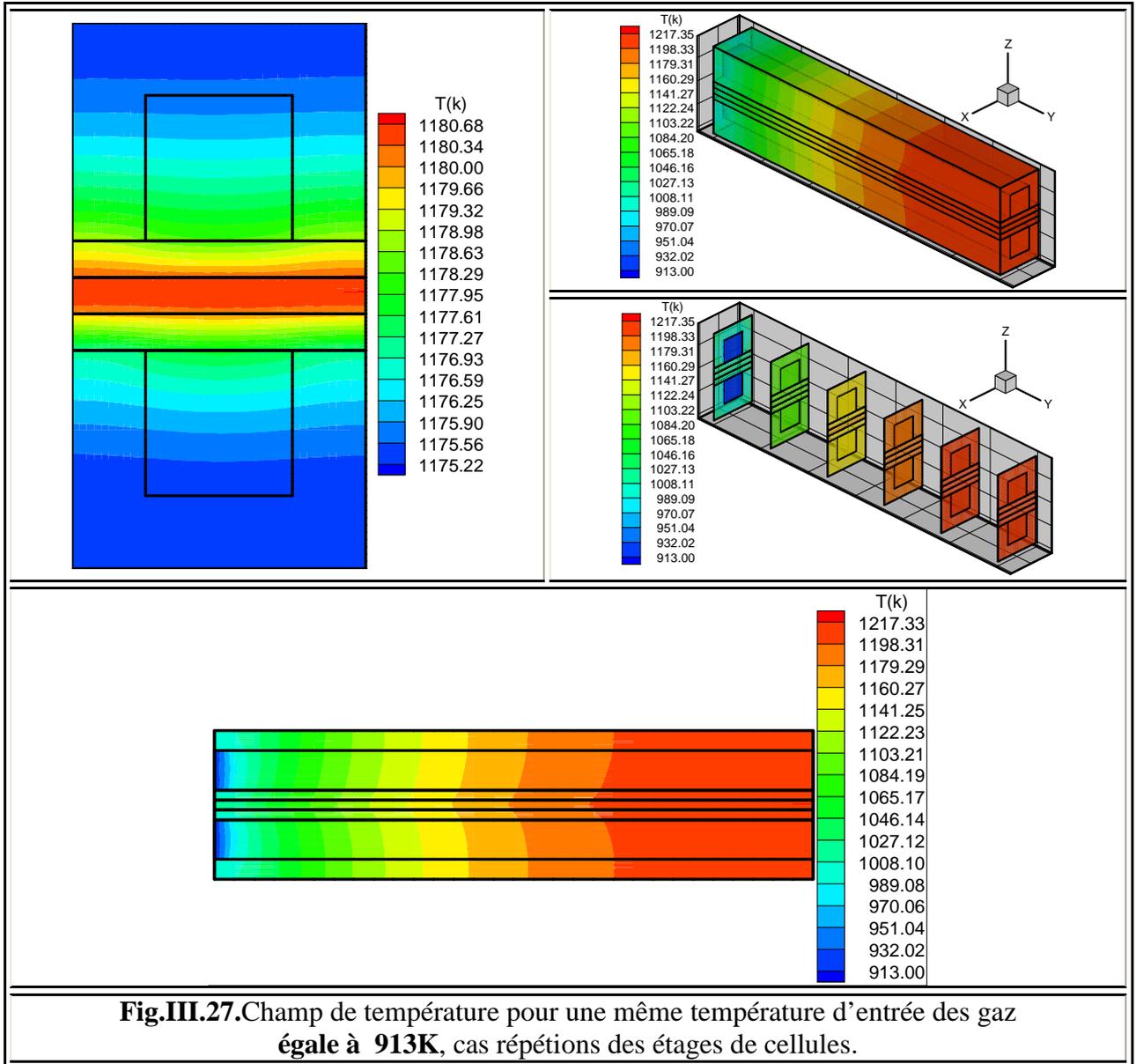
III.4.2.1. Mêmes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux

Suivant les références consultées qui se servent de la même valeur de température d'entrée des deux canaux de la cellule, et ce, pour le fuel ainsi que pour l'air, pour cela nous avons choisi d'utiliser celles des références [35] et [36] qui se servent d'une valeur de température d'entrée des gaz égale à neuf cent treize kelvins ; pour une valeur de température d'entrée des gaz aux canaux de la cellule égale à mille cent soixante treize kelvins nous certifions ceci par les références [4], [6], [9], [20], [22], [23], [24] et [37].

Par ailleurs, on remarque que les deux champs de température montrée sur les figures (**Figure III.27**) et (**Figure III.28**) dispose presque de la même allure, c'est-à-dire elles présentent un cas de production de chaleur.

Quand aux valeurs maximales de température selon une valeur de température d'entrée des gaz égale à neuf cent treize unités sont supérieures à douze mille dix sept kelvins; alors que pour une valeur de température d'entrée des gaz identique à mille cent soixante treize kelvins, elles atteignent presque mille deux cent soixante dix huit unités et elles sont localisés à la sortie de la pile aux niveau de l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhérent à la partie supérieure de l'électrolyte, quant aux valeurs de la température minimale à la sortie de la pile, nous les repérons au niveau des endroits de l'interconnecteur partie cathodique situés en bas de

la cellule et situées dans la partie haute de l'interconnecteur côté anodique la plus éloignée de cœur de la pile (Figure III.27) et (Figure III.28). Puisque c'est le cas de production de chaleur, la valeur de la température minimale est localisée à l'entrée des deux canaux de la pile, et est la même de l'air et de l'hydrogène (Figure III.27) et (Figure III.28).



Ainsi, nous constatons que la partie supérieure de l'interconnecteur (partie anodique) et la partie inférieure de l'interconnecteur (partie cathodique), prennent des valeurs de température presque identique tout au long de la cellule pour les deux valeurs de température d'entrée des gaz. (Figure III.27, Figure III.28).

Quand à la variation des valeurs de la température selon l'axe (OY) à la position $x = 0.5 x_{Max}$ à la sortie de la pile et pour chaque valeur de température d'entrée des gaz, est donnée par la Figure (Figure III.29).

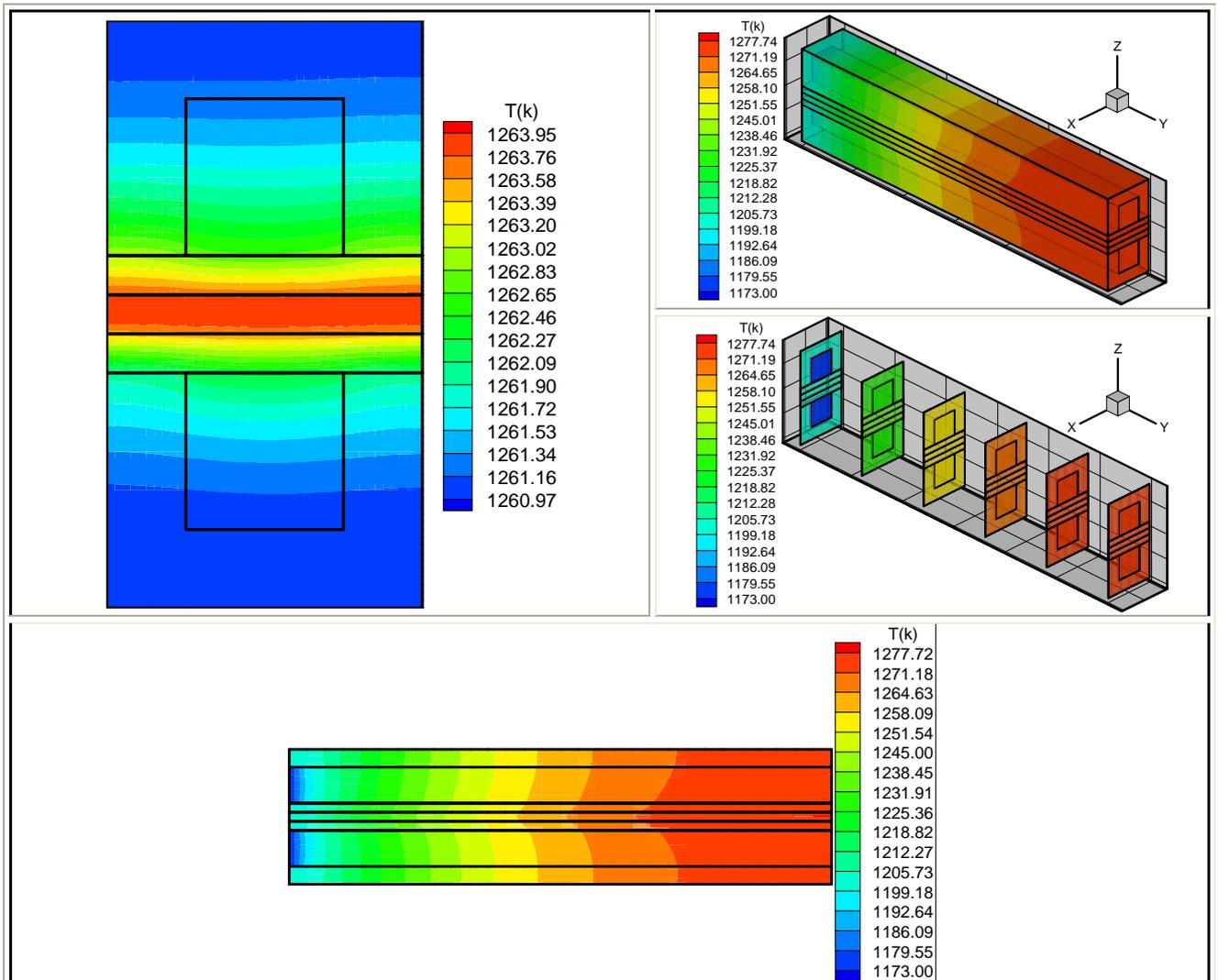


Fig.III.28. Champ de température pour une même température d'entrée des gaz égale à 1173K, cas répétitions des étages de cellules.

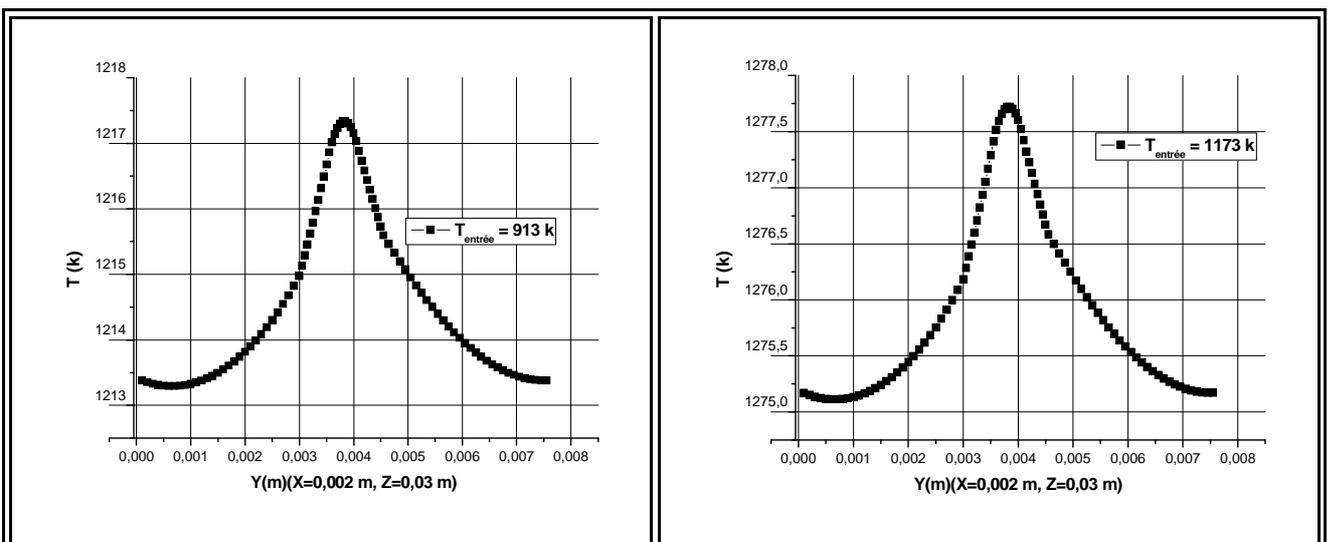
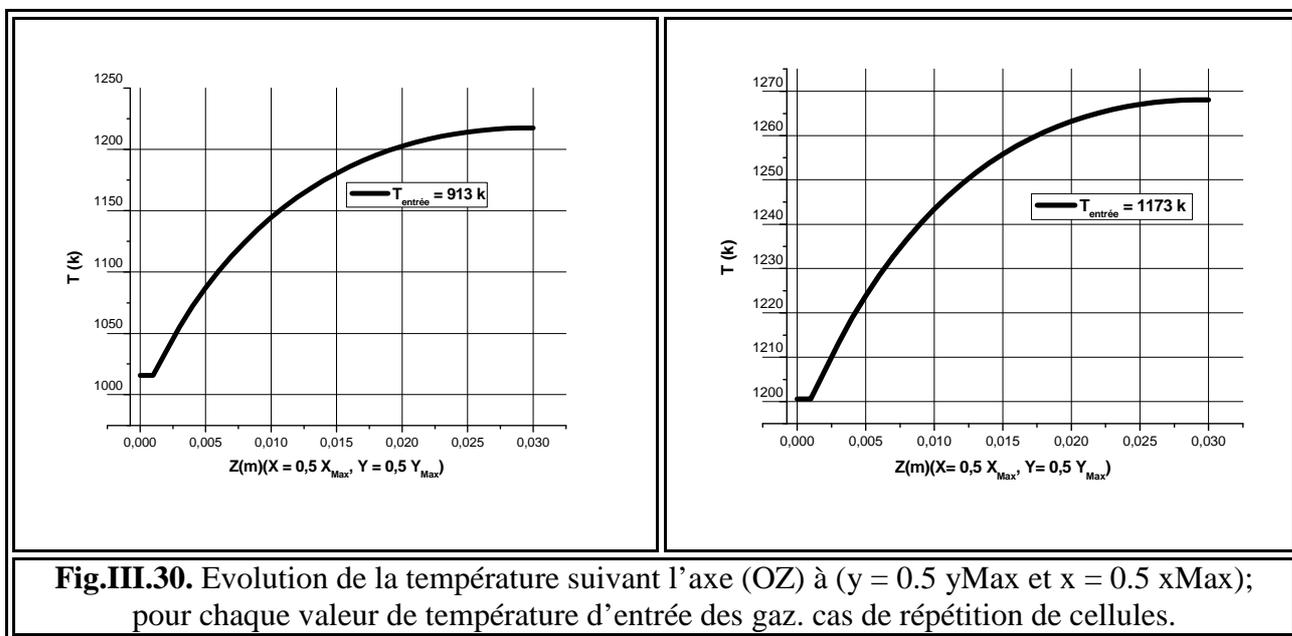


Fig.III.29. Evolution de la température suivant l'axe (OY) à $(x = 0.5 x_{Max})$ à la sortie de la pile; pour chaque valeur de température d'entrée des gaz, cas de répétition de cellules.

Dans la **figure III.29** les deux courbes présentées possèdent presque la même forme. Selon la cellule qui a une valeur de température d'entrée des gaz égale à mille cent soixante treize kelvins, l'écart entre les valeurs maximale et minimale de la température à la sortie de la cellule avoisine les trois unités. Quand à la différence entre les valeurs maximale et minimale de la température situées à la sortie de la pile est supérieure à quatre unités pour une cellule à une valeur de température d'entrée des gaz aux canaux égale à neuf cent treize kelvins. (**Figure III.29**).

Pour chaque cas étudié dans cette partie, l'évolution des valeurs de la température sur l'axe (OZ) de l'entrée à la sortie de la cellule selon une position ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{max}$), est montré dans la **Figure III.30**.

Suivant les deux différentes valeurs de température d'entrée des gaz, les deux courbes présentées ayant presque la même forme. à l'entrée de la pile, l'élévation des valeurs de la température est importante par rapport à la température d'entrée des gaz, elle est aux environs de mille deux cent kelvins selon une température d'entrée des gaz égale à mille cent soixante treize unités, et elle avoisine mille vingt cinq kelvins selon une température d'entrée des gaz égale à neuf cent treize unités, ceci dans le premier millimètre la valeur de la température reste constante, ensuite, l'évolution se fait hyperboliquement jusqu'où elle atteint sa valeur finale à la sortie de la pile. **Figure III.30**.



III.4.1.2. Différentes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux

Pour le cas où le cœur de la pile est entre deux différentes températures à l'entrée de la cellule, nous nous basons sur les valeurs de température des deux gaz citées dans la référence

[33], la valeur de la température d'entrée de fuel au canal anodique est égale à mille cent quarante trois kelvins, alors que la valeur de température d'entrée de l'air dans le canal cathodique est identique à huit cent soixante treize kelvins. **(Figure III.31)**.

Sur le champ de température présenté, nous remarquons que l'effet de joule est important (cas de production de chaleur), ainsi, la valeur maximale de la température est supérieure à mille deux cent quarante huit kelvins, nous la trouvons localisée à la sortie de la cellule dans l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhérent à la partie supérieure de l'électrolyte. Pour les valeurs minimales de la température à la fin de la pile; elles sont localisées en haut de la cellule, c'est-à-dire les endroits de l'interconnecteur: partie anodique située le plus loin possible de l'anode, et la partie la plus basse de la pile, ce qui signifie qu'elles sont repérées au niveau de l'interconnecteur partie cathodique. La valeur de la température minimale est la même de l'air à l'entrée de canal cathodique de la pile **(Figure III.31)**.

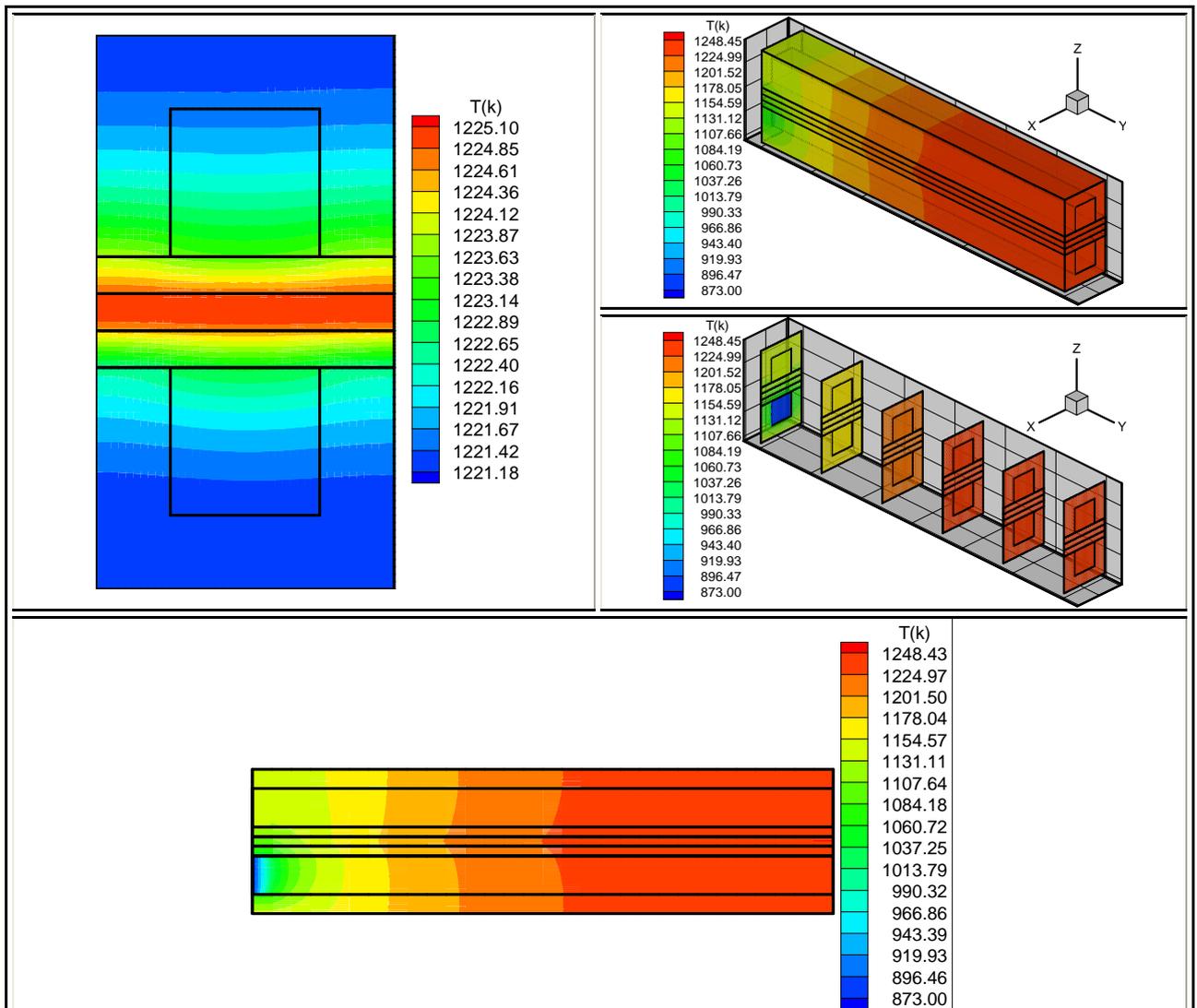


Fig.III.31. Champ de température pour des différentes températures d'entrée des gaz égale à 873 et 1143 K, cas répétitions des étages de cellules.

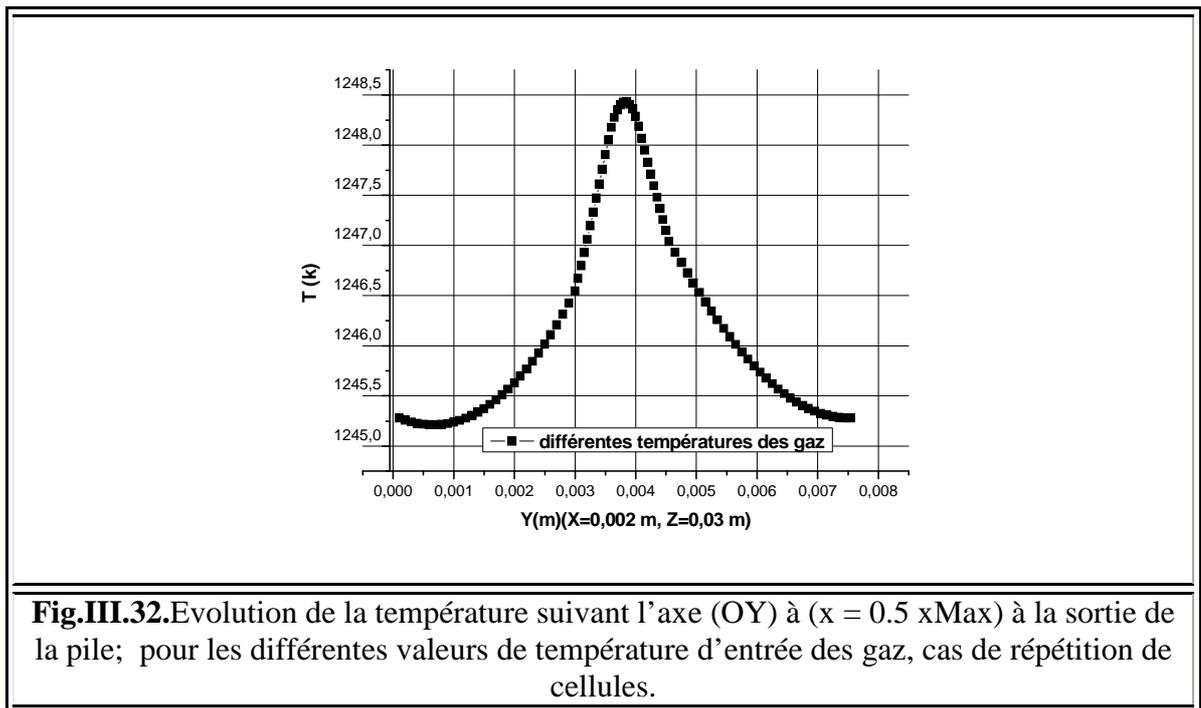


Fig.III.32. Evolution de la température suivant l'axe (OY) à $(x = 0.5 x_{Max})$ à la sortie de la pile; pour les différentes valeurs de température d'entrée des gaz, cas de répétition de cellules.

Nous remarquons par ailleurs que la partie haute de la pile possède presque les mêmes valeurs de la température que celles de la partie basse tout au long de la cellule, quant à la partie supérieure (anode, interconnecteur et canal anodique), elle reste toujours chaude par rapport à la partie inférieure de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique) (**Figure III.31**).

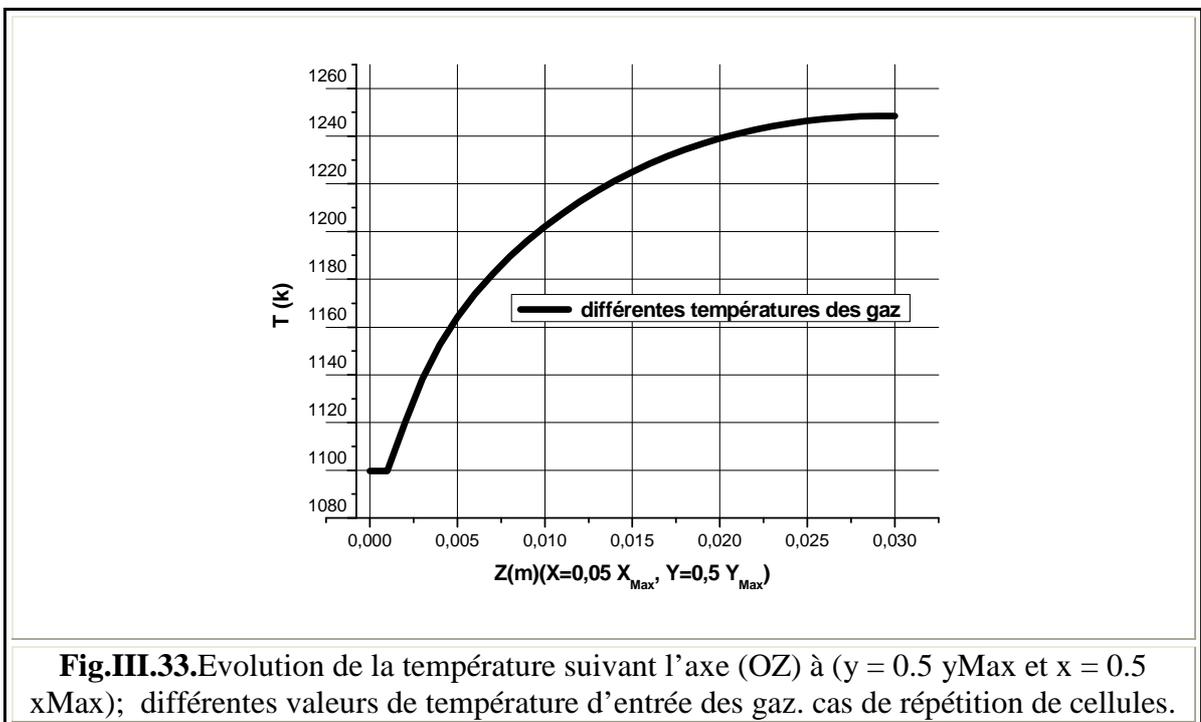


Fig.III.33. Evolution de la température suivant l'axe (OZ) à $(y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{Max}$); différentes valeurs de température d'entrée des gaz. cas de répétition de cellules.

Selon une position $x = 0.5 x_{\text{Max}}$ à la sortie de la pile, la variation des valeurs de la température sur l'axe (OY) pour le cas des différentes températures d'entrée des gaz aux canaux de la cellule est présentée sur la **Figure III.32**.

Par observation, l'augmentation des valeurs de la température est montrée clairement sur la **Figure III.32**, c'est-à-dire que la différence entre les valeurs maximale et minimale de la température est visualisée à la sortie de la cellule d'un ordre presque de trois unités.

Aussi, l'évolution des valeurs de la température selon l'axe (OZ) et pour ($y = 0.5 y_{\text{Max}}$ et $x = 0.5 x_{\text{Max}}$) de l'entrée à la sortie de la pile, est présentée sur la **Figure III.33**.

À l'entrée de la cellule, l'élévation des valeurs de la température est importante par rapport à la moyenne de celle des gaz à l'entrée des deux canaux de la pile, elle est de mille cent kelvins et elle reste constante presque d'un millimètre, ensuite, elle évolue hyperboliquement tout au long de la cellule jusqu'à où elle atteint sa valeur finale à la sortie de la pile. (**Figure III.33**).

III.4.3 Comparaison entre la répétition et la symétrie des étages des cellules

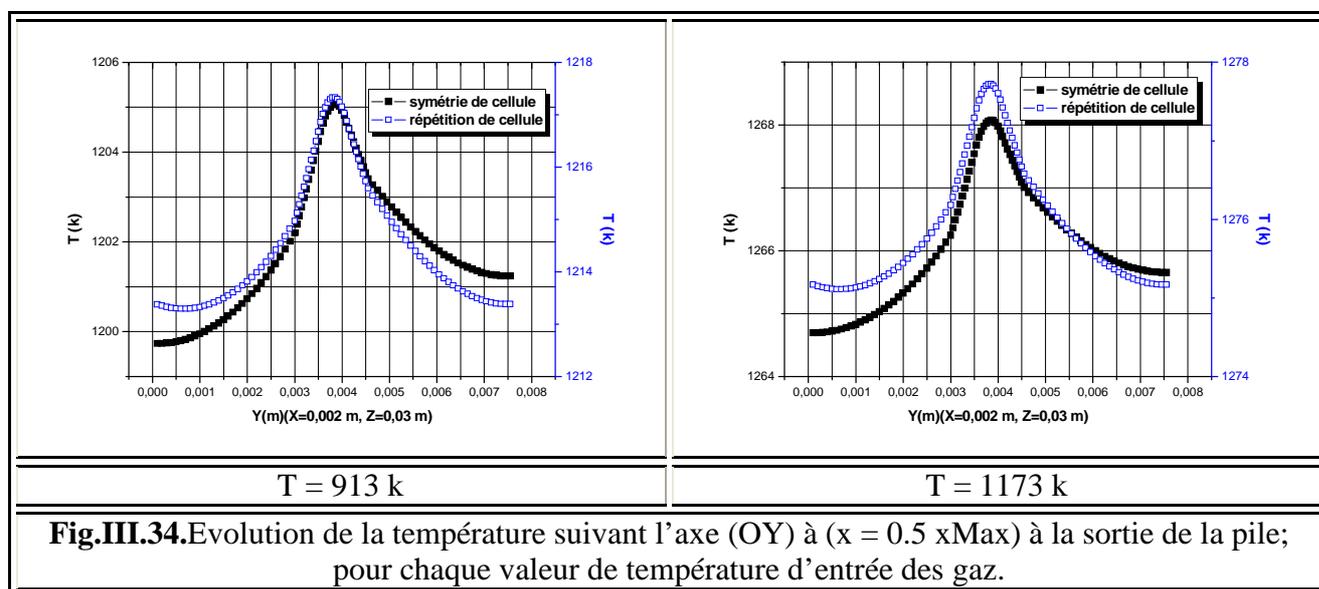
La comparaison entre les résultats obtenus par une symétrie des étages de cellules et une répétition des étages de cellules, est présentée selon deux cas, dans le premier cas, les valeurs de la température des gaz sont les mêmes à l'entrée des canaux anodique et cathodique de la cellule, pour le deuxième cas, nous avons utilisé différentes valeurs de température à chaque entrée de canal, c'est-à-dire que la température de l'hydrogène à l'entrée du canal anodique est différente de celle de l'air à l'entrée du canal cathodique.

III.4.3.1. Mêmes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux

Les valeurs de la température d'entrée des gaz aux canaux de la pile utilisées dans cette partie sont prises des références [35] et [36] qui se servent de la même valeur de température d'entrée de deux gaz qui est égale à neuf cent treize kelvins, et les références [4], [6], [9], [20], [22], [23], [24] et [37] qui s'associent la même valeur de température qui est de mille cent soixante treize kelvins à l'entrée des deux canaux anodique et cathodique de la cellule.

A cet effet, les champs de température des deux cas (la répétition et la symétrie des étages des cellules) ont presque la même lecture et présentent un cas de production de chaleur. Avec une température d'entrée des gaz égale à neuf cent treize unités, la pile ayant une répétition des étages de cellules atteint une température maximale supérieure d'environ douze degrés de la température maximale de la pile composée par des étages symétriques. Pour une valeur de température d'entrée des gaz identique à mille cent soixante treize kelvins, la pile ayant une répétition des étages de cellules atteint une température maximale majeure de celle de la pile

composée par des étages symétriques d'environ dix unités. Les valeurs maximales de la température sont localisées à la sortie de la pile dans l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhérent à la partie haute de l'électrolyte. Les valeurs minimales de la température à la fin de la pile sont situées dans les endroits les plus bas de la cellule selon une pile composée par des étages symétriques, quant à la pile ayant une répétition des étages de cellules, les valeurs minimales de la température à la sortie de la cellule sont localisées au niveau de l'interconnecteur dans les parties, supérieure et inférieure. Comme c'est le cas de production de chaleur, les valeurs les plus mineures de la température sont à l'entrée des deux canaux, elles sont celle des fluides. (913K : Figure III.20, Figure III.27) et (1173K : Figure III.21, Figure III.28).



A la sortie de deux types de piles (répétition ou symétrie des étages) à la position $x = 0.5 x_{Max}$, la variation de la température sur l'axe (OY) pour chaque valeur de température d'entrée des gaz aux canaux est montrée dans la **Figure III.34**.

Pour les cas montrés sur la **figure III.34**, les courbes possèdent presque la même allure. Dans la pile qui dispose d'une répétition des étages de cellules, la partie supérieure de la cellule (anode, interconnecteur et canal anodique) a presque la même valeur de température que celle de la partie inférieure (cathode, interconnecteur et canal cathodique), par contre la partie haute de la pile est plus chaude par rapport à la partie basse dans le cas d'une symétrie des étages de cellules. A la sortie de la pile disposant d'une répétition des étages de cellules, l'augmentation des valeurs de la température est supérieure à celle de la pile ayant une symétrie des étages.

Pour la cellule à une valeur de température d'entrée des gaz égale à mille cent soixante treize kelvins, l'écart maximal de la température à la sortie de la cellule à une symétrie des

Sur la **Figure III.36**, nous montrons l'évolution des valeurs de la température maximale en fonction de la température d'entrée des gaz, les deux courbes présentées ont presque la même forme, l'élévation des valeurs de la température maximale par rapport à la température d'entrée des gaz prend une forme parabolique jusqu'à une température d'entrée des gaz supérieure à mille quatre cent unités, c'est-à-dire que les valeurs d'entrée des gaz sont les valeurs maximales lorsqu'elles sont majeures à mille quatre cent kelvins (pas de production de chaleur). L'écart entre les valeurs maximales de la température des deux types de pile (répétition où symétrie des étages), prend des valeurs plus inférieures à chaque fois que les valeurs de la température d'entrée des gaz augmentent jusqu'à ce qu'il devienne nul quand l'effet de joule n'a aucune influence.

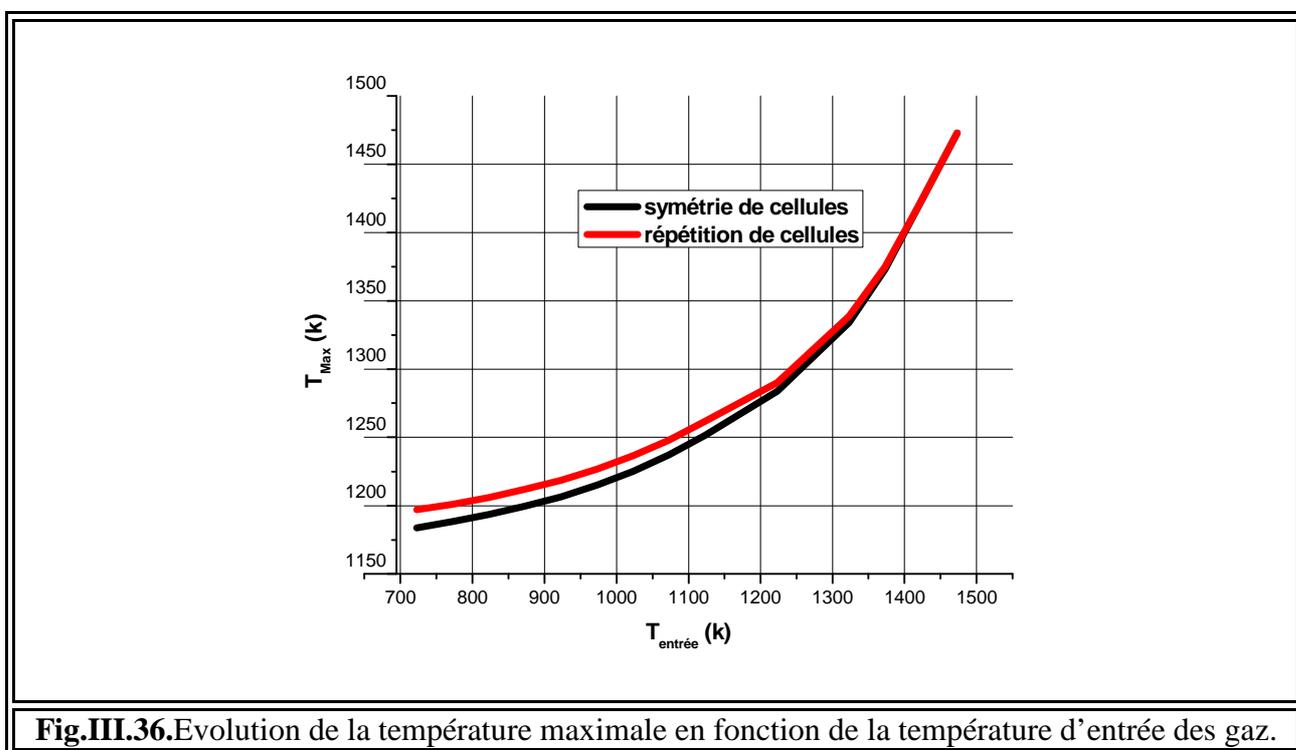


Fig.III.36. Evolution de la température maximale en fonction de la température d'entrée des gaz.

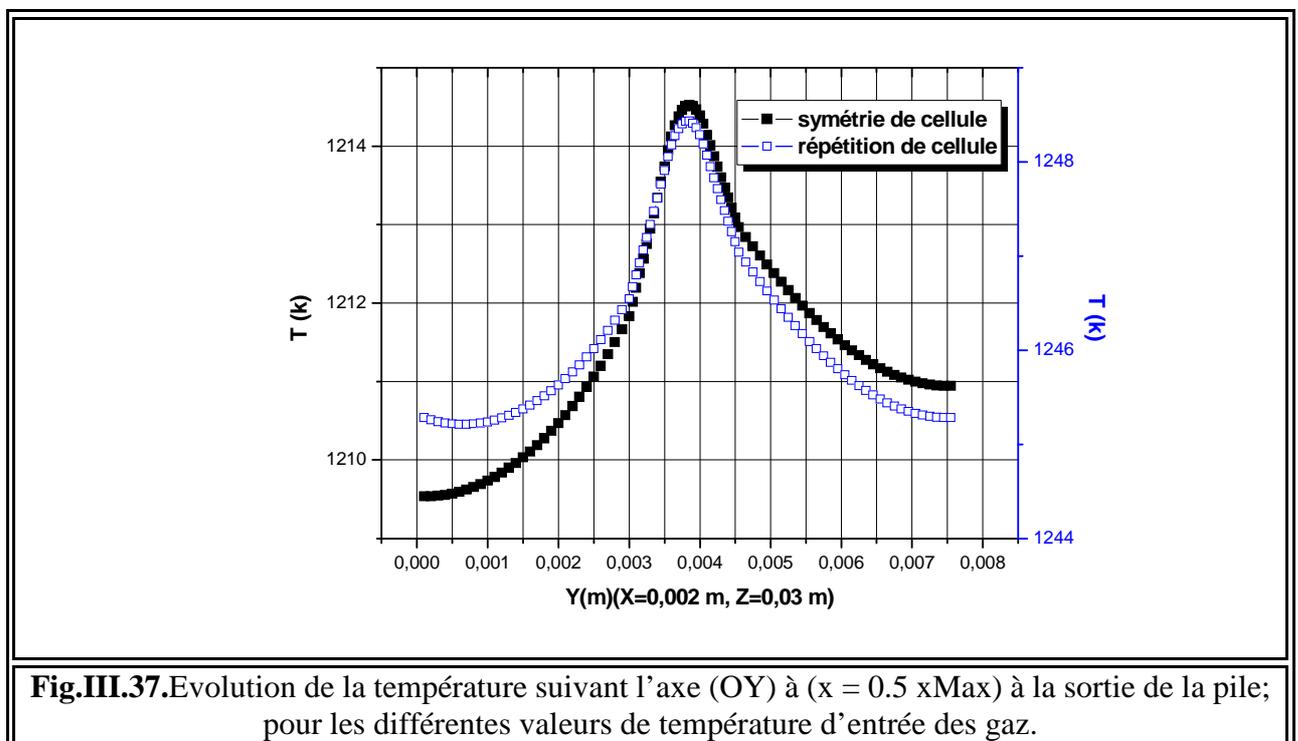
III.4.3.2. Différentes valeurs de température d'entrée des gaz dans les deux canaux

Les valeurs de température d'entrée du fuel et d'air qui sont égales à, mille cent quarante trois kelvins pour le canal anodique et huit cent soixante treize kelvins pour le canal cathodique; elles sont données par la référence [33].

Les deux champs de température présentés sur les Figures **III.24** et **III.31** partagent un cas de production de chaleur et possèdent presque la même allure. La pile qui possède une répétition des étages de cellules atteint une valeur de température maximale supérieure à celle de la pile composée par une symétrie des étages de presque trente quatre unités. Les valeurs minimales de la température sont celles de l'air à l'entrée du canal cathodique, quant aux valeurs

maximales de la température, elles sont localisées à la sortie de la pile dans l'électrolyte et le morceau inférieur de l'anode adhérent à la haute partie de l'électrolyte. Pour les valeurs minimales de la température à la fin de la pile, elles sont situées dans les bas endroits de la cellule, selon une pile composée par des étages symétriques, et elles sont localisées au niveau des parties supérieure et inférieure de l'interconnecteur suivant la pile disposant d'une répétition des étages de cellules (**Figure III.24 et Figure III.31**).

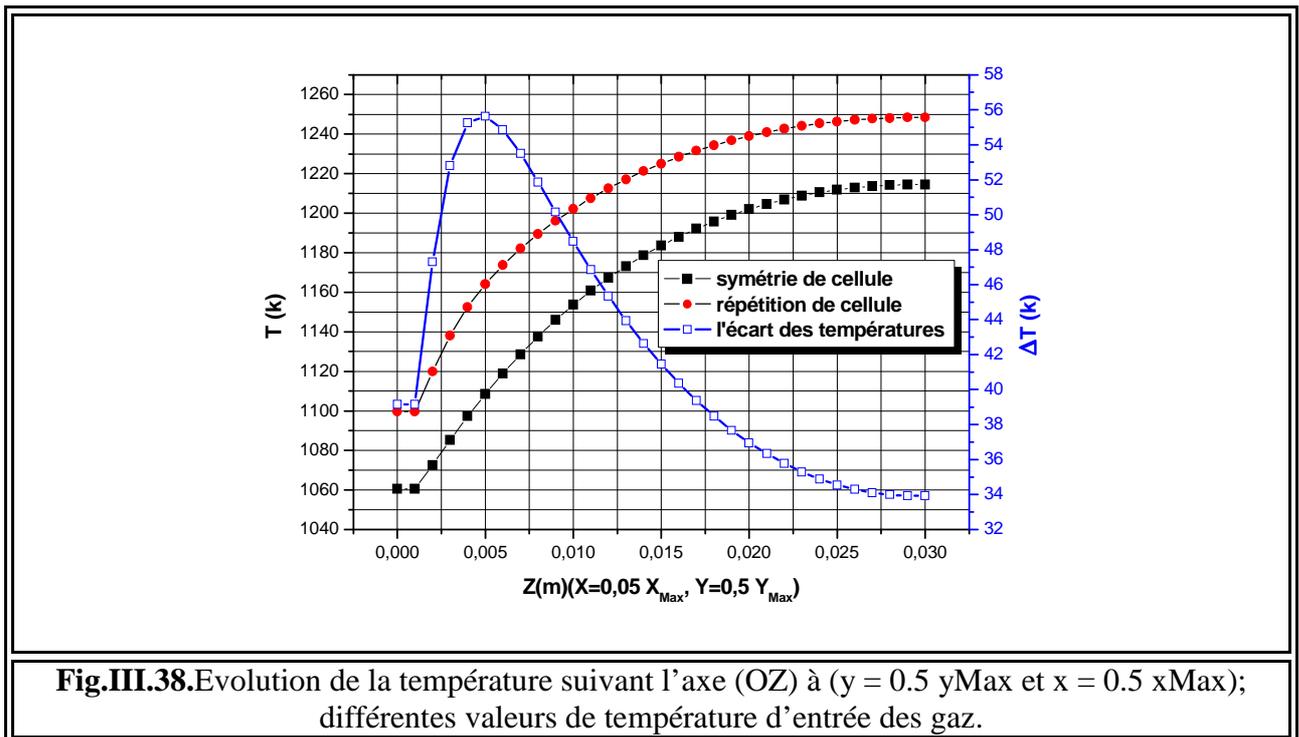
Sur la **Figure III.37**, nous montrons la variation de la température suivant la direction (OY) à une position $x = 0.5 x_{Max}$ à la sortie de la cellule pour les deux types de pile (répétition ou symétrie des étages).



Dans les deux courbes presque identiques montrées sur la **figure III.37**, la partie haute de la pile (anode, interconnecteur et canal anodique) avoisine presque la même valeur de température de celle de la partie basse de la pile (cathode, interconnecteur et canal cathodique) suivant la pile qui dispose d'une répétition des étages de cellules; par contre, la partie supérieure est plus chaude par rapport à la partie inférieure selon la pile qui a une symétrie des étages de cellules. A chaque point sur l'axe (OY) et à la position ($x = 0.5 x_{Max}$) située à la sortie de la pile disposant d'une répétition des étages de cellules, les valeurs de la température dépassent largement celles de la pile disposant d'une symétrie des étages. Le plus grand intervalle de variation de la température à la sortie de la cellule est celui de la pile disposant d'une symétrie des étages, il est

de l'ordre de cinq unités. Quant au petit intervalle de variation des valeurs de la température à la sortie de la cellule est celui de la pile disposant d'une répétition des étages, il est de l'ordre de trois kelvins (**figure III.37**).

L'évolution des valeurs de la température sur la direction (OZ) à une position ($y = 0.5 y_{Max}$ et $x = 0.5 x_{max}$) de l'entrée à la sortie de la pile suivant les deux cas (répétition et symétrie des étages), sont montrées sur la **Figure III.38**.



L'élévation des valeurs de la température est très claire dans les deux cas par rapport à la température d'entrée des gaz, à cet effet, nous percevons que les courbes présentées ont presque la même forme. A l'entrée de la pile, la valeur de la température reste constante presque d'un millimètre, ensuite, l'augmentation se fait hyperboliquement jusqu'à la fin de la pile où elle prend sa valeur la plus suprême. L'écart des valeurs de température de chaque point entre les deux types de pile (répétition et symétrie des étages) reste le même tout au long de premier millimètre à une valeur presque de trente neuf kelvins, ensuite, il prend des valeurs supérieures à chaque fois qu'on s'éloigne de l'entrée de la cellule jusqu' où il prend sa majeure valeur qui avoisine cinquante six degrés, ensuite, il prend des valeurs inférieures à chaque fois qu'on s'approche de la sortie jusqu' où il garde sa valeur finale de trente quatre unités, à la sortie de la pile.

Conclusion générale

Notre travail dont le thème; "**Etude numérique tridimensionnelle des phénomènes de transfert de chaleur dans la pile a combustible SOFC planaire**", à l'objet d'étudier le phénomène de transfert de chaleur, évaluer et localiser les valeurs des températures maximale et minimale dans une cellule élémentaire d'une pile à combustible de type SOFC par un modèle tridimensionnel et stationnaire qui comptabilise seulement la source de chaleur ohmique.

Les résultats obtenus sont discutés selon les cas suivants: En premier lieu, nous montrons l'effet de la configuration géométrique sur la répartition et les valeurs maximales de la température. En deuxième lieu, nous analysons l'influence de la densité du courant sur la répartition et les valeurs extrêmes de la température. En troisième lieu, nous illustrons la distribution et les valeurs maximales de la température résultante en fonction de la longueur de cellule. En dernier lieu, nous approfondissons les résultats obtenus décrivant les effets des valeurs des températures d'entrée des gaz pour deux types de configurations géométriques à savoir, une symétrie des étages et une répétition des étages. Pour chacun de ces deux types géométriques, l'analyse des champs thermiques se fait selon deux cas ; pour le premier cas, les valeurs des températures des gaz (hydrogène et air) est la même à l'entrée des deux canaux de la cellule, pour le second cas, ces valeurs sont différentes.

Les principaux résultats obtenus sont:

Effet de la configuration géométrique

- L'élévation des valeurs de la température est la plus importante dans le cas d'une cellule ayant la même épaisseur pour tous les éléments du cœur de la pile par rapport aux autres configurations géométriques.
- L'élévation des valeurs de la température de la cellule ayant une cathode supportée est supérieure à celle de la cellule ayant un électrolyte supportée.
- La faible élévation des valeurs de la température est celle de la cellule ayant une anode supportée.
- Les valeurs maximales de la température sont localisées dans l'électrolyte et la partie supérieure de la cathode aux ailes de la cellule dans le cas d'une cellule ayant une cathode supportée, par contre elles sont localisées dans l'électrolyte et la partie inférieure de l'anode au milieu de la cellule dans les autre cas.

Influence de la densité du courant

- L'élévation des valeurs de la température maximale est proportionnelle aux valeurs de la densité du courant.

- l'effet joule n'est pas productif de chaleur si la valeur de densité de courant est inférieure à cinq mille ampère par mètre carré.

Effet de la longueur de la cellule SOFC

- pour une longueur de cellule supérieure à huit centimètres, les valeurs de la température sont maximales, et elles le sont pour ce qui reste de la longueur de la cellule (l'effet joule n'est pas productif de chaleur pour une longueur supérieure à huit centimètres).
- pour une longueur de cellule supérieure à huit centimètres, l'écart majeur des températures à la sortie de la cellule est minime, et demeure ainsi pour la longueur restante, ce qui nous donne une stabilité des valeurs de température.

Effet de la répartition des cellules

- la pile ayant une répétition des étages de cellules atteint des températures supérieures de celles de la pile composée par des étages symétriques.
- l'effet joule n'est pas productif de chaleur si les valeurs de la température d'entrée des gaz aux canaux sont supérieures à mille quatre cent kelvins.

D'après l'analyse des résultats obtenus, il est apparu que le modèle étudié pour la pile SOFC type planaire nous a permis de comprendre les effets de la configuration géométrique, de la densité du courant, de la longueur de cellule et celui des valeurs des températures d'entrée sur les champs et les valeurs de température dans toutes les parties de la cellule élémentaire SOFC planaire.

Ce domaine d'étude est relativement nouveau, il est très important et très vaste. Le présent travail peut être complété par d'autres études en tenant compte par exemple de:

- La totalité des sources de chaleur.
- Le couplage entre le transfert de chaleur et de masse.
- L'intégration de bilan électrique....etc.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Régine Rampon. Elaboration et optimisation d'électrolytes pour piles à combustible de type SOFC. Thèse de doctorat. Ecole doctorale 'Sciences pour l'Ingénieur et Microtechniques' université de Franche-Comté, université de technologie de Belfort-Montbéliard .2007
- [2] Ugur Pasaogullari and Chao-Yang Wang, Computational fluid dynamics modeling of solid oxide fuel cells ;The Pennsylvania State University.University Park, PA 16802.
- [3] Arnaud GROSJEAN; Etude et réalisation par coulage en bande et co-frittage de cellules de pile à combustible à oxydes solides. Ecole Des Mines de Paris Collège doctoral.2004.
- [4] Syryanarayana Raju pakalapati, A new reduced order model for solid oxide fuel cells, Morgantown. Department Mechanical and Aerospace Engineering West Virginia University at West Virginia University. 2006.
- [5] P. Aguiar, C.S. Adjiman, N.P. Brandon, Anode-supported intermediate temperature direct internal reforming solid oxide fuel cell. I: model-based steady-state performance; Journal of Power Sources 138 (2004) 120–136.
- [6] Lijin Wang, Huisheng Zhang, Shilie Weng, Modeling and simulation of solid oxide fuel cell based on the volume–resistance characteristic modeling technique, Journal of Power Sources 177 (2008) 579–589.
- [7] Suranat Wongchanapai, Hiroshi Iwai, Motohiro Saito, Hideo Yoshida, Selection of suitable operating conditions for Planar Anode-supported Direct-internal-reforming Solid-Oxide Fuel Cell, Journal of Power Sources 204 (2012) 14–24.
- [8] Y. Inui , N. Ito, T. Nakajima, A. Urata ; Analytical investigation on cell temperature control method of planar solid oxide fuel cell ; Energy Conversion and Management 47 (2006) 2319–2328
- [9] C. Ozgur Colpan, Feridun Hamdullahpur, Ibrahim Dincer ; Heat-up and start-up modeling of direct internal reforming solid oxide fuel cells ; Journal of Power Sources 195 (2010) 3579–3589
- [10] Yau-Pin Chyou, Tsang-Dong Chung, Jong-Sheng Chen, Ri-Fong Shie ; Integrated thermal engineering analyses with heat transfer at periphery of planar solid oxide fuel cell ; Journal of Power Sources 139 (2005) 126–140
- [11] Y. Inui, A. Urata, N. Ito, T. Nakajima, T. Tanaka ; Performance simulation of planar SOFC using mixed hydrogen and carbon monoxide gases as fuel ; Energy Conversion and Management 47 (2006) 1738–1747
- [12] A. Chaisantikulwat, C. Diaz-Goano, E.S. Meadows, Dynamic modelling and control of planaranode-supported solid oxide fuel cell, Computers and Chemical Engineering 32 (2008) 2365–2381

- [13] Sadik Kakaça, Anchasa Pramuanjaroenkijb, Xiang Yang Zhou, A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells, *International Journal of Hydrogen Energy* 32 (2007) 761-786.
- [14] Yunzhen Yang, Guilan Wang, Haiou Zhang, Weisheng Xia ; computational analysis of thermo-fluid and electrochemical characteristics of MOLB-type SOFC stacks ; *Journal of Power Sources* 173 (2007) 233–239
- [15] Thinh X. Ho, Pawel Kosinski, Alex C. Hoffmann, Arild Vik ; Numerical analysis of a planar anode-supported SOFC with composite electrodes ; *International journal of hydrogen energy* 34(2009)3488–3499
- [16] M.A. Khaleel , Z. Lin, P. Singh, W. Surdoval, D. Collin ; A finite element analysis modeling tool for solid oxide fuel cell development: coupled electrochemistry, thermal and flow analysis in MARC ; *Journal of Power Sources* 130 (2004) 136–148
- [17] Guilan Wang, Yunzhen Yang, Haiou Zhang, Weisheng Xia ; 3-D model of thermo-fluid and electrochemical for planar SOFC ; *Journal of Power Sources* 167 (2007) 398–405
- [18] Chen-li Sun, Hsien-Chih Ou ; Numerical characterization of a microscale solid-oxide fuel cell ; *Journal of Power Sources* 185 (2008) 363–373
- [19] Yuzhang Wang, Fumihiko Yoshida, Takao Watanabe, Shilie Weng, Numerical analysis of electrochemical characteristics and heat/species transport for planar porous-electrode-supported SOFC, *Journal of Power Sources* 170 (2007) 101–110
- [20] Xiongwen Zhang, Guojun Li , Jun Li, Zhenping Feng, Numerical study on electric characteristics of solid oxide fuel cells, *Energy Conversion and Management* 48 (2007) 977–989.
- [21] Igor Zinovik, Dimos Poulidakos ; Modeling the temperature field in the reforming anode of a button-shaped solid oxide fuel cell ; *Electrochimica Acta* 54 (2009) 6234–6243
- [22] R.S. Gemmen, W.A. Rogers, M.T. Prinkey, Application of a Computational Fluid Dynamics Code to Fuel Cells—Integrated SOFC Fuel Cell and Post Oxidizer ; Morgantown, WV 26507.
- [23] S.H. Chan , H.K. Ho, Y. Tian ; Modelling of simple hybrid solid oxide fuel cell and gas turbine power plant ; *Journal of Power Sources* 109 (2002) 111-120.
- [24] W. Sangtongkitcharoen, S. Vivanpatarakij, N. Laosiripojana, A. Arpornwichanop, S. Assabumrungrat, Performance analysis of methanol-fueled solid oxide fuel cell system incorporated with palladium membrane reactor, *Chemical Engineering Journal* 138 (2008) 436-441

- [25] W. Jamsak , S. Assabumrungrat , P.L. Douglas , N. Laosiripojana , R. Suwanwarangkul , S. Charojrochkul , E. Croiset, Performance of ethanol-fuelled solid oxide fuel cells:Proton and oxygen ion conductors, *Chemical Engineering Journal* 133 (2007) 187–194.
- [26] Andrei Fedorov, Comas Haynes, Jianmin Qu, An integrated approach to modeling and mitigating SOFC failure de-ac26-02nt41571.
- [27] P.A. Ramakrishna, Shi Yang, C.H. Sohn, Innovative design to improve the power density of a solid oxide fuel cell; *Journal of Power Sources* 158 (2006) 378–384.
- [28] David Lee Damm, Radiative and transient thermal modeling of solid oxide fuel cells; Georgia Institute of Technology December 2005.
- [29] David L. Damm, Andrei G. Fedorov ; Reduced-order transient thermal modeling for SOFC heating and cooling ; *Journal of Power Sources* 159 (2006) 956–967
- [30] Srividya Valluru, Steady State Thermal Stress Analyses of Two-Dimensional and Three-Dimensional Solid Oxide Fuel Cells; Morgantown, West Virginia 2005.
- [31] Tomoyuki Otaa, Michihisa Koyamaa, Ching-ju Wena, Koichi Yamadab, Hiroshi Takahashia, Object-based modeling of SOFC system: dynamic behavior of micro-tube SOFC; *Journal of Power Sources* 118 (2003) 430–439.
- [32] L. Petruzzi, S. Cocchi, F. Fineschi, A global thermo-electrochemical model for SOFC systems design and engineering; *Journal of Power Sources* 118 (2003) 96–107.
- [33] R. Suwanwarangkul , E. Croiset , M.D. Pritzker , M.W. Fowler , P.L. Douglas , E. Entchev, Mechanistic modelling of a cathode-supported tubular solid oxide fuel cell, *Journal of Power Sources* 154(2006) 74-85.
- [34] Masayuki Suzuki, Koji Fukagata, Naoki Shikazono and Nobuhide Kasagi , Numerical Analysis of Temperature and Potential Distributions in Planar-Type SOFC ;2005.3.20-3.23 Jeju, Korea.
- [35] meng ni, michael k.h. leung , dennis y.c. leung, Parametric study of solid oxide fuel cell performance, *Energy Conversion and Management* 48 (2007) 1525–1535
- [36] Tsang-Dong Chung, Wen-Tang Hong, Yau-Pin Chyou, Dong-Di Yu, Kin-Fu Lin, Chien-Hsiung Lee, Efficiency analyses of solid oxide fuel cell power plant systems, *Applied Thermal Engineering* 28 (2008) 933–941.
- [37] Meng Ni ; Computational fluid dynamics modeling of a solid oxide electrolyzer cell for hydrogen production ; *international journal of hydrogen energy* 34(2009)7795–7806
- [38] Li Zhou, Mojie Cheng, Baolian Yi, Yonglai Dong, You Cong, Weishen Yang, Performance of an anode-supported tubular solid oxide fuel cell (SOFC) under pressurized conditions, *Electrochimica Acta* 53 (2008) 5195–5198.

Résumé

Notre travail est appuyé sur l'étude des phénomènes de transfert de chaleur dans une cellule élémentaire d'une pile à combustible à oxyde solide de type SOFC, selon les différents paramètres: géométrique, physique et électrochimique...etc. Dans ce contexte, notre intérêt est axé sur l'obtention et l'analyse des distributions et des profils de température dans le cas d'équilibre selon une géométrie tridimensionnelle qui comptabilise seulement la source de chaleur ohmique.

Abstract

Our work was based on the study of phenomena of heat transfer in a unit cell of a solid oxide fuel cell SOFC type, according to various parameters: geometric, physical and electrochemical ... etc. In this context, our interest is focused on obtaining and analyzing distributions and temperature profiles in the case of equilibrium in a three-dimensional geometry, which counts only the ohmic heat source.

ملخص

إستند عملنا على دراسة ظواهر الانتشار الحراري في خلية عضوية وقودية من نوع SOFC، وفقا لمعايير مختلفة: هندسية وفيزيائية وكهربائية... إلخ. في هذا السياق، يركز إهتمامنا على الحصول على توزيعات وملامح الحرارة وتحليلها في حالة التوازن وفق هندسة ثلاثية الأبعاد، و التي تعتبر فقط مصدر حرارة أومية.