

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE DE BATNA  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

*Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur en Sciences*

*Spécialité : MECANIQUE*

*Option : ENERGETIQUE*

PAR

**HARNANE Yamina**

Maître assistante à l'Université d'Oum El Bouaghi

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE  
TURBULENTE DANS UN CANAL VERTICAL, CARACTERISATION  
EXPERIMENTALE DE L'ECOULEMENT ET ETUDE  
PARAMETRIQUE NUMERIQUE**

---

Soutenue publiquement le 14 Avril 2015 devant le jury composé de Messieurs :

Hocine	BEN MOUSSA	Professeur à l'université de Batna	<b>Président</b>
Rachid	BESSAIH	Professeur à l'université de Constantine 1	<b>Rapporteur</b>
Chérif	BOUGRIOU	Professeur à l'université de Batna	<b>Co-rapporteur</b>
Mohamed	SI AMEUR	Professeur à l'université de Batna	<b>Examineur</b>
Zoubir	NEMOUCHI	Professeur à l'université de Constantine 1	<b>Examineur</b>
Abdelhafid	BRIMA	Maître de conférences à l'université de Biskra	<b>Examineur</b>

## Remerciement

C'est avec émotion et beaucoup de sincérité que je voudrais remercier toutes les personnes ayant soutenu et encadré ce travail.

En premier lieu, je remercie DIEU qui m'a donné du courage, de l'endurance et de la volonté jusqu'à l'accomplissement de ce travail.

C'est un grand plaisir de commencer mes remerciements en évoquant mon directeur de thèse, Monsieur Rachid Bessaih, professeur à l'université de Constantine 1, pour m'avoir encadré, guidé, encouragé, conseillé dans mon travail de recherche.

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du Laboratoire Pprime de Poitiers sous la direction de Monsieur Didier Saury, Professeur à l'IUT de Poitiers, qui a pris la relève de Monsieur F. Penot pour m'encadrer durant mon séjour de dix-huit mois. Tout au long de mon stage, vous étiez l'exemple de chercheur modeste, sérieux et efficace. Malgré la distance et votre charge, vous étiez toujours disponible pour répondre à mes questions. Votre expérience expérimentale et votre encadrement de mon activité de recherche ont été très enrichissants, tant sur les plans humain que scientifique pour finaliser ce travail de thèse. Un grand Merci pour votre exemplarité.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur François Penot, ex-directeur de recherche au CNRS, pour m'avoir accueilli à deux reprises au sein du Laboratoire Pprime, pour son aide. Sa compétence dans le domaine de l'expérimentation a été très fertile.

Sans oublier Monsieur Patrice Joubert, Professeur à l'université de La Rochelle, à qui j'adresse de profondes expressions de respect et de remerciements pour ses conseils fructueux lors de son passage au laboratoire.

Je remercie également le directeur du laboratoire Pprime, Monsieur Denis Lemmonier, directeur de recherche CNRS, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.

J'adresse également mes remerciements à l'ensemble du personnel du Laboratoire, plus particulièrement à J. Tuhault, C. Fuentes, pour leur disponibilité et leur dévouement.

Je remercie l'état algérien qui a financé ma bourse BAF (Bourse Algéro-Française) et qui m'a permis d'avancer dans le domaine de recherche.

Je tiens aussi à remercier le Professeur Hocine Ben Moussa de l'université Hadj Lakhdar de Batna pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance, et les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu accorder à mon travail en acceptant d'en être examinateurs et pour l'honneur qu'ils me font en participant à mon jury de thèse ; le professeur Mohammed Siameur de l'université Hadj Lakhdar de Batna, le professeur Zoubir Nemouchi de l'université de Constantine, le Docteur Abdelhafid Brima de l'université de Biskra ainsi que le professeur Cherif Bougriou de l'université Hadj Lakhdar de Batna.

L'expression de toute ma reconnaissance et de ma plus affectueuse gratitude va bien entendu à mes chers parents, pour leurs encouragements, aides morales et matérielles, irremplaçables conseils et invocations. Que dieu le tout puissant les protège et les récompense par son vaste paradis. J'exprime également toute ma profonde gratitude à tous les membres de ma famille et en particulier mes frères et sœurs pour leurs encouragements, leur patience et surtout leur soutien.

Ce manuscrit est une occasion pour moi de remercier toutes celles et ceux qui m'ont fait partager des moments agréables durant les périodes difficiles :

Je commence par Mme Sihem Bouzid, malgré tes occupations tu es l'exemple du sacrifice et du courage. Je te souhaite une bonne continuation dans ta thèse.

Je finis par la personne la plus importante, l'exemple du courage, celle qui est là dans les moments difficiles et aussi dans les moments de joie ; Riad Bouzid, sans toi, rien de cela n'aurait été si simple et possible. Je ne pourrais jamais t'écrire à quel point tu comptes pour moi. Merci pour tout.

◇▮◇▮◇▮◇▮◇▮◇▮◇▮◇▮◇

*HABIBANE YAMINA*

## *Dédicace*

*Quand je discute avec les scientifiques, ils me font peur : au nom de leur liberté dans leur univers de spécialisation, ils défendent souvent une éthique de la circonstance et non une éthique du projet.*

*« Au péril des idées »*

*Tariq Ramadan*

*À mes Parents*

*À ma Famille*

*À mes Amis*

Nomenclature

A	Rapport de forme vertical = $(H/d)$	
AH	Rapport de forme horizontal = $(l/d)$	
A*	Rapport de forme de l'effet cheminée = $(L_b/d)$	
c	Vitesse du son	$[m\ s^{-1}]$
$c_p$	Capacité calorifique massique du fluide	$[kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}]$
$C_s$	Constante de Smagorinsky	
d	Largeur du canal	$[m]$
$div\vec{U}$	Divergence adimensionnée de la vitesse moyenne	
e	Côté du barreau	$[m]$
$e_i$	Energie interne	$[J\ kg^{-1}]$
E	Energie totale	$[J\ kg^{-1}]$
$\vec{f}_b$	Forces externes (excluant la gravité)	$[N\ m^{-3}]$
$\vec{g}$	Accélération de la pesanteur	$[m\ s^{-2}]$
h	Enthalpie spécifique	$[J\ kg^{-1}]$
$h_t$	Enthalpie totale	$[J\ kg^{-1}]$
k	Conductivité thermique de l'air	$[W\ m^{-1}\ K^{-1}]$
K	Coefficient de perte de charge linéaire	
$\mathcal{H}$	Pression hydrodynamique	$[m^2\ s^{-2}]$
l	Profondeur du canal	$[m]$
H	Hauteur du canal	$[m]$
$L_b$	Hauteur du bas du barreau jusqu'à la sortie du canal	$[m]$
$\vec{n}$	Cordonnée normal à la paroi	

---

p	pression	[Pa]
p <sub>p</sub>	Pression de perturbation	[Pa]
P	Pression adimensionnée = $p/\rho_{\infty}V_{réf}^2$	
Q	Débit massique adimensionné = $(\int_0^1 \rho^* W dX^*)$	
R	Constante universelle des gaz parfaits = 8.314	[kJ kmol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
s	Section	[m <sup>2</sup> ]
t <sub>ij</sub>	Tenseur des échelles de sous-maille	
T	Température	[°C]
T <sub>0</sub>	Température ambiante	[°C]
T <sub>b</sub>	Température du barreau	[°C]
T <sub>paroi</sub>	Température des parois du canal	[°C]
ΔT	Ecart de température = (T <sub>b</sub> -T <sub>0</sub> )	[°C]
T*	Température adimensionnée = (T-T <sub>0</sub> )/ΔT	
x, y, z	Cordonnées cartésiennes dimensionnelles	[m]
X*, Z*	Cordonnées cartésiennes adimensionnées (= x/d ; = z/d)	
$\vec{u}$	Vecteur vitesse	[m s <sup>-1</sup> ]
u, w	Composante horizontale et verticale de la vitesse	[m s <sup>-1</sup> ]
V <sub>réf</sub>	Vitesse de référence = $\frac{\alpha}{L_b} \sqrt{Ra_{L_b}}$	[m s <sup>-1</sup> ]
U, W	Composantes de la vitesse adimensionnée (= u/V <sub>réf</sub> ; = w/V <sub>réf</sub> )	

**Nombres adimensionnels**

Gr	Nombre de Grashof = $\left(\frac{g\beta\Delta T d^3}{\nu^2}\right)$
M	Nombre de Mach = $\frac{ \bar{u} }{c}$
Nu	Nombre de Nusselt local = $-\left(\frac{\partial T^*}{\partial n}\right)$
<Nu>	Nombre de Nusselt moyen
Pr	Nombre de Prandtl = $\nu/\alpha$
Ra <sub>d</sub>	Nombre de Rayleigh basé sur d = $\left(\frac{g\beta(T_b - T_0)d^3}{\alpha\nu}\right)$
Ra <sub>H</sub>	Nombre de Rayleigh basé sur H = $\left(\frac{g\beta(T_b - T_0)H^3}{\alpha\nu}\right)$
Ra <sub>m</sub>	Nombre de Rayleigh modifié = $(ARa_d)$
Ra <sub>L<sub>b</sub></sub>	Nombre de Rayleigh basé sur la hauteur de l'effet cheminée L <sub>b</sub>
Ri	Nombre de Richardson = $\left(\frac{g\beta\Delta T e}{w^2}\right)$

**Lettres grecques**

$\alpha$	Diffusivité thermique	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	Conductivité thermique du solide	[W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$\Lambda$	Coefficient de perte de charge singulière	
$\rho$	Masse volumique du fluide	[kg m <sup>-3</sup> ]
$\rho_\infty$	Masse volumique de l'air ambiant	[kg m <sup>-3</sup> ]
$\rho^*$	Masse volumique adimensionnée = ( $\rho/\rho_\infty$ )	
$\beta$	Coefficient de dilatation thermique	[K <sup>-1</sup> ]
$\tau_{ij}$	Tenseur des contraintes visqueuses	[N m <sup>-2</sup> ]
$\varepsilon$	Emissivité du matériau	
$\varepsilon$	Taux de dissipation	[W m <sup>-3</sup> ]
$\nu$	Viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
$\vec{\omega}$	Vecteur de vortacité	[s <sup>-1</sup> ]
$\mu_{LES}$	Viscosité turbulente	[kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]
$\gamma$	Rapport des chaleurs spécifiques	
$\theta_b$	Température de mélange ; $\theta_b = \frac{1}{w} \int_0^1 w(x, z) \theta(x, z) dx$	
$\varphi$	Densité de flux	[W m <sup>-2</sup> ]
$\Phi$	Diamètre des thermocouples	[μm]
$\mu$	Viscosité dynamique	[Pa s]
$\bar{\Delta}$	Taille du filtre	

### Indices

max	Valeur maximale
min	Valeur minimale
num	Valeur numérique
exp	Valeur expérimentale
RMS	Relatif à la fluctuation de la grandeur
<i>réf</i>	Relatif à la quantité de référence pour l'adimensionnement
<i>cd</i>	Conduction
<i>cv</i>	Convection
p	Paroi
b	Barreau

### Exposants

'	Relatif à la fluctuation de la grandeur
---	---



<b>Remerciements</b> .....	i
<b>Dédicace</b> .....	iii
<b>Nomenclature</b> .....	iv
<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre I Contexte et problématique</b> .....	3
1.1. Introduction .....	4
1.2. Définition de la convection naturelle .....	4
1.2.1. Le long d'une paroi verticale.....	4
1.2.2. Dans un thermosiphon .....	5
1.3. Etat de l'art .....	10
1.4. Problématique .....	23
<b>Chapitre II Montage expérimental et métrologie</b> .....	26
2.1. Introduction .....	27
2.2. Description du dispositif expérimental .....	27
2.3. La vélocimétrie laser bidimensionnelle par imagerie des particules (PIV-2D) .....	34
2.3.1. Principe .....	34
2.3.2. Mise en œuvre .....	34
2.3.3. Traitement d'images et validation des vecteurs .....	42
2.3.4. Précision de la PIV .....	45
2.4. Conclusion .....	47
<b>Chapitre III Description de l'outil numérique</b> .....	49
3.1. Introduction .....	50
3.2. Mise en équations du problème .....	50
3.2.1. Modèle physique .....	50
3.2.2. Modèle mathématique .....	51
3.2.2.1. Equations gouvernantes .....	51
3.2.2.2. Conditions aux limites .....	53
3.3. Généralités sur la modélisation numérique d'écoulements turbulents .....	54
3.3.1. Simulation numérique directe (DNS).....	54
3.3.2. La modélisation statistique de la turbulence (RANS).....	54
3.3.3. Simulation des grandes structures (SDS).....	55
3.4. Description du code FDS (Fire Dynamics Simulator) .....	56
3.4.1. Présentation générale .....	56
3.4.2. Décomposition de la pression .....	59

3.4.3.	Divergence du champ de vitesse .....	59
3.4.4.	Conservation de la quantité de mouvement .....	60
3.4.4.1.	Equation de Poisson .....	60
3.4.5.	Modélisation des termes diffusifs .....	62
3.4.5.1.	Simulation des grandes échelles .....	62
3.4.5.2.	Filtrage de Favre .....	63
3.4.5.3.	Modèle de Smagorinsky .....	64
3.4.6.	Modélisation des conditions aux limites thermiques .....	66
3.4.6.1.	Transfert de chaleur convectif .....	66
3.4.6.2.	Transfert thermique dans les parois .....	67
3.4.7.	Algorithme de résolution numérique des équations de Navier Stokes.....	68
3.5.	Conclusion .....	69
<b>Chapitre IV Description numérique du comportement aéraulique appliqué aux géométries</b>		
<b>ouvertes.....</b>		
4.1.	Introduction .....	72
4.2.	Sur la convection naturelle dans un thermosiphon .....	73
4.3.	Objectifs .....	74
4.4.	Conditions aux limites pour les géométries ouvertes .....	76
4.4.1.	Recirculation .....	77
4.4.2.	Récapitulatif des conditions limites en géométrie ouverte .....	77
4.5.	Convection naturelle dans un canal vertical – exercice du benchmark AMETH.....	78
4.5.1.	Présentation du benchmark AMETH .....	78
4.5.2.	Mise en équation .....	79
4.5.3.	Conditions limites du problème .....	80
4.5.4.	Comparaison inter-logiciels .....	84
4.5.5.	Résultats et discussion GB-0 : $A=10$ , $Ra_m=10^5$ .....	86
4.6.	Conclusion .....	90
<b>Chapitre V: Etude expérimentale du champ dynamique des écoulements de convection</b>		
<b>naturelle dans un canal vertical muni d'un barreau chauffant.....</b>		
5.1.	Introduction .....	103
5.2.	Détermination des paramètres expérimentaux et variables sans dimensions.....	104
5.3.	Etude du champ dynamique pour un nombre de Rayleigh $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .....	105

5.3.1.	Circulation globale et structure de l'écoulement dans la cheminée .....	105
5.3.2.	Profils de vitesse et fluctuation dans la cheminée .....	110
5.3.2.1.	Composante verticale et fluctuation .....	110
5.3.2.2.	Composante horizontale et fluctuation .....	116
5.3.3.	Grandeurs turbulentes .....	120
5.3.3.1.	Energie cinétique de turbulence 2D .....	120
5.3.3.2.	Intensité de turbulence .....	122
5.3.3.3.	Bidimensionnalité .....	123
5.3.3.4.	Calcul du débit massique adimensionnel .....	127
5.4.	Comparaison du champ dynamique pour les deux nombres de Rayleigh étudiés .....	128
5.4.1.	Champs moyen et fluctuant .....	128
5.4.1.1.	Circulation globale dans le canal .....	128
5.4.1.2.	Vitesses et fluctuations .....	130
5.4.1.3.	Intensité de turbulence .....	130
5.5.	Conclusion .....	134
<b>Chapitre VI Etude numérique par la simulation des grandes échelles LES, confrontations avec l'expérimentation et étude paramétrique.....</b>		
<b>136</b>		
6.1.	Introduction.....	137
6.2.	Simulation des grandes échelles et modèles de turbulence .....	137
6.2.1.	Modèle mathématique et équations gouvernantes.....	137
6.2.2.	Grandeurs caractéristiques du problème.....	141
6.2.2.1.	Grandeurs de référence.....	141
6.2.2.2.	Grandeurs caractéristiques.....	141
6.3.	Etude du cas par simulation numérique LES .....	144
6.3.1.	Effet du maillage .....	144
6.3.2.	Validation du champ thermique .....	148
6.4.	Confrontation avec l'expérimentation.....	150
6.5.	Calcul du nombre de Nusselt .....	157
6.6.	Etude paramétrique .....	159
6.6.1.	Effet de la position verticale du barreau dans le canal .....	159
6.6.2.	Etude de la position transversale du barreau dans le canal.....	162
6.6.3.	Effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh.....	165

---

6.7. Conclusion .....	168
<b>Conclusion</b> .....	170
<b>Bibliographie</b> .....	174
<b>Annexes</b> .....	182


---

<b>Annexe A Formulation générale des équations de Naviers-Stokes</b> .....	183
<b>Annexe B Montage de la manipulation avec SolidWorks</b> .....	190
<b>Annexe C Données sur le champ dynamique pour l'écart de température : 45,6°C (<math>Ra_H = 10^9</math>)</b> .....	197

---

<b>Résumé</b> .....	202
---------------------	-----



Depuis l'expérience historique de BENARD en 1905 [Bejan 2004] dans laquelle il a visualisé des cellules convectives ainsi que des structures hexagonales, les travaux de recherche en convection naturelle n'ont cessé de se multiplier dans les domaines analytique, expérimental et numérique. La résolution de beaucoup de problèmes pratiques dans l'industrie portant sur les échanges thermiques, doit sa réussite aux grands progrès qui ont été accomplis durant ces années dans ce domaine.

Les écoulements de convection naturelle en espace confiné sont présents dans de nombreux phénomènes naturels et processus industriels ; le refroidissement des circuits électroniques, des réacteurs nucléaires, la thermique du bâtiment, les systèmes thermiques solaires, sont autant d'exemples de leur manifestation. Généralement, dans l'industrie, ces écoulements ont un caractère turbulent qui pourrait avoir des effets positifs en améliorant les mélanges et les transferts de chaleur et de masse.

Les recherches consacrées aux écoulements turbulents instationnaires ont suivi au cours des dernières années deux axes majeurs : l'un théorique qui a contribué au développement des modèles mathématiques permettant la prévision numérique des grandeurs caractéristiques liées à ce type d'écoulement; l'autre expérimental, a mis en évidence les difficultés d'obtention des écoulements instationnaires turbulents dont tous les paramètres seraient accessibles et contrôlables pour une large gamme d'expérience au laboratoire. Ceci explique la dispersion et la diversité des résultats obtenus jusqu'alors et l'insuffisance de ceux-ci quant à fournir des données « universelles » permettant, par exemple, la fermeture des équations modélisées numériquement. On note cependant, que dans ce contexte les expérimentations sont insuffisantes. Il y a donc nécessité d'une part, de faire un effort pour la mise en place d'un dispositif expérimental soigné permettant d'explorer et mieux appréhender la convection naturelle turbulente qui se développe dans un canal vertical en présence d'une source de chaleur ; d'autre part de mettre au point des outils numériques capables de prédire de manière réaliste les mouvements d'air dans ce type de géométrie.

Notre étude vise à apporter une contribution sur ce point, à fournir des données de référence au code CFD, notamment à travers l'apport de connaissances sur les conditions aux limites (entrée/sortie) pour ce type de géométrie et à obtenir des données expérimentales fiables dans des conditions modèles pertinentes par rapport au contexte applicatif envisagé.

Le présent mémoire se répartit en six chapitres résumés ci-dessous :

Dans le premier chapitre, on présente le problème et les hypothèses faites, ainsi qu'une synthèse bibliographique sur les principales thématiques abordées par les chercheurs en convection naturelle dans les espaces confinés.

Les moyens expérimentaux utilisés sont présentés au second chapitre à savoir, la cellule expérimentale et la métrologie, mis au point au Laboratoire d'Etude Thermique (LET) (intégré à l'Institut Pprime de Poitiers au 1er Janvier 2010) en vue d'examiner rigoureusement les écoulements dans les canaux verticaux de type thermosiphons. Le dispositif expérimental requiert d'importantes précautions expérimentales pour une bonne investigation (nous nous sommes particulièrement préoccupés, de la maîtrise des conditions expérimentales et de leur suivi). Une description des moyens de mesure accompagne cette description du dispositif expérimental.

Dans le troisième chapitre, on expose une description de l'outil numérique utilisé dans le cadre de cette thèse.

Une validation progressive de l'outil numérique sur des cas de niveau de complexité croissant est réalisée dans le chapitre quatre, afin de s'assurer de la pertinence des résultats qui seront exploités par la suite.

Une étude expérimentale détaillée des champs de vitesse dans le canal vertical muni du barreau chauffant fait l'objet du cinquième chapitre. Plusieurs configurations ont été explorées pour des nombres de Rayleigh basés sur la hauteur du canal  $H$  égaux à  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  et  $Ra_H = 10^9$ .

Le sixième chapitre est dédié à la confrontation des résultats de l'étude expérimentale avec ceux de la simulation numérique par LES. La deuxième partie de ce chapitre est destinée à l'étude numérique des champs thermiques pour les nombres de Rayleigh susmentionnés. Une étude paramétrique est présentée aussi dans ce chapitre.

Enfin, des conclusions sur les résultats et les perspectives que nous envisageons dans ce domaine de recherche sont présentées.

# CHAPITRE I: Contexte et problématique

## Sommaire

---

- 1.1. Introduction ;
  - 1.2. Définition de la convection naturelle ;
    - 1.2.1. Le long d'une paroi verticale ;
    - 1.2.2. Dans un thermosiphon ;
  - 1.3. Etat de l'art ;
  - 1.4. Problématique.
-

### 1.1. Introduction

Dans ce chapitre introductif consacré aux rappels des différents travaux qui ont été faits sur la convection naturelle dans les canaux verticaux, nous définissons la convection naturelle à partir de l'écoulement d'un fluide sur une plaque plane verticale, ayant une température uniforme différente de celle du milieu infini dans lequel elle se trouve. Cet exemple simple mais très riche en renseignements, constitue une première approche de l'écoulement le long des parois actives verticales. Nous définissons, ensuite, la convection naturelle dans les thermosiphons qui constituent la géométrie de notre étude.

Après un rapide tour d'horizon sur quelques thématiques ayant retenu l'attention de la communauté scientifique internationale, nous allons exposer la problématique de cette thèse.

### 1.2. Définition de la convection naturelle

#### 1.2.1. Le long d'une paroi verticale

Pour se faire, une première idée de l'écoulement du fluide le long des parois actives dans les thermosiphons, écoulement qui dans le cas de notre étude est le moteur dynamique du phénomène physique, nous avons pris l'exemple d'un écoulement sur une plaque verticale chauffée ou refroidie à une température constante et placée dans un milieu isotherme infini. L'expérience montre que si la hauteur de la plaque est suffisamment grande, il se produit un écoulement du fluide dans une couche limite d'épaisseur  $\delta$  très petite devant la hauteur. Ce mouvement du fluide est dû à la variation de sa masse volumique locale,  $\rho$ , au voisinage de la plaque. [Bejan 2004].

En effet, les particules se trouvant en contact avec la plaque chaude ( $T_p > T_0$ ) se réchauffent, leur masse volumique  $\rho$  devient plus faible que celle des particules environnantes. D'après le principe d'Archimède, le fluide chaud de faible densité aura tendance à monter laissant la place au fluide froid, qui à son tour se réchauffe et monte. Cette ascension est provoquée par la force de flottabilité due à la variation de la masse volumique du fluide dès que celle-ci devient supérieure à la force de gravitation.

Ce même raisonnement peut s'appliquer à une paroi verticale, dont la température  $T_p$  est inférieure à la température  $T_0$  du milieu infini. Dans ce cas, les particules du fluide qui sont au contact de la plaque se refroidissent, deviennent plus denses et sont attirées vers le bas,

laissant derrière elles des particules de faible densité. Ce refroidissement entraîne un mouvement descendant du fluide et engendre aussi parfois une couche limite.

### 1.2.2. Dans un thermosiphon

La convection naturelle est un mouvement de fluide dû à l'effet des variations de forces pesantes qui résultent des dilatations provenant des écarts de température au sein du fluide considéré. Ce couplage fort, relatif à ce type d'écoulements très répandus, entre la dynamique et la thermique, en fait un sujet d'étude particulièrement intéressant. Parmi les écoulements de convection naturelle, les thermosiphons, qui peuvent être définis comme des circuits aérauliques de transport convectif de chaleur dans lesquels s'établit un écoulement naturel sous l'effet des forces d'Archimède dues aux variations de masse volumique du fluide. Ces forces génératrices de mouvement sont, en général, localisées dans une partie du circuit aéraulique qui peut être fermé ou ouvert [Saury et al. 2008].

Le principe du thermosiphon est simple. La poussée d'Archimède naît de la rupture de l'équilibre hydrostatique entre les forces de pression et le poids d'un volume de fluide. Cette rupture est engendrée par la variation de masse volumique d'un volume de fluide. A l'équilibre, on peut écrire :

$$\rho_0 \vec{g} = \vec{\nabla} p_0 \quad (1.1)$$

Une hétérogénéité de masse volumique entraîne l'apparition de la force de poussée d'Archimède  $\vec{B}$  qui est telle que :

$$\vec{B} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p_0 = (\rho - \rho_0) \vec{g} \quad (1.2)$$

L'amplitude de cette force dépend alors directement des variations de masse volumique qui peuvent, entre autres, être créées par des variations de température dans un fluide dilatable.

Pour des écarts de température pas trop importants et des variations de masse volumique dues à la pression négligeables devant celles dues à la température, l'approximation de Boussinesq peut être faite, soit :

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \beta (T - T_0) \quad (1.3)$$

Avec dans le cas d'un gaz parfait :

$$\beta = -\frac{1}{\rho\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p} = 1/T \quad (1.4)$$

Cette approximation permet d'introduire explicitement la température dans l'expression de la poussée d'Archimède  $\vec{B} = \rho\vec{g} - \vec{\nabla}p_0 = (\rho - \rho_0)\vec{g}$ .

La classification des thermosiphons repose sur l'existence ou non d'un équilibre mécanique possible au sein du thermosiphon. La condition nécessaire (mais non suffisante) d'équilibre mécanique est que la masse volumique du fluide reste constante dans les plans horizontaux [Penot 2007] (plans orthogonaux à  $\vec{g}$ ). Ces deux types de thermosiphon sont présentés sur la figure 1.1.

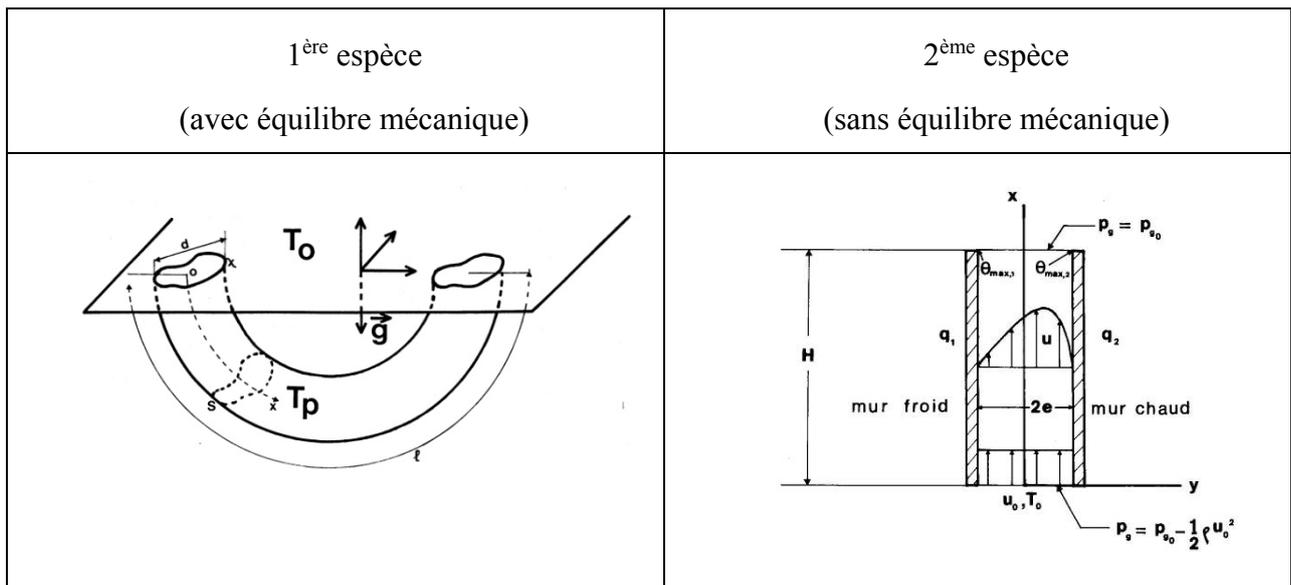


Figure 1.1 Les deux types de thermosiphon [Peube et Penot 1979].

- Dans un thermosiphon de 1<sup>ère</sup> espèce, bien que les gradients de température soient déstabilisants, il existe, comme pour le problème de Rayleigh-Bénard, un nombre de Rayleigh critique en dessous duquel il n'y a pas de mouvement [Peube et Penot 1979], [Penot et Peube 1980].

- Dans un thermosiphon de 2<sup>ème</sup> espèce, la force d'Archimède s'équilibre avec les forces d'inertie et de viscosité, engendrant ainsi un mouvement dès qu'il y a écart de température, sauf aux toutes petites valeurs du nombre de Rayleigh [Penot et Peube 1981].

Le fonctionnement d'un thermosiphon résulte toujours de l'équilibre entre la perte de pression  $P_1$  due à la viscosité et l'augmentation de pression  $P_2$  due aux différences de température (dans le cadre de l'approximation de Boussinesq):

$$P_1(H) = \left(\frac{1}{2} + \Lambda(0) + \Lambda(H) + K\right) \rho_0 V_Q^2 \quad (1.5)$$

$K$  est le coefficient de perte de charge linéaire,  $\Lambda$  est le coefficient de perte de charge singulière et  $s$  la section.

$$P_2(H) = -\rho_0 \int_0^H g_x \beta (T_m - T_0) dx$$

ou 
$$P_2(H) = -\rho_0 \int_0^H \int_s g_x \beta (T - T_0) ds dx \quad (1.6)$$

Une représentation graphique de ces deux courbes permet d'obtenir le point de fonctionnement (figure 1.2) et par conséquent le débit circulant dans le thermosiphon. En effet, la solution du problème qui donne la répartition de température et de vitesse s'écrit  $P_1 = P_2$ . Le système d'équations est complété par l'équation de l'énergie qui en stationnaire donne :

$$\rho c_p \int_{sortie} v (T - T_0) dS_{sortie} = Q_{sortie} \quad (1.7)$$

Quand le flux de paroi est imposé, l'énergie injectée doit alors s'évacuer. Si la vitesse est petite, alors l'écart de température est grand. Alors que quand la température de paroi est imposée, le problème est différent puisque nous pouvons obtenir  $T = T_p$  et  $v = 0$  partout.

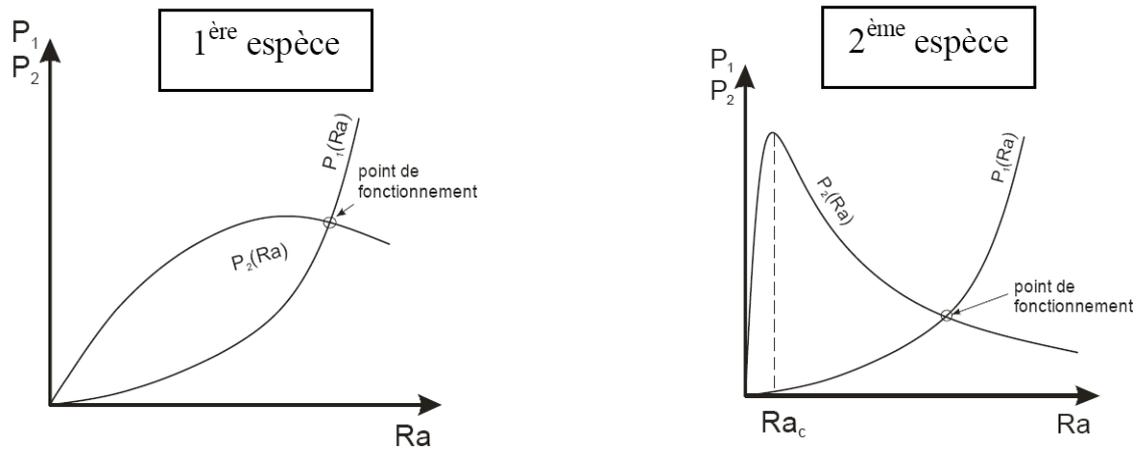
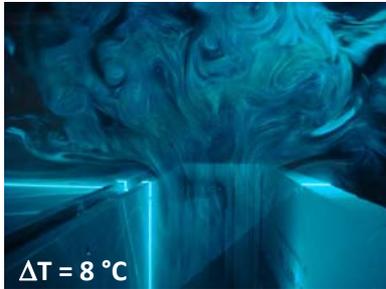
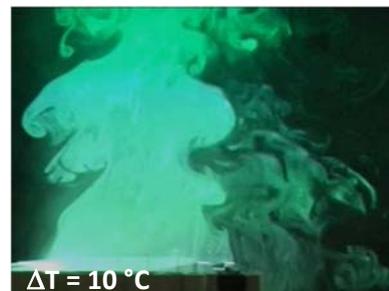
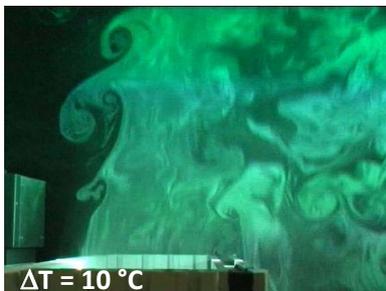


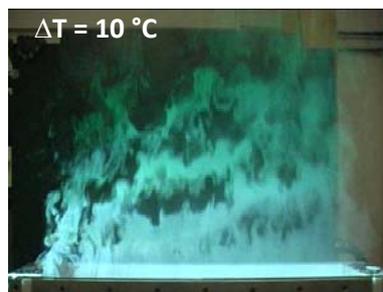
Figure 1.2 Détermination du point de fonctionnement [Penot et Peube 1980].



(a)



(b)



(c)

**Figure 1.3** Différentes visualisations expérimentales de l'écoulement en entrée et en sortie de la cheminée : a- Entrée de cheminée (froide) dans le plan médian pour des  $\Delta T$  de 8 et 3 °C respectivement ; b- Sortie de cheminée (chaude) dans le plan médian pour un  $\Delta T$  de 10 °C ; c- Sortie de cheminée (chaude) dans le plan à 6 cm de la paroi chaude pour un  $\Delta T$  de 10 °C [Saury et al. 2008].

### 1.3. Etat de l'art

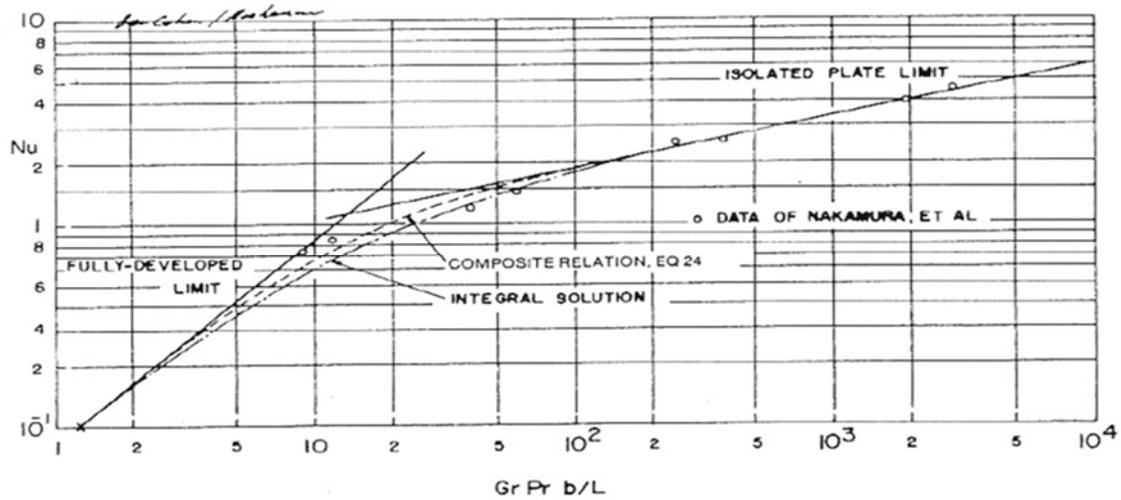
Le cas d'un canal à plaques parallèles verticales est une configuration académique très représentative de nombreux systèmes thermiques (cheminée, capteur solaire plan, collecteurs solaires, chauffage solaire passif, ventilation des bâtiments ou encore refroidissement par air des composants électroniques...) [Incropera 1988], [Ben Yedder et Bilgen 1991]. Elle n'a pas cessé de faire l'objet de nombreux travaux aussi bien expérimentaux que numériques. L'écoulement généré dépend du nombre de Rayleigh, du nombre de Prandtl, du rapport de forme ( $\frac{\text{hauteur}}{\text{espacement}}$ ) et des conditions aux limites.

Les écoulements de convection naturelle laminaire dans les thermosiphons à chauffage symétrique ou asymétrique sont désormais clairement caractérisés par de nombreuses études théoriques et expérimentales. Une des premières études expérimentales de la convection naturelle dans un canal vertical est celle d'Elenbaas [1942], qui a déterminé les différents modes d'écoulement en fonction d'un nombre de Rayleigh modifié (rapport du nombre de Rayleigh construit sur la largeur du canal par l'allongement du canal) et pour  $Ra_b^* < 10^5$ . Il a trouvé qu'à bas nombres de Rayleigh, le régime est pleinement développé alors qu'à hauts nombres de Rayleigh, le régime est de type couche limite. Il a aussi présenté une corrélation donnant le nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh modifié.

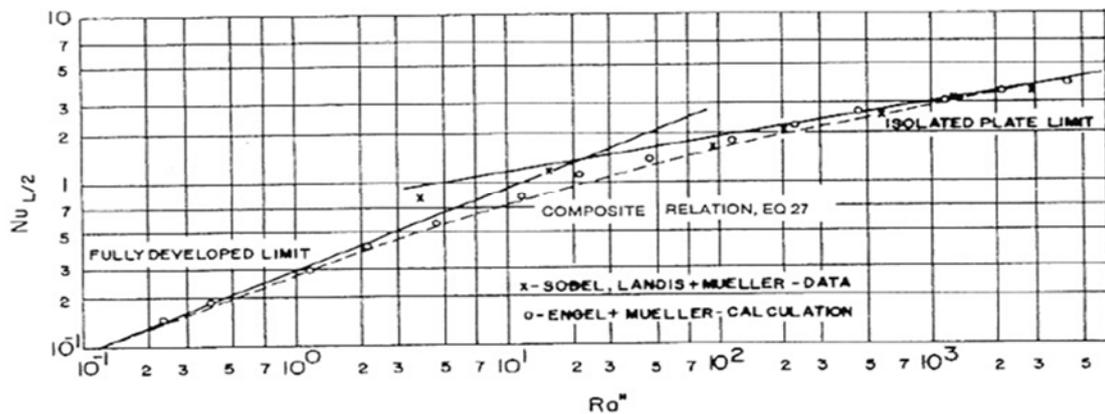
Les données expérimentales de l'écoulement de la convection naturelle de l'air entre deux plaques planes verticales à flux imposé sont presque inexistantes. En 1982, Witz et Stutzman ont étudié expérimentalement la convection naturelle de l'air dans un canal vertical avec chauffage symétrique à flux imposé. Leurs expériences couvraient la gamme des nombres de Grashof ( $Gr$  calculé en utilisant le flux de chaleur et la largeur du canal) de 24 à 3355. Les deux techniques de mesure directe de la température utilisant des thermocouples et l'analyse de l'écoulement par des interférogrammes ont été utilisées. Des corrélations ont été développées pour le transfert de chaleur local le long du canal et de la température maximale de paroi comme fonction des paramètres du problème.

Bar-Cohen et Rohsenow [1984] ont présenté, à partir des résultats expérimentaux et numériques, un ensemble de corrélations entre le nombre de Nusselt et de Rayleigh, valables dans différentes situations, canal chauffé symétriquement ou asymétriquement, à flux ou à température imposée (figure 1.4). Les auteurs ont proposé des relations donnant la valeur des coefficients de transfert de chaleur pour chacune des quatre configurations thermiques qui

relient les corrélations formulées pour les écoulements entièrement développés ou ceux de plaques planes simples. Ils ont également corrélé l'écartement optimal des plaques pour la convection naturelle dans les canaux verticaux chauffés.



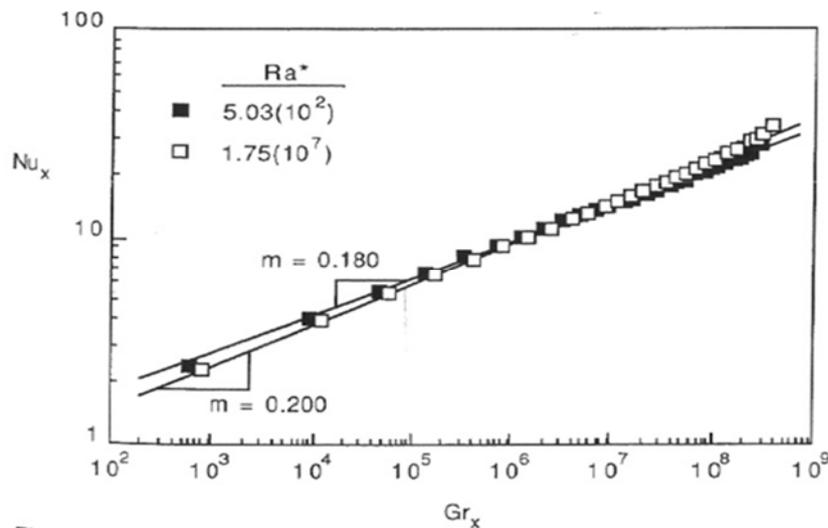
(a)



(b)

Figure 1.4 Variation du nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh (a) chauffage asymétrique (b) chauffage symétrique [Bar- Cohen et Rohsenow 1984]

L'expérience de Webb et Hill [1989] a été utilisée pour comparer de nombreux résultats numériques car elle est relativement bien documentée (même si certaines données comme le débit manquent). Dans leur montage expérimental, Webb et Hill ont utilisé un canal vertical à plaques parallèles de longueur  $(2H)$  avec une longueur d'entrée  $(H/2)$  adiabatique, une longueur  $(H)$  chauffée asymétriquement par un flux constant et enfin une longueur de sortie  $(H/2)$  de nouveau adiabatique. Ils ont travaillé avec un certain nombre de Rayleigh modifiée  $Ra_b^*=(b/H)Ra$  allant de  $500$  à  $10^7$  et ont présenté des corrélations pour des grands et moyens nombres de Nusselt locaux. Ils ont comparé leurs résultats à des travaux antérieurs [Bodoia et Osterle 1962], [Kettleborough 1972] et ont constaté que les paramètres de l'équation de corrélation  $Nu_x = A (Gr_x)^m$  étaient fonctionnellement dépendants du nombre de Rayleigh modifié au-dessous de  $Ra^* \approx 10^5$ , mais aux nombres de Rayleigh modifiés élevés la constante de corrélation et l'exposant étaient indépendants de  $Ra^*$  (figure 1.5). Ils ont également comparé leurs corrélations pour les nombres de Rayleigh modifiés élevés avec la solution de plaque plane et ont constaté que la pente de leur corrélation était de 11% plus élevée que celle prévue par l'analyse de plaque verticale isolée. Ils ont expliqué cette différence par l'incertitude causée par les pertes par rayonnement et conduction, l'effet de bi-dimensionnalité et la variation des propriétés thermo-physiques avec la température.



**Figure 1.5** Corrélation du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Grashof local pour les deux nombres de Rayleigh étudiés [Webb et Hill 1989]

Parmi les premières simulations numériques, nous pouvons mentionner la contribution de Bodoia et Osterle [1962] qui étaient les premiers à présenter une simulation numérique bidimensionnelle de la convection naturelle dans un canal vertical isotherme avec la technique des différences finies. Les auteurs ont présenté des profils de vitesse et de température le long du canal. Ils ont caractérisé également deux régimes asymptotiques pour les écoulements de la convection laminaire dans les canaux verticaux. A faible nombre de Rayleigh, l'écoulement s'approche d'un écoulement de convection libre laminaire entièrement développé et pour des nombres de Rayleigh élevés, où la largeur du canal tend vers l'infini, il tend vers un écoulement de convection libre le long d'une plaque plane verticale. Les résultats les plus importants sont le nombre de Nusselt par rapport au nombre de Grashof pour l'air. Ils ont été comparés avec ceux d'Elenbaas [1942] et sont en bon accord sauf pour des faibles nombres de Rayleigh (figure 1.6).

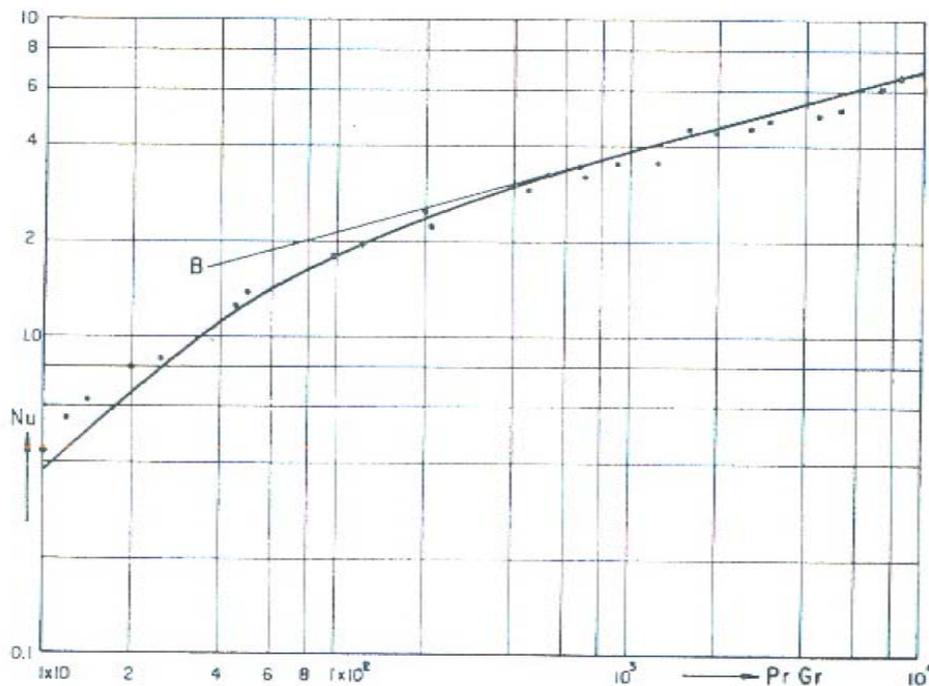


Fig. 8 Comparison between this theory and the work of Elenbaas for air

Figure 1.6 Comparaison des résultats théoriques de Bodoia et Osterle et ceux expérimentaux d'Elenbaas [Bodoia et Osterle 1962]

Pour la convection thermique naturelle, la répartition des flux thermiques véhiculés par l'écoulement de fluide à travers les limites ouvertes dépend de la chaleur transférée aux parois mais aussi des conditions physiques régnant dans l'environnement, sur les deux côtés des ouvertures. Il en résulte un couplage étroit entre les variables dynamiques et thermodynamiques à l'intérieur et à l'extérieur du canal. Ainsi, les conditions aux limites thermiques et cinématiques entrée/sortie ne peuvent pas être à priori prescrites sans tenir compte des conditions environnantes [Dalbert et al. 1981]. Pour surmonter le problème du choix des conditions aux limites dans les sections d'entrée et de sortie, certains auteurs ont proposé d'étendre le domaine de calcul, en amont et/ou en aval du canal.

Une des idées principales du déplacement des frontières ouvertes loin des limites du canal est de réduire, autant que possible, l'effet d'une méconnaissance des conditions aux limites « réelles ». Le principe de Saint-Venant, souvent invoqué en mécanique des solides, peut également être utilisé en mécanique des fluides: si les frontières artificielles sont placées suffisamment loin des ouvertures des canaux, les distributions des vitesses et des températures à l'entrée/sortie du canal ne sont plus affectées par les conditions aux limites appliquées [Kettleborough 1972].

Les formes des parois de la région d'entrée, avec des angles aigus ou des surfaces lisses et arrondies, affectent également de manière significative l'écoulement du fluide et du transfert de chaleur. Utilisant des parois avec des angles droits à l'entrée, Naylor et al. [1991] ont prédit une séparation de fluide à l'entrée du canal qui est corrélé approximativement avec le débit dimensionnel de l'écoulement. Leurs conditions aux limites d'entrée sont fondées sur les écoulements de Jeffrey-Hamel qui consiste en une solution de similitude de l'écoulement isotherme causé par la présence d'une source ou d'un puits au point d'intersection des deux parois.

En 1972, Kettleborough a utilisé une approximation parabolique par la technique des différences finies, dans un canal vertical à parois isothermes avec une condition d'entrée correspondant physiquement à un écoulement entièrement développé entrant à travers une grande réduction brusque de la section d'entrée pour les nombres de Grashof de 100 et  $10^4$ . Ses résultats montrent que pour les faibles valeurs de Grashof, une distribution de vitesse de type parabolique existait à l'entrée et pour des nombres de Grashof élevés, la distribution de la vitesse présente un minimum au centre. Également, à des nombres de Grashof plus élevés, l'écoulement présente une recirculation à la sortie. La même géométrie de Kettleborough a été

étudiée par Nakamura et al. [1982], utilisant un modèle elliptique complet. Ils ont également constaté une séparation de la couche limite à une certaine distance du bord d'attaque à l'entrée du canal.

Cette question a été réexaminée dans un article récent de Boetcher et Sparrow [2009] qui ont étudié l'écoulement induit par la flottabilité dans une cavité ouverte horizontale. Ils ont examiné l'impact de la taille du domaine étendu, les conditions aux limites sur ses surfaces, et la densité du maillage requis pour atteindre une précision élevée.

De même que les prolongements amont peuvent modifier le débit et le transfert de chaleur dans le conduit - cheminée, l'augmentation dans le domaine de calcul en aval peut conduire à des modifications dans le projet de la hauteur et de transfert thermique, par exemple en ajoutant des extensions adiabatiques afin de renforcer l'aspiration vers le haut de la cheminée [Andreozzi et al. 2010].

Une autre façon de contourner la question du choix des conditions aux limites ouvertes dans les sections d'entrée et de sortie du canal est de l'encapsuler dans une enceinte virtuelle [Ramanathan et Kumar 1991], [Liu et Tao 1996]. Par conséquent, il est facile de prescrire des conditions dynamiques sur les limites des parois solides. Cependant, les conditions aux limites thermiques ne sont pas si faciles à définir car elles peuvent perturber le champ thermique autour du canal et produire des cellules de recirculation naturelles parasites.

Les différentes stratégies décrites ci-dessus reposent sur une augmentation de la taille du domaine de calcul, et donc, dans le stockage de mémoire et de temps de calcul CPU. Une autre solution consiste à limiter les simulations de la hauteur du canal seulement, et pour modéliser les conditions aux limites thermiques et dynamiques au niveau des sections exactes d'entrée/sortie.

En comparaison avec les résultats numériques de Bodoia et Osterle [1962], Aihara [1973] a proposé de relier la pression au débit massique de l'écoulement. Cette formulation permet de substituer la vitesse d'entrée inconnue par une relation basée sur des pressions. Cette écriture est liée à un modèle simplifié de l'écoulement de fluide en amont aspiré par la chute de pression produite dans l'ouverture du canal. Dans la région en amont, le mouvement du fluide est alors supposé incompressible, isotherme, non visqueux et stationnaire. Dalbert et al. [1981] ont été les premiers à faire face à cette chute de pression qui correspond physiquement à l'énergie par unité de volume nécessaire pour amener le fluide de repos en

amont de la section d'entrée. En utilisant l'extension de l'écoulement de Jeffrey - Hamel à l'entrée, Naylor et al. [1991] ont confirmé la relation entre l'énergie cinétique et la perte de charge dans la section d'entrée du canal.

Les études citées précédemment ont utilisé l'air comme fluide mais l'utilisation de l'eau comme fluide d'étude a été peu examinée. Sparrow et al. [1984] ont été les premiers à étudier numériquement et expérimentalement une telle configuration dans un canal rectangulaire vertical en régime laminaire. L'une des parois du canal est maintenue à une température uniforme, tandis que l'autre n'est pas chauffée et le nombre de Rayleigh modifié varie entre  $2 \times 10^2$  et  $8 \times 10^4$  et Prandtl  $0,7 \leq Pr \leq 10$ . La visualisation expérimentale a révélé une zone d'écoulement de recirculation adjacente à la partie supérieure de la paroi chauffée, lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur seuil. Une corrélation reliant le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh modifié:  $Nu = 0,688Ra^{*0,249}$  a été trouvée. Ils ont même remarqué que les nombres de Nusselt ne sont pas affectés par la présence de la zone de recirculation. Les solutions numériques obtenues par un schéma parabolique des différences finies ont donné  $Nu = 0,655Ra^{*0,245}$ , ce qui est en bon accord avec celles des expériences.

Bhowmik et Tou [2005] ont contribué avec une expérience utilisant l'eau dans un canal vertical avec quatre sources de chaleur encastrées sur l'une des parois. Ils ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle monophasée en régime transitoire. Leurs études paramétriques basées sur des flux de chaleur de  $1 \text{ kW/m}^2$  à  $6 \text{ kW/m}^2$  et sur des paramètres géométriques ont indiquées que le coefficient de transfert de chaleur est fortement affecté par le nombre des sources de chaleur. Dans leur seconde expérience, Bhowmik et Tou [2005] ont étudié le transfert de chaleur par convection forcée en régime transitoire dans la même configuration de Nakamura et al. [1982], en utilisant FC-72 comme fluide de refroidissement. Le flux de chaleur varie de  $1$  à  $7 \text{ W/cm}^2$  et le nombre de Reynolds basé sur la longueur de la source de chaleur variant entre  $800$  et  $2625$ . Leurs résultats comparés avec ceux de la première expérience montrent que les nombres de Nusselt pour FC-72 sont plus élevés que ceux de l'eau. Dans leur troisième expérience, et pour la même configuration, Bhowmik et al. [2005] ont présenté des données expérimentales qui couvraient une large gamme pour un écoulement de convection laminaire naturelle, mixte et forcée. La température d'entrée de l'eau était à  $24 \text{ }^\circ\text{C}$ ; le flux de chaleur se situait entre  $0,1 \text{ W/cm}^2$  et  $0,6 \text{ W/cm}^2$  et le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique du canal variant de  $40$  à  $2220$  alors que le nombre de Reynolds basé sur la longueur de la source de chaleur varie de  $50$  à  $2775$ . Les effets des flux de chaleur, des débits et des paramètres géométriques tels que le nombre de sources sont

considérés. Leurs résultats indiquaient que le coefficient de transfert de chaleur était fortement influencé par le nombre de Reynolds. Des corrélations empiriques ont été développées reliant le nombre de Nusselt, le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof au diamètre hydraulique du canal.

Récemment, en 2012, Ospir et al. ont réalisé une expérimentation pour l'étude de l'écoulement dynamique de l'eau dans un canal plan vertical chauffé asymétriquement pour trois valeurs du rapport de forme ( $R_f = 5,2 ; 6$  et  $6,9$ ) et pour des nombres de Rayleigh modifiés ( $Ra^* = 4,3 \times 10^5 ; 1,7 \times 10^6$  et  $4,5 \times 10^6$ ). La tomographie laser avec des traceurs discrets et continus est la technique de visualisation utilisée. Ils ont observé le développement d'un écoulement inverse de la forme d'un huit allongé avec deux cellules principales de recirculation. Cette zone de pénétration se rétrécit lorsque la valeur de Rayleigh modifié augmente.

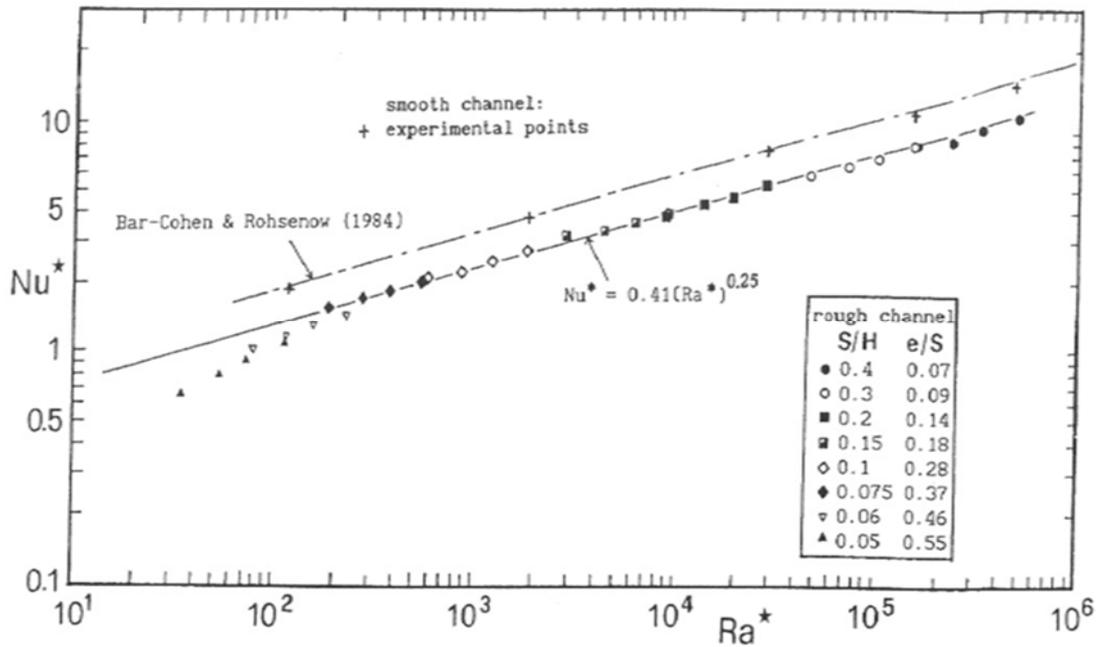
Dans la même année, Daverat et al. [2012] ont développé un appareil original pour étudier l'écoulement de la convection naturelle de l'eau dans un canal vertical à chauffage symétrique. Ils ont mené cinq expériences en variant la condition du flux de chaleur ( $190 \text{ Wm}^{-2}$ ,  $382 \text{ Wm}^{-2}$ ,  $764 \text{ Wm}^{-2}$ ,  $1147 \text{ Wm}^{-2}$  et  $2305 \text{ Wm}^{-2}$ ). L'avantage principal de cette étude est de permettre des mesures simultanées de vitesse et de température et l'observation du changement de l'allure de l'écoulement qui se produit pour un Rayleigh modifié à partir de  $1,71 \times 10^6$  jusqu'à  $4,26 \times 10^7$ .

Il est à rappeler que la convection naturelle est un phénomène chaotique. Par conséquent, une petite perturbation peut entraîner un très grand changement de l'écoulement de convection naturelle. Il est donc indispensable de savoir quelle influence peut avoir la modification de certaines conditions limites sur l'écoulement de convection naturelle.

Parmi les paramètres susceptibles de modifier l'écoulement de convection naturelle dans un canal vertical, la présence d'obstacles semblent être un facteur essentiel. En effet, Sparrow et al. [1983] ont étudié expérimentalement l'effet de l'introduction des barrières dans des rangs de modules rectangulaires. Ils ont remarqué une amélioration significative dans la valeur du coefficient de transfert de chaleur du module en aval de la deuxième rangée de barrière. Habchi et Acharya [1986] ont étudié numériquement la convection laminaire mixte de l'air dans un canal vertical partiellement muni de blocs et ont démontré que le nombre de Nusselt moyen est plus petit que celui correspondant au canal lisse. Hung et Shiau [1988] ont

mené un travail expérimental dans un canal vertical muni d'une nervure rectangulaire simple et chauffé asymétriquement avec un flux. Ils ont constaté que l'espacement du canal n'a pas d'effet significatif sur les caractéristiques moyennes de transfert de chaleur, si le flux de chaleur est maintenu constant. L'influence de la présence d'obstacles sur le nombre de Nusselt a été bien documentée par l'étude numérique et expérimentale de Saïd et Krane [1990], ils ont trouvé que pour des faibles valeurs de Rayleigh, une réduction de 40% sur Nusselt est remarquée, alors qu'elle n'est que de 5% à  $Ra^*=10^4$  et l'emplacement de l'obstacle le long de la paroi affecte également le taux de transfert de chaleur. Kim et Boem [1992] eux aussi ont présenté une analyse de la convection mixte laminaire dans des canaux verticaux chauffés asymétriquement et munis de blocs. Le travail expérimental et numérique de Fujii et al. [1996] a été consacré au transfert de chaleur par convection naturelle de l'air à partir d'un circuit imprimé constitué de plaques verticales parallèles avec dix-huit sources de chaleur. Ils ont considéré deux types de conditions de chauffage, production de chaleur uniforme et génération de chaleur concentrée dans un très petit volume dans chaque source.

Tanda [1997] a étudié expérimentalement la convection naturelle dans un canal formé par une surface isotherme nervurée et une surface lisse opposée adiabatique. Il a déterminé une corrélation de Nusselt moyen global  $\overline{Nu} = f(Ra)$ , montrant que le transfert de chaleur dans un canal nervuré est moins important que dans un canal lisse. Il semble que cette diminution provient de la réduction du débit massique de l'écoulement à l'intérieur du canal à cause de la présence des obstacles (figure 1.7). D'autre part, une étude expérimentale de la convection naturelle à partir de cinq rainures rectangulaires sur une plaque verticale isotherme a été rapportée par Kwak et Song [1998]. Ils ont montré que, pour un nombre élevé de Rayleigh (basé sur une longueur de pas), le taux de transfert de chaleur est supérieur à celui d'une surface lisse.



**Figure 1.7 Comparaison du nombre de Nusselt pour un canal lisse et un canal nervuré [Tanda 1997]**

Desrayaud et Fichera [2002] ont réalisé une investigation paramétrique numérique des écoulements de convection naturelle laminaire dans un canal vertical isotherme avec deux nervures rectangulaires, situés symétriquement sur chaque mur. L'écoulement périodique pleinement développé dans un canal nervuré a été étudié par Furukawa et Yang [38] avec une attention particulière à la résistance de contact thermique entre la puce et la carte qui a un impact considérable sur la performance thermique.

Desrayaud et al. [2007] ont rapporté une étude paramétrique de transfert de chaleur conjugué bidimensionnel à travers des modules sources de chaleur dans des canaux verticaux afin de déterminer le transfert de chaleur et les caractéristiques d'écoulement du fluide. La convection conjuguée naturelle, forcée et mixte en régime laminaire a été également étudiée numériquement par Rao et Narasimham [2007] pour des nervures à génération de chaleur fixées à des supports verticaux formant une série de canaux.

Des modèles plus réalistes ont montré que les composants électroniques peuvent faire obstacle à une circulation suffisante du fluide de refroidissement, de plus, la dissipation de chaleur ne s'effectuant que dans les composants, elle est donc distribuée localement sur les parois du canal. Yang et Fu [2001] ont développé une nouvelle méthode numérique pour étudier l'écoulement à travers un composant électronique chauffé.

La plupart des recherches sur la convection naturelle ont été réalisées pour des écoulements laminaires. La valeur critique du nombre de Rayleigh au-dessus duquel les écoulements dans les canaux verticaux deviennent turbulents est inconnue. Cependant, les écoulements sont considérés comme turbulents à des valeurs de Rayleigh  $Ra \geq 10^5$  ( $Ra = \frac{g\beta\Delta T d^3}{\nu\alpha}$ ) [Boudjemadi et al. 1997]. Les études expérimentales et numériques de la convection naturelle turbulente couplée au rayonnement thermique ont été réalisées par Cheng et Muller [1998], en utilisant le modèle de turbulence  $k - \varepsilon$ . Leurs résultats s'accordent très bien avec l'expérience et ils ont également mentionné que le rayonnement thermique contribue de manière significative au transfert de chaleur par convection naturelle. Pour un canal de longueur finie et à chauffage asymétrique, Fedorov et Viskanta [1997] ont rapporté que l'écoulement devient turbulent à une distance adimensionnelle verticale  $y/L=0,84$  pour un nombre de Grashof  $Gr = 4 \times 10^5$  et à  $y/L=0,64$  pour  $Gr = 10^6$  (où  $y$  est la distance mesurée en aval de l'entrée du canal et  $L$  est la hauteur du canal).

Ayinde et al. [2006] ont présenté des mesures de la vitesse de l'écoulement de la convection naturelle turbulente dans un canal vertical chauffé symétriquement utilisant la vélocimétrie par imagerie des particules (PIV). Les résultats indiquent que le nombre de Rayleigh et le rapport de forme ont une influence sur le profil de vitesse moyenne (figure 1.8).

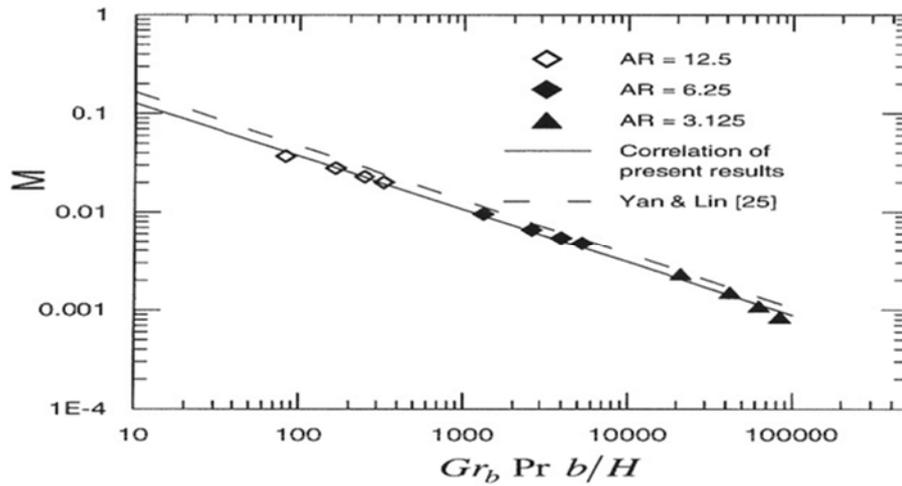


Figure 1.8 Variation du débit massique adimensionnel en fonction de  $Gr_b Pr b/H$   
[Ayinde et al. 2006]

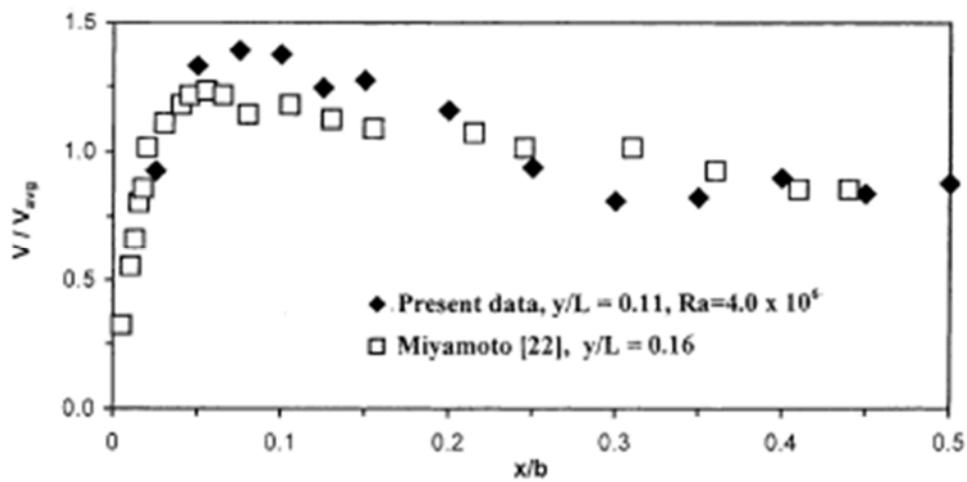


Figure 1.9 Comparaison de la vitesse moyenne expérimentale à celles de Miyamoto  
[Habib et al. 2002]

Habib et al. [2002] ont effectué des mesures de vitesse et la visualisation d'écoulements de convection naturelle turbulente dans des canaux verticaux chauffés symétriquement ou asymétriquement en utilisant un anémomètre Laser à effet Doppler (figure 1.9).

Wu et Perng [2005] ont traité le cas d'un écoulement turbulent instationnaire de convection mixte dans un canal vertical muni de blocs chauffés avec et sans la présence d'un élément de perturbation déposé au-dessus du bloc amont. Leur étude avait pour objectif d'améliorer les performances de transfert de chaleur.

Yilmaz et Fraser [2007] ont présenté une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle turbulente dans un canal formé de plaques verticales parallèles. L'anémomètre Laser à effet Doppler (LDA) a été utilisé pour mesurer les profils de vitesse le long du canal. Les mesures simultanées des vitesses et des températures ont été faites à la sortie du canal. Les auteurs ont utilisé un code de calcul CFD (PHOENICS version 1.66) pour simuler numériquement le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide dans le canal.

Les travaux cités ci-dessus ont étudié l'écoulement à travers des blocs attachés à une ou deux plaques constituant le canal. Perng et Wu [2007] ont simulé l'effet favorable et défavorable de la flottabilité sur la dynamique et la thermique dans un canal vertical muni d'un cylindre carré chauffé, en utilisant la simulation des grandes échelles (LES : Large Eddy Simulation) pour différentes valeurs du nombre de Richardson. Ils ont trouvé qu'en augmentant le rapport de blocage, l'effet de flottabilité est de plus en plus faible sur le nombre de Nusselt pour le cylindre carré et le transfert de chaleur peut être amélioré.

Saha [2000] a étudié les effets du transfert de chaleur et l'analyse des écoulements de convection libre instable autour d'un cylindre carré placé symétriquement dans un canal de plaque verticale parallèle en utilisant la méthode MAC (Marker and Cell), pour des valeurs du nombre de Grashof allant de  $1,6 \times 10^3$  à  $12,25 \times 10^4$ . L'écoulement devient instable lorsque le nombre de Grashof dépasse une valeur critique de  $3 \times 10^4$ . Le coefficient de frottement est inversement proportionnel au nombre de Strouhal alors que le nombre de Nusselt moyen augmente lorsque Grashof augmente.

### 1.4. Problématique

Au vu de l'état de l'art, nous pouvons identifier plusieurs thématiques qui ont été abordées par les chercheurs en convection naturelle voire mixte dans les géométries semi-infinies (canal vertical) chauffées à flux ou à température imposés.

Le premier constat qui se dégage est que l'ensemble de ces études concerne le régime laminaire ou transitoire des écoulements, excepté quelques-unes qui ont traité des régimes turbulents. En plus, la quasi-totalité de ces contributions concerne des études numériques utilisant soit un code CFD commercial ou un code maison (laboratoire). Quelle confiance pourrions-nous accorder à ces simulations numériques si l'on ne dispose pas d'une base de données expérimentale fiable et précise pour la validation de ces modélisations mathématiques ? Pour rendre un modèle de calcul fiable, il est indispensable de comparer les résultats obtenus aux données expérimentales.

Pour répondre à cette question, on commence par la mise en place d'une expérience originale au Laboratoire d'Etudes Thermiques Pprime, à savoir la construction d'un canal vertical de 0,6 m de hauteur et de section de base  $0,3 \times 0,12 \text{ m}^2$  qui nous a permis d'obtenir des données expérimentales précises et fiables pour la validation des simulations numériques. On envisage une campagne de mesures de vitesse par la vélocité laser bidimensionnelle par imagerie des particules PIV-2D afin de caractériser le champ de vitesse de l'écoulement dans le plan médian vertical du canal pour des nombres de Rayleigh égaux à  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  ( $\Delta T_{\max} = 113,7 \text{ °C}$ ) et  $Ra_H = 10^9$  ( $\Delta T_{\min} = 45,6 \text{ °C}$ ). Ces mesures nous ont permis de préciser la dynamique de l'écoulement, son cheminement et de caractériser la turbulence au sein du canal.

Ensuite, on procède à une description détaillée de l'outil de simulation utilisé (code CFD), à savoir la mise en équation du problème, les hypothèses et les conditions aux limites. Dans la même section on présente les différentes méthodes de résolution des équations et enfin un aperçu de la limite des équations de Navier-Stokes à faible nombre de Mach au moyen de l'analyse asymptotique.

Pour une première validation de notre outil numérique on a contribué à une étude d'un exercice de comparaison qui porte sur la simulation numérique des transferts thermoconvectifs dans des conduites planes qui rentrent dans le cadre du programme du groupe de recherche GDR AMETH (Analyse- Maîtrise des Ecoulements et Echanges

Thermiques). Cet exercice de comparaison nous a permis de tester et de valider l'outil numérique utilisé dans le cadre de cette thèse.

La dernière partie concerne la validation du code de calcul CFD par l'utilisation de nos résultats expérimentaux afin de pouvoir l'utiliser dans l'étude de la convection naturelle turbulente dans de telles géométries suivi d'une étude paramétrique.

Ce travail de thèse a pour but essentiel l'analyse de la dynamique et la thermique des écoulements turbulents dans des géométries ouvertes munies d'un obstacle source de chaleur. Le champ dynamique est bien analysé par les données expérimentales de la PIV et par la simulation numérique, par contre le champ thermique sera analysé numériquement en passant bien sûr par la validation thermique du code CFD.



# CHAPITRE II: Montage expérimental et métrologie

## Sommaire

---

- 2.1. Introduction ;
  - 2.2. Description du dispositif expérimental ;
  - 2.3. La Vélocimétrie laser bidimensionnelle par Imagerie des Particules (PIV-2D) ;
    - 2.3.1. Principe ;
    - 2.3.2. Mise en œuvre ;
    - 2.3.3. Traitement d'images et validation des vecteurs ;
    - 2.3.4. Précision de la PIV ;
  - 2.4. Conclusion.
-

### 2.1. Introduction

Le phénomène de convection naturelle naît d'une variation de la masse volumique du fluide sous l'effet d'un gradient de température. En effet, la présence d'un point chaud au sein du fluide provoque une poussée verticale (poussée d'Archimède) générée par une dilatation locale de fluide.

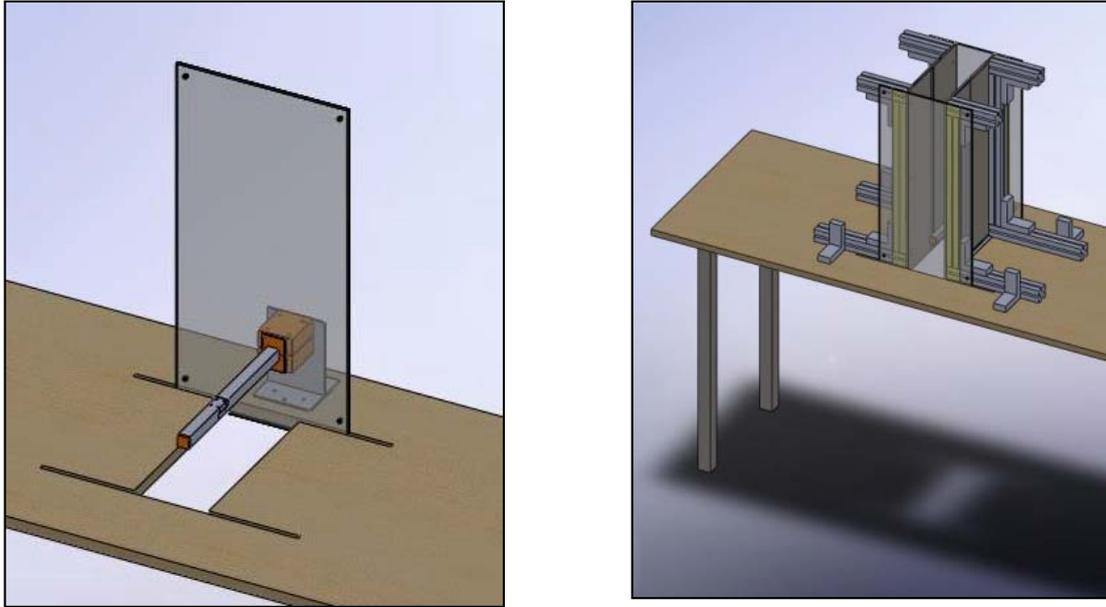
Dans ce chapitre essentiellement descriptif, on décrit le dispositif expérimental et les moyens de mesure et de visualisation utilisés dans cette thèse.

Tout d'abord, on présente le thermosiphon expérimental en détaillant la nature et les propriétés thermo-physiques des éléments constructifs du canal. On présente ensuite une description de la chaîne de vélocimétrie laser bidimensionnelle par imagerie de particules (PIV-2D) qui a permis de mesurer les champs de vitesse dans le plan médian du canal et ceci afin de caractériser dynamiquement les différents écoulements de convection naturelle rencontrés dans un canal muni d'un barreau chauffant.

La mise en œuvre du dispositif expérimental pour explorer la convection naturelle en espace confiné n'est pas du tout aisée. En effet, la difficulté essentielle pour les expérimentateurs est le contrôle des conditions aux limites imposées. Un défi à relever dans la réalisation de notre maquette expérimentale était de nous rapprocher au mieux de la configuration simulée par le code numérique.

### 2.2. Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental consiste en un canal vertical dont les parois verticales ont une hauteur de  $0,6 \pm 0,01$  m, une profondeur de  $0,3 \pm 0,01$  m et sont espacées de  $0,12 \pm 0,01$  m. La manipulation nécessite pour son implantation une table (assez haute d'environ 1 m du plancher afin de diminuer les perturbations à l'entrée du canal) dont le plateau est en bois sur lequel on installe le système de positionnement et le support du canal. Une ouverture rectangulaire définissant l'entrée du canal est usinée sur le plateau de la table, Figure 2.1.



Vue du dispositif expérimental en SolidWorks

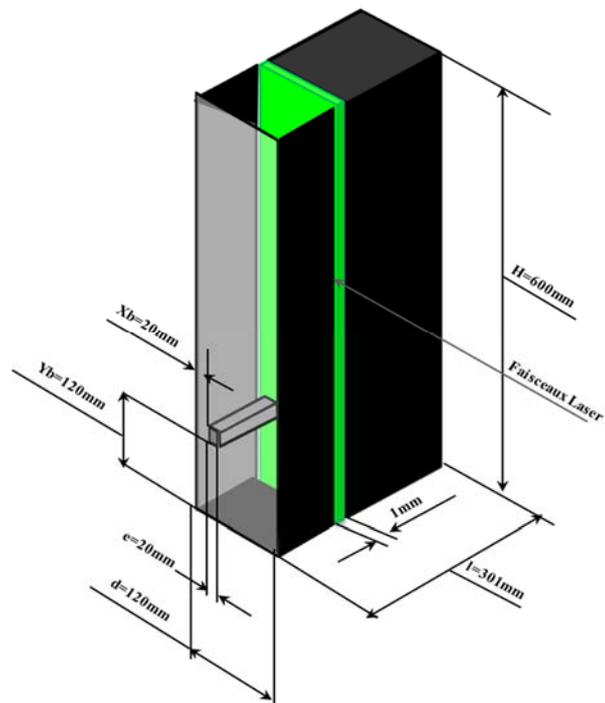


Figure 2.1 Configuration du domaine étudié

### 2.2.1. Parois verticales

Les parois verticales du canal sont constituées par un ensemble de quatre plaques métalliques identiques rectangulaires de dimensions  $600 \times 148 \times 5 \text{ mm}^3$ . Les plaques sont en acier ( $\lambda = 50 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) peintes en noir dont l'émissivité ( $\epsilon$ ) est de l'ordre de  $0,95 \pm 0,02$  et maintenues isothermes à température  $T_{\text{paroi}}$ . Des thermocouples de type K ( $\Phi = 50 \text{ }\mu\text{m}$ , erreur  $\pm 1^\circ\text{C}$ ) sont attachés à chaque plaque et à des endroits différents pour contrôler sa température. Chaque paroi du canal est constituée de deux plaques disposées côte à côte et séparées par une fente en Polycarbonate de dimension  $600 \times 14 \times 1 \text{ mm}^3$  qui va permettre le passage de la nappe laser de 1 mm d'épaisseur. Les deux parois avant et arrières sont en plexiglas de dimension  $600 \times 300 \times 5 \text{ mm}^3$  destinées à la visualisation de l'écoulement. Pour maintenir les parois verticales on dispose des profilés rigides verticaux et horizontaux, Figure 2.2.

Les profilés verticaux de dimensions  $160 \times 40 \times 40 \text{ mm}^3$  sont fixés de part et d'autre aux plaques verticales afin de construire le canal. Les profilés horizontaux de dimensions  $160 \times 40 \times 40 \text{ mm}^3$  fixent les profilés verticaux, les plaques en acier et les plaques en plexiglas, par contre, les profilés horizontaux de dimensions  $300 \times 40 \times 40 \text{ mm}^3$  sont nécessaires pour le positionnement des plaques sur la table, Figure 2.3. Des équerres qui maintiennent les profilés avec la table, sont nécessaires, ils aident à conserver l'alignement et la planéité de ces derniers.



Figure 2.2 Vue des parois du canal

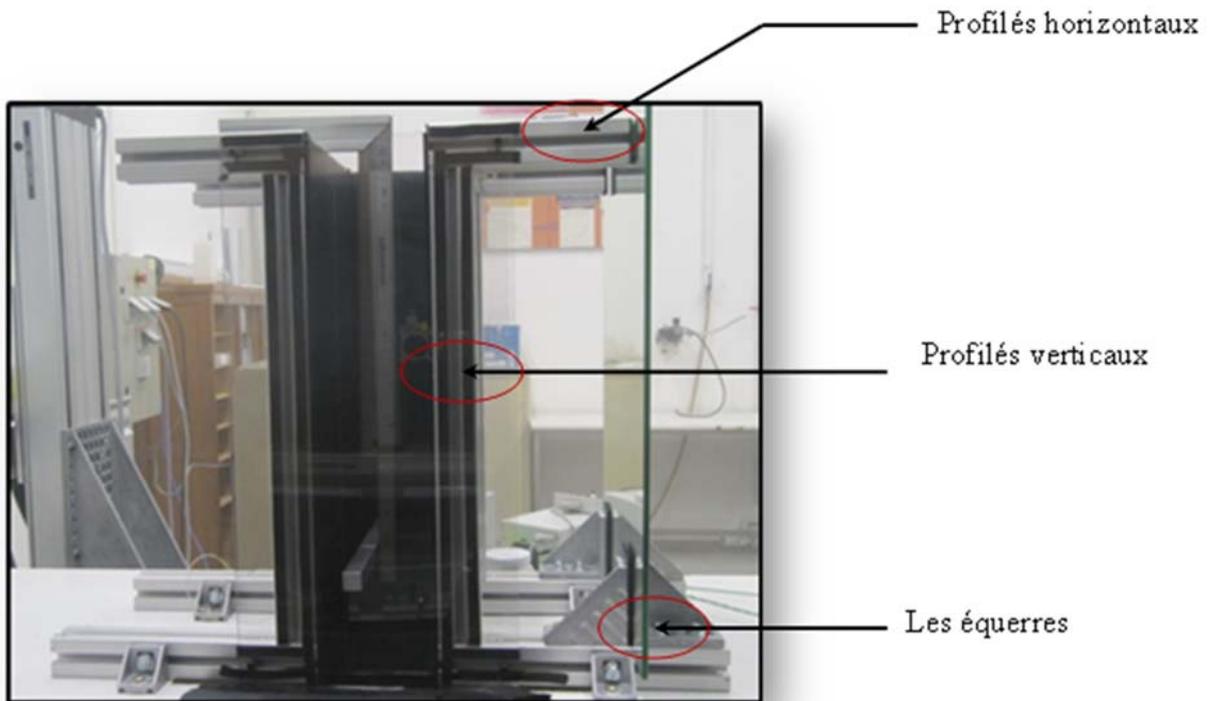
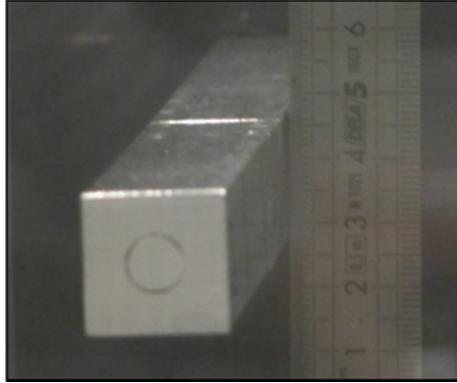


Figure 2.3 Vue du dispositif expérimental réel

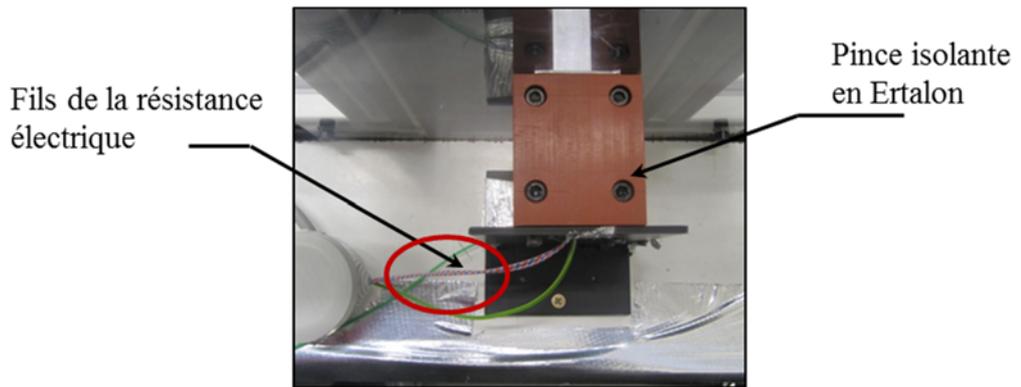
### 2.2.2. Source chaude

Les écoulements de convection naturelle, sont générés par un gradient de masse volumique qui peut provenir de diverses inhomogénéités spatiales comme par exemple la température. Ainsi dans notre manipulation, l'inhomogénéité est provoquée par la présence d'une source chaude, le barreau chauffant. Ce dernier est un parallélépipède de base carrée de côté  $e$ , chauffé grâce à une résistance placée au milieu de celui-ci pour maintenir sa température fixe, Figure **2.4-a**.

Le barreau chauffant est en Dural (alliage Al-Cu,  $\lambda = 150 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) poli pour limiter le transfert de chaleur par rayonnement ( $\varepsilon = 0,10 \pm 0,05$ ). Il est composé de deux parties : avant et arrière. La partie avant d'une longueur 125 mm usinée sur 30 mm de façon à faciliter l'assemblage avec la pièce arrière et percée jusqu'à 80 mm pour faire passer la cartouche chauffante. La température du barreau est maintenue constante à l'aide d'une alimentation EA-PS 8360-15. Pour la mesurer, un thermocouple de type K ( $\Phi=50 \mu\text{m}$ , erreur  $\pm 1^\circ\text{C}$ ) est placé à l'intérieur. La partie arrière de 295 mm est aussi usinée sur une longueur de 30 mm et percée sur toute sa longueur. Le barreau chauffant est fixé sur la paroi arrière du canal qui est en plexiglas à l'aide d'une pince isolante en Ertalon composée de deux parties identiques, l'ensemble barreau-pince est fixé sur le plateau de la table en bois par un support réglable en acier, Figure **2.4-b**. L'acquisition des températures de l'air, du barreau et des plaques est assurée par une centrale d'acquisition Agilent 34972A, Figure **2.5**.

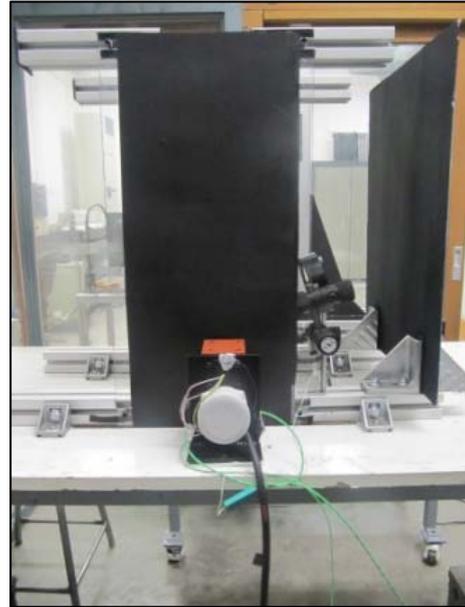
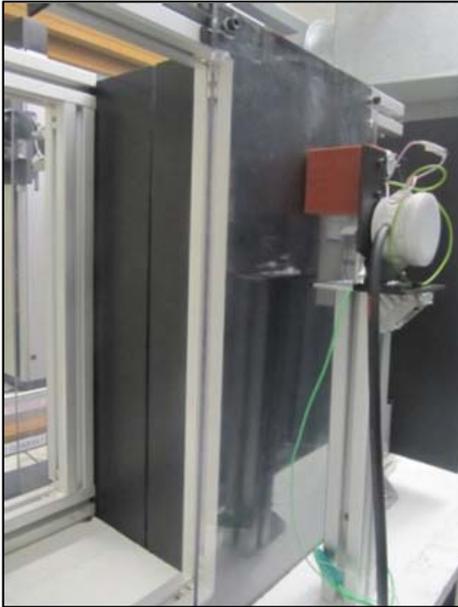


Vue de près du barreau chauffant



Vue arrière du barreau chauffant

**Figure 2.4 – a La source chaude**



Vue arrière (position haute du barreau)

Vue arrière (position basse du barreau)

**Figure 2.4 - b La position du barreau**



**Figure 2.5 Centrale d'acquisition Agilent 34972A (acquisition des températures)**

### 2.3. La Vélocimétrie laser bidimensionnelle par Imagerie des Particules (PIV-2D)

#### 2.3.2. Principe

La Vélocité laser par Imagerie des Particules communément appelée PIV (Particule Image Velocimetry) est une méthode optique non intrusive qui permet de mesurer les champs des composantes vitesses instantanées dans un plan de l'écoulement étudié. Ce dernier est préalablementensemencé en particules traçantes qui doivent être de petite taille mais suffisamment grosses pour être observées et de densité la plus proche possible de celle du fluide (air).

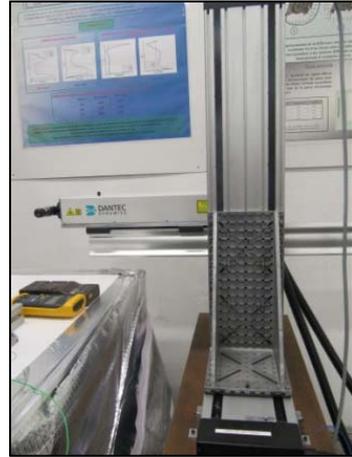
Fondamentalement, cette technique consiste à produire une nappe lumineuse qui ne va éclairer qu'une tranche bien définie de l'écoulement, puis, à enregistrer des images de particules éclairées par la nappe laser à des instants successifs. La comparaison de deux images successives permet de remonter localement au déplacement du fluide dans le plan de la nappe et, par conséquent, d'accéder au champ de vitesse de l'écoulement à un instant donné.

Le principe de base de la Vélocimétrie par Imagerie de Particules bidimensionnelle consiste à dire que si pendant un intervalle de temps  $\Delta t$ , une particule d'ensemencement se déplace dans une nappe laser de la position  $\underline{x}$  à la position  $\underline{x} + \Delta \underline{x}$ , la vitesse locale de l'écoulement est donnée par la relation :

$$\overline{V(\underline{x}, t)} = \frac{\overline{\Delta x(\underline{x}, t)}}{\Delta t} \quad (2.1)$$

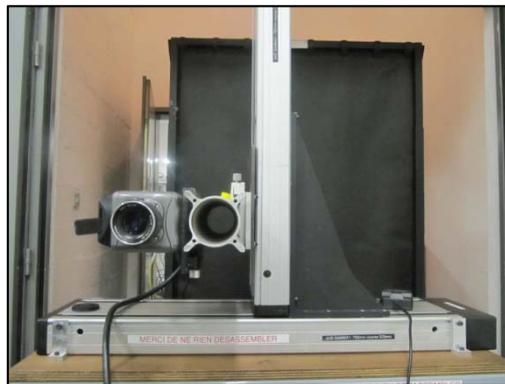
#### 2.3.3. Mise en œuvre

La chaîne de mesure utilisée est constituée d'un laser Litron à double fréquence d'acquisition fixée à 100 Hz, de caractéristiques optiques spécifiques (lentilles cylindriques convergentes et divergentes) permettant d'obtenir une feuille laser de 1 mm d'épaisseur entre les plaques verticales dans le canal, Figure 2.6. L'acquisition des images se fait par une caméra Vision Research Phantom V9.1 de résolution spatiale  $1632 \times 1200$  pixels, Figure 2.7-a, de capacité de stockage jusqu'à 3198 paires d'images et sa fréquence jusqu'à 1 KHz synchronisé avec les impulsions laser, en utilisant un générateur BNC 575, Figure 2.7-b.



Les échangeurs de chaleur

Figure 2.6 Laser Litron à double fréquence et ses échangeurs de chaleur



(a)



(b)

Figure 2.7 a- Caméra Vision Research Phantom V9.1, b- Générateur BNC 575

Pour pouvoir effectuer les mesures de vitesse par PIV dans le canal, il a fallu adapter cette dernière aux contraintes du dispositif de mesure. Nous avons ainsi placé l'ensemble de la manipulation dans une large chambre vitrée de dimensions  $4,5 \times 3,5 \times 2,6 \text{ m}^3$  appropriée pour réduire les perturbations externes générées par la présence de n'importe quel type de source de chaleur. Cette contrainte nous a obligés de placer le laser, ses deux échangeurs de chaleur ainsi que la centrale d'alimentation électrique à l'extérieur de la chambre vitrée, Figure 2.8.



**Figure 2.8** Vue de la chambre vitrée

La chaîne de mesure PIV a nécessité ensuite l'ensemencement de l'écoulement à explorer avec de fines particules d'huile de paraffine de diamètre approximativement  $1 \mu\text{m}$  et de densité proche de la densité de l'air (huile Shell Ondina) générée par un générateur Puffer, une nappe laser pulsé servant à éclairer les particules à des instants précis et d'un détecteur pour stocker l'information lumineuse diffusée par les particules d'ensemencement se déplaçant dans la nappe de lumière, Figure **2.9-a**.

Le plan Laser et le détecteur (Caméra « Vision Research Phantom V9.1 » modèle VRI-V9.1-12288MM) double trame sont tous deux synchronisés et disposés perpendiculairement, l'un à l'autre. La camera est située à la face avant du canal. A chaque pulsation le laser effectue deux éclairages très rapprochés du champ de particules, Figure **2.9-b**.

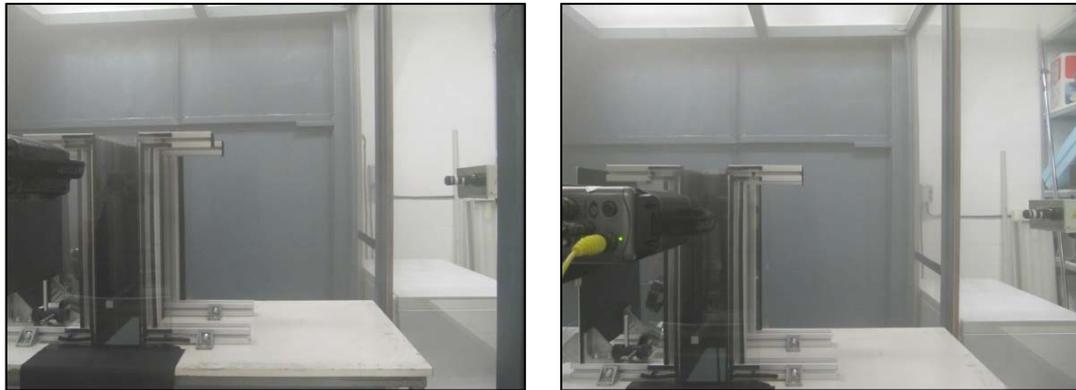
La PIV est un système de mesure tout-terrain, il a été jugé souhaitable de diviser le domaine en cinq parties (Fenêtres ou Windows) et couvrir chaque partie à la fois afin d'obtenir une image fortement agrandie. L'acquisition est réalisée à 25 Hz, ce qui est suffisant pour capturer toutes les fréquences intégrées dans le flux et fournir les statistiques résolues.

Pour chaque mesure, nous devons donc :

- diviser la face avant du canal en cinq fenêtres ;
- placer ensuite la camera en face de la fenêtre de visualisation souhaité à l'aide du système de déplacement robotisé ;
- ajuster la position du laser et effectuer une bonne mise au point afin d'obtenir un éclairage optimal (par exemple il vaut mieux avoir une nappe laser la plus fine) pour éviter les biais sur des calculs du plan 2D ;
- effectuer la mise au point de la camera.



(a) Générateur de fumée Puffer



(b) Chambreensemencée par la fumée de l'huile Shell Ondina



Vue d'une nappe laser éclairant le canalensemencé

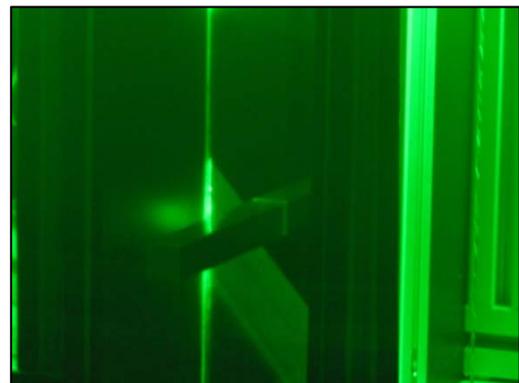
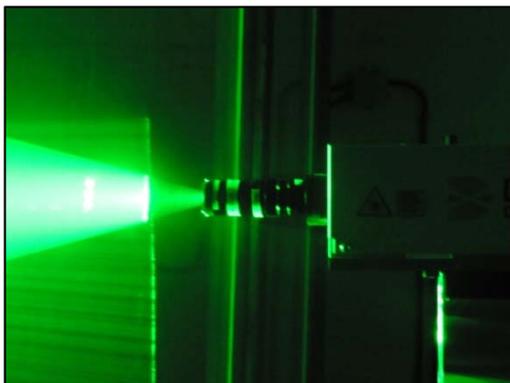
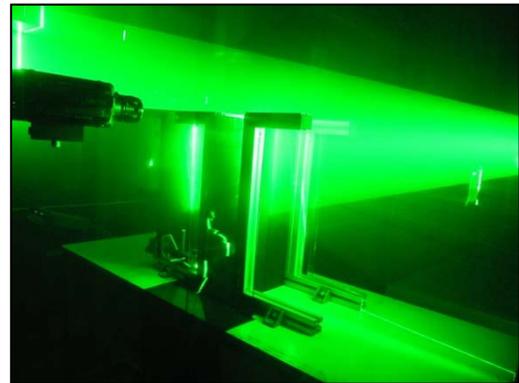
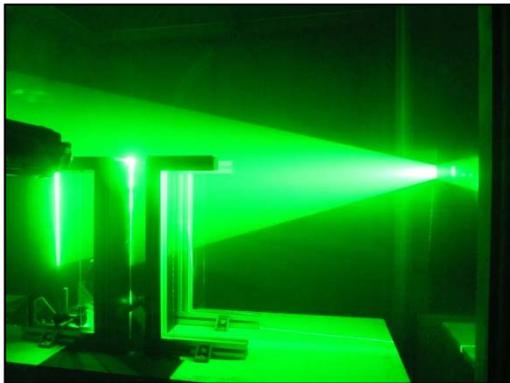
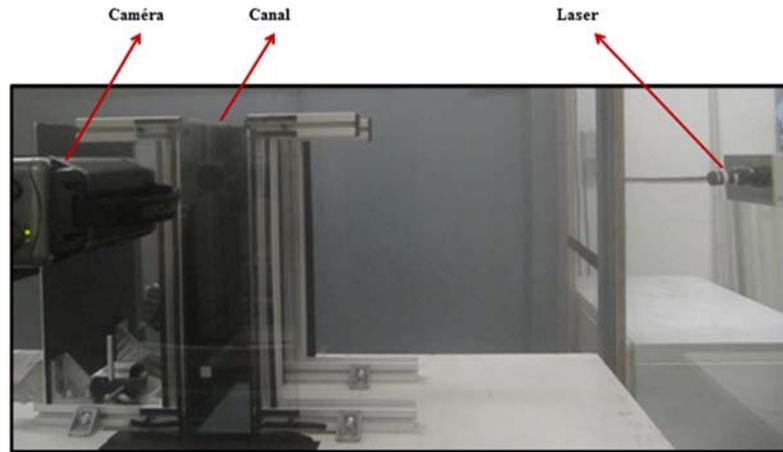
**Figure 2.9** Ensemencement de la chambre vitrée

Après tous ces réglages on lance alors l'acquisition de 4 séries de mesures comportant chacune 3198 paires d'images. Il faut signaler en passant que cette capacité correspond à la limite de mémoire de notre caméra et donc après la première série, les images sont d'abord transférées à l'ordinateur de traitement avant la prochaine série, Figure 2.10.

La figure 2.11 présente une vue du canal avec instrumentation de PIV.



**Figure 2.10 Ordinateur de traitement**



Vue de près de la nappe laser

Figure 2.11 Vue globale du canal avec instrumentation de PIV

Les données sont traitées en utilisant le logiciel DynamicStudio<sup>®</sup> qui analyse les doublets d'image pour déterminer le mouvement des particules. La résolution spatiale des plus petites structures de la vitesse en PIV est reliée à la taille de la zone d'interrogation dans l'espace objet. En effet, la procédure consiste à couper les images dans les fenêtres d'interrogation de forme rectangulaire qui figurent dans cette étude de  $32 \times 32$  pixels avec 50% de chevauchement. Ensuite, une analyse mathématique basée sur les corrélations croisées est appliquée pour obtenir des vecteurs de vitesse dans des directions longitudinale et transversale. Dans le cas présent, la résolution spatiale pour atteindre le champ de vitesse est de  $1,2 \times 1,3 \text{ mm}^2$ . En outre le traitement des données se fait aussi en utilisant un logiciel TECPLOT.

### **2.3.4. Traitement d'images et validation des vecteurs**

#### **2.3.4.1. Procédures**

L'écoulement de convection naturelle dans le canal possédant plusieurs échelles de temps, l'acquisition des images faite par la caméra CCD est traitée à l'aide d'une technique itérative appelée corrélation adaptative. La résolution spatiale des mesures de vitesse dépendant de la taille de la fenêtre d'interrogation, nous avons choisi une taille de fenêtre terminale suffisamment petite pour représenter les structures de l'écoulement, mais suffisamment grande pour obtenir un bon rapport signal sur bruit. Le traitement adaptatif s'effectue en deux grandes étapes :

- on débute le traitement par la méthode classique d'inter-corrélation avec une taille de fenêtre d'interrogation de  $64 \times 64$  pixels. On effectue un autre passage pour affiner le positionnement de la fenêtre cible. En effet, celle-ci contient au moins une partie des particules de la fenêtre d'interrogation, mais elles ne sont pas forcément centrées dans la fenêtre, ce qui diminue le pic d'inter-corrélation. On ajuste donc la position de la fenêtre cible en la déplaçant dans une zone centrée autour de la position la plus probable obtenue par l'estimation précédente.

- puis, on passe à l'échelle inférieure  $32 \times 32$  pixels en projetant l'estimation du champ de déplacement sur l'échelle inférieure, on ajuste enfin la position des fenêtres cibles autour du champ de déplacement estimé. Afin d'augmenter la densité de vecteur du champ, on utilise une technique de recouvrements des fenêtres d'interrogation. Ainsi nous avons utilisé, un recouvrement des fenêtres de 50% dans chaque direction ce qui permet de doubler le nombre

de vecteurs du champ. Ce moyen ne permet pas d'augmenter la résolution spatiale, puisque la taille des fenêtres reste identique, mais permet seulement d'augmenter la quantité d'information. Il convient de relever que la différence entre ce traitement adaptatif et le traitement classique se voit essentiellement dans les zones où les gradients de vitesse sont importants.

Le champ obtenu représente réellement le mouvement du fluide à l'intérieur de la zone explorée. Toutefois, il s'agit maintenant de valider l'ensemble de ces vecteurs, à savoir rejeter les vecteurs issus de corrélations aléatoires.

Pour cela, parmi l'ensemble des critères de validation proposés dans le logiciel Flowmanager (Dantec 2000), nous avons appliqué successivement aux champs de vecteurs une validation sur la hauteur du rapport signal sur bruit et un filtrage par moyenne glissante.

La valeur du rapport signal sur bruit (RSB) caractérise le degré de "déteçtabilité" du pic de corrélation par rapport au bruit de la corrélation. Plus il est proche de 1 plus il est difficile de détecter un pic de corrélation. Lorsque ce rapport est supérieur à 1, il existe dans l'espace de corrélation, un pic ayant une amplitude supérieure aux autres (bruit) et pouvant être considéré comme celui qui va nous permettre de mesurer le déplacement des particules. Cette méthode consiste donc à considérer comme non valides tous les vecteurs dont le RSB de la corrélation est inférieur à un seuil fixé  $\zeta$ , c'est à dire n'ayant pas un degré de "déteçtabilité" suffisant. En revanche tous ceux dont le RSB est supérieur au seuil sont supposés valides. L'inconvénient de cette méthode est de ne valider qu'une classe de vecteurs car, si le fait d'avoir un RSB proche de 1 nous assure dans la majorité des cas que le vecteur n'a pu être calculé correctement. Le fait d'avoir une valeur élevée du RSB ne nous renseigne absolument pas sur la validité du vecteur. Par exemple des fenêtres d'analyse contenant des taches sur les images peuvent avoir de très bons niveaux de corrélation avec des RSB très élevés. De façon classique en PIV,  $\zeta = 1,2$ . Dans notre cas, on applique cependant un critère un petit peu plus restrictif de 1,25 dans toutes les validations effectuées.

Pour le calcul des grandeurs dérivées (critère Q,  $\lambda_2$ , div,...) un filtrage par moyennes glissantes est effectué. Le principe du filtrage par moyennes glissantes est de comparer chaque vecteur estimé à ses voisins les plus proches, ceci en supposant une certaine continuité de l'écoulement dans ses changements de directions. Dans notre cas, nous avons considéré des zones d'interrogation de  $3 \times 3$  vecteurs. Le vecteur moyen s'écrit:

$$\bar{V}(x, y) = \frac{1}{9} \sum_{i=x-1}^{x+1} \sum_{j=y-1}^{y+1} V(i, j) \quad (2.2)$$

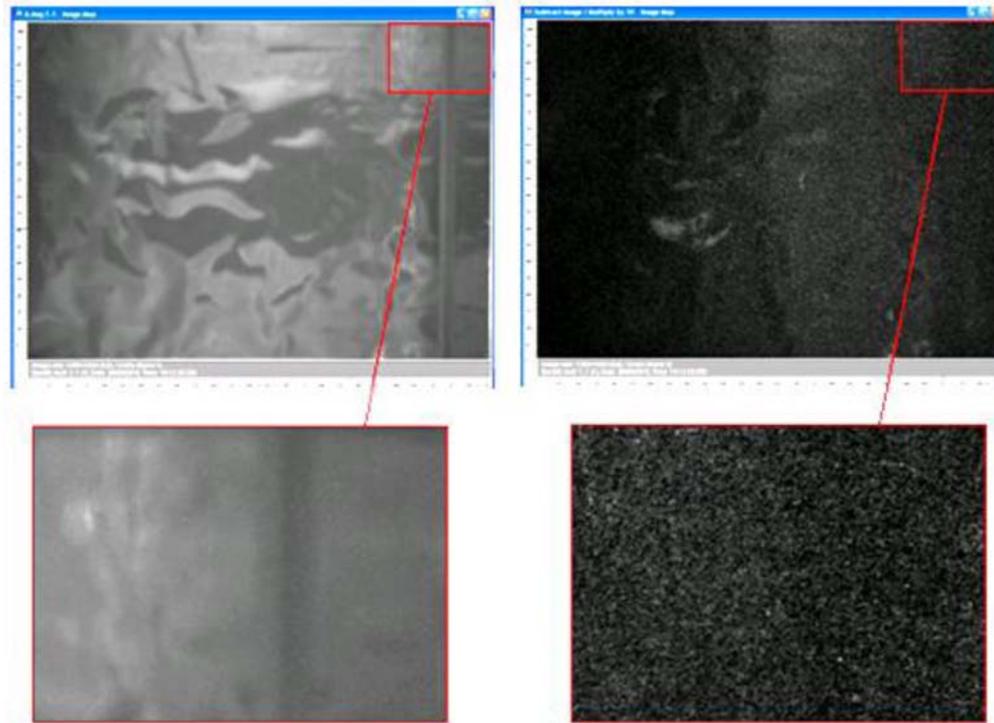
Le vecteur à la position (x,y) est alors rejetée si :

$$\|V(x, y) - \bar{V}(x, y)\| > \varsigma \quad (2.3)$$

### 2.3.4.2. Extrait d'un champ de vitesse

Une fois les différents réglages effectués nous lançons l'acquisition d'une première série de mesures. On obtient des images brutes dont un extrait est présenté sur la figure **2.12** (à gauche). De cette image brute nous allons soustraire le bruit pour avoir une image traitée.

A partir de cette image, le logiciel va maintenant effectuer le calcul de corrélation lui permettant de tracer les vecteurs vitesse des particules, et donc du fluide sur l'ensemble du champ mesuré. Ce calcul génère cependant encore certaines erreurs que l'on va pouvoir supprimer et corriger en appliquant un ou plusieurs traitements supplémentaires. On termine en effectuant un lissage du champ de vecteur obtenu afin d'affiner le résultat, Figure **2.12** (à droite).



**Figure 2.12** Image brute (à gauche) et traitée (à droite)

### 2.3.5. Précision de la PIV

#### 2.3.5.1. Résolution spatiale

On entend par résolution spatiale la dimension de la plus petite structure de l'écoulement qui peut être observée. Chaque vecteur vitesse représente le déplacement d'un "bloc" de fluide dont la taille est celle de la fenêtre d'interrogation. La plus petite structure identifiable est dépendante de 3 paramètres :

$$\lambda_{\text{structure}} = S_g \times N_{\text{int}} \times d_{\text{pitch}}$$

où :

- $S_g$  est le facteur de grossissement (taille de l'image / taille de l'objet). Ce paramètre est fixé par la taille de la zone à explorer.

- $d_{\text{pitch}}$  est la distance entre les centres de 2 pixels adjacents (le "pixel pitch"). Il est fixé par la caméra CCD.

- $N_{int}$ , le nombre de pixels dans la fenêtre d'interrogation ( $32 \times 32$ ) est le seul paramètre variable qui peut être choisi par l'utilisateur.

Dans notre cas la caméra CCD possède un "pixel pitch"  $d_{pitch} = 6,7 \mu\text{m}$ . La fenêtre d'interrogation terminale utilisée est :  $32 \times 32$  et le facteur de grossissement pour les vues générales était égal à 33,1. Ainsi la plus petite structure identifiable est de diamètre :

$$\lambda_{structure} \approx 0,007 \text{ m.}$$

### 2.3.5.2. Vitesse minimale détectable

On peut considérer, en première approximation, que le plus petit déplacement décelable dans le plan image est celui de la dimension d'un pixel. Il existe toutefois une technique appelée, interpolation sub-pixel du pic d'inter-corrélation, valable si au moins quatre pixels sont illuminés par la même particule, qui permet de minimiser l'erreur de mesure.

### 2.3.5.3. Vitesse maximale détectable

La vitesse maximale détectable dans l'écoulement est déterminée par le déplacement maximal des particules d'ensemencement à l'intérieur de la fenêtre d'interrogation. Elle s'exprime par :

$$V_{max} = S \times d_{max} / \Delta t \quad (2.4)$$

où  $d_{max}$  est le déplacement admissible dans le plan image qui doit évidemment être inférieur à la taille de la fenêtre d'interrogation. Il est préconisé, dans le guide de l'utilisateur du logiciel d'acquisition et de traitement d'images PIV, Flowmanager (Dantec 2000), que pour assurer un nombre de paires de particules suffisant dans chaque fenêtre d'interrogation, que le déplacement maximal doit être inférieur au quart de la taille de la fenêtre :

$$d_{max} \leq (N_{int} \times d_{pitch}) / 4 \quad (2.5)$$

### 2.3.5.4. Biais vers les faibles vitesses

La mesure de vitesse par PIV sous-estime généralement la valeur de la vitesse : on parle de biais vers les faibles vitesses. Les principales raisons sont les suivantes :

- La première, appelée "pertes de paires" [Adrian 1991], se produit lorsque des particules un peu plus rapides que d'autres ont leurs positions initiale et finale en dehors de la fenêtre d'interrogation. Dans ce cas, le calcul du déplacement moyen sera effectué sur des particules de plus faibles inerties. Ce phénomène apparaît en particulier dans le cas de déplacements importants à l'intérieur des fenêtres d'interrogation.

- Malgré les validations qui permettent d'éliminer les vecteurs issus de corrélations aléatoires, un certain nombre de ces vecteurs peuvent être validés. Leur direction étant généralement aléatoire donc plus ou moins opposée à la direction vraie, l'opération de moyennage des champs instantanés lorsqu'elle sera utilisée sera donc biaisée [Skurtys 2004]

### 2.3.5.5. Effets des écoulements 3D

La technique décrite jusqu'à présent suppose l'écoulement observé strictement 2D, la composante du vecteur vitesse perpendiculaire au plan est supposée nulle. En réalité, la troisième composante induit des erreurs de mesure qui vont dépendre en particulier de l'épaisseur de la nappe laser. En effet, une nappe laser trop épaisse pourra contenir des vecteurs vitesse de composantes transversales plus grandes; la projection de ces vecteurs sur le plan image biaisera alors les calculs du plan 2D. Dans notre cas, la nappe laser utilisée faisait environ 1 mm d'épaisseur.

## 2.4. Conclusion

Ce chapitre présente les moyens et techniques expérimentaux qui ont été développés et utilisés pour mener à bien cette étude. Il est consacré à la description du dispositif expérimental conçu et réalisé au cours de ce travail. Ce dispositif est un canal de dimensions  $0,6 \times 0,12 \times 0,3 \text{ m}^3$  dont deux parois verticales sont maintenues à température constante et uniforme. Les parois avant et arrière sont en Plexiglas permettant la visualisation de l'écoulement. Le canal est muni d'un barreau chauffant jouant le rôle d'une source chaude qui évoque le mouvement. La deuxième section présente la mise en œuvre du dispositif expérimental et les moyens de mesure utilisés. Afin de caractériser la dynamique de l'écoulement, des mesures de vitesse ont été réalisées par la vélocité laser par imagerie des particules communément appelée PIV (Particule Image Velocimetry). La précision associée aux mesures de vitesse est discutée.



# CHAPITRE III: Description de l’outil numérique

## Sommaire

---

- 3.1. Introduction ;
  - 3.2. Mise en équation du problème ;
    - 3.2.1. Modèle physique ;
    - 3.2.2. Modèle mathématique ;
      - 3.2.2.1. Equations gouvernantes ;
      - 3.2.2.2. Conditions aux limites ;
  - 3.3. Généralités sur la modélisation numérique d’écoulements turbulents ;
    - 3.3.1. Simulation numérique directe (DNS) ;
    - 3.3.2. La modélisation statistique de la turbulence (RANS) ;
    - 3.3.3. Simulation des grandes structures (SGS) ;
  - 3.4. Description du code FDS ;
    - 3.4.1. Présentation générale ;
    - 3.4.2. Décomposition de la pression ;
    - 3.4.3. Divergence du champ de vitesse ;
    - 3.4.4. Conservation de la quantité de mouvement ;
      - 3.4.4.1. Equation de Poisson ;
    - 3.4.5. Modélisation des termes diffusifs ;
      - 3.4.5.1. Simulation des grandes échelles ;
      - 3.4.5.2. Filtrage de Favre ;
      - 3.4.5.3. Modèle de Smagorinsky ;
    - 3.4.6. Modélisation des conditions aux limites thermiques ;
      - 3.4.6.1. Transfert de chaleur convectif ;
      - 3.4.6.2. Transfert thermique dans les parois ;
    - 3.4.7. Algorithme de résolution numérique des équations de Navier Stokes ;
  - 3.5. Conclusion.
-

### 3.1. Introduction

Ce chapitre présente le moyen numérique utilisé dans cette thèse. La première section est consacrée à la mise en équation du problème de convection naturelle dans un thermosiphon, les hypothèses et les conditions aux limites. Ensuite nous présentons les différentes méthodes de résolution des équations. Dans la deuxième partie, on donne un aperçu sur la technique de la simulation numérique de la turbulence et enfin, dans la troisième partie, on décrit le code de calcul utilisé dans le cadre cette thèse. Une description de la limite des équations de Navier-Stokes à faible nombre de Mach au moyen de l'analyse asymptotique est donnée dans l'annexe.

### 3.2. Mise en équation du problème

#### 3.2.1. Modèle physique

Le modèle physique considéré est présenté sur la figure 3.1. Il s'agit d'un canal parallélépipédique de 600 mm de hauteur, de 120 mm de largeur et de 300 mm de profondeur. Les parois verticales sont isothermes et maintenues à température constante  $T_{\text{paroi}}$  et le barreau générateur de chaleur est maintenu à la température constante  $T_b$ .

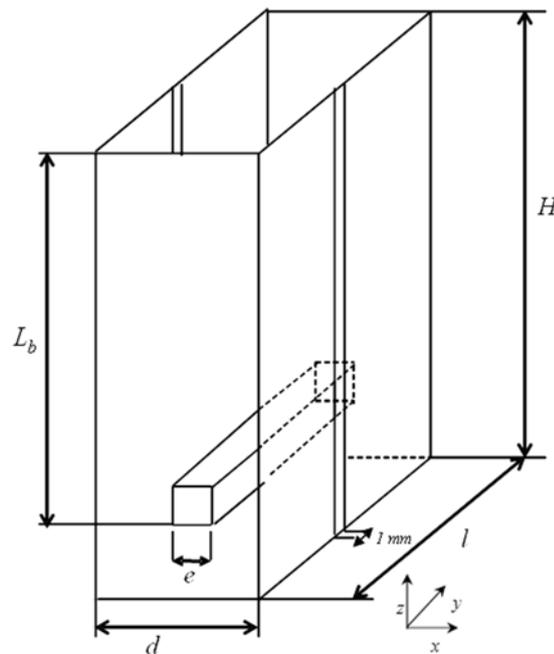


Figure 3.1 Modèle physique

### 3.2.2. Modèle mathématique

Le code CFD utilisé pour modéliser la convection naturelle dans un canal vertical muni d'un barreau chauffant est le code FDS (Fire Dynamics Simulator). Rehm et Baum [1978] ont développé une forme approximative des équations de Navier-Stokes appropriée aux applications à faible nombre de Mach, [McGrattan et al. 2010]. La méthode numérique employée en FDS pour la discrétisation des équations différentielles est celle de l'approximation du second ordre des différences finies sur un maillage rectangulaire uniforme. Un schéma explicite du second ordre est appliqué pour la discrétisation temporelle sur les variables de l'écoulement.

Les équations présentées dans cette partie sont basées sur les hypothèses :

- L'écoulement est instationnaire
- Le fluide est supposé newtonien et incompressible
- L'approximation de Boussinesq n'est pas utilisée

La technique de la Simulation des Grandes Echelles (LES) est utilisée pour modéliser les processus dissipatifs (viscosité, conductivité thermique, diffusivité) qui se produisent à des échelles de longueur plus petites que celles résolues explicitement sur une maille. Cela signifie que les paramètres dans les équations ci-dessous ne peuvent pas être utilisés directement dans la plupart des simulations pratiques ; ils doivent être remplacés par des expressions de substitution qui modélisent une forme approximative des équations régissantes. [Rehm and Baum, 1978; McGrattan et al., 1994; Xin et al., 2005; McGrattan et al., 2000; McGrattan et al., 2001; McGrattan et al., 2010]

#### 3.2.2.1. Equations gouvernantes

D'une manière plus générale, les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, et de l'énergie dans le cas an-isotherme, moyennant les hypothèses énoncées ci-dessus s'écrivent :

La forme locale de la conservation de la masse s'écrit

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0 \quad (3.1)$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique et  $\vec{u}$  le vecteur vitesse de l'écoulement.

La forme locale de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right] + \vec{\nabla} p = \vec{G} \quad (3.2)$$

où  $p$  désigne la pression,  $\vec{g}$  l'accélération de la pesanteur et  $\vec{G}$  est la résultante des forces externes qui s'écrit, lorsque la pesanteur est l'unique force volumique prise en compte,

$$\vec{G} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (3.3)$$

Dans cette expression,  $\vec{\tau}$  représente le tenseur des contraintes visqueuses qui, dans l'hypothèse d'un fluide newtonien, est régi par la loi de comportement

$$\vec{\tau} = \mu \left[ 2\vec{S} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \vec{u})\vec{I} \right] \quad (3.4)$$

$\mu$  désignant la viscosité dynamique du fluide. Le tenseur  $\vec{I}$  est ici le tenseur identité et le tenseur  $\vec{S}$  est le tenseur des taux des vitesses de déformation défini par

$$\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla} u + \vec{\nabla} u^T) \quad \text{soit} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.5)$$

L'enthalpie totale  $h_t$  est obtenue en ajoutant l'énergie cinétique :

$$h_t = h + \frac{1}{2} \vec{u}^2 \quad (3.6)$$

L'énergie interne  $e_i$  du fluide s'écrit  $e_i = h - p/\rho$ , et son énergie totale  $E$  est exprimée par  $E = e_i + \vec{u}^2/2$

Le premier principe de la thermodynamique permet d'établir le bilan local

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho h_t \vec{u}) = Q \quad (3.7)$$

Le second membre de cette équation combine la puissance des forces de viscosité et de pesanteur, la diffusion de la chaleur, ainsi que la chaleur dégagée par des sources externes. La modélisation classique de la diffusion de la chaleur utilise la loi de Fourier, ce qui conduit finalement à l'expression :

$$Q = \vec{\nabla} \cdot (k\vec{\nabla}T) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{u}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{u} + \rho q \quad (3.8)$$

En considérant que le fluide se comporte comme un gaz parfait, les grandeurs thermodynamiques sont liées entre elles par l'équation d'état

$$p = \frac{\rho RT}{M} \quad (3.9)$$

Où  $R = C_p - C_v$  est la différence des capacités calorifiques à pression et à volume constant. Le rapport de ces capacités est noté  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  et vaut 1,4 pour l'air.

### 3.2.2.2. Conditions aux limites

Pour des nombres relativement élevés de Rayleigh, la région en dehors du canal peut être négligée, la diffusion thermique en amont à travers la section d'entrée étant négligeable [Desrayaud et Fichera 2002]; [Desrayaud et al 2007].

Ainsi, parce que le fluide n'est pas préchauffé avant d'entrer, le domaine de calcul peut être limité au canal. On suppose que le fluide entre dans le canal à température ambiante  $T_0$ . Les parois sont maintenues à une température uniforme  $T_p$ , tandis que la température de surface du barreau est à  $T_b$ . Un seul type de condition limite est utilisé dans les calculs (Dirichlet) notifié « OPEN » dans le code FDS.

Les conditions aux limites associées au système d'équations précédent sont les suivantes :

Conditions d'adhérence aux parois

$$u = w = 0$$

À l'entrée du canal

$$\mathcal{H} = 0 \quad p(x, 0) = -\frac{1}{2}\rho|w|^2$$

A la sortie du canal

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\rho|w|^2 \quad p(x, H) = 0$$

### 3.3. Généralités sur la modélisation numérique d'écoulements turbulents

#### 3.3.1. Simulation numérique directe (DNS)

L'idée la plus naturelle pour trouver les solutions turbulentes des équations de conservation est de résoudre directement ces équations, c'est-à-dire de calculer toutes les échelles de l'écoulement. La simulation numérique directe (SND, DNS en anglais) consiste à résoudre explicitement toutes les échelles caractéristiques spatio-temporelles (longueur de Kolmogorov, Taylor...). Le niveau des discrétisations est extrêmement fin, permettant de capturer toutes les structures de l'écoulement mis en jeu dans les transferts énergétiques. En effet, à partir de la loi de Kolmogorov, la théorie montre que le rapport entre les échelles des gros tourbillons et les échelles de Kolmogorov est proportionnel à  $Re^{3/4}$  [Chassaing 2000]. Ceci implique que pour capturer toutes les échelles, il faut utiliser une grille tridimensionnelle avec un nombre de points de l'ordre de  $Re^{9/4}$ . Le temps de calcul quant à lui est proportionnel à  $Re^{11/4}$ . Limitée actuellement par la puissance des ordinateurs, cette approche n'est possible que dans des configurations simples, académiques et à faibles nombres de Reynolds. Cependant, lorsqu'elle peut être mise en œuvre, la DNS permet une description fine et déterministe de l'écoulement et de ses caractéristiques (fluctuations, champs moyen, topologie) puisque la résolution directe des équations ne dépend d'aucune modélisation.

#### 3.3.2. La modélisation statistique de la turbulence (RANS)

C'est une première approche de modélisation statistique de la turbulence qui a été proposée afin de simuler des écoulements de fluides turbulents. Les approches RANS, pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, sont basées sur un moyennage des équations régissant l'écoulement. La solution découlant de la résolution des équations issues de méthodes RANS présente les caractéristiques moyennes de l'écoulement. Ces méthodes statistiques qui ont connu des développements importants (modélisations au second ordre, multi-échelles) font aujourd'hui partie du domaine public et sont largement utilisées dans la plupart des logiciels de CFD commerciaux. Le principal avantage d'une telle méthode est sa rapidité de calcul. Dans le cas d'écoulements possédant une ou plusieurs directions d'homogénéité, le nombre de degrés de liberté peut être diminué substantiellement. De plus, l'aspect temporel n'intervenant pas dans son formalisme, le problème peut être simplifié par sa dimension temporelle. En outre, toutes les échelles de la turbulence étant modélisées, l'utilisation de maillages plus lâches qu'en DNS peut être envisagée puisqu'ils ne doivent pas prendre en compte les plus petites structures dissipatives de l'écoulement. Cependant, toutes les échelles de la turbulence

étant modélisées, la représentation du caractère turbulent de l'écoulement repose intégralement sur la capacité du modèle à les reproduire correctement. Ainsi, la tendance générale se dégageant de ce genre d'approche est le manque de généralité des modèles développés et l'ajustement de nombreuses constantes pour les modèles de fermeture des équations, en fonction de l'écoulement traité.

Afin de s'affranchir de l'opération de moyennage et d'accéder aux informations liées au caractère instationnaire des écoulements turbulents, la simulation des grandes structures apparaît comme une solution prometteuse pour modéliser l'effet de la turbulence sur l'écoulement.

#### 3.3.3. Simulation des grandes structures (SGS)

Les développements théoriques de la SGS sont fondés sur deux hypothèses formulées par Kolmogorov en 1941 dans le cadre de la turbulence homogène isotrope:

- la première hypothèse relative à l'équilibre énergétique, qui suppose d'une part que les petites structures dissipatives s'adaptent « instantanément » aux variations plus lentes imposées par les grosses structures et sont de ce fait toujours en équilibre énergétique, et d'autre part que cet équilibre est universel et ne dépend pas des conditions particulières de l'écoulement.
- la deuxième hypothèse est basée sur l'existence d'une zone dans laquelle le spectre d'énergie ne dépend plus de la viscosité. Dans cette zone appelée zone inertielle, qui est d'autant plus étendue que le nombre de Reynolds de turbulence est élevé, l'énergie est transférée sans dissipation visqueuse, des grandes vers les petites échelles.

La base de la SGE propose de considérer les contributions aux grandes échelles (les grands courants atmosphériques) comme étant explicitement calculées, et de modéliser les effets des structures dont la taille caractéristique est inférieure à la maille de calcul de la discrétisation considérée. Ceci fait apparaître la notion de filtrage (implicite) des échelles présentes dans l'écoulement et pose les bases nécessaires au développement de modélisations pour les échelles sous-maille. Celles-ci représentent les échelles dont la taille est inférieure à la largeur du filtre passe-bas appliqué aux équations régissant l'écoulement turbulent.

L'avantage de cette approche est qu'elle laisse une faible part à la modélisation puisqu'une partie réduite des échelles (celles dont le caractère est le plus universel) est modélisée alors que les échelles dont la taille est supérieure au filtre associé au maillage sont

explicitement calculées par les équations d'évolution. Le caractère universel de la modélisation sous-maille est un avantage indéniable de l'approche qui est apte à simuler tout type d'écoulement. De même que son formalisme qui tend naturellement vers une DNS lorsque le raffinement de maillage (taille caractéristique du filtre) permet de résoudre toutes les échelles du spectre d'énergie de l'écoulement jusqu'à l'échelle de Kolmogorov.

Ce travail repose sur une approche de la simulation de la turbulence basée sur la LES, dont le formalisme et les fermetures sont détaillés dans les paragraphes suivants.

### 3.4. Description du code FDS

L'outil numérique sur lequel s'appuie ce travail de thèse est le code FDS (Fire Dynamics Simulator), développé par l'institut américain NIST (National Institute of Standards and Technology). Le code FDS est un modèle CFD de simulation numérique tridimensionnelle, destiné à prédire les écoulements représentatifs des situations d'incendie. Cet outil, ainsi que ses sources, sont disponibles librement sur le site web du NIST, ce qui permet à chaque utilisateur de développer le code selon ses propres besoins.

#### 3.4.1. Présentation générale

La chronologie du développement du code FDS, brièvement rappelée ici, est détaillée à la référence [McGrattan & al. 2010]. Le système d'équations utilisé a été initialement écrit par Rehm et Baum à la fin des années 1970. Un algorithme utilisant le concept de simulation des grandes échelles a été développé pour résoudre ce système d'équations. Les premières simulations concernaient des cas non visqueux où l'approximation de Boussinesq pouvait être utilisée. Au milieu des années 1980, les premiers cas tridimensionnels furent simulés, avec l'emploi de transformées de Fourier rapides pour la résolution de l'équation de Poisson. L'approximation de Boussinesq a permis d'utiliser un solveur direct du système d'équations algébriques résultant de la discrétisation du problème. Dans les années 1990, la puissance de calcul alors disponible a rendu possible la prise en compte d'effets visqueux et thermiques à petite échelle grâce à l'amélioration de la résolution des maillages employés. Le code a pris officiellement l'appellation « FDS » en 2000. La première version dispose d'un modèle de combustion simple utilisant des « éléments thermiques » lagrangiens sans masse convectés par l'écoulement au niveau desquels la chaleur est libérée. Le modèle de combustion actuel à fraction de mélange est apparu en 2001 avec la version 2 du code. La dernière version en date est maintenant capable d'effectuer des calculs parallèles en faisant appel aux bibliothèques MPI.

### Caractéristiques

Aujourd'hui, le code FDS apparaît comme un outil particulièrement bien adapté pour la simulation des incendies, malgré la relative simplicité de certains de ses sous-modèles. FDS est de plus en plus employé par la communauté scientifique dans le domaine de la sécurité contre l'incendie, ce qui lui permet de progresser rapidement et d'être utilisé dans de nombreuses configurations. Les raisons principales de l'intérêt grandissant pour cet outil sont les suivantes :

- Il est gratuit et de plus en plus reconnu comme assez fiable dans de nombreuses publications ;
- Il est relativement facile à utiliser, même s'il ne dispose pas véritablement d'un préprocesseur ;
- Il est fourni avec un logiciel gratuit de visualisation des résultats particulièrement soigné, nommé « Smokeview » ;
- Il peut être utilisé avec la puissance informatique d'un ordinateur de bureau ;
- Sa documentation est bien fournie ;
- Ses sources sont libres et écrites essentiellement en FORTRAN ;
- Pour encourager l'usage et le développement de leur code, les auteurs de FDS assurent un échange actif avec les utilisateurs.

Les principales caractéristiques des versions actuelles du code FDS sont résumées dans le tableau 3.1. La formulation des équations utilisées fait l'objet de la présente section. La description suivante s'appuie sur la formulation générale des équations dimensionnelles de Navier-Stokes données ci-dessus.

<p>Solveur des équations de Naviers-Stokes</p>	<p>Ecoulements à faible nombre de Mach                  Discrétisation par différences finies                  Précision du second ordre en temps et en espace                  Méthode prédicteur/correcteur                  Solveur de Poisson explicite                  Simulation aux grandes échelles, modèle de Smagorinsky</p>
<p>Modèle de combustion</p>	<p>Flamme de diffusion                  Concept de fraction de mélange                  Combustion contrôlée par le mélange                  Equation de réaction chimique globale unique                  Chimie infiniment rapide                  Consommation basée sur le gradient de fraction de mélange</p>
<p>Modèle de rayonnement</p>	<p>Equation de transfert radiatif                  Rayonnement diffus                  Gaz gris non dispersif                  Résolution numérique par volumes finis                  Utilisation d'une centaine d'angles discrets</p>
<p>Conditions aux limites</p>	<p>Transfert thermique 1D au niveau de chaque maille                  Propriétés thermiques dépendant de la température                  Transferts d'énergie basés sur des corrélations empiriques</p>

**Tableau 3.1 Caractéristiques principales du code FDS**

### 3.4.2. Décomposition de la pression

La pression est décomposée en un terme prépondérant de pression ambiante  $p_0$  supposée uniforme et constante, un terme hydrostatique et un terme de perturbation de pression induite par l'écoulement notée  $p_p$ :

$$p = p_0 - \rho_\infty g z + p_p \quad (3.10)$$

Dans le cadre du modèle à faible nombre de Mach, l'équation d'état est réécrite en remplaçant la pression  $p$  par le terme de pression ambiante  $p_0$  :

$$p_0 = \rho R T \quad (3.11)$$

La pression  $p$  est également remplacée dans l'équation de conservation de l'énergie (3.7) par le terme de pression ambiante  $p_0$ , ce qui conduit à l'écriture

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{\partial \rho h}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho h \vec{u}) = \frac{Dp_0}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot k \vec{\nabla} T \quad (3.12)$$

Dans cette expression, l'apport d'énergie dû aux effets de la viscosité est négligeable.

### 3.4.3. Divergence du champ de vitesse

Les termes source de l'équation de l'énergie (3.12) sont utilisés pour exprimer la divergence du champ de vitesse  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ . Cette grandeur peut être obtenue en écrivant la dérivée particulaire de l'équation (3.11), partant de la forme

$$p_0 = \rho R T \quad (3.13)$$

La dérivée particulaire de cette équation est exprimée par

$$\frac{Dp_0}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho R T) + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} (\rho R T),$$

Ce qui s'écrit encore, compte rendu de l'équation de continuité,

$$\frac{Dp_0}{Dt} = -p_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \rho R \frac{D(T)}{Dt} = -p_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \frac{1}{T} \frac{DT}{Dt} \quad (3.14)$$

En explicitant le dernier terme du second membre et en utilisant la relation

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \rho \frac{Dh}{Dt} \quad (3.15)$$

Il vient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = -\frac{1}{p_0} \frac{Dp_0}{Dt} + \frac{1}{\rho C_p T} \left( \frac{Dp_0}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot k \vec{\nabla} T \right) \quad (3.16)$$

Finalement, l'approximation suivante est retenue pour évaluer la divergence du champ de vitesse :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{1}{\rho C_p T} (\vec{\nabla} \cdot k \vec{\nabla} T) + \left( \frac{1}{\rho C_p T} - \frac{1}{p_0} \right) \frac{Dp_0}{Dt} \quad (3.17)$$

### 3.4.4. Conservation de la quantité de mouvement

#### 3.4.4.1. Equation de Poisson

L'équation de conservation de la quantité de mouvement (3.2) doit être réécrite pour obtenir une équation permettant de calculer la perturbation de pression  $p_p$ . En remplaçant la pression  $p$  par son expression donnée à l'équation (3.10), il vient

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \frac{\vec{\nabla} p_p}{\rho} = \frac{1}{\rho} [(\rho - \rho_\infty) \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}] \quad (3.18)$$

En utilisant l'identité vectorielle  $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = \frac{1}{2} \nabla |\vec{u}|^2 - \vec{u} \times \vec{\omega}$ , où  $\vec{\omega}$  est le vecteur vorticité défini par  $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}$ , la divergence de chaque membre de cette relation conduit à

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\vec{\nabla} p_p}{\rho} + \frac{1}{2} \vec{\nabla} |\vec{u}|^2 \right) = -\frac{\partial \vec{\nabla} \cdot \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega}) + \vec{\nabla} \cdot \left[ \frac{1}{\rho} [(\rho - \rho_\infty) \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}] \right] \quad (3.19)$$

Pour simplifier la résolution numérique de cette équation, la masse volumique dans le membre de gauche est supposée constante, ce qui revient à écrire

$$\frac{\vec{\nabla} p_p}{\rho} \cong \vec{\nabla} \left( \frac{p_p}{\rho} \right) \quad \text{soit} \quad \frac{\vec{\nabla} p_p}{\rho} + \frac{1}{2} \vec{\nabla} |\vec{u}|^2 \cong \vec{\nabla} \mathcal{H} \quad \text{avec} \quad \mathcal{H} = \frac{p_p}{\rho} + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 \quad (3.20)$$

Cette approximation permet d'aboutir à une équation de Poisson dont l'inconnue est la grandeur  $\mathcal{H}$ . Cette équation, de nature elliptique, est plus rapide à résoudre numériquement que l'équation (3.19). Elle se présente sous la forme

$$\nabla^2 \mathcal{H} = -\frac{\partial \vec{\nabla} \cdot \vec{u}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}, \text{ avec } \vec{F} = -\vec{u} \times \vec{\omega} - \frac{1}{\rho} [(\rho - \rho_\infty) \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}] \quad (3.21)$$

Le système linéaire algébrique résultant de la discrétisation de cette équation possède des coefficients constants et est résolu dans le code FDS par des méthodes directes utilisant des transformées de Fourier rapides.

Les conditions aux limites sont spécifiées en imposant la condition de Neumann

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial n} = -\frac{\partial u_n}{\partial t} - F_n \quad (3.22)$$

Où  $F_n$  est la composante normale du vecteur  $\vec{F}$  à la frontière et  $\frac{\partial u_n}{\partial t}$  est la dérivée temporelle de la composante normale de la vitesse à la frontière.

La prise en compte des conditions aux limites pour les frontières ouvertes utilise une condition de Dirichlet :

- Lorsque l'écoulement quitte le domaine,  $\mathcal{H} = |\vec{u}|^2/2$ . Ceci revient à supposer que la perturbation de pression  $\tilde{p}$  est nulle en cet endroit ;
- Lorsque l'écoulement entre dans le domaine,  $\mathcal{H} = 0$ . Ceci revient à supposer que la grandeur  $\mathcal{H}$  est nulle infiniment loin de l'entrée.

L'équation d'évolution de la vorticité  $\omega$  permet d'expliciter les effets de l'approximation (3.20). Cette équation est obtenue en prenant le rotationnel de chaque membre de la relation (3.18), ce qui aboutit à

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{\omega}) = \underbrace{-\vec{\nabla} \times \left( \frac{\vec{\nabla} p_p}{\rho} \right)}_{(1)} + \underbrace{\vec{\nabla} \times \left( \frac{\rho - \rho_\infty}{\rho} \vec{g} \right)}_{(2)} + \underbrace{\vec{\nabla} \times \left( \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}}{\rho} \right)}_{(3)} \quad (3.23)$$

Au second membre apparaissent trois sources de vorticité :

- Le terme (1) qui correspond au couple barocline dû au non alignement des gradients de masse volumique et de pression :  $\vec{\nabla} \times \left( \frac{\vec{\nabla} p_p}{\rho} \right) = \vec{\nabla} \frac{1}{\rho} \times \vec{\nabla} p_p + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} p_p = -\frac{1}{\rho^2} \vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p_p$  ;
- Le terme (2) qui correspond aux forces d'Archimède dues aux gradients horizontaux de masse volumique ;

- Le terme (3) qui correspond aux effets de la viscosité.

L'approximation (3.20) revient donc à négliger le couple barocline en tant que source de vorticité puisque dans ce cas

$$\vec{\nabla} \times \left( \frac{\vec{\nabla} p p}{\rho} \right) \cong \vec{\nabla} \times \left[ \vec{\nabla} \left( \frac{p p}{\rho} \right) \right] = 0 \quad (3.24)$$

Cette approximation fait donc l'hypothèse que la vorticité est essentiellement générée par l'effet des forces d'Archimède.

### **3.4.5. Modélisation des termes diffusifs**

#### **3.4.5.1. Simulation des grandes échelles**

Une discrétisation adaptée à la résolution numérique directe de toutes les échelles de l'écoulement est hors de portée des performances actuelles des ordinateurs. Pour contourner ce problème, le code FDS utilise le concept de simulation des grandes échelles qui postule un caractère isotrope et universel des petites échelles de l'écoulement. En effet, il est généralement considéré que les petites structures ne sont pas essentielles pour connaître les propriétés de transport du fluide.

La simulation des grandes échelles se restreint à ne simuler explicitement que le mouvement à grande échelle. Cette réduction de la quantité d'informations à traiter autorise l'utilisation d'un maillage dont le raffinement permet d'envisager des temps de calculs raisonnables sur un ordinateur courant de bureau.

L'emploi d'un maillage ne capturant pas toutes les échelles de l'écoulement induit inévitablement un filtrage spatial des grandeurs calculées. Chaque grandeur  $\Phi$  de l'écoulement peut alors être décomposée en la somme de sa partie explicitement résolue basse fréquence et sa partie non résolue haute fréquence sous la forme  $\Phi = \bar{\Phi} + \Phi'$ . La partie résolue peut être vue comme le résultat d'un filtrage de la grandeur exacte s'écrivant

$$\bar{\Phi}(x, t) = \int G_{\Delta}(x - \xi) \Phi(\xi, t) d\xi = G_{\Delta} \star \Phi$$

Où  $G_{\Delta}$  est le filtre (3.25)

Ce filtrage est généralement supposé linéaire et commutant avec les opérations de dérivation spatiale et temporelle. Appliqué aux équations que l'on cherche à résoudre, il produit de nouvelles équations régissant les grandeurs filtrées. Du fait de la non linéarité des équations de départ, il apparaît des termes correspondant à des fluctuations se produisant au niveau des échelles non résolues.

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement (3.2) s'écrit

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = G_{ij},$$

$$\text{soit après filtrage : } \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} = \overline{G_{ij}} \quad (3.26)$$

Ce qui s'écrit encore

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} = \overline{G_{ij}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho u_i u_j} - \underbrace{\overline{\rho u_i u_j}}_{(a)} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho u_i} - \underbrace{\overline{\rho u_i}}_{(b)} \right) \quad (3.27)$$

Les termes (a) et (b) ne peuvent pas être exprimés directement en fonction du champ résolu. Ce type de terme doit être estimé à partir des grandeurs filtrées en utilisant des modèles de sous-maille traduisant l'influence des petites échelles sur l'écoulement. Ceci permet de fermer le système d'équations en vue de sa résolution numérique.

### 3.4.5.2. Filtrage de Favre

Dans le contexte d'écoulement compressible, la décomposition de chaque grandeur en sa partie résolue et sa partie non résolue pose le problème particulier des corrélations croisées entre les fluctuations des grandeurs étudiées et les fluctuations de masse volumique.

L'équation filtrée de conservation de la masse (3.1) s'écrit par exemple

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho u_i} + \overline{\rho' u_i'}) = 0 \quad (3.28)$$

Et fait apparaître les termes  $\overline{\rho' u_i'}$  qui sont délicats à estimer. Pour éviter le recours à une modélisation supplémentaire, Favre [1965] a proposé un filtrage pondéré par la masse volumique de la forme

$$\tilde{\Phi} = \frac{\overline{\rho\Phi}}{\bar{\rho}}, \quad (3.29)$$

De sorte que toute grandeur  $\Phi$  puisse se décomposer en  $\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi''$ . L'équation de conservation de la masse peut alors être écrite

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0, \quad (3.30)$$

Ce qui est formellement identique à l'équation (3.1). Le filtrage de Favre présente donc l'intérêt de simplifier le formalisme des équations régissant l'écoulement. Ainsi, l'équation de conservation de la masse peut être résolue sans modélisation supplémentaire, à condition de ne rechercher que les grandeurs filtrées selon Favre comme  $\tilde{\Phi}$ .

L'équation de conservation de la quantité de mouvement (3.2) s'écrit après filtrage de Favre

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \overline{G_{ij}} + \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.31)$$

Dans cette expression, le tenseur  $t_{ij}$  est appelé « tenseur des échelles de sous-maille » et s'écrit  $t_{ij} = \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ .

La modélisation de sous-maille a pour but de prendre en compte, dans l'équation d'évolution du champ filtré, les effets de l'interaction avec le champ fluctuant représenté par la divergence du tenseur des échelles de sous-maille.

### 3.4.5.3. Modèle de Smagorinsky

Dans l'équation (3.31), il est possible d'utiliser l'approximation  $t_{ij} \cong -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''}$  et la fermeture de ce tenseur peut être réalisée en se basant sur le concept de viscosité turbulente. Pour ce faire, le tenseur des échelles de sous-maille est d'abord décomposé en la somme de son déviateur  $t_{ij}^D$  et de sa partie isotrope  $t_{ij}^I$  :

$$t_{ij} = t_{ij}^D + t_{ij}^I \text{ avec } t_{ij}^D = -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} + \frac{1}{3} \bar{\rho} \widetilde{u_k'' u_k''} \delta_{ij} \text{ et } t_{ij}^I = -\frac{1}{3} \bar{\rho} \widetilde{u_k'' u_k''} \delta_{ij} \quad (3.32)$$

Son déviateur est ensuite exprimé sous la forme

$$t_{ij}^D = 2\mu_t \tilde{S}_{ij}^D \quad \text{où} \quad \tilde{S}_{ij}^D = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (3.33)$$

Cette modélisation utilise le concept de viscosité turbulente  $\mu_t$  pour relier le tenseur des échelles de sous maille au champ de vitesse résolu. Il reste à estimer cette viscosité pour fermer le système d'équation obtenu. Une modélisation classique largement utilisée en simulation des grandes échelles est celle de Smagorinsky. Cette approche est basée sur l'analyse dimensionnelle

$$\frac{\mu_t}{\rho} = \nu_t \sim l \times u \sim l \times l \times \left| \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right| \sim l^2 \left| \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right|, \quad (3.34)$$

qui montre que l'on peut exprimer la viscosité turbulente comme le produit du carré d'une longueur caractéristique  $l$  par le gradient de vitesse résolu.

Ceci aboutit finalement à l'expression

$$\mu_t = \bar{\rho} (C_S \Delta)^2 \sqrt{2 \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{S}}} \quad \text{où} \quad \tilde{\mathbf{S}}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.35)$$

La constante de Smagorinsky  $C_S$  peut être déterminée de manière approchée. Sa valeur est généralement comprise entre 0,1 et 0,2. Le terme  $\Delta$  représente une longueur de l'ordre de grandeur de la taille des mailles utilisées.

Dans l'hypothèse d'écoulement à faible nombre de Mach, l'équation de conservation de la quantité de mouvement se met finalement en première approximation sous la forme

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ 2 \underbrace{(\mu + \mu_t)}_{\mu_{LES}} \tilde{\mathbf{S}}_{ij} \right]. \quad (3.36)$$

L'apport de chaleur dû à la dissipation de l'énergie cinétique turbulente est négligé dans l'équation de conservation de l'énergie.

La conductivité thermique  $k$  est également affectée par la turbulence. L'effet des petites échelles non résolues est pris en compte en reliant simplement cette grandeur à la viscosité dynamique via la relation

$$k_{LES} = \frac{\mu_{LES} c_p}{Pr} \quad (3.37)$$

Expression pour laquelle le nombre de Prandtl est supposé constant durant toute la simulation.

### Limitation

Le modèle de Smagorinsky est aisé à mettre en œuvre et donne des résultats intéressants dans de nombreuses configurations où l'écoulement possède au moins une direction homogène. Cependant, il présente tout de même quelques points faibles. D'une part, la quantité d'énergie à dissiper est sous-estimée car elle est liée uniquement au champ résolu. D'autre part, l'hypothèse d'alignement du tenseur de sous-maille  $t_{ij}$  avec le tenseur des déformations filtré  $\tilde{\mathcal{S}}_{ij}$  est très forte et non nécessairement vérifiée en pratique.

En effet, le modèle introduit de la viscosité turbulente de sous-maille partout où le tenseur  $\tilde{\mathcal{S}}_{ij}$  est non nul, alors que ce tenseur peut être non nul dans un écoulement laminaire. Ce modèle est ainsi incapable de simuler correctement la transition du régime laminaire vers le régime turbulent. Un autre point faible est que le modèle de Smagorinsky n'autorise le transfert d'énergie que dans le sens des grandes vers les petites échelles, alors que l'inverse peut se produire. Il faut en outre ajouter que la constante du modèle de Smagorinsky ne possède pas un caractère véritablement universel et doit théoriquement être réajustée pour chaque type d'écoulement.

### 3.4.6. Modélisation des conditions aux limites

#### 3.4.6.1. Transfert de chaleur convectif

Le code FDS estime le flux de chaleur convectif au niveau de la surface d'un solide en utilisant des corrélations correspondant au cas d'une plaque plane.

Dans le cas de la convection libre, le coefficient de transfert convectif est obtenu en estimant le nombre de Nusselt moyen sous la forme  $Nu \propto Ra^{1/3}$  où  $Ra$  est le nombre de Rayleigh basé sur l'écoulement près de la paroi. Cette approche aboutit dans FDS à la formulation proposée par Holman :

$$h_{conv} = C|\Delta T|^{1/3}, \quad (3.38)$$

où la constante  $C$  vaut 1,31 dans le cadre de la plaque plane verticale et 1,52 dans le cas d'une plaque horizontale. Le terme  $\Delta T$  correspond à l'écart de température entre le mur et le gaz environnant la paroi.

Dans le cas de la convection forcée, la relation utilisée s'écrit sous la forme

$$Nu = 0,037Re^{4/5}Pr^{1/3}, \quad (3.39)$$

Où  $Re$  et  $Pr$  sont respectivement les nombres de Reynolds et Prandtl. Le nombre de Reynolds est basé sur l'écoulement près de la paroi.

Le transfert convectif est estimé par le code en combinant les phénomènes de convection naturelle et de convection forcée de la manière suivante :

$$\dot{q}_c'' = h_{conv}\Delta T \quad \text{avec} \quad h_{conv} = \max \left[ C|\Delta T|^{1/3}; 0,037\frac{k}{L}Re^{4/5}Pr^{1/3} \right] \quad (3.40)$$

Dans cette formulation,  $L$  est la longueur caractéristique du mur et  $k$  représente la conductivité thermique du gaz. Cette modélisation, relativement simpliste, évite de recourir à une résolution précise de la couche limite. Cependant, cette approximation de nature macroscopique n'est plus valide si la taille de la maille de gaz au contact du solide est inférieure à l'épaisseur de la couche limite thermique. Ainsi, au-delà d'une certaine taille de maille, le fait de raffiner le maillage près des parois ne conduit pas à une meilleure précision dans l'estimation du flux convectif.

#### 3.4.6.2. Transfert thermique dans les parois

##### Paroi thermiquement épaisse

Lorsque la paroi est supposée thermiquement épaisse, le code FDS résout une équation de chaleur monodimensionnelle régissant la température  $T_s$  du solide de la forme

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial n} \left( \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial n} \right) \quad \text{avec} \quad -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial n} (0, t) = \dot{q}_c'' + \dot{q}_r'' \quad (3.41)$$

Dans ces expressions,  $\rho_s$ ,  $c_s$  et  $\lambda_s$  sont respectivement la masse volumique, la chaleur spécifique et la conductivité thermique de la paroi. La direction normale à la surface de cette dernière est notée  $n$ . Les conditions aux limites de cette équation permettent de modéliser un transfert thermique à travers un mur entre deux zones fluides du domaine de calcul.

### Paroi thermiquement mince

Cette fois, la température est supposée uniforme dans la profondeur du solide et l'équation de la chaleur s'écrit plus simplement

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{\dot{q}_c'' + \dot{q}_r''}{\rho_s c_s \delta} \quad (3.42)$$

Où  $\delta$  désigne l'épaisseur thermique du solide.

### 3.4.7. Algorithme de résolution numérique des équations

Les dérivées spatiales sont traduites dans le code FDS par des schémas aux différences finies du second ordre sur un maillage cartésien. Le domaine est un parallélépipède divisé en mailles rectangulaires. A chaque maille est associé un triplé  $(i, j, k)$  représentant la position de la maille selon les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement. La résolution numérique utilise une approche par grille décalée : les quantités scalaires correspondent au centre des mailles alors que les quantités vectorielles sont placées au centre des faces. La figure 3.2 est une représentation de cette approche. Les schémas numériques employés sont explicités dans le guide technique du code [McGrattan 2000], [McGrattan 2001]. Le code FDS utilise un schéma d'avancement en temps de type 'prédicteur-correcteur', dont une brève description est donnée maintenant.

Un exposant  $n$  est ajouté à chaque grandeur pour désigner sa valeur au pas de temps  $n$ . l'exposant  $(n + 1)_e$  correspond en outre aux estimations des grandeurs au pas de temps  $(n+1)$  réalisées pendant l'étape de prédiction.

Supposons les quantités  $\rho^n, \vec{u}^n, \mathcal{H}^n$  et  $p_0^n$  au pas de temps  $n$  connues. Toutes les autres inconnues se déduisent à partir de ces grandeurs « principales ».

Le schéma prédicteur-correcteur utilisé par FDS se présente alors de la manière suivante :

1. Les estimations  $\rho^{(n+1)_e}$  et  $p_0^{(n+1)_e}$  sont obtenues à l'aide d'un schéma d'Euler explicite.
2. L'estimation de la divergence  $[\vec{\nabla} \cdot \vec{u}]^{(n+1)_e}$  est déduite de ces équations.

3. Une équation de Poisson pour la pression est résolue :

$$\nabla^2 \mathcal{H}^n = -\frac{[\vec{\nabla} \cdot \vec{u}]^{(n+1)e} - [\vec{\nabla} \cdot \vec{u}]^n}{\delta t} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}^n \quad (3.43)$$

4. La vitesse est alors estimée en écrivant

$$\vec{u}^{(n+1)e} = \vec{u}^n - \delta t (\vec{F}^n + \vec{\nabla} \mathcal{H}^n) \quad (3.44)$$

5. Les quantités  $\rho$  et  $p_0$  sont corrigées.

6. La divergence  $[\nabla \cdot \vec{u}]^{(n+1)}$  est déduite de ces quantités.

7. La pression est recalculée à partir des quantités estimées :

$$\nabla^2 \mathcal{H}^{(n+1)e} = -\frac{2[\vec{\nabla} \cdot \vec{u}]^{(n+1)} - [\vec{\nabla} \cdot \vec{u}]^{(n+1)e} [\vec{\nabla} \cdot \vec{u}]^n}{\delta t} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}^{(n+1)e} \quad (3.45)$$

8. La vitesse est alors corrigée en écrivant

$$\vec{u}^{n+1} = \frac{1}{2} [\vec{u}^n + \vec{u}^{(n+1)e} - \delta t (\vec{F}^{(n+1)e} + \vec{\nabla} \mathcal{H}^{(n+1)e})] \quad (3.46)$$

### 3.5. Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre l'outil numérique utilisé dans le cadre de ce travail, en faisant référence aux modèles classiquement employés dans la littérature. Ceci a permis de situer le code FDS en montrant ses points forts, ses faiblesses, et ce qui fait son originalité.

Le code FDS est un outil simple et facile à mettre en œuvre et même à développer car il utilise un maillage cartésien permettant l'utilisation d'un solveur rapide de l'équation de Poisson.

Les concepteurs de ce code ont cherché à mettre à la disposition des utilisateurs un outil numérique à la fois robuste et rapide. C'est la raison pour laquelle les modèles employés sont généralement simples et peu coûteux.

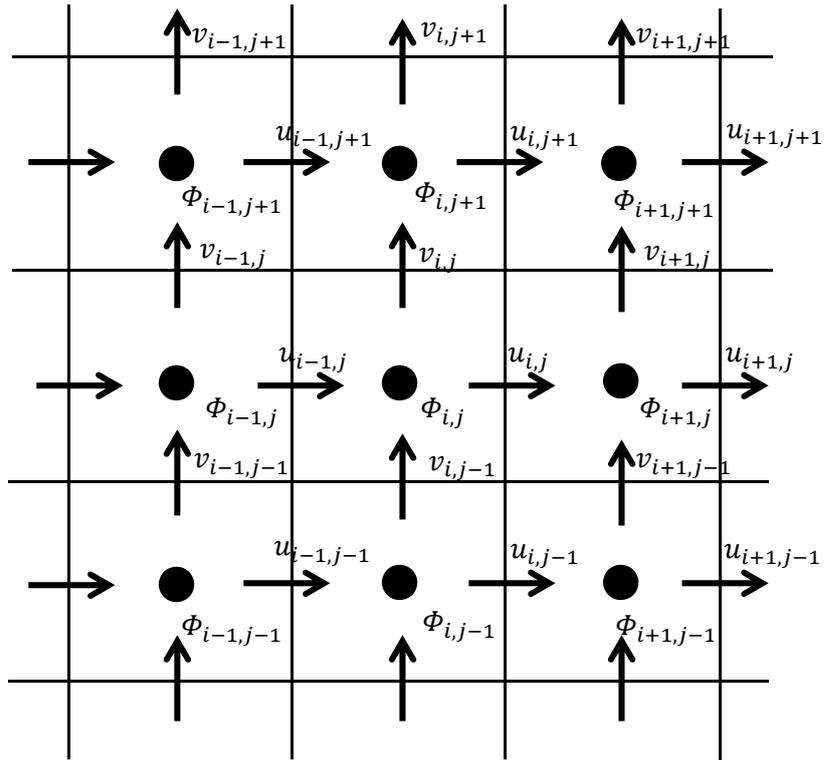


Figure 3.2 Représentation d'un plan du maillage par grille décalée. Les quantités scalaires  $\Phi_{ij}$  sont placées au centre des mailles alors que les composantes vitesses sont placées au centre des faces.



# CHAPITRE IV-: Description numérique du comportement aérodynamique appliqué aux géométries ouvertes

## Sommaire

---

- 4.1. Introduction ;
  - 4.2. Sur la convection naturelle dans un thermosiphon ;
  - 4.3. Objectifs ;
  - 4.4. Conditions aux limites pour les géométries ouvertes ;
    - 4.4.1. Recirculation ;
    - 4.4.2. Récapitulatif des conditions limites en géométrie ouverte ;
  - 4.5. Convection naturelle dans un canal vertical – exercice du benchmark AMETH ;
    - 4.5.1. Présentation du benchmark AMETH ;
    - 4.5.2. Mise en équation ;
    - 4.5.3. Conditions limites du problème ;
    - 4.5.4. Comparaison inter-logiciels ;
    - 4.5.5. Résultats et discussion GB-0 :  $A=10$ ,  $Ra_m=10^5$  ;
  - 4.6. Conclusion.
-

#### **4.1. Introduction**

On présente dans ce chapitre une étude comparative et une validation de nos résultats numériques avec ceux d'autres laboratoires (comparaison inter-logiciels). Notre objectif est l'étude de l'effet des conditions limites de pression appliquées aux géométries ouvertes ainsi que la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu lors de la circulation de l'air dans le canal vertical ouvert chauffé asymétriquement.

#### **4.2. Sur la convection naturelle dans un thermosiphon**

Le principe de fonctionnement du thermosiphon, comme il a été défini dans le chapitre 1, repose sur la poussée d'Archimède ( $\vec{B} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p_0 = (\rho - \rho_0) \vec{g}$ ). L'amplitude de cette force, dépend directement des variations de la masse volumique du fluide considéré (l'air dans notre cas). Sous certaines hypothèses notamment en considérant le fluide comme parfait respectant l'approximation de Boussinesq ( $\rho - \rho_0 = \rho_0 \beta (T - T_0)$ ) [Boussinesq 1903, Oberbeck 1879], on peut exprimer la poussée d'Archimède en fonction de la température:  $\vec{B} = \rho_0 \beta (T - T_0) \vec{g}$ . Dès qu'il y a un écart de température, le fluide se met en mouvement naturellement.

Les écoulements de fluides et les transferts de chaleur par convection naturelle dans des conduites ouvertes ont été largement étudiés depuis plusieurs décennies, depuis les travaux expérimentaux d'Elenbaas en 1942 puis numériques de Bodoia et Osterle en 1962. L'intérêt de ce type de configuration réside dans les nombreuses applications concernées par cette physique comme la cheminée, le refroidissement en face arrière des parois doubles peaux verticales ou en toiture [Desrayaud et al. 2007, Federiv et al. 1997, Le Quéré 2008, Zoubir et al. 2011], Figure 4.1.

Toutefois, malgré le grand nombre d'études réalisées, tant expérimentales que numériques, le choix des conditions aux limites dans les conduites ouvertes reste un problème délicat à traiter. Pour surmonter la difficulté du choix des conditions aux limites à appliquer dans les sections ouvertes sur l'environnement, certains auteurs ont proposé d'étendre le domaine de calcul de part et d'autre des ouvertures du canal. Le problème de ces conditions aux limites est qu'elles exigent un domaine physique assez grand, entraînant un surcoût numérique en termes de mémoire et de puissance processeur considérable.

Une autre façon d'éviter ce problème du choix des conditions aux limites dans les sections ouvertes consiste à encapsuler le canal dans un domaine beaucoup plus grand [Ben Yedder 1991, Elenbaas 1942]. Les frontières sont alors des parois sur lesquelles il est aisé de définir des conditions dynamiques. En revanche, les conditions aux limites thermiques ne sont pas si faciles à choisir car elles peuvent perturber le champ thermique autour du canal, et donc l'écoulement de convection naturelle.

Dans le but de réduire ce problème, une alternative consiste à restreindre les simulations numériques uniquement sur la hauteur du canal, et à modéliser les conditions aux limites thermiques et dynamiques dans les sections ouvertes.

### 4.2.1. Objectifs :

- Définir des solutions de référence pour le problème de convection naturelle en conduite, le cas test décrit dans [Desrayaud et al. 2007] a été reformulé sur la base de quatre jeux de conditions aux limites fréquemment rencontrées dans la littérature.
- Respecter les phénomènes physiques mis en jeu. Seule l'expérimentation peut nous renseigner sur les profils de vitesse et de température, sur les débits mis en jeu dans les canaux [Chami et Zoughaib 2010, Dalbert et al. 1980, Penot et Dalbert 1983, Samot et al. 2010];
- Apporter de l'information avec des expérimentations numériques pour comparer les résultats avec le peu de résultats expérimentaux disponibles en conditions réelles [Brangeon et al. 2012];
- Améliorer le temps de calcul en réduisant le domaine numérique en appliquant directement des conditions aux limites à la géométrie considérée;



### 4.3. Conditions aux limites pour les géométries ouvertes

Le choix des conditions aux limites à appliquer à la vitesse et à la pression en géométries ouvertes en convection naturelle est délicat. En effet, l'écoulement, de type thermosiphon, dans un canal asymétriquement chauffé, résulte de l'équilibre entre les forces dues à la poussée d'Archimède et les pertes de charge totales de l'écoulement entre l'ouverture basse et l'ouverture haute du canal. C'est-à-dire un équilibre entre la perte de pression  $p_e$  (entrée du canal) due à la viscosité et l'augmentation de pression  $p_s = -\rho_0 \int_s g\beta(T - T_0)dx$  (sortie du canal) due aux différences de température. Aucun choix n'apparaît cependant trivial pour imposer des conditions de vitesse ou de pression à l'ouverture basse du canal. Cependant, il semble qu'on pourrait appliquer une condition limite pour la pression à l'entrée du canal [Desrayaud et al. 2007].

En considérant que le rotationnel de la vitesse est nul et le fluide incompressible et que l'écoulement est stationnaire, on peut appliquer le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre l'entrée ( $e$ ) et le point ( $k$ ), Figure 4.2.

$$p_e^* + \frac{1}{2}\rho V_e^2 = p_k^* + \frac{1}{2}\rho V_k^2 \quad (4.1)$$

Où  $V_k = 0$  (fluide au repos) et  $p_k^* = 0$ .

On peut donc, maintenant, relier le débit traversant à la différence de pression entre l'ouverture basse ( $e$ ) et l'ouverture haute ( $s$ ) par aspiration :

$$\int_s (p + \rho gz) \cdot dS - \int_e (p + \rho gz) \cdot dS = \int_e \frac{1}{2}\rho |V|^2 \cdot dS \quad (4.2)$$

Deux expressions peuvent être envisagées naturellement pour la condition limite de pression à l'entrée du canal :

- Relation locale le long d'une ligne de courant (LB) :

$$p(x, 0) = \frac{p_e^*(x, 0)}{\rho} = -\frac{1}{2}V(x, 0)^2 \quad (4.3)$$

- Relation globale le long d'un tube de courant (pression uniforme) (GB) :

$$p(x, 0) = \frac{p_e^*(x, 0)}{\rho} = -\frac{1}{2} \left( \int_0^1 V(x, 0) dx \right)^2 = \frac{1}{2S_e^2} G^2 \quad (4.4)$$

où G est le débit d'entrée et  $S_e$  est la section d'entrée.

On peut appliquer les conditions obtenues précédemment (Eq. 4.3) et (Eq. 4.4), en entrée et en sortie.

#### 4.3.1. Recirculation

Plusieurs auteurs, Fossa et al. [2008], Popa et al. [2012], Samot et al. [2010], Zoubir et al. [2011], dans le cas de canaux chauffés asymétriquement, décrivent des écoulements inverses en sortie de canal. Ce phénomène s'explique par la conservation de la masse. Dans la couche limite convective chaude, le long de la paroi chauffée, le débit augmente de plus en plus avec l'élévation du fluide dans le canal. La conservation de la masse contraint un écoulement inverse, en sortie de canal, du côté de la paroi froide, afin d'approvisionner la couche limite convective. Des visualisations de recirculation ont été réalisées avec l'air par Dupont et al. [2008], avec de l'eau par Ospir et al. [2008 ; 2012].

Notre objectif est de tester numériquement un des jeux de conditions limites précédents pour la pression en entrée et en sortie, le but étant de retrouver les champs et profils de vitesse issus des résultats numériques d'autres équipes de recherches (comparaison inter-logiciel).

#### 4.3.2. Récapitulatif des conditions limites en géométrie ouverte

L'écoulement est incompressible et permanent. Les termes visqueux sont négligeables et le rotationnel de la vitesse est nul. Quatre jeux de conditions aux limites de type pression ont été appliqués aux ouvertures basse et haute du canal par les différentes équipes contribuant à cette étude.

Par exemple, l'acronyme GB-0 signifie qu'on applique une condition limite de pression de type Bernoulli global en entrée et une condition de jet libre en sortie ( $p=0$ ). GB-LB est l'association d'une condition limite de pression Bernoulli global en entrée et une condition limite de type Bernoulli local lorsque qu'il y a une recirculation (fluide réentrant).

		Entrée	
		GB	LB
Sortie	0	GB-0	LB-0
	LB	GB-LB	LB-LB

**Tableau 4.1 Récapitulatif des conditions aux limites pour la pression.**

#### **4.4. Convection naturelle dans un canal vertical**

##### **4.4.1. Présentation du benchmark AMETH**

Pour mieux appréhender l'influence des conditions aux limites sur les écoulements de fluides et les transferts de chaleur, un exercice numérique, où plusieurs équipes de recherche travaillent sur le même cas d'étude, a été proposé. Le cas choisit dans ce benchmark est le cas expérimental de [Webb et Hill 1989] bien documenté. Une synthèse de résultats issus de collaborations entre collègues thermiciens français, voire francophones a été présentée dans une publication [Desrayaud et al. 2013].

Ces travaux ont été emmenés au sein de la Société Française de Thermique et du Groupement De Recherche AMETH (Analyse - Maîtrise des Ecoulements et échanges Thermiques) et visent à contribuer à l'étude numérique de la convection naturelle engendrée dans un canal vertical chauffé asymétriquement et dans lequel prend place un écoulement de retour à travers la section ouverte supérieure. En particulier, la sensibilité aux conditions aux limites des écoulements fluides et des transferts de chaleur est étudiée, en limitant la géométrie d'étude au domaine physique. Un volet important de ce travail réside dans la définition de solutions de référence qui s'avèrent très utiles pour valider les codes numériques pour les systèmes ouverts, en convection naturelle voire en convection mixte.

#### 4.4.2. Mise en équation

Il s'agit d'un écoulement bidimensionnel de convection naturelle dans un canal vertical de hauteur  $H$ , de largeur  $d$  (Figure 4.3) avec recirculation en sortie. La moitié de la paroi gauche est soumise à un flux constant ( $q_0 > 0$  sur une longueur  $H_c$ ). Le reste des parois est isolé où on impose une condition d'adiabaticité. Le rayonnement est négligé et les équations de continuité, de Navier-Stokes et de l'énergie sous leurs forme adimensionnelle sont écrites comme suit [article-benchmark 2013] :

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \text{Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + Ra \text{Pr} \theta \delta_{iz} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + V_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) \quad (4.7)$$

La température extérieure à l'infini est  $T_0$ . Les équations sont rendues sans dimensions par les grandeurs suivantes :

- Cordonnées spatiales :  $X_i = \frac{x_i}{d}$
- Le temps :  $t = \frac{t}{(d^2/\alpha_0)}$
- Les vitesses :  $V_i = \frac{v_i}{(\alpha_0/d)}$
- La pression :  $P = p/(\rho_0 \alpha_0^2/d^2)$
- La température :  $\theta = \frac{(T-T_0)}{(q_0 d/\lambda_0)}$

Où  $\alpha_0/d$  est la vitesse de diffusion thermique, résultant de la définition du temps caractéristique  $t_{cond}$ , pour obtenir le retour, par conduction, à une température donnée, suite à une perturbation thermique, soit  $t_{cond} = d^2/\alpha_0$ ,  $d$  largeur du canal et  $\Delta T = q_0 d/\lambda_0$ . Le nombre de Prandtl,  $Pr = \nu_0/\alpha_0$  est fixé à 0,71 (air).

Le nombre de Rayleigh basé sur la largeur du canal est  $Ra_d = \frac{g\beta\Delta T d^3}{\nu_0 \alpha_0} = \frac{g\beta_0 q_0 d^4}{\nu_0 \lambda_0 \alpha_0}$  ; et  $A = H/d$  est le rapport de forme du canal et le nombre de Rayleigh modifié est défini par:  $Ra_m = \frac{2}{A} Ra$ . Notons que d'autres définitions du nombre de Rayleigh sont possibles [Penot, Skurtys et Saury 2010], mais qu'elle que soit la façon de définir le nombre de Rayleigh, les conclusions demeurent inchangées.

#### 4.4.3. Conditions limites du problème

Quatre séries de conditions aux limites ont été étudiés par les groupes intervenants dans l'étude du benchmark. Dans chaque cas, les conditions sur les parois solides sont les mêmes, seule les conditions aux limites au niveau des sections d'entrée et de sortie sont modifiées.

Le flux est supposé constant et homogène sur la partie centrale de la paroi gauche soit  $\forall z \in \left[\frac{A}{4}; \frac{3A}{4}\right]$ ,  $\frac{\partial \theta}{\partial x}(0, z) = -1$ . Pour la paroi opposée, une condition d'adiabaticité est appliquée soit  $\forall z \in ]0; A[$ ,  $\frac{\partial \theta}{\partial x}(1, z) = 0$ , de même pour les parois amont et aval de la paroi chauffée soit  $\forall z \in \left]0; \frac{A}{4}\left[ \cup \left]\frac{3A}{4}; A\right[$ ,  $\frac{\partial \theta}{\partial x}(1, z) = 0$ .

La condition d'adhérence est appliquée sur les parois solides soit  $\forall z \in ]0; A[$ ,  $\vec{V}(0, z) = \vec{0}$  et  $\vec{V}(1, z) = \vec{0}$ .

Les conditions limites imposées aux frontières inférieure et supérieure du canal sont les suivantes :

**Frontière inférieure** du canal,  $z = 0 \forall x \in ]0, 1[$ ,

$$\begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial z}(x, 0) = 0 \\ \theta(x, 0) = 0 \end{cases}$$

Deux conditions de pression sont étudiées. Elles résultent de l'application du théorème de Bernoulli sur les écoulements des fluides non visqueux, stationnaires et incompressibles.

- La relation de Bernoulli locale le long d'une ligne de courant (LB) :

$$\forall x \in ]0; 1[, p(x, 0) = -\frac{1}{2}(w(x, 0))^2 \quad (4.8)$$

- La relation de Bernoulli globale le long d'un tube de courant (GB) avec l'hypothèse supplémentaire que la pression uniforme à l'entrée:

$$\forall x \in ]0; 1[, p(x, 0) = -\frac{1}{2}(q_{in}(z = 0))^2 \quad (4.9)$$

où  $q_{in}(z = 0) = \int_0^1 w(x, 0) dx$  est la vitesse moyenne adimensionnelle ou le débit.

**Frontière supérieure** du canal,  $z = A$ ,

En  $z = A$ , il faut distinguer les conditions de fluide sortant et rentrant. En notant  $x_0$  tel que  $w(x_0, A) = 0$  alors

- Fluide entrant :  $w(x, A) < 0$

$$\forall x \in ]0; 1[, \begin{cases} u(x, A) = 0 \\ \left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{(x, A)} = 0 \\ \theta(x, A) = 0 \end{cases}$$

Deux conditions de pression sont proposées.

- Relation locale, le long d'une ligne de courant telle que  $w(x, A) < 0$ ,

$$\forall x \in ]0; 1[, p(x, A) = -\frac{1}{2}(w(x, A))^2$$

➤ Pression uniforme nulle telle que  $w(x, A) < 0$ , (4.10)

$$\forall x \in ]0; 1[, p(x, A) = 0$$

• Fluide sortant :  $w(x, A) \geq 0$

$$\forall x \in ]0; 1[, \begin{cases} u(x, A) = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{(x,A)} = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{(x,A)} = 0 \\ p(x, A) = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

La figure 4.3 résume l'ensemble des conditions aux limites.

On synthétise ces différentes conditions aux limites en utilisant LB, GB, LB-0 et GB-0.

Equations exprimant les conditions aux limites			
(4.8) & (4.10)	(4.8) & (4.11)	(4.9) & (4.10)	(4.9) & (4.11)
<b>LB-LB</b>	<b>LB-0</b>	<b>GB-GB</b>	<b>GB-0</b>

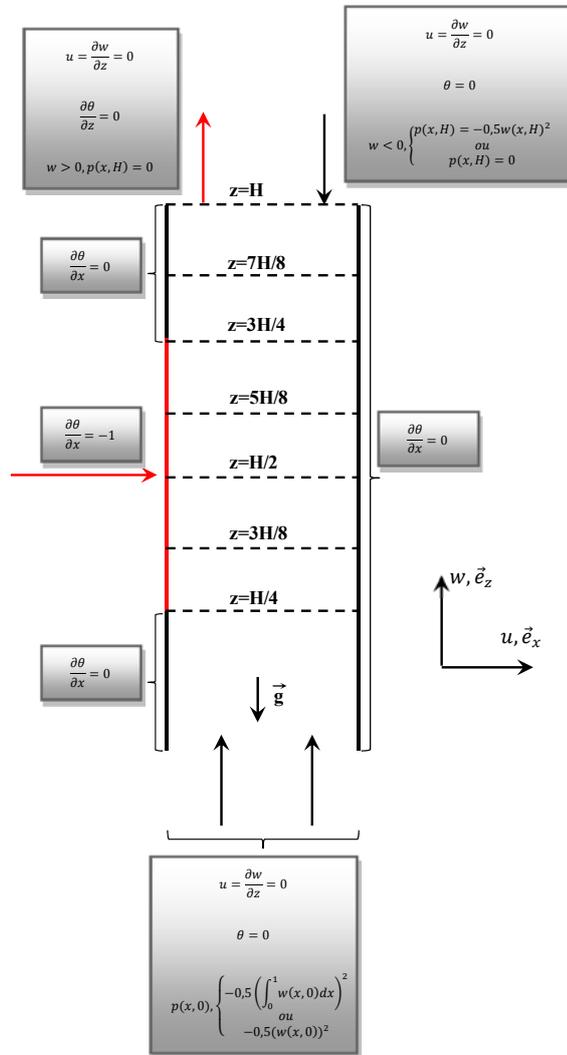


Figure 4.3 Géométrie avec conditions aux limites et emplacement des coupes

**4.4.4. Comparaison inter-logiciels**

Chaque équipe de recherche participant au projet (tableau 4.2), a fourni des résultats pour une valeur de Rayleigh modifié de  $Ra_m = 10^5$  ( $Ra_d = 5 \times 10^5$ ) et un rapport de forme  $A=10$ . Ce cas n'est pas choisi au hasard. Il s'agit d'un problème qui donne lieu à une recirculation en sortie. Nous présentons donc l'ensemble des résultats obtenus pour le jeu de conditions limites GB-0, LB-0, GB-LB et LB-LB (voir Tableau 4.2).

<b>Equipe Laboratoire</b>	<b>Code</b>	<b>Maillage</b>	<b>Méthode et schéma stationnaire</b>	<b>Conditions aux limites</b>
<b>PIMENT, LaSIE</b>	Code laboratoire	48×600	Volumes finis/ Non	GB-0
<b>Pprime</b>	FDS	400×400	Différences finies/Non	GB-0
<b>MSME, LAMA</b>	Code laboratoire	253×1520	Volumes finis/Oui/Non	GB, GB-0, LB, LB-0
<b>CETHIL</b>	Code laboratoire	200×1200	Différences finies/Non	GB, GB-0, LB, LB-0
<b>I2M-TREFLE</b>	Aquilon	100×1000	Volumes finis/Non	GB-0
<b>LIMSI</b>	Code laboratoire	256×2048	Volumes finis/Non	GB-0
<b>LGCgE, LEME</b>	Fluent	50×300	Volumes finis/Oui	LB
<b>LIMSI</b>	Code laboratoire	128×1300	Volumes finis/Non	GB, GB-0, LB, LB-0

**Tableau 4.2 Caractéristiques des simulations et équipes de recherches  
[G.Desrayaud et al. IJTS 2013].**

Pour chaque étude, nous comparons des champs de vitesse, de température. Pour compléter la comparaison, nous identifierons des grandeurs en rapport avec le rafraîchissement passif. Les paramètres sont les suivants :

- Le nombre de Nusselt local (1) noté  $Nu_1(z) = \frac{1}{\theta(0,z)}$  (4.12)

- Le nombre de Nusselt local (2) noté  $Nu_2(z) = \frac{1}{\theta(0,z) - \theta_a(z)}$  (4.13)

Avec la température débitante  $\theta_a(z) = \frac{1}{v} \int_0^1 w(x,z)\theta(x,z)dx$  et la vitesse moyenne  $\bar{v} = \int_0^1 w(x,z)dx \forall z \in ]0, A[$  (4.14)

- La taille de l'écoulement réentrant  $d_w$  ;

- La taille de la recirculation  $d_\psi$  ;

- Le débit traversant  $q_{ve}(z = 0) = \int_0^1 w(x, 0)dx$  (4.15)

- Le débit réentrant  $q_{vs}(z = A) = \int_0^1 \frac{|w(x,A) - w(x,A)|}{2} dx$  (4.16)

Les résultats de chaque équipe de recherche ont été collectés et représentés dans des tableaux. Pour chacune des grandeurs moyennes et pour chaque quantité locale, nous avons fixé la valeur de référence à la valeur médiane qui a été exprimée avec quatre chiffres significatifs. Trois grandeurs statistiques ont été utilisées, la valeur moyenne  $\langle x \rangle$ , l'écart-type ( $x_\sigma$ ) et la valeur médiane ( $x_m$ ) définis comme suit:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.17)$$

$$x_\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (4.18)$$

$$x_m \begin{cases} x_{(n+1)/2} & \text{si } n \text{ est impair, avec } x_1 \leq \dots \leq x_n \\ \left( x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right) / 2 & \text{si } n \text{ est pair, avec } x_1 \leq \dots \leq x_n \end{cases} \quad (4.19)$$

#### **4.4.5. Résultats et discussion GB-0 : $A=10$ , $Ra_m=10^5$**

Historiquement, les premiers essais de comparaison étaient peu concluants, en effet, Desrayaud et al. [2007] montraient une grande dispersion sur les grandeurs physiques. Les grandeurs montrant la plus grande dispersion étaient la composante verticale de la vitesse et la pression motrice. Les résultats numériques obtenus semblaient être fonction de la méthode de discrétisation utilisé et du couplage vitesse-pression d'où une importante dispersion. La comparaison du champ de température était satisfaisante. Nous nous sommes servis du cas de référence exploité par Desrayaud et al. [2007], afin de pouvoir bien mener le développement numérique.

Les résultats sont obtenus pour les valeurs suivantes des paramètres :  $Pr = 0,71$ ,  $Ra_m = 10^5$ ,  $A = 5$ .

##### **Description qualitative de l'écoulement du fluide et du champ de température**

Du côté de la paroi chaude, on distingue le développement de la couche limite ascendante et on observe que la vitesse verticale augmente progressivement vers son maximum en sortie de canal, figure 4.4. De plus, toujours sur la même figure, on peut relever deux informations essentielles. La première information est la taille de l'écoulement réentrant en partant de la paroi adiabatique :  $d_w = 0,520$  conforme aux autres résultats numériques (voir Tableau 4.3.a). En sortie de canal, la moitié de la largeur  $d$  est occupée par cet écoulement qui ré-entre à la température de référence  $T_0$ . La deuxième information est la profondeur de pénétration de l'écoulement réentrant. Dans ce cas GB-0, elle se situe entre  $H/2$  et  $3H/4$ , figure 4.6 et figure 4.7.

De la figure 4.5.b, on voit que la pression diminue d'abord dans la région adiabatique non chauffée à cause de la perte de charge se produisant par l'entrée du fluide isotherme dans le canal. Puis, au-delà de  $z = A / 4$ , la force de flottabilité devient active et la pente du gradient de pression s'inverse. Nous voyons clairement que la pression décroît linéairement dans la région amont de la zone chauffée lorsqu'on applique la condition d'entrée (4.9), ce qui confirme l'établissement du débit de manière dynamique en amont de la région chauffée. Au-dessus de  $z = 7A / 8$ , la courbe de pression prend l'allure "S", d'autant plus marquée que la pression dans les sections d'entrée / sortie dépend de l'énergie cinétique par unité de volume.

L'augmentation de la vitesse  $W(0,5; z)$ , représentées sur la figure 4.5.a est liée à l'évolution de la couche limite dynamique qui ralentie l'écoulement près des parois et l'accélère au centre du canal. Une fois que le fluide atteint la zone chauffée, une couche limite thermique se développe le long de la surface gauche et modifie la couche limite dynamique en augmentant la vitesse du fluide à cause de la flottabilité (figure 4.4). Etant donné que le débit est conservé, il en résulte une certaine diminution de la vitesse verticale au centre du canal.

Les résultats associés aux conditions limites de type GB-0 sont présentés dans le tableau 4.3. On remarque que les écarts-types sont petites  $\left(\frac{x_\sigma}{\langle x \rangle}\right) < 0,6\%$  pour les nombres de Nusselt moyen  $x \equiv \langle Nu_1 \rangle$  et  $\langle Nu_2 \rangle$  (tableau 4.3.b et tableau 4.3.c). Cette bonne concordance entre les différents contributeurs est confirmée lorsque l'on regarde les valeurs locales  $Nu_1(z)$  et  $Nu_2(z \leq 3H/4)$ , puisque l'écart moyen ne dépasse pas 1,7%. Au-delà de  $z = 3H/4$ , l'accord entre les participants devient plus important en se rapprochant de la partie supérieure  $\left(\frac{\langle Nu_2 \rangle_\sigma}{\langle Nu_2 \rangle} \approx 7\%$  pour  $z = H$ ).

Rappelons que  $Nu_1(z)$ , est inversement proportionnel à  $\theta(0, z)$  (Eq. 4.12), et donc la dispersion des résultats est nécessairement dû aux désaccords de la distribution de la température le long de la plaque gauche chauffée. La deuxième définition est  $Nu_2(z)$  est inversement proportionnelle à la différence des températures entre la paroi et celle débitante (Eq. 4.13). Ainsi, plus l'écart de température diminue, plus cette valeur sera sensible aux incertitudes de calcul. Les variations de la température débitante  $\theta_b(z)$  (Eq. 4.14, tableau 4.3.d) sont en bon accord sauf pour les résultats fournis par les équipes Pprime et LIMSI. Cet écart remarqué sur la température débitante et remarqué aussi sur les variables dynamiques. En effet, leurs débits  $q_{ve}(z = 0)$   $q_{vs}(z = H)$  (tableau 4.3.e), leurs taille de recirculation  $d_\psi(z)$  (tableau 4.3.f) et leur longueur correspondant à l'écoulement de fluide entrant à travers la partie supérieure du canal  $d_w(z)$  (tableau 4.3.a) diffèrent légèrement des valeurs fournies par les autres participants: Tandis que la largeur de recirculation  $d_\psi(z)$  semble plus petite ainsi que le débit de retour semble pénétrer moins profondément dans le canal pour l'équipe LIMSI, le comportement inverse est observé et donne des résultats parfaits par l'équipe Pprime. Des explications de ces écarts sont données comme suit :

La méthode numérique développée par l'équipe LIMSI résulte d'une analyse récente discrète du problème de Stokes basé sur une formulation d'une grille décalée avec une méthode de projection à vitesse et pression découplées [Le Quéré 2008, Garnier et al. 2012]. La condition de Neumann est appliquée d'habitude à l'incrément de pression peut conduire à une augmentation de la taille du noyau de l'opérateur de Stokes qui rend la solution des équations non linéaires complets indéterminée. Cela se produit en particulier lorsque les conditions aux limites de type Neumann sont imposées sur la composante de vitesse normale aux limites d'entrée et de sortie. Le problème de convection naturelle entre dans cette catégorie. Un algorithme approprié a été proposée qui découle du principe de superposition. La solution numérique finale est une combinaison linéaire d'une solution particulière fournie par un schéma de volumes finis classique et du mode de (vitesse, pression) appartenant au noyau de Stokes. Ces nouveaux travaux soulèvent clairement la question du choix des conditions aux limites artificielles mais aussi de leurs implémentations numériques.

Les écarts observés sur les résultats de GB-0 sont alors du fait que l'équipe LIMSI a imposé des pressions moyennes sur les sections d'entrée et de sortie et non des pressions uniformes comme il a été décrit dans les équations (4.9) & (4.11). Ainsi, LIMSI a résolu un problème physique voisin qui semble moins restrictive pour le champ d'écoulement.

En ce qui concerne notre contribution, on peut expliquer certains points. Tout d'abord, le logiciel FDS repose sur l'approximation des faibles nombres de Mach, adapté aux faibles vitesses. Cependant, ce modèle devrait fournir des résultats conforment à ceux obtenues avec l'approximation de Boussinesq tant que la température relative maximale utilisée ne dépasse jamais 1,7%. Une autre remarque peut être tirée quant à l'exactitude des calculs. En effet, le débit massique montre une légère augmentation de l'ordre de 0,1% à partir de l'entrée jusqu'à la section de sortie. Bien que cette variation peut être considérée comme négligeable, la convection naturelle dans les géométries ouvertes s'avère être très sensible aux erreurs numériques, et spécialement à la conservation de masse. Ainsi, ce manque de précision numérique peut expliquer les petits écarts constatés sur ces résultats.

Dans cette section on présente une synthèse des résultats issus de l'application des autres jeux de conditions aux limites types LB-LB, LB-0 et GB-GB [Chénier et Joulin 2013].

Une dispersion très importante est visible en sortie de canal lorsque le nombre de Nusselt est construit sur la température débitante pour les conditions aux limites LB-0 (tableau 4.5). Les très grandes valeurs atteintes par  $Nu_2$  indiquent un faible écart entre les températures débitante et pariétale, et a pour effet d'amplifier la sensibilité aux erreurs liées aux schémas numériques. Cependant, sur les trois contributions à ce cas test, deux travaux donnent des résultats en excellent accord ce qui permet de proposer de nouveau une valeur de référence.

### **Effet des conditions aux limites**

La comparaison des nombres de Nusselt moyens indique que les transferts de chaleur sont relativement peu sensibles aux conditions aux limites, avec moins de 2% de variation pour  $\overline{Nu}_1$  et légèrement moins de 8% pour  $\overline{Nu}_2$  (tableau 4.8). En revanche, une étude locale des transferts thermiques montre que le nombre de Nusselt construit sur la température débitante est extrêmement dépendant des conditions choisies dans les sections ouvertes, et cela d'autant plus que les échanges sont calculés dans la région supérieure adiabatique (tableau 4.5).

Cette dépendance résulte de la modification du débit d'alimentation en air du canal (tableau 4.8), mais également des caractéristiques des cellules de recirculation (tableaux 4.6 et 4.7). Cet accroissement du débit entrant en  $z = A$  correspond à une augmentation de la largeur sur laquelle le fluide est descendant (tableau 4.6) mais également de la vitesse moyenne de l'air entrant  $q_{in}(z = A)/d_w(z = A)$ . Enfin, la diminution de  $q_{in}(z = 0)$  avec les conditions aux limites s'accompagne d'une augmentation du débit de fluide pénétrant le canal par le haut, de sorte que le débit sortant à travers la section supérieure,  $\int_0^1 \frac{|w(x,A)|+w(x,A)}{2} dx = q_{in}(z = 0) + q_{in}(z = A)$ , devient quasiment constant en ne variant tout au plus que de 10%.

L'examen de l'effet des conditions aux limites dans la section inférieure montre que la condition de pression de pression uniforme (**Eq.4.9**) engendre un profil de vitesse verticale parabolique identique à celui d'un écoulement établi isotherme. En revanche, la prise en compte d'une pression locale (**Eq.4.8**), construite sur une pression dynamique constante, conduit à un champ de vitesse quasiment plat loin des parois verticales. L'établissement dynamique de ce dernier écoulement crée des pertes de charge supérieures au cas établi, ce qui explique la réduction du débit entrant par le bas. Dans la section supérieure, l'introduction d'une dépression locale (**Eq.4.10**) bloque l'écoulement de retour et diminue donc l'intensité et la taille du fluide pénétrant dans le canal.

#### **4.5. Conclusion**

Des valeurs de référence ont été établies pour des écoulements d'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement et 4 jeux de conditions aux limites dans les sections ouvertes. Les nombres de Nusselt, construits sur la température d'entrée ou débitante, la largeur du fluide entrant et la largeur de la recirculation sont relevés en fonction de la position axiale. Les nombres de Nusselt moyens sur la paroi chauffée et les débits de fluide pénétrant le canal par les sections inférieure et supérieure sont également calculés. Les résultats montrent que ces écoulements de convection naturelle sont très sensibles au choix des conditions aux limites ouvertes, en particulier pour ce qui concerne la forme et l'intensité de l'écoulement fluide. Le débit de fluide sortant par le haut du canal et engendré par le développement de la couche limite dynamique le long de la paroi chauffée n'est en revanche que très peu sensible aux conditions appliquées sur les frontières ouvertes.

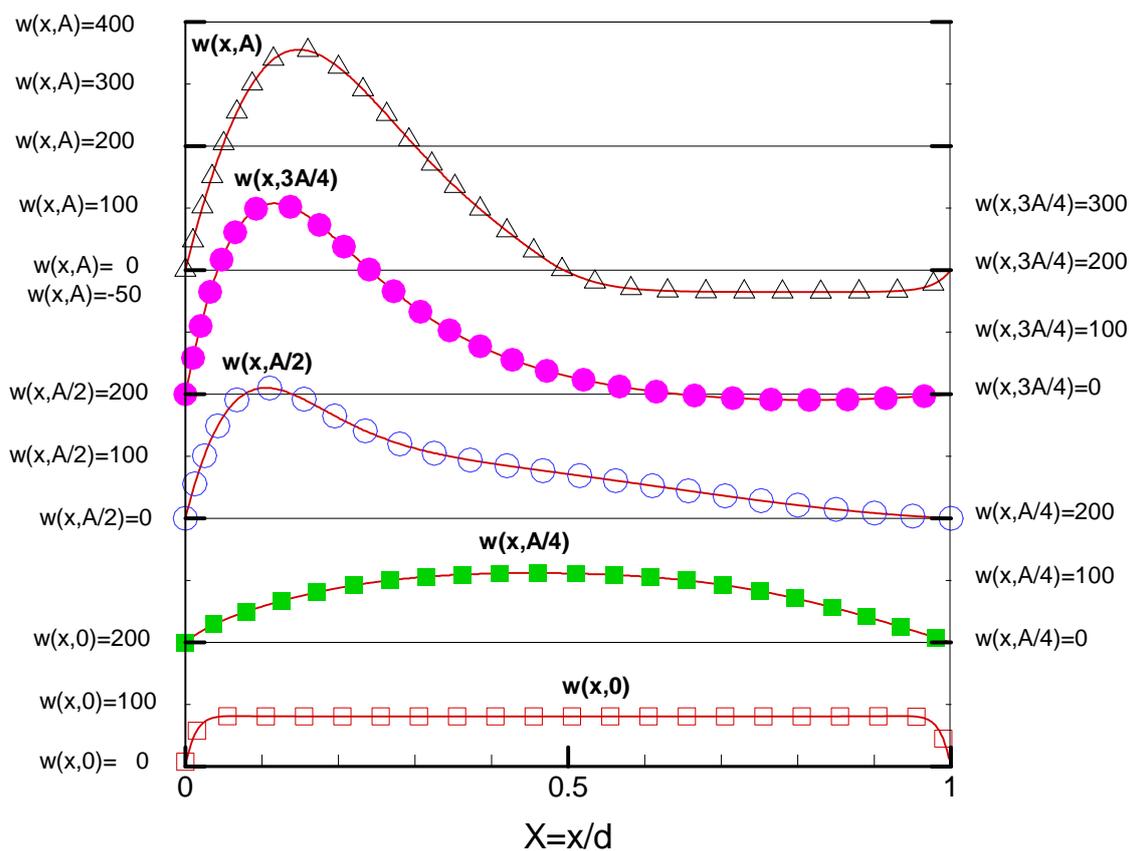


Figure 4.4 Composante de la vitesse verticale pour différentes sections horizontales du canal. Résultats fournis par l'équipe Pprime.

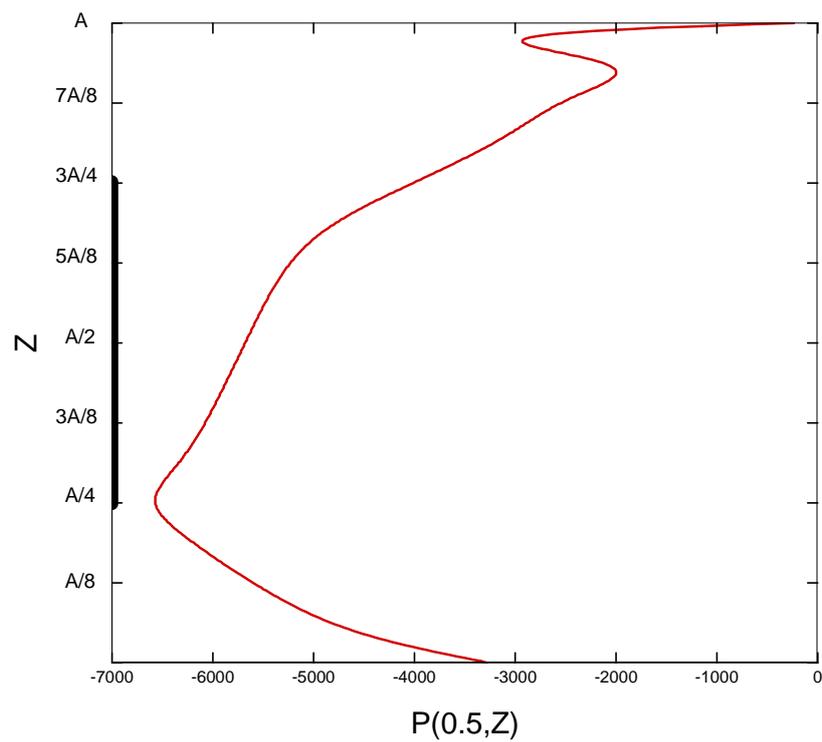
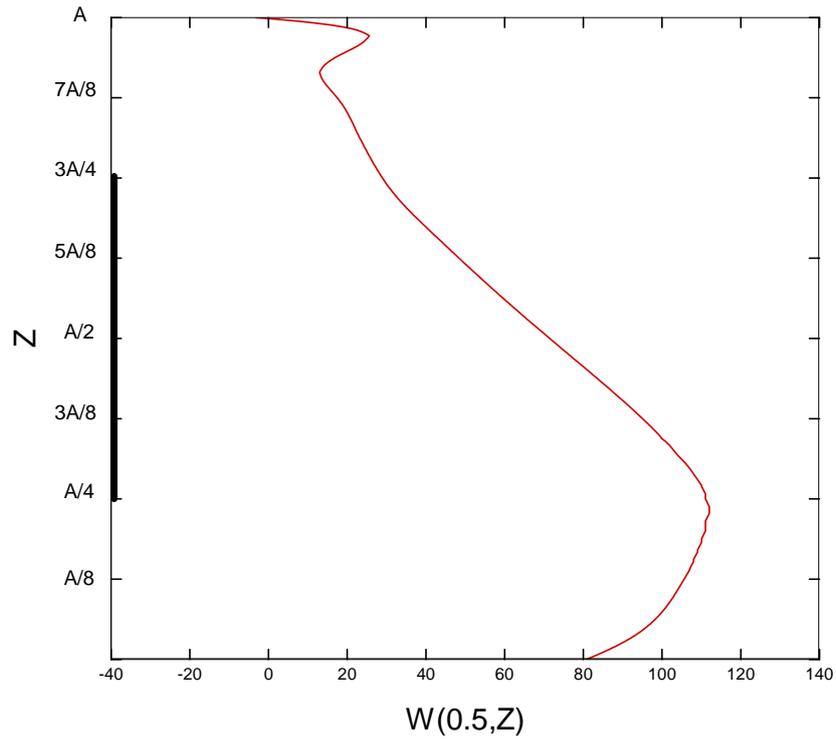


Figure 4.5 Profils de (a) la vitesse verticale et (b) Pression en fonction de l'élévation  $Z$  à mi largeur du canal. Résultats fournis par l'équipe Pprime.

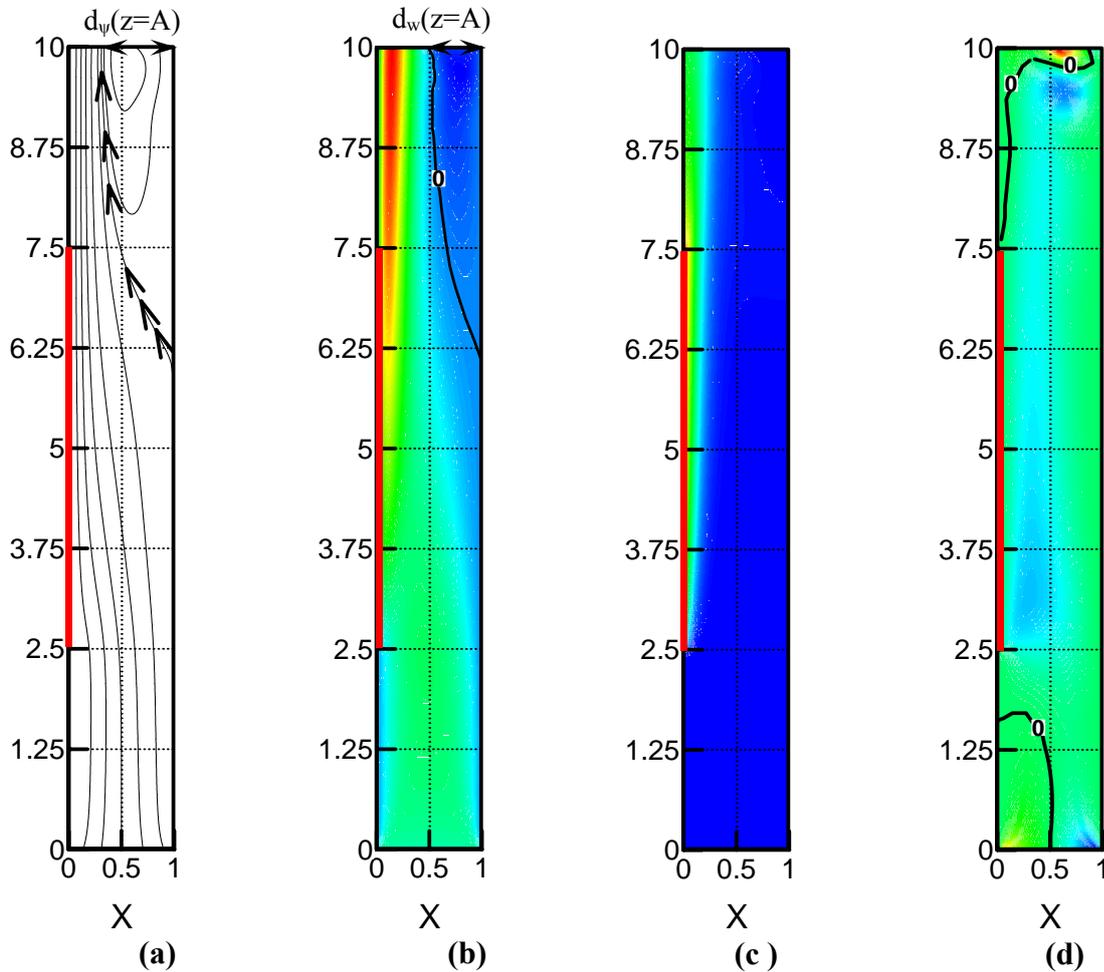


Figure 4.6 L'écoulement du fluide et champ de température pour les conditions aux limites GB-0. (a) Lignes de courant et largeur de recirculation. Dans la section supérieure est repérée la grandeur  $d_v(z=A)$ . (b) Champ de vitesse verticale  $w(x,z)$  et largeur de l'écoulement de retour. Dans la section supérieure est repérée la grandeur  $d_w(z=A)$ . (c) Champ de température et (d) Champ de vitesse horizontale  $u(x,z)$ . Résultats fournis par Pprime.

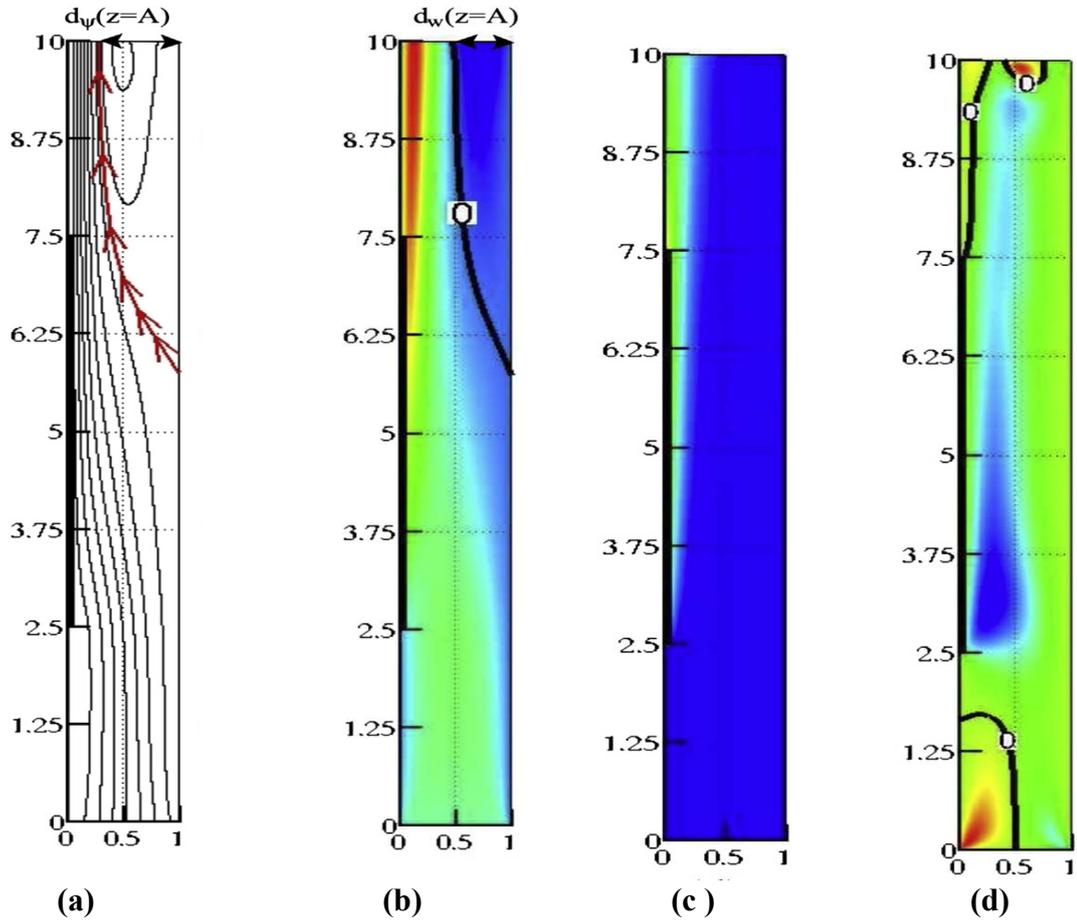


Figure 4.7 L'écoulement du fluide et champ de température pour les conditions aux limites GB-0. (a) Lignes de courant et largeur de recirculation. Dans la section supérieure est repérée la grandeur  $d_\psi(z=A)$ . (b) Champ de vitesse verticale  $w(x,z)$  et largeur de l'écoulement de retour. Dans la section supérieure est repérée la grandeur  $d_w(z=A)$ . (c) Champ de température et (d) Champ de vitesse horizontale  $u(x,z)$ . [Desrayaud et al. 2013]

**Chapitre IV. Description numérique du comportement aéralique appliqué aux géométries ouvertes**

---

(a) Taille de l'écoulement entrant  $d_w$

$d_w(z) \times 10^1$						
$z$	3H/8	H/2	5H/8	3H/4	7H/8	H
PIMENT	--	--	0,9023	3,709	4,637	4,987
Pprime	--	--	2,150	4,000	4,725	5,200
MSME	--	--	0,8906	3,713	4,641	5,020
CETHIL	--	--	0,9200	3,700	4,630	5,030
I2M-TREFLE	--	--	0,9024	3,723	4,646	5,001
LIMSI	--	--	0,2596	3,219	4,404	4,794
$(d_w)_m$	--	--	0,9023	3,713	4,640	5,018
$\langle d_w(z) \rangle$	--	--	0,9890	3,683	4,618	5,007
$(\langle d_w(z) \rangle)_\sigma \times 10^2$	--	--	5,2	2,1	0,92	1,1

(b) Nombre de Nusselt local  $Nu_1$

$Nu_1(z)$						
$z$	3H/8	H/2	5H/8	3H/4	7H/8	H
PIMENT	7,269	6,227	5,684	5,501	9,879	11,94
Pprime	7,342	6,284	5,740	5,712	10,04	12,22
MSME	7,284	6,236	5,691	5,665	9,886	11,95
CETHIL	7,286	6,238	5,693	5,664	9,891	11,95
I2M-TREFLE	7,266	6,221	5,678	5,534	9,877	12,26
LIMSI	7,303	6,250	5,703	5,676	9,926	12,00
$(Nu_1)_m$	7,286	6,238	5,693	5,665	9,886	11,95
$\langle Nu_1(z) \rangle$	7,291	6,242	5,698	5,638	9,912	12,04
$(\langle Nu_1(z) \rangle)_\sigma$	0,024	0,019	0,019	0,079	0,054	0,130

**Chapitre IV. Description numérique du comportement aéraulique appliqué aux géométries ouvertes**

(c) Nombre de Nusselt local  $Nu_2$

$Nu_2(z)$						
$z$	3H/8	H/2	5H/8	3H/4	7H/8	H
PIMENT	8,255	7,812	7,865	8,947	27,37	52,19
Pprime	8,313	7,881	7,958	9,049	27,87	54,18
MSME	8,256	7,807	7,853	8,917	27,22	51,76
CETHIL	8,254	7,802	7,845	8,890	27,09	51,31
I2M-TREFLE	8,232	7,786	7,834	8,606	27,30	58,55
LIMSI	8,228	7,735	7,735	8,700	25,37	45,38
$(Nu_2)_m$	8,255	7,807	7,853	8,917	27,22	51,76
$\langle Nu_2(z) \rangle$	8,257	7,805	7,849	8,877	27,06	52,14
$(\langle Nu_2(z) \rangle)_\sigma$	0,026	0,04	0,06	0,15	0,73	3,6

(d) Température débitante  $\theta_b$

$\theta_b(z) \times 10^2$						
$z$	3H/8	H/2	5H/8	3H/4	7H/8	H
PIMENT	1,630	3,240	4,860	6,470	6,460	6,460
Pprime	1,590	3,236	4,693	6,454	6,374	6,339
MSME	1,617	3,226	4,837	6,431	6,442	6,438
CETHIL	1,610	3,213	4,818	6,407	6,420	6,417
I2M-TREFLE	1,615	3,230	4,846	6,451	6,462	6,452
LIMSI	1,539	3,072	4,605	6,124	6,133	6,130
$(\theta_b(z))_m$	1,614	3,226	4,831	6,431	6,439	6,437
$\langle \theta_b(z) \rangle$	1,602	3,205	4,784	6,395	6,390	6,382
$(\langle \theta_b(z) \rangle)_\sigma \times 10^3$	0,28	0,55	0,89	1,1	1,1	1,1

**Chapitre IV. Description numérique du comportement aéraulique appliqué aux géométries ouvertes**

(e) Résumés des grandeurs moyennes

	$\langle Nu_1 \rangle$	$\langle Nu_2 \rangle$	$q_{ve}(z = 0)$	$q_{vs}(z = H)$
PIMENT	6,947	8,519	77,43	17,70
Pprime	7,000	8,584	77,63	16,62
MSME	6,924	8,483	77,60	17,52
CETHIL	6,930	8,482	77,80	17,61
I2M-TREFLE	6,980	8,484	77,66	17,72
LIMSI	6,960	8,430	81,50	15,11
$(\blacksquare)_m$	6,947	8,484	77,63	17,52
$\langle \blacksquare \rangle$	6,955	8,498	78,17	17,11
$x_\sigma(\blacksquare)$	0,025	0,043	1,4	0,89

(f) Taille de la recirculation  $d_\psi$

$d_\psi(z) \times 10^1$						
$z$	3H/8	H/2	5H/8	3H/4	7H/8	H
PIMENT	--	--	1,380	5,456	6,670	7,080
Pprime	--	--	2,919	5,857	6,743	7,049
MSME	--	--	1,334	5,392	6,652	7,068
CETHIL	--	--	1,330	5,380	6,610	7,000
I2M-TREFLE	--	--	1,344	5,405	6,657	7,072
LIMSI	--	--	0,392	4,705	6,349	6,841
$(d_\psi)_m$	--	--	1,334	5,392	6,652	7,049
$\langle d_\psi(z) \rangle$	--	--	1,432	5,369	6,618	7,022
$(\langle d_\psi(z) \rangle)_\sigma \times 10^2$	--	--	6,9	3,1	1,2	0,78

**Tableau 4.3 : Comparaisons des grandeurs intégrales locales et moyennes pour GB-0 entre les différents contributeurs. [G. Desrayaud et al. I. J. Therm. Sci. 2013]**

z	Eqs.(4.8) & (4.11)		Eqs.(4.8) & (4.10)		Eqs.(4.9) & (4.11)		Eqs.(4.9) & (4.10)	
	$m_{Nu_1}$	$\frac{\sigma_{Nu_1}}{\langle Nu_1 \rangle}$						
3A/8	7,198	0,45‰	7,267	0,36‰	7,286	3,3‰	7,325	0,46‰
A/2	6,170	0,38‰	6,219	0,28‰	6,238	3,0‰	6,265	0,39‰
5A/8	5,627	0,42‰	5,674	0,25‰	5,693	3,3‰	5,716	0,30‰
3A/4	5,602	3,9‰	5,647	3,8‰	5,665	14‰	5,694	4,2‰
7A/8	9,692	0,76‰	9,835	0,088‰	9,886	5,4‰	9,965	0,22‰
A	11,68	0,97‰	11,87	0,31‰	11,95	11‰	12,05	0,35‰

**Tableau 4.4 Nombre de Nusselt  $Nu_1(z)$ . Valeurs médianes  $m_{Nu_1}$  et rapport entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\frac{\sigma_{Nu_1}}{\langle Nu_1 \rangle}$**

z	Eqs.(4.8) & (4.11)		Eqs.(4.8) & (4.10)		Eqs.(4.9) & (4.11)		Eqs.(4.9) & (4.10)	
	$m_{Nu_2}$	$\frac{\sigma_{Nu_2}}{\langle Nu_2 \rangle}$						
3A/8	8,469	1,3‰	8,296	0,56‰	8,255	3,1‰	8,207	0,32‰
A/2	8,311	2,8‰	7,889	0,67‰	7,807	5,1‰	7,671	0,36‰
5A/8	8,690	4,4‰	7,991	2,4‰	7,853	7,7‰	7,626	0,66‰
3A/4	10,52	13‰	9,160	6,1‰	8,917	17‰	8,528	5,4‰
7A/8	50,95	33‰	29,71	0,43‰	27,22	27‰	23,78	3,5‰
A	471,0	219‰	61,34	1,2‰	51,76	70‰	40,50	6,5‰

**Tableau 4.5 Nombre de Nusselt  $Nu_2(z)$ . Valeurs médianes  $m_{Nu_2}$  et rapport entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\frac{\sigma_{Nu_2}}{\langle Nu_2 \rangle}$**

z	Eqs.(4.8) & (4.11)		Eqs.(4.8) & (4.10)		Eqs.(4.9) & (4.11)		Eqs.(4.9) & (4.10)	
	$m_{d_w}$	$\frac{\sigma_{d_w}}{\langle d_w \rangle}$						
3A/8	0	--	0	--	0	--	0	--
A/2	0	--	0	--	0	--	0	--
5A/8	0,4141	19‰	0,1534	5,3‰	0,09023	530‰	0	--
3A/4	0,5157	7,2‰	0,4139	0,16‰	0,3713	58‰	0,2591	16‰
7A/8	0,5424	3,8‰	0,4862	0,37‰	0,4640	20‰	0,4106	4,0‰
A	0,5530	2,7‰	0,5230	5,6‰	0,5018	22‰	0,4758	2,3‰

**Tableau 4.6 Longueur du fluide entrant  $d_w(z)$ . Valeurs médianes  $m_{d_w}$  et rapport entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\frac{\sigma_{d_w}}{\langle d_w \rangle}$**

z	Eqs.(4.8) & (4.11)		Eqs.(4.8) & (4.10)		Eqs.(4.9) & (4.11)		Eqs.(4.9) & (4.10)	
	$m_{d_\psi}$	$\frac{\sigma_{d_\psi}}{\langle d_\psi \rangle}$						
3A/8	0	--	0	--	0	--	0	--
A/2	0	--	0	--	0	--	0	--
5A/8	0,5912	20‰	0,2260	12‰	0,1334	480‰	0	--
3A/4	0,7257	9,0‰	0,5953	4,1‰	0,5392	58‰	0,3826	7,7‰
7A/8	0,7644	7,1‰	0,6921	3,8‰	0,6652	18‰	0,5950	0,44‰
A	0,7775	6,1‰	0,7204	2,9‰	0,7049	11‰	0,6595	3,8‰

**Tableau 4.7 Longueur de recirculation  $d_\psi(z)$ . Valeurs médianes  $m_{d_\psi}$  et rapport entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\frac{\sigma_{d_\psi}}{\langle d_\psi \rangle}$**

$\xi$	Eqs.(4.8) & (4.11)		Eqs.(4.8) & (4.10)		Eqs.(4.9) & (4.11)		Eqs.(4.9) & (4.10)	
	$m_\xi$	$\frac{\sigma_\xi}{\langle \xi \rangle}$						
$\overline{Nu}_1$	6,840	1,0‰	6,913	0,94‰	6,947	3,6‰	6,969	1,1‰
$\overline{Nu}_2$	9,005	3,2‰	8,580	1,0‰	8,484	5,1‰	8,362	1,1‰
$q_{in}(z = 0)$	59,82	8,6‰	73,47	0,32‰	77,63	17‰	85,77	3,1‰
$q_{in}(z = A)$	28,87	11‰	18,59	0,56‰	17,52	52‰	11,97	19‰

**Tableau 4.8** Nombres de Nusselt moyens  $\xi \equiv \overline{Nu}_1$ ,  $\xi \equiv \overline{Nu}_2$ , débits de fluide entrant dans la section inférieure  $\xi \equiv q_{in}(z = 0)$  et la section supérieure  $\xi \equiv q_{in}(z = A)$  du canal. Valeurs médianes  $m_{D_\xi}$  et rapport entre les écarts types et les valeurs moyennes

$$\frac{\sigma_{D_\xi}}{\langle D_\xi \rangle}$$



# CHAPITRE V: Etude expérimentale du champ dynamique des écoulements de convection naturelle dans un canal vertical muni d'un barreau chauffant

## Sommaire

---

- 5.1. Introduction ;
  - 5.2. Détermination des paramètres expérimentaux et variables sans dimensions ;
  - 5.3. Etude du champ dynamique pour un nombre de Rayleigh  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  ;
    - 5.3.1. Circulation globale et structure de l'écoulement dans la cheminée ;
    - 5.3.2. Profils de vitesse et fluctuation dans la cheminée ;
      - 5.3.2.1. Composante verticale et fluctuation ;
      - 5.3.2.2. Composante horizontale et fluctuation ;
    - 5.3.3. Grandeurs turbulentes ;
      - 5.3.3.1. Energie cinétique de turbulence 2D ;
      - 5.3.3.2. Intensité de turbulence ;
      - 5.3.3.3. Bidimensionnalité ;
      - 5.3.3.4. Calcul du débit massique adimensionnel ;
  - 5.4. Comparaison du champ dynamique pour les deux nombres de Rayleigh étudiés ;
    - 5.4.1. Champs moyen et fluctuant ;
      - 5.4.1.1. Circulation globale dans le canal ;
      - 5.4.1.2. Vitesses et fluctuations ;
      - 5.4.1.3. Intensité de turbulence ;
  - 5.5. Conclusion.
-

### **5.1. Introduction**

Le problème de convection naturelle en géométries ouvertes reste difficile à résoudre, du point de vue expérimental, les expériences d'Elenbass en 1942 et de Webb & Hill en 1989 représentent des références pour les études numériques ultérieures. Par ailleurs, la majorité des études expérimentales se sont limitées à des mesures thermiques (flux et températures pariétaux), peu de résultats concernant les débits et les profils de vitesse dans le canal sont disponibles (Manca et al., 2003). Dans le cadre cette thèse, nous avons choisi de développer un dispositif expérimental qui n'a pas été étudié avant : un canal vertical muni d'un barreau chauffant comme source de chaleur. Nous avons plus particulièrement choisi de focaliser notre étude sur la dynamique, peu documentée à ce jour, de l'écoulement de convection naturelle généré à l'intérieur du canal. Dans ce chapitre, nous avons axé notre travail sur la quantification des données dynamiques par la détermination des champs de vitesses sur les zones visualisées par la PIV-2D qui a été choisie pour mener une investigation spatiale plus poussée de la dynamique de l'écoulement.

Nous avons mené une campagne de mesures de vitesse par PIV-2D afin de préciser la dynamique de l'écoulement et de caractériser la turbulence dans ce genre de géométrie.

Dans le paragraphe 5.2 de ce chapitre, nous avons défini les paramètres expérimentaux et variables sans dimensions utilisés dans l'étude du champ dynamique de l'écoulement. Au paragraphe 5.3, on décrit le cheminement du fluide dans le canal en présentant les lignes iso-valeurs de courant et le champ de vitesse moyenne. Dans le même paragraphe, nous présentons la circulation globale de l'écoulement en déterminant, à l'aide toujours de la technique de la PIV, les cartographies des vitesses moyennes et les profils des composantes vitesses moyennes sur chaque côte  $Z^*$  du canal suivi d'une synthèse. Dans le même paragraphe nous nous interrogeons sur la bi-dimensionnalité de l'écoulement. Dans ce contexte on calcule le débit massique par unité de longueur sur chaque côte  $Z^*$  du canal et on calcule aussi la divergence de la vitesse moyenne dans toute la cheminée, pour répondre à cette question. On termine ce paragraphe par le calcul et l'analyse des grandeurs turbulentes.

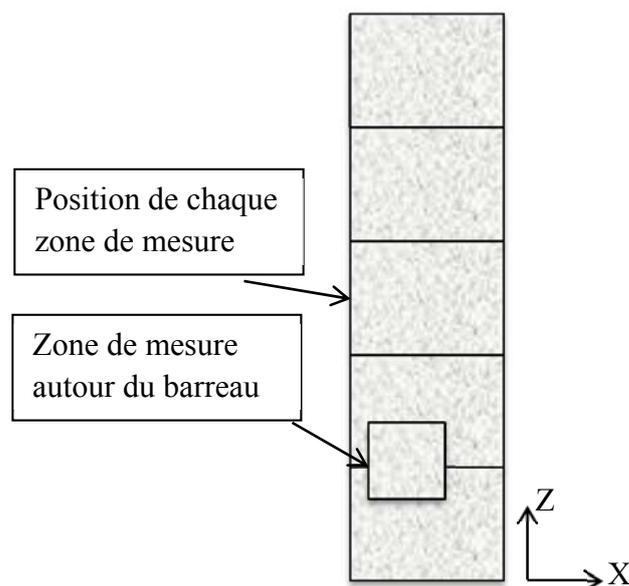
Le dernier paragraphe est dédié à la comparaison du champ dynamique pour les deux nombre de Rayleigh choisi dans cette étude suivi par une conclusion partielle.

Cette étude permettra, on l'espère, de fournir des résultats constituant une base de données expérimentales pouvant servir à valider les modèles numériques.

## **5.2. Détermination des paramètres expérimentaux et variables sans dimensions**

Les travaux antérieurs effectués par les expérimentateurs montrent que dans les géométries ouvertes le nombre de Rayleigh critique (basé sur la largeur du canal) pour lequel l'écoulement est turbulent est de l'ordre de  $Ra_d \geq 10^5$  [Boudjemadi et al. 1997]. Pour cette raison nous avons choisi des valeurs de Rayleigh basée sur la largeur du canal supérieures à  $10^6$ .

Nous avons examiné pour les deux écarts de température ( $\Delta T = 113,7 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $45,6 \text{ }^\circ\text{C}$ ), cinq zones de mesure de  $12 \times 12 \text{ cm}^2$ , le long du canal plus une zone centrée autour du barreau chauffé (voir figure 5.1).



**Figure 5.1 Schéma des différentes positions mesurées.**

On présente dans cette partie du chapitre les résultats des mesures de vitesse pour un écoulement d'air en convection naturelle turbulente dans une cheminée disposant d'un barreau que l'on maintient à une température fixe,  $T_b$ . Pour chaque expérience les propriétés thermo-physiques de l'air sont prises à la température ambiante à l'entrée de la cheminée.

Dans ces conditions, nous avons mené des expériences pour des valeurs du nombre de Rayleigh basées sur la hauteur et la largeur du canal respectivement égales à  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  et  $Ra_d = 2 \times 10^7$ , soit un écart de température entre le barreau et la température ambiante de  $\Delta T_{\max} = 113,7$  °C et une vitesse de référence  $V_{réf} = \frac{\alpha}{L_b} \sqrt{Ra_{L_b}} = 1,6$   $ms^{-1}$  et  $Ra_H = 10^9$  et  $Ra_d = 8 \times 10^6$ , soit un écart de température de  $\Delta T_{\min} = 45,6$  °C et une vitesse de référence  $V_{réf} = \frac{\alpha}{L_b} \sqrt{Ra_{L_b}} = 1,02$   $ms^{-1}$ . Notons que d'autres définitions du nombre de Rayleigh sont possibles [Ilie et al. 2012], mais quelle que soit la façon de définir le nombre de Rayleigh, les conclusions demeurent inchangées.

### **5.3. Etude du champ dynamique pour un nombre de Rayleigh $Ra_H = 2,5 \times 10^9$**

#### **5.3.1. Circulation globale et structure de l'écoulement dans la cheminée**

Nous avons représenté le champ de vitesse moyenne sur la figure 5.2 (à gauche) où l'on peut voir se développer, principalement dans la partie du canal contenant le barreau chauffé, le panache qui croît en transportant la chaleur vers la sortie du canal. On observe aussi que l'intensité de la vitesse augmente progressivement et atteint une valeur moyenne de l'ordre de 0,34 m/s.

La figure 5.2 (à droite) restitue le cheminement complet du fluide dans toute la cheminée par les lignes de courant. Sur la partie haute du barreau se forme deux petites zones de recirculations dues au détachement de l'écoulement du barreau lors de la formation du panache. Aucun retour de fluide n'a été remarqué à la sortie du canal, on note en passant que la zone de recirculation à la sortie d'une cheminée n'est remarquée qu'à proximité de la paroi opposée maintenue adiabatique [Sparrow et al. 1984].

La cartographie du module de la vitesse moyenne présentée sur la figure **5.3** nous donne une vision générale de la structure de l'écoulement. On constate que les vitesses les plus importantes sont localisées dans le panache du barreau. Toutefois il est à souligner que

l'intensité du mouvement est particulièrement faible : le maximum de vitesse ne dépasse pas 21% dans la région  $2 \leq Z^* \leq 4$  de la vitesse de référence de convection naturelle déjà définit  $V_{\text{réf}}$  (avec  $V_{\text{réf}} = \frac{\alpha}{L_b} \sqrt{Ra_{L_b}} = 1,6 \text{ m.s}^{-1}$ ).

Sur la figure **5.4** les composantes verticales (à gauche) et horizontales (à droite) du vecteur vitesse mesurées pour différentes côtes  $Z^*$  du canal sont présentées. Plus de détails sur les profils de vitesse moyenne horizontaux et verticaux sont discutés dans le paragraphe suivant.

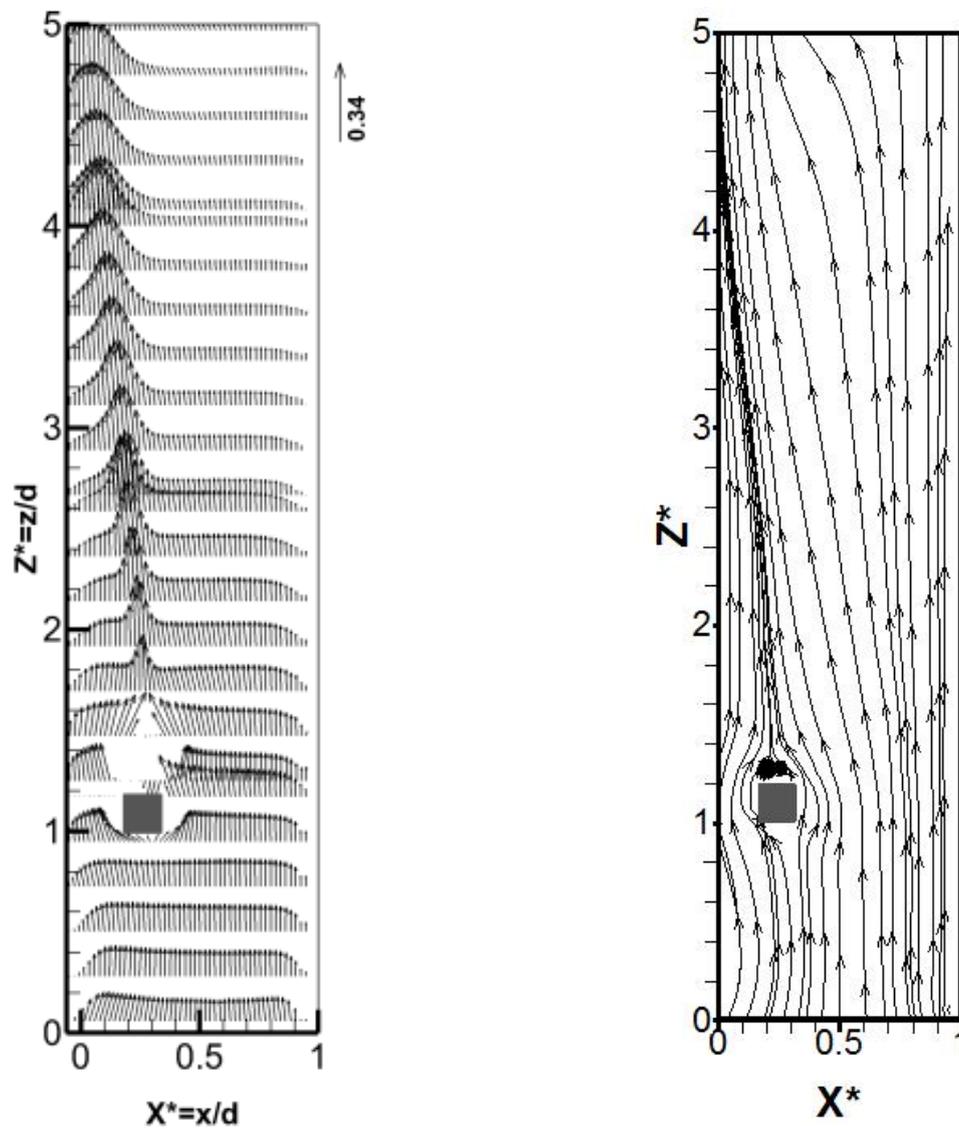


Figure 5.2 La structure de l'écoulement dans le plan médian vertical de la cheminée : le champ de vitesse moyenne (à gauche) et les lignes de courant (à droite).

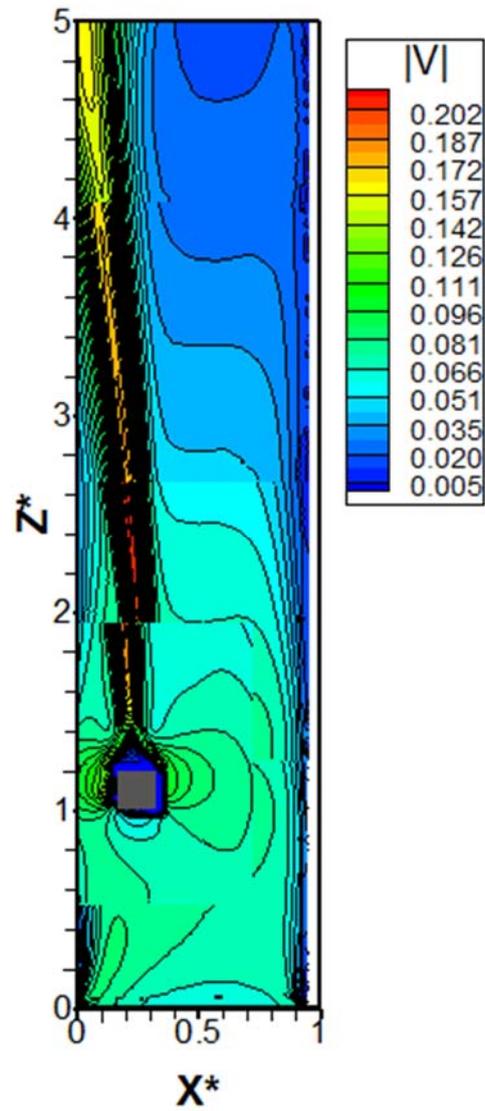


Figure 5.3 Cartographie du module de la vitesse moyenne adimensionnée pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

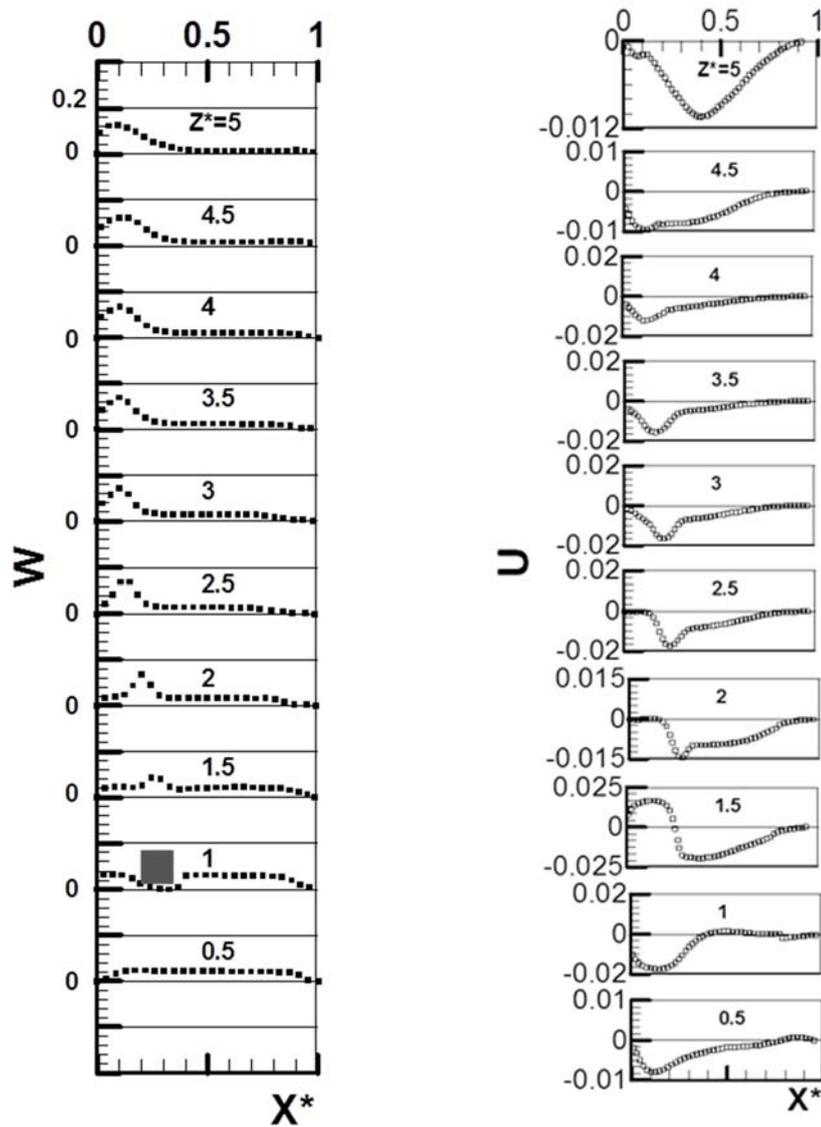


Figure 5.4 Profils de vitesse moyenne pour différentes hauteurs pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  : composante verticale (à gauche) ; composante horizontale (à droite).

### **5.3.2. Profils de vitesse et fluctuation dans la cheminée**

#### **5.3.2.1. Composante verticale et fluctuation**

Pour caractériser la dynamique de l'écoulement, nous avons choisi une méthode de mesure non intrusive, permettant la détermination des champs de vecteurs vitesse instantanés, la technique de la Vélocimétrie laser par Imagerie de Particules bidimensionnelles PIV-2D (une présentation détaillée de la PIV est présentée dans le chapitre II). Le mouvement du fluide est généré par un barreau chauffé maintenu à une température,  $T_b$ , de  $130,8^\circ\text{C}$ , aucune mesure intrusive n'ont été prises pour minimiser les perturbations possibles qui peuvent introduites à l'écoulement par les bords de la cheminée.

Les résultats des mesures PIV présentés dans cette partie ont été obtenus à mi profondeur du canal. La figure **5.5** présente une cartographie de vitesse moyenne verticale  $W$  ainsi que la fluctuation RMS associée  $W_{rms}$ . Une analyse rapide de cette figure nous amène à dire que l'écoulement est caractérisé par des vitesses faibles associées à des gradients transverse (selon  $X^*$ ) élevés à proximité de la zone chauffée (dans le panache du barreau), et est le siège de fluctuations importantes de vitesse. Quelques profils de la moyenne de la composante verticale de vitesse ainsi que sa fluctuation ont été tracés et analysés pour chaque côte du canal.

Les profils moyens et leurs fluctuations sont présentés respectivement sur la figure **5.6**. Ils présentent un pic à proximité du barreau chauffé à  $X^* \approx 0,15$  suivi d'une zone au centre du canal où la vitesse est plus faible et quasiment constante.

L'intensité des fluctuations de vitesse verticale, figure **5.6** (à droite) d'allure similaire pour toutes les hauteurs  $Z^*$  est maximale à proximité du barreau chauffé, zone où les gradients de vitesse sont les plus importants et atteint 50% de la vitesse verticale maximale enregistrée. Elles décroissent ensuite de façon drastique, ce qui correspond à une diffusion forte des contraintes de Reynolds.

L'examen des profils de la composante verticale  $W$  le long de la cheminée, figure **5.6** (à gauche) montrent que l'écoulement commence à peu près uniforme, il correspond bien à l'effet cheminé décrit dans la littérature ; aspiration globale sur toute la largeur du canal avec une légère déformation en direction de la région chauffée. En aval, se développe un pic présentant le maximum de vitesse près du barreau chauffé et qui se maintient jusqu'à la sortie du canal.

L'air ambiant est entraîné par le barreau chauffé et il est accéléré en raison de la flottabilité vers la zone chauffée. Le maximum de vitesse augmente entre les côtes  $Z^* = 2$  et  $Z^* = 4$  dans le panache et on enregistre à la côte  $Z^* = 2,5$ , la valeur maximale de la composante verticale de vitesse.

La figure **5.7** montre l'évolution de la vitesse axiale le long de la ligne médiane. On observe une accélération du fluide avant l'entrée dans la zone chauffée ( $Z^* \leq 1$ ), puis un ralentissement progressif dans cette zone chauffée (dans le panache) jusqu'à atteindre une vitesse quasiment nulle en sortie de canal.

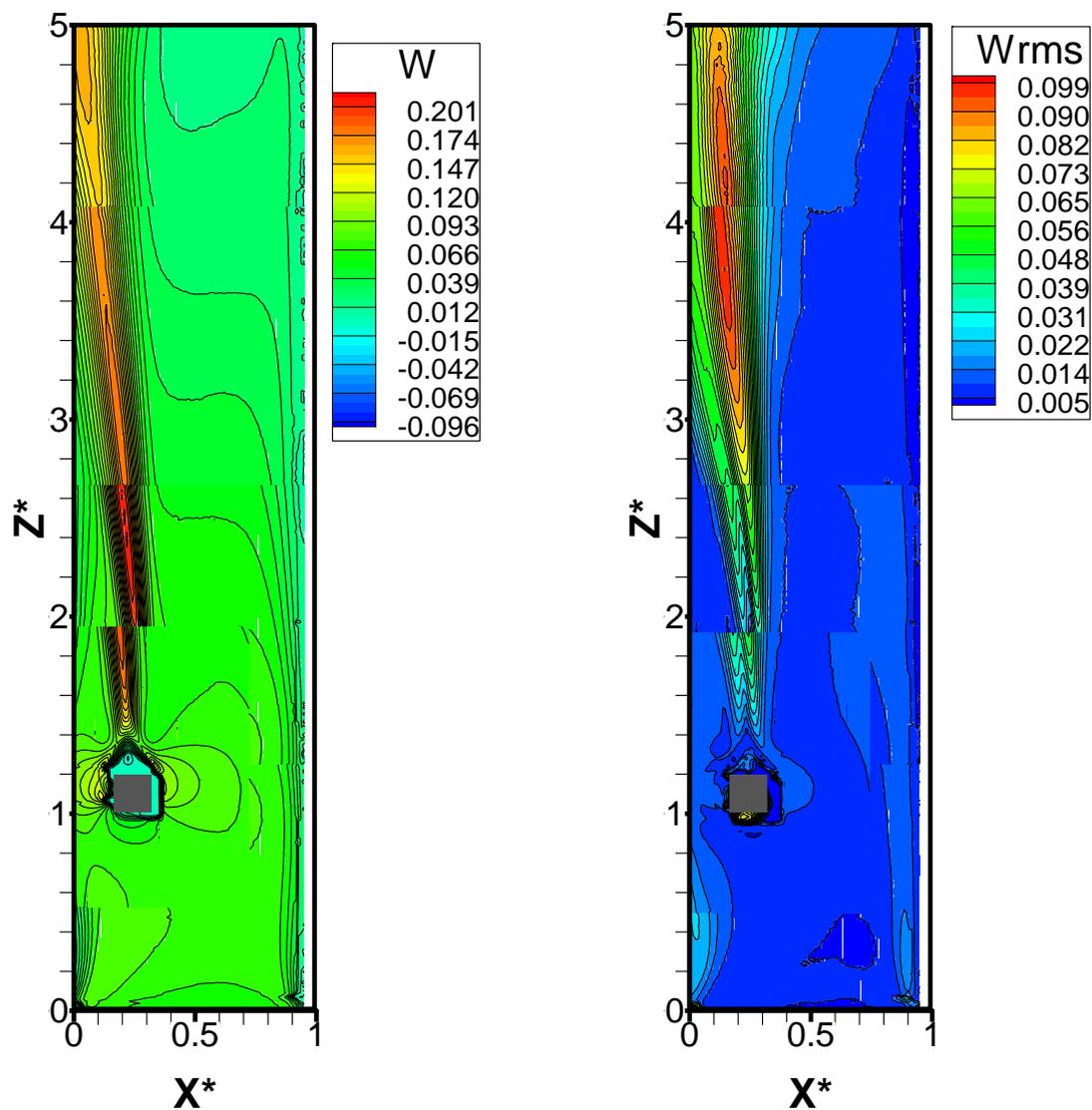


Figure 5.5 Cartographies de la composante verticale de vitesse adimensionnée (à gauche) et de sa fluctuation (à droite) pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

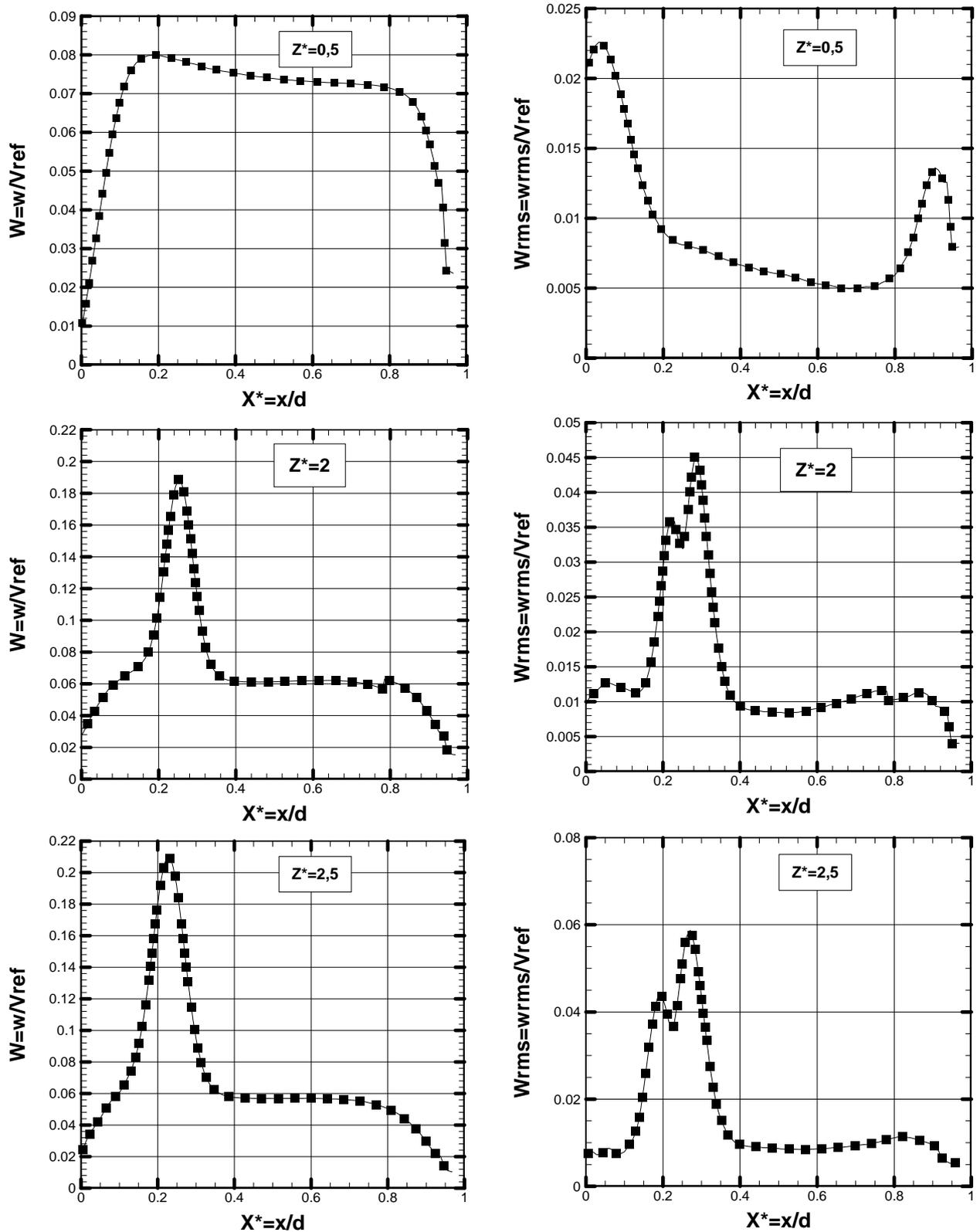


Figure 5.6 Profil de la composante verticale de la vitesse moyenne  $W$  dans le plan médian à la côte  $Z^*=0,5$ ,  $Z^*=2$  et  $Z^*=2,5$  (à gauche) et sa fluctuation  $W_{rms}$  correspondante (à droite) pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

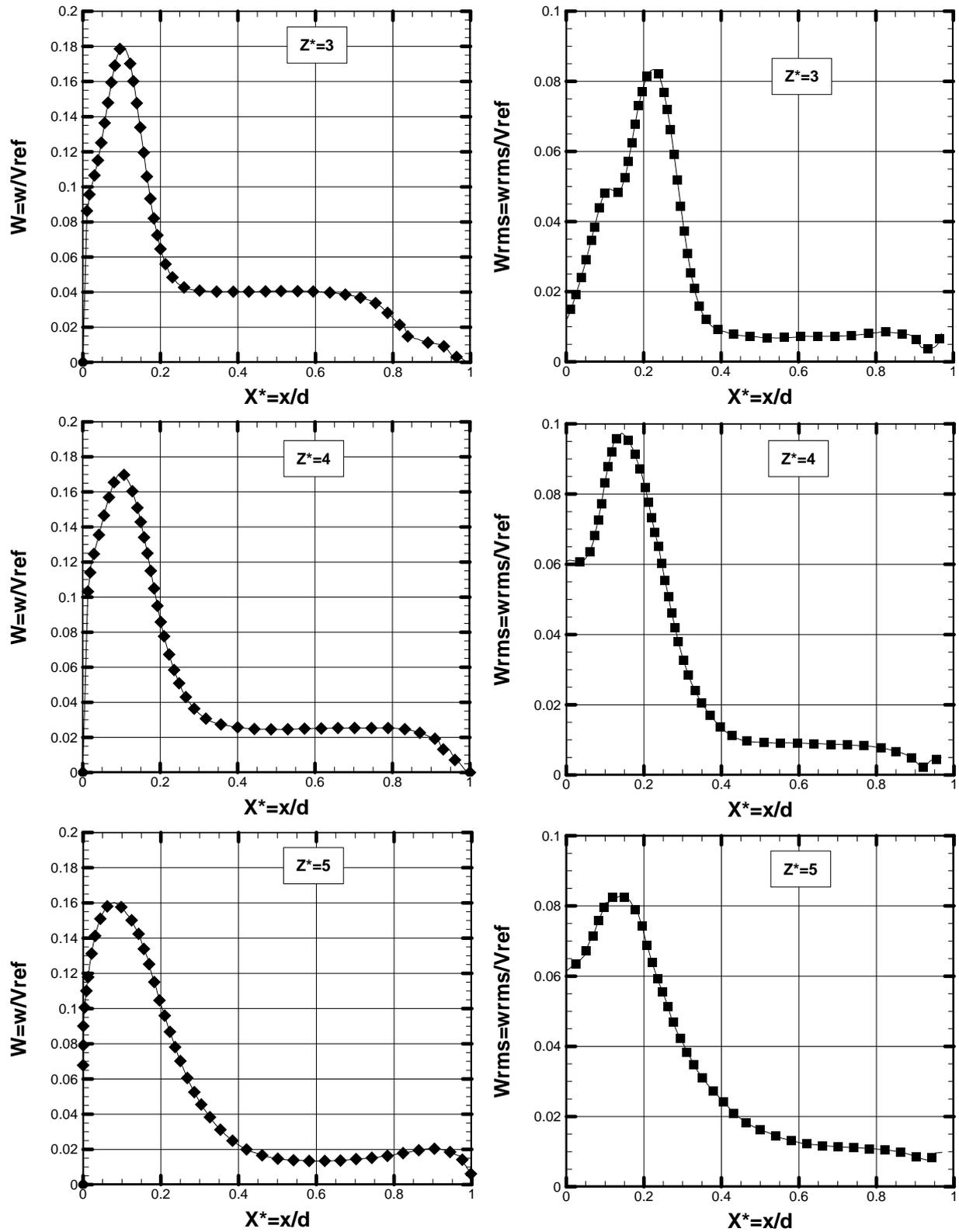


Figure 5.6.bis Profil de la composante verticale de la vitesse moyenne  $W$  dans le plan médian à la côte  $Z^*=3, Z^*=4$  et  $Z^*=5$  (à gauche) et sa fluctuation  $W_{rms}$  correspondante (à droite) pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

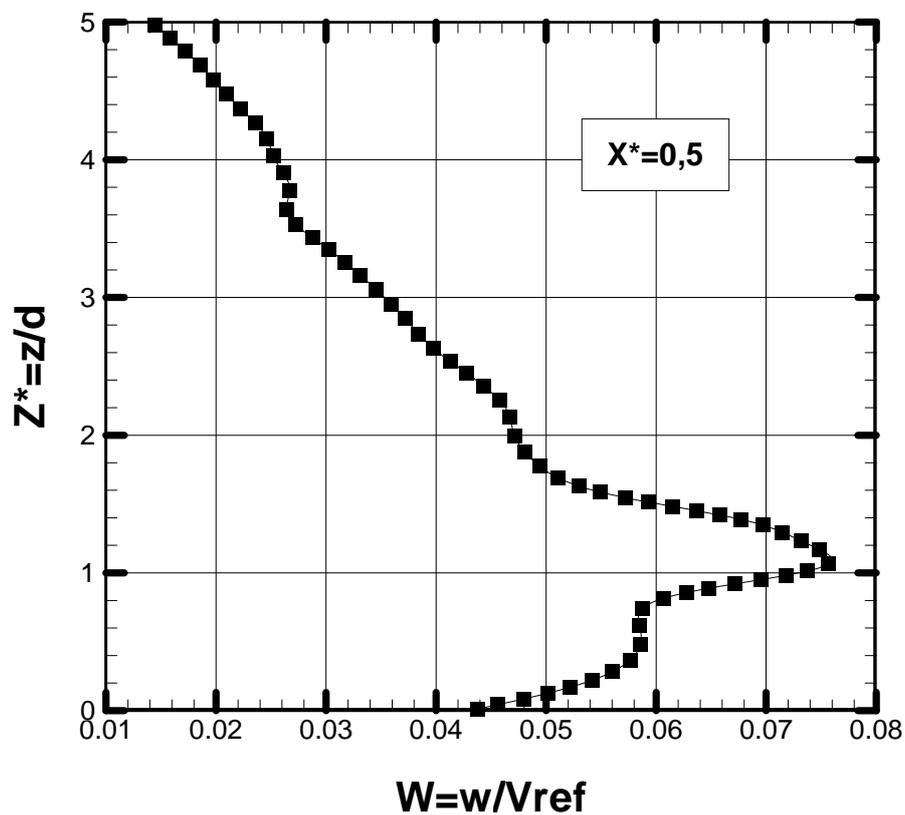


Figure 5.7 Profil de la composante verticale de la vitesse moyenne  $W$  dans le plan médian à mi largeur  $X=0,5$  pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

### **5.3.2.2. Composante horizontale et fluctuation**

La figure **5.8** présente une cartographie de vitesse moyenne horizontale ainsi que la fluctuation associée. Excepté autour du barreau chauffé, la vitesse est relativement faible dans toute la cheminée. On remarque que la valeur maximale de la fluctuation de vitesse horizontale est localisée dans le panache dans la zone  $Z^* \geq 4$ .

En examinant les figures **5.9** et **5.9 bis**, on remarque que la composante vitesse horizontale a une évolution opposée à celle de la composante verticale. Elle décroît jusqu'à un minimum dans la zone  $X^* \leq 0,5$  et augmente jusqu'à la sortie du panache. En général, dans les écoulements de convection naturelle dans les géométries semi infinies, la composante vitesse horizontale  $U$  est 12 fois plus petite que la composante verticale [Skurtys 2004]. On peut noter que les valeurs RMS de cette quantité suivent une évolution inverse, elles augmentent jusqu'à être maximales dans le panache et diminuent pour se stabiliser en dehors. Les fluctuations horizontales restent significatives dans la zone  $Z^* \geq 4$  atteignant ainsi près de 17% de la vitesse verticale maximale enregistrée.

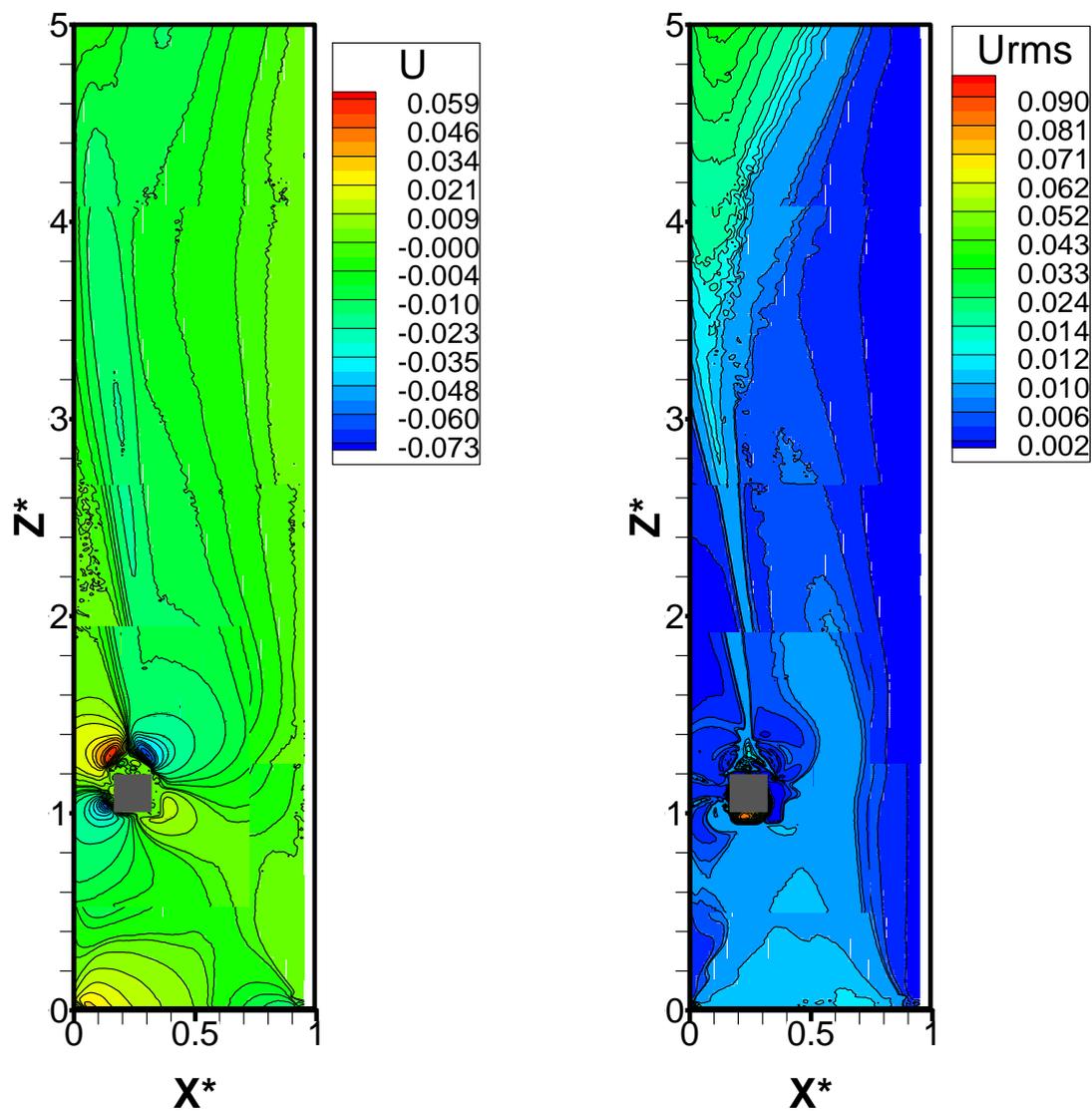


Figure 5.8 Cartographies de la composante horizontale de vitesse adimensionnée (à gauche) et de sa fluctuation (à droite) pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

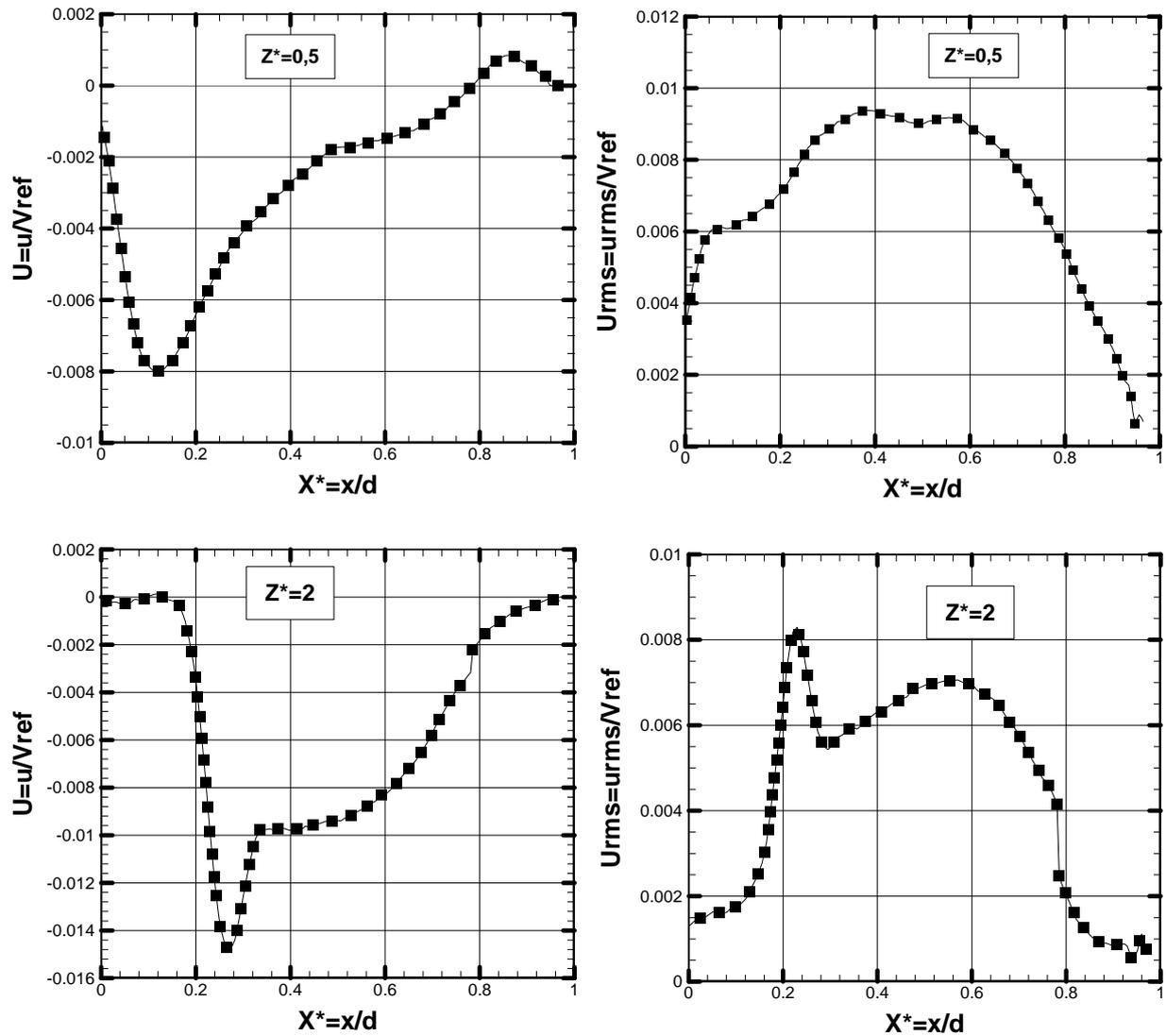


Figure 5.9 Profil de la composante horizontale de la vitesse moyenne  $U$  dans le plan médian à la côte  $Z^*=0,5$   $Z^*=2$  (à gauche) et sa fluctuation  $U_{rms}$  correspondante (à droite) pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

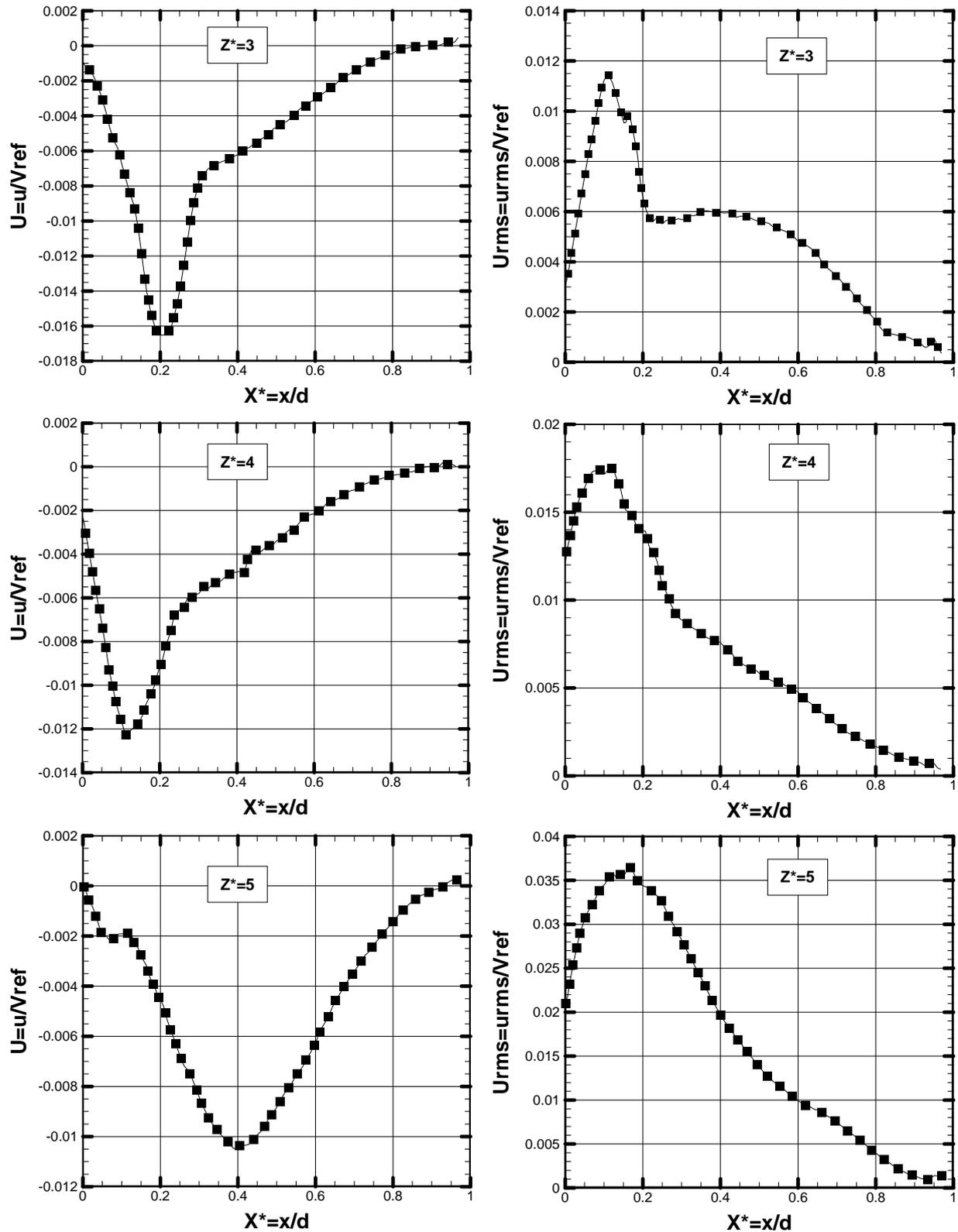


Figure 5.9 bis Profil de la composante horizontale de la vitesse moyenne  $U$  dans le plan médian à la côte  $Z^*=3$ ,  $Z^*=4$  et  $Z^*=5$  (à gauche) et sa fluctuation  $U_{rms}$  correspondante (à droite) pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

### **5.3.3. Grandeurs turbulentes**

#### **5.3.3.1. Energie cinétique de turbulence**

L'énergie cinétique turbulente  $k$  est une quantité clé dans la modélisation de la turbulence. Parce que les résultats expérimentaux sont seulement 2D et qu'il est clair que l'écoulement n'est pas dans cet état lorsqu'il est faiblement turbulent, les résultats présentés ne devront être pris que qualitativement.

Nous avons calculé l'énergie cinétique de turbulence,  $k$ , à partir des fluctuations RMS des composantes horizontales et verticales de vitesse comme suit :

$$k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{w'^2}}{2} \quad (5.1)$$

Et nous avons tracé une cartographie de l'énergie cinétique turbulente 2D représentée sur la figure **5.10**. On remarque que cette énergie est répartie dans tout le panache et atteint des valeurs importantes dans la zone  $Z^* \geq 3$  où la vitesse verticale est importante. En dehors du panache, l'énergie cinétique turbulente est presque nulle.

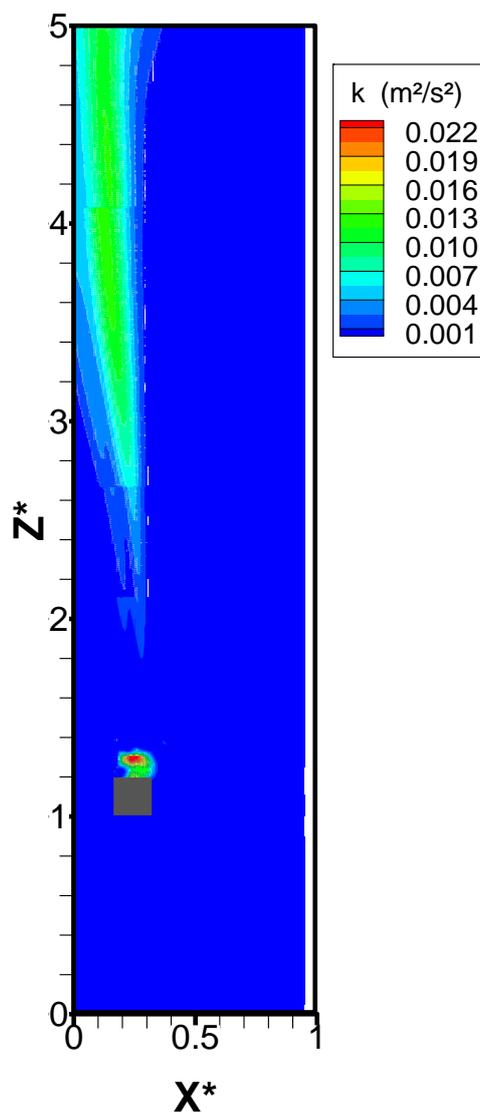


Figure 5.10 Cartographie de l'énergie cinétique turbulente dans la cheminée pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

### 5.3.3.2. Intensité de turbulence

L'intensité de turbulence dynamique a été calculée dans le panache à différentes altitudes du canal et précisément dans les zones transversales où les fluctuations et les vitesses verticales sont maximales.

Cette grandeur est définie suit :

$$I_w = \frac{\sqrt{w'^2}}{\bar{w}} \quad (5.2)$$

En exploitant la figure 5.11 on peut dire que le niveau de la turbulence croît lorsqu'on remonte le long du canal, sa valeur augmente de 15% à la côte  $Z^* = 1,5$  jusqu'à 60% à  $Z^* = 4,5$  et à cause de l'effet de la zone de sortie cette valeur diminue jusqu'à 52% à  $Z^* = 5$ .

On remarque une brusque augmentation de l'intensité entre  $Z^* = 2,5$  et  $Z^* = 3$

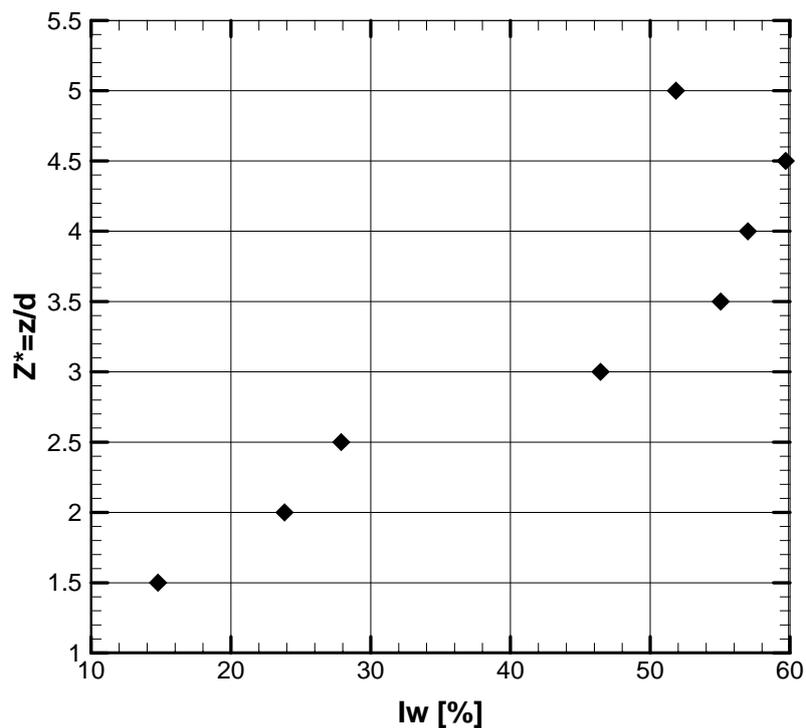


Figure 5.11 Intensité de turbulence dans le panache pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

### 5.3.3.3. Bidimensionnalité

Comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent, les résultats expérimentaux sont 2D et que les écoulements en réalité sont tridimensionnels. Pour identifier les zones où l'écoulement devenait plus ou moins tridimensionnel, nous avons effectué le calcul de la divergence sur les champs de vitesse moyenne. En effet la divergence présente l'intérêt de traduire la conservation du débit masse en tout point dans le cas d'un écoulement à masse volumique constante.

Si le vecteur vitesse  $\vec{V}$  a pour composantes moyennes  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$ , alors sa divergence s'écrit :

$$div\vec{V} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad (5.3)$$

Or l'équation de continuité qui traduit la conservation du débit masse en 2D s'écrit :

$$div\vec{V} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \approx 0 \quad (5.4)$$

On peut donc en déduire que si en 2D  $div\vec{V} \neq 0$ , alors il n'y a pas conservation du débit dans le plan (x, z) et cela implique que  $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \neq 0$ , d'où l'existence d'une troisième composante de la vitesse non nulle et par conséquent, l'écoulement est tridimensionnel.

En appliquant la divergence aux champs de vitesse moyenne, on trouve un écoulement quasiment bidimensionnel dans le plan médian de la cheminée comme l'atteste les figures **5.12** et **5.13** et **5.14**

Où

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \approx 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \approx 0 \quad (5.5)$$

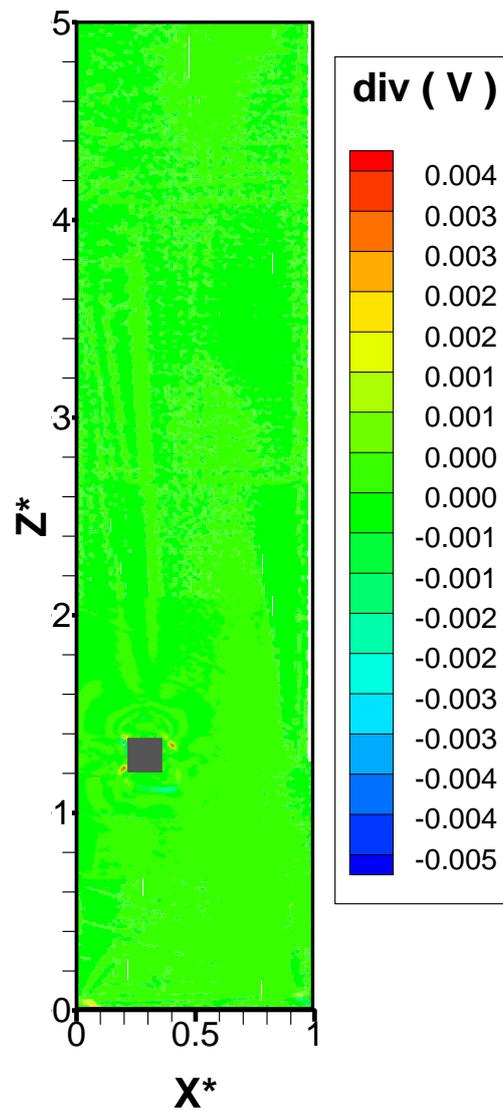


Figure 5.12 Divergence du champ de vitesse moyenne le long de la cheminée pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

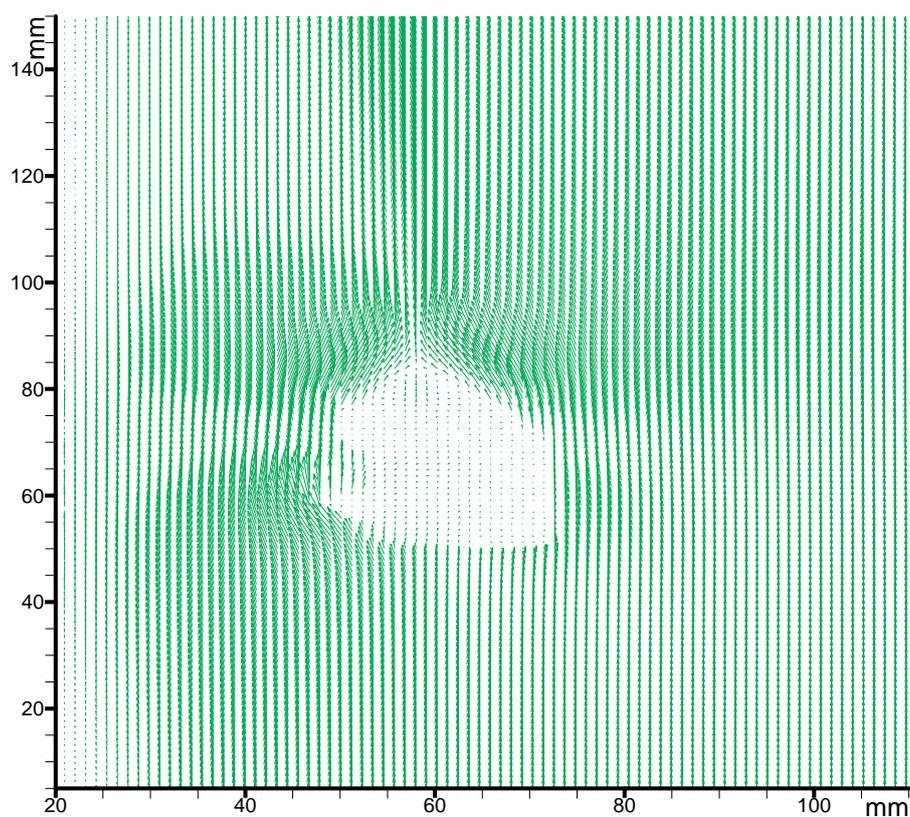


Figure 5.13 Champ de vitesse moyenne autour du barreau pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

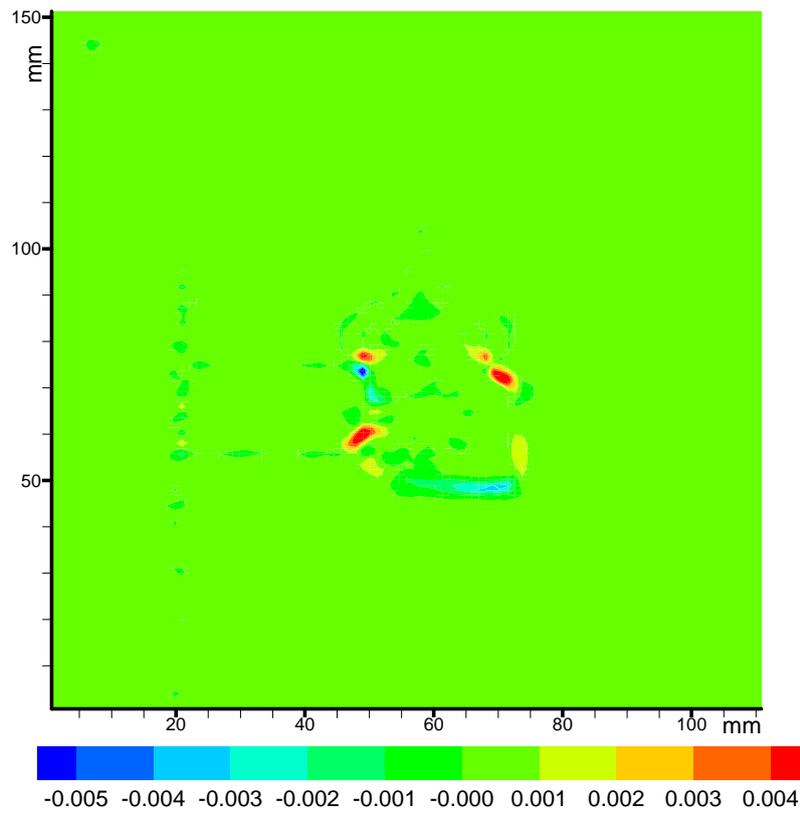


Figure 5.14 Divergence du champ de vitesse moyenne autour du barreau pour  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$ .

### **5.3.3.4. Calcul du débit massique adimensionnel**

Afin de vérifier que l'écoulement dans chaque plan est bien bidimensionnel, on peut, à l'aide des profils de vitesse mesurés, calculer le débit massique adimensionnel par unité de longueur (profondeur) pour chaque hauteur  $Z^*$ .

On définit le débit massique adimensionnel traversant une côte  $Z^*$  par :

$$Q(Z^*) = \int_0^1 W(X^*, Z^*) dX^* \quad (5.6)$$

Dans le tableau 5.1 nous avons reporté la valeur du débit pour quelques élévations  $Z^*$ . On remarque, que pour chaque plan, le débit a une valeur approximativement constante, cela explique l'inexistence d'écoulement de recirculation tridimensionnel significatif qui perturbe l'écoulement principal, ce qui prouve la bidimensionnalité de l'écoulement dans la cheminée.

Remarquons que l'écart maximal entre les valeurs du débit pour chaque côte ne dépasse pas 3%, cette valeur demeure acceptable dans le cas des mesures expérimentaux. Cet écart est expliqué par toutes les perturbations et difficultés liées aux mesures des vitesses par la PIV.

Côte $Z^*$	Débit adimensionnel	$W'_{\max}$	$W_{\max}$
0,5	4,68E-02	0,0226	0,0799
2	4,75E-02	0,0450	0,1889
4	4,83E-02	0,0973	0,1708
5	4,82E-02	0,0831	0,1602

**Tableau 5.1 Débit massique adimensionnel pour quelques valeur de  $Z^*$**

#### **5.4. Comparaison du champ dynamique pour les deux nombres de Rayleigh étudiés**

Afin de mener une bonne étude comparative pour les deux valeurs du nombre de Rayleigh étudiés et pour ne pas alourdir ce chapitre, nous avons choisi quelques figures permettant une synthèse.

##### **5.4.1. Champs moyen et fluctuant**

###### **5.4.1.1. Circulation globale dans le canal**

En examinant la structure de l'écoulement pour les deux cas étudiés,  $\Delta T_{\max} = 113,7^{\circ}\text{C}$  et  $\Delta T_{\min} = 45,6^{\circ}\text{C}$ , figure **5.15**, on peut faire les mêmes remarques, l'aspiration de l'air par l'effet cheminée, la formation des zones de recirculations sur la partie haute du barreau chauffé.

Pour  $\Delta T_{\min} = 45,6^{\circ}\text{C}$  l'écoulement au-delà de  $Z^*=1$  est plus lent que celui pour  $\Delta T_{\max} = 113,7^{\circ}\text{C}$ . Cela est remarqué par l'inclinaison des iso-valeurs des lignes de courant de  $\Delta T_{\min}$ . Cette configuration est justifiée par les profils des vitesses (voir annexes  $\Delta T_{\min}$ ) qui décrivent une allure qui tend vers zéro voir même vers des valeurs négatives très faibles aux côtes  $Z^* \geq 3$  à  $X \geq 0,15$ . L'augmentation de la température du barreau chauffée accélère donc l'écoulement de l'air jusqu'à la sortie du canal et donc les vitesses dimensionnelles sont élevées par rapport à celles du cas  $\Delta T_{\min}$ . On remarque aussi que le panache pour le cas  $\Delta T_{\max}$  est accéléré et tend à s'accoler à la paroi gauche (effet Coanda entre le panache et la paroi).

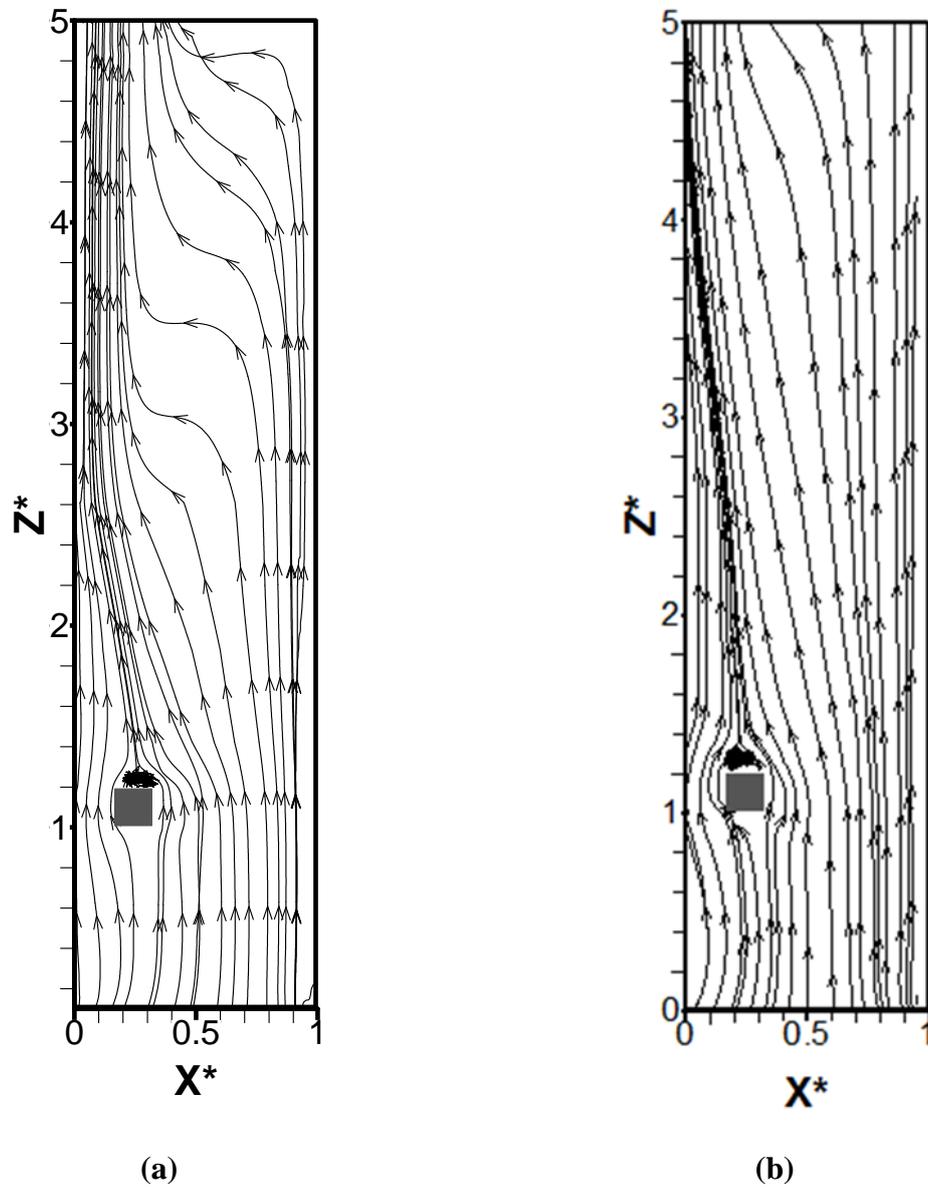


Figure 5.15 Lignes de courant dans la cheminée pour : a-  $Ra_H = 10^9$  et b-  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$

#### **5.4.1.2. Vitesses et fluctuations**

L'évolution de la vitesse verticale maximale et la fluctuation sont représentées sur les figures **5.16** et **5.17**. On remarque qu'indépendamment des effets à l'entrée du canal que la vitesse augmente avec l'élévation  $Z^*$  dans la partie laminaire pour les deux cas étudiés. Par contre cette vitesse décroît avec  $Z^*$  dans la partie de l'écoulement turbulent.

Nous remarquons que la zone turbulente pour  $\Delta T_{\max}$  se développe à partir de  $Z^* \geq 2,5$  par contre dans le cas de  $\Delta T_{\min}$  elle se développe au-delà de  $Z^* \geq 3,5$  à cause des vitesses faibles. La même tendance s'observe pour les fluctuations maximales.

#### **5.4.1.3. Intensité de turbulence**

L'intensité de turbulence garde la même tendance, figure **5.18**, elle augmente dans le panache avec  $Z^*$ . On remarque qu'entre  $Z^* = 1,5$  et  $Z^* = 2,5$ , l'intensité augmente indépendamment de la température. Dans cette zone, les fluctuations sont presque du même ordre de grandeur mais les valeurs maximales de la vitesse moyenne verticale pour  $\Delta T = 113,7$  °C sont élevées de  $\approx 35$  % de celles  $\Delta T = 45,6$  °C, ce qui explique les valeurs faibles de l'intensité pour  $\Delta T = 113,7$  °C. Au-delà de  $Z^* = 3$ , l'intensité de turbulence augmente avec la température et sa valeur maximale est remarquée à  $Z^* = 4,5$  pour  $\Delta T = 113,7$  °C.

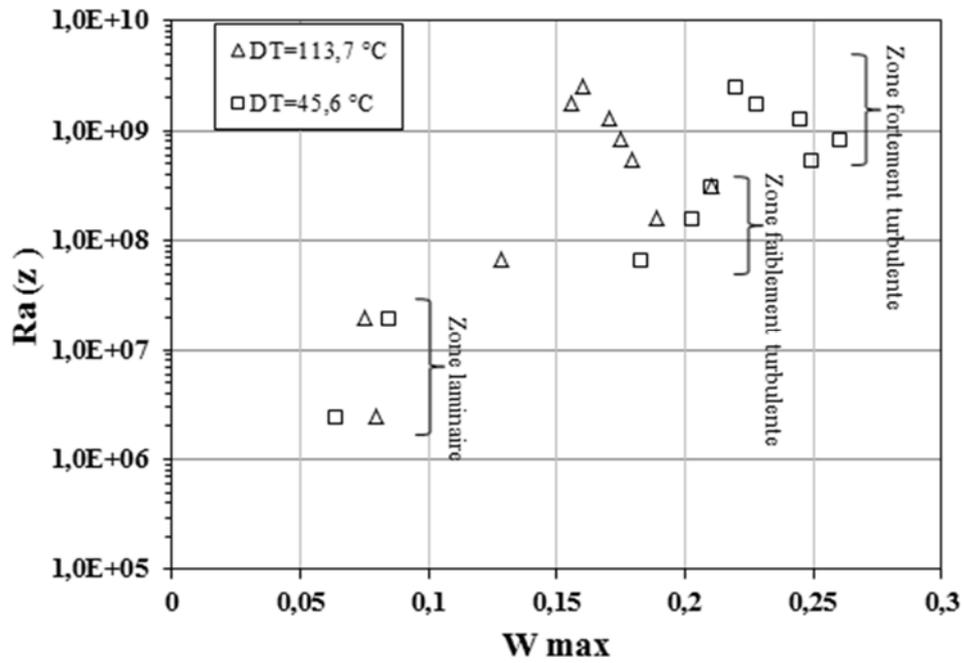


Figure 5.16 Evolution du maximum de la vitesse verticale moyenne dans le panache en fonction du nombre de Rayleigh local pour les deux écarts de température étudiés.

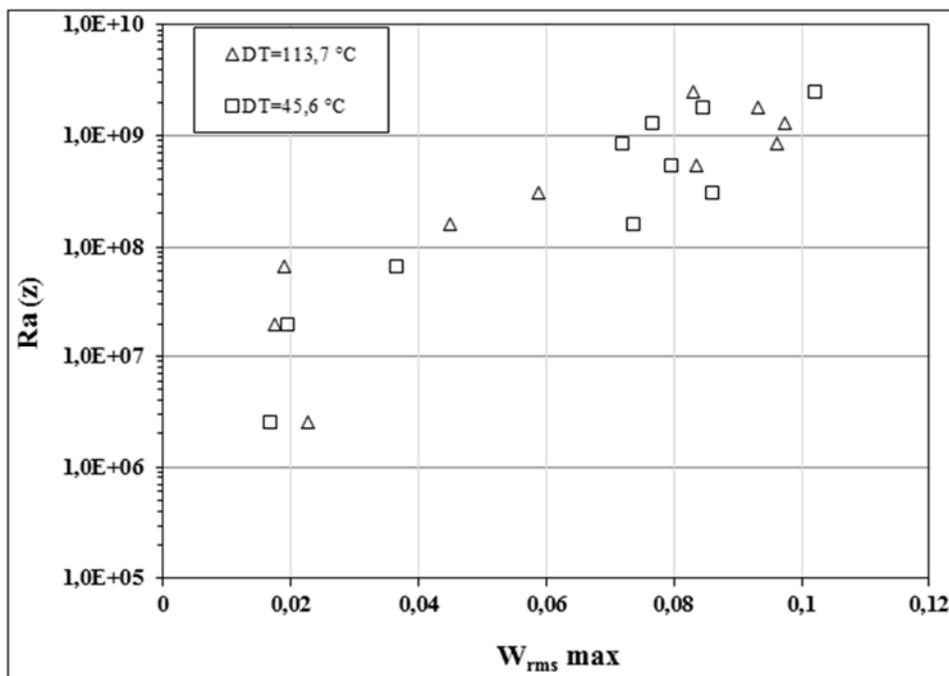


Figure 5.17 Evolution du maximum de l'écart type de la fluctuation de la vitesse verticale moyenne dans le panache en fonction du nombre de Rayleigh local pour les deux écarts de température étudiés.

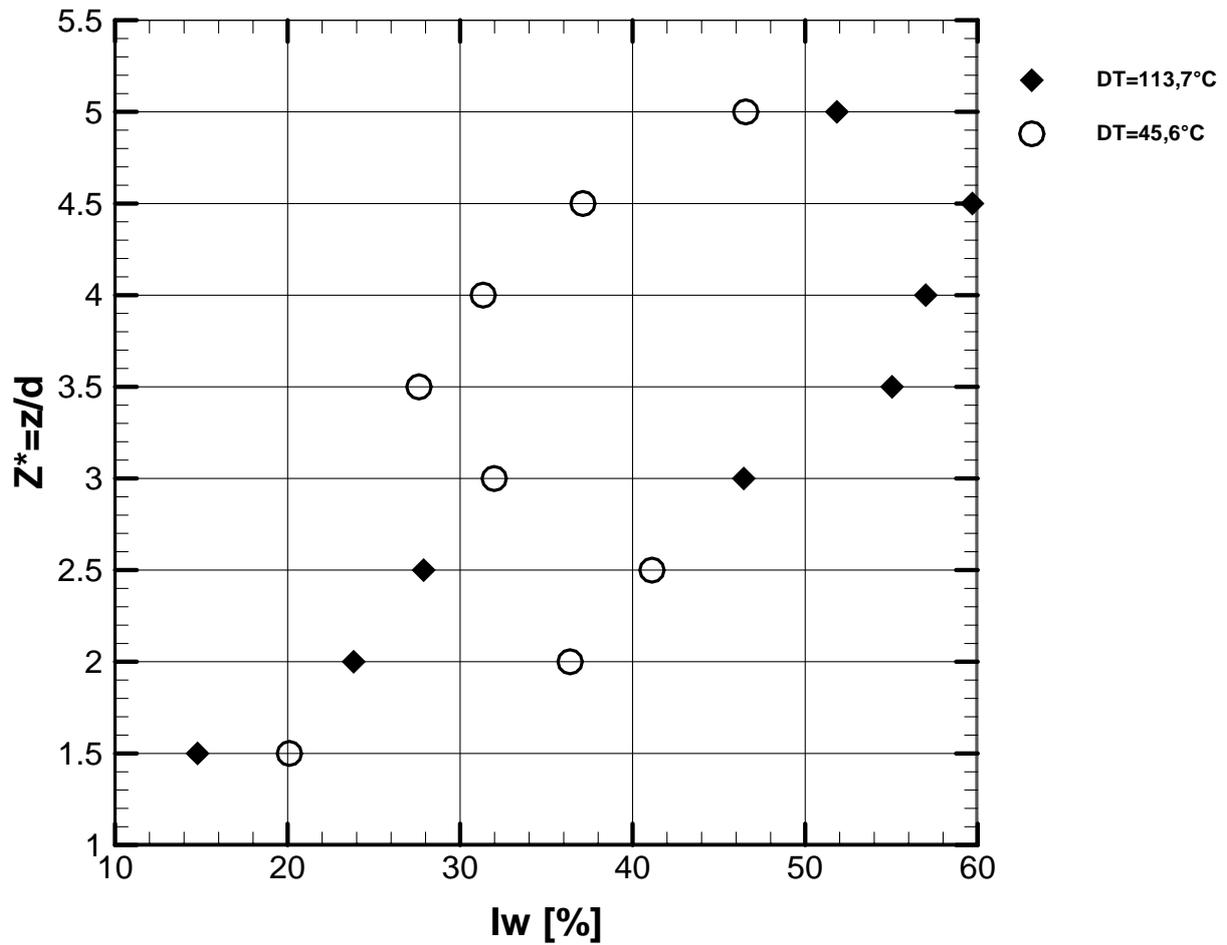


Figure 5.18 L'intensité de turbulence dans le panache pour les deux écarts de température étudiés.

### **5.5. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude du champ dynamique de l'écoulement de l'air dans une cheminée muni d'un barreau chauffé à travers des mesures de vitesse dans le plan médian du canal par la technique de la PIV pour les deux valeurs du nombre de Rayleigh.

D'une manière générale la structure de l'écoulement et son cheminement est similaire. Des cartographies de vitesse, fluctuation de vitesse et de l'énergie cinétique dans la cheminée ont été établies. On observe : une aspiration de l'air par l'effet cheminée, la formation des zones de recirculations sur la partie haute du barreau chauffé et l'accélération de l'écoulement jusqu'à la sortie avec formation d'un panache qui a tendance de s'accoler à la paroi gauche (effet Coanda entre le panache et la paroi). D'après l'expertise des profils étudiés on a conclu que l'intensité des fluctuations de vitesse verticale atteint 50% de la vitesse verticale maximale enregistrée.

La conservation du débit massique dans le plan médian a été établie ; l'écoulement est bien bidimensionnel en calculant aussi la divergence de la vitesse moyenne qui a été trouvée approximativement nulle dans la majorité du canal.

Les grandeurs turbulentes tel que l'intensité de la turbulence et l'énergie cinétique de turbulence sont également présentées. L'écoulement commence laminaire de l'entrée du canal jusqu'au barreau chauffé, au-delà du barreau l'écoulement est turbulent et son intensité augmente au fur et à mesure qu'on remonte vers la sortie et peut atteindre 60%.



# CHAPITRE VI-: Etude numérique par la simulation des grandes échelles LES, confrontations avec l'expérimentation et étude paramétrique.

## Sommaire

---

- 6.1. Introduction ;
  - 6.2. Simulation des grandes échelles et Modèle de Smagorinsky ;
    - 6.2.1. Modèle mathématique et équations gouvernantes ;
    - 6.2.2. Grandeurs caractéristiques du problème ;
      - 6.2.2.1. Grandeurs de référence ;
      - 6.2.2.2. Grandeurs caractéristiques ;
  - 6.3. Etude de cas par simulation numérique LES ;
    - 6.3.1. Effet du maillage ;
    - 6.3.2. Validation du champ thermique ;
  - 6.4. Confrontation avec l'expérimentation ;
  - 6.5. Calcul du nombre de Nusselt ;
  - 6.6. Etude paramétrique :
    - 6.6.1. Effet de la position verticale du barreau dans le canal ;
    - 6.6.2. Effet de la position transversale du barreau dans le canal ;
    - 6.6.3. Effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh ;
  - 6.7. Conclusion.
-

## **6.1. Introduction**

Ce chapitre est dédié à la présentation de la confrontation des caractéristiques dynamiques expérimentales avec celles de la simulation numériques utilisant le code FDS.

L'intérêt de cette étude est double. Dans un premier temps, nous voulons élargir la gamme de validité du code CFD. D'ailleurs, les résultats seront présentés pour toute la gamme de nombres de Rayleigh étudiés dans ce travail de thèse, c'est-à-dire pour  $10^9 \leq Ra_H \leq 2,5 \times 10^9$ . Dans un second temps, nous souhaitons toujours nous rapprocher des conditions réelles de l'écoulement de la convection naturelle dans les thermosiphons.

Afin d'atteindre ces objectifs, une approche numérique des écoulements par la Simulation des Grandes Echelles est utilisée. Le type de modèle de turbulence est une approche de Smagorinsky avec maillage régulier suivant x et suivant z.

## **6.2. Simulation des grandes échelles et Modèle de Smagorinsky**

### **6.2.1. Modèle mathématique et équations gouvernantes**

Ce paragraphe rappelle brièvement les équations régissant le mouvement dans le code FDS (Fire Dynamic Simulator). Comme il a été expliqué au chapitre III, en 1978 Rehm et Baum ont développé une forme approximative des équations gouvernantes appropriée aux applications à faible nombre de Mach. Nous avons pris en main ce code libre pour les calculs dynamiques et thermiques de l'écoulement turbulent dans le canal vertical en présence d'un barreau générateur de chaleur. Le modèle mathématique est représenté sur la figure **6.1**.

#### **Equations gouvernantes**

Les équations de base résolues par le code FDS sont les suivantes

Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{u} = 0 \quad (6.1)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) + \vec{\nabla} p = \rho \vec{g} + \vec{f}_b + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (6.2)$$

Equation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot \rho h \vec{u} = \frac{Dp}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot k \vec{\nabla} T + \varepsilon \quad (6.3)$$

Equation des gaz parfaits

$$p = \rho RT \quad (6.4)$$

En suivant les travaux de Rehm and Baum [1978]; McGrattan et al. [2000-2001 et 2010] et Xin et al. [2005], les équations de continuité, de la divergence de la vitesse et la loi des gaz parfaits pour les écoulements de convection naturelle turbulents sont résolues en utilisant l'approximation des différences finies. La clé de l'approche appliquée à la dérivation de l'équation est que la pression dans le code est décomposée en un terme prépondérant de pression ambiante supposée uniforme, une pression hydrostatique et un terme de perturbation de pression induite par l'écoulement

$$p(x_j, t) = p_0(t) - \rho_\infty g z + p_p(x_j, t) \quad (6.5)$$

$$\text{de (6.5)} \quad \vec{\nabla} p = \rho_\infty \vec{g} + \vec{\nabla} p_p \quad \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \frac{\rho_\infty}{\rho} \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p_p \quad (6.6)$$

$$\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p_p \approx \vec{\nabla} \left( \frac{p_p}{\rho} \right) \quad (6.7)$$

La pression de perturbation dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement est résolue en utilisant l'équation de Poisson

$$\nabla^2 \mathcal{H} = -\frac{\partial(\vec{\nabla} \cdot \vec{u})}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \quad (6.8)$$

ou  $\mathcal{H}$  est défini comme

$$\mathcal{H} = \frac{|\vec{u}|^2}{2} + \frac{p_p}{\rho} \quad (6.9)$$

et  $\vec{F}$

$$\vec{F} = \vec{u} \times \vec{\omega} - \frac{1}{\rho} [(\rho - \rho_\infty) \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}] \quad (6.10)$$

La seule force volumique qui intervient est la force de gravité, alors  $f_b = 0$ .

La divergence de la vitesse dans l'équation (6.8) est calculée à partir de :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{1}{\rho c_p T} (\vec{\nabla} \cdot k \vec{\nabla} T) + \left( \frac{1}{\rho c_p T} - \frac{1}{p_0} \right) \frac{Dp_0}{Dt} \quad (6.11)$$

or

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\gamma - 1}{p_0 \gamma} \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dp_0(t)}{dt} \right) \quad (6.12)$$

L'équation (6.12) est dérivée des équations de l'énergie et de continuité. Pour notre cas, la pression de référence est constante, par conséquent, le terme contenant la pression disparaît dans cette équation.

Pour approximer les contraintes turbulentes, le modèle de Smagorinsky avec la constante  $C_s = 0,2$  est utilisé. Dans ce modèle, la viscosité est déterminée comme le maximum de la viscosité moléculaire et celle turbulente afin de rejeter les valeurs faibles ou négatives,

$$\mu_{LES} = \max(\mu, \rho(C_s \Delta)^2 |\bar{S}|) \quad (6.13)$$

Pour la plupart des applications à grandes échelles ou les couches limites ne sont pas résolues de façon assez fine, ce modèle donne des résultats assez satisfaisants.

Le taux de la contrainte moyenne  $S$  est calculé via la résolution des composantes de la vitesse :

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.14)$$

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (6.15)$$

Comme il a été expliqué dans le chapitre trois, l'algorithme numérique utilisé dans ce code est un schéma explicite prédicteur-correcteur du second ordre précis dans l'espace et dans le temps utilisant le solveur direct de Poisson. Par conséquent, les équations gouvernantes de (6.5) à (6.15) sont résolues en utilisant ce schéma.

Une fois que la divergence de la vitesse est estimée à partir des variables scalaires à l'aide de l'équation (6.12), l'équation de Poisson (équation (6.8).) est résolue par la méthode de la transformée de Fourier rapide [McGrattan et al. 2010]. Les variables de flux sont mis à jour en temps à l'aide d'un schéma explicite du second ordre de Runge-Kutta. Le terme de la pression  $\mathcal{H}$  est ensuite introduit dans l'équation de quantité de mouvement pour mettre à jour le champ de vitesse.

Une condition sur le nombre CFL est nécessaire pour la convergence du code FDS :

$$CFL = \delta t \max\left(\frac{|u|}{\delta x}, \frac{|w|}{\delta z}\right) \leq 1 \quad (6.16)$$

Par définition, le nombre CFL local, défini par le maximum, dans tout le domaine, du module de la vitesse, la taille du maillage et le pas de temps. Dans notre étude le nombre CFL ne dépasse pas 0,48.

### **La loi de paroi**

Dans la technique de la LES, le gradient de la vitesse normale à la paroi ne peut être résolu directement. Le modèle utilisé pour  $\tau_w = \overline{\tau_{xz}}|_{z=0}$  dans le code FDS est celui de Werner and Wengle introduit dans le travail de McDermott [2009]. Il a proposé une loi de la paroi simplifiée pour éliminer les difficultés mathématiques dans la couche limite. En outre, Werner et Wengle supposent que le profil de vitesse instantanée suit la loi suivante :

$$u^+ = z^+ \quad \text{pour} \quad z^+ \leq 11.81 \quad (6.17)$$

$$u^+ = 8.3(z^+)^{1/7} \quad \text{pour} \quad z^+ > 11.81 \quad (6.18)$$

## 6.2.2. Grandeurs caractéristiques du problème

### 6.2.2.1. Grandeurs de référence

Longueur caractéristique :

$$L_{réf} = d$$

Vitesse de référence :

$$V_{réf} = \frac{\alpha}{L_b} \sqrt{Ra_{L_b}}$$

Ecart de température de référence :

$$\Delta T_{réf} = (T_b - T_0)$$

Pression de référence:

$$P_{réf} = \rho_{\infty} V_{réf}^2$$

Masse volumique de référence

$$\rho_{réf} = \rho_{\infty}$$

### 6.2.2.2. Grandeurs caractéristiques

Rapport de forme vertical :

$$A = \frac{H}{d}$$

Rapport de forme horizontal :

$$AH = \frac{l}{d}$$

Rapport de forme de l'effet cheminée

$$A^* = \frac{L_b}{d}$$

Coordonnées adimensionnées :

$$X^* = \frac{x}{d} ; Z^* = \frac{z}{d}$$

Vitesses adimensionnées :

$$U = \frac{u}{V_{réf}} ; W = \frac{w}{V_{réf}}$$

Température adimensionnée :

$$T^* = (T - T_0)/\Delta T$$

Débit adimensionné:

$$Q = \int_0^1 \rho^* W dX^*$$

Nombre de Rayleigh :

$$Ra_d = \frac{\rho\beta(T_b - T_0)d^3}{\alpha\nu}$$

Nombre de Rayleigh modifié :

$$Ra_m = ARa_d$$

Nombre de Rayleigh basée sur la hauteur H du canal :

$$Ra_H = \frac{\rho\beta(T_b - T_0)H^3}{\alpha\nu}$$

Nombre de Rayleigh basée sur la hauteur de l'effet cheminée  $L_b$  :

$$Ra_{L_b} = \frac{\rho\beta(T_b - T_0)L_b^3}{\alpha\nu}$$

Nombre de Richardson :

$$Ri = \frac{g\beta\Delta T e}{w^2}$$

**Nombre de Nusselt :**

Le nombre de Nusselt est défini par  $Nu = \frac{\varphi_{convecté}}{\varphi_{conduit}}$  où  $\varphi_{convecté}$  est la densité de flux de chaleur convecté à la paroi et  $\varphi_{conduit}$  est la densité de flux de chaleur échangé en conduction pure pour un écart de température caractéristique dans une couche de fluide d'épaisseur une longueur caractéristique. La densité de flux convecté peut s'exprimer sous la forme  $\varphi_{cv} = -k\vec{\nabla}T \cdot \vec{n}$  et le flux conduit peut s'exprimer par  $\varphi_{cd} = \frac{k}{d}(T_b - T_0)$ .

Le nombre de Nusselt local se met sous la forme :

$$Nu = - \left. \frac{\partial T^*}{\partial n} \right)_{paroi}$$

Où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la paroi.

Les conditions aux limites associées aux équations régissant sont les suivantes :

- Condition d'adhérence aux parois :  $U = 0$  et  $W = 0$  sur les parois du canal ;
- Un seul type de condition à l'entrée et à la sortie du canal est utilisé dans le code FDS, c'est la condition de Dirichlet référencée « OPEN » :

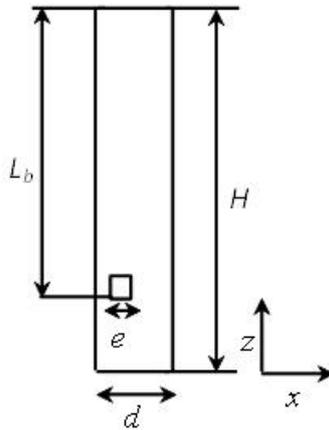
à l'entrée du canal :  $0 \leq X^* \leq 1$  et  $Z^* = 0$  :

$$\mathcal{H}^* = 0 \quad P^*(X^*, 0) = -\frac{1}{2}\rho^*|W|^2 \quad (6.19)$$

à la sortie du canal :  $0 \leq X^* \leq 1$  et  $Z^* = A$  :

$$\mathcal{H}^* = \frac{1}{2}\rho^*|W|^2 \quad P^*(X^*, A) = 0 \quad (6.20)$$

- $T^* = 1$  sur les parois du barreau ;
- $T^*(X^*, Z^*) = T_{paroi}^*$  pour  $X^* = 0$  et  $X^* = 1$  et  $0 \leq Z^* \leq A$ .



**Figure 6.1 Modèle du domaine de calcul**

### 6.3. Etude de cas par simulation numérique LES

#### 6.3.1. Effet du maillage

Afin de confirmer l'effet négligeable du maillage, on a mené une série de calcul en augmentant la densité de la maille de 100 à 420 dans la direction  $x$  et de 360 à 510 dans la direction  $z$ . Les résultats obtenus montrent une différence de moins de 5%. Nous avons retenu pour nos simulations un maillage de  $210 \times 450$  (régulier en  $x$  et en  $z$ ).

Les figures **6.2.a**, **6.2.b** et **6.2.c** représentent les profils des températures adimensionnées, les composantes vitesses horizontales adimensionnées et les composantes verticales adimensionnées pour l'élévation  $Z^* = 2$  et  $Z^* = 5$  (sortie du canal). On remarque clairement que le maillage n'a pas un effet sur ces profils sauf un effet de moins de 5% pour la composante horizontale à la sortie ( $Z^* = 5$ ).

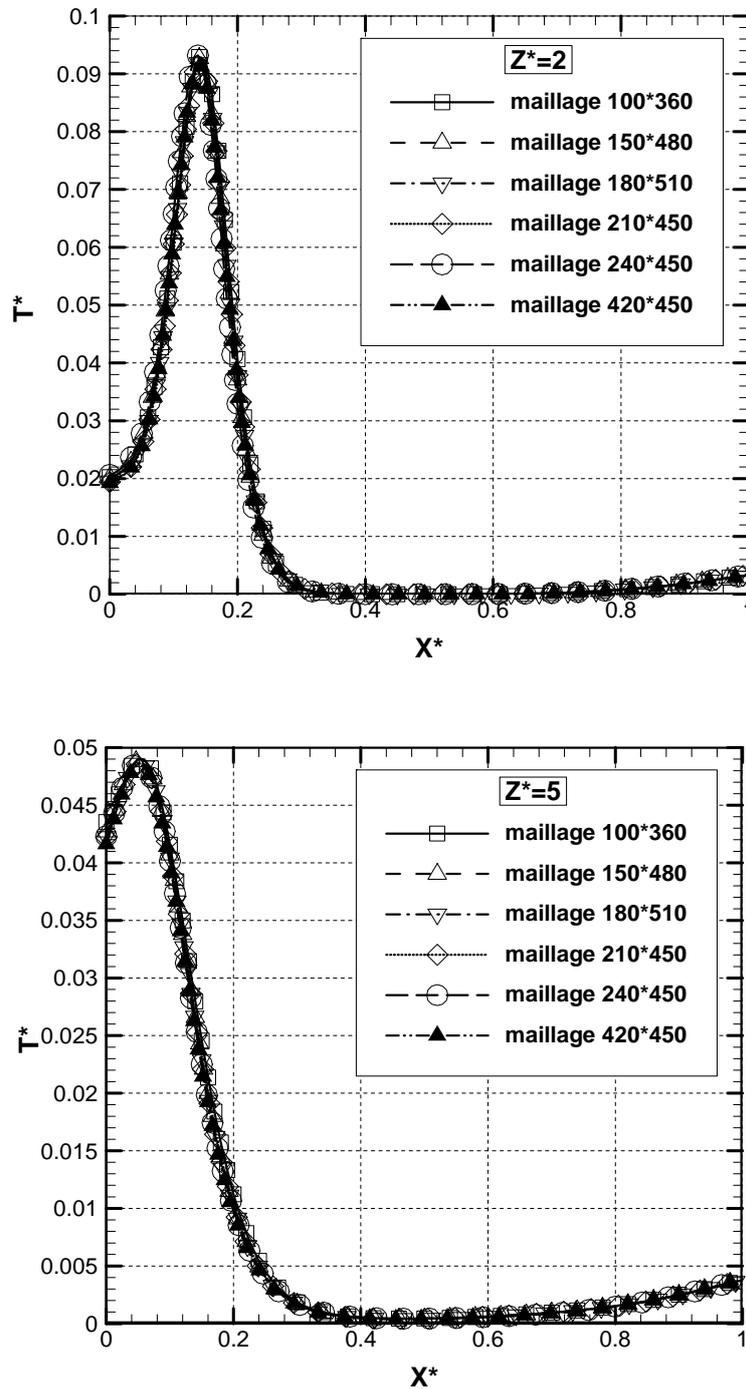


Figure 6.2.a Effet du maillage sur la distribution de la température adimensionnée  
à  $Z^*=2$  et  $Z^*=5$

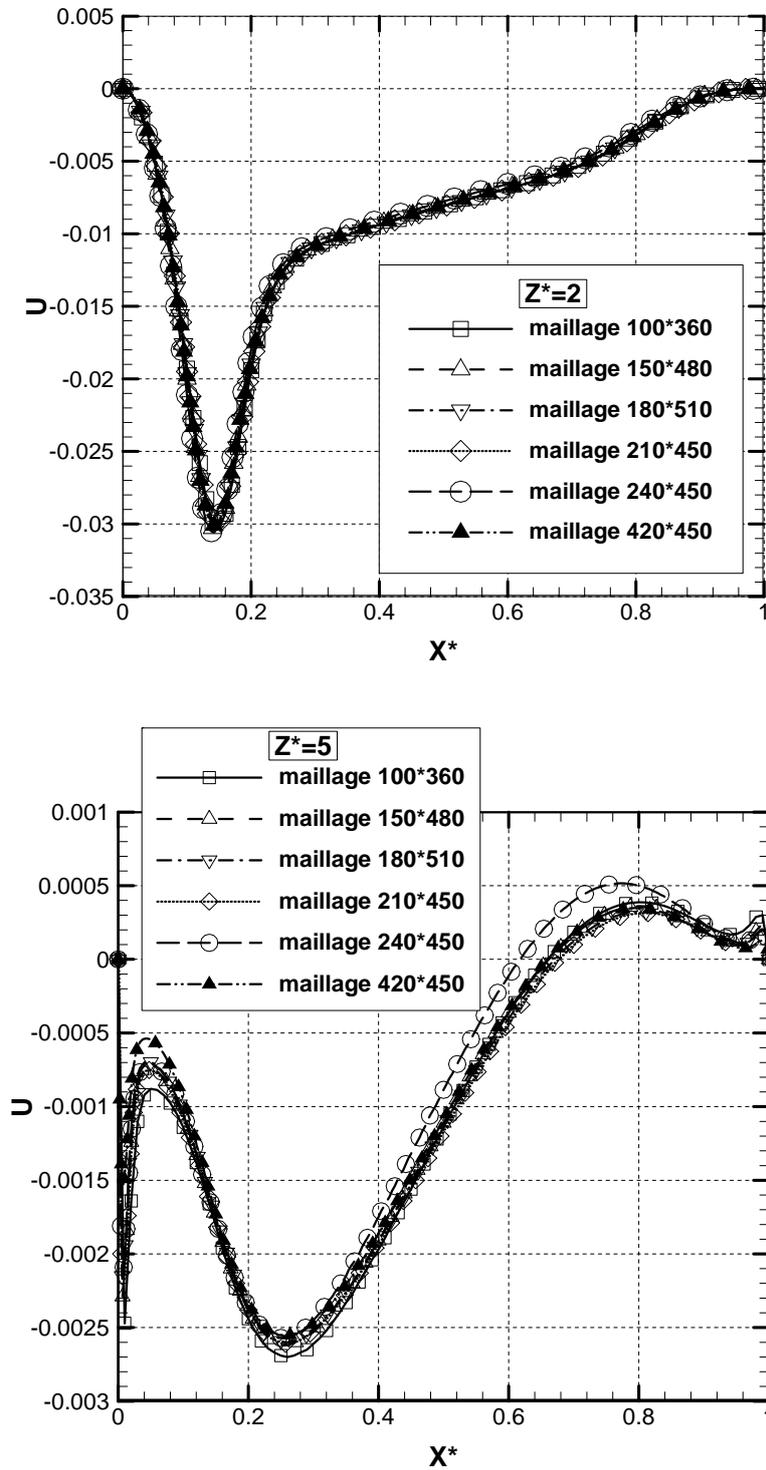


Figure 6.2.b Effet du maillage sur la distribution de la vitesse horizontale  
adimensionnée à  $Z^*=2$  et  $Z^*=5$

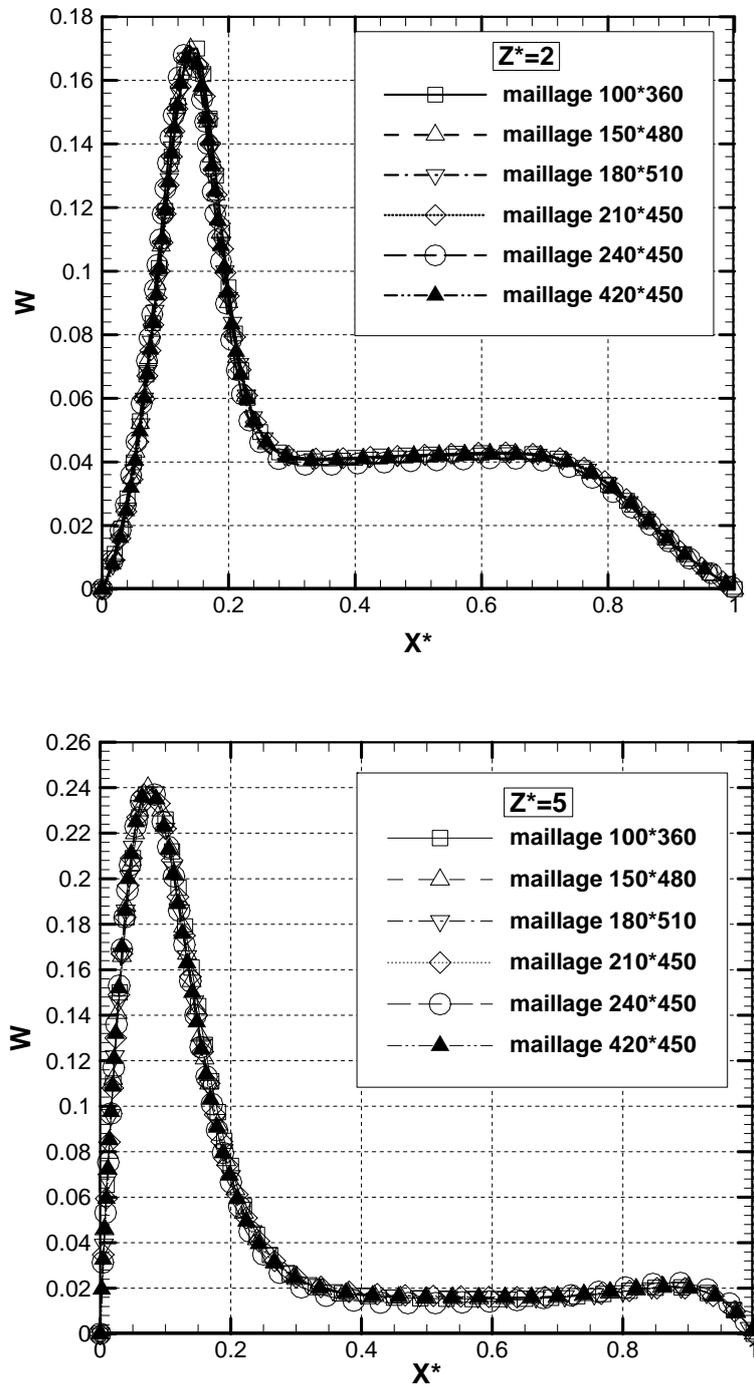


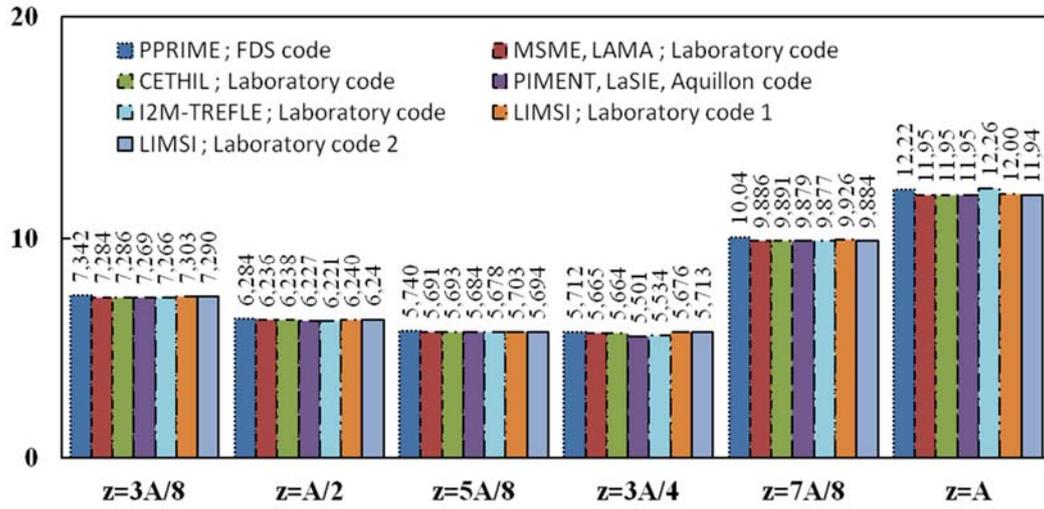
Figure 6.2.c Effet du maillage sur la distribution de la vitesse verticale adimensionnée à  $Z^*=2$  et  $Z^*=5$

### **6.3.2. Validation du champ thermique**

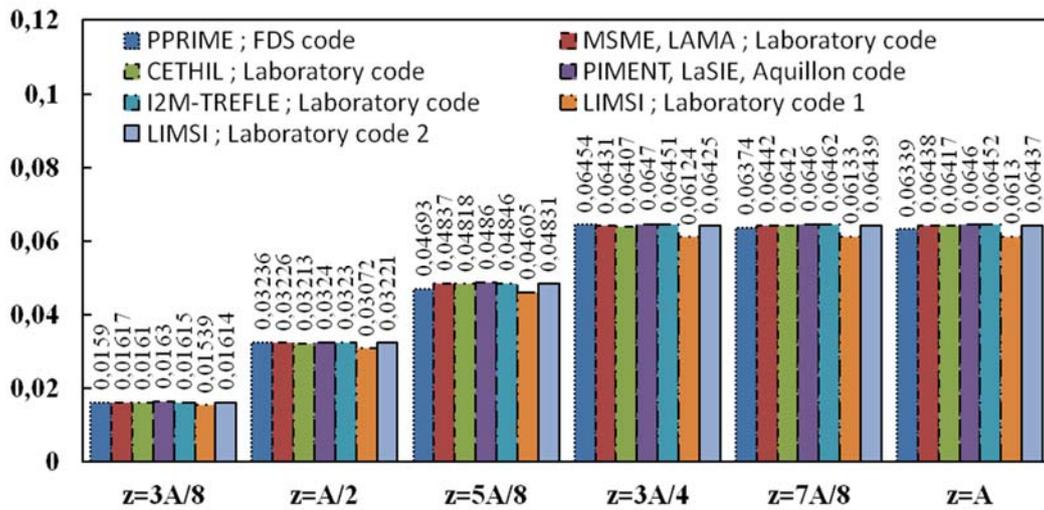
Comme il a été mentionné dans le chapitre IV, nous avons contribué à l'étude numérique de l'exercice numérique sur le benchmark AMETH ; et comme notre expérience s'est limité aux mesures dynamiques qu'on va utiliser pour la validation du code nous avons utilisé les résultats issus de la contribution des différentes équipes pour la validation du champ thermique. Les résultats dans les figures **6.3.a** et **6.3.b** présentent les histogrammes des nombres de Nusselt et de la température de mélange du benchmark, [Desrayaud et al. 2013].

L'exercice numérique a été réalisé par différents laboratoires: CETHIL, I2M-TREFLE, LAMA, LaSIE, LIMSI, MPME, PIMENT et PPRIME. Pour étudier la sensibilité de la convection naturelle se produisant dans un canal vertical asymétriquement chauffé à quatre jeux de conditions aux limites pour  $Ra = 5 \times 10^5$ ,  $A = 10$ .

Deux des codes numériques sont des logiciels de CFD (gratuit Aquilon®, FDS) par contre les autres logiciels sont des logiciels maison. Le bon accord entre les participants est confirmé lorsque l'on regarde les valeurs locales  $Nu(z)$  (figure **6.3.a**) où l'écart ne dépasse pas 1,7%. La deuxième caractéristique qui valide la prédiction de transfert de chaleur est les variations de la température de mélange  $\theta_b(z)$  (figure **6.3.b**) qui sont en très bon accord.



(a)



(b)

Figure 6.3 Histogramme des résultats numériques obtenus par différentes équipes : a-Nombre de Nusselt sur la surface chauffée du canal et b- Température de mélange [Desrayaud et al. 2013]

#### **6.4. Confrontation avec l'expérimentation**

Tous les calculs effectués dans cette partie portent sur un canal vertical de rapport de forme  $A = \frac{L}{d} = 5$ , de dimensions 0,6 m de hauteur, 0,12 m de largeur et 0,301 m de profondeur, muni d'un barreau chauffant que l'on maintient à une température  $T_b$ , placé horizontalement à 12 cm du bas de la cheminée et 2 cm de la paroi de gauche. L'écart de température entre le barreau chauffé et la température moyenne de l'ambiance est de 113,7°C. Dans ces conditions, le nombre de Rayleigh basé sur la hauteur est de  $2,5 \times 10^9$ . Les conditions aux limites thermiques et dynamiques sont celles de l'expérimentation. On a essayé de nous rapprocher aux conditions réelles en utilisant la simulation par LES du code FDS.

Il a été mentionné dans la section 6.3.2 que la thermique de l'écoulement est correctement prédite par la simulation. Qu'en est-il de la dynamique ? Les figures suivantes présentent une comparaison entre les vitesses moyennes horizontale et verticale dans le canal (figure 6.4), pour différentes hauteurs. La figure 6.5 et la figure 6.6 proposent la comparaison entre les profils de vitesse moyenne verticales et horizontales respectivement, pour  $X^* = 0; 5$  expérimentaux et obtenus par simulation.

L'expertise de la figure 6.4 concernant la composante de la vitesse verticale indique que la dynamique de l'écoulement moyen est bien reproduite par la simulation. Par contre on remarque une surestimation des profils de la composante moyenne horizontale numérique par rapport à celle expérimentale sauf pour  $Z^* = 2$  zone de la formation du panache. Les valeurs de cette composante sont faibles. L'écoulement de la convection naturelle dans les géométries verticales est généré par la composante de la vitesse verticale. Cependant, la dynamique de l'écoulement est plutôt bien reproduite pour  $X^* = 0;5$  (figure 6.5 et 6.6).

La simulation numérique des grandes échelles munie des conditions aux limites expérimentales en température a permis donc de restituer correctement l'écoulement moyen caractérisé expérimentalement.

La structure de l'écoulement moyen est donnée par la figure 6.7 qui représente le champ des vecteurs vitesses moyennes et les lignes de courant. On voit clairement que les champs moyens mesuré et celui calculé sont semblables en direction et en amplitude avec une petite différence. Dans les simulations numériques, le panache semble atteindre la paroi plus en amont que c'est le cas dans l'écoulement expérimental.

Cette observation peut être expliquée par l'augmentation légère de la température de la paroi (quelques dixièmes de degrés) induisant un effet porteur qui améliore le débit dans le canal et minimise l'effet Coanda.

Parce que la convection naturelle dans les géométries verticales est générée par la flottabilité, nous sommes principalement intéressés à la composante vitesse verticale responsable du mouvement. On note aussi que la convection naturelle est très sensible aux perturbations qui affectent directement l'écoulement et le transfert de chaleur associé. Par conséquent, ces écarts qui ne dépassent pas 12% ne sont pas si mauvais.

Afin d'avoir une impression qualitative de l'ensemble de champ d'écoulement, les tracés de contour des composantes de la vitesse moyenne (vertical, horizontal) sont présentés sur les figures 6.8. Ces figures montrent que la plupart des changements de la valeur de la vitesse moyenne ont lieu près de la paroi gauche du canal. La similarité entre la valeur mesurée et les champs de vitesses calculés valide les présentes simulations.

L'écoulement turbulent autour du barreau placé dans le canal vertical est très compliqué, il est défini par stagnation dans la surface inférieure du barreau, la séparation aux deux coins de la surface inférieure, en outre, la formation de deux zones de recirculation sur la surface supérieure du barreau. Ainsi, le code FDS semble être approprié pour analyser numériquement la structure de l'écoulement de la convection naturelle turbulente dans un espace semi-confiné.

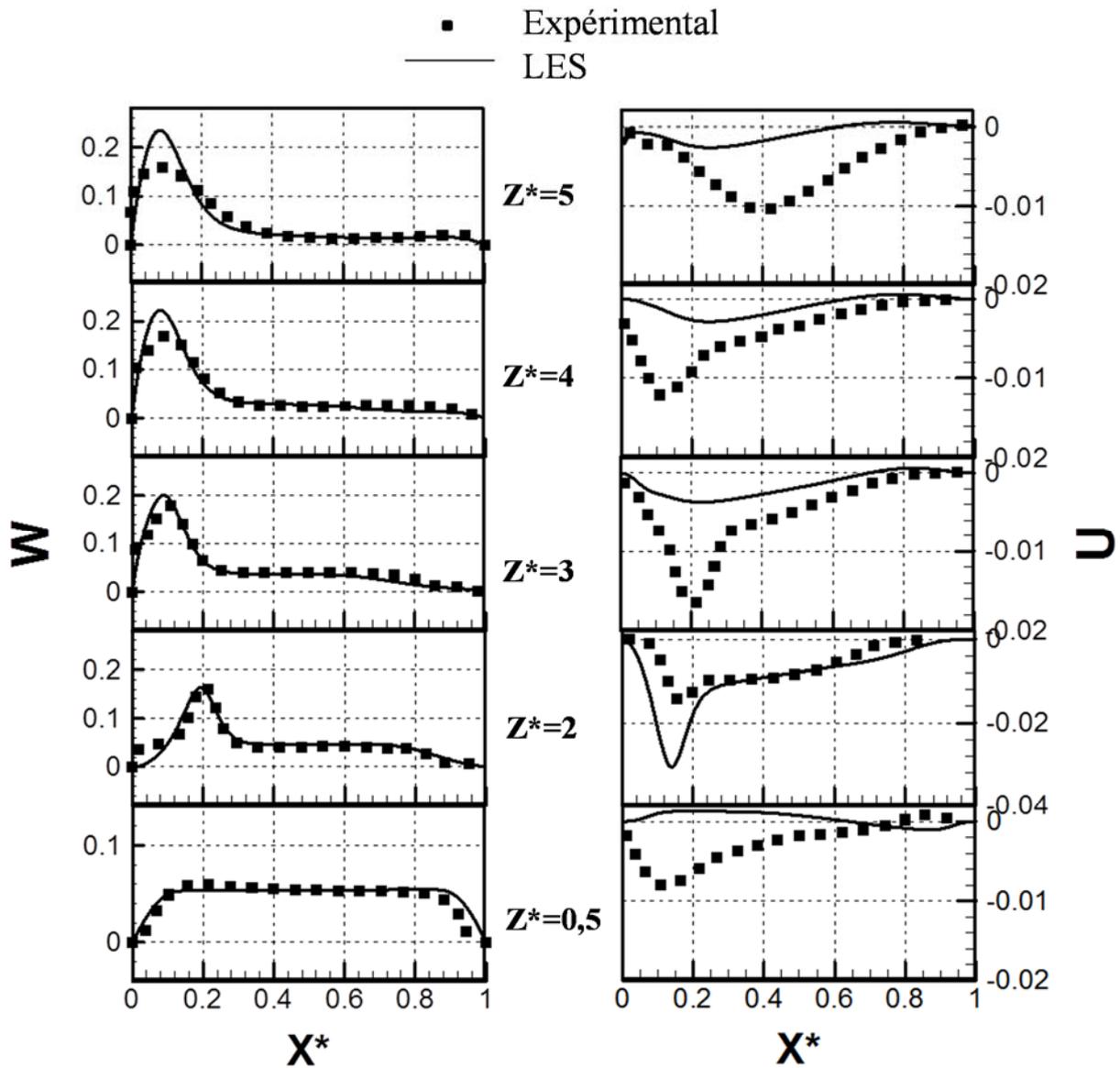


Figure 6.4 Comparaison des profils de vitesse verticale et horizontale moyennes expérimentaux et numériques à différentes hauteurs

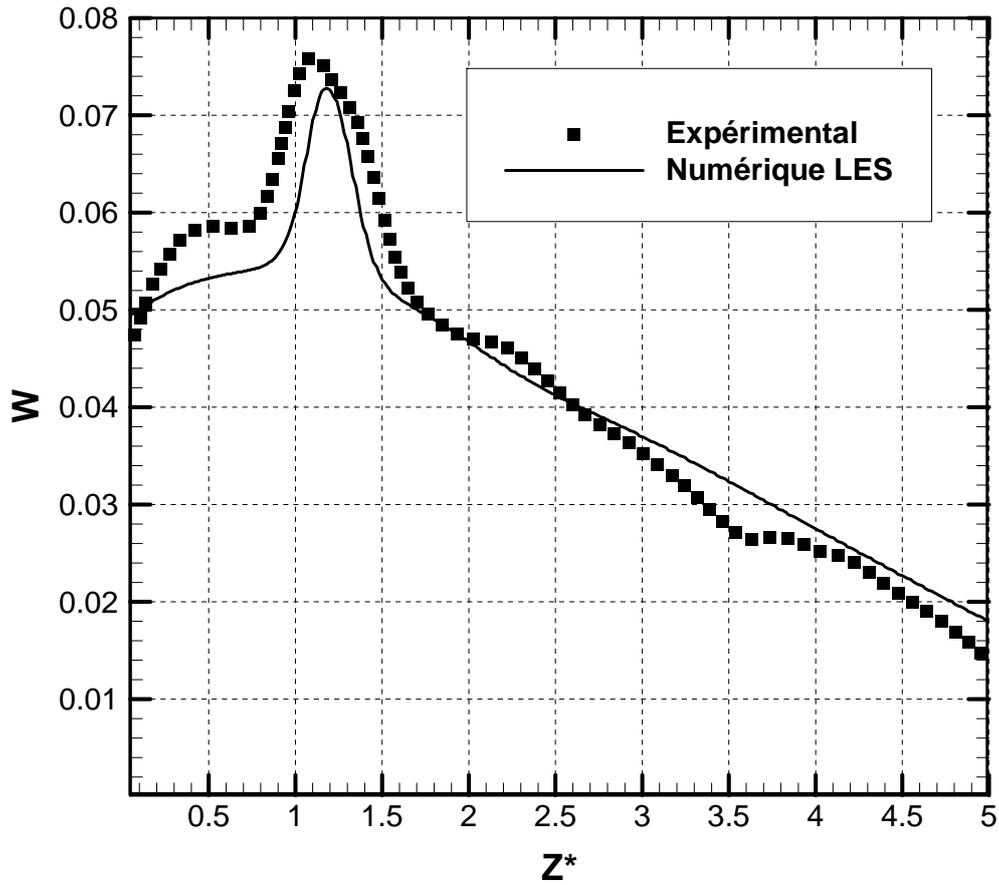


Figure 6.5 Comparaison des profils de vitesse verticale moyenne expérimentaux et numériques pour  $X^* = 0,5$

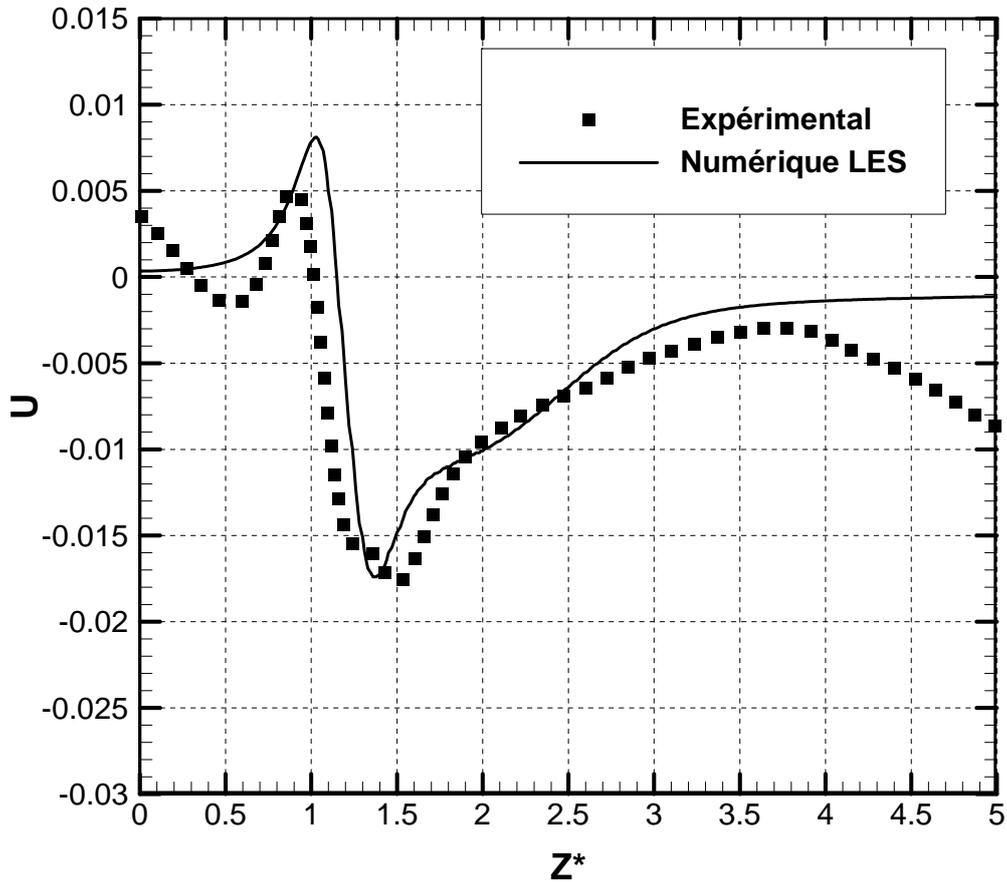


Figure 6.6 Comparaison des profils de vitesse horizontale moyenne expérimentaux  
et numériques pour  $X^* = 0,5$

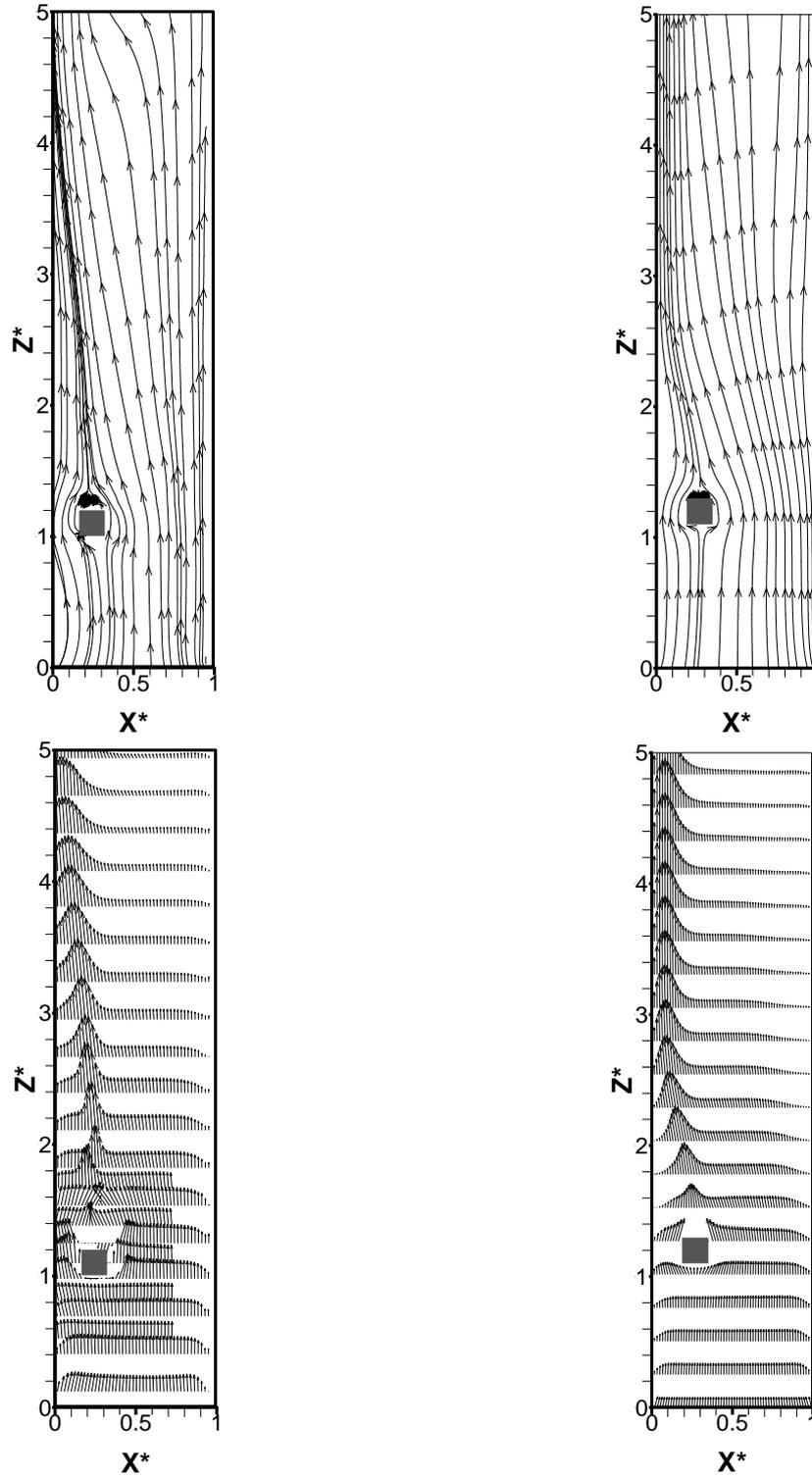


Figure 6.7 Comparaison des champs de vitesse moyenne et lignes de courant :  
mesurés (à gauche) ; calculés (à droite) pour  $Ra_H=2,5 \times 10^9$

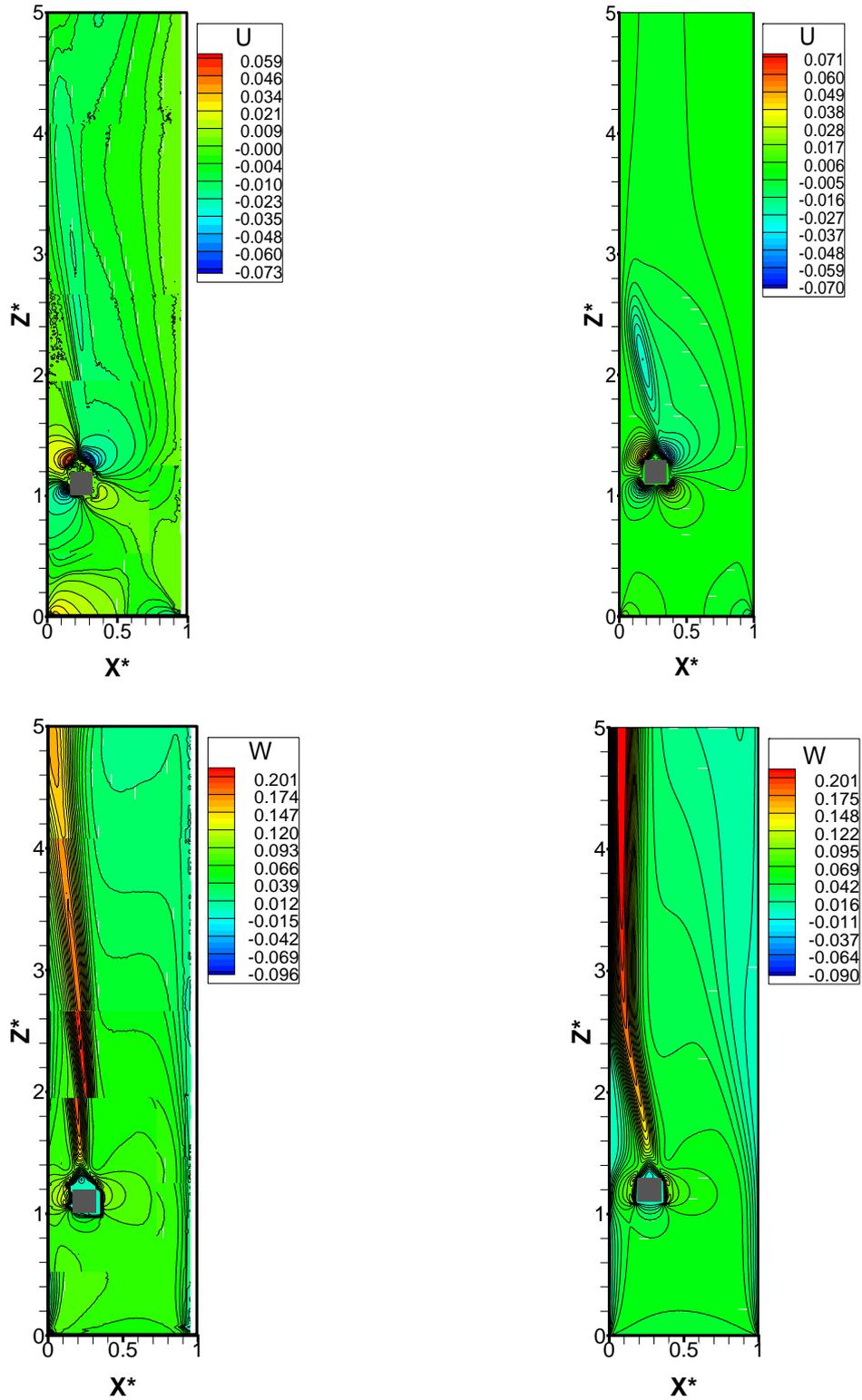


Figure 6.8 Comparaison des iso-valeurs de vitesse moyenne horizontale et verticale: mesurés (à gauche) ; calculés (à droite) pour  $Ra_H=2,5 \times 10^9$

### **6.5. Nombre de Nusselt**

En premier lieu, nous avons étudié l'effet du maillage sur le nombre de Nusselt pour confirmer l'indépendance du champ thermique du choix du maillage. Figure **6.9**.

Sur cette figure, on remarque que le nombre de Nusselt est élevé sur les coins de la surface inférieure, cela est dû à la forte courbure des lignes de courant localement au niveau de ces deux coins. L'écoulement dans ces emplacements bénéficie d'une grande vitesse, par conséquent le transfert de chaleur est grand.

On remarque aussi la formation de deux zones de recirculation le long de la surface supérieure du barreau, qui empêche le transfert de chaleur du solide vers le fluide. Ce qui entraîne un Nusselt faible en ces zones. Sur les surfaces gauche et droite, les nombres de Nusselt locaux augmentent le long de la surface.

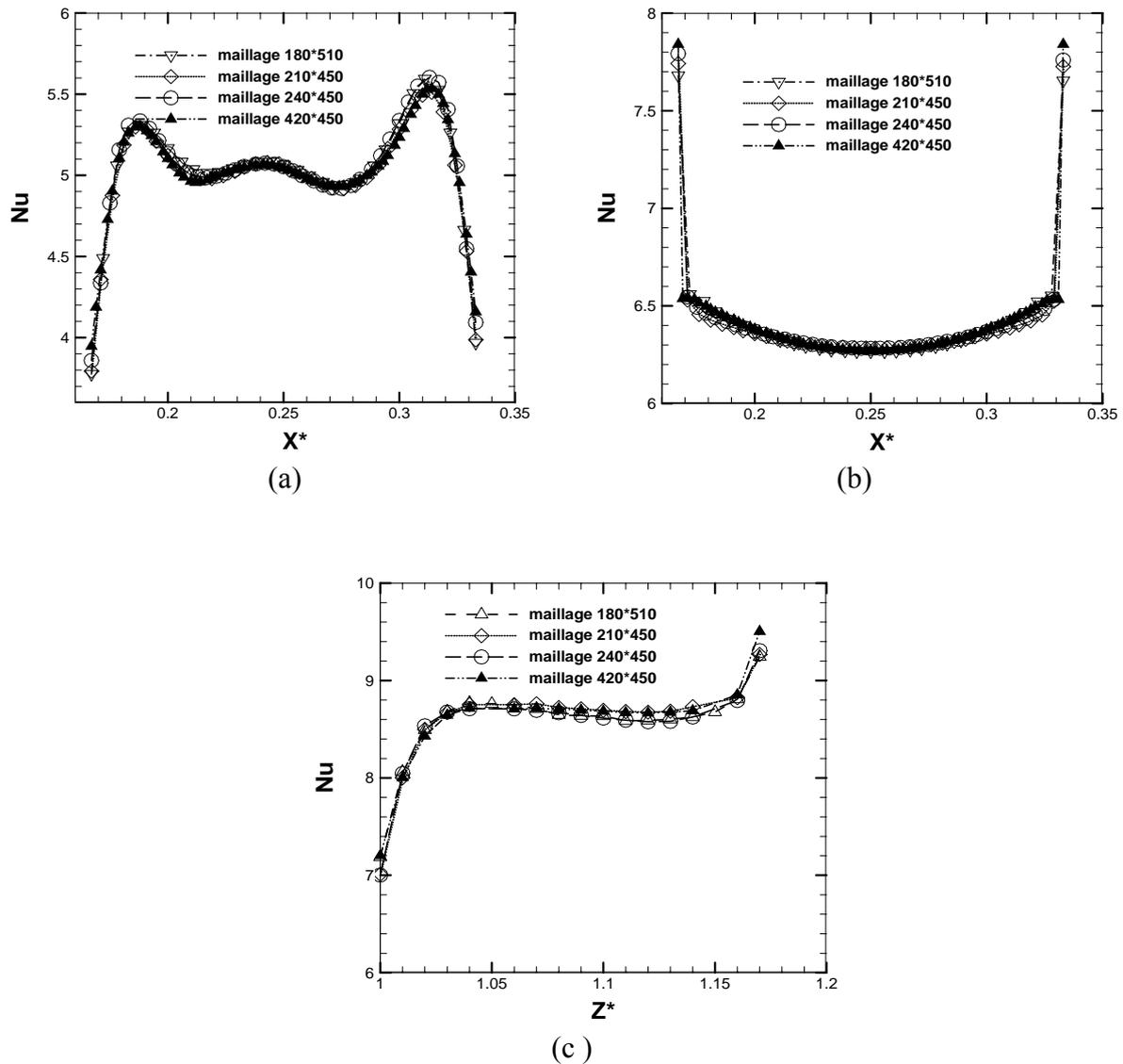


Figure 6.9 Effet du maillage sur le calcul du nombre de Nusselt local de : a- la face supérieure du barreau ; b- la face inférieure du barreau ; c- la face gauche (droite) du barreau.  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$

## **6.6. Etude paramétrique**

### **6.6.1. Effet de la position verticale du barreau dans le canal**

Comme nous le savons tous, le processus de refroidissement est d'un intérêt essentiel et primordial, par conséquent le but principal de cette étude paramétrique est l'optimisation de l'endroit du barreau chauffant dans le canal pour avoir un transfert de chaleur élevé du barreau vers le fluide et par conséquent un Nusselt local maximal.

La figure **6.10** représente le nombre de Nusselt local pour trois positions du barreau. La position en bas à 0,12 m de l'entrée du canal ( $A^* = 4$ ), qui est le cas d'étude, la position au centre du canal ( $A^* = 2,5$ ) et enfin la position en haut à 0,12 m de la sortie du canal ( $A^* = 7/6$ ).

Les nombres de Nusselt locaux le long des différentes faces du barreau présentent des profils similaires quelles que soient la position verticale. On peut remarquer que le Nombre de Nusselt sur la face supérieure augmente lorsque  $A^*$  diminue. Cette augmentation est principalement observée sur la partie droite de la face et surtout lorsque le barreau est positionné en haut du canal.

Cela est dû principalement à la disparition de la zone de recirculation ce qui entraîne l'augmentation sensible du nombre de Nusselt local dans cette région. Sur les faces droite et gauche du barreau, aucune influence significative du positionnement n'a été remarquée.

En fait, sauf dans le cas  $A^* = 7/6$ , et du point de vue, écoulement autour du barreau, un régime de convection mixte prédomine et régit le transfert de chaleur ( $Ri = (g\beta\Delta T_e/w^2) \approx 0,66$  pour  $A^* = 4$ ). Dans ce régime d'écoulement, une zone de recirculation existe au-dessus de la surface supérieure qui entraîne un Nusselt faible. Lorsqu'on augmente l'élévation de la position du barreau, le nombre de Richardson augmente ( $Ri = (g\beta\Delta T_e/w^2) \approx 1,53$  pour  $A^* = 7/6$ ) par conséquent la vitesse verticale  $w$  diminue et un régime d'écoulement tend à être de plus en plus régi par le régime de convection naturelle, où la zone de recirculation n'existe pas.

De façon surprenante, l'effet cheminé tend à réduire le transfert de chaleur local par induction de la zone de recirculation sur la face supérieure du barreau. En effet, l'accélération du fluide provoque l'apparition d'une zone de recirculation (régime de convection mixte); cette zone n'est pas observée à la vitesse inférieure (régime de convection naturelle) et elle réduit le transfert de chaleur.

En outre, comme expliqué précédemment, le débit massique dans le canal (Figure 6.11) augmente avec la hauteur  $L_b$  (ou  $A^*$ ): plus le barreau est positionné en haut du canal; plus l'effet cheminé diminue. Il faut noter que, dans ce cas, l'écoulement est de plus en plus gouverné par convection naturelle et le transfert de la chaleur est amélioré. De manière surprenante, l'effet cheminé tend à diminuer le transfert de chaleur local en provoquant des zones de recirculation sur la face supérieure du barreau. En effet, l'accélération du fluide provoque l'apparition de ces zones de recirculation (régime de convection mixte); qui ne sont pas observées pour des vitesses plus faibles (régime de convection naturelle).

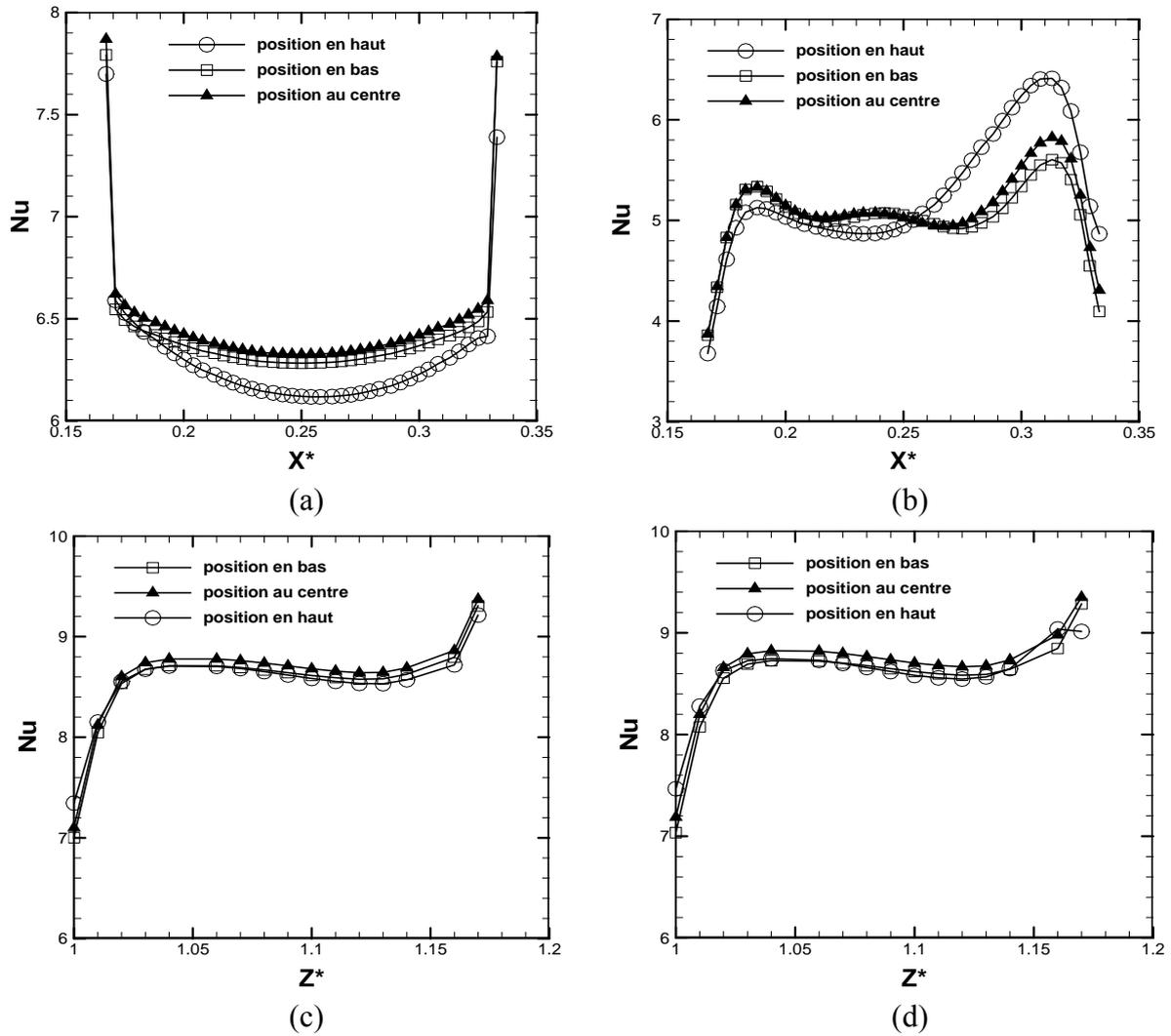


Figure 6.10 Effet du positionnement du barreau le long du canal sur le nombre de Nusselt local de : a- la face supérieure du barreau ; b- la face inférieure du barreau ; c- la face gauche et d- la face droite du barreau.  $Ra_H=2,5 \times 10^9$

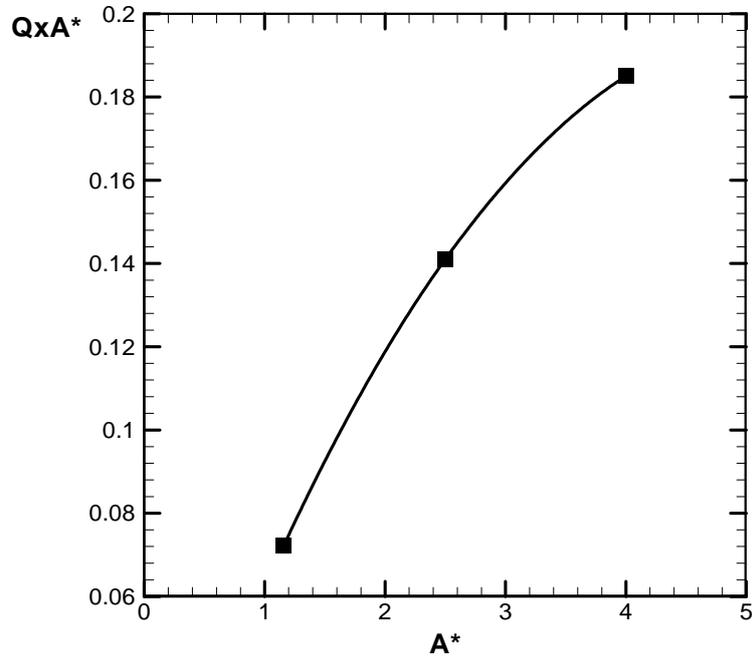


Figure 6.11 Variation du débit massique adimensionnel avec l'élévation du barreau dans le canal  $Ra_H=2,5 \times 10^9$

### 6.6.2. Effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh

En augmentant la différence de température entre le barreau et l'ambiance le nombre de Rayleigh augmente, cela provoque l'augmentation de la vitesse verticale dans le canal et par conséquent l'augmentation du débit massique (Tableau 6.1) ce qui favorise le transfert de chaleur. La figure 6.12 résume l'effet de Rayleigh sur le transfert de chaleur représenté par le nombre de Nusselt local autour du barreau.

Sur la face inférieure du barreau le transfert de chaleur augmente au fur et à mesure que la différence de température augmente, celle-ci provoque l'accélération du fluide froid entrant. Par contre sur sa face supérieure, malgré la disparition des zones de recirculation avec l'augmentation de Rayleigh on remarque qu'après une certaine valeur  $\Delta T = 300 \text{ }^\circ\text{C}$  le nombre de Nusselt diminue considérablement. On peut l'interpréter comme suivant :

## Chapitre VI Etude numérique par la simulation des grandes échelles LES, confrontations avec l'expérimentation et étude paramétrique

---

➤ la condition d'écoulement libre satisfait le théorème de Bernoulli global par conséquent, l'air entre dans le canal sous l'effet de la convection purement naturelle. En augmentant la différence de température donc l'échauffement du barreau augmente, le transfert de chaleur augmente sous la même condition par conséquent, le nombre de Nusselt atteint sa valeur maximale. Au-delà de  $\Delta T = 300$  °C, la condition d'écoulement libre à l'entrée devient insuffisante pour le refroidissement, ce qui nécessite de revoir cette condition.

**Tableau 6.1**

$\Delta T$ [°C]	$Ra_H$	$u_{max}$ [m/s]	$w_{max}$ [m/s]
132,9	$3 \times 10^9$	0,1100	0,4165
182,9	$4 \times 10^9$	0,1147	0,4775
222,9	$5 \times 10^9$	0,1183	0,5468
262,9	$5,83 \times 10^9$	0,1270	0,5632
282,9	$6,27 \times 10^9$	0,1340	0,5825
302,9	$6,71 \times 10^9$	0,1700	0,6577

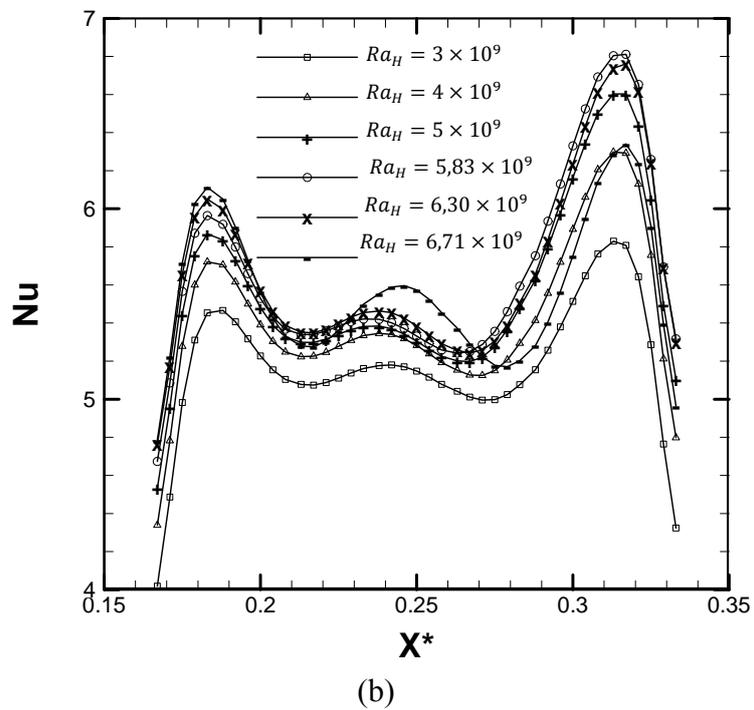
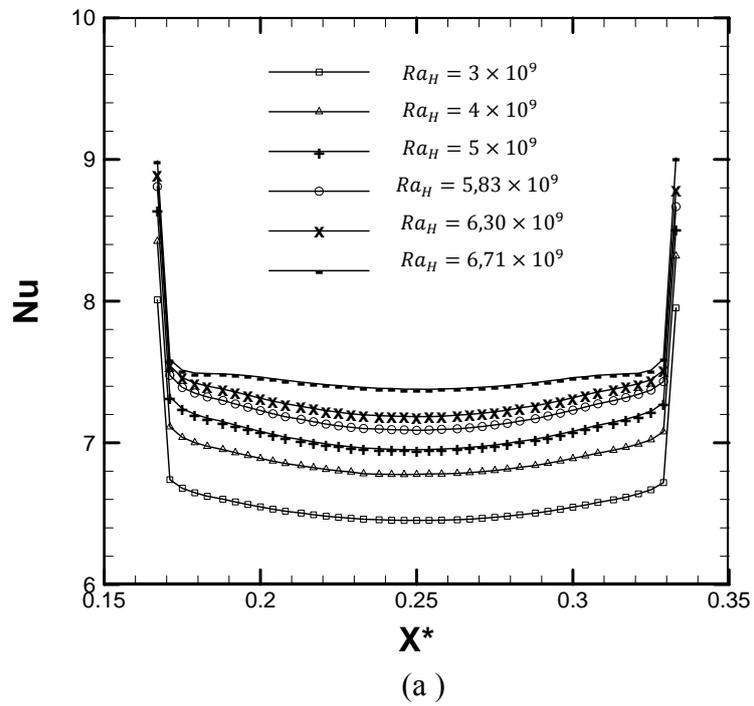


Figure 6.12 Effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur du barreau (Nusselt local),  $A=4$  et  $Ra_H=2,5 \times 10^9$  : a- face inférieure ; b- face supérieure.

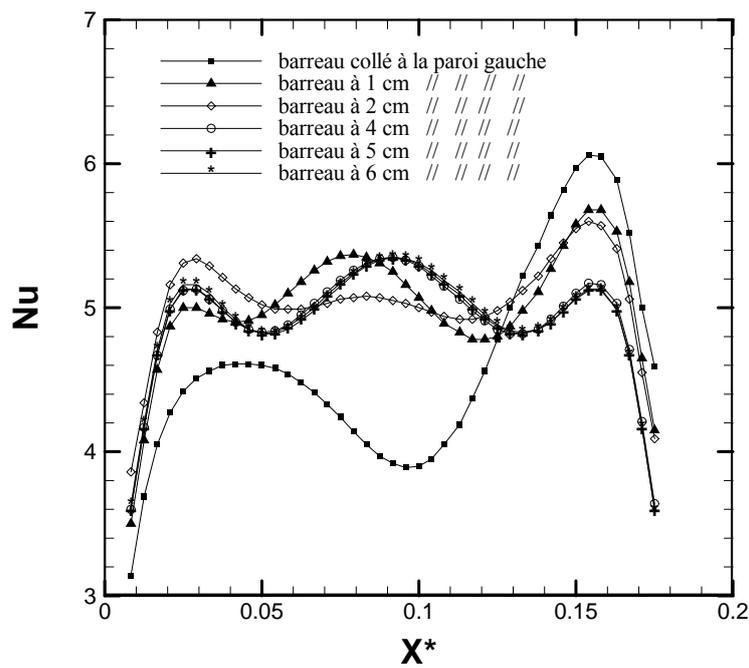
### **6.6.3. Effet de la position transversale du barreau dans le canal**

Un autre paramètre qui peut influencer le refroidissement du barreau est sa position transversale dans le canal. On a choisi six positions du barreau en commençant par la position tout près de la paroi et en allant vers le centre du canal.

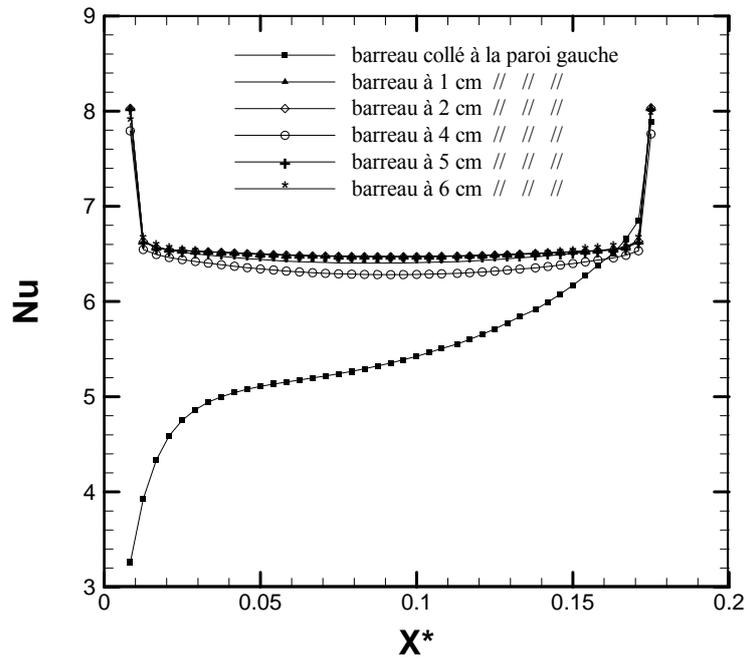
Les profils du nombre de Nusselt de la surface supérieure montrent la formation de deux zones de recirculation qui ralentissent le transfert de chaleur, figure **6.13-a**. Dans la première position une forte zone de recirculation s'est concentrée sur la partie gauche de la surface supérieure par rapport à sa partie droite, cela a provoqué une intensification du nombre de Nusselt sur la partie droite de cette surface. Au fur et à mesure qu'on déplace le barreau vers la droite, les deux zones de recirculation deviennent symétriques et le transfert de chaleur augmente jusqu'à la position de 2 cm du barreau, le nombre de Nusselt moyen maximal est remarqué pour cette position, Tableau **6.2**. Sur la surface inférieure, à part la première position (collée à la paroi) le transfert de chaleur est similaire sur toute la surface. Même chose pour les profils sur la surface du côté droit, le transfert de chaleur est minimal pour la première position par contre les profils sont similaires pour les autres positions, figure **6.13-b** et figure **6.13-c**.

**Tableau 6.2**

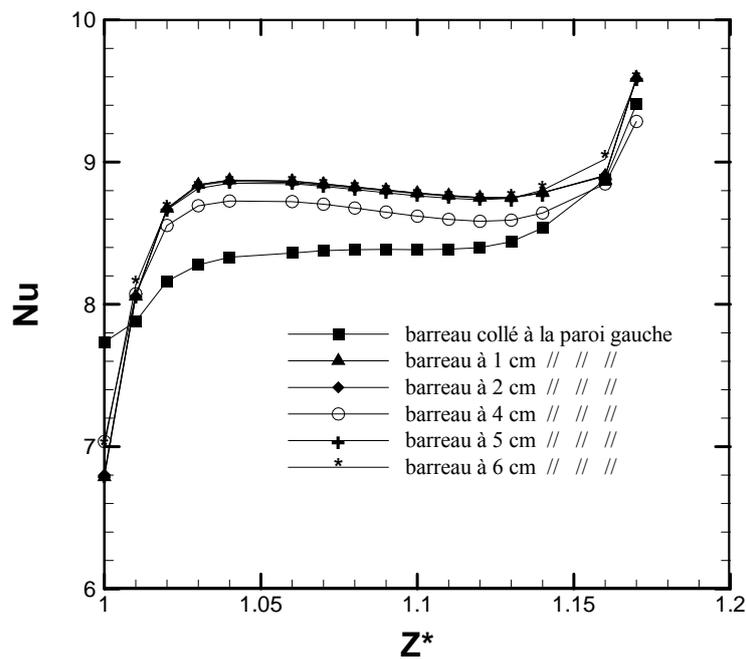
Position transversale du barreau	Nusselt moyen $\langle Nu \rangle$ (surface supérieure)
Barreau collé à la paroi	4,6244
Barreau à 1 cm de la paroi	5,0146
Barreau à 2 cm de la paroi	5,0388
Barreau à 4 cm de la paroi	4,9218
Barreau à 5 cm de la paroi	4,9146
Barreau à 6 cm de la paroi	4,9204



(a)



(b)



(c)

Figure 6.13 Effet de la position transversale du barreau dans le canal sur le nombre de Nusselt,  $A=4$  et  $Ra_H=2,5 \times 10^9$  : a- surface supérieure ; b- surface inférieure et c- coté droit du barreau.

### **6.7. Conclusion**

La convection naturelle turbulente a été étudiée numériquement dans un canal vertical muni d'un barreau chauffant de rapport de forme égal 5 et nombre de Rayleigh  $2,5 \times 10^9$ .

Les résultats montrent que le code FDS utilisant la simulation des grandes échelles avec le modèle de Smagorinsky, peut reproduire qualitativement la structure du champ d'écoulement et quantitativement les vitesses moyennes. Une synthèse de l'étude numérique et expérimentale nous a conduits aux remarques suivantes :

- Une surestimation de la vitesse moyenne horizontale sauf à la cote  $Z^*=2$ , zone d'apparition du panache.
- La dynamique de l'écoulement moyen à mi- largeur du canal  $X^*=0,5$  est aussi bien reproduite soit pour la composante horizontale ou verticale.

Donc l'accord entre les valeurs moyennes mesurées et calculées des vitesses prévoit l'utilisation de la technique des Simulations des Grandes Echelles et par conséquent l'adoption du code CFD (FDS).

Dans ce même chapitre, nous avons mené une étude paramétrique sur l'effet de l'emplacement du barreau chauffant sur le transfert de chaleur.

- On a pu conclure que le transfert de chaleur est amélioré lorsque le barreau est positionné en haut du canal à cause de la concurrence entre la convection naturelle et convection mixte induite par l'effet cheminée. En effet, en régime de convection mixte, une zone de recirculation sur la face supérieure du barreau permet de réduire le transfert de chaleur local.
- Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt augmente à cause de l'accélération du fluide dans le canal mais à une valeur seuil la condition d'écoulement libre à l'entrée devient insuffisante pour le refroidissement, ce qui nécessite de revoir cette condition.
- Et en fin, la position transversale optimale pour le refroidissement du barreau est celle entre 1 cm à 2 cm du barreau ou le nombre de Nusselt moyen maximal est remarqué.



### Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce mémoire les résultats issus d'investigations expérimentales et numériques qui pourront contribuer au contrôle des écoulements de convection naturelle d'air dans les géométries semi-infinies (canal vertical).

Tout d'abord, une étude bibliographique a permis de préciser les motivations de notre étude et de situer le problème. Pour réaliser ce travail, dans un premier temps, nous avons dimensionné et réalisé un montage expérimental en soignant tout particulièrement les conditions aux limites imposées au système. Le dispositif expérimental consiste en un canal de 0,6 m de hauteur, 0,12 m de largeur et de 0,3 m de profondeur, muni d'un barreau chauffant de section carrée ( $0,02 \text{ m}^2$ ) maintenu à une température fixe  $T_b$ . Les conditions limites entrée/sortie sont libres. On a envisagé une campagne de mesures de vitesse par la Vélocimétrie laser par Imagerie de Particules bidimensionnelle (PIV-2D) afin de caractériser le champ de vitesse de l'écoulement dans le plan médian vertical du canal pour des nombres de Rayleigh égaux à  $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  ( $\Delta T_{\max} = 113,7 \text{ °C}$ ) et  $Ra_H = 10^9$  ( $\Delta T_{\min} = 45,6 \text{ °C}$ ). Ces mesures nous ont permis de préciser la dynamique de l'écoulement, son cheminement et de caractériser la turbulence au sein du canal.

On a constaté que, d'une manière générale la structure de l'écoulement et son cheminement est similaire. Des cartographies de vitesse, fluctuation de vitesse et de l'énergie cinétique dans la cheminée ont été établies. On a observé une aspiration de l'air par l'effet cheminée, la formation des zones de recirculations sur la partie haute du barreau chauffé et l'accélération de l'écoulement jusqu'à la sortie avec formation d'un panache qui a tendance de s'accoler à la paroi gauche (effet Coanda entre le panache et la paroi).

D'après l'expertise des profils étudiés on a conclu que l'intensité des fluctuations de vitesse verticale atteint 50% de la vitesse verticale maximale enregistrée. La conservation du débit massique dans le plan médian a été aussi établie ; l'écoulement est bien bidimensionnel en calculant aussi la divergence de la vitesse moyenne qui a été trouvée approximativement nulle dans la majorité du canal. Les grandeurs turbulentes telles que l'intensité de turbulence et l'énergie cinétique de turbulence sont également présentées.

L'écoulement commence laminaire de l'entrée du canal jusqu'au barreau chauffé, au-delà du barreau l'écoulement est turbulent et son intensité augmente au fur et à mesure qu'on remonte vers la sortie et peut atteindre 60%.

Parallèlement à nos mesures expérimentales, des travaux de simulation numérique ont été conduits afin de valider notre outil de simulation ; un code CFD (FDS : Fire Dynamic Simulator). L'approche de la simulation des grandes échelles, utilisant le modèle de Smagorinsky est utilisée pour la modélisation numérique de la convection naturelle turbulente.

Nous avons étudié en premier lieu la phénoménologie associée aux limites des domaines de calcul des géométries ouvertes, en l'occurrence un canal asymétriquement chauffé à flux constant. Nous avons montré les avantages et inconvénients de l'utilisation des quatre jeux de conditions aux limites pour la pression, appliquées directement à l'interface du domaine numérique. Ainsi, nos résultats ont été comparés avec d'autres équipes de recherche et ont permis de constituer une base d'informations relativement importantes sur l'amélioration des connaissances à propos des conditions aux limites pour les géométries ouvertes. Cette étude nous a permis d'élargir le domaine d'application du code numérique FDS pour sa validation en menant des calculs numériques sur la même configuration expérimentale.

Le champ dynamique de l'écoulement moyen est bien reproduit par la simulation pour toute les cotes  $Z^*$  du canal. On a noté cependant une surestimation de la vitesse moyenne horizontale sauf à la cote  $Z^*=2$ , zone d'apparition du panache. La dynamique de l'écoulement moyen à mi- largeur du canal  $X^*=0,5$  est aussi bien reproduite soit pour la composante horizontale ou verticale. L'étude numérique paramétrique a montré l'effet du positionnement du barreau chauffant sur le nombre de Nusselt et on a conclu que le transfert de chaleur est maximal lorsque le barreau est positionné en haut du canal.

### **Perspectives**

Dans la continuité directe de notre travail de thèse, la Simulation des Grandes Echelles va nous permettre d'entreprendre des études comparatives utilisant d'autres modèles de turbulence.

Nous souhaitons, par la suite, nous intéresser aux calculs parallèles sur carte graphique (GPU) et ainsi améliorer le temps de calcul pour cette approche numérique.

Nous souhaitons utiliser le transfert par rayonnement de surface qui est un paramètre très influent dans l'évaluation de la convection naturelle turbulente. Toujours dans l'optique d'améliorer la description du comportement thermo-aéraulique, nous proposons aussi de prendre en compte l'inertie des parois des géométries et par conséquent l'influence de la conduction sur l'écoulement.



---

**Bibliographie**

- Adrian, R. J. Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics *Annu Rev Fluid Mech*, 23 : 261–304, 1991. (Cité chapitre II)
- Aihara, T. Effects of Inlet Boundary Conditions on Numerical Solutions of Free Convection Between Vertical Parallel Plates, Report of the Institute of High Speed Mechanics vol. 28, Tohoku University, Japan, pp. 1-27, 1973. (Cité chapitre I)
- Andreozzi, A., Buonomo, B., Manca, O. Thermal and fluid dynamic behaviors in symmetrical heated channel-chimney systems, *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow* 20 (7), 811-833, 2010. (Cité chapitre I)
- Ayinde, T. F., Said, S. A. M., Habib, M. A. Experimental investigation of turbulent natural convection flow in a channel. *Heat Mass Transfer* 42, 169–177, 2006. (Cité chapitre I)
- Bar-Cohen, A. Rohsenow, W. M. Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates. *ASME J. Heat Transfer* 106, 116–123, 1984. (Cité chapitre I)
- Bejan, A., *Convection heat transfer*, Third edition, John Wiley & Sons, INC, 2004. (Cité introduction générale)
- Ben Yedder, R., Bilgen, E. Natural convection and conduction in trombe wall systems, *Int. J. Heat Transfer* 34, 1237-1248, 1991. (Cité chapitre I)
- Bhowmik, H., Tou, K. W. Experimental study of transient natural convection heat transfer from simulated electronic chips. *Exp. Therm. Fluid Sci.* 29, 485–492, 2005. (Cité chapitre I)
- Bhowmik, H., Tou, K. W. Study of transient forced convection heat transfer from discrete heat sources in a FC-72 cooled vertical channel. *Int. J. Thermal. Sci.* 44, 499–505, 2005. (Cité chapitre I)
- Bhowmik, H., Tso, C. P., Tou, K. W., Tan. F. L. Convection heat transfer from discrete heat sources in a liquid cooled rectangular channel. *Appl. Therm. Eng.* 25, 2532–2542, 2005. (Cité chapitre I)
- Bodoia, J. R. Osterle, J. F. The development of free convection between heated vertical plates. *ASME J. Heat Transfer* 84, 40–44, 1962. (Cité chapitre I, chapitre IV)
- Boetcher, S., Sparrow, E. Buoyancy-induced flow in an open-ended cavity: assessment of a similarity solution and of numerical simulation models, *Int. J. Heat Mass Transfer* 52 (15e16), 3850-3856, 2009. (Cité chapitre I)
- Boudjemadi, R., Maupu, V., Laurence, D., Le Quéré, P. Budgets of turbulent stresses and fluxes in a vertical slot natural convection flow at Rayleigh  $Ra=10^5$  and  $5.4 \cdot 10^5$ . *Int. J. Heat Fluid Flow* 18, 70–79, 1997. (Cité chapitre I, chapitre V)
- Boussinesq, J. *Théorie analytique de la chaleur*. Gauthier-Villars, 1903. (Cité chapitre IV).

- Brangeon, B., Bastide, A. et Joubert, P. Etude numérique de la ventilation naturelle dans un canal incliné chauffé à flux constant. In Congrès Français de Thermique, page 8, Bordeaux, 2012. (Cité chapitre IV).
- Chassing, P. *Turbulence en mécanique des fluides*, Cépaduès- Editions, 2000. (Cité chapitre III).
- Chami, N. et Zoughaib, A. Modeling natural convection in a pitched thermosyphon system in building roofs and experimental validation using particle image velocimetry. *Energy and Buildings*, 42(8) :1267–1274, 2010. (Cité chapitre IV).
- Cheng, X., Müller, U. Turbulent natural convection coupled with thermal radiation in large vertical channels with asymmetric heating. *Int. J. Heat Mass Transfer* 41, 1681–1692, 1998. (Cité chapitre I)
- Chénier, E., Joulin, A. Convection naturelle d'air dans un canal vertical asymétriquement chauffé à flux imposé : exercice de comparaison et solutions de référence. *Proceeding, Congrès français de thermique, Gérardmer ; France. 28/05/2013, 2013* (Cité chapitre IV).
- Dalbert, A., Penot, F., Peube, J. Convection naturelle laminaire dans un canal vertical chauffé à flux constant, *Int. J. Heat Mass Transfer* 24, 1463-1473, 1981. (Cité chapitre I, chapitre IV)
- Daverat, C., Pabiou, H., Ménézo, C., Bouia, H., Xin, S. Experimental investigation of turbulent natural convection in a vertical water channel with symmetric heating: Flow and heat transfer. *Exp. Therm. Fluid Sci.* 2012 in press. (Cité chapitre I)
- Desanghere. S. Détermination des conditions d'échauffement de structure extérieure à un bâtiment en situation d'incendie. Thèse de Doctorat de l'université de Rouan, 2006. (Cité chapitre III)
- Desrayaud, G., Fichera, A. Laminar natural convection in a vertical isothermal channel with symmetric surface-mounted rectangular ribs. *Int. J. Heat Fluid Flow* 23, 519–529, 2002. (Cité chapitre I, chapitre III)
- Desrayaud, G., Fichera, A., Lauriat, G. Natural convection air-cooling of a substrate-mounted protruding heat source in a stack of parallel boards. *Int. J. Heat Fluid Flow* 28, 469–482, 2007. (Cité chapitre I, chapitre III)
- Desrayaud, G., Chénier, E., Joulin, A., Bastide, A., Brangeon, B., Caltagirone, J.P., Cherif, Y., Eymard, R., Garnier, C., Giroux-Julien, S., Harnane, Y., Joubert, P., Laaroussi, N., Lassue, S., Le Quéré, P., Li, R., Saury, D., Sergent, A., Xin, S., Zoubir, A. "Benchmark solutions for natural convection flows in vertical channels submitted to different open boundary conditions," *Int. J. Thermal. Sci*, 72, pp. 18-33, 2013. (Cité chapitre IV).
- Desrayaud, G., Bennacer, R., Caltagirone, J., Chenier, E., Joulin, A., Laaroussi, N. et Mojtabi, K. Etude Numérique comparative des écoulements thermo convectifs dans un canal vertical chauffé asymétriquement. In VIII ème Colloque Interuniv. Franco-Québécois, page 6, 2007. (Cité chapitre IV).
- Dupont, F., Soubdhans, T., Blonbou, R., Calif, R., Tuhault, J., Penot, F. et Soubdhan, T. Étude expérimentale des conditions d'apparition d'écoulements inverses en sortie d'un

- thermosiphon en convection naturelle d'air. In Congrès Français de Thermique, page 6, Toulouse, 2008. (Cité chapitre IV).
- Elenbaas, W. Heat dissipation of parallel plates by free convection. *Phys* 9, 1–28, 1942. (Cité chapitre I, chapitre IV, chapitre V)
- Favre, A. Équations des gaz turbulents compressibles. *Journal de Mécanique*, 4, 1965. (Cité chapitre III).
- FDS. [Http://www.fire.nist.gov/fds/](http://www.fire.nist.gov/fds/), 2012. (Cité chapitre IV).
- Federov, A. G., Viskanta, R. Turbulent natural convection heat transfer in an asymmetrically heated, vertical parallel-plate channel. *Int. J. Heat Mass Transfer* 40, 3849–3860, 1997. (Cité chapitre I)
- Fossa, M., Menezo, C. et Leonardi, E. Experimental natural convection on vertical surfaces for building integrated photovoltaic (BIPV) applications. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32(4) :980–990, 2008. (Cité chapitre IV).
- Fujii, M., Gima, S., Tomimura, T., Zhang, X. Natural convection to air from an array of vertical parallel plates with discrete and protruding heat sources. *Int. J. Heat Fluid Flow* 17, 483–490, 1996. (Cité chapitre I)
- Furukawa, T., Yang, W. -J. Thermal-fluid flow in parallel boards with heat generating blocks. *Int. J. Heat Mass Transfer* 46, 5005–5015, 2003. (Cité chapitre I)
- Garnier, C., Sergent, A. et Le Quéré, P. Modélisation numérique d'un canal vertical asymétriquement chauffé avec une condition aux limites à l'entrée de type vorticité. Congrès Français de Thermique, Tome 1, 2012. (Cité chapitre IV).
- <http://fire.nist.gov/fds/>
- Habib, M. A., Said, S. A. M., Ahmed, S. A., Asghar, A. Velocity characteristics of turbulent natural convection in symmetrically and asymmetrically heated vertical channels. *Exp. Therm. Fluid Sci.* 26, 77–87, 2002. (Cité chapitre I)
- Habchi, S., Acharya, S. Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel. *Int. J. Heat Mass Transfer* 29, 1722–1722, 1986. (Cité chapitre I)
- Hung, Y. H., Shiau, W. M. Local steady-state natural convection heat transfer in vertical parallel plates with a two-dimensional rectangular rib. *Int. J. Heat Mass Transfer* 31, 1279–1288, 1988. (Cité chapitre I)
- Ilie, V. A., Saury, D., Lemonnier, D. et Belleoud, P. (2012). Coupled temperature and velocity measurements in turbulent natural convection flows. 6th European Thermal Sciences Conference (Eurotherm 2012). Publishing Journal of Physics: Conference Series 395 (2012). (Cité chapitre V).

- Inropera, F. P. Convection heat transfer in electronic equipment cooling, *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1097-1111, 1988. (Cité chapitre I)
- Kettleborough, C. F. Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects. *Int. J. Heat Mass Transfer* 15, 883–896, 1972. (Cité chapitre I)
- Kim, W., Boehm, R. F. Laminar buoyancy-enhanced convection flows on repeated blocks with asymmetric heating. *Numer. Heat Transfer Part A* 22, 421–434, 1992. (Cité chapitre I)
- Kwak, C. E., Song, T. H. Experimental and numerical study on natural convection from vertical plates with horizontal rectangular grooves. *Int. J. Heat Mass Transfer* 41, 2517–2528, 1998. (Cité chapitre I)
- Le Quéré, P. On the computation of some external or partially enclosed natural convection flows. In *The 19th International Symposium on Transport Phenomena*, pages 1–8, Reykjavik, ICELAND, 2008. (Cité chapitre IV).
- Liu, J., Tao, W. Numerical analysis of natural convection around a vertical channel in a rectangular enclosure, *Heat and Mass Transfer* 31, 313-321, 1996. (Cité chapitre I, chapitre IV)
- Manca, O., Musto, M. et Naso, V. Experimental analysis of asymmetrical isoflux channel-chimney systems. *International Journal of Thermal Sciences*, 42 (9), 837-846, 2003. (Cité chapitre V)
- McDermott, R. FDS wall flows Part I: Straight channels, *Natl. Inst. Stand. Technol. Tech. Note* 1640, 2-15, 2009. (Cité chapitre VI).
- McGrattan, K.B., Rehm, R.G., Baum, H.R., *J. Comput. Phys.* 110, 285-291, 1994. (Cité chapitre III).
- McGrattan, K. B., Baum, H. R., Rehm, R. G., Hamins, A., Forney, G. P. *Fire Dynamics Simulator - Technical References Guide*, Report NISTIR6467, *Natl. Inst. Stand. Technol.* (2000). (Cité chapitre III, chapitre VI).
- McGrattan, K. B., Baum, H. R., Rehm, R. G., Hamins, A., Forney, G. P., Hostikka, S. *Fire Dynamics Simulator - Technical References Guide, Version 2*, Report NISTIR6783, *Natl. Inst. Stand. Technol.* (2001). (Cité chapitre III, chapitre VI).
- McGrattan, K. B., Hostikka, S., Floyd, J., Baum, H. R., Rehm, R. G., Mell, W., McDermott, R. *Fire Dynamics Simulator- Technical References Guide, Version 5*, Report NIST Special Publication 1018-5, *Natl. Inst. Stand. Technol.* (2010). (Cité chapitre III, chapitre VI).
- Müller, B. Low Mach number asymptotics of the Navier-Stokes equations and numerical implications, 30<sup>th</sup> computational fluid dynamics, March 8-12. Uppsala University, Sweden, 1999. (Cité chapitre III).
- Naylor, D., Floryan, J., Tarasuk, J. A numerical study of developing free convection between isothermal vertical plates,, *J. Heat Transfer* 113, 620-626, 1991. (Cité chapitre I)

- Nakamura, H., Asako, Y., Naitou, T. Heat transfer by free convection between two parallel flat plates, *Numer. Heat Transfer* 5, 95-106, 1982. (Cité chapitre I)
- Oberbeck, A. Über die Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen infolge von Temperatur Differenzen. *Ann. Phys. Chem*, 7 :271–292, 1879 (Cité chapitre IV).
- Ospir, D., Popa C., Cherches, C., Polidori, G., Fohanno, S. Flow visualization of natural convection in a vertical channel with asymmetric heating. *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 39, 486–493, 2012. (Cité chapitre I, chapitre IV)
- Ospir, D., Defay, B., Popa, C. et Fohanno, S. Etude d'un écoulement de convection naturelle dans un canal vertical chauffé asymétriquement. In *XXVIe Rencontres Universitaires de Génie Civil*, pages 1–8, Nancy, 2008. (Cité chapitre IV).
- Penot, F. Cours de convection naturelle et mixte, ENSMA/ESIP/ Université de Poitiers (2007). (Cité chapitre I)
- Penot, F. et Dalbert, A.-M. Convection naturelle mixte et forcée dans un thermosiphon vertical chauffé à flux constant. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26(11) :1639–1648, 1983. (Cité chapitre IV).
- Penot, F., Peube, J. L. Sur le fonctionnement d'un thermosiphon résultant de la rupture d'équilibre de fluide stratifié, *Revue Phys. Appl.* 15, (1980), pp. 903-908. (Cité chapitre I)
- Penot, F., Peube, J. L. Sur le régime de conduction aux petits nombres de Rayleigh dans un thermosiphon ouvert, *C.R. Acad. Sc. Paris*, t. 292- Série II, pp. 931-933, 1981. (Cité chapitre I)
- Perng, S. -W., Wu, H, W. Buoyancy-aided/opposed convection heat transfer for unsteady turbulent flow across a square cylinder in a vertical channel. *Int. J. Heat Mass Transfer* 50, 3701–3717, 2007. (Cité chapitre I).
- Peube, J. L., Penot, F. Sur l'existence d'écoulement établi de thermosiphon dans une conduite courbe chauffée et ouverte à ses extrémités, *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 289-Série B, pp. 305-307, 1979. (Cité chapitre I)
- Popa, C., Ospir, D., Fohanno, S. et Cherches, C. Numerical simulation of dynamical aspects of natural convection flow in a double-skin façade. *Energy and Buildings*, 50:229–233, 2012. (Cité chapitre IV).
- Penot, F., Skurtys, O., Saury, D. Preliminary experiments on the control of natural convection in differentially-heated cavities, *Int. J. of Thermal Sci.*, 49, 1911-1919, 2010. (Cité chapitre IV).
- Ramanathan, S., Kumar, R. Correlations for natural convection between heated vertical plates, *J. Heat Transfer* 113, 97-107, 1991. (Cité chapitre I, chapitre IV)

- Rao, G. M., Narasimham, G. S. V. L. Laminar conjugate mixed convection in a vertical channel with heat generating components. *Int. J. Heat Mass Transfer* 50, 3561–3574, 2007. (Cité chapitre I)
- Rehm, H. R., Baum, H. R. The Equations of Motion for Thermally Driven Buoyant Flows, J. Research of the National Bureau of Standards NBS 83, N°3, 297–308, 1978. (Cité chapitre III, chapitre VI).
- Saha, A. K. Unsteady free convection in a vertical channel with a built-in heated square cylinder, *Numer. Heat Transfer Part A* 38, 795–818, 2000. (Cité chapitre I)
- Said, S. A. M., Krane, R. J. An analytical and experimental investigation of natural convection heat transfer in vertical channels with a single obstruction. *Int. J. Heat Mass Transfer* 33 1121–1134, 1990. (Cité chapitre I)
- Samot, S., Dupont, F. et Penot, F. Mesure de température dans un écoulement renversé à la sortie d'un thermosiphon vertical chauffé à flux constant. In *Congrès Français de Thermique*, page 6, Touquet, 2010. (Cité chapitre IV).
- Saury, D., Rouger, N., Djanna, F. et Penot, F. Le thermosiphon vertical à grands nombres de Rayleigh, principes et caractérisation expérimentale, *Actes du congrès SFT*, pp. 97-102, 2008. (Cité chapitre I)
- Skurtys, O. Contribution au contrôle de la convection naturelle par excitation thermique des couches limites en cavité différentiellement chauffée. Thèse de Doctorat de l'université de Poitiers, 2004. (Cité chapitre II, V)
- Sparrow, E. M., Chrysler, G. M., Azevedo, L. F. Observed flow reversals and measured-predicted Nusselt numbers for natural convection in one-sided heated vertical channel. *ASME J. Heat Transfer* 106, 325–332, 1984. (Cité chapitre I, chapitre V)
- Sparrow, E. M., Vemuri, S. B., Kadle, D. S. Enhanced and local heat transfer, pressure drop, and flow visualization for arrays of block-like electronic components. *Int. J. Heat Mass Transfer* 26, 689–699, 1983. (Cité chapitre I)
- Tanda, G. Natural convection heat transfer in vertical channels with and without transverse square ribs. *Int. J. Heat Mass Transfer* 40, 2173–2285, 1997. (Cité chapitre I)
- Webb, B. W. Hill, D. P. High Rayleigh number laminar natural convection in an asymmetrically heated vertical channel. *ASME J. Heat Transfer* 111, 649–656, 1989. (Cité chapitre I, chapitre IV, chapitre V)
- Wirtz, R. A., Stutzman, R. J. Experiments on free convection between vertical plates with symmetric heating. *ASME J. Heat Transfer* 104, 501–507, 1982. (Cité chapitre I)
- Wu, H. –W., Perng, S. –W. Turbulent flow and heat transfer enhancement of mixed convection over heated blocks in a channel. *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow* 15, 205–225, 2005. (Cité chapitre I)

- Xin, Y., Gore, J. P., Mcgrattan, K. B., Rehm, R. G., Baum, H. R. Fire dynamics simulation of a turbulent buoyant flame using a mixture-fraction-based combustion model, *Combust. Flame* 141, 329–335, 2005. (Cité chapitre III, chapitre VI).
- Yang, R. –J., Fu, L. –M. Thermal and flow analysis of a heated electronic component. *Int. J. Heat Mass Transfer* 44, 2261–2275, 2001. (Cité chapitre I)
- Yilmaz, T., Fraser, S. M. Turbulent natural convection in a vertical parallel-plate channel with asymmetric heating. *Int. J. Heat Mass Transfer* 50, 2612–2623, 2007. (Cité chapitre I)
- Zoubir, A., Xin, S., Giroux-Julien, S. et Menezo, C. Étude numérique des transferts thermoconvectifs dans un canal d'air vertical à flux imposé. In *Société Française de la Thermique*, page 8, Perpignan, 2011. (Cité chapitre IV).





## Annexe A

### Equations régissant

#### A.1. Écoulements à faible nombre de Mach

L'hypothèse du faible nombre de Mach sert à deux objectifs. Tout d'abord, le filtrage des ondes acoustiques signifie que le pas de temps dans l'algorithme numérique n'est tenu que par la vitesse d'écoulement par opposition à la vitesse du son, et d'autre part, l'équation d'état modifiée conduit à une réduction du nombre de variables dépendantes dans le système d'équations par une seule. L'équation de l'énergie n'est jamais résolue explicitement, mais ses termes sources sont inclus dans l'expression de la divergence du flux. [McGrattan & al. 2010].

#### A.2. Etude asymptotique des équations de Naviers-Stokes à faible nombre de Mach

Afin de s'affranchir du problème de la raideur en temps qui vient d'être évoqué, une forme approximative du système d'équations de Naviers-Stokes peut être obtenue au moyen d'une étude asymptotique. La méthode généralement employée consiste à ne conserver que certains termes significatifs dans les équations. Cette section présente la réalisation de cette tâche, en utilisant la forme adimensionnelle des équations d'après la synthèse réalisée par Müller [1999], qui s'appuie elle-même sur l'analyse de Rehm et Baum [1978]. Cette dernière est d'ailleurs à l'origine des équations utilisées par le code de calcul utilisé dans le cadre de cette thèse.

##### A.2.1. Les équations de conservation de Navier-Stokes

La forme différentielle des équations de Navier-Stokes est :

L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \vec{\nabla}^* \cdot (\rho^* \vec{u}^*) = 0 \quad (\text{A.1})$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho^* \vec{u}^*}{\partial t^*} + \vec{\nabla}^* \cdot (\rho^* \vec{u}^* \vec{u}^*) + \vec{\nabla}^* p^* = \vec{G}^* \quad (\text{A.2})$$

L'équation de l'énergie

$$\frac{\partial \rho^* E^*}{\partial t^*} + \vec{\nabla}^* \cdot (\rho^* h_t^* \vec{u}^*) = Q^* \quad (\text{A.3})$$

Les grandeurs dimensionnelles sont notées avec un indice \*, par exemple le temps  $t^*$ ,  $\rho^*, p^*, \vec{u}^*$  désignant respectivement le temps, la masse volumique, la pression et le vecteur vitesse. Les opérateurs vectoriels  $\vec{\nabla}^*$  et  $\vec{\nabla}^*$  sont respectivement la divergence et le gradient. En coordonnées cartésiennes :

$$\vec{x}^* = (x^*, y^*, z^*)^T ; \vec{u}^* = (u^*, v^*, w^*)^T \text{ et } \vec{\nabla}^* = \left( \frac{\partial}{\partial x^*}, \frac{\partial}{\partial y^*}, \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^T$$

$\vec{G}^*$  représente la résultante des forces externes. Dans notre cas on considère les forces visqueuses et de flottabilité.

$$\vec{G}^* = \vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^* + \rho^* \vec{g}^* \quad (\text{A.4})$$

Pour un fluide newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses est régi par la loi

$$\vec{\tau}^* = \mu^* \left( \vec{\nabla}^* \vec{u}^* + (\vec{\nabla}^* \vec{u}^*)^T \right) - \frac{2}{3} \mu^* \vec{\nabla}^* \cdot \vec{u}^* \vec{I} \quad (\text{A.5})$$

$\mu^*$  désignant la viscosité dynamique du fluide et  $\vec{I}$  est le tenseur identité.

Le vecteur d'accélération de la pesanteur est donné par :

$$\vec{g}^* = -g^* \vec{e}_r \quad (\text{A.6})$$

$$E^* = e_i^* + \frac{1}{2} |\vec{u}^*|^2 \quad (\text{A.7})$$

Désigne l'énergie totale qui est la somme de l'énergie interne  $e_i^*$  et de l'énergie cinétique  $\frac{1}{2} |\vec{u}^*|^2$ .

L'enthalpie totale est donnée par :

$$h_t^* = E^* + \frac{p^*}{\rho^*} \quad (\text{A.8})$$

$Q^*$  combine la puissance des forces de viscosité et de pesanteur, la diffusion de la chaleur, ainsi que la chaleur dégagée par des sources externes. La modélisation classique de la diffusion de la chaleur utilise la loi de Fourier, ce qui conduit finalement à l'expression :

$$Q^* = \vec{\nabla}^* \cdot (\vec{\tau}^* \cdot \vec{u}^*) + \rho^* \vec{g}^* \cdot \vec{u}^* + \vec{\nabla}^* \cdot (k^* \vec{\nabla}^* T^*) + \rho^* q^* \quad (\text{A.9})$$

Pour un gaz parfait, l'équation d'état reliant les quantités thermodynamiques est :

$$p^* = \rho^* R^* T^* \quad (\text{A.10})$$

$$e_i^* = c_v^* T^* \quad (\text{A.11})$$

où  $R^* = c_p^* - c_v^*$  est la différence des capacités calorifiques à pression et à volume constant. Le rapport de ces capacités est noté

$$\gamma = \frac{c_p^*}{c_v^*} \quad (\text{A.12})$$

et vaut 1.4 pour l'air.

### A.2.2. Adimensionnalisation

Les équations de (A.1) à (A.11) sont adimensionnées en utilisant des quantités de références notées avec un indice supplémentaire  $\infty$  pour rappeler qu'elles correspondent, soit à des valeurs stationnaires, soit à des valeurs prises loin de l'écoulement étudié. Les quantités thermodynamiques de référence sont en outre supposées vérifier elles aussi l'équation d'état du gaz parfait (A.10).

Les quantités sans dimension sont alors formées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*}, \quad p = \frac{p^*}{p_\infty^*}, \quad \vec{u} = \frac{\vec{u}^*}{u_\infty^*}, \quad T = \frac{T^*}{T_\infty^*}, \\ \mu &= \frac{\mu^*}{\mu_\infty^*}, \quad k = \frac{k^*}{k_\infty^*}, \quad \vec{x} = \frac{\vec{x}^*}{x_\infty^*}, \\ t &= \frac{t^*}{\frac{L_\infty^*}{u_\infty^*}}, \quad e_i = \frac{e_i^*}{\frac{p_\infty^*}{\rho_\infty^*}}, \quad E = \frac{E^*}{\frac{p_\infty^*}{\rho_\infty^*}}, \quad h_t = \frac{h_t^*}{\frac{p_\infty^*}{\rho_\infty^*}} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Les grandeurs de référence sont choisies de manière à ce que les quantités adimensionnées soient de l'ordre de (1) en fonction du nombre de Mach de référence qui s'écrit :

$$M_\infty = \frac{u_\infty^*}{\sqrt{\gamma p_\infty^* / \rho_\infty^*}} \quad (\text{A.14})$$

Afin de s'affranchir de la dépendance en  $\gamma$  et de simplifier les notations, on utilise

$$\tilde{M} = \frac{u_\infty^*}{\sqrt{p_\infty^*/\rho_\infty^*}} = \sqrt{\gamma} M_\infty \quad (\text{A.15})$$

On note que pour les autres nondimensionalisations

$$\frac{u^*}{\sqrt{p_\infty^*/\rho_\infty^*}} = \frac{u^*}{u_\infty^*} \tilde{M} \rightarrow 0 \quad \text{pour} \quad \tilde{M} \rightarrow 0, \quad \text{et}$$

$$\frac{p^*}{\rho_\infty^* u_\infty^{*2}} = \frac{p^*}{p_\infty^*} \frac{1}{\tilde{M}^2} \rightarrow \infty \quad \text{pour} \quad \tilde{M} \rightarrow 0$$

En introduisant les relations (A.13) dans les équations de continuité, de Navier-Stokes et de conservation de l'énergie, les formes adimensionnées des équations s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) + \frac{1}{\tilde{M}^2} \vec{\nabla} p = \vec{G}, \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho h_t \vec{u}) = Q \quad (\text{A.18})$$

Les seconds membres étant exprimés par :

$$\vec{G} = \frac{1}{Re_\infty} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \frac{1}{Fr_\infty^2} \rho (-\vec{e}_r) \quad (\text{A.19})$$

$$Q = \frac{\tilde{M}^2}{Re_\infty} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{u}) + \frac{\tilde{M}^2}{Fr_\infty^2} \rho (-\vec{e}_r) \cdot \vec{u} + \frac{\gamma}{(\gamma-1)Re_\infty Pr_\infty} \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \rho q \quad (\text{A.20})$$

Avec

$Re_\infty = \frac{\rho_\infty^* u_\infty^* L^*}{\mu_\infty^*}$  est le nombre de Reynolds qui compare les forces d'inertie aux forces de viscosité ;

$Fr_\infty = \frac{u_\infty^*}{\sqrt{g^* L^*}}$  est le nombre de Froude qui caractérise le rapport entre les forces d'inertie et les forces volumiques de flottabilité ;

$\vec{\tau} = \mu \left( \vec{\nabla} \vec{u} + (\vec{\nabla} \vec{u})^T \right) - \frac{2}{3} \mu \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \vec{I}$  le tenseur des contraintes visqueuses adimensionnel.

$Pr_\infty = \frac{c_p^* \mu_\infty^*}{k_\infty^*}$  le nombre de Prandtl qui compare les transferts de quantité de mouvement associés aux forces visqueuses avec les transferts de chaleur conductifs.

$q = \frac{q^*}{\frac{u_\infty^* p_\infty^*}{L^* \rho_\infty^*}}$  est le taux adimensionnel de dégagement de chaleur.

Les expressions adimensionnées de l'énergie totale et de l'enthalpie totale sont données par :

$$E = e_i + \tilde{M}^2 \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 \quad (\text{A.21})$$

$$h_t = E + \frac{p}{\rho} \quad (\text{A.22})$$

L'équation adimensionnelle des gaz parfaits est :

$$p = \rho T, \quad (\text{A.23})$$

$$e_i = \frac{1}{\gamma - 1} T \quad (\text{A.24})$$

Utilisant les équations (A.23), (A.24) et (A.21), la pression peut être exprimé par

$$p = (\gamma - 1) \left[ \rho E - \tilde{M}^2 \frac{1}{2} \frac{|\rho \vec{u}|^2}{\rho} \right] \quad (\text{A.25})$$

### A.2.3. Analyse asymptotique

L'analyse asymptotique, lorsque  $\tilde{M}$  tend vers zéro, permet d'identifier les termes négligeables dans les équations (A.16) à (A.18), dans l'hypothèse d'écoulement à faible nombre de Mach. En supposant que toutes les variables ne dépendent que du temps adimensionné  $t$  et des variables d'espace adimensionnées  $\mathbf{x}$ , chaque grandeur  $\varphi$  est décomposée sous la forme

$$\begin{aligned} \varphi(x, t, \tilde{M}) &= \varphi_0(x, t) + \varphi_1(x, t) \tilde{M} + \varphi_2(x, t) \tilde{M}^2 + O(\tilde{M}^3) \\ &= \varphi_0 + \varphi_1 \tilde{M} + \varphi_2 \tilde{M}^2 + O(\tilde{M}^3) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Les décompositions asymptotiques des grandeurs en puissances de  $\tilde{M}$  sont introduites dans les équations (A.16) à (A.25), ce qui conduit à des égalités qui sont ensuite ordonnées

selon les puissances de  $\tilde{M}$ . Ces égalités étant vérifiées pour toute valeur de  $\tilde{M}$  proche de zéro, les coefficients des polynômes correspondants sont nécessairement nuls. Des relations liant les différents ordres de chaque variable sont ainsi obtenues, pour plus de détail, nous invitons le lecteur à consulter le document de Müller [1999].

La décomposition asymptotique permet notamment d'arriver à l'approximation du système d'équations de Navier Stokes à l'ordre 0 :

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{u}_0) = 0, \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial \rho_0 \vec{u}_0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{u}_0 \vec{u}_0) + \vec{\nabla} p_2 = \vec{G}_0, \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \rho_0 \left[ \frac{\partial T_0}{\partial t} + \vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} T_0 \right] - \frac{dp_0}{dt} = Q_0, \quad (\text{A.29})$$

$$p_0(t) = \rho_0(\vec{x}, t) T_0(\vec{x}, t) \quad (\text{A.30})$$

Un résultat essentiel de cette approximation à l'ordre 0 est que la pression s'écrit sous la forme

$$p(\vec{x}, t, \tilde{M}) = p_0(\vec{x}, t) + p_2(\vec{x}, t) \tilde{M}^2 + O(\tilde{M}^3), \quad (\text{A.31})$$

et que le terme  $p_2$  intervienne uniquement dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

Il est à noter que l'analyse asymptotique conduit également à l'équation

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_0 = \frac{\gamma-1}{\gamma p_0} Q_0 - \frac{1}{\gamma p_0} \frac{dp_0}{dt} \quad (\text{A.32})$$

La divergence du champ de vitesse  $u_0$  est donc modifiée par le terme  $Q_0$  et la variation de la pression  $p_0$ . En supposant que les termes du second membre de la précédente équation sont connus, la détermination du champ de pression  $p_2$  est obtenue en prenant la divergence de l'équation (A.28).

La pression dynamique  $p_2$  est découplée des fluctuations de masse volumique ou de température agissant théoriquement sur la pression via l'équation d'état. De cette manière, les ondes acoustiques ne sont pas prises en compte par le modèle à faible nombre de Mach. Ce

filtrage présente l'avantage de permettre l'utilisation de pas de temps plus importants pour la résolution numérique des équations.

D'un point de vue mathématique, la partie hydrodynamique du système obtenu est similaire aux équations de Navier Stokes régissant les écoulements incompressibles car la masse volumique ne dépend pas de la pression dynamique  $p_2$  et le champ de vitesse satisfait une contrainte de type divergentielle, similaire à la condition usuelle de divergence nulle de l'écoulement incompressible. [Desanghere 2006].

Une stratégie de résolution numérique du modèle à faible nombre de Mach peut consister à calculer dans un premier temps la divergence du champ de vitesse, afin d'injecter ensuite cette grandeur dans l'équation obtenue en prenant la divergence du bilan de quantité de mouvement. Ceci permet de calculer la perturbation de pression et de terminer la résolution du problème en déterminant le champ de vitesse associé.

En réécrivant l'équation de conservation de la masse (3.1) sous la forme

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \rho = -\rho (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}), \quad (\text{A.33})$$

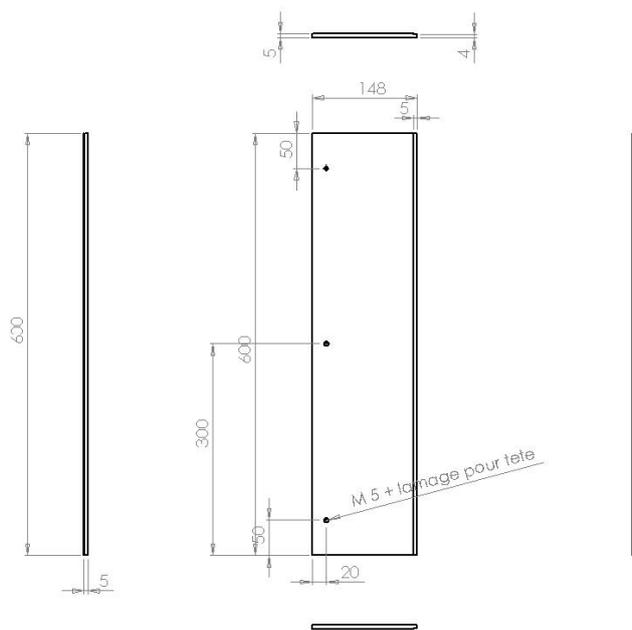
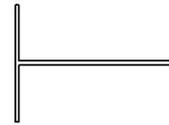
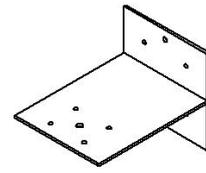
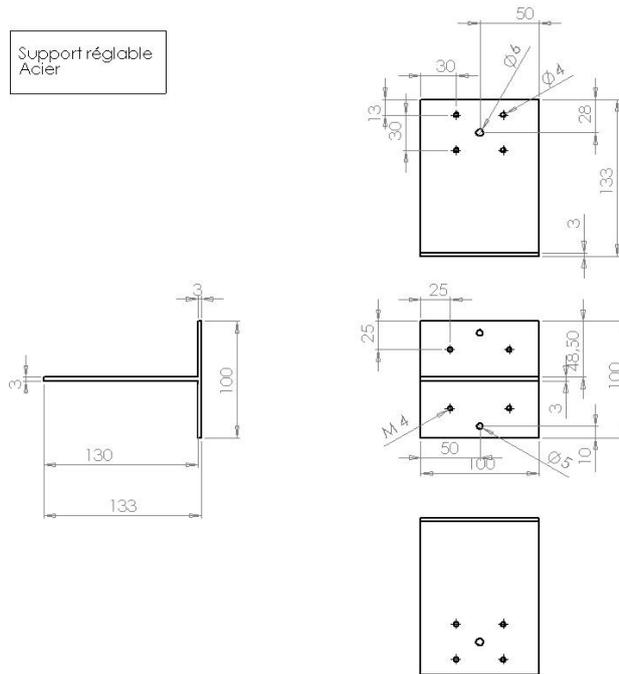
Il apparaît que la divergence du champ de vitesse intervient également directement dans l'évolution de la masse volumique.

Comme le montre la relation (A.32), l'expression de la divergence du champ de vitesse contient les termes sources de l'équation de conservation de l'énergie. Il n'est pas nécessaire de résoudre explicitement le bilan d'énergie car la température du mélange peut être simplement obtenue à partir de l'équation d'état, connaissant la masse volumique et la pression ambiante. Cette stratégie est mise en œuvre dans le code de calcul FDS présenté maintenant.

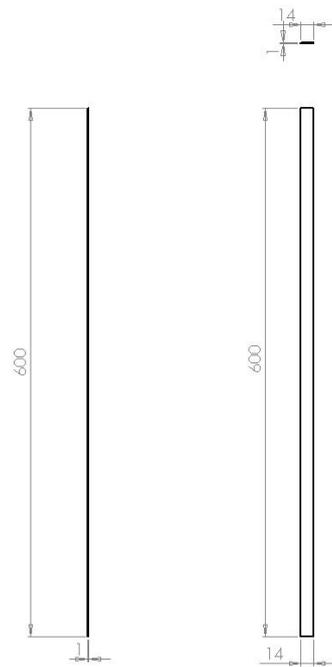
**Annexe B**  
**Montage de la manipulation par SolidWorks**

---

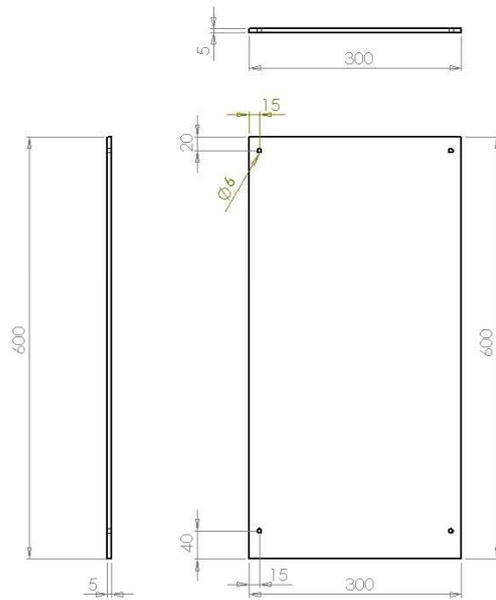
Support réglable  
Acier



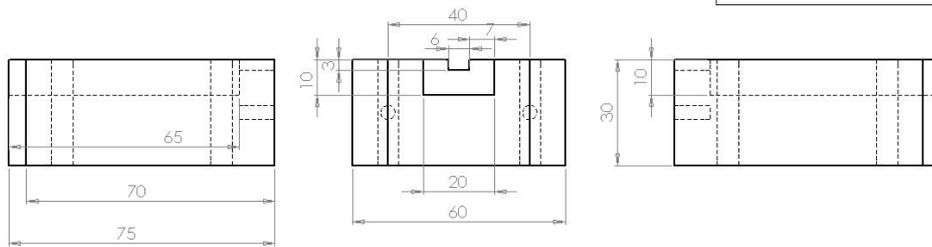
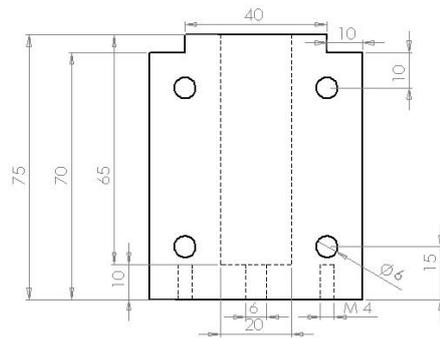
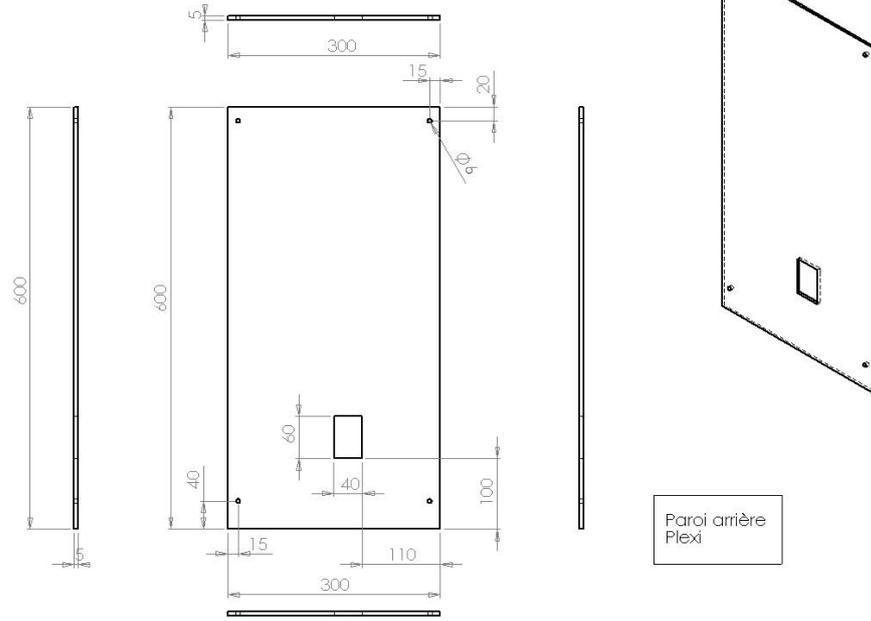
Plaques métalliques verticales  
4 pièces identiques



Fente latérale  
2 pièces identiques  
Macrolon

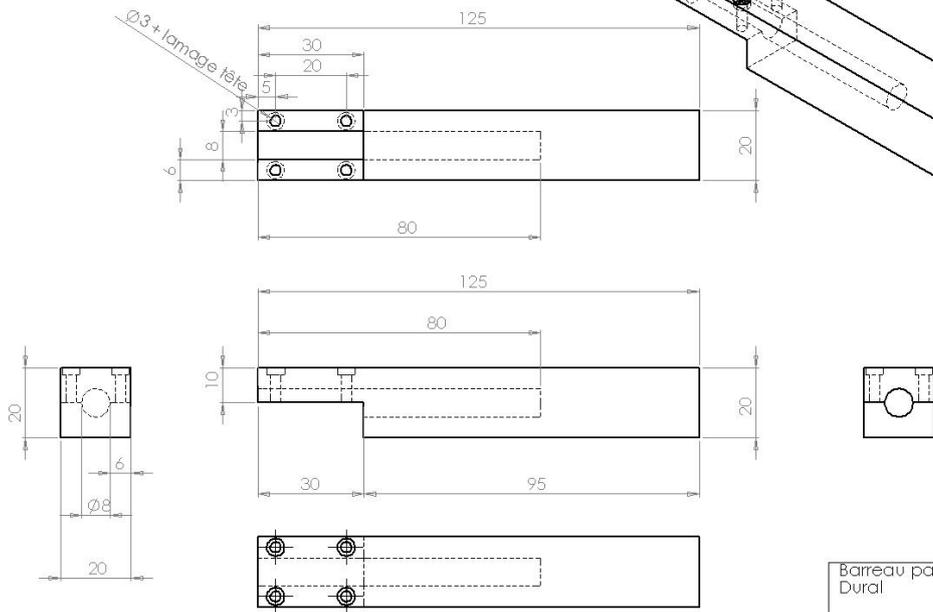
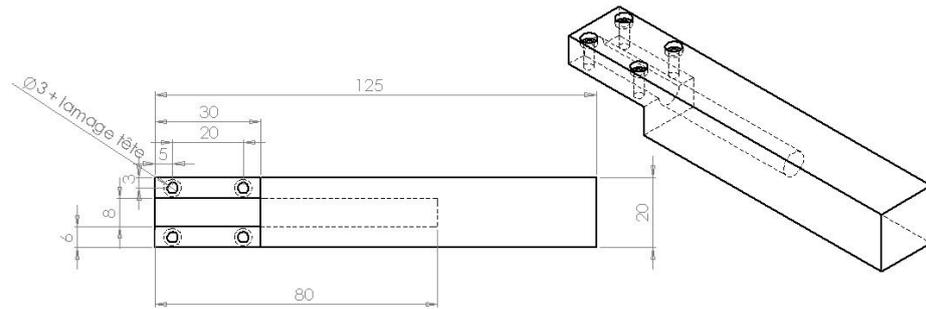
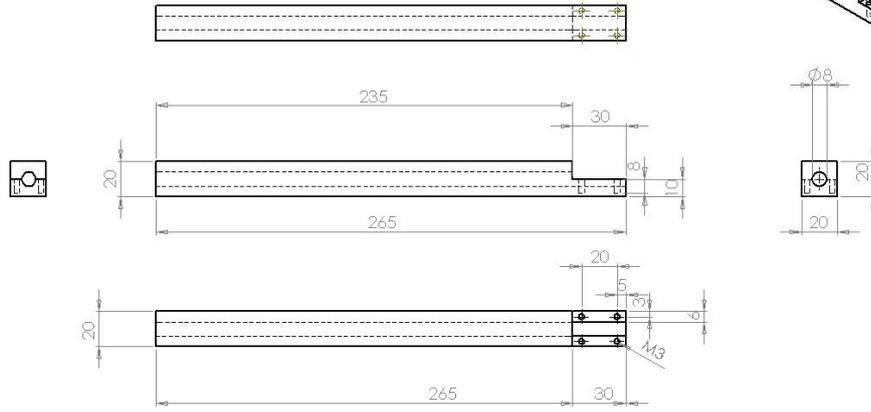
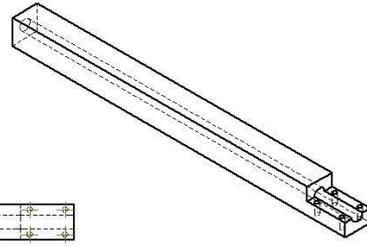


Paroi avant  
Plexi

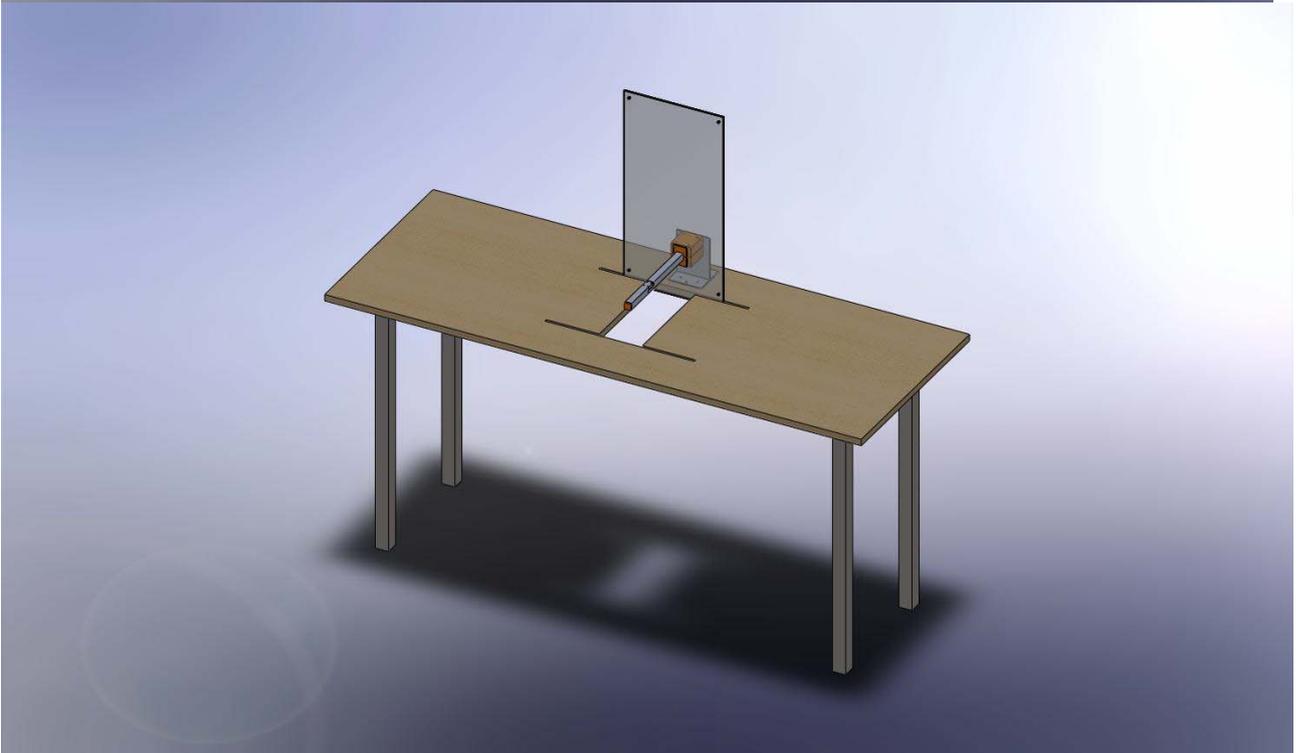
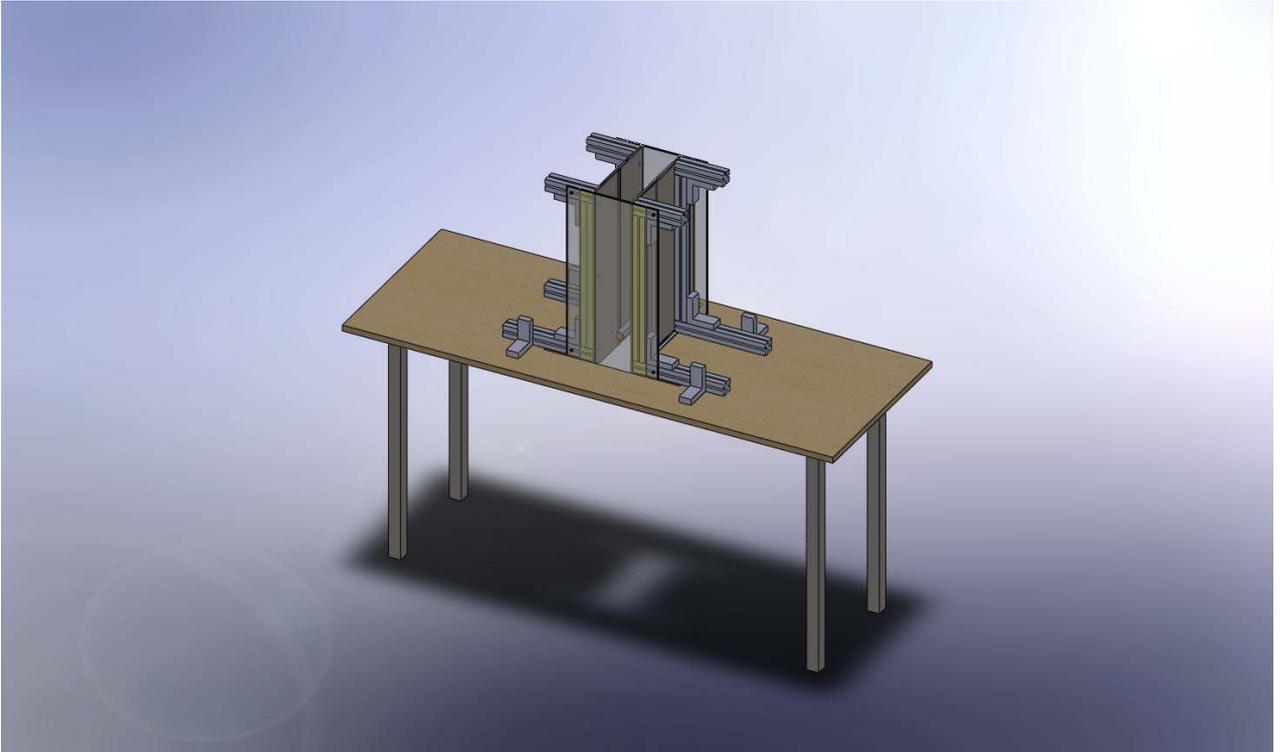


Barreau partie arrière  
Dural

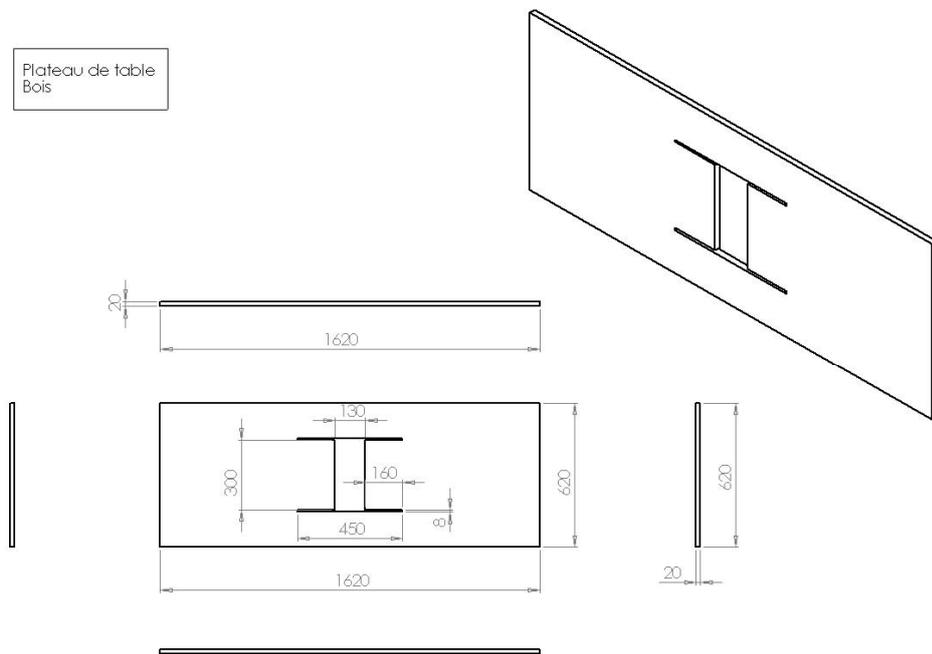
Perçage à travers tout mais avec 150mm  
propre côté assemblage



Barreau partie avant  
Dural

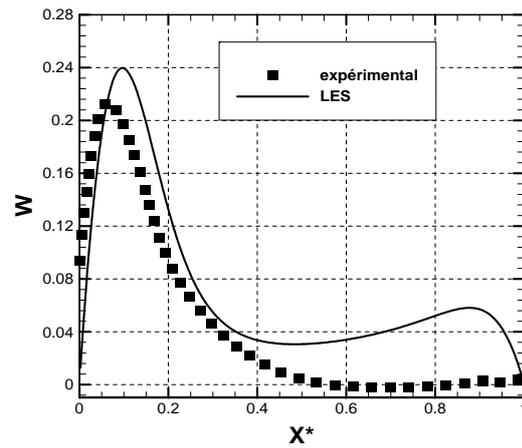
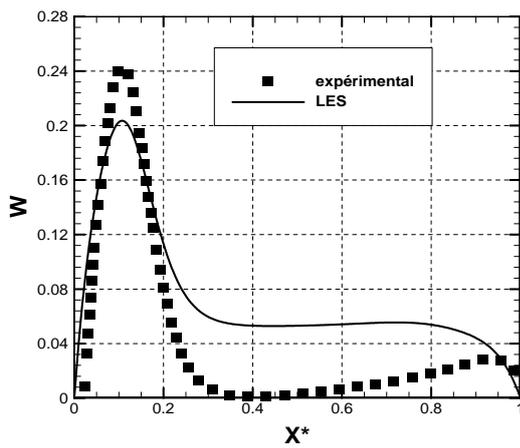
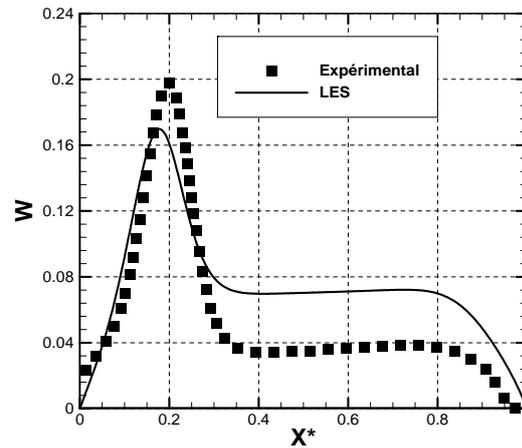
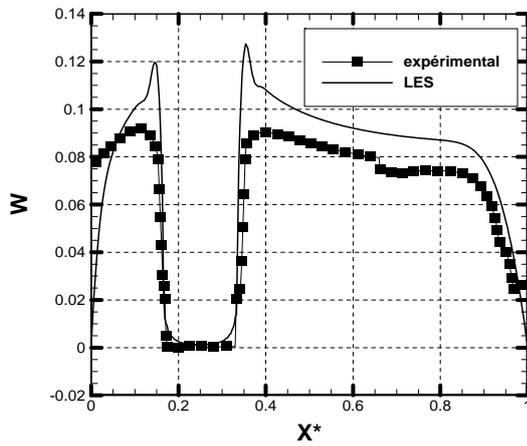


Plateau de table  
Bois

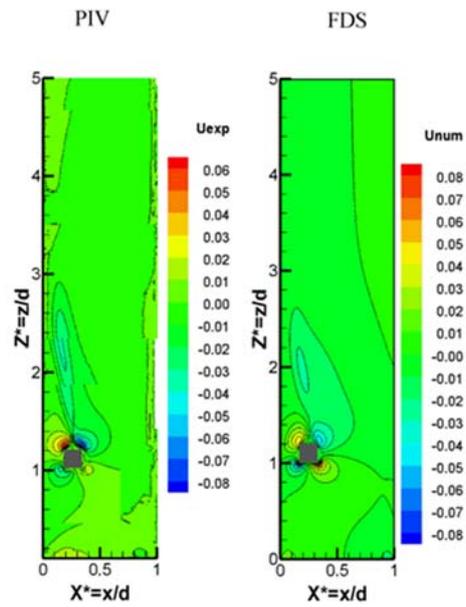


## Annexe C

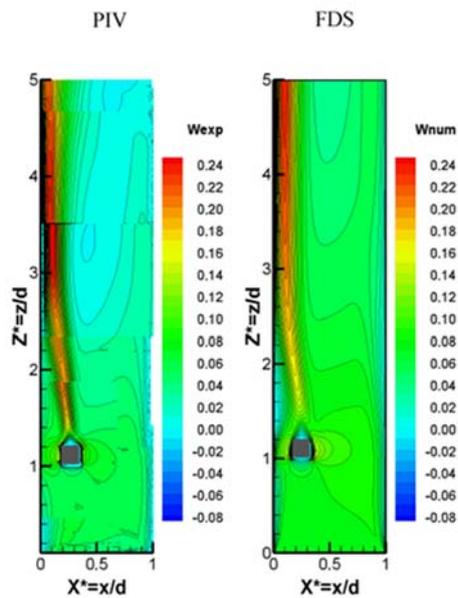
Données sur le champ dynamique pour l'écart de température :  $45,6^\circ\text{C}$   
 ( $Ra_H = 10^9$ )



Profils de la composante verticale de la vitesse moyenne  $W$  dans le plan médian à  
 la cote : a-  $Z^* = 1$  ; b-  $Z^* = 2$  ; c-  $Z^* = 3$  et d-  $Z^* = 5$ .

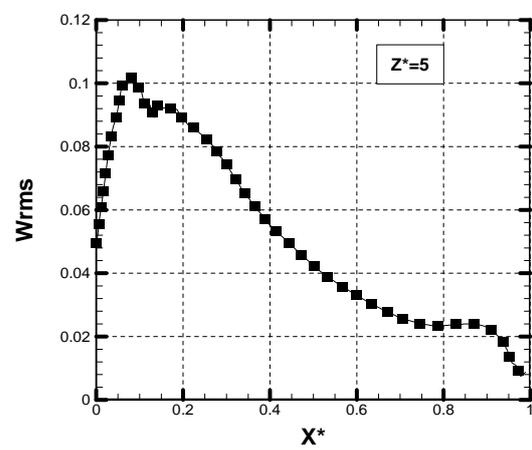
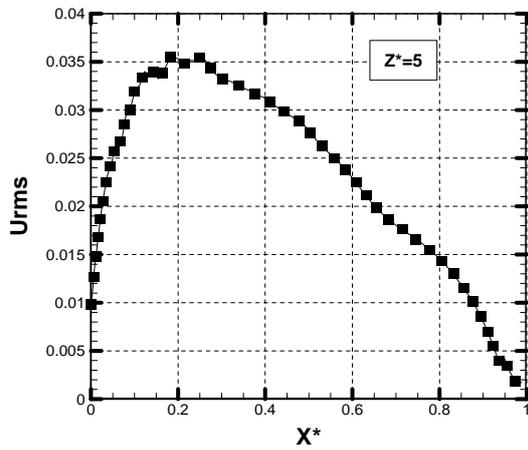
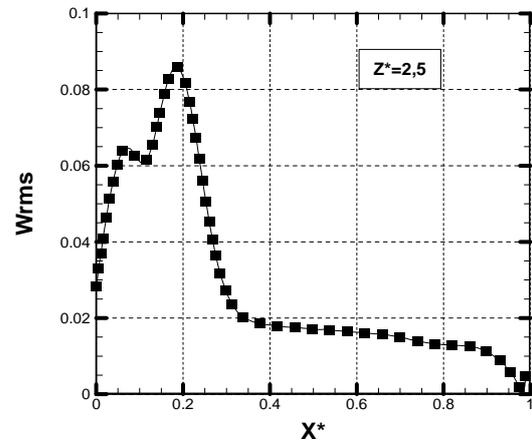
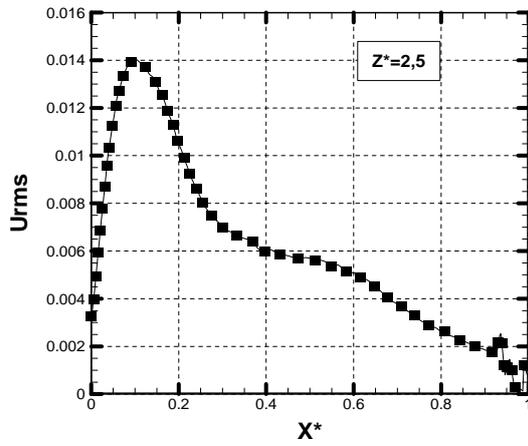


(a)

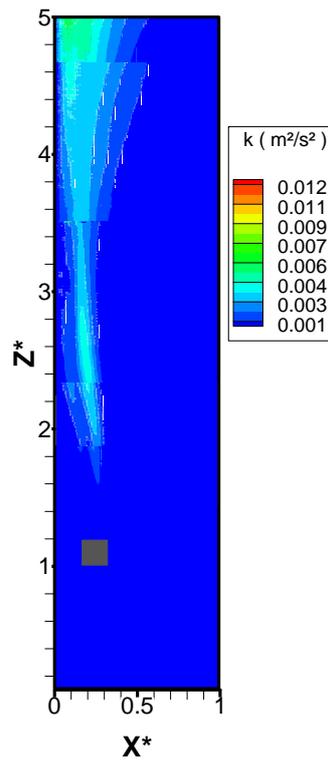


(b)

**Cartographie des composantes vitesses horizontale et verticale par PIV (à gauche)  
Les iso-vitesses horizontales et verticales par FDS (à droite).**



Profils de la fluctuation de la vitesse dans le plan médian à la cote :  $Z^* = 2,5$  et  $Z^* = 5$  ;  
Urms (à gauche) et Wrms (à droite)



**Cartographie de l'énergie cinétique turbulente dans la cheminée**



---

## Résumé

La description des transferts thermo-convectifs (évaluation des débits massiques, des transferts de chaleur) mis en jeu dans des cheminées (cheminées solaires, doubles peaux, espaces sous toiture) est encore mal connue et constitue un enjeu pour l'amélioration des systèmes passifs. L'étude de ces phénomènes peut être évaluée par la mécanique des fluides expérimentale et numérique. La première partie de ce mémoire est consacrée à l'examen approfondi de la dynamique de l'écoulement dans un canal vertical muni d'un barreau générateur de chaleur. Des mesures du champ dynamique par PIV-2D ont permis de comprendre le comportement de l'écoulement de la convection naturelle dans la cheminée et d'apprécier l'influence des conditions limites libres. Des cartographies de vitesse (PIV-2D) ont été établies pour des écoulements de convection naturelle turbulente à des nombres de Rayleigh élevés ( $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  et  $Ra_H = 10^9$ ). L'exploitation des résultats expérimentaux a, entre autre, permis de caractériser la typologie de l'écoulement dans le plan médian et autour du barreau chauffant, ainsi que le cheminement du fluide dans la cheminée et les caractéristiques turbulentes dans ce type de géométrie. L'approche numérique adoptée dans ce travail, pour étudier la convection naturelle turbulente, est la simulation des grandes échelles (SGE ou LES en anglais). Cette approche se situe à mi-parcours entre la méthode de calcul direct et la résolution des équations moyennées en temps, de type RANS. L'avantage d'une telle technique est la réduction appréciable du nombre de points de discrétisation nécessaire par rapport à celui exigé par la méthode de calcul direct, tout en conservant l'aspect dynamique des écoulements. Les résultats obtenus lors de ce travail concernent premièrement l'étude des conditions limites dynamiques à imposer pour des géométries ouvertes avec l'application de la technique LES à différentes configurations de cavités ouvertes en régime turbulent, afin de caractériser les champs de température et de vitesse et d'en déduire les grandeurs intégrales d'intérêt (débit massique adimensionnel,...). Les résultats de ces calculs ont été comparés soit à d'autres résultats numériques dans le cadre de benchmarks (benchmark numérique AMETH) ou à nos résultats expérimentaux.

**Mots clés :** PIV-2D, Simulation des grandes échelles, LES, CFD, Analyse asymptotique, Transfert de chaleur, Géométries ouvertes.

# Abstract

The description of the convective heat transfer (evaluation of mass flow, heat transfer) involved in chimneys (solar chimneys, ..... ) is still poorly understood and is a challenge for the improvement of passive systems. The study of these phenomena can be evaluated by the mechanics of experimental and numerical fluid dynamics. The first part of this thesis is devoted to detailed examination of the dynamics of the flow in a vertical channel with a heat generator bar. Measurements of the dynamic field using PIV-2D allowed to understand the behavior of the flow of natural convection in the chimney and to assess the influence of free boundary conditions. Velocity cartographies (PIV-2D) have been established for turbulent natural convection flows at high Rayleigh numbers ( $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  and  $Ra_H = 10^9$ ). The exploitation of experimental results has, among others, permits to characterize the type of flow in the median plane, around the heating bar and the pathways of the fluid in the chimney, also the turbulent characteristics in this type of geometry. The numerical approach adopted in this work to study the turbulent convection is the large eddy simulation (LES). This approach is mid-way between the direct computation method and resolution of averaged equations in time, type RANS. The advantage of such a technique is the significant reduction in the number of discretization points needed compared to that required by the method of direct calculation, while retaining the dynamic aspect of the flows. The results obtained in this work primarily concern the study of dynamic boundary conditions to be imposed for open geometries with the application of the LES technique for different open cavities configurations in the turbulent regime, in order to characterize the temperature and velocity fields and deduce the integral values of interest (dimensionless mass flow rate ...). The results of these calculations were compared either to, other numerical results within the framework of benchmarks (numerical benchmark AMETH) or our experimental results.

**Keywords:** PIV-2D, Large Eddy Simulation, LES, CFD, Asymptotic Analysis, Heat Transfer, Open Geometries.

## ملخص

ان المفاهيم السائدة لوصف الحمل الحراري (تقييم التدفق, ونقل الحرارة) الموجود في المداخل منها المداخل الشمسية، والمساحات تحت السقف ... وغيرها، سيئ ويشكل تحديا لتحسين الأنظمة المنفصلة.

ويمكن تقييم ودراسة هذه الظواهر من قبل اليات ديناميكيات السوائل التجريبية والعديدية. وقد انكبّ هذا العمل، في الجزء الأول من هذه الأطروحة، والذي كان عبارة على دراسة تجريبية تفصيلية لديناميكية جريان الموائع داخل قناة عمودية و انتقالات الحرارة الناشئة عن وجود قضيب مولد للحرارة.

كذلك قياسات الحقل الديناميكي باستعمال (PIV-2D) سمح لنا بفهم سلوك تدفق الحمل الحراري الطبيعي في القنوات العمودية المفتوحة ، وتقييم تأثير الشروط الحدودية الحرة. وقد أنشئت رسومات خرائط السرعة (PIV-2D) للتعبير عن تدفقات الحمل الحراري الطبيعي المضطرب من أجل أعداد رايلى ' كبيرة ' ( $Ra_H = 2,5 \times 10^9$  et  $Ra_H = 10^9$ ).

من جهة اخرى كان استغلال النتائج التجريبية قد مكّننا من وصف نوع من التدفق في المستوى المتوسط للقناة حول قضيب التدفئة وكذلك تدفق الهواء في القناة والخصائص المضطربة في هذا النوع من الهندسة.

اما الجزء الثاني والذي يعتبر دراسة تجريبية فقد كانت المقاربة العددية التي اعتمدت في هذا العمل لدراسة الحمل الحراري المضطرب هي دراسة المقاييس الكبيرة (LES) و من مميزات هذه التقنية هي خفض كبير في عدد النقاط اللازمة مقارنة إلى ما هو مطلوب من قبل طريقة الحساب المباشر، مع الحفاظ على الجانب الديناميكي من التدفقات. اما النتائج التي تم الحصول عليها في هذا العمل فهي تهم في المقام الأول دراسة شروط الحدود الديناميكية التي ستفرض على الهندسة المفتوحة مع تطبيق تقنية LES على مختلف التهئة المفتوحة في النظام المضطرب، و هذا لوصف حقول التوزيع الحراري و السرعة وتمت مقارنة نتائج هذه الحسابات مرة الى النتائج العددية (المؤشر العددي AMETH) ومرة اخرى الى النتائج التجريبية التي تحصلنا عليها و بهذه الطريقة كانت هذه الدراسة المتحصل عليها.

**كلمات مفتاحية:** حمل حراري طبيعي، الاضطراب، LES، CFD، وتحليل مقارب، نقل الحرارة، الهندسيات المفتوحة ، دراسة عددية.