

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE DE BATNA**

**FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**

Laboratoire des Systèmes de Propulsion Induction Electromagnétique LSPIE-  
2000, Batna

**Thèse de  
Doctorat en Sciences en Electrotechnique**

Option : Commande des machines

Présentée par :

**KHAMARI Dalila**

Ingénieur, magister en Electrotechnique et MCB, Univ. Batna

---

---

**Thème**

**Contribution à la Commande des Systèmes  
Linéaires à Paramètres Variants  
Application à une machine à courant alternatif**

---

---

Soutenue le : **27/10/2014**..... devant le Jury composé de :

Dr. NAIT-SAID Med-Said	Prof	Université de Batna	Président
Dr. MAKOUF Abdesslam	Prof	Université de Batna	Rapporteur
Dr. DRID Said	Prof	Université de Batna	Co-Rapporteur
Dr. BETKA Achour	Prof	Université de Biskra	Examineur
Dr. BENAICHA Samia	MC	Université de Sétif	Examineur
Dr. CHRIFI-ALAOUI Larbi	Prof	Université de Picardie Jules Verne	Examineur

## *Dédicaces :*

*Je dédie ce modeste travail :*

*à la mémoire de ma grande- mère*

*à mes chères parents et mon mari*

*à mon fils Yahia Zakaria, et ma fille Sara*

*à toute la famille,*

*à toutes mes amies et collègues de l'institut de l'hygiène  
et sécurité,*

*à toute personne ayant contribué à ce travail de près ou  
de loin.*

## *Remerciements :*

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire LSPIE. Par cette occasion même, je remercie M. Abdesslem Makouf, Professeur à l'Université de Batna mon directeur de thèse pour ses précieux conseils son assistance , sa disponibilité et pour m'avoir si chaleureusement accueilli et intégré au sein du laboratoire dont il est le directeur.

Au terme de ce travail, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers M. Said Drid ,Professeur à l'Université de Batna , co-directeur de thèse, pour ses qualités humaines en premier lieu, son attention , ses précieux conseils, ses encouragements et sa grande expérience qui ont été très utiles pour mener à bout cette thèse.

M. M.-S. Nait-Said, Professeur à l'Université de Batna, pour l'honneur qu'il m'accorde en présidant le jury de soutenance.

M. Achour Betka, Professeur a l'Université de Biskra, pour avoir accepté de faire partie de jury

M. Larbi Cherifi Alaoui , Professeur à l'Université Université de Picardie Jules Verne, Soissons, pour son accueil au sein du laboratoire des technologies innovantes de l' Université de Picardie Jules Verne, Soissons, France ; pour avoir accepté de faire le déplacement et siégé au jury.

Mme samira Benaicha Maitre de conférence à l'Universté de Sétif, pour l'intérêt qu'elle a témoigné à ce travail et son jugement scientifique en tant que examinateur.

Que mes collègues du laboratoire LSPIE trouve l'expression des mes vifs remerciements pour les discussions fructueuses et les remarques pertinentes et

la bonne ambiance de travail

Je tiens à exprimer mon profond respect et toute ma gratitude pour mes parents qui n'ont jamais cessé de me soutenir et de m'encourager pour mener à bout ce travail.

## Abstract

The robust theory seems to have reached a form of maturity it offers at the same time tools of analysis allowing the analysis of uncertain systems robustness and the synthesis of  $H_\infty$  and  $\mu$  – *synthesis* optimal control for linear system. The last algorithmic developments concerning the resolution of convex optimization problems under linear matrix inequality (LMI) constraint make possible to consider the synthesis of  $H_\infty$  linear parameter varying controller. In this context the linear parameter varying control law is used for the induction motor control and it is compared with  $\mu$  – *synthesis* controller. This approach is related to the fact that the synthesis of a linear parameter varying (LPV) feedback controller for the inner loop take into account rotor resistance and mechanical speed as varying parameter. An LPV flux observer is also synthesized to estimate rotor flux and compared with a model référence adaptative system variation des paramètres observer. The induction motor is described as a polytopic model because of speed and resistance affine dependence their values can be estimated on line during systems operations. The simulation and experimental results of the proposed approach are presented to confirm the effectiveness of the control laws where robustness stability and high performances have been achieved over the entire operating range of the induction motor.

## Résumé

La théorie de la commande robuste semble avoir atteint une forme de maturité offrant à la fois des outils d'analyse de robustesse de la commande des systèmes incertains et de synthèse de lois de commande optimale de type  $H_\infty$  et  $\mu$  – *synthesis* pour des systèmes linéaires. Les derniers développements algorithmiques concernant la résolution des problèmes d'optimisation convexe sous contraintes des inégalités matricielles linéaires (LMI) permettent d'envisager la synthèse de régulateurs pour les systèmes linéaires à paramètres variants (LPV). Dans ce contexte des lois de commande issue de la théorie de la commande des systèmes LPV sont appliquées pour la commande du

moteur à induction et comparé avec un régulateur issue de la  $\mu$  – *synthèse*. Cette approche appliqué à la commande des courants du moteur à induction permet de prendre en compte la variation de la vitesse et de la résistance du rotor. La synthèse d’un observateur de flux basée sur la théorie (LPV) permettant une estimation robuste est comparé avec un observateur de flux basé sur la méthode “model reference adaptativ system”. Le modèle du moteur à induction est exprimé sous une forme polytopique à cause de la dépendance affine du modèle de la vitesse et de la résistance, leur valeurs peuvent être estimés en temps réel pendant tous le régime de fonctionnement. Les lois de commande proposés sont testés en simulation et sur un banc d’essai expérimentale pour confirmer la robustesse et les hautes performances délivré par la loi de commande sur toutes les plages de fonctionnement du moteur.

# Liste des publications

## Conférences internationales avec comité de lecture

D.Khamari, A.makouf, S.drid ***“Induction Motor LMI Gain Scheduling Control using LPV Model”***

16th International Conference on Electrical Engineering 11- 13 October 2010. Batna university.

D.Khamari, A.makouf, S.drid ***“Control of Induction Motor using Polytopic LPV Model”***

1<sup>st</sup> IEEE-2011 International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCCA'11) March 3-5, 2011 at Hammamet, Tunisia.

D.Khamari, A.makouf, S.drid, ***“Robust Linear Parameter Varying Flux Observer for induction motor”***

International Conference on Automation and Mechatronics CIAM'2011 Oran Algeria, Nov 22–24 2011

D.Khamari, A.makouf, S.drid, ***“Self Scheduled LPV Flux Observer for induction motor”***

International Conference on Industrial Engineering and Manufacturing May 6-7 2012.

D.Khamari, A.makouf, S.drid, ***“Linear Parameter Varying Induction Motor Control with Two-degree-of freedom”***

4 th IEEE International Conference on power engineering , Energy, Electrical drive May 13-17 2013 Istanbul, Turkey

## Revue internationale

D.Khamari, A.makouf, S.drid,"***High Performance of Self Scheduled Linear Parameter Varying Control with Flux Observer of Induction Motor***"

Journal of electrical engineering technology ISSN(Print) 1975-0102 Vol. 8, No. 5 : 1202-1211, 2013

ISSN(Print) 1975-0102 J Electr Eng Technol Vol. 8, No. 5 : 1202-1211, 2013

ISSN(Online) 2093-7423 <http://dx.doi.org/10.5370/JEET.2013.8.5.1202>

## *Notation et abréviation :*

$X$  :Matrice.

$x$  : Vecteur.

$x$  : Scalaire.

Principaux indices et exposants

$(.)as, (.)bs, (.)cs$  : Composantes (a, b, c) dans un repère triphasé lié au stator.

$(.)ar, (.)br, (.)cr$  : Composantes (a, b, c) dans un repère triphasé lié au rotor.

$(.)\alpha, (.)\beta$  :Composantes ( $\alpha, \beta$ ) dans un repère diphasé.

$(.)d, (.)q$  : Composantes (d, q) dans un repère diphasé tournant.

$(.)s, (.)r$  : Composantes statorique :

$(.)0, (.)n$  : Grandeur nominale. :

$(\hat{\cdot})$  :Grandeur estimée

$(.)T, (.)^*$  : Matrice transposée, matrice transposée et conjuguée.

Principaux symboles

$R_s, (R_r)$  : Résistance par phase d'un enroulement au stator (respectivement rotor).

$L_s, L_r$  : Inductance cyclique du stator (respectivement rotor)

$M_{sr}$  : Mutuelle Inductance cyclique.

$\sigma$  :Coefficient de dispersion magnétique

$T_s = \frac{L_s}{R_s}, T_r = \frac{L_r}{R_r}$  :Constante de temps électrique au stator (respectivement rotor).

$p$  : Nombre de paire de pôles

$f$  : Coefficient de frottements visqueux

$J$  : Inertie du moteur chargé

$\|\cdot\|_\infty$  : Norme infini d'un signal ou d'une matrice  
 $\lambda_i$  : Valeur propre d'une matrice.  
 $\sigma$  : Valeur singulière d'une matrice.  
 $((\bar{\sigma}(\cdot), \underline{\sigma}(\cdot)))$  : Plus grande (respectivement plus petite) valeur singulière.  
 $\mu_\Delta$  : Valeur singulière structurée par rapport à la structure  $\Delta$  .  
 $A, B, C, D$  : Matrices de la représentation d'état d'un système continu .  
 $I_n$  : Matrice d'identité.  
 $G(s)$  : Matrice de transfert du système nominal en boucle fermée.  
 $P(s)$  : Matrice de transfert du procédé généralisé.  
 $K(s)$  : Matrice de transfert du correcteur.  
 $\Delta(s)$  : Matrice modélisant les incertitudes.  
 $G(s)$  : Matrice de pondération.  
 $(Fl(P, K), (Fu(P, \Delta)))$  : Transformation linéaire fractionnaire basse (respectivement haute).

Principales grandeurs

$\vartheta$  : Angle entre un enroulement rotorique et son homologue statorique.  
 $\vartheta_s, (\vartheta_r)$  : Angle entre la phase a du stator (respectivement rotor) et l'axe d.

$\omega$  : Vitesse angulaire électrique.

$\Omega$  : Vitesse de rotation mécanique du rotor.

$V$  : Tension simple (valeur efficace du fondamental) :

$I$  : Courant de ligne (valeur efficace du fondamental)

$\phi$  : Flux magnétique (valeur efficace du fondamental)

$C_{em}$  : Couple électromagnétique.

$C_r$  : Couple résistant.

Sigles :

LPV : système linéaire à paramètres variant

LMI : Inégalités matricielle linéaire (linear matrix inequality)

MRAS : Model Reference Adaptative System

MAS : Moteur Asynchrone

## *Notation et abréviation :*

$X$  : Matrice.

$x$  : Vecteur.

$x$  : Scalaire.

Principaux indices et exposants

$(.)as, (.)bs, (.)cs$  : Composantes (a, b, c) dans un repère triphasé lié au stator.

$(.)ar, (.)br, (.)cr$  : Composantes (a, b, c) dans un repère triphasé lié au rotor.

$(.)\alpha, (.)\beta$  : Composantes ( $\alpha, \beta$ ) dans un repère diphasé.

$(.)d, (.)q$  : Composantes (d, q) dans un repère diphasé tournant.

$(.)s, (.)r$  : Composantes statorique et rotorique :

$(.)0, (.)n$  : Grandeur nominale. :

$(\hat{\cdot})$  : Grandeur estimée

$(.)T, (.)^*$  : Matrice transposée, matrice transposée et conjuguée.

Principaux symboles

$R_s, (R_r)$  : Résistance par phase d'un enroulement au stator (respectivement rotor).

$L_s, L_r$  : Inductance cyclique du stator (respectivement rotor)

$M_{sr}$  : Mutuelle Inductance cyclique.

$\sigma$  : Coefficient de dispersion magnétique

$\tau_s = \frac{L_s}{R_s}, \tau_r = \frac{L_r}{R_r}$  : Constante de temps électrique au stator (respectivement rotor).

$p$  : Nombre de paire de pôles

$f$  : Coefficient de frottements visqueux

$J$  : Inertie du moteur chargé

$\|\cdot\|_\infty$  : Norme infini d'un signal ou d'une matrice  
 $\lambda_i$  : Valeur propre d'une matrice.  
 $\sigma$  : Valeur singulière d'une matrice.  
 $((\bar{\sigma}(\cdot), \underline{\sigma}(\cdot)))$  : Plus grande (respectivement plus petite) valeur singulière.  
 $\mu_\Delta$  : Valeur singulière structurée par rapport à la structure  $\Delta$  .  
 $A, B, C, D$  : Matrices de la représentation d'état d'un système continu .  
 $I_n$  : Matrice d'identité.  
 $G(p)$  : Matrice de transfert du système nominal en boucle fermée.  
 $P(p)$  : Matrice de transfert du procédé généralisé.  
 $K(p)$  : Matrice de transfert du correcteur.  
 $\Delta(p)$  : Matrice modélisant les incertitudes.  
 $G(p)$  : Matrice de pondération.  
 $(Fl(P, K), (Fu(P, \Delta)))$  : Transformation linéaire fractionnaire basse (respectivement haute).  
 Principales grandeurs  
 $\vartheta$  : Angle entre un enroulement rotorique et son homologue statorique.  
 $\vartheta_s, (\vartheta_r)$  : Angle entre la phase a du stator (respectivement rotor) et l'axe d.  
 $\omega$  : Vitesse angulaire électrique.  
 $\Omega$  : Vitesse de rotation mécanique du rotor.  
 $V$  : Tension simple (valeur efficace du fondamental) :  
 $I$  : Courant de ligne (valeur efficace du fondamental)  
 $\phi$  : Flux magnétique (valeur efficace du fondamental)  
 $T_{em}$  : Couple électromagnétique.  
 $C_r$  : Couple résistant.  
 Sigles :  
 LPV : système linéaire à paramètres variant  
 LMI : Inégalités matricielle linéaire (linear matrix inequality)  
 MRAS : Model Reference Adaptative System  
 MAS : Moteur Asynchrone

# Table des figures

1.3.1 Orientation du flux rotorique sur l'axe d . . . . .	13
1.3.2 Schemas du principe de la commande vectorielle par orientation du flux . . . . .	18
1.3.3 Vitesse de rotation du rotor . . . . .	19
1.3.4 Couple électromagnétique . . . . .	19
1.3.5 Flux du rotor . . . . .	20
1.3.6 Composante du courant $i_{sd}$ . . . . .	20
1.3.7 Composante du courant $i_{sq}$ . . . . .	21
1.3.8 Vitesse (rd/s) . . . . .	21
1.3.9 Couple (Nm) . . . . .	22
1.3.10 Flux (Wb) . . . . .	22
1.3.11 Composante $i_{sd}$ . . . . .	23
1.3.12 Composante $i_{sq}$ . . . . .	23
2.1.1 Incertitudes multiplicatives . . . . .	31

2.1.2 Incertitudes additive . . . . .	31
2.1.3 Incertitude structurée . . . . .	32
2.1.4 Schéma représentatif d'une boucle de suivi et de regulation . .	33
2.1.5 Connexion de $M$ avec $\Delta$ . . . . .	35
2.2.1 Problème sous forme standards . . . . .	36
2.2.2 Problème de sensibilité mixte . . . . .	38
2.2.3 Mise en forme pour la $\mu$ -analyse . . . . .	40
2.3.1 Boucle de régulation des courants . . . . .	44
2.3.2 Schémas bloc du modèle avec paramètre incertains . . . . .	46
2.3.3 La LFT représentant le modèle incertain du MI sur l'axe $q$ . .	48
2.3.4 Schéma-bloc de la synthèse du régulateur . . . . .	49
2.3.5 Réponse du processus incertain . . . . .	51
2.3.6 Réponse fréquentielle de la boucle ouverte avec correction pour différentes valeurs des paramètres incertains . . . . .	52
2.3.7 Analyse de la robustesse en stabilité . . . . .	53
2.3.8 Vitesse de rotation . . . . .	54
2.3.10 Régulation robuste de la composante du courant $i_{sq}$ . . . . .	54
2.3.9 Régulation robuste de la composante du courant $i_{sd}$ . . . . .	54
2.3.11 Module du flux contrôlé par un PI . . . . .	55
2.3.12 Couple électromagnétique . . . . .	55

3.3.1 Problème standard LPV . . . . .	66
3.4.1 structure de la sensibilité mixte pour le suivi de trajectoire . . .	76
3.5.1 Schémas qnoptique de la boucle fermée de la commande . . . .	81
3.5.2 Profile du couple de charge et de la résistance du rotor . . . . .	82
3.5.3 Vitesse de mécanique . . . . .	83
3.5.4 Couple électromagnétique . . . . .	83
3.5.5 Composante du courant statorique . . . . .	84
3.5.6 Zoom sur l'erreur de poursuite du courant . . . . .	84
3.5.7 Suivi de trajectoire du flux . . . . .	85
3.6.1 Structure de régulateur à deux degrés de liberté . . . . .	89
3.6.2 Structure générale de la commande . . . . .	90
3.6.3 Vitesse mécanique . . . . .	90
3.6.4 Couple électromagnétique . . . . .	91
3.6.5 Erreur sur la composante $i_{sd}$ . . . . .	91
3.6.6 Erreur sur la composante $i_{sq}$ . . . . .	91
3.6.7 Composante du flux sur l'axe $\alpha$ . . . . .	92
3.6.8 Composante du flux sur l'axe $\beta$ . . . . .	92
4.2.1 Représentation de structure générale de l'observation par la MRAS . . . . .	97
4.2.2 Observateur du flux par la MRAS . . . . .	97

4.2.3	Profile de la vitesse . . . . .	98
4.2.4	Couple électromagnétique . . . . .	99
4.2.5	Flux du rotor . . . . .	99
4.2.6	Vitesse . . . . .	100
4.2.8	Estimation du flux en basse vitesse et en boucle ouverte avec $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	101
4.2.7	Couple électromagnétique en basse vitesse et en boucle ouverte avec une variation de $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	101
4.2.9	Erreur d'estimation du flux en basse vitesse en boucle ouverte $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	102
4.2.10	Couple électromagnétique en basse vitesse et en boucle fermée avec $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	102
4.2.11	Estimation du flux en boucle fermée en basse vitesse avec $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	103
4.2.12	Erreur d'estimation en boucle fermée avec $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	103
4.3.1	Problème standard de synthèse de l'observateur $H_\infty$ LPV . . . . .	106
4.4.1	Profile de la vitesse . . . . .	109
4.4.2	Couple électromagnétique en boucle fermée avec $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	110
4.4.3	Flux estimé en boucle fermée avec $\Delta R_s = 300\%$ . . . . .	110
4.4.5	Erreur d'estimation du flux sur la composante $\alpha$ . . . . .	111
4.4.4	Zoom sur l'erreur d'estimation du flux . . . . .	111

4.4.6 Erreur d'estimation du flux sur la composante $\beta$ . . . . .	112
5.2.1 Schemas synoptique de la commande . . . . .	115
5.2.2 Banc d'essai experimental utilisé . . . . .	116
5.4.1 Photo montrant la carte dSPACE Ds1103 . . . . .	118
5.6.1 Profile du couple de charge et de la variation de résistance . .	120
5.6.2 Profile de vitesse . . . . .	120
5.6.3 Couple électromagnétique . . . . .	120
5.6.4 courant du stator . . . . .	121
5.6.5 Zoom sur le courant le statorique . . . . .	121
5.6.6 Flux rotorique . . . . .	122
5.6.7 Zoom sur le flux estimé . . . . .	122

# Table des matières

## Chapitre 1 :

<b>Modélisation et commande vectorielle de la MAS</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.1.1 Modélisation de la MAS . . . . .	5
1.1.2 Modèle mathématique de la machine . . . . .	6
1.1.3 Modèle dans le plan diphasé $(\alpha, \beta)$ . . . . .	8
1.2 Modélisation biphasé . . . . .	10
1.2.1 Introduction . . . . .	10
1.2.2 Modèle dans le système $(d, q)$ . . . . .	11
1.2.3 Expression du couple . . . . .	11
1.3 Commande vectorielle de la machine asynchrone . . . . .	12
1.3.1 Introduction . . . . .	12
1.3.2 Principe de la commande vectorielle par orientation du flux . . . . .	12

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	x
---------------------------	---

1.3.3	Découplage entrée-sorties par compensation . . . . .	14
1.3.4	Structure fonctionnelle de la commande vectorielle par orientation du flux . . . . .	16
1.3.5	Synthèse des contrôleurs classiques . . . . .	17
1.3.6	Remarque sur modèle la MAS . . . . .	24
1.3.7	Conclusion . . . . .	24

**Chapitre 2 :**

<b>Commande robuste de la machine asynchrone</b>	<b>26</b>	
2.1	Introduction . . . . .	26
2.1.1	Représentation d'état d'un système LTI . . . . .	28
2.1.2	Valeurs singulières . . . . .	29
2.1.3	Norme $H_\infty$ . . . . .	30
2.1.4	Description des incertitudes de modèle . . . . .	30
2.1.5	Robustesse des systèmes linéaires en boucle. . . . .	33
2.1.6	Stabilité nominale . . . . .	34
2.1.7	stabilité robuste . . . . .	34
2.2	Synthèse $H_\infty$ . . . . .	35
2.2.1	Mise en oeuvre par la méthode de sensibilité mixte . . . . .	37
2.2.2	$\mu$ -Synthèse . . . . .	40
2.3	Control robuste par la $\mu$ -synthèse . . . . .	42

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	xi
---------------------------	----

2.3.1	Modélisation de la boucle de régulation du courant $i_{sq}$ et $i_{sd}$ .	43
2.3.2	Résultats de simulation	53
2.4	Conclusion	55

**Chapitre 3 :**

<b>Commande LPV de la MAS</b>	<b>57</b>	
3.1	Introduction	57
3.1.1	Stabilité quadratique des système LPV	59
3.2	Norme induite $L_2$ .	59
3.2.1	Performance quadratique d'un système LPV	60
3.2.2	Systèmes affines	61
3.2.3	Représentation polytopique	62
3.3	Rappels sur la convexité et les inégalités matricielles	63
3.3.1	Convexité	63
3.3.2	Contraintes LMI	63
3.3.3	Propriétés	64
3.3.4	Le problème standard de commande $\mathcal{L}_2$ sous contrainte de stabilité quadratique	65
3.4	Synthèse du régulateur LPV	67
3.4.1	Application à la machine asynchrone	72

3.4.2 Synthèse du régulateur LPV polytopique du courant statorique du moteur à induction . . . . .	74
3.5 Commande de la vitesse et du flux . . . . .	77
3.5.1 Loi de commande du flux et de la vitesse . . . . .	79
3.5.2 Résultats de simulation . . . . .	81
3.6 Commande LPV du moteur à induction avec un régulateur à deux degrés de liberté . . . . .	85
3.6.1 Modélisation LPV du moteur . . . . .	86
3.6.2 Modélisation LPV du moteur . . . . .	87
3.6.3 Synthèse du régulateur LPV à deux degrés de libertés .	88
3.6.4 Résultats de simulation . . . . .	90
3.7 Conclusion . . . . .	92

**Chapitre 4 :**

<b>Observation LPV du flux de la MAS</b>	<b>94</b>
4.1 Introduction . . . . .	94
4.2 Observation du flux par la technique MRAS . . . . .	96
4.2.1 Résultats de simulation . . . . .	98
4.3 Observateur LPV du flux . . . . .	104
4.3.1 Mise en équations . . . . .	104
4.3.2 Synthèse d'un observateur linéaire à paramètre variants	

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	xiii
---------------------------	------

4.3.3 Construction du problème du standard . . . . .	105
4.4 Analyse en simulation . . . . .	109
4.5 Conclusion . . . . .	112

**Chapitre 5 :**

**Implantation expérimentale des régulateurs LPV 114**

5.1 Introduction . . . . .	114
5.2 Présentation du banc d'essai . . . . .	115
5.3 Partie "puissance" . . . . .	117
5.4 Partie commande . . . . .	117
5.5 Acquisition des mesures . . . . .	119
5.6 Résultats expérimentaux . . . . .	119
5.7 Conclusion . . . . .	123

**Conclusions et recommandations 124**

**Annexes 127**

# Introduction générale

Le modèle de la machine asynchrone est non linéaire et fortement couplé mais associé à une commande vectorielle par orientation du flux rotorique, un découplage entre le flux et le couple peut être obtenu à l'égard d'une machine à courant continu à excitation séparée. Cela peut permettre d'aboutir à des performances dynamique très élevés. Cependant le modèle n'est jamais parfaitement connu du fait que ces paramètres ne sont jamais connus avec précision et qui peuvent changer en cours de fonctionnement sous l'effet de la température et de la saturation. Cette état de fait induit par conséquent une dégradation des performances et une faible robustesse de la structure de commande.

Deux approches permettent de palier ce problème. L'adaptation de ces paramètres en temps réel dans la commande, ou la recherche de structures de commande robuste face aux incertitudes paramétriques, l'avantage principal de cette approche est la réduction du matériel et du temps de calcul.

L'intérêt croissant d'élever le niveau de la robustesse des structures de commande a donné un nouvel élan aux méthodes fréquentielles à partir des années 80. Cela a donné naissance à la méthode  $H_\infty$  et la  $\mu$ -*synthèse* également appelée méthodes fréquentielles avancée. Ces techniques garantissent a priori un compromis entre les performances et la stabilité de la structure de commande, ce sont de véritables méthodes de conception assisté par ordinateur, pratique et efficace numériquement puisque la formalisation mathématique particulière du cahier des charges mène à la traduction des problèmes de commande sous forme de problèmes d'optimisation très intéressant, du fait qu'il existe des algorithmes efficaces pour les résoudre.

La méthode LPV est très indiqué pour traiter des systèmes linéaire dé-

pendant de paramètres variants dans le temps, pour lesquels elles permettent de résoudre des problèmes de type *gain*  $L_2$  et de garantir des propriétés incrémental de la méthode  $H_\infty$  et par conséquent satisfaire le cahier de charge.

Dans le cadre de notre travail et dans l'optique de faire une extension des techniques de commande appliquée aux systèmes linéaires aux systèmes non linéaire il s'agit en fait d'appliquer ces techniques de commande robuste au moteur à induction pour garantir un certain niveau de performance et de robustesse, malgré la présence de variations paramétriques et des bruits induits par les capteurs de mesures et aussi par les effets de l'onduleur .

Afin de réduire la fragilité de la structure de commande et de garantir un bon contrôle du flux, un estimateur du flux du rotor basé sur la technique LPV a été utilisé

Ce document est organisé comme suit :

Le Premier chapitre concerne la modélisation et le contrôle vectoriel avec orientation du flux de la MAS avec des régulateurs issue de l'automatique linéaire, les résultats de simulations montrerons que la variation de la constante de temps rotorique influera sur le découplage entre le flux et le couple électromagnétique, ce qui justifie l'utilisation de la régulation robuste qui sera exposée ultérieurement.

Le deuxième chapitre est consacré à l'application de la commande robuste de type  $\mu$ -synthèse à la MAS. En raison des variations des paramètres du moteur, le développement de commandes robustes permettant de s'affranchir de ces phénomènes s'avère nécessaire. Dans ce chapitre nous présenterons les outils mathématique nécessaires pour la synthèse des régulateurs robustes. Dans la deuxième partie de ce chapitre, il est procédé à l'application de la méthodologie de conception d'un régulateur issue de la  $\mu$ -synthèse a la boucle de régulation du courants en étudiant sa validité dans le rejet des bruits et sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques. De nombreuses simulations tenant compte des incertitudes paramétriques permettent de vérifier l'intérêt de cette approche et d'effectuer des comparaisons vis à vis des résultats obtenus avec des commandes linéaires classiques du contrôle vectoriel.

Le troisième chapitre concerne l'application de la commande LPV à la MAS, en raison du caractère non linéaire de son modèle, il est donc judicieux d'utiliser cette technique de commande pour satisfaire le cahier de charge et garantir un niveau de performance satisfaisant. Dans ce chapitre, nous exposerons de manière succincte les outils mathématiques nécessaires pour la synthèse des régulateurs LPV sous forme polytopique, nous verrons que cette technique nous permettra de prendre en compte la variation des paramètres tel que la vitesse de rotation mécanique ainsi que la fréquence des courants rotoriques, ce qui n'était pas possible avec la technique utilisée dans le chapitre précédent. Nous appliquerons cette technique dans un premier temps à la boucle de courant dont le modèle sera exprimé dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$ , Dans le deuxième cas et toujours dans le même contexte, nous utiliserons le référentiel  $(d, q)$  pour représenter le modèle du moteur et nous proposerons la synthèse d'un régulateur LPV à deux degrés de liberté pour atteindre à la fois un certain niveau de performance et garantir la robustesse et la stabilité pour le système bouclé.

Afin d'améliorer les réponses du système de commande, l'observation du flux de la machine fera l'objet du quatrième chapitre, nous utiliserons la MRAS pour estimer le flux en premier lieu, nous verrons que cette technique est très sensible aux variations paramétrique en basse vitesse ce qui va motiver notre choix pour l'utilisation de la technique LPV pour la synthèse d'un observateur insensible aux variations paramétriques. L'observateur est placé dans une boucle de commande et testé par simulation, Les résultats obtenus par les deux techniques seront commentés ultérieurement afin de justifier leur utilisations dans les boucle de régulation.

Le cinquième chapitre sera consacré à la description du dispositifs utilisé pour l'implantation expérimentale de la commande et l'observation LPV, et les résultats qui découleront de ces essais expérimentaux seront étudiés et comparés à ceux obtenus par simulation.

Enfin une conclusion dans laquelle une synthèse des travaux sera effectués ainsi que des perspectives à envisager dans le contexte de la commande

robuste.

# Chapitre 1

## Modélisation et commande vectorielle de la MAS

### 1.1 Introduction

#### 1.1.1 Modélisation de la MAS

Le modèle du comportement dynamique de la machine asynchrone est souvent décrit dans le système  $(d, q)$  par les équations de Park sous certaines conditions de simplification. Ce modèle est un système d'équation algèbro différentiel simple pouvant admettre plusieurs formes de représentations d'état. Il dépend entre autre des objectifs que l'on s'assigne, soit de commande système couple-courant ou système vitesse-position [25]. Soit d'observation du flux ou de la vitesse. Il dépend aussi du mode d'alimentation en tension (pour les basses puissances) ou en courant (pour les fortes puissances). Enfin il dépend aussi des variables d'états flux, courant statorique ou rotorique.

Par conséquent le modèle décrivant le fonctionnement de la machine n'est pas unique et cette flexibilité nous permet une grande liberté de choix, nous facilitant en théorie la solution d'une grande variété de problèmes pouvant surgir au niveau d'un système d'entraînement piloté par la machine asynchrone [55].

Pour prendre en charge ces problèmes, nous avons utiliser la commande vectorielle par orientation du flux rotorique qui permet la linéarisation et le

découplage du couple et du flux à l'instar d'une machine à courant continu à excitation séparée et des régulateurs PI sont utilisés dans les différentes boucles de régulations. Des tests seront développés pour améliorer les performances et la robustesse face aux variations des paramètres (résistance rotorique)

Les résultats obtenus vont nous servir ultérieurement de référence pour évaluer et comparer les résultats d'autres commandes plus robuste afin d'améliorer les performances et la structure de commande.

## 1.1.2 Modèle mathématique de la machine

### Hypothèses simplificatrices

La modélisation de Park de la machine asynchrone tient compte des hypothèses simplificatrices suivantes

- répartition sinusoïdale de l'induction magnétique dans l'entrefer,
- pas de saturation du circuit magnétique,
- machine équilibrée.

#### 1.1.2.1 Modèle mathématique de la machine

Les tensions triphasées du stator  $V_s$ , les courants statoriques  $i_s$  et rotoriques  $i_r$  sont reliés aux flux magnétiques totaux  $\phi_s$ , et  $\phi_r$  par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} V_s = R_s i_s + \frac{d\phi_s}{dt} \\ V_r = R_r i_r + \frac{d\phi_r}{dt} \end{cases}$$

Avec  $\begin{cases} R_s & \text{résistance du stator} \\ R_r & \text{résistance du rotor} \end{cases}$

Les flux magnétiques sont données par l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{as} & M_{as} & M_{as} & M_1 & M_3 & M_2 \\ M_{as} & L_{as} & M_{as} & M_2 & M_1 & M_3 \\ M_{as} & M_{as} & L_{as} & M_3 & M_2 & M_1 \\ M_1 & M_2 & M_3 & L_{ar} & M_{ar} & M_{ar} \\ M_3 & M_1 & M_2 & M_{ar} & L_{ar} & M_{ar} \\ M_2 & M_3 & M_1 & M_{ar} & M_{ar} & L_{ar} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (1.1.1)$$

$$\text{avec} \begin{cases} M_1 = & M \cos(\omega_r t) \\ M_2 = & M \cos(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}) \\ M_3 = & M \cos(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \text{ et } M_{as} = M_{ac} = M_{bc}$$

qui peut-être représenté sous forme compacte suivante :

$$\begin{cases} \phi_s = [L_s] i_s + [M_{sr}] i_r \\ \phi_r = [L_r] i_r + [M_{sr}] i_s \end{cases} \quad (1.1.2)$$

$$\text{avec } [M_{sr}] = \begin{bmatrix} M_1 & M_3 & M_2 \\ M_2 & M_1 & M \\ M_3 & M_2 & M_1 \end{bmatrix}$$

Ce modèle est complexe et ne se prête pas à une résolution facile pour évaluer les performances statique et dynamique de la machine. Cela nous a conduit à utiliser la transformation de Park permettant de décrire la machine triphasé dans un système d'axe orthogonale biphasé

### 1.1.3 Modèle dans le plan diphasé $(\alpha, \beta)$

Le système d'axe  $(\alpha, \beta)$  est lié au stator, la matrice de passage du système triphasé au système biphasé en quadrature avec compensation des puissances est assurée par

$$T_{23} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

La matrice de passage inverse est :

$$T_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

Les équations de la machine asynchrone dans le système  $(\alpha, \beta)$  on considérant les courants statoriques, les flux statorique et la vitesse comme variable d'état, pour une alimentation en tension sont donnés par ce qui suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\phi}_{r\alpha} \\ \dot{\phi}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_m & 0 & \frac{M_{sr}R_r}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{pM_{sr}\Omega}{\sigma L_s L_r} \\ 0 & -\gamma_m & \frac{pM_{sr}\Omega}{\sigma L_s L_r} & \frac{M_{sr}R_r}{\sigma L_s L_r^2} \\ \frac{R_r}{L_r} M_{sr} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -p\Omega \\ 0 & \frac{R_r}{L_r} M_{sr} & -p\Omega & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (1.1.3)$$

avec  $\sigma = \frac{M_{sr}^2}{L_s L_r}$  (coefficient de dispersion ou de Blondel) et  $\gamma_m = \frac{L_r^2 R_s + M_{sr}^2 R_r}{\sigma L_s L_r}$

### 1.1.3.1 Equation du mouvement mécanique de la machine

#### Equation du couple

$$T_{em} = \frac{pM_{sr}}{L_r} (\phi_{r\alpha} i_{s\alpha} - \phi_{r\beta} i_{s\beta}) \quad (1.1.4)$$

#### Equation de la vitesse

$$\dot{\Omega} = \frac{C_e}{J} - \frac{f_r}{J} - \frac{C_r}{J} \quad (1.1.5)$$

avec  $f_r$  : coefficient de frottement ,  $J$  : moment d'inertie,  $C_r$  : couple résistant

La commande des grandeurs exprimés dans un repère diphasé fixe est difficile, il faut imposé des références pour fixer le module ou la phase. Afin de remédier à ce problème, il est préférable d'opter pour un repère tournant avec le champ tournant permettant de contrôler des grandeurs continues.

## 1.2 Modélisation biphasé

### 1.2.1 Introduction

La transformation triphasé-biphasé est obtenue par une matrice de passage assurant le maintien de l'amplitude des f.m.m produites ou la conservation des puissances. En outre elle permet une linéarisation partielle du modèle de la machine asynchrone permettant une résolution facile des équations différentielles obtenues.

### 1.2.2 Modèle dans le système $(d, q)$

Les matrices de passage directe et inverse dans le système  $(d, q)$  sont assurée par la matrice de passage de Park suivante avec :

avec  $\theta$  angle entre l'axe  $d$  et l'axe  $q$  de la première phase  $a$  du stator.

$$P^{-1}(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

La matrice inverse est donnée par

$$X_{a,b,c} = P(\theta)X_{\alpha,\beta}$$

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Si la machine est alimentée par une source de tension, les composantes  $V_{sd}$  et  $V_{sq}$  sont alors prises comme variables de commande et si l'on choisit, comme variable d'état les composantes, du courant statorique et du flux rotorique, dans le référentiel  $(d, q)$ , le modèle mathématique du moteur s'écrit comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_m & \omega_s & \frac{k}{\tau_r} & kp\Omega \\ -\omega_s & -\gamma_m & -kp\Omega & \frac{k}{\tau_r} \\ \frac{M_{sr}}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & (\omega_s - p\Omega) \\ 0 & \frac{M_{sr}}{\tau_r} & -(\omega_s - p\Omega) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} \quad (1.2.1)$$

$$\text{avec } \tau_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \Omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad k = \frac{M}{\sigma L_s L_r}$$

### 1.2.3 Expression du couple

Pour une machine à  $p$  paires de pôles, le couple électromagnétique instantané développé est exprimé dans le référentiel,  $(d, q)$  par l'équation :

$$T_{em} = p \frac{M}{L_r} (\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{sq} i_{sd}) \quad (1.2.2)$$

## 1.3 Commande vectorielle de la machine asynchrone

### 1.3.1 Introduction

Le caractère non linéaire du modèle de la machine asynchrone représente un grand challenge pour la définition d'une structure de commande adéquate, La commande vectorielle par orientation du flux est une solution simple de linéarisation et de découplage entre le flux et le couple à l'instar de la machine à courant continu à excitation séparée, La mise en oeuvre nécessite la définition de boucles de régulation permettant d'améliorer les performances de la machine que ce soit en régime dynamique ou en régime statique.

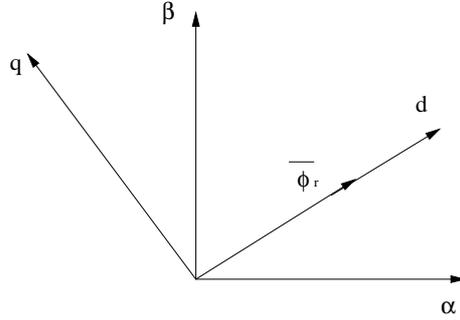


Figure 1.3.1: Orientation du flux rotorique sur l'axe d

### 1.3.2 Principe de la commande vectorielle par orientation du flux

La commande vectorielle par orientation du flux [16] est basée sur un choix judicieux de l'angle d'orientation du référentiel tournant  $(d, q)$  de manière à ce que l'axe  $d$  soit en phase avec le flux. On peut à priori orienter ce référentiel selon l'un des flux de la machines à savoir le flux statorique, le flux rotorique triphasé ou le flux d'entrefer. En ce qui nous concerne nous retenons la méthode d'orientation du flux rotorique sur l'axe  $d$  comme le montre la figure 1.3.1 parce que c'est la seule qui permet un découplage complet entre le flux et le couple.

Cela se traduit par les équations suivantes:

$$\phi_{rq} = \frac{d}{dt}\phi_{rq} = 0 \text{ et } \phi_r = \phi_{rd} \quad (1.3.1)$$

les équations de tensions deviennent:

$$V_{sd} = \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{sd} + \left( R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \right) i_{sd} - \sigma L_s \omega_s i_{sq} - \frac{M R_r}{L_r^2} \phi_r \quad (1.3.2)$$

$$V_{sq} = \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{sq} + \left( R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \right) i_{sq} - \sigma L_s \omega_s i_{sd} - \frac{M R_r}{L_r} p \Omega \phi_r \quad (1.3.3)$$

Ainsi on obtient

$$\phi_r + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\phi_r}{dt} = M i_{sd} \quad (1.3.4)$$

$$0 = \frac{MR_r}{L_r} i_{sq} + p\Omega\phi_r - \omega_s\phi_r \quad (1.3.5)$$

Le couple électromagnétique, sera exprimé comme suit:

$$C_e = p \frac{M_{sr}}{L_r} \phi_r i_{sq} \quad (1.3.6)$$

En examinant les equations 1.3.4 et 1.3.5 on voit que le flux rotorique  $\phi_r$  est influencé uniquement par la composante directe  $i_{sd}$  du courant statorique. L'equation 1.3.6 montre que le couple est proportionnel au produit du flux  $\phi_r$  et de la composante en quadrature  $i_{sq}$ . Si  $\phi_r$  est maintenu constant le couple serait controlé uniquement par  $i_{sq}$

Pour que la position angulaire du referentiel tournant ( $d, q$ ) soit effectivement celle du champ tournant, il convient d'assurer à tout instant la relation suivante:

$$\theta_s = \int \omega_s dt = \int \left( p\Omega + \frac{M}{\tau_r} \cdot \frac{i_{sq}}{\phi_r} \right) dt \quad (1.3.7)$$

### 1.3.3 Découplage entrée-sorties par compensation

Dans les equations 1.3.2 1.3.3, nous remarquons l'existence d'un couplage entre les axes  $d$  et  $q$ , les tensions d'alimentation  $V_{sd}$  et  $V_{sq}$  influent à la fois les composantes  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  donc sur le flux et le couple [25].

Il est donc primordial de découpler les deux axes et rendre les commandes dans la mesure du possible non interactives. La technique de découplage par compensation [56] consiste à ajouter aux sorties des regulateurs de courant, après calcul en lignes, des termes de même module mais de signes opposés aux termes de couplage. Réécrivons les équations 1.3.2 et 1.3.3 de la façon suivante:

$$V_{sd} = \left( \left( R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \right) + \sigma L_s s \right) i_{sd} - e_{sq} \quad (1.3.8)$$

$$V_{sq} = \left( \left( R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \right) + \sigma L_s s \right) i_{sq} - e_{sd} \quad (1.3.9)$$

Avec

$$e_{sd} = \left( \sigma L_s \omega_s i_{sq} + \frac{M R_r}{L_r^2} \phi_r \right) \quad (1.3.10)$$

$$e_{sq} = - \left( \sigma L_s \omega_s i_{sd} + \frac{M}{L_r} p \Omega \phi_r \right) \quad (1.3.11)$$

Si on pose

$$R_{sr} = R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \quad (1.3.12)$$

et

$$V_{sd} = v_{sd1} - e_{sq} \quad (1.3.13)$$

$$V_{sq} = v_{sq1} - e_{sd} \quad (1.3.14)$$

Les équations de tension, avec les deux nouvelles variables de commande  $v_{sd1}$  et  $v_{sq1}$ , deviennent

$$v_{sd1} = (\sigma L_s s + R_{sr}) i_{sd} \quad (1.3.15)$$

$$v_{sq1} = (\sigma L_s s + R_{sr}) i_{sq} \quad (1.3.16)$$

les transferts liant  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  aux tensions, respectivement  $v_{sd1}$  et  $v_{sq1}$  donnés par les fonctions de transfert du 1<sup>er</sup> ordre comme suit:

$$\frac{i_{sd}}{v_{sd1}} = \frac{1/R_{sr}}{1 + \left( \frac{\sigma L_s}{R_{sr}} \right) s} = \frac{K}{1 + \tau s} \quad (1.3.17)$$

$$\frac{i_{sq}}{v_{sq1}} = \frac{1/R_{sr}}{1 + \left( \frac{\sigma L_s}{R_{sr}} \right) s} = \frac{K}{1 + \tau s} \quad (1.3.18)$$

On remarque la dépendance des coefficients  $K$  et  $\tau$  des paramètres de la machine. Cela peut influencé d'une manière importante les performances du contrôle du courant.

### 1.3.4 Structure fonctionnelle de la commande vectorielle par orientation du flux

La figure 1.3.2 représente les différents blocs constituant la structure de commande vectorielle à flux orienté. Les grandeurs de références sont affectées de l'exposant (\*). Les principaux constituants sont : la boucle externe de contrôle de la vitesse, les boucles de contrôle interne de  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$ , le bloc de calcul de  $\theta_s$ , les transformations de Park directe et inverse et le bloc de défluxage (désexcitation) qui consiste a asservir la consigne du flux à la vitesse de rotation pour des vitesses nominales, le flux de référence est normalement maintenu constant à la valeur nominale pour maintenir les capacités de charge de la machine.

### 1.3.5 Synthèse des contrôleurs classiques

L'utilisation de la commande vectorielle par orientation du flux nous permet de travailler avec des boucles de commande indépendantes. Des performances acceptables peuvent être obtenues avec des régulateurs simples comme les  $PI$  ou les  $IP$

Pour chacune des boucles de courant on a utilisé des  $PI$  ( $K_{isd}, K_{isq}$ ) dont l'action proportionnel assure la rapidité de réponse , tandis que l'action intégrale assure un bon suivi de la consigne (voir annexe A).

Le contrôle de la vitesse est assuré par un  $IP$  ( $K_{\Omega}$ ) pour garantir un fonctionnement correct tel que le mode les boucles internes soit plus rapide que les boucle externes.( voir annexe a)



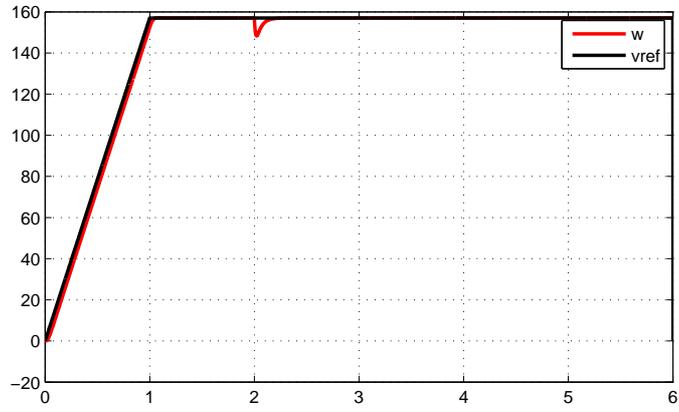


FIG. 1.3.3 – Vitesse de rotation du rotor

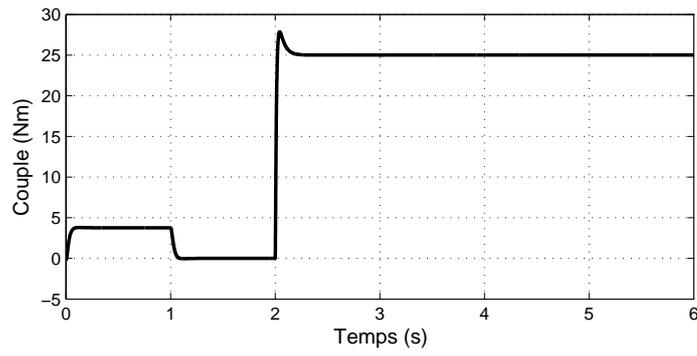


FIG. 1.3.4 – Couple électromagnétique

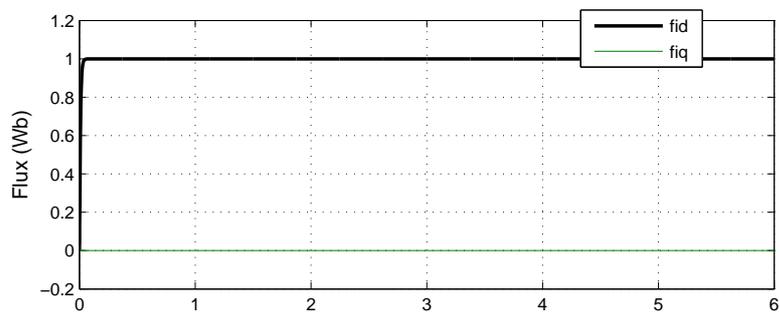


FIG. 1.3.5 – Flux du rotor

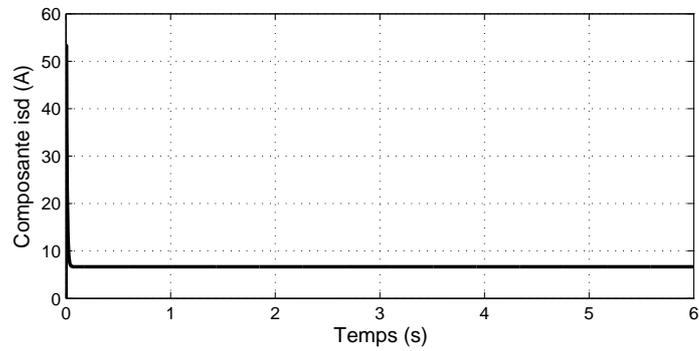


FIG. 1.3.6 – Composante du courant isd

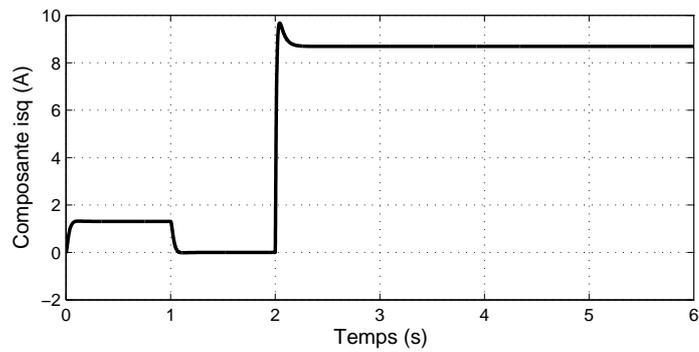


FIG. 1.3.7 – Composante du courant isq

**Résultats de simulation de la commande vectorielle indirecte avec variation de la résistance rotorique.**

Les simulations ont été effectués dans les mêmes conditions précédentes sauf que cette fois une variation brusque de 100% de la résistance du rotor est appliquée à  $t=3s$

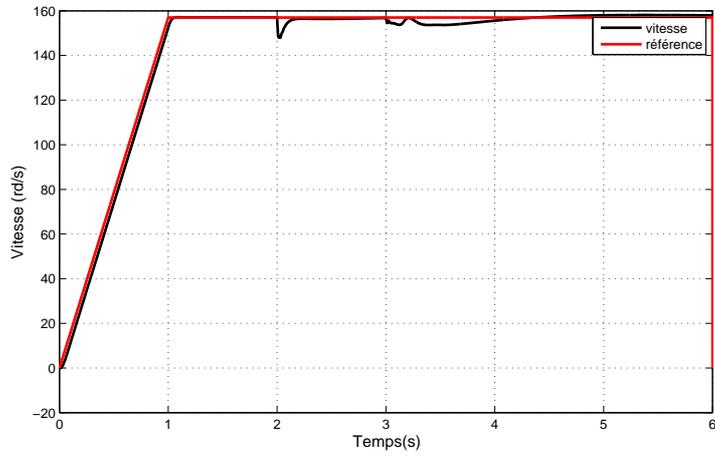


Figure 1.3.8: Vitesse (rd/s)

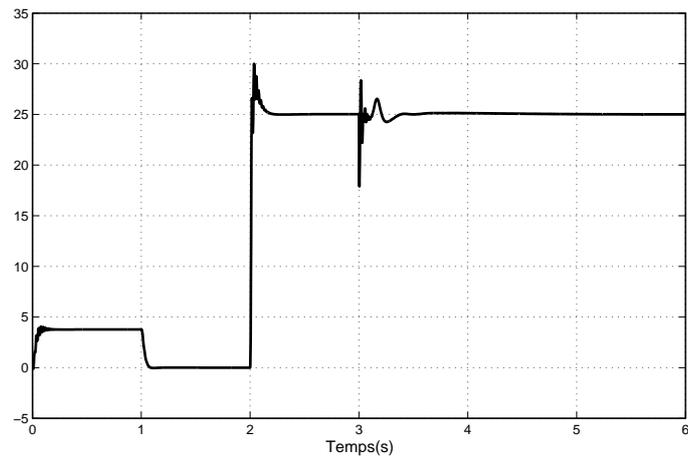


Figure 1.3.9: Couple (Nm)

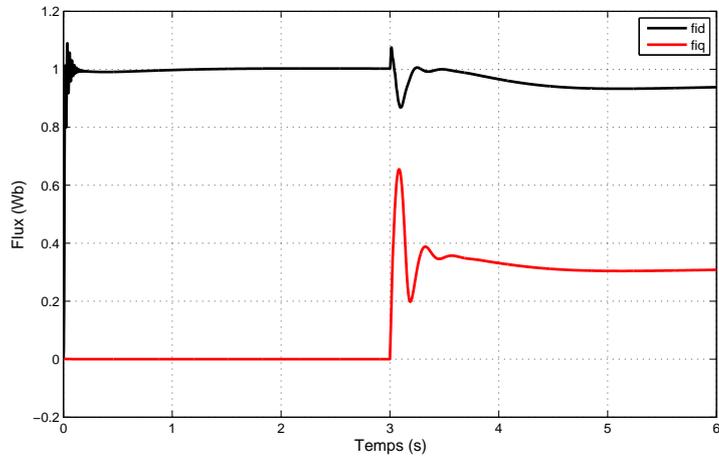


Figure 1.3.10: Flux ( $\phi_{rd}, \phi_{rq}$ )

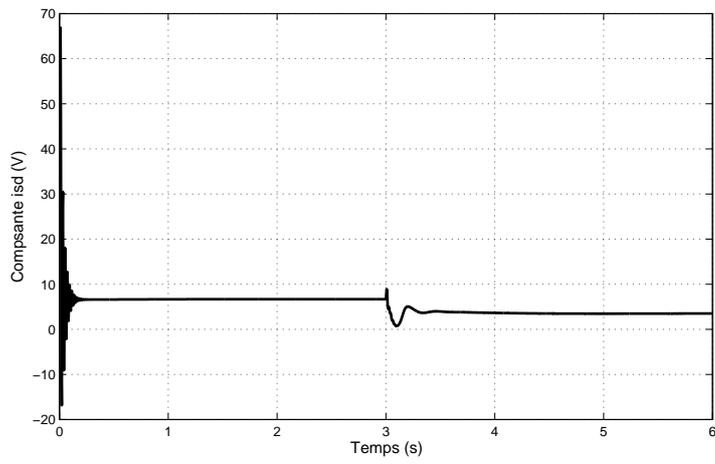


Figure 1.3.11: Composante isd

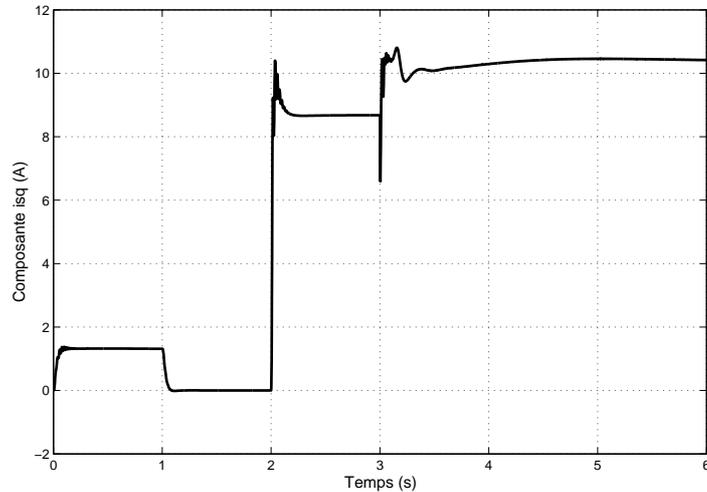


Figure 1.3.12: Composante isq

La robustesse de la commande vectorielle est mise à l'épreuve lorsque on prend en compte des variations paramétriques surtout celle de la constante de temps rotorique, les figures 1.3.8, 1.3.9 1.3.10 1.3.11 1.3.12 montrent l'effet de l'augmentation de la résistance sur les réponses de la vitesse et du flux, le moteur étant en charge à 25 Nm. Le flux présente une erreur statique positive provoquant ainsi la perte du découplage entre le flux et le couple et par conséquent de mauvaises performances pouvant induire une déstabilisation du moteur .

### 1.3.6 Remarque sur le modèle la MAS

Des perturbations peuvent agir sur la machine même lorsque l'identification des paramètres est supposée bien faite. Par hypothèse, l'effet des saturations des milieux ferromagnétiques, n'est pas pris en compte. Les résistances sont susceptible de varier en fonction de l'évolution de la température. Dans des conditions normales d'utilisation de la machine, nous pouvons considerer que seule la résistance du rotor est sensible à ce phénomène puisque ce dernier n'est jamais au contact de l'air ambiant contrairement au stator. Dans ce contexte c'est sur la résistance rotorique que devront porter les tests de ro-

bustesse validant l'algorithme de commande et/ou d'observation proposé. Néanmoins, la machine peut être aussi utilisée dans des atmosphères confinées et dans ce cas les tests de robustesse porteront aussi sur la résistance statorique.

## 1.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre la modélisation de la machine asynchrone a été présentée dans le système d'axe  $(d, q)$  et  $(\alpha, \beta)$  en tenant compte d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Le modèle établi est évidemment fortement couplé et non linéaire.

Pour prendre en charge cet état de fait et afin d'améliorer les performances de la machine il a été présenté dans la deuxième partie les principes de bases de la commande vectorielle. Dans le but de mettre en oeuvre cette technique de commande, Des régulateurs conventionnels ont été synthétisés pour assurer un suivi de trajectoire pour la vitesse ainsi que le rejet des perturbations tels que le couple. Les tests de simulation ont permis de constater la mauvaise robustesse de cette commande face aux variations paramétriques. Ce problème peut être traité par l'utilisation d'autres techniques de commande plus robuste tel que la commande  $H_\infty$  par  $\mu$ -synthèse pour les systèmes linéaire et la commande LPV pour les systèmes non linéaire -ce qui fera l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre 2

## Commande robuste de la machine asynchrone

### 2.1 Introduction

Le modèle de la MAS utilisé pour déterminer sa loi de commande est forcément différent du modèle réel en fonctionnement sous l'effet de la saturation et de la température. La commande robuste permet à la structure de commande d'atteindre un niveau de performance et de stabilité très élevé et de resté insensible aux variations des paramètres, aux bruits de mesures etc... .

Au cours de ce chapitre un aperçu sur deux commandes robuste est exposé en donnant leurs avantages et leurs inconvénients.

#### **La première technique**

La méthode  $H_\infty$  est le résultat des efforts de formalisation des spécifications de performances et de robustesse (en stabilité) d'un système dans le contexte linéaire stationnaire les travaux de [27],[29],[30],[34] ont montré que ces problèmes de commande peuvent être formulés sous forme de problème de minimisation de la norme induite pondérée  $H_\infty$  des fonctions de transferts entre les entrées et les sorties des systèmes en particulier non utilisées par la boucle de contrôle. Les fonctions de pondérations sont appliquées à

l'endroit même ou on exige des niveaux de performances élevés [33], [51],[54]. Leurs choix est en pratique difficile. Contrairement aux méthodes classiques (réglages de PI, PID, ...) demandant beaucoup de savoir-faire de la part de l'ingénieur, le problème de synthèse  $H_\infty$  est formulé comme un problème de minimisation d'un critère  $H_\infty$  qui requiert de forts moyens de calcul pour sa résolution.

### La deuxième technique

La  $\mu$ -synthèse allie le concept des valeurs singulières structurées [29], [31], [33] et la technique  $H_\infty$ . C'est une technique qui permet la prise en compte a priori des exigences de performances et de robustesse en stabilité, leurs validations à posteriori peut aboutir à des correcteurs très efficaces par rapport aux perturbations et aux incertitudes du système. Afin de calculer le régulateur  $K(p)$ , il est nécessaire d'adopter un algorithme utilisant la D-K itération .

Dans ce chapitre, ils seront brièvement exposés les outils nécessaires à la définition de la norme  $H_\infty$  ainsi que les propriétés importantes de cette norme. Nous décrirons les notations utilisées et nous définirons les valeurs singulières d'une matrice de transfert afin d'introduire le problème  $H_\infty$  standard et sa résolution. Nous introduirons les fonctions de sensibilités et nous montrerons leurs intérêts dans le calcul d'un correcteur robuste en performances. Enfin, nous exposerons l'intérêt de la  $\mu$ -analyse et de la  $\mu$ -synthèse dans l'étude de la robustesse en stabilité des systèmes ainsi corrigés. Nous procéderons dans la deuxième partie de ce chapitre à l'application de la méthodologie de conception d'un régulateur  $\mu$ -synthèse à la boucle de régulation du courants, tout en étudiant sa validité dans le rejet des perturbations et sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques.

#### 2.1.1 Représentation d'état d'un système LTI

Le modèle de connaissance décrivant un système linéaire et stationnaire est représenté par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

avec  $x$  variable d'état,  $u$  la commande et  $y$  la sortie du système étudié.

Avec l'hypothèse des conditions initiales nulles sur le vecteur d'état, la matrice de transfert entre la sortie  $y$  et l'entrée  $u$  du système sera de la forme :

$$G(p) = C(pI - A)^{-1}B + D \quad (2.1.2)$$

Il est important de signaler pour l'occasion que la stabilité d'un système décrit comme ci-dessus est lié à la position dans le demi plan à gauche du plan complexe des valeurs propres de la matrice des informations.

### 2.1.2 Valeurs singulières

Les valeurs singulières d'une matrice de transfert  $G(p)$  sont des fonctions réelles et positives de la pulsation, définies par la racine carrée des valeurs propres positive du produit indiqué ci-dessous :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G^T(-j\omega))} \quad (2.1.3)$$

avec  $k = 1, k$

$k =$  le minimum des dimensions du vecteur d'entrées et de sorties.

Elles constituent une généralisation aux systèmes multivariables de la notion de gain des systèmes monovariables. Les valeurs singulières peuvent être ordonnées comme suit :

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sigma_1 G(j\omega) > \sigma_2 G(j\omega) \geq \dots > \underline{\sigma}(G(j\omega)) \geq 0 \quad (2.1.4)$$

avec :

$\bar{\sigma}(G(j\omega))$  : plus grande valeur singulière.

$\underline{\sigma}(G(j\omega))$  : plus petite valeur singulière.

### 2.1.3 Norme $H_\infty$

La norme  $H_\infty$ , d'un système stable définie pour le système 2.1.1 est décrite par la norme matricielle suivante :

$$\|G(p)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (2.1.5)$$

$\|G(p)\|_\infty$  correspond donc à la valeur maximale du gain atteint, sur l'ensemble des pulsations  $\omega$ .

### 2.1.4 Description des incertitudes de modèle

Le modèle d'un système n'est jamais parfait puisqu'il peut être perturbé par des incertitudes de natures différentes [12].

Deux classes d'incertitudes peuvent être définie :

Les incertitudes non structurées rassemblant les dynamiques négligées surtout en haute fréquence, le bruit des mesures dus aux capteurs et les incertitudes structurées liées aux variations ou aux erreurs d'estimation de certains paramètres physiques du système.

#### 2.1.4.1 Représentation des incertitudes non structurés

– Incertitudes multiplicatives

Elles permettent de définir les écarts en terme de variation par rapport au modèle nominal. Elles peuvent être introduites sous forme multiplicative en entrée ou en sortie. Et peuvent être prises en considération sous forme directe ou inverse comme le montre la figure 2.1.1.

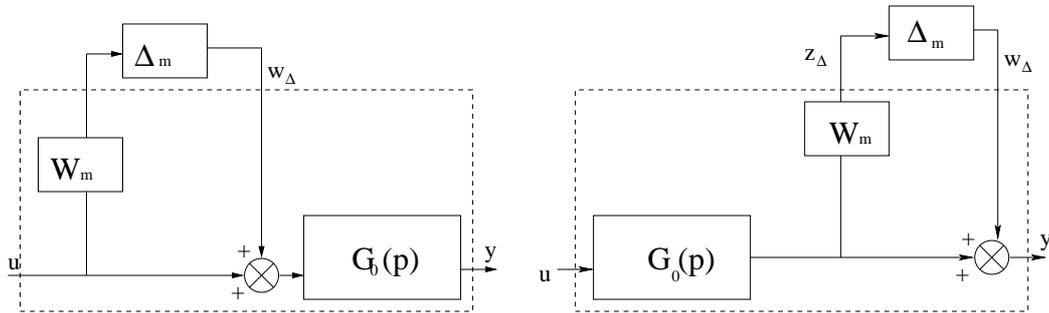


FIG. 2.1.1 – Incertitudes multiplicatives

– Incertitude additives

Elles représentent, en général, des incertitudes absolues par rapport au modèle nominal. La représentation de la figure 2.1.2 est souvent utilisée pour modéliser des dynamiques ou les non linéarités négligées

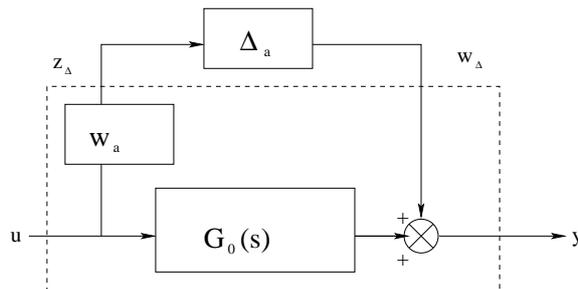


FIG. 2.1.2 – Incertitudes additive

### 2.1.4.2 Les incertitudes structurées

Contrairement aux incertitudes non structurées, confinées toutes dans un seul bloc (présenté sur la figure 2.1.3) où la seule information disponible est sa norme, les incertitudes structurées permettent, de tenir compte lors de la modélisation d'une identification imparfaite des paramètres ou bien de leurs variations lors d'un fonctionnement prolongé du système [29],[31],[33]. Par conséquent on peut définir une famille de modèle autour d'un modèle nominale par la prise en compte du fait que la valeur du paramètre en question se trouve dans un intervalle de valeur bien déterminé.

Par exemple soit 
$$F(p) = \frac{1}{p^2 + \delta p + 1}$$

avec  $\delta \in [\delta_{min}, \delta_{max}]$

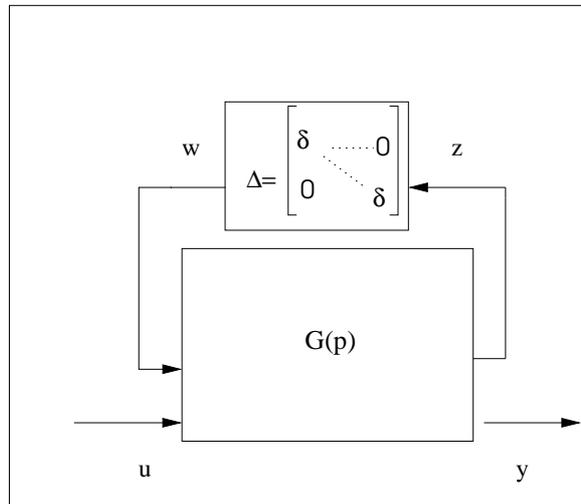


FIG. 2.1.3 – Incertitude structurée

## 2.1.5 Robustesse des systèmes linéaires en boucle.

Un système asservi tel qu'il est représenté sur la figure 2.1.4 permet d'améliorer la stabilité et le rejet des perturbations appliqués au système [28], [34], [54].

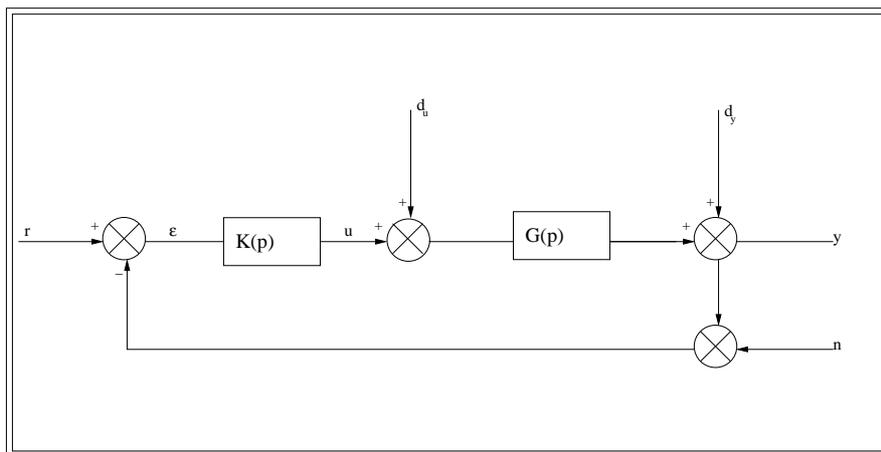


FIG. 2.1.4 – Schéma représentatif d'une boucle de suivi et de régulation

avec  $G(p)$  : fonction de transfert du système nominal et  $K(p)$  le régula-

teur.

On définit aussi :

- $r \in \mathbb{R}^s$  : signal de référence
  - $y \in \mathbb{R}^s$  : signal de sortie
  - $\varepsilon \in \mathbb{R}^s$  : erreur de suivi
  - $u \in \mathbb{R}^m$  : commande
- $d_u \in \mathbb{R}^m$  : perturbation de la commande  
 $d_y \in \mathbb{R}^s$  : perturbation de la sortie  
 $n \in \mathbb{R}^s$  : bruit de mesure

Les signaux de sorties, de l'erreur, et de la tension de commande sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}y &= T_y(r - n) + S_y d_y + G S_y d_u \\ \varepsilon &= S_y(r - d_y - n) - G S_y D_u \\ u &= K S_y(r - d_y - n) - T_u D_u\end{aligned}$$

Avec  $S$  et  $T$  les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire définies comme suit :

$$S = (I_s + GK)^{-1} \quad : \text{Matrice de sensibilité} \quad (2.1.6)$$

$$T = GK(I_s + KG)^{-1} \quad : \text{Matrice de sensibilité complémentaire} \quad (2.1.7)$$

L'étude et l'analyse des fonctions de transfert  $S$  et  $T$  permet d'améliorer les performances et la robustesse du système soumis aux perturbations cités ci dessus.

## 2.1.6 Stabilité nominale

La stabilité nominale d'un système non perturbé est définie par sa stabilité interne qui exige que tout signal affectant le système génère une réponse bornée.

## 2.1.7 stabilité robuste

Pour garantir la stabilité et les performances robuste du système bouclé décrit par la figure 2.1.4, on utilise le théorème suivant :

### 2.1.7.1 Théorème du petit gain [28]

Soit la famille des systèmes  $(M, \Delta)$  représentés figure 2.1.5 avec  $M$  le système nominal et  $\Delta$  l'incertitude structurée. Le système est stable pour toutes les incertitudes  $\Delta(p)$  tel que  $\|\Delta\|_\infty < \beta$  si et seulement si  $\|M\|_\infty < \frac{1}{\beta}$ .

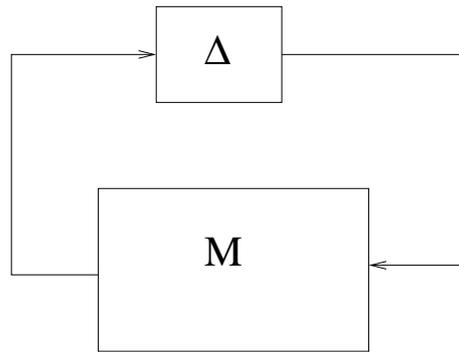


FIG. 2.1.5 – Connexion de  $M$  avec  $\Delta$

## 2.2 Synthèse $H_\infty$

L'approche  $H_\infty$ , développée dans les trois dernières décennies [30],[35],[39],[40] a montré son efficacité pour le calcul d'un correcteur robuste. En effet, la synthèse  $H_\infty$  permet de prendre en compte, a priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles (temps de montée, rejet des perturbations, atténuation du bruit,...) du cahier de charge. La synthèse  $H_\infty$  utilise le cadre général de ce qui est appelé problème standard représenté sur la figure 2.2.1

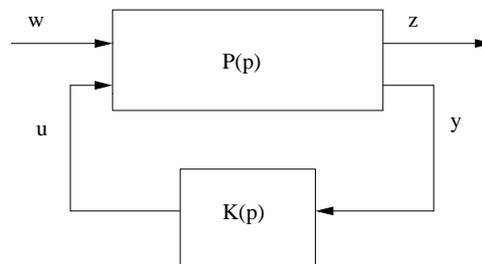


FIG. 2.2.1 – Problème sous forme standards

Dans cette représentation :

- $P$  :représente le procédé généralisé.
- $K$  :représente le correcteur.
- $w$  : représente les entrées exogènes du système (entrées à suivre et perturbations à rejeter)
- $z$  :représente le vecteur des signaux à minimiser (erreurs entrée consignes et sorties du système par exemple)
- $y$  : représente l'entrée du correcteur
- $u$  : représente les signaux de commande du processus.

Pour résoudre le problème  $H_\infty$  standards, il est généralement très commode d'utiliser la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

la matrice de transfert associée sera donnée par :

$$P(p) = \begin{bmatrix} P_{11}(p) & P_{12}(p) \\ P_{21}(p) & P_{22}(p) \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

En conformité du problème standard décrit par la figure 4.3.1

La relation entre  $z$  et  $w$  sera donnée par :  $z = F_l(P, K)w$

avec :

$F_l(P, K)$ , est dite transformation fractionnaire linéaire inférieure.

### **Problème de synthèse $H_\infty$ standard**

1 Etant donné  $P$  et  $\gamma > 0$ , existe-il un correcteur  $K$  telle que

-le système bouclé  $P * K$  soit asymptotiquement stable ( tous les pôles du système en boucle fermée sont à partie réelle strictement négative)

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$$

2 Si oui, construire un correcteur  $K$  assurant pour le système en boucle fermée les deux propriétés précédentes.

La résolution d'un tel problème peut être obtenue par deux approches, les équations de Riccati ou par inégalités matricielles (LMI) [41]

### 2.2.1 Mise en œuvre par la méthode de sensibilité mixte

Pour atteindre les objectifs cités au paragraphe précédent en terme de performances et de stabilité robuste, il est possible d'introduire des fonctions de pondérations au niveau des signaux à optimiser [54]. Ces fonctions sont en fait des filtres qui permettront, suivant le signal auquel ils s'appliquent de privilégier des domaines de fréquences particuliers comme le montre la figure 2.2.2

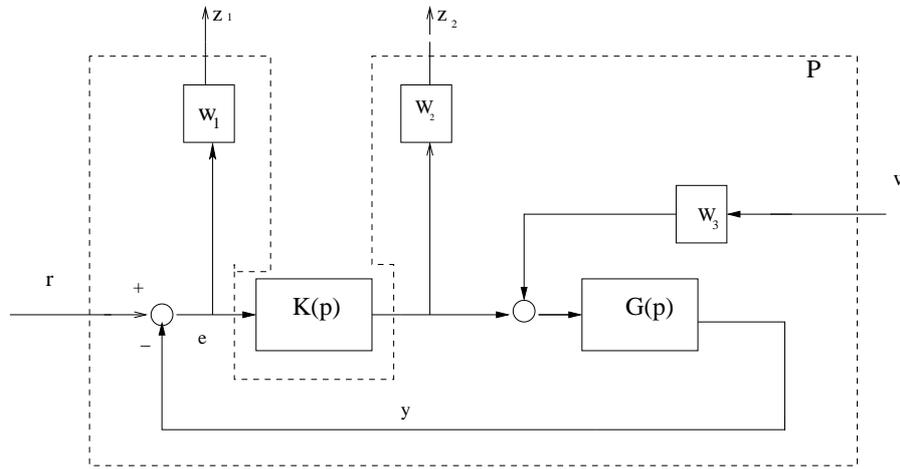


FIG. 2.2.2 – Problème de sensibilité mixte

La matrice de transfert en boucle fermée reliant les grandeurs à optimiser ( $z_1$  et  $z_2$ ) aux entrées ( $w$ ) (références et perturbations) est donnée par

$$T_{zw,cl} = \begin{bmatrix} W_1 S & W_1 S G W_3 \\ W_2 K & W_2 K S G W_3 \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

Pour réduire l'effet des perturbations sur les signaux à optimiser il s'agit de déterminer un régulateur  $K(p)$  stabilisant le système et minimisant la

norme infinie du transfert  $T_{zw,cl}$  tel que

$$\|T_{zw}\| < \gamma, \gamma > 0$$

Cela se traduit par :

$$\|W_1S\|_\infty < 1 \quad \|W_1SGW_3\|_\infty < 1 \quad \|W_2KS\| < 1 \quad \|W_2KSGW_3\|_\infty < 1 \quad (2.2.4)$$

avec :

- $W_1(p)$  : une fonction de transfert scalaire du type passe-bas avec un gain élevé en basses fréquences ;
- $W_2(p)$  : une fonction de transfert scalaire du type passe-haut avec un gain élevé en hautes fréquences, choisie en accord avec la norme des incertitudes additives.
- $W_3(p)$  : une fonction de transfert scalaire du type passe-haut avec un gain élevé en hautes fréquences, choisie en accord avec la norme des incertitudes multiplicatives.

En pratique, il s'agit de résoudre le problème dit de sensibilité mixte suivant :

$$\left\| \begin{array}{c} W_1S \\ W_3T \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (2.2.5)$$

Les propriétés de la norme  $H_\infty$  permettent de vérifier les conditions suivantes :

$\|W_1S\|_\infty < 1$ . qui permet de garantir des performances nominales même en présence d'incertitudes ou de perturbations externes.

$\|W_3T\|_\infty < 1$ . qui permet de garantir une stabilité robuste même en présence d'incertitudes

## 2.2.2 $\mu$ -Synthèse

Dans le but de satisfaire un cahier de charge exigeant une robustesse en performance et en stabilité la  $\mu$ -synthèse s'avère une alternative intéressante

a la méthode  $H_\infty$  [30][4]. Elle permet de trouver un correcteur  $K(p)$  stabilisant le système donné par la figure 2.2.3 et garantissant les conditions de robustesse en stabilité et surtout en performance. Afin d'aboutir à ce régulateur un certain nombre d'éléments et d'outils utilisés seront exposés.

### 2.2.2.1 Mise en forme du système perturbé

Le système perturbé peut être représenté comme indiqué par la figure 2.2.3 a ou  $\Delta$  englobe toutes les incertitudes auxquelles est soumis le système,  $K$  représente le contrôleur,  $P(p)$  représente le système généralisé, la figure 2.2.3 b donne la représentation que l'on utilise pour l'analyse de la robustesse du système au cas où le régulateur est donné.

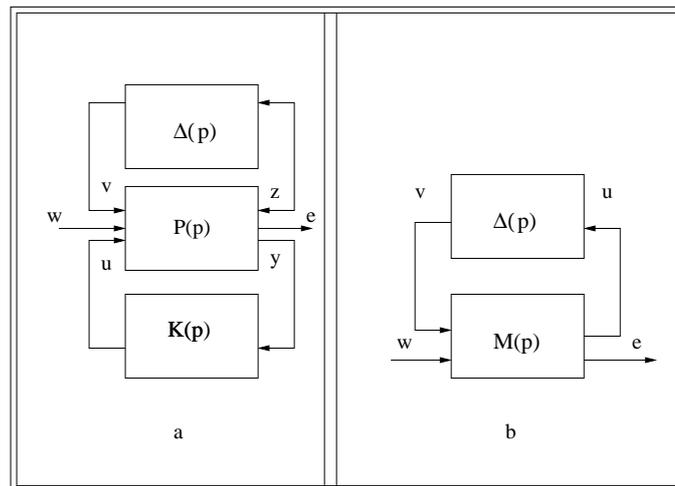


FIG. 2.2.3 – Mise en forme pour la  $\mu$ -analyse

### Structure générale de la matrice des incertitudes $\underline{\Delta}$

Quand le système étudié est soumis à des perturbations ou incertitudes des paramètres ces dernières sont regroupées dans l'ensemble  $\underline{\Delta}$  de structure diagonale comme indiquée par ce qui suit :

$$\underline{\Delta} = \left\{ \Delta \in \mathbb{C}^{k \times k} / \Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \Delta_q & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & \delta_1 I_{r_1} & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & & & \delta_r I_{r_r} \end{bmatrix} \right.$$

$$\text{avec } \begin{cases} \Delta_i \in \mathbb{C}^{k \times k}, i \in [1, \dots, q] \\ \delta_j \in \mathbb{R}, j \in [1, \dots, r] \\ k = \sum_{i=1}^q k_i + \sum_{j=1}^r r_j \end{cases}$$

Avec les blocs de scalaires répétés réel représentent les réponses fréquentielles des incertitudes paramétriques (incertitudes sur les paramètres du système à analyser, les blocs matrices complexes  $\Delta_i$  représentent les réponses fréquentielles des incertitudes dynamiques,  $q$  représente le nombre de blocs d'incertitudes sur les dynamique et  $r$  le nombre de blocs d'incertitudes paramétriques. De plus les éléments de  $\underline{\Delta}$  doivent vérifier les conditions de normalisation suivantes :

$$(\|\Delta_i\|_\infty < 1, \|\delta_i\| < 1) \text{ cela implique et réciproquement que } \|\Delta\|_\infty < 1$$

### Valeur singulière structurée

Soit la matrice complexe  $M \in \mathbb{C}^{k \times k}$  comme elle est représenté sur la figure 2.2.3. Alors la valeur singulière structurée de  $M$  par rapport à la structure  $\underline{\Delta}$ , notée  $\mu_{\underline{\Delta}}$ , est définie par :

$$\begin{cases} \mu_{\underline{\Delta}}(M) = \frac{1}{\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} (\overline{\sigma}(\Delta / \det(I - \Delta M) = 0))} \\ \det(I - \Delta M) \neq 0 \\ \mu_{\underline{\Delta}}(M) = 0 \text{ si } \forall \Delta \in \underline{\Delta}, \end{cases} \quad (2.2.6)$$

avec  $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$  peut être interprété comme la plus petite incertitude pouvant

déstabilisée le système.

### Stabilité robuste : Théorème du petit gain

La famille de systèmes bouclés  $(M, \Delta)$  est stable pour tout  $\Delta$  tel que  $\|\Delta\|_\infty < \beta$  si et seulement si :

$$\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)) \leq \frac{1}{\beta} \quad (2.2.7)$$

### Remarque

Il existe plusieurs raisons pour lesquelles on préfère manipuler la valeur singulière structurée  $\mu_{\Delta}(M)$  plutôt que la marge de stabilité multivariable. En effet,  $\mu_{\Delta}(M)$  ne peut prendre la valeur infinie et elle peut être considérée comme une extension de notions algébriques classiques à savoir le rayon spectral et la valeur singulière maximale d'une matrice.

## 2.3 Commande robuste par la $\mu$ -synthèse

Cette technique consiste à déterminer un régulateur robuste tenant compte de toutes les incertitudes affectant le système en fonctionnement [14]. Une méthode itérative, appelée D-K itération est utilisée. Il s'agit en bref de

- Déterminer un correcteur  $K(p)$ , et une matrice  $D(p) \in \mathbb{R}H_\infty$  telle que  $D(p)^{-1} \in \mathbb{R}H_\infty$  commutant avec toute matrice  $\text{diag}\{\Delta(p)\}$  tels que

$$\|D(p)F_l(G(p), K(p))D(p)^{-1}\|_\infty < 1 \quad (2.3.1)$$

Cette inégalité peut être traduite comme suit

$$\mu_{\underline{\Delta}}(F_l(G(p), K(p))) \leq \bar{\sigma}(D(p)F_l(G(p), K(p))D(p)^{-1}) \leq 1 \quad (2.3.2)$$

Ce problème est résolu en cherchant alternativement  $K(p)$  et  $D(p)$

On fixe d'abord  $D(p)$  pour démarrer la procédure nous pouvons choisir  $D = I$  ( $I$  matrice identité). Alors on cherche  $K(p)$  ensuite on fixe  $K(p)$  et

on cherche  $D(p)$ . Ensuite on compare les matrices  $D$  avec celles obtenues à l'itération précédente : si elles sont proches (au sens d'un critère donné) on arrête la procédure de recherche du contrôleur.

Cette méthode est répétée plusieurs fois jusqu'à ce que  $\mu(M) < 1$ . Cela sera suffisant pour déterminer le contrôleur permettant de garantir la stabilité robuste du système face aux incertitudes.

**Remarque :**

Le calcul de la valeur singulière structurée d'après la définition conduit à un problème d'optimisation non convexe et difficile à résoudre. En pratique on calcule la valeur singulière structurée sur un nombre fini de fréquences.

## 2.4 Application de la $\mu$ – synthèse à la MAS

Dans le souci d'améliorer la robustesse de la structure de commande de la MAS ,plusieurs travaux concernant l'application de la méthode  $H_\infty$  à la commande de la MAS ont été réaliser par différent auteurs [59],[64],[68],[70],[75]pour notre cas nous nous intéresserons particulièrement à l'application de la  $\mu$  – synthèse.

### 2.4.1 Modélisation de la boucle de régulation du courant $i_{sq}$

La boucle de régulation des courants  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  est donné par le schémas (figure 2.4.1) suivant :

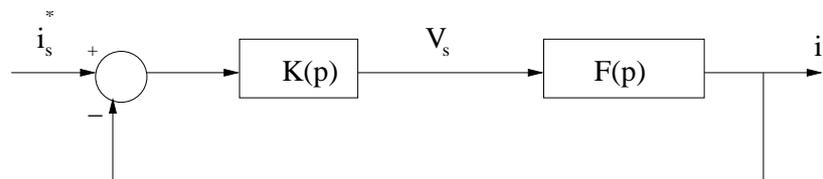


FIG. 2.4.1 – Boucle de régulation des courants

avec le courant de référence  $i_{sd}^*$  qui est obtenu par l'imposition de l'état magnétique de la machine (fixation de la valeur du flux à sa valeur nominale),

le courant de référence  $i_{sq}^*$  quand à lui imposé par le régulateur de vitesse la dynamique du courant est déduite pour les deux cas du transfert  $F(p) =$

$$\frac{i_s}{V_s} = \frac{1}{\frac{R_{sr}}{\sigma L_s} + p}$$

ou on voit que ces coefficients dépendent des paramètres de la machine qui peuvent varier au cours du fonctionnement sous l'effet de la température et de la saturation. Pour la synthèse du régulateur robuste [13] une autre modélisation s'avère nécessaire pour tenir compte des fait signalés ci-dessus

#### 2.4.1.1 Incertitudes paramétriques modèle LFT

D'après le paragraphe précédent les calculs ne seront développés que pour l'axe  $q$ , puisque les résultats pour l'axe  $d$  seront identique.

On suppose par conséquent que  $F(p)$  est soumis aux variation de  $\sigma L_s$  et  $R_{sr}$

On considère que les incertitudes sur ces paramètres peuvent être modélisées sous forme multiplicatives

$$\sigma L_s = \sigma L_{s0}(1 + n_{\sigma L_s} \delta_{\sigma L_s}) \quad (2.4.1)$$

$$R_{sr} = R_{sr0}(1 + n_{sr} \delta_{R_{sr}}) \quad (2.4.2)$$

où  $\sigma L_{s0}, R_{sr0}$  sont les valeurs nominales de  $\sigma L_s$  et de  $R_{sr}$ , les facteurs de normalisation sont désignés par  $n_{\sigma L_s}$  pour  $\sigma L_s$  et  $n_{sr}$  pour  $R_{sr}$

Avec  $\|\delta_{\sigma L_s}\| \leq 1$  et  $\|\delta_{R_{sr}}\| \leq 1$

Les quantités  $\frac{1}{\sigma L_s}$  et  $R_{sr}$  peuvent être représentées par des LFT comme suit :

$$\frac{1}{\sigma L_s} = F_U(M_{\sigma L_s}, \delta_{\sigma L_s}) \quad (2.4.3)$$

$$R_{sr} = F_u(M_{R_{sr}}, \delta_{sr}) \quad (2.4.4)$$

avec  $M_{Rsr}$  déterminé comme suit :

Soit l'incertitude multiplicative 2.4.2

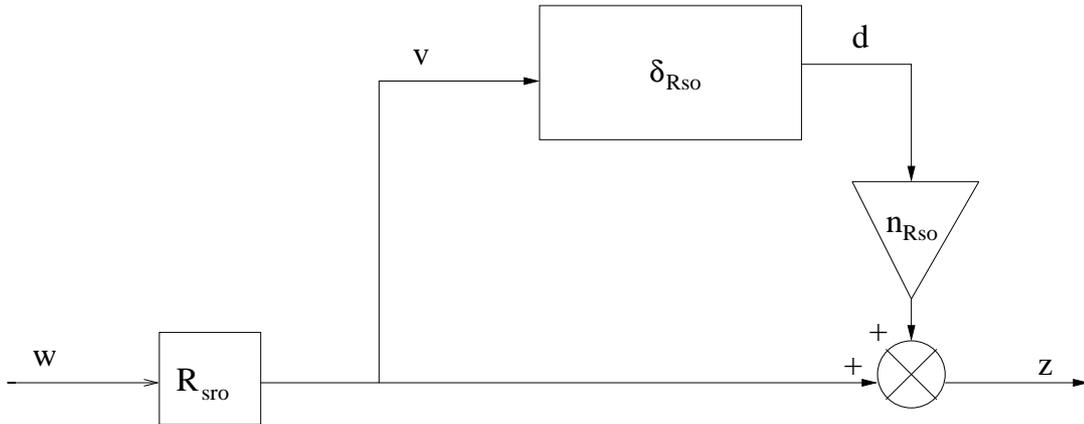


FIG. 2.4.2 – Incertitude multiplicative du moteur

d'où

$$v = R_{sro}w = 0d + wR_{sr0}$$

$$z = n_{sr0}d + R_{sr0}w$$

$$\begin{pmatrix} v \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & R_{sro} \\ n_{sr0} & R_{sr0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ w \end{pmatrix} \quad (2.4.5)$$

L'équation 2.4.5 peut être représenté par la figure 2.4.3

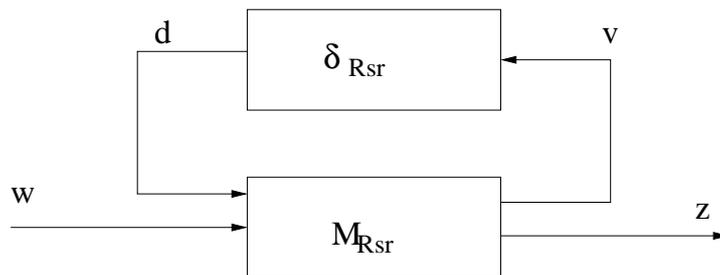


FIG. 2.4.3 – Représentation LFT de l'incertitude

Ce calcul est étendu à  $M_{\sigma L_s}$  de la même manière on aboutit à

$$: M_{\sigma L_s} = \begin{bmatrix} -n_{\sigma L_s} & \frac{1}{\sigma L_s} \\ -n_{\sigma L_s} & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_{Rsr} = \begin{bmatrix} 0 & R_{sr0} \\ n_{Rsr} & R_{sr0} \end{bmatrix}$$

On obtient alors le modèle de la figure 2.4.4 représenté sous forme LFT avec des paramètres incertains.

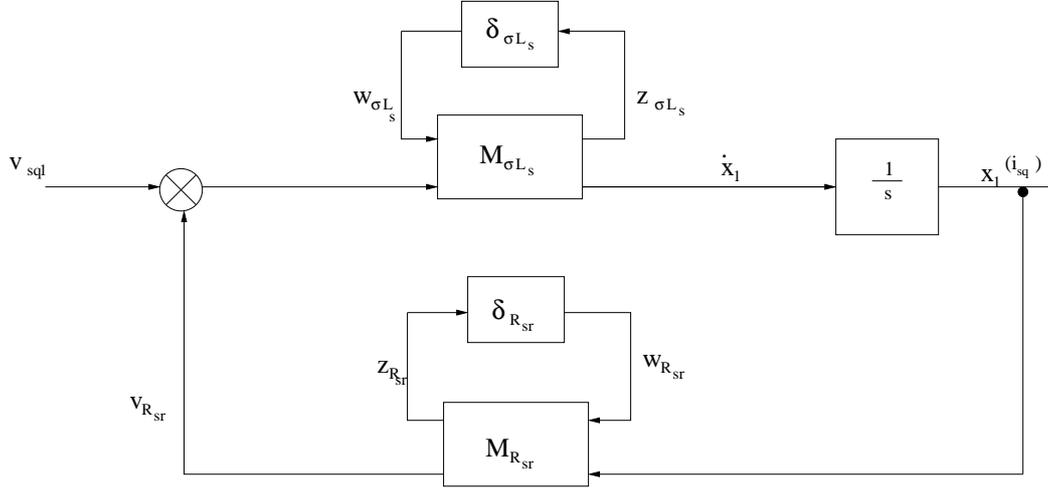


FIG. 2.4.4 – Schémas bloc du modèle avec paramètre incertains

Les dynamiques reliant les entrées aux sorties correspondantes, autour des paramètres incertains sont réarrangées comme suit :

$$\begin{bmatrix} \frac{disq}{dt} \\ z_{\sigma L_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_{\sigma L_s} & \frac{1}{\sigma L_{s0}} \\ -n_{\sigma L_s} & \frac{1}{\sigma L_{s0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{\sigma L_s} \\ v_{sq1} - v_{R_{sr}} \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

$$\begin{bmatrix} z_{R_{sr}} \\ v_{R_{sr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_{sr0} \\ -n_{R_{sr}} & R_{sr0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{R_{sr}} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

On aboutit à

$$w_{\sigma L_s} = \delta_{\sigma L_s} z \quad (2.4.8)$$

$$w_{R_{sr}} = \delta_{R_{sr}} z_{R_{sr}} \quad (2.4.9)$$

Si l'on choisit la variable d'état  $x_1$  et la sortie  $y$  comme suit :  $x_1 = i_{sq}$  et  $y = x_1$ .

Et si l'on substitue la variable d'état  $v_{R_{sr}}$ , dans les équations 2.4.6 et 2.4.7, on obtient la représentation suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ z_{\sigma L_s} \\ z_{R_{sr}} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_{sr0}}{\sigma L_{s0}} \vdots -n_{\sigma L_s} & \frac{-p_{R_{sr}}}{\sigma L_{s0}} \vdots \frac{1}{\sigma L_{s0}} \\ \dots \vdots \dots & \dots \vdots \dots \\ \frac{-R_{sr0}}{\sigma L_{s0}} \vdots -n_{\sigma L_s} & \frac{-p_{R_{sr}}}{\sigma L_{s0}} \vdots \frac{1}{\sigma L_{s0}} \\ R_{sr0} \vdots 0 & 0 \vdots 0 \\ \dots \vdots \dots & \dots \vdots \dots \\ 1 \vdots 0 & 0 \vdots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ w_{\sigma L_s} \\ w_{R_{sr}} \\ v_{sq1} \end{bmatrix} \quad (2.4.10)$$

$$\begin{bmatrix} w_{\sigma L_s} \\ w_{R_{sr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \delta_{R_{sr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\sigma L_s} \\ z_{R_{sr}} \end{bmatrix} \quad (2.4.11)$$

Si l'on considère que  $G_{sq}$  étant la matrice de transfert liant le vecteur de sortie  $\begin{bmatrix} z_{\sigma L_s} & z_{R_{sr}} & y \end{bmatrix}^T$  au vecteur d'entrée  $\begin{bmatrix} w_{\sigma L_s} & w_{R_{sr}} & v_{sq1} \end{bmatrix}^T$ . Elle représente la dynamique du moteur à induction sur l'axe  $q$ . La relation entrée/sortie du système peut être décrite par la LFT supérieure représentée sur la figure 2.4.5 et sa représentation d'état correspondant au valeur nominales est donnée par l'équation 2.4.5 :

$$\begin{bmatrix} A \vdots B_1 \vdots B_2 \\ \dots \vdots \dots \vdots \dots \\ C_1 \vdots D_{11} \vdots D_{12} \\ \vdots \vdots \vdots \\ C_2 \vdots D_{21} \vdots D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -271.20 \vdots -0.70 & -10.60 \vdots 15.15 \\ \dots \vdots \dots & \dots \vdots \dots \\ -271.20 \vdots -0.70 & -10.6 \vdots 15.15 \\ \vdots & \vdots \\ 17.89 \vdots 0 & 0 \vdots 0 \\ \dots \vdots \dots & \dots \vdots \dots \\ 1 \vdots 0 & 0 \vdots 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.12)$$

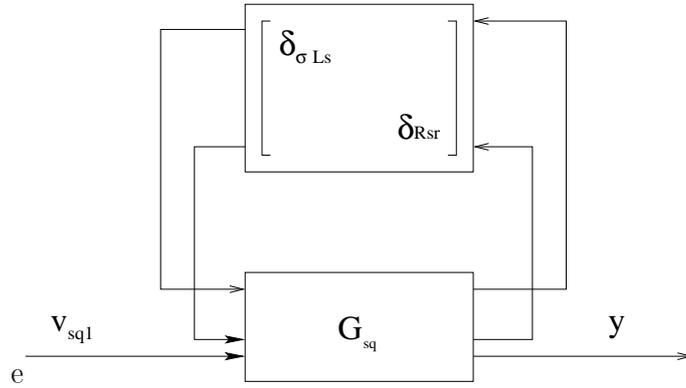


FIG. 2.4.5 – La LFT représentant le modèle incertain du MI sur l'axe q

par conséquent le transfert  $v_{sq}$  et  $y$  est donné par

$$y = F_u(G_{sq}, \Delta)v_{sq1} \quad (2.4.13)$$

défini par la transformation fractionnaire linéaire supérieure

Avec  $\Delta$  une matrice d'incertitude ayant la structure diagonale suivante :

$$\Delta = \text{diag} \{ \delta_{\sigma_{L_s}}, \delta_{R_{sr}} \} \quad (2.4.14)$$

Le schéma bloc représenté sur la figure 2.4.6 montre la structure de la boucle fermée comprenant, outre le processus nominal  $G_{sq}$ ,  $\Delta$  représentant les incertitudes du modèle les différentes spécifications de performances en terme de fonctions de pondérations adéquates  $W_n(p)$  et  $W_p(p)$  et le correcteur à synthétiser

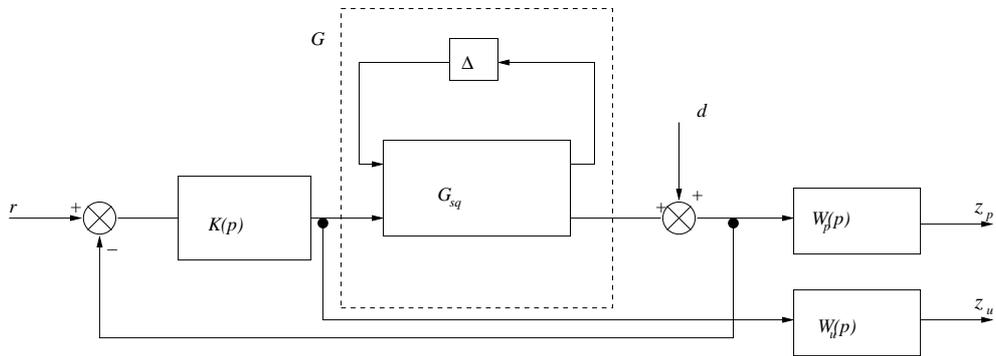


FIG. 2.4.6 – Schéma-bloc de la synthèse du régulateur

Pour choisir les fonctions de pondération correspondant au cahier charge de la synthèse du correcteur de la boucle, rappelons brièvement les critères qui déterminent ce choix en général :

–  $W_p(p)$  s'écrit sous la forme :  $W_p(p) = \frac{p + \omega_b M_s}{M_s p + \omega_b \varepsilon}$

Pour respecter les hypothèses de résolution du problème  $H_\infty$ , Nous fixons  $\varepsilon$  à une valeur faible mais non nulle. Ce choix donne naissance à une action presque intégrale au sein du correcteur assurant ainsi un gain élevé en basses fréquences, ce qui implique une minimisation de  $S_y$  dans cette bande donc une bonne précision en régime permanent.

La pulsation  $\omega_b$  sera choisie proche de la bande passante minimale souhaitée pour le système corrigé en boucle ouverte.

La valeur de  $M_s$  limite le maximum de  $\sigma(S_y(j\omega))$  en hautes fréquences. Ce choix a un effet direct sur le maximum des valeurs singulières structurées lors d'une étude par la  $\mu$  – analyse.

–  $W_n(p)$  s'écrit sous la forme :  $W_n(p) = \frac{p + \frac{\omega_h}{M_u}}{\varepsilon_u p + \frac{\omega_h}{\varepsilon_u}}$

Le choix de  $\varepsilon_u$  faible nous assure l'atténuation de  $KS$  aux hautes fréquences et par suite le rejet des erreurs de mesure et la limitation de l'énergie de commande. La pulsation  $\omega_h$  limite la plage d'amplification des bruits de mesure. Cette pulsation doit être choisie suffisamment éloignée de la pulsation propre désirée pour l'asservissement en boucle fermée.

La valeur de  $M_u$  limite le maximum de  $\bar{\sigma}(KS_y(j\omega))$

– Les fonctions de pondération ne sont pas nécessairement des fonctions

du premier ordre. Elles peuvent être constantes ou d'ordre supérieur à un suivant les contraintes du cahier de charges et les besoins du concepteur pour la réalisation du correcteur. Le choix de ces fonctions n'est pas implicite et il est sujet à quelques tâtonnements pour arriver aux meilleures fonctions de pondération permettant d'aboutir à un correcteur réalisant les objectifs de robustesse et performances avec stabilisation du système.

Finalement après plusieurs tests et essais les fonction de pondérations retenus pour la boucle du courant sont :

$$W_n = 0.025 \frac{25p^2 + 7p + 1}{2.5p^2 + 7p + 1} \text{ et } W_p = \frac{0.5p + 12.99}{p + 0.02598}$$

La procédure de calcul utilisé pour la synthèse du correcteur robuste a permis d'aboutir à  $\mu_{\Delta}(M) = 0.8245$

Pour notre cas le régulateur est obtenu pour  $\mu = 0.8245$

Les figures 2.4.7, 2.4.8 représentent respectivement la réponse indicielle du processus incertain, la réponse fréquentielle de la boucle ouverte corrigé pour des variations arbitraires des incertitudes,

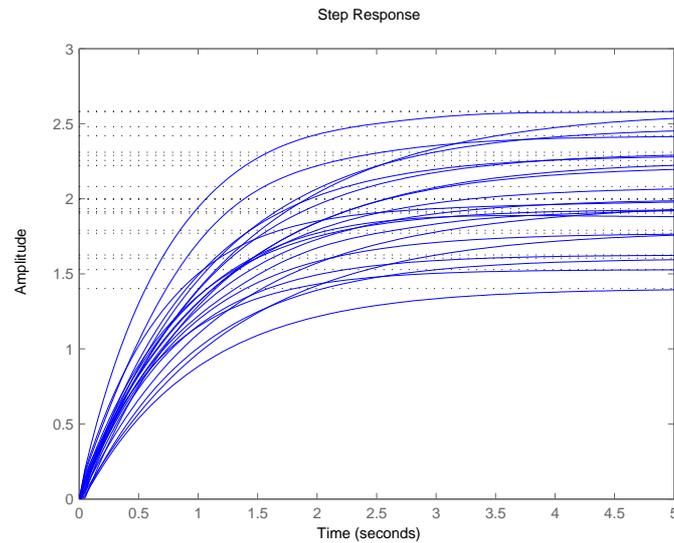


FIG. 2.4.7 – Réponse indicielle du processus incertain

Pour analyser la robustesse en stabilité de le boucle fermée du système, la fonction `mussv` de robust control toolbox est utilisé pour déterminer la valeur singulière structurée  $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$  permettant d'estimer la marge de stabilité.

Les réponses fréquentielles des bornes supérieur et inférieur de  $\mu_{\Delta}(M)$  (qui sont confondues dans notre cas) sont représenté sur la figure 2.3.7. Le maximum de la borne supérieur et inférieur est confondu et est de  $\mu_{\underline{\Delta}} = 0.412832$  ce qui confirme bien la robustesse en stabilité, de plus le système reste stable pour toutes les perturbations structurées dont la norme ne dépasse pas 2.4229

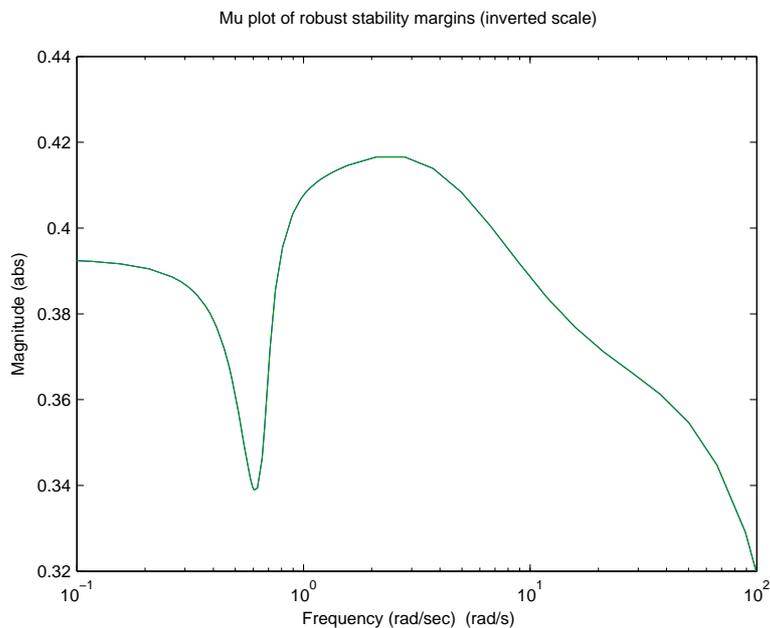


FIG. 2.4.8 – Analyse de la robustesse en stabilité

## 2.4.2 Résultats de simulation

Afin de tester les performances et la robustesse de la structure de commande utilisant le correcteur issue de la  $\mu$ -synthèse nous avons appliqué un couple de charge de 25 Nm à 2s avec une variation brusque de 50% de la valeur nominale des résistances à 3s, nous remarquons sur la figure 5.6.2 que la vitesse suit bien sa trajectoire, sur la figure 4.4.2 . Les courants sur les

figures 2.4.11 et 2.4.12 sont peu sensible aux variations des résistances, ce pendant le flux représenté sur la figure 2.4.13 est atteint par l'augmentation des résistances mais néanmoins la qualité du contrôle est meilleur que celle obtenu au premier chapitre .

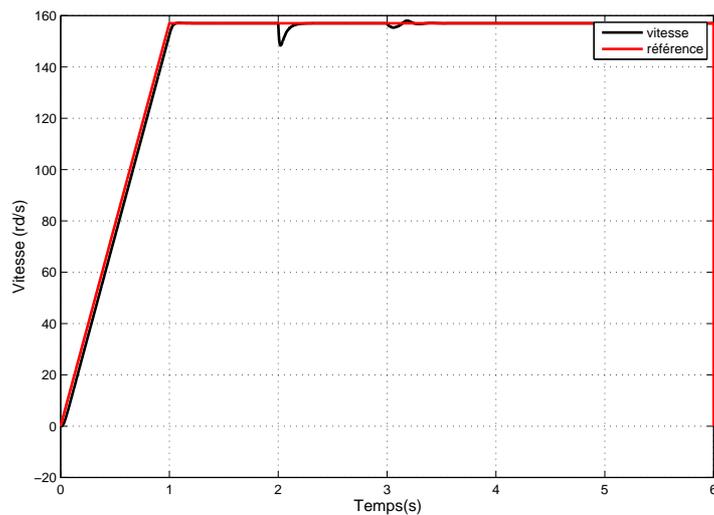


FIG. 2.4.9 – Profile de vitesse

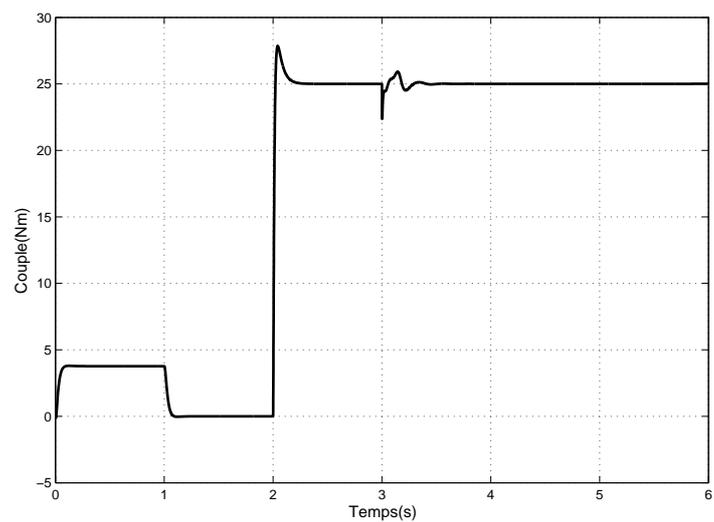


FIG. 2.4.10 – Couple électromagnétique

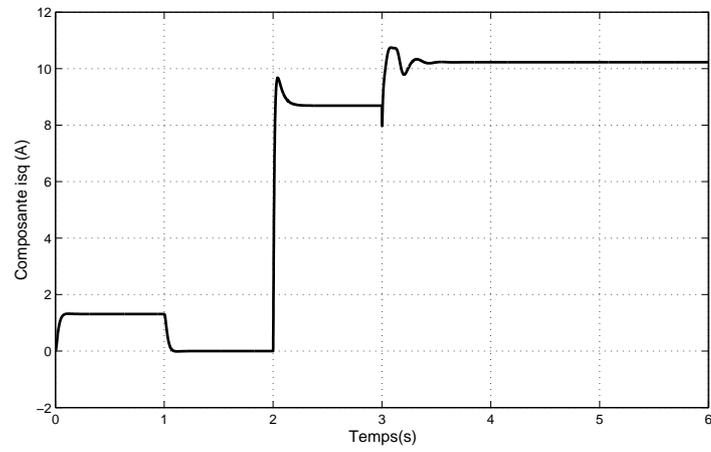


FIG. 2.4.12 – Régulation robuste de la composante du courant  $i_{sq}$

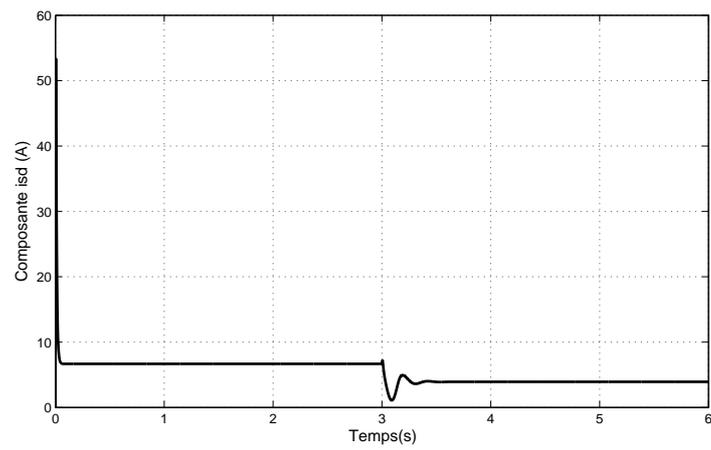


FIG. 2.4.11 – Régulation robuste de la composante du courant  $i_{sd}$

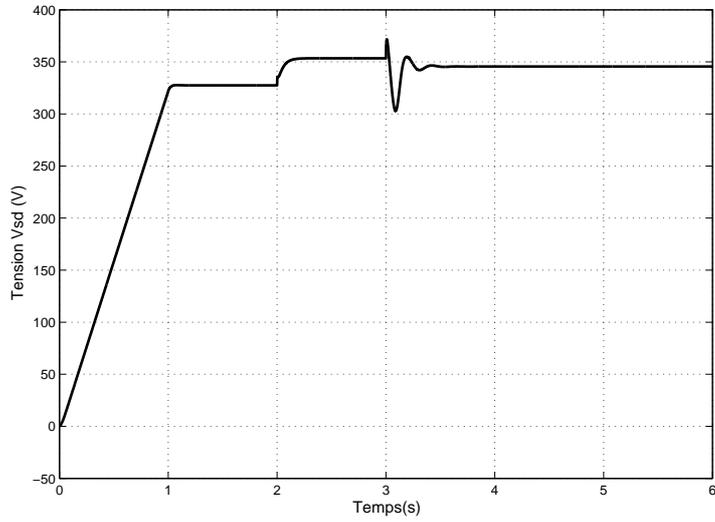


FIG. 2.4.14 – Composante de la tension  $V_{sd}$

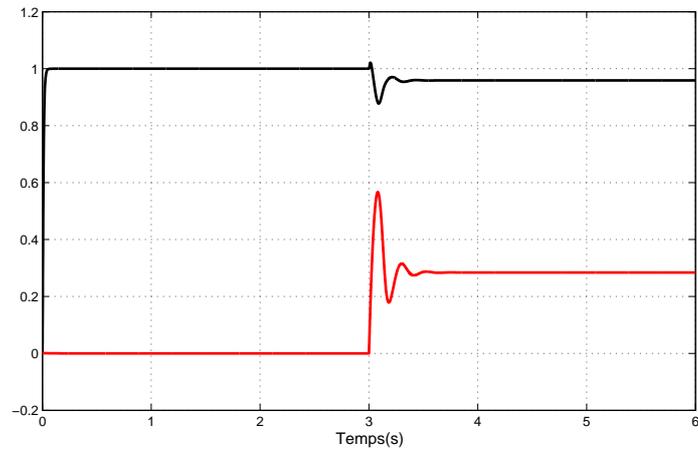


FIG. 2.4.13 – Flux du rotor

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé les principes et les outils nécessaires pour la commande robuste par l'approche  $H_\infty$ . Ensuite, nous avons introduit

la définition des valeurs singulières structurées pour aboutir enfin au calcul d' un correcteur robuste en stabilité et en performance par la  $\mu$  - *synthèse*

Enfin les simulations ont été effectuées sur la machine pour montrer les avantages du correcteur robuste , par rapport aux correcteurs PI dont :

- le niveau des perturbation est plus faible sur les grandeurs régulées
- une amplitude maximale plus raisonnable du signal de commande tout en ayant les mêmes performances des boucles de régulation.
- Une meilleure robustesse par rapport aux sorties vis-à-vis des variations paramétriques de la machine.

Par contre la stabilité du système est garantie ceci est confirmée par le tracé de l'indicateur  $\mu$  dont le maximum ne dépasse pas 0.4

Ce pendant la  $\mu$ -synthèse aboutit à des correcteurs d'un ordre trop élevé dont la réduction pour une éventuelle implantation s'avère nécessaire [44] (voir annexe c).

# Chapitre 3

## Commande LPV de la MAS

### 3.1 Introduction

La méthode  $H_\infty$  est utilisée actuellement pour l'analyse et la synthèse des contrôleurs pour les systèmes linéaires stationnaires permettant de prendre en compte à priori à la fois des spécifications de performance et de robustesse de rejet de perturbation [27]. La synthèse de régulateur  $H_\infty$  a été étendue au contexte non linéaire ou non stationnaire générant des méthodes très utilisées en pratique tels que les méthodes dites par séquençement de gains traditionnelles [78].

Cependant les correcteurs obtenus ne permettent pas de garantir dans le cas général certaines propriétés élémentaires telle que la stabilité. Cela a justifié le développement d'alternatives constituant une extension plus rigoureuse des méthodes  $H_\infty$ , grâce aux techniques d'optimisation convexe sous contraintes LMI [77],[79]. cela a permis de bien prendre en charge les systèmes LPV et leurs complexité [1], [2], [3],[12],[42].

Notre objectif dans ce chapitre est double :

En premier lieu, l'introduction de certains outils mathématiques sur lesquels nous nous basons tout au long de cette thèse pour modéliser, déterminer des correcteurs LPV et enfin étudier la stabilité et enfin la synthèse de correcteur LPV [18],[48],[72],[77],[78],[79].

En deuxième lieu, la mise en œuvre de schémas de simulation pour étu-

dier et analyser les résultats atteints afin de tirer les conclusions nécessaires et simplifier notre approche pour améliorer les performances du système d'entraînement qui dans notre cas est piloté par la machine asynchrone.

### 3.1.0.1 Définition d'un système LPV

Un système linéaire à paramètres variants est un système dont la dynamique évolue comme suit :

$$S_{\Sigma}(\theta) : \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\theta(t)) & B(\theta(t)) \\ C(\theta(t)) & D(\theta(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

ou  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_e}$ ,  $\theta(t) \in D$

$x(t)$  désigne le vecteur d'état,  $u(t)$  et  $y(t)$  désignent respectivement le vecteur d'entrée et de sortie  $\theta(t)$  est le vecteur de paramètres.

Les matrices  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$ ,  $C(\theta)$ ,  $D(\theta)$ . dépendent expressivement du vecteur des paramètres  $\theta(t)$  variants.

### 3.1.1 Stabilité quadratique des système LPV

La stabilité quadratique est une notion forte de la stabilité robuste [49] dans le sens où la stabilité est maintenue pour toutes les trajectoires possible du paramètre variant  $\theta(t)$

Pour définir une condition de stabilité quadratique d'un système LPV tels qu'il est défini par 3.1.1 :

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(x) = x^T P x \quad (3.1.2)$$

avec  $P = P^T > 0$

par application de la troisième condition de validité et vérification de la décroissance [52] de la fonction de Lyapunov, on détermine l'inégalité suivante

$$A^T P + P A < 0$$

Qui traduit la stabilité quadratique du système  $S_{\Sigma}(\theta)$

## 3.2 Norme induite $L_2$ .

Un système LPV ne peut être traduit à l'instar d'un système, linéaire invariant (LTI) par une fonction de transfert, par conséquent l'optimisation du transfert perturbations / sortie n'est plus faisable comme c'est le cas pour les systèmes linéaires pour étudier la robustesse de tels systèmes. On définit alors la norme  $L_2$  induite d'un système LPV comme une extension de la norme  $H_\infty$  d'un système linéaire invariant [78],[79]. Dans ce sens la norme  $L_2$  induite d'un système LPV tel qu'il est défini par 3.1.1 est borné par  $\gamma$ , si quelque soit la trajectoire du paramètre variant  $\theta$  l'inégalité suivante est vérifiée.

$$\|G(p)\|_\infty = \sup_{\theta \in \Theta} \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} = \frac{\int_0^t y^T(t)y(t)dt}{\int_0^t u^T(t)u(t)dt} \leq \gamma \quad (3.2.1)$$

avec

$\int_0^t y^T(t)y(t)dt$  énergie du signal de sortie

$\int_0^t u^T(t)u(t)dt$  énergie du signal d'entrée

### 3.2.1 Performance quadratique d'un système LPV

Les performances quadratiques d'un système LPV sont déduite l'application du lemme réel borné suivant .

#### **Théorème (lemme réel borné)**

*Étant donné un système stationnaire de fonction de transfert entrée sortie  $G(p) = D + C(pI - A)^{-1}B$  les propositions suivantes sont équivalentes :*

- *A est stable et  $\|G(p)\|_\infty < \gamma$*
- *Il existe une solution définie positive P à l'inégalité matricielle*

$$\begin{bmatrix} A^t P + P A & P B & C^t \\ B^t P & -\gamma I & D^t \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.2.2)$$

Le lemme réel borné peut -être étendu aux systèmes LPV [1] de tel sorte que des conditions satisfaisantes peuvent être données pour la fonction de transfert  $S_\Sigma$  a chaque valeur fixe de  $\theta$  pour avoir une norme induite  $L_2$  bornée par  $\gamma$

### 3.2.2 Systèmes affines

Un système LPV affine est un cas particulier des systèmes LPV rationnels. La dépendance en  $\theta$  de la matrice système 3.1.1 est affine

Un système défini par  $S_\Sigma(\theta)$  est dit affine si et seulement si

$$\exists S_{\Sigma,0}, \dots, S_{\Sigma,d} / S_\Sigma(\theta) = S_{\Sigma,0} + \sum_{i=1}^d \theta_i S_{\Sigma,i}$$

en d'autre termes si on considère le système 3.1.1 cela se traduit par ce qui suit

si  $\theta = \{\theta_i / k = 1 \dots d\}$  tel que  $\theta_{imini} < \theta_i < \theta_{imax}$

$$A(\theta) = A_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i A_i$$

$$B(\theta) = B_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i B_i$$

$$C(\theta) = C_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i C_i$$

$$D(\theta) = D_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i D_i$$

Dans la cas d'une dépendance des matrices d'état linéaire on note d'une manière compact le système  $S_\Sigma$  par ce qui suit :

$$S_\Sigma(\theta) = S_{\Sigma 0} + \theta_1 S_{\Sigma 1} + \theta_2 S_{\Sigma 2} + \dots$$

### 3.2.3 Représentation polytopique

Soit le vecteur des paramètres variants  $\theta$  d'un système dynamique  $\theta = [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]$   $i = 1 \dots d$  tel que on peut définir l'hypercube de dimension  $2^d$  et dont les sommets correspondent aux valeur extrémales de  $\theta$ .

$S_\Sigma$  représente une combinaison de plusieurs matrices représentant le système au sommets du domaine polytopique convexe image du domaine polytopique induit par les valeurs des paramètres variants au sommets du polytope

tel que :

$$S_{\Sigma} = \begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

soit égale à

$$S_{\Sigma}(\theta) = \alpha_1 S_{\Sigma}^{s_1} + \alpha_2 S_{\Sigma}^{s_2} + \alpha_3 S_{\Sigma}^{s_3} \dots \quad (3.2.4)$$

avec  $0 < \alpha_i < 1$  et  $\sum \alpha_i = 1$

### 3.3 Rappels sur la convexité et les inégalités matricielles

La notion de convexité est cruciale dans le sens où elle permet la simplification des problèmes d'optimisation, du moment que la résolution des problèmes de commande  $H_{\infty}$  est basée sur l'optimisation sous contrainte LMI [20],[41], c'est dans ce contexte que nous introduirons quelques notions concernant la convexité et les LMI.

#### 3.3.1 Convexité

**Définition 1 (ensemble convexe).**

Un ensemble  $C \subset \mathbb{R}^n$  est dit convexe si  $\forall \{x, y\} \in C, \forall \lambda \in [0, 1] \implies \lambda x + (1 - \lambda)y \in C$

en terme géométrique cela revient à dire que le segment qui joint deux points appartenant à un ensemble convexe est inclus dans cet ensemble.

**Définition 2 (fonction convexe)**

Une fonction  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est dite convexe si et seulement si  $\forall \{x, y\} \in C, \forall \lambda \in [0, 1] \implies f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$

### 3.3.2 Contraintes LMI

- Soit  $M_0 + x_1M_1 + \dots + x_pM_p$ ,  $p + 1$  matrices de  $\mathbb{R}^{n \times n}$ .
- Le problème consistant à trouver  $x_1, \dots, x_p$  tels que

$$M_0 + x_1M_1 + \dots + x_pM_p < 0 \quad (3.3.1)$$

constitue une inégalité matricielle affine (LMI)

- Le problème du type trouver une matrice  $Q$  symétrique strictement positive telle que

$$A^T Q + Q A < 0 \quad (3.3.2)$$

### 3.3.3 Quelques Propriétés des LMI

$$M < N \iff M - N < 0$$

$$M < \gamma I \iff vp(M) < \gamma$$

Avec  $vp$  : valeurs propre de  $M$

Un système de plusieurs LMI est une LMI

$$\begin{cases} M > 0 \\ N > 0 \end{cases} \iff \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} > 0$$

### 3.3.4 Synthèse de loi de commande LPV [12]

Le problème standard est un système à deux vecteurs d'entrées et deux vecteurs de sorties. Les entrées sont respectivement ( $w$ ) l'ensemble des signaux exogènes et ( $u$ ) l'ensemble des signaux de contrôle. Les sorties sont respectivement ( $e$ ) les signaux à contrôler et ( $y$ ) les signaux à observés (i.e mesures). Dans ce contexte, le modèle ( $P(\theta)$ ) est linéaire à paramètres variants et est défini par 3.3.3 ou la matrice système dépend du vecteur des paramètres variant  $\theta$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ e \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) & C(\theta) \\ C_e(\theta) & D_{ew}(\theta) & D_{eu}(\theta) \\ C_y(\theta) & D_{yw} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (3.3.3)$$

Où  $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^{M_u}, w(t) \in \mathbb{R}^{m_w}, e(t) \in \mathbb{R}^{P_e}, y(t) \in \mathbb{R}^{P_y}, \delta(t) \in \mathbb{R}^d$

Si on suppose que le vecteur des paramètres  $\theta(t)$  est connu en temps réel, Le problème standard LPV, illustré par la figure 3.3.1, consiste à déterminer une loi de commande elle-même paramétrée par  $\theta$ . Précisément, on cherche un régulateur LPV  $K(\theta)$  de même structure que le modèle standard et répondant aux objectifs de commandes pour toutes les trajectoires admissibles de  $\theta$ .

$$K(\theta) = \begin{bmatrix} \dot{x}_q \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_q(\theta) & B_q(\theta) \\ C_q(\theta) & D_q(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_K \\ y \end{bmatrix} \quad (3.3.4)$$

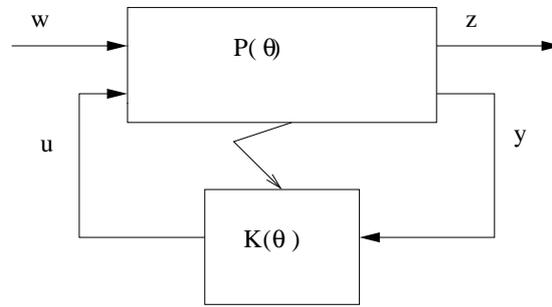


FIG. 3.3.1 – Problème standard LPV

**Problème  $Q - \mathcal{H}_\infty$  optimal.**

Minimiser  $\gamma$  sous contrainte de :

$$\begin{cases} \text{Stabilité quadratique de la boucle fermée} \\ \sup \frac{\|e\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma \end{cases}$$

pour toutes les trajectoires admissibles de  $\theta(t)$

La détermination d'une telle loi de commande est intéressante car elle permet de garantir les performances de la boucle fermée non seulement localement autour d'une valeur gelée de  $(\theta(t))$  mais aussi globalement pour toutes les trajectoires admissibles des paramètres externes.

### 3.4 Synthèse du régulateur LPV

Pour la synthèse d'une loi de commande LPV polytopique on fait appel aux techniques d'optimisation convexe sous contrainte LMI :

L'application de la condition du lemme réel borné au système en boucle fermée permet de dire que ce système est stable de façon quadratique et assurant un gain  $\mathcal{L}_2$  inférieur a  $\gamma$  (positif) entre les sorties a contrôler et les signaux exogènes s'il existe une matrice  $P$  symétrique et positive telle que l'expression suivante soit vérifiée pour toutes les valeurs des paramètres externes  $\theta$ .

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^t(\theta) + PA(\theta) & PB_{cl}(\theta) & C_{cl}^t(\theta) \\ B_{cl}^t(\theta)P & -\gamma I_{m_w} & D_{cl}^t(\theta) \\ C_{cl}(\theta) & D_{cl}(\theta) & -\gamma I_{p_e} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (3.4.1)$$

avec ,

$$S_{cl} = \begin{bmatrix} A_{cl}(\theta) & B_{cl}(\theta) \\ C_{cl}(\theta) & D_{cl}(\theta) \end{bmatrix} = F_I(S_p(\theta), S_q(\theta)) \quad (3.4.2)$$

Le même résultat pourrait être atteint si on choisit une fonction de Lyapunov candidate de la forme suivante :

$$V(x_{cl}) = x_{cl}^t P x_{cl} \quad (3.4.3)$$

La difficulté majeur est que l'inégalité 3.4.1 doit être vérifié en une infinité de points. Ce pendant, comme la matrice système évolue dans un ensemble polytopique, ce calcul se réduit a un nombre finis de points. En effet si une solution est trouvée pour chacun des sommets du polytope , elle est valable pour les autres points du polytope du fait de la convexité de l'ensemble considéré. Nous aboutissons alors au théorème suivant :

### **Théorème 1 :**

*Soit le système en boucle fermé défini par 3.3.3 et évoluant dans un polytope. Les trois propositions suivantes sont équivalentes :*

1. *Le système bouclé est quadratiquement stable et garantit un niveau de gain  $\mathcal{L}_2$  entre ses entrées  $w$  et ses sorties  $e$ ,*
2.  *$\forall \theta \in \mathbb{R}, \exists P = P^t \succ 0$  vérifiant l'inégalité 3.4.3*

$$3. \exists P = P^t \succ 0 / \begin{bmatrix} A_{cl,i}^t P + P A_{cl,i} & P B_{cl,i} & C_{cl,i}^t \\ B_{cl,i}^t & -\gamma I_{m_w} & D_{cl,i}^t \\ C_{cl,i} & D_{cl,i} & -\gamma I_{p_e} \end{bmatrix} \leq 0, i \in \mathbb{N} \text{ et } i \in [1; 2^d]$$

ou  $S_{cl,i} = \begin{bmatrix} A_{cl,i} & B_{cl,i} \\ C_{cl,i} & D_{cl,i} \end{bmatrix} = F_1(S_{p,i}, S_{q,i})$

$$S_{p,i} = \begin{bmatrix} A_i & B_{w,i} & B_{u,i} \\ C_{e,i} & D_{ew,i} & D_{eu,i} \\ C_{y,i} & D_{yw,i} & 0 \end{bmatrix} \text{ et } S_{K,i} = \begin{bmatrix} A_{K,i} & B_{K,i} \\ C_{K,i} & D_{K,i} \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

représentent respectivement le  $i^{ieme}$  sommet de la représentation polytopique de la boucle fermée, du problème standard et du régulateur.

Par application du lemme d'élimination (voir annexe Lemme de Shur) à la proposition (3) du théorème précédent, on obtient la condition nécessaire et suffisante d'existence du régulateur LPV.

## Théorème 2

*Sous les hypothèses précédentes il existe un régulateur LPV solution du problème standard  $K - \mathcal{H}_\infty$  optimal si et seulement si il existe deux matrices symétriques  $R$  et  $S$  solution faisable de la LMI suivante :*

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{N}_R & 0 \\ 0 & I_{n_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_I R + R A_I^t & R C_{e,i}^t & B_{w,i} \\ C_{e,i} R & -\gamma I_{n_e} & D_{ew,i} \\ B_{w,i}^t & D_{ew,i} & -\gamma I_{n_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathfrak{N}_R & 0 \\ 0 & I_{n_w} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (3.4.5)$$

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{N}_s & 0 \\ 0 & I_{n_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_I^t S + S A_i & S B_{w,i} & C_{e,i}^t \\ B_{w,i}^t R & -\gamma I_{n_w} & D_{ew,i} \\ C_{e,i} & D_{ew,i} & -\gamma I_{n_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathfrak{N}_s & 0 \\ 0 & I_{n_e} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (3.4.6)$$

$$\begin{bmatrix} R & I_n \\ I_n & S \end{bmatrix} \geq 0$$

ou  $\aleph_R$  et  $\aleph_S$  sont respectivement les bases des noyaux de  $[B_u^t \ D_{eu}^t]$  et  $[C_y \ D_{yw}]$ .

### Corollaire

Une solution possible au lemme réel bornée peut être obtenue en effectuant une décomposition en valeurs singulières  $(I_n - RS)$  d'où il est déduit de matrices de rang plein  $M, N \in \mathbb{R}^{n \times m}$  vérifiant  $MN^t = I - RS$

qui permettent de déterminer :

$$P = \begin{pmatrix} S & I \\ N^t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & R \\ 0 & M^t \end{pmatrix}^{-1}$$

Ensuite, il reste à déterminer les régulateurs aux sommets de la représentation polytopique en appliquant tout d'abord le résultat du corollaire cité plus haut, pour obtenir une solution particulière au lemme réel borné (proposition 3 du théorème 1) et le transformer en un problème de faisabilité comme le montre le théorème suivant.

### Théorème 3

Sous les contraintes de vérification des hypothèses et des deux théorèmes précédents. Le régulateur LPV polytopique, stabilisant de façon quadratique la boucle fermée et garantissant un niveau  $\gamma$  de  $\mathcal{L}_2$  entre ses entrées  $w$  et ses sorties  $e$ , est une solution faisable de la LMI 3.4.7.

$$\begin{bmatrix} A_{cl,i}^t P + P A_{cl,i} & P B_{cl,i} & C_{cl,i}^t \\ B_{cl,i}^t P & -\gamma I_{m_w} & D_{cl,i}^t \\ C_{cl,i} & D_{cl,i} & -\gamma I_{p_e} \end{bmatrix} \leq 0, \quad i \in \mathbb{N} \text{ et } i \in [1; 2^d] \quad (3.4.7)$$

La contrainte 3.4.7 est une contrainte LMI en  $(A_{q,i}, B_{q,i}, C_{q,i}, D_{q,i})$  puisque  $P$  est calculé via le corollaire précédent dont la résolution fournit le régulateur

recherché

En résumé l'algorithme de synthèse d'un correcteur LPV  $\mathcal{H}_\infty$  se déroule selon les étapes suivantes :

- min  $\gamma$  sous contraintes du théorème (1)
- calculer  $P$  à partir des solutions  $R$ , et  $S$  de l'étape précédente et du corollaire
- pour la valeur optimal de  $\gamma$  obtenue à l'étape 1 et pour  $P$  obtenu à l'étape précédente, résoudre le problème de faisabilité du théorème (3) pour obtenir les paramètres du régulateur.

Enfin, notons que la fonction *hinfgs* [23] de la boîte à outil LMI de MATLAB est l'application directe de la procédure précédente

### 3.4.1 Application à la machine asynchrone

Le référentiel  $(\alpha, \beta)$  est choisit comme référentiel de travail afin d'éviter les problèmes liés à discrétisation du difféomorphisme relatif à la transformation de Park pouvant conduire à une altération importante des performances sous échantillonnage [22].

La représentation d'état du moteur dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  est donnée par

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\phi}_{r\alpha} \\ \dot{\phi}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_5 R_r + a_4 & 0 & p a_3 R_r & p \omega a_3 \\ 0 & a_4 + a_5 R_r & p a_3 \omega & a_3 R_r \\ a_2 & 0 & a_1 R_r & -p \omega \\ 0 & a_2 R_r & p \omega & a_1 R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3.4.8)$$

$$\text{ou } a_1 = -\frac{1}{L_r}, a_2 = \frac{M}{L_r}, a_3 = \frac{M}{L_s L_r^2 \sigma}, a_4 = \frac{-L_r^2 R_s}{L_s L_r^2 \sigma}, a_5 = \frac{M^2}{L_s L_r^2 \sigma}, \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}, b = \frac{1}{\sigma L_s}$$

### 3.4.1.1 Représentation polytopique du moteur à induction

Si on considère le modèle défini par 3.4.8

avec  $\theta_1 = \omega$ ,  $\theta_2 = R_r$ .

$\omega \in [\omega_{min}, \omega_{max}]$  et  $R_r \in [R_{rmin}, R_{rmax}]$

ou  $\theta = [\omega(t), R_r(t)]^T$  est le vecteur des paramètres variants.

avec  $x = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}]$   $u = [V_{s\alpha}, V_s]$   $y = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]$

On remarque que la dépendance du modèle de la MAS des paramètres variants est affine[64] . La matrice  $A(\theta)$  peut être écrite sous la forme suivante :

$$A(\theta) = A_0 + \omega A_1 + R_r A_2$$

Le domaine polytopique convexe déduit a partir des valeurs extrêmes des paramètres variants, est constitué de  $2^d$  sommets dans lequel  $\theta = (\omega, R_r)$  peut être écrit a chaque instant dans le domaine par :

$$\theta(t) = \alpha_1 \theta_1 + \alpha_2 \theta_2 + \alpha_3 \theta_3 + \alpha_4 \theta_4 \quad (3.4.9)$$

On définit alors un polytope dont les sommets seront donnés par :

$$\theta_1 = (R_{rmin}, \omega_{min}), \theta_2 = (R_{min}, \omega_{max}), \theta_3 = (R_{rmax}, \omega_{min}), \theta_4 = (R_{rmax}, \omega_{max}) \quad (3.4.10)$$

par conséquent la représentation polytopique du moteur à induction sera donnée l'équation 3.4.11 :

$$G(\theta) = \alpha_1 G(\theta_1) + \alpha_2 G(\theta_2) + \alpha_3 G(\theta_3) + \alpha_4 G(\theta_4) \quad (3.4.11)$$

avec  $G(\theta_i)$  représentation polytopique du système a chaque sommet  $i=1,4$  l'expression des  $\alpha_i$  est donné par

$$\alpha_1 = \frac{\omega_{max} - \omega(t)}{\omega_{max} - \omega_{min}} \times \frac{R_{rmax} - R_r(t)}{\omega_{max} - \omega_{min}}, \alpha_2 = \frac{\omega_{min} - \omega(t)}{\omega_{max} - \omega_{min}} \times \frac{R_{rmax} - R_r(t)}{R_{rmax} - R_{rmin}}, \alpha_3 = \frac{\omega_{max} - \omega(t)}{\omega_{max} - \omega_{min}} \times \frac{R_{rmin} - R_r(t)}{\omega_{max} - \omega_{min}}, \alpha_4 = \frac{\omega_{min} - \omega(t)}{\omega_{max} - \omega_{min}} \times \frac{R_{rmax} - R_r(t)}{R_{rmax} - R_{rmin}}$$

La structure du régulateur LPV synthétisé sera donnée par la représentation polytopique suivante :

$$K(\theta) = \sum_{i=1}^{2^d} \alpha_i \begin{bmatrix} A_K(\theta_i) & B_K(\theta_i) \\ C_K(\theta_i) & D_K(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (3.4.12)$$

### 3.4.2 Synthèse du régulateur LPV polytopique pour la boucle du courant

La synthèse du régulateur LPV est réalisée sur chacun des sommets du domaine convexe défini par les paramètres variant cité auparavant.

#### 3.4.2.1 Spécifications des performances et de robustesses par les fonctions de pondérations

Pour atteindre les objectifs de performances et de robustesse, on introduit des fonctions de pondération qui agissent comme des filtres sur les signaux des entrées et ceux des sorties du système. En fait il s'agit de résoudre le problème de sensibilité mixte en respectant le critère suivant :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_s S \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.4.13)$$

Le choix de  $W_s$  et  $W_T$  s'effectuant alors de la même manière

.Pondération pour les performances  $W_s = \text{diag}\left(\frac{200}{s + 0.0002}, \frac{200}{s + 0.0002}\right)$

Pondération pour la robustesse  $W_T = \text{diag}\left(s + 0.002, \frac{300}{s + 0.002}\right)$

#### 3.4.2.2 Synthèse du régulateur LPV $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$

Le régulateur  $K(\omega, R)$  est un régulateur LPV polytopique permettant de poursuivre la référence imposée  $i_{sref}$ . La différence entre le courant de référence et le courant mesuré qui est la sortie du système  $G(\omega, R_r)$  représente l'entrée du régulateur comme le montre la figure 3.4.1

IL est obtenu en utilisant une représentation du moteur à induction. Le régulateur  $K(\theta)$  doit satisfaire le critère de performance sur toute la plage de

variation des paramètres du moteur. La borne  $\gamma$  du gain  $L_2$  garantissant la performance et la stabilité de la boucle ouverte dans notre cas est ( $\gamma = 1.002$ ).

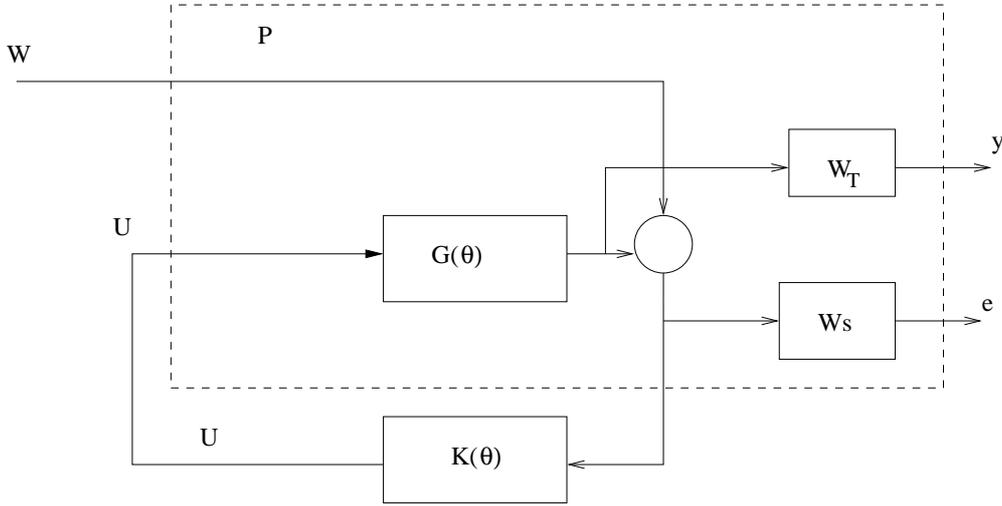


FIG. 3.4.1 – structure de la sensibilité mixte pour le suivi de trajectoire

### 3.5 Commande de la vitesse et du flux

Pour la commande du flux et de la vitesse on fait appel à la théorie de Lyapunov associée à la technique de la commande par mode glissant [36] pour concevoir un régulateur robuste. Pour simplifier la procédure de synthèse du régulateur, le flux du rotor est orienté sur l'axe  $d$  comme le montre les relations suivantes :

$$\phi_{rd} = \phi_r \quad (3.5.1)$$

$$\phi_{rq} = 0 \quad (3.5.2)$$

Le modèle du moteur exprimé dans le référentiel  $(d, q)$  et spécifiquement la dynamique du flux et celle de la vitesse sont donnés par :

$$0 = -\frac{R_r}{L_r} i_{sd} + \frac{R_r}{L_r} \phi_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} \quad (3.5.3)$$

$$T_e - T_l = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega \quad (3.5.4)$$

avec  $T_l$  couple de charge et  $T_e$  le couple électromagnétique donné par

$$T_e = p \frac{M}{L_r} \phi_{rd} i_{sq} \quad (3.5.5)$$

Les équations décrites par 3.5.3 et 3.5.4 peuvent être réécrites comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d\phi_{rd}}{dt} = f_1 + \frac{M_{sr}}{T_r} i_s \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{f_2}{J} + \frac{T_e}{J} \end{cases} \quad (3.5.6)$$

$$\text{avec } \begin{cases} f_1 = \frac{R_r}{L_r} \phi_{rd} \\ f_2 = -T_l - f\omega \end{cases}$$

En pratique la fonction non linéaire  $f_1$  est fortement affectée par la température, la saturation, l'effet de peau et différentes non-linéarités induites par la pollution des harmoniques de l'alimentation et les bruits de mesures. Tandis que, cette fonction peut être affectée par les variations de la charge et aussi par les incertitudes sur  $f$  le coefficient de frottement.

Ainsi on peut écrire que  $f_i = \hat{f}_i + \Delta f_i$

ou  $\hat{f}_i$  est la fonction de retour d'état non linéaire,  $f_i$  est la fonction non linéaire effective et  $\Delta f_i$  est la variation autour de  $f_i$ .  $|\Delta f_i|$  peut être généré par les variations paramétriques, nous supposons que  $|\Delta f_i| < \beta_i$  ou les  $\beta_i$  sont des bornes connues. Les  $\beta_i$  ne sont pas difficile à obtenir du moment qu'on utilise un nombre suffisamment large pour satisfaire les contraintes  $|\Delta f_i| < \beta_i$  tenant compte de cet effet le système 3.2.2.6 devient

$$\begin{cases} \frac{d\phi_{rd}}{dt} = \hat{f}_1 + \Delta f_1 - \frac{M_{sr}}{T_r} i_{sd} \\ J \frac{d\omega}{dt} = \hat{f}_2 + \Delta f_2 + T_e \end{cases} \quad (3.5.7)$$

En supposant que la contrainte de l'orientation du flux est satisfaite, on peut utiliser la loi de commande suivante :

**Pour le flux**

$$i_{sd} = -\frac{T_r}{M}(\hat{f}_1 - \dot{\phi}_{rd} + K_1(\phi_{rd} - \phi_r) + K_{11} \text{sgn}(\phi_{rd} - \phi_r)) \quad (3.5.8)$$

**Pour la vitesse**

$$T_e = J\dot{\omega}_{ref} - K_2(\omega - \omega_{ref}) - K_{22} \text{sgn}(\omega - \omega_{ref}) \quad (3.5.9)$$

Avec  $K_{ii} \geq \beta_i$  et  $K_{ii} > 0$  pour  $i = 1, \dots, 3$

Pour déterminer une loi de commande on admet que la fonction de Lyapunov liée à la dynamique du flux et de la vitesse est définie par

$$V = \frac{1}{2}(\phi_{rd} - \phi_r)^2 + \frac{1}{2}J(\omega - \omega_{ref})^2 > 0 \quad (3.5.10)$$

Cette fonction est positive sur tout l'espace d'état et vérifie la condition  $V(0,0) = 0$ , sa dérivé est donnée par :

$$\dot{V} = (\phi_{rd} - \phi_r)(\dot{\phi}_{rd} - \dot{\phi}_r) + J(\omega - \omega_{ref})(\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}) \quad (3.5.11)$$

On substituant le système d'équation 3.5.7 dans l'équation 3.5.11 il en résulte

$$\dot{V} = (\phi_{rd} - \phi_r^*)(\hat{f}_1 + \Delta f_1 + \frac{M}{T_r}i_{sd} - \dot{\phi}_r^*) + J(\omega - \omega_{ref})(T_e + \hat{f}_2 + \Delta f_2 - J\dot{\omega}_{ref}) \quad (3.5.12)$$

Si on remplace l'équation 3.5.7 dans l'équation 3.5.12 on obtient :

$$\dot{V} = (\phi_{rd} - \phi_r^*)(\Delta f_1 + \dot{\phi}_{rd}K_{11} \text{sgn}(\phi_{rd} - \phi_r^*) + (\omega - \omega_{ref})[\Delta f_2 - K_{22} \text{sgn}(\omega - \omega_{ref})]) + \dot{V}_1 \quad (3.5.13)$$

avec

$$\dot{V}_1 = -K_1(\phi_{rd} - \phi_r)^2 - K_2(\omega - \omega_{ref})^2 < 0 \quad (3.5.14)$$

puisque  $K_i > 0 \quad i = 1, 2$

$$[(\phi_{rd} - \phi_r^*)(\Delta f_1 - \dot{\phi}_{rd} K_{11} \operatorname{sgn}(\phi_{rd} - \dot{\phi}_r^*) + (\omega - \omega_{ref})[\Delta f_2 - K_{22} \operatorname{sgn}(\omega - \omega_{ref})]) < 0$$

$$\forall(\phi_{rd} - \phi_r^*), \forall(\omega - \omega_{ref})$$

Par conséquent

$$\dot{V} < \dot{V}_1 < 0$$

La fonction donnée dans 3.5.14 est globalement définie négative on utilisant le théorème de Lyapunov [53] on conclut donc que

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} (\phi_{rd} - \phi_r^*) = 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (\omega - \omega_{ref}) = 0 \end{cases} \quad (3.5.15)$$

La structure de commande de la machine asynchrone est représentés sur la figure 5.2.1 :

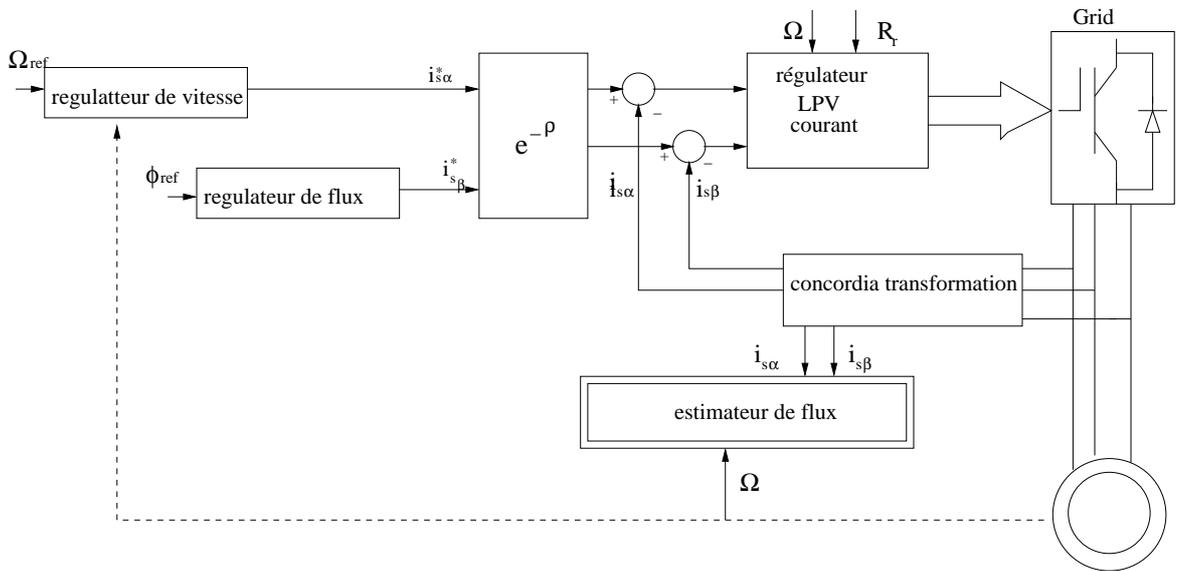


FIG. 3.5.1 – Schémas synoptique pour la commande de la machine asynchrone

### 3.5.1 Résultats de simulation

Dans le but de valider notre approche des tests de simulation sont effectués sur Matlab-simulation pour montrer les performances du contrôle LPV des

courants statorique combiné au régulateur non linéaire de la vitesse et du flux face aux variations de la résistance du rotor .

Les tests de simulations sont effectués dans les même conditions utilisés pour la commande vectorielle et la  $\mu - synthèse$  (a  $t= 2s$  on applique un couple de charge de 25 Nm et à  $t=3s$  on applique une variation brusque de la résistance du rotor)

Sur les figures 3.5.3 à 3.5.7 la machine développe un couple électromagnétique instantané pour compenser le couple de charge appliqué permettant au moteur de suivre sa vitesse de consigne. On notera tout particulièrement le maintien du flux à sa consigne indiquant un découplage entre le couple et le flux.

IL faut noter sur les figures 3.5.4 et 3.5.6 que les appels de courants sont assez important mais il restent dans la limite des contraintes observées lors du fonctionnement de la machine à vide.

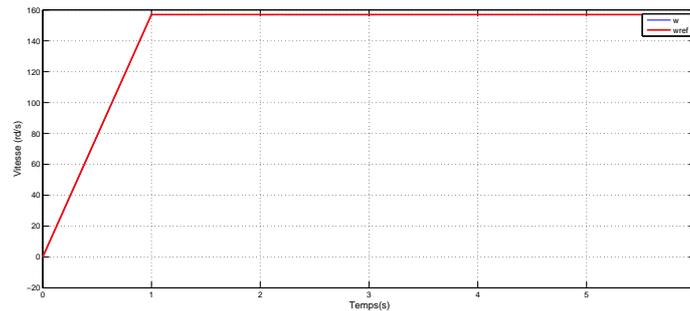


FIG. 3.5.2 – Vitesse de mécanique

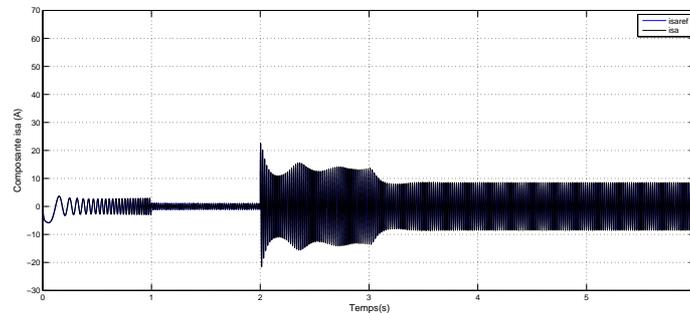


FIG. 3.5.4 – Composante du courant statorique  $i_{s\alpha}$

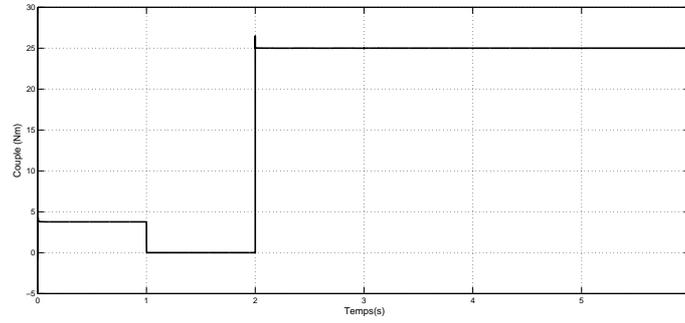


FIG. 3.5.3 – Couple électromagnétique

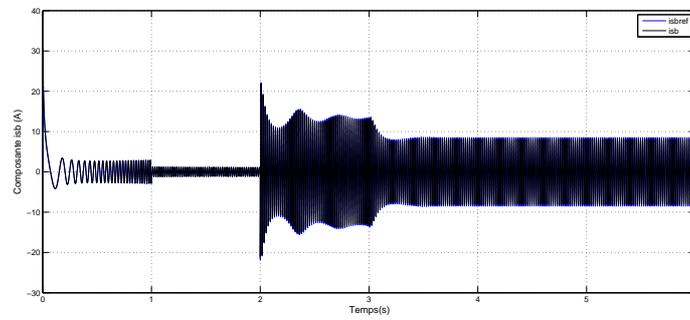


FIG. 3.5.5 – Composante du courant statorique  $i_{s\beta}$

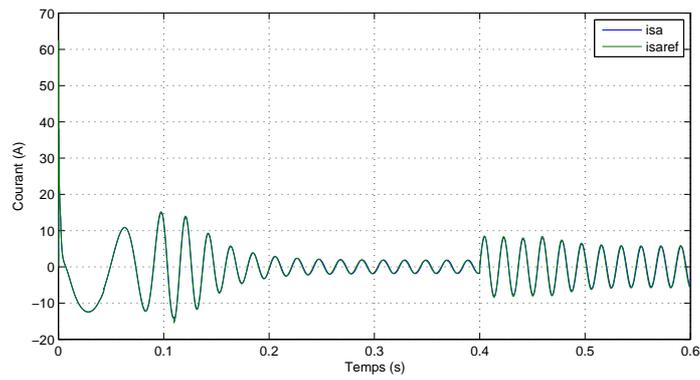


FIG. 3.5.6 – Zoom sur le courant  $i_{s\alpha}$

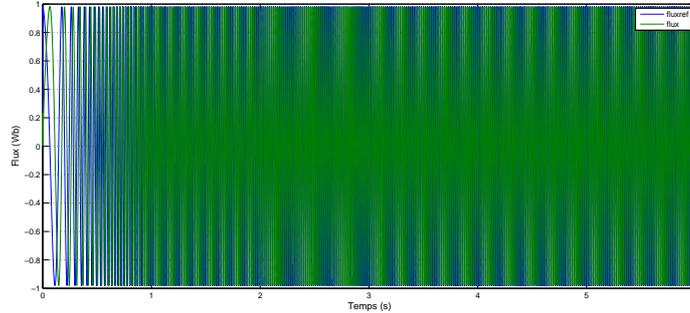


FIG. 3.5.7 – Suivi de trajectoire du flux

## 3.6 Commande LPV du moteur à induction avec un régulateur à deux degrés de liberté

### 3.6.1 Introduction

Des essais expérimentaux montrent [7] que lorsque la méthode de sensibilité mixte est utilisée pour calculer un régulateur à un degré de liberté pour les courants statoriques, les spécifications de performances et de robustesse ne sont pas très satisfaisante [13]. Pour améliorer les résultats, nous proposons un régulateur LPV à deux degrés de libertés . Cette structure inclut une partie anticipative et une partie de rétroaction qui est potentiellement plus puissante pour atteindre les exigences de performance, et de robustesse. Pour le contrôle de la vitesse un régulateur PI est largement suffisant pour assurer un bon suivi de trajectoire.

Pour la mise en œuvre de cette approche nous allons commencer par une représentation polytopique du modèle du moteur dans le référentiel  $(d, q)$  avec une orientation du flux du rotor et en prenant en compte les variations de la vitesse de rotation, la résistance rotorique ainsi que la fréquence des courants rotoriques qui constituent les paramètres variants. Nous utiliserons la méthode de sensibilité mixte pour la synthèse du régulateur LPV à deux degré de libertés .

### 3.6.2 Modélisation LPV du moteur

La représentation d'état du moteur à induction avec orientation du flux dans le référentiel  $(d, q)$  est décrit comme suit [1]

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{a_6}{\sigma^2}R_r + \frac{\tau_s}{\sigma}\right) & \omega_r + \omega & \frac{-a_6}{\sigma^2}R_r \\ -\omega_r - \omega & -\left(\frac{a_6}{\sigma^2}R_r + \frac{\tau_s}{\sigma}\right) & -\frac{a_6}{\sigma^2}\omega \\ -M_{sr}a_1R_r & 0 & a_1R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} \quad (3.6.1)$$

avec  $a_6 = \frac{M_{sr}^2}{L_s}$ ,  $\tau_s = \frac{L_s}{R_s}$

Les paramètres variants sont  $\theta(t) = [\omega, R_r, \omega_r]$

Le couple électromagnétique est donné par :

$$T_e = p \frac{M}{L_r} \phi_{rd} i_{sq} \quad (3.6.2)$$

Le modèle LPV du moteur à induction dans le référentiel  $(d, q)$  peut être décrit d'une manière compacte comme suit par :

$$G(\theta) : \begin{cases} \dot{x} = A(\theta(t))x + B(\theta(t))u \\ y = C(\theta(t))x + D(\theta(t))u \end{cases} \quad (3.6.3)$$

avec  $\theta \in \Theta$  un polytope de  $2^3 = 8$  sommets

Nous admettons que la dépendance du modèle de  $\theta$  est affine par conséquent

$A(\theta(t)) = A_0 + \omega_1 A_1 + R_r A_2 + \omega_r A_3$  les matrices  $B, C, D$  sont constantes.

Ou  $\theta(t) = \alpha_1 \theta_1 + \alpha_2 \theta_2 + \alpha_3 \theta_3 + \alpha_4 \theta_4 + \alpha_5 \theta_5 + \alpha_6 \theta_6 + \alpha_7 \theta_7 + \alpha_8 \theta_8$ .

avec  $\sum_{i=1}^{2d} \alpha_i$  et  $\alpha_i > 0$

Pour chaque valeur du sommet de  $\Theta$  le modèle polytopique du moteur est donné par :

$$G(\theta) = \alpha_1 G(\theta_1) + \alpha_2 G(\theta_2) + \alpha_3 G(\theta_3) + \alpha_4 G(\theta_4) + \alpha_5 G(\theta_5) + \alpha_6 G(\theta_6) + \alpha_7 G(\theta_7) + \alpha_8 G(\theta_8) \quad (3.6.4)$$

les  $\alpha_i$  constituent les coordonnées barycentriques du vecteur des paramètres dans le polytope  $\Theta$  et qui se calculent par la même méthode que précédemment [11] le régulateur sera déterminé par optimisation convexe en utilisant l'approche LMI cité dans la première partie de ce chapitre

### 3.6.3 Synthèse du régulateur LPV à deux degrés de liberté1

La procédure de synthèse s'inspire de la théorie de la commande  $H_\infty$ [37]. Le régulateur est synthétisé selon le critère de sensibilité mixte et adapté à la structure de la boucle fermée du système donné par la figure 3.6.1. Les objectifs à atteindre en terme de performances sont exprimés à travers l'opérateur de sensibilité mixte  $S(\theta)$  et la robustesse est assurée par l'opérateur  $K(\theta)S(\theta)$ . Le problème  $H_\infty$  consiste à trouver un régulateur LPV  $K_1(\theta)K_2(\theta)$  tel que pour toutes les variations de  $\theta(t)$  la minimisation du gain  $L_2$  et la stabilité interne soient satisfaites.

Les entrées exogènes  $w = [i_{sd}^{ref} \ i_{sq}^{ref}]$  sont les courants de références du stator, la sortie du régulateur représente la tension de commande  $[u_{sd}, u_{sq}]$ , les sorties mesurées sont données par

$$y = [e_{sd}, e_{sq}] \text{ avec } e_{sd} = i_{sd}^{ref} - i_{sd} \text{ et } e_{sq} = i_{sq}^{ref} - i_{sq}$$

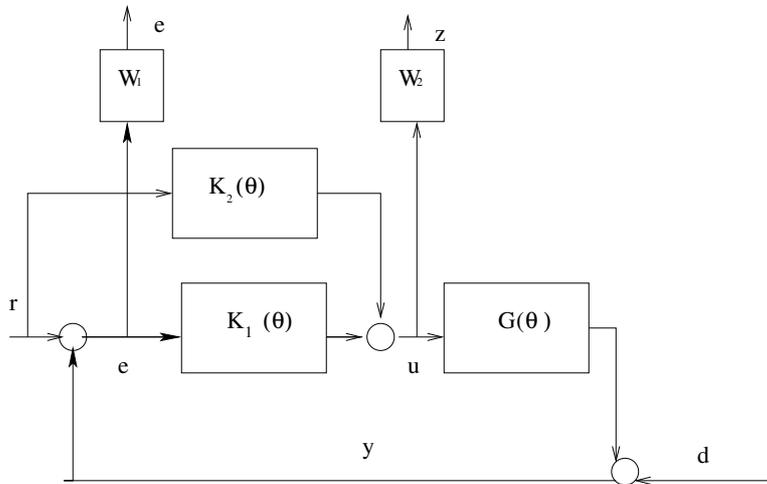


FIG. 3.6.1 – Structure de régulateur à deux degrés de liberté

Nous obtenons des résultats satisfaisants avec les pondérations suivantes :

$$W_1 = \text{diag}\left(\frac{10}{s+10}, \frac{10}{s+10}\right), \quad W_2 = \text{diag}(0.8, 0.8)$$

Le processus de synthèse LPV nous a permis d'obtenir un correcteur LPV en utilisant la fonction *hinfgs* de la robuste control toolbox garantissant un gain  $L_2$   $\gamma = 0.624$

Le régulateur obtenu est décrit par  $2^3 = 8$  régulateur LTI à chaque sommet du polytope. Il exploite toutes les valeurs disponibles sur les paramètres variants pour ajuster le courant dans le stator tel qu'il est montré sur la figure 3.6.2 ou la vitesse est contrôlée par un simple PI déduit par application de la méthode de placement de pôles .

avec  $(\xi = 0.707, \omega_n = 17.3 \text{rd/s})$

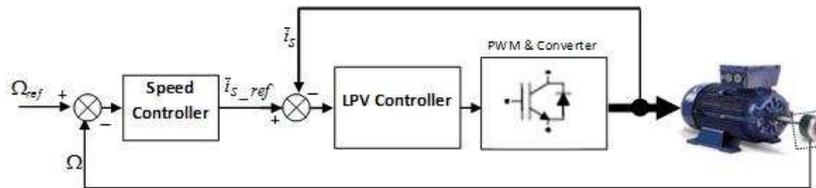


FIG. 3.6.2 – Structure générale de la commande

### 3.6.4 Résultats de simulation

Le régulateur LPV à deux degrés de libertés du courant statorique à été testé , sur un banc décrit par la figure 3.6.2. Un couple de charge de 25Nm est appliqué à  $t=2s$  , a  $t=3s$  une variation brusque de la résistances allant jusqu'à 300% de sa valeur nominale est appliquée a la machine. Les figures 3.6.4 3.6.5 3.6.6 3.6.7 montrent les performances du contrôle LPV et de la robustesse de la poursuite face aux variations paramétriques. La réponse de la vitesse suit la consigne avec une bonne précision, la perturbation due a la variation brusque de la résistance est parfaitement rejeté, un bon suivi de la trajectoire pour les deux composantes  $i_{sd}$  ,  $i_{sq}$ , est assuré par le régulateur LPV, nous constatons que les pics de tensions de commande sont relativement importatnts par rapport au résultats obtenus par la  $\mu - synthèse$  mais ils restent dans des limites acceptable.

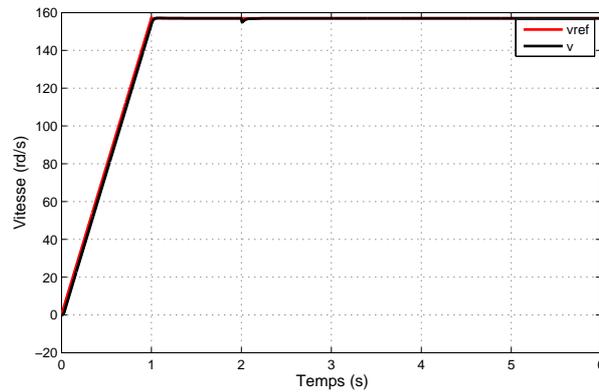


FIG. 3.6.3 – Vitesse mécanique

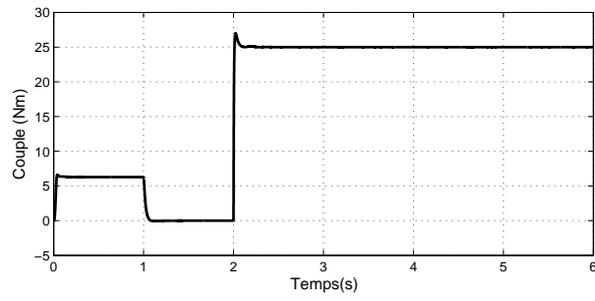


FIG. 3.6.4 – Couple électromagnétique

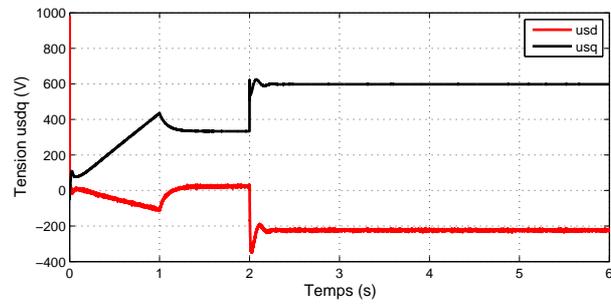


FIG. 3.6.5 – Tension de commande

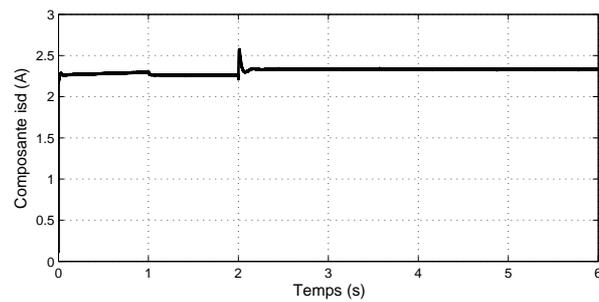


FIG. 3.6.6 – Composante  $i_{sd}$  du courant statorique

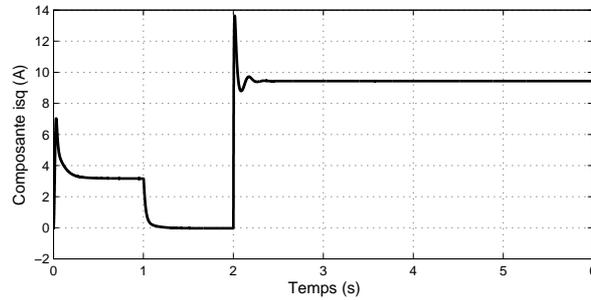


FIG. 3.6.7 – Composante  $i_{sq}$  du courant statorique

Avant de conclure ce chapitre une synthèse des techniques utilisées dans ce mémoire est présenté dans ce tableau

	commande vectorielle PI	la mu-synthèse	LPV
Grandeur commandée	$i_s$	$i_s$	$i_s$
Modèle de travail	linéarisé	linéarisé	non linéaire
Référentiel de travail	$d, q$	$d, q$	$(d, q), (\alpha, \beta)$
Paramètre variant	$R_r$	$R_r, R_s, L_s, L_r$	$R_r, \omega, \omega_r$
Robustesse/paramétriques	très faible	relativement bonne	très bonne
Robustesse / stabilité	très faible	bonne	très bonne

TAB. 3.1 – Synthèse des technique utilisées

### 3.7 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons formulé le problème de commande du courant statorique dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  dans une première partie et dans le référentiel  $(d, q)$  dans la deuxième partie en tenant comptes des différentes variations paramétriques.

Le modèle LPV polytopique considéré dans ce chapitre avec  $\omega, R_r, \omega_r$  comme paramètres variants constitue notre proposition pour la commande LPV du moteur à induction. La synthèse des régulateurs est effectué a l'aide de la méthode d'optimisation par la résolution des LMI Cette approche nous a permis de proposer, des régulateurs assurant une stabilité quadratique et une atténuation du  $Gain L_2$ , répondant aux spécifications requises du transfert

$$\frac{\|y\|_2}{\|u\|_2}$$

L'utilisation des régulateurs robustes déduit de la théorie de Lyapunov et celle des modes glissants pour le contrôle du flux et de la vitesse, a permis de garantir de bonnes performances pour tous les régimes de fonctionnement.

Dans la deuxième partie nous avons présenté de notre point de vue, une approche qui permet de garantir à la fois la robustesse face aux variations paramétriques ainsi qu' un certain degré de performances. Nous avons utilisé pour cela un modèle non linéaire et couplé qui a été représenté sous forme polytopique afin de faciliter la synthèse du régulateur LPV à deux degrés de libertés, une amélioration certaines de la robustesse et des performances sont notés , et un jugement satisfaisant peut être émis au vu des résultats obtenus par simulation numérique de la structure par rapport à la commande à un degré de liberté.

# Chapitre 4

## Observation LPV du flux de la MAS

### 4.1 Introduction

La commande des machines électriques se base sur la mesures de grandeurs physiques qui doivent être suffisamment précises pour obtenir le niveau de performances requis. Cependant ces grandeurs d'état ou de sortie sont parfois difficilement accessibles, si on prend l'exemple des capteurs du flux qui sont très fragile réduisant par conséquent la robustesse de la structure de commande.

Récemment, différentes techniques ont été développés pour améliorer la robustesse de la structure de commande surtout dans le domaine de l'observation des grandeurs électriques [9], [10],[24],[38],[45].

Les observateurs utilisés en commande des machines électriques sont de deux type en boucle ouverte et en boucle fermée.

En boucle ouverte, les observateurs sont dits estimateurs et exploite les équations de la machine pour estimer le flux à partir de grandeurs mesurables tel que le courant ou la tension et la vitesse. La précision de ce type d'observateur dépend fortement des paramètres du moteur.

En boucle fermée les observateurs peuvent être classés en plusieurs types. On citera en premier lieu les observateurs d'états (Observateurs de Luen-

berger ) [57]. Il sont issues de la théorie des systèmes linéaires. Il sont souvent adaptatifs puisqu'ils dépendent des paramètres de la machine.

En second lieu on distingue l'observateur dit MRAS [73] (model reference adaptive system) ils sont constitués de deux estimateurs de flux avec un mécanisme d'adaptation .

En dernier lieu, on signale l'exploitation d'observateur issu de la théorie des systèmes non linéaires [61] tel que les observateurs grand gains, les observateurs par modes glissants etc ....

Dans ce qui suit nous exposerons les principes de base d'un observateur de flux par la méthode MRAS qui est l'une des techniques les plus utilisées pour l'estimation du flux. Des tests de simulations avec variation paramétriques seront effectués sur l'observateur MRAS afin de comparer les performances obtenus avec l'observateur LPV . Ensuite nous proposerons un observateur de flux LPV robuste faces aux variations paramétrique. Il est basé sur une modélisation LPV où les paramètres variants sont , la vitesse de rotation de la machine et la résistance du rotor, l'observateur est calculé de la même manière qu'est résolu le problème  $H_\infty$  standard pour la synthèse d'un régulateur, en utilisant les LMI. Par la suite l'observateur sera testé dans une boucle de commande en simulation.

## 4.2 Observation du flux par la technique MRAS

Le principe de la méthode MRAS [38] (Model Reference Adaptive system), introduit dans est basée sur le choix de deux estimateurs de flux. Le premier est appelé « modèle de référence » l'autre « modèle adaptatif ». Un mécanisme d'adaptation, généralement un PI, fait tendre le comportement du modèle adaptatif vers le comportement du modèle de référence. Pour notre cas on a choisi un observateur basé sur la technique MRAS comme le montre la figure 4.2.1 constitué de trois estimateurs de flux et un mécanisme d'adaptation basé sur un régulateur linéaire tel qu'il est représenté sur la figure 4.2.2

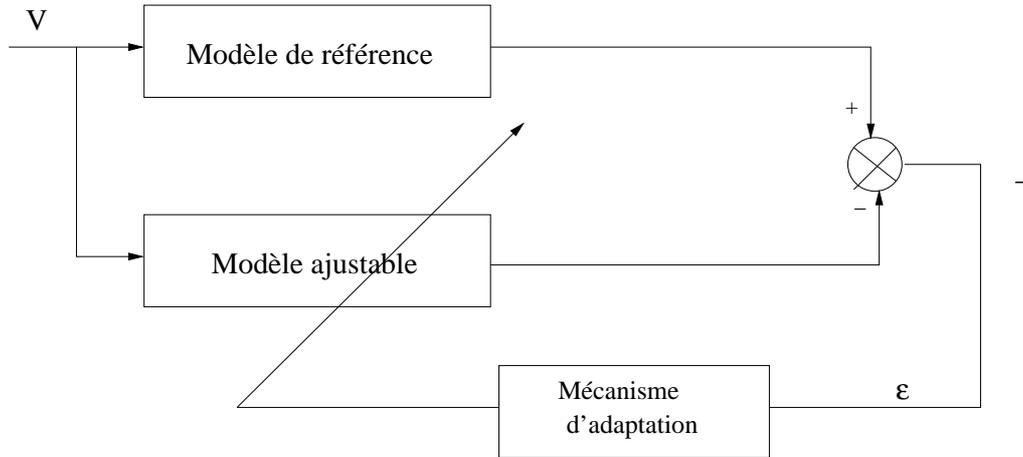


FIG. 4.2.1 – Représentation de structure générale de l’observation par la MRAS

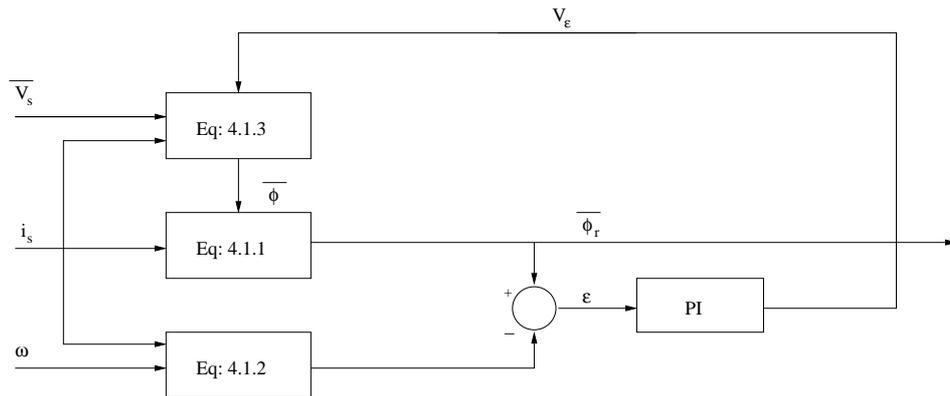


FIG. 4.2.2 – Observateur du flux utilisé

D’après la figure 4.2.2 l’erreur  $\varepsilon$  est calculée à partir de deux estimateurs indépendants du flux rotorique obtenus respectivement à partir de la relation 4.2.2 et la relation 4.2.1 comme suit :

$$\bar{\phi}_r = \frac{L_r}{M}(\dot{\phi}_s - \sigma L_s i_s) \quad (4.2.1)$$

$$\frac{d\phi_r}{dt} = -\frac{1}{T_r}\phi_r' + \frac{M}{T_r}i_s + j\omega\phi_r' \quad (4.2.2)$$

Un mécanisme d’adaptation est utilisé pour adapter la valeur de  $\hat{\phi}_s$  de

l'équation 4.1.1 à travers la relation 4.2.3 afin de faire converger les deux estimateurs.

$$\frac{d\phi_s}{dt} = \bar{V}_s - R_s \bar{i}_s + \bar{V}_s \quad (4.2.3)$$

### 4.2.1 Résultats de simulation

L'observateur de flux MRAS est inséré dans une boucle de commande vectorielle à flux orienté directe utilisée dans le chapitre 1 avec un couple de charge de 25 Nm appliqué à  $t=2s$  et à  $t=3s$  une augmentation brusque de la résistance du rotor de 300%, et un profil classique de vitesse (échelon). La simulation montre en effet la réalisation de performances intéressantes en régime permanent. Sur la figure 4.2.3 un bon suivi de consigne de la vitesse, le rejet de perturbation est assuré pour le couple dans la figure 4.2.4 et en fin une bonne estimation du flux en boucle fermée comme le montre la figure 4.2.5.

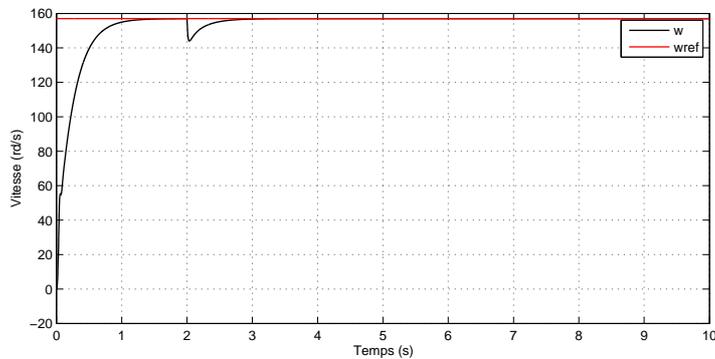


FIG. 4.2.3 – Profil de la vitesse

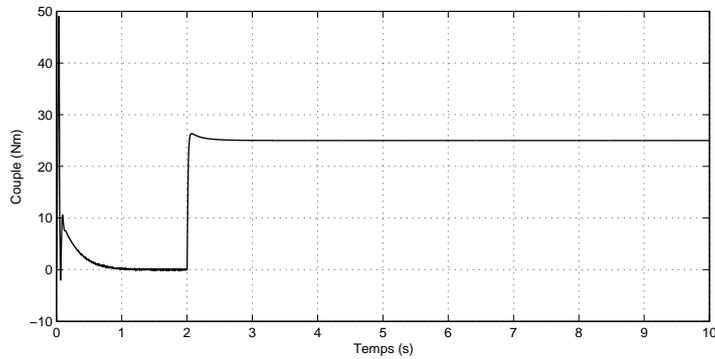


FIG. 4.2.4 – Couple électromagnétique

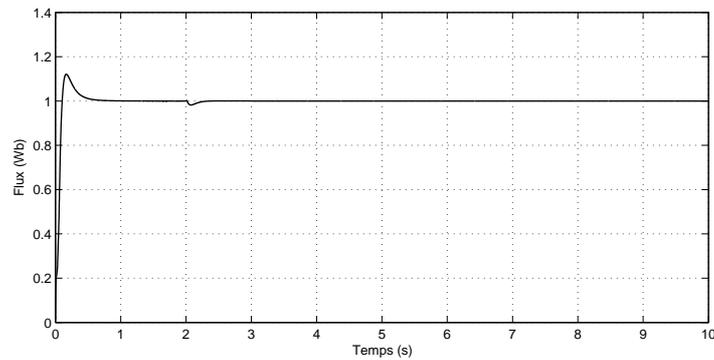


FIG. 4.2.5 – Flux du rotor

L'observateur MRAS est testé pour un profil de basse vitesse comme le montre la figure 5.6.2 à  $t=4s$  la vitesse décroît jusqu'à ce que elle atteint la valeur de  $10\text{rd/s}$  à  $t=2s$  on applique un couple de charge de  $25\text{Nm}$  et à  $t=3s$  une variation brusque de la résistance rotorique allant jusqu'à  $300\%$  de sa valeur nominale est imposée au moteur. On remarque sur les figures 4.2.6. , 4.2.7, 4.2.8, 4.2.9 que les performances de l'estimateur en boucle ouverte se sont dégradé. Par contre lorsqu'on place l'observateur dans une boucle fermée et en gardant le même profil de la vitesse avec le même couple de charge, l'estimation diverge complètement et entraine une déstabilisation de la structure de commande ceci est illustré par les figures 4.2.10 représentant le couple et la figure 4.2.11, 4.2.12 représentant le flux estimé et l'erreur d'estimation.

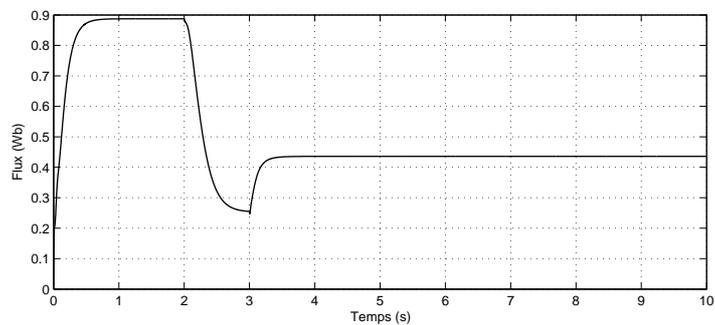


FIG. 4.2.8 – Estimation du flux en basse vitesse et en boucle ouverte avec  $\Delta R_r = 300\%$

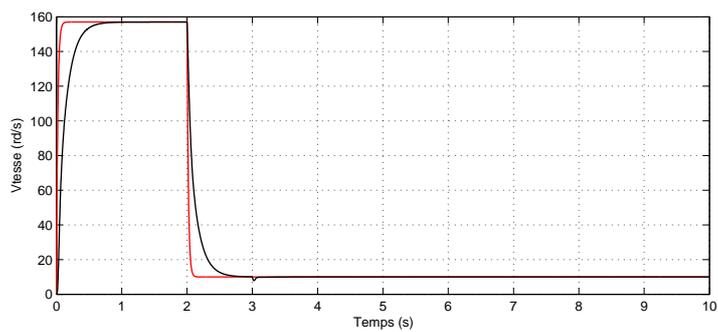


FIG. 4.2.6 – Vitesse

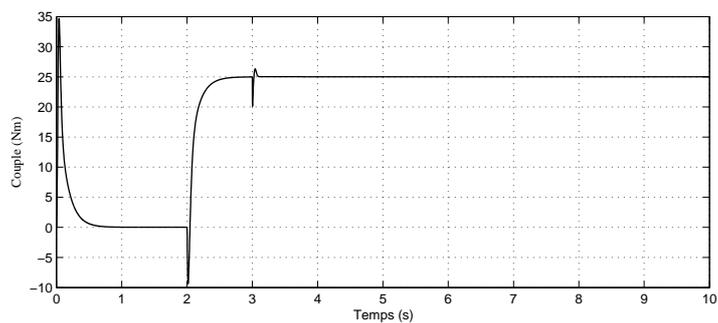


FIG. 4.2.7 – Couple électromagnétique en basse vitesse et en boucle ouverte avec une variation de  $\Delta R_r = 300\%$

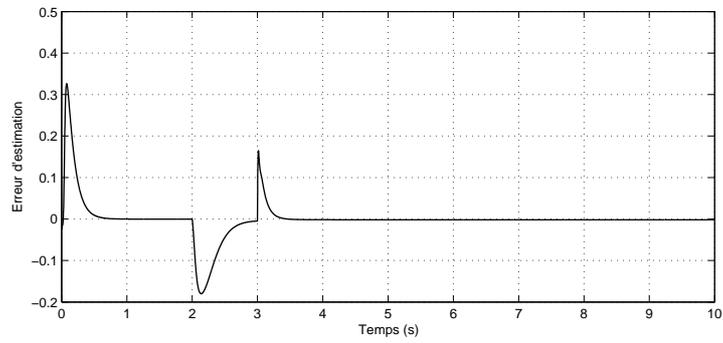


FIG. 4.2.9 – Erreur d'estimation du flux en basse vitesse en boucle ouverte  $\Delta R_r = 300\%$

estimation du flux en boucle fermée

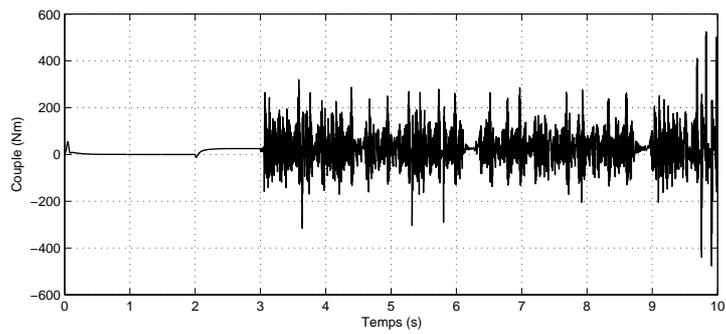


FIG. 4.2.10 – Couple électromagnétique en basse vitesse et en boucle fermée avec  $\Delta R_r = 300\%$

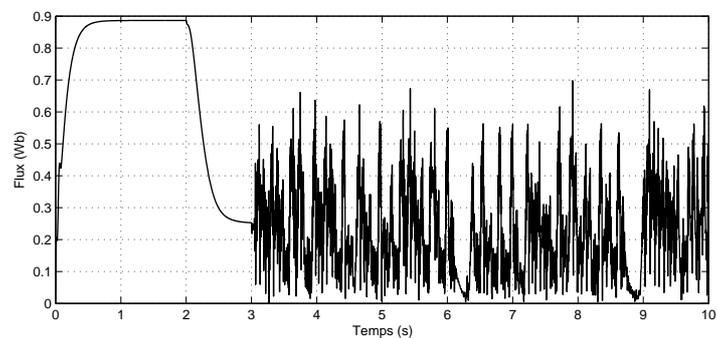


FIG. 4.2.11 – Estimation du flux en boucle fermée en basse vitesse avec  $\Delta R_r = 300\%$

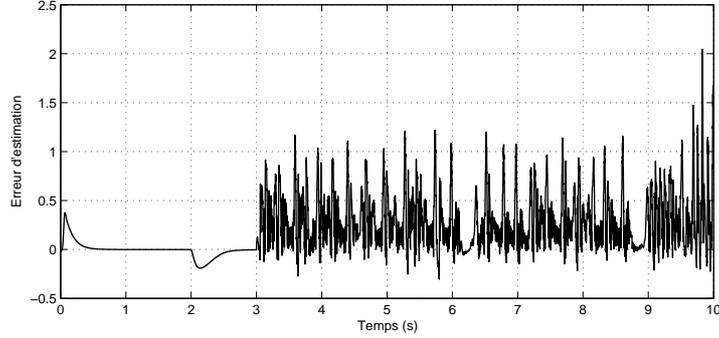


FIG. 4.2.12 – Erreur d'estimation en boucle fermée avec  $\Delta R_r = 300\%$

On note la sensibilité de cet observateur du flux aux variations des paramètres ce qui se traduit par des oscillations sur le flux et sur le couple. Cela nous a incité à proposer un nouvel observateur déduit de la commande robuste étendus aux systèmes LPV polytopique.

## 4.3 Observateur LPV du flux

### 4.3.1 Mise en équations

Pour la conception de l'observateur du flux [24], nous avons opté pour une représentation avec le flux rotorique et les courants statoriques comme variables d'état exprimés dans un repère biphasé  $(\alpha, \beta)$ . Le choix d'un tel repère est intéressant, en ce sens qu'il permet d'obtenir un modèle LPV affine paramétré par la vitesse et la résistance du rotor comme indiqué ci-dessous

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\phi}_{r\alpha} \\ \dot{\phi}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_5 R_r + a_4 & -0 & p a_3 R_r & p \omega a_3 \\ 0 & a_4 + a_5 R_r & p a_3 \omega & a_3 R_r \\ a_2 & 0 & a_1 R_r & -p \omega \\ 0 & a_2 R_r & p \omega & a_1 R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (4.3.1)$$

$$a_1 = -\frac{1}{L_r}, a_2 = \frac{M}{L_r}, a_3 = \frac{M}{L_s L_r^2 \sigma}, a_4 = \frac{-L_r^2 R_s}{L_s L_r^2 \sigma}, a_5 = \frac{M^2}{L_s L_r^2 \sigma}, \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}, b = \frac{1}{\sigma L_s}$$

### 4.3.2 Synthèse d'un observateur linéaire à paramètre variants du flux

Dans [24] un observateur LPV du flux a été proposé où seul la vitesse de rotation est prise comme paramètre variant, l'observateur obtenu est facile à mettre en œuvre et ne nécessite pratiquement pas de réglage. Une version discrète de cet observateur a même été testé expérimentalement, et les performances obtenues sont comparés avec ceux d'un filtre de Kalman étendu. Les résultats montrent bien que l'observateur LPV est meilleur du point de vue implantation (simplicité), et performances.

Souvent la résistance du rotor est considérée comme paramètres incertains. En ce qui nous concerne la résistance est traitée comme paramètre variant car elle est soumise aux conditions de fonctionnement. En supposant que la vitesse et la résistance sont parfaitement estimés en temps réel. L'observateur LPV polytopique permettra donc de fournir une estimation du flux rotorique avec le même niveau de performance quelque soit le régime de fonctionnement de la machine.

Pour la représentation polytopique et le calcul de l'observateur on adoptera la même procédure utilisée dans le chapitre précédent (section 3.4)

Pour le calcul de l'observateur on adoptera la même procédure utilisée dans le chapitre précédent (section 3.4)

### 4.3.3 Construction du problème du standard

Pour la synthèse de l'observateur LPV polytopique on utilisera la notion du problème standard comme c'est décrit par la figure 4.2.1 avec comme grandeurs d'états mesurés ( $y_m$ ) et les grandeurs d'états à reconstruire ( $\phi_r$ ) ces grandeurs sont :

$$e_0 = \begin{pmatrix} e_{0\alpha} \\ e_{0\beta} \end{pmatrix}, \hat{\phi}_r = \begin{pmatrix} \hat{\phi}_{r\alpha} \\ \hat{\phi}_{r\beta} \end{pmatrix}, y_m = \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (4.3.2)$$

avec  $e_{0\alpha} = \phi_{r\alpha} - \hat{\phi}_{r\alpha} = res$ ,  $e_{0\beta} = \phi_{r\beta} - \hat{\phi}_{r\beta}$  les erreurs sur les composantes du flux rotorique dans le système  $(\alpha, \beta)$

De plus on supposera que les courants statoriques sont corrompus par des bruits  $b$ . Ces bruits ne sont supposés agir que dans une certaine bande de fréquence. Leurs influence sera caractérisé par un filtre  $W(p)$ .

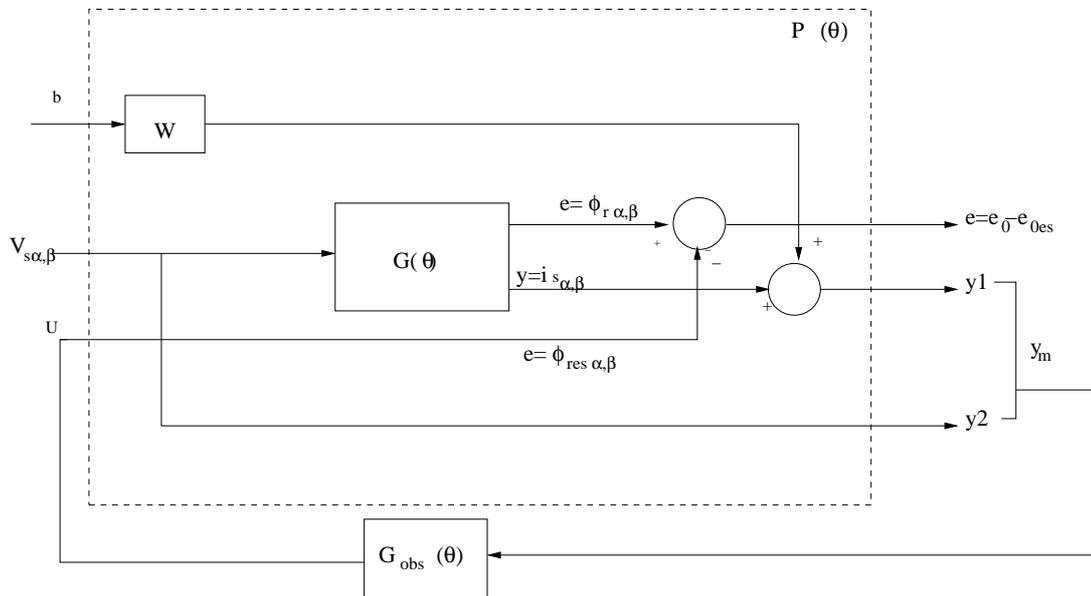


FIG. 4.3.1 – Problème standard de synthèse de l'observateur  $H_\infty$  LPV

Un régulateur LPV répondant à l'ensemble des objectifs de l'observation peut être synthétisé en trouvant la solution au problème suivant : synthétiser un observateur  $G_{obs}(\theta)$  un régulateur LPV polytopique tel que :

$$\begin{cases} \|F_l(P(\theta), G_{obs}(\theta))\|_\infty \triangleq \sup \frac{\|e\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma \\ \gamma \leq 1 \end{cases} \quad (4.3.3)$$

sous contrainte de stabilité quadratique de la boucle fermée et pour l'ensemble des trajectoires des paramètres.

#### 4.3.3.1 Choix des fonctions de pondérations

Pour déterminer la structure de l'observateur LPV polytopique on utilise deux fonctions de pondérations qui seront appliquée sur les deux composantes des courants (mesurés)  $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ . Sa bande passante doit être suffisamment large pour que l'information soit transmise en respectant la dynamique en jeu

Pour ne pas augmenter inutilement l'ordre de l'observateur synthétisé les fonctions de pondérations choisies seront du premier ordre garantissant un gain élevé en boucle fermée et une forte atténuation des bruits en haute fréquence .

Après plusieurs tests et essais les fonctions de pondérations retenus sont décrites comme suit :

$$W(p) = \begin{bmatrix} \frac{Kp}{p+\omega_b} & 0 \\ 0 & \frac{Kp}{p+\omega_b} \end{bmatrix} \quad (4.3.4)$$

avec  $K = 600$  et  $\omega_b = 7.3 \times 10^3$

#### 4.3.3.2 Synthèse de l'observateur de flux LPV

En admettant que les paramètres variants sont mesurés (estimés ) en temps réel. Le problème 4.3.3 peut être écrit sous la forme d'un problème d'optimisation convexe sous contraintes LMI, en considérant une description polytopique.

L'observateur est obtenu en utilisant la fonction *hinfgs* de la boîte à outils LMI du MATLAB. Il est donné sous forme polytopique, et est du même ordre que le modèle standard. Sa structure peut être écrite à l'instar d'un régulateur  $H_\infty$ LPV polytopique de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \hat{\phi}_{r\alpha\beta} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \begin{bmatrix} A_i(\theta) & B_i(\theta) \\ C_i(\theta) & D_i(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.3.5)$$

et garantissant un niveau de performances  $\gamma = 0.086$

Avant d'évaluer les performances de l'observateur, le premier test à réaliser est de vérifier tout d'abord la stabilité quadratique de ce dernier. Ceci est réalisé simplement au moyen de la fonction *quatstab*. de la *LMI toolbox* du *Matlab*

## 4.4 Analyse en simulation

Des simulations ont été effectuées pour confirmer l'efficacité de l'observateur LPV sur Simulink-Matlab. Pour examiner son comportement en boucle fermée la même structure et contraintes de validation de l'observateur MRAS ont été utilisés pour tester l'observateur LPV . Cet ensemble de résultats de simulation a permis dans un premier temps de mettre en évidence le bon comportement de l'observateur proposé et de valider de ce fait la méthode pour obtenir l'observateur LPV à vitesse et résistance rotorique variable. Les figures 4.4.1 4.4.2 ainsi que la figure 4.4.3 représentent les tests d'observation LPV à grande vitesse avec des variations de la résistance du rotor allant jusqu'à 300% de sa valeur nominale l'observateur présente une bonne robustesse face à la variation de la résistance.

On constate que cette observateur LPV permet une nette amélioration des performances de la commande comme le montre la figure 4.2.7 qui représente la réponse en couple . Les figures 4.4.6 4.4.8 4.4.9 montre qu'un biais de 300% de la valeur théorique de la résistances du rotor n'influe pas sur le flux estimé malgré le fonctionnement du moteur en basse vitesse , les erreur d'estimation sont acceptables et par conséquent, les performances de la structure de commande et sa robustesse en stabilité sont bien garanties pour tous les régimes de fonctionnement..

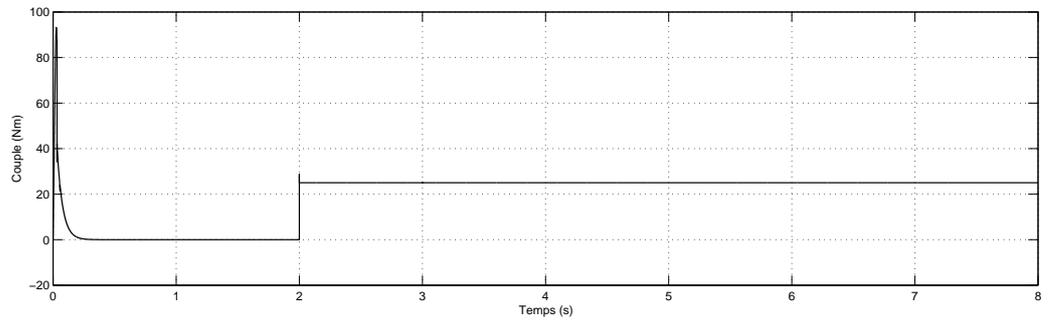


FIG. 4.4.2 – Couple électromagnétique

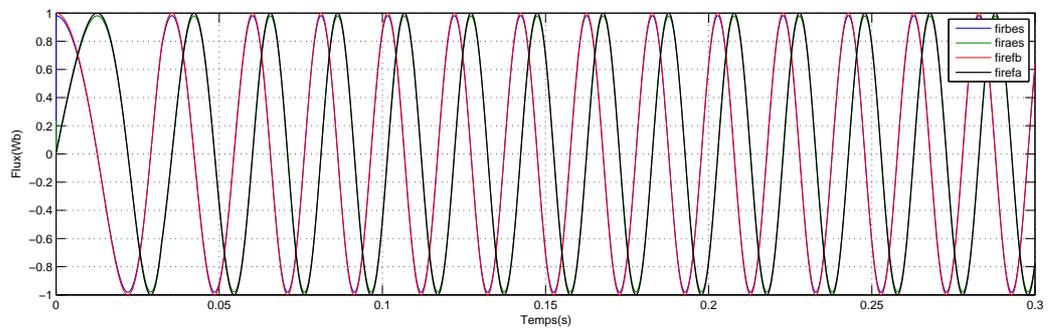


FIG. 4.4.3 – Observation LPV du flux à grande vitesse

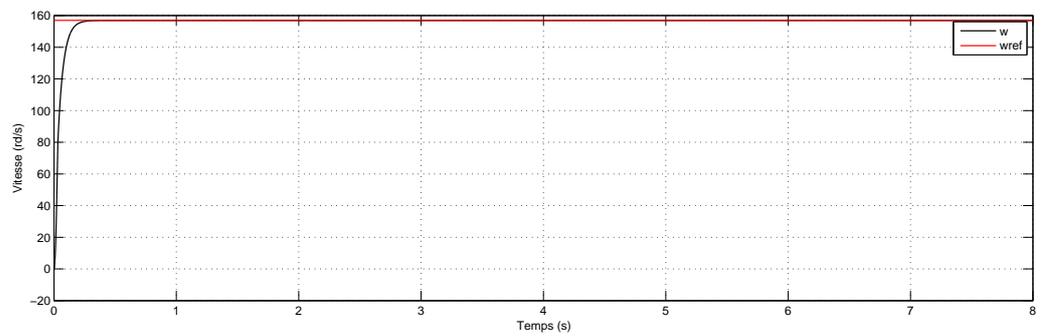


FIG. 4.4.1 – Profile de la vitesse

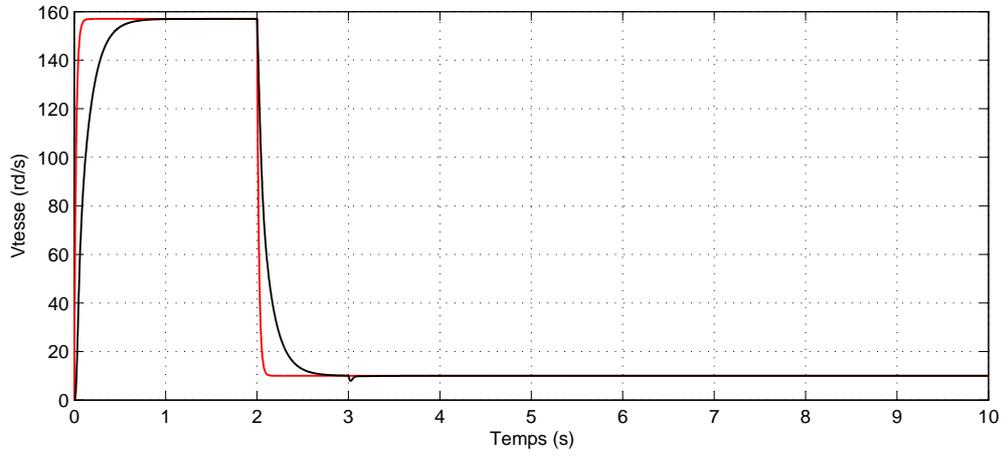


FIG. 4.4.4 – Profile pour les basses vitesses

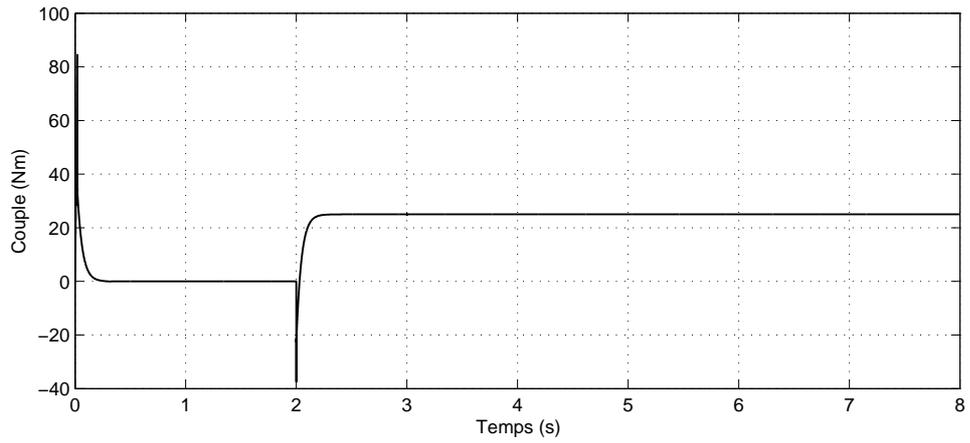


FIG. 4.4.5 – Couple électromagnétique en boucle fermée avec  $\Delta R_s = 300\%$

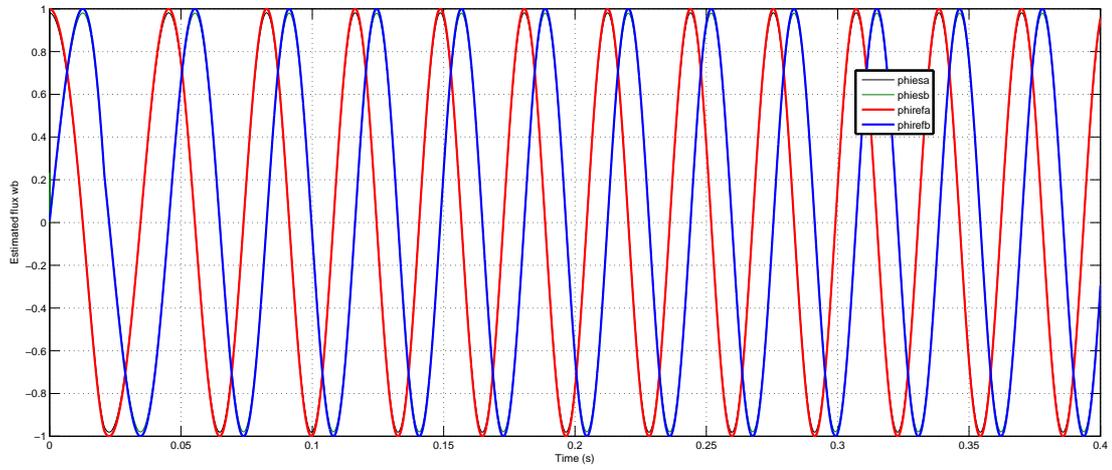


FIG. 4.4.6 – Flux estimé en boucle fermée avec  $\Delta R_s = 300\%$

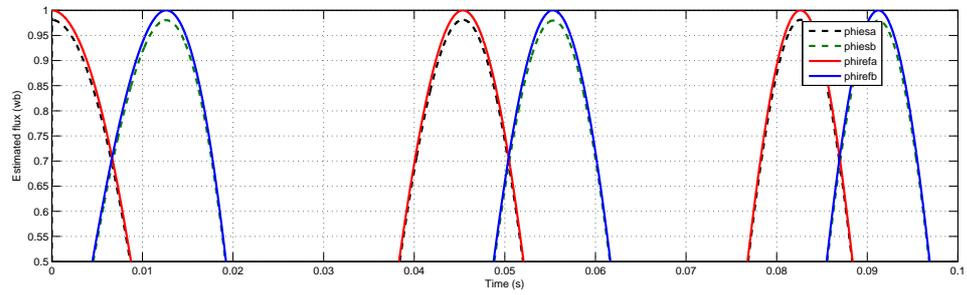


FIG. 4.4.7 – Zoom sur l'erreur d'estimation du flux

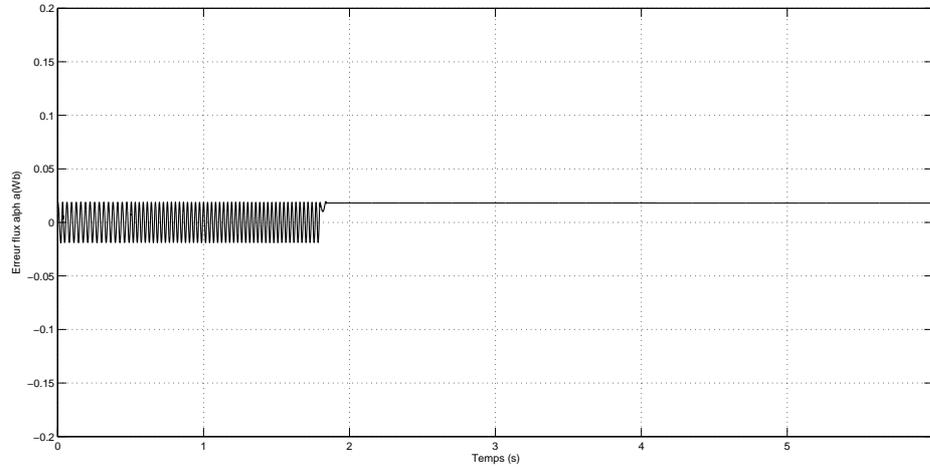


FIG. 4.4.8 – Erreur d'estimation du flux sur la composante  $\alpha$

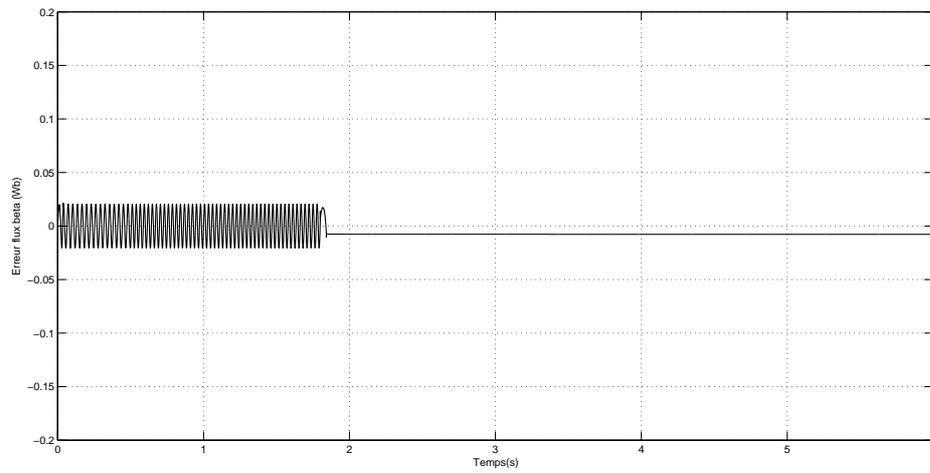


FIG. 4.4.9 – Erreur d'estimation du flux sur la composante  $\beta$

## 4.5 Conclusion

Après formulation du problème standard LPV lié au problème d'observation  $(K - \mathcal{H}_\infty)$  optimale du flux (voir annexe B) ce dernier est résolu par le

biais des outils présenté au chapitre III. L'observateur obtenu est du même ordre que celui du problème augmenté avec une représentation polytopique.

Les résultats obtenus en simulation confirment le bon comportement de l'observateur premièrement dans ses performances temporelles et dans sa robustesse face aux variations paramétrique et deuxièmement dans sa stabilité. Ceci valide aussi le choix de la fonctions de pondérations qui nous a offert deux degrés de libertés qui sont le gain et la bande passante de l'observateur.

# Chapitre 5

## Implantation expérimentale des régulateurs LPV

### 5.1 Introduction

L'objectif très important de notre travail de recherche et qui sera abordé dans ce chapitre n'est pas seulement la validation expérimentale de l'algorithme de commande LPV mais aussi la validation de la méthode de synthèse de l'observateur placé dans la boucle de commande. Une présentation générale du banc d'essai sera effectuée. Les tests seront par conséquent réalisés dans un contexte réaliste et relativement dans les mêmes conditions évoquées en simulation. Ensuite les résultats obtenus par les deux méthodes seront comparés.

Dans ce qui suit une description du banc d'essai sera effectuée et aussi la méthodologie de réalisation de tests de validation des lois de commandes élaborés.

### 5.2 Présentation du banc d'essai

Pour la mise en œuvre expérimentale des lois de commande synthétisées la structure de commande utilisée est représentée sur la figure 5.2.1, un banc d'essai expérimental comme le montre la figure 5.2.2 a été développé en

utilisant le matériel suivant

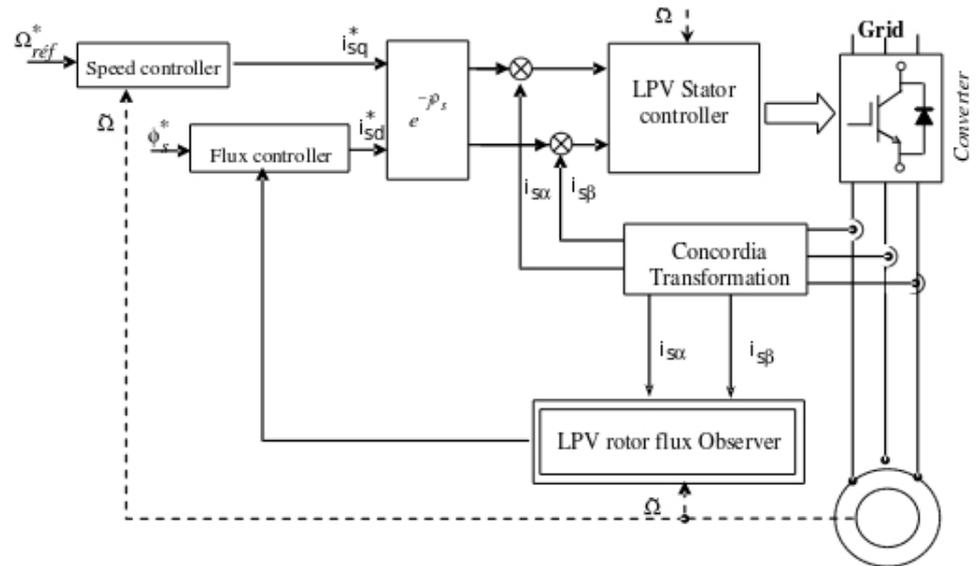


FIG. 5.2.1 – Schémas synoptique de la commande

Le banc d'essais, dont la photo est montré par la figure 5.2.2 est constitué des parties essentielle suivantes :

### 5.3 Partie “puissance”

La partie puissance du banc d'essai comporte :

- Une machine à induction de puissance de 0.9KW, dont les caractéristiques sont données en annexe A. elle est alimenté par un :
- convertisseur statique un onduleur de tension, SEMIKRON, 4KW, à base de composants de haute fréquence de découpage (Transistors IGBT) commandé par modulation de largeur d'impulsion.



B

FIG. 5.2.2 – Banc d'essai expérimental utilisé

- La machine est accouplé à une charge mécanique constituée d’un frein électromagnétique à poudre.
- Un auto-transformateur (0-450V entre phase) permet d’ajuster le niveau de tension sur le bus continu en sortie du pont redresseur à diode. La commande des bras de pont est réalisée par modulation de largeur d’impulsion (SV-PWM), dont la fréquence de découpage choisie est de 3 KHz.

## 5.4 Partie commande

- La partie commande est basée sur la carte *dSPACE DS1103* qui possède son propre processeur : le Motorola PowerPC 604  $e-400/333MHz$ , permettant de gérer l’application, et un DSP : le TMS320F240 de Texas instruments spécialement conçu pour le contrôle des convertisseurs statiques de puissance en générant les signaux de commande MLI en logique TTL. La carte DS1103 est implantée dans un PC qui sert d’interface Homme-Machine et constitue la partie hardware de dSPACE.

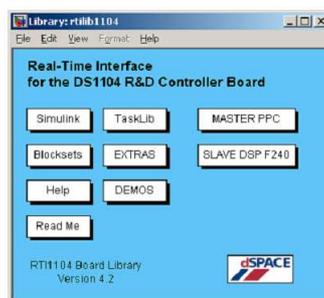


FIG. 5.4.1 – Photo montrant la carte dSPACE Ds1103

elle possède aussi un certain nombre d’interfaces pour codeurs incrémentaux, des sorties PWM, des entrées ADC(CAN) ou encore des sorties DAC (CNA).

- La partie “software” se compose de deux logiciels. Le premier, Matlab/Simulink, permet une programmation de l’application en temps réel sous Simulink par l’utilisation de blocs spécifiques (appartenant à

la “Real Time Interface (RTI) toolbox”, permettant de configurer les entrées/sorties de la carte DS1103. Le deuxième logiciel ControlDesk, possède une GUI interactive, qui permet l’acquisition de données et la modification en temps réel des structures et/ou les paramètres de l’algorithme. Le Real Time Workshop de Matlab est capable de générer automatiquement un fichier objet à partir du modèle Simulink. Ce fichier est ensuite implanté dans la mémoire de la carte DS1103. Celle-ci reçoit du processus à commander, les informations nécessaires et fournit les signaux de pilotage de l’onduleur.

## 5.5 Acquisition des mesures

L’échange d’information entre les deux parties décrites ci dessus s’effectue par l’intermédiaire d’un boîtier externe de raccordement (CP1103), relié à la carte via un câble blindé. l’environnement de mesures comporte :

- Une carte d’acquisition associée aux capteurs de courant LEM-LA 25-NP et de tension LEM-LV 25 à effet Hall pour la mesure des courants et tensions statoriques ;
- une dynamo tachymétrique est monté sur l’axe des machines et permettant de capter la vitesse de rotation et de l’envoyer directement sur le port parallèle de la carte CP1103

Dans cette implantation, les blocs Real Time Interface (RTI) pour Simulink sont insérés à la place du modèle du moteur.

## 5.6 Résultats expérimentaux

La validation expérimentale des lois de commande LPV synthétisée dans le chapitre 3 ainsi que l’observateur LPV proposé dans le chapitre 4 est réalisé sur le banc d’essais décrit dans la figure 5.2.2.. Un profile de vitesse de charge et de variation des paramètres tel qu’il définit sur la figure 5.6.2 ont été suggéré afin de démontrer les capacités de la structure de commande en terme de poursuite et de régulation pour différents régimes.

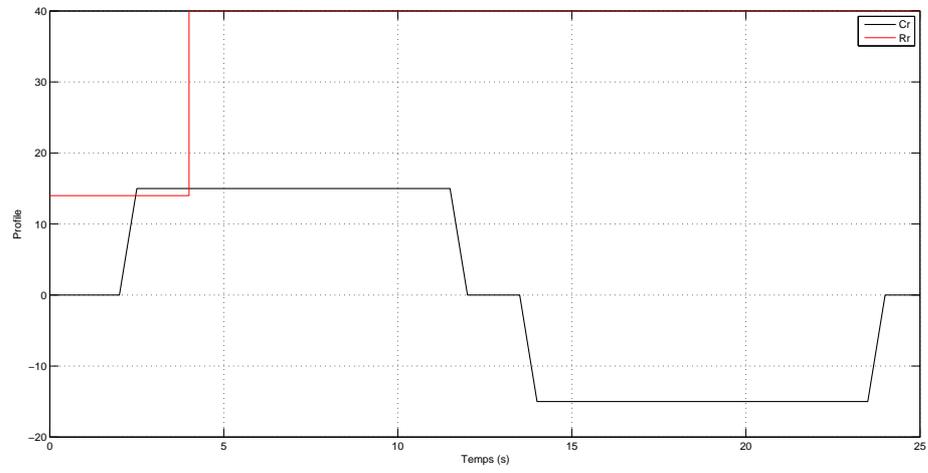


FIG. 5.6.1 – Profile du couple de charge et de la variation de résistance

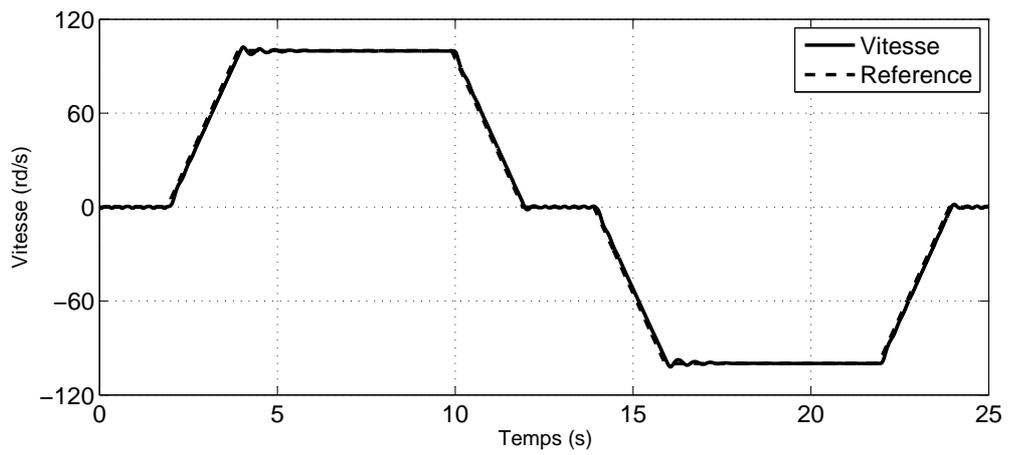


FIG. 5.6.2 – Profile de vitesse

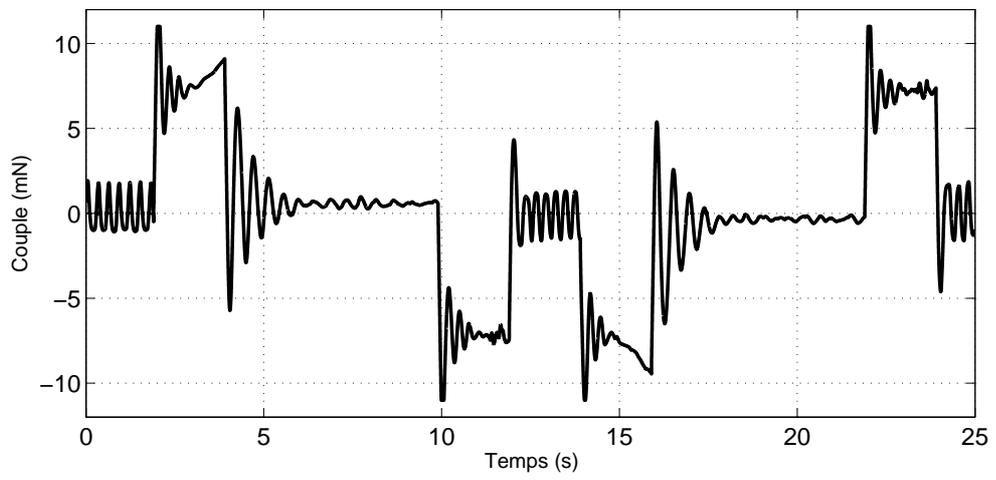


FIG. 5.6.3 – Couple électromagnétique

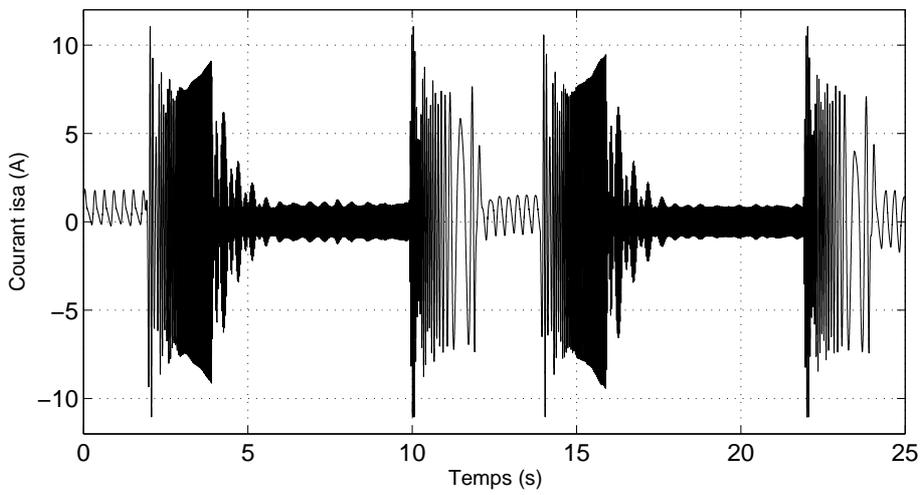


FIG. 5.6.4 – courant du stator

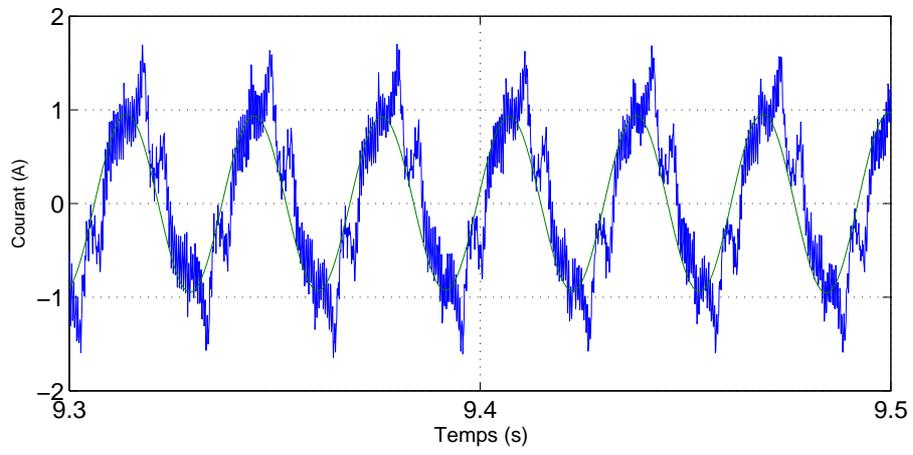


FIG. 5.6.5 – Zoom sur le courant le statorique

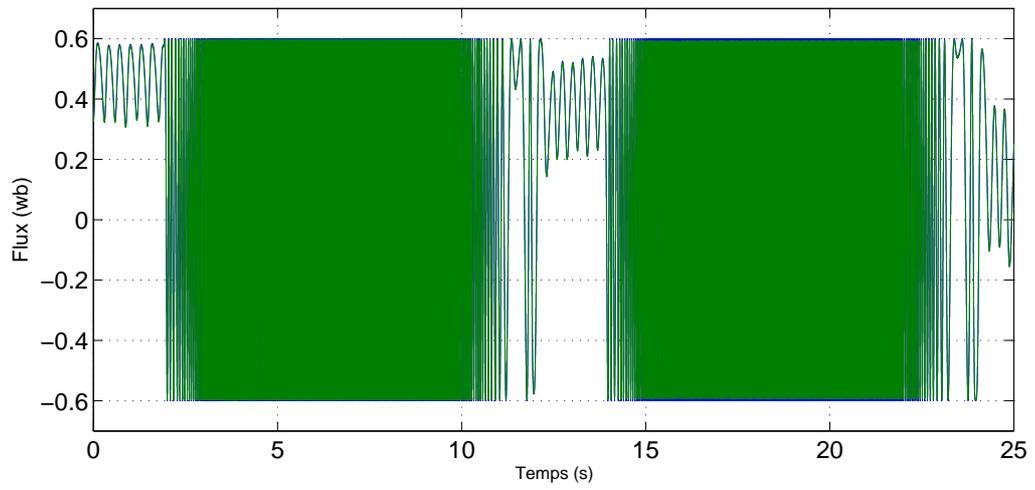


FIG. 5.6.6 – Flux rotorique

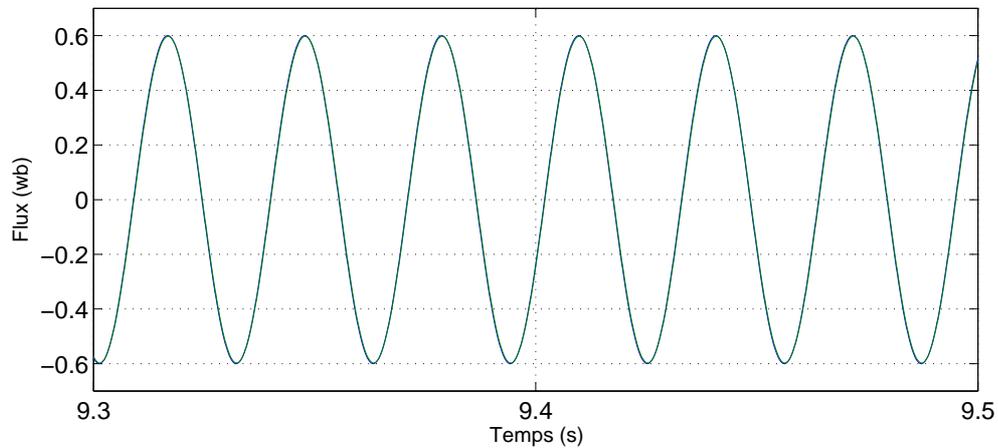


FIG. 5.6.7 – Zoom sur le flux estimé

En examinant les figures représentant la vitesse et le couple nous constatons que le suivi de trajectoire est bien assuré sans dépassement l'erreur statique est pratiquement nulle. Les perturbations de charge, introduite sont rapidement rejetées.

En ce qui concerne les figures qui mettent en œuvre les composantes des courants les courbe témoignent des bonnes performances issue de l'application de la commande LPV

La réponse en flux ne présente pas de différences fondamentales. Cependant nous notons que le contrôle du flux est tributaire de l'estimation délivré par l'observateur.

## 5.7 Conclusion

Nous avons présenté au début de ce chapitre le banc d'essai expérimentale utilisée en décrivant brièvement les différentes parties, ensuite les résultats expérimentaux obtenus par l'application des lois de commande et l'algorithme d'observation proposé permettant de caractériser leurs performances. Les résultats obtenus sont très satisfaisants que ce soit au niveau de la poursuite de référence de vitesse ou de la régulation par un rejet des perturbations tels que

l'application d'un couple de charge ou la variation paramétrique suggéré. Ces résultats confirment ceux obtenus par simulation et permettent de mettre en évidence la robustesse de la structure de commande..

# Conclusion générale

La commande vectorielle à flux orienté utilisant des régulateurs classiques (PI), est très sensible aux variations paramétriques. Dans le souci de remédier à ce problème nous avons fait appel à des techniques de commande robuste. Le travail que nous avons effectué dans cette thèse nous a amené à l'application des lois de commande LPV robuste à la machine asynchrone cette technique est moins sensible aux variations paramétriques de la machine.

Dans une étape intermédiaire et à titre comparatif nous avons appliqué la technique de commande robuste par  $\mu$  - *synthèse*. les correcteurs déterminés sont utilisés en lieu et place des régulateurs PI des courants dans les boucles internes de courants. C'est une technique réputée pour ses hautes performances quand elle est appliquée sur des systèmes incertains. Au chapitre II les concepts de bases pour le calcul du correcteur ont été évoqués. Ainsi le problème standard permettant de recueillir les informations nécessaires à la synthèse a été mis en évidence.

Dans le but de se rapprocher du modèle réel de la machine et de tenir compte des non linéarités inhérentes aux variations paramétriques notre objectif s'est orienté vers la synthèse d'une loi de commande LPV pour la boucle de courant. Ainsi nous avons présenté brièvement les outils de base permettant sa détermination. Le modèle de la machine développé dans le système  $(\alpha, \beta)$  a été donné sous forme polytopique et une procédure de synthèse a été évoquée. Cette approche permet d'offrir des garanties en termes de  $L_2$  gain et l'intérêt majeur est le fait qu'une solution est obtenue en résolvant un problème d'optimisation convexe sous contraintes. Nous avons pu voir qu'avec des régulateurs issus de la commande LPV la robustesse en stabilité et en performance est assurée pour toutes les trajectoires des paramètres variants.

Dans le même contexte et suivant la même procédure un régulateur à deux degrés de libertés à été proposé dans le but de satisfaire des compromis entre les spécification de robustesse vis à vis des variations paramétrique et le suivi de trajectoire.

Vu l'importance de la valeur du flux dans la machine et le maintient de l'orientation, il est primordial de connaitre sa valeur avec précision. Dans ce cadre nous avons abordé au quatrième chapitre le problème d'observation du flux. La première méthode, basée sur un observateur MRAS, a donné des résultats très satisfaisants, pour les fonctionnements à grande vitesses. En contre partie, elle a montrée une grande sensibilité, voire une divergence, sous l'effet de la résistance de l'enroulement rotorique en basse vitesse. Afin de palier ce problème, nous avons proposé un observateur basé sur la théorie de la commande des systèmes LPV. Ainsi l'observateur déterminé a été placé dans une boucle de commande et nous avons remarqué une nette amélioration soit du point de vue robustesse par rapport à la variation de la vitesse et à la variation de la résistances rotorique soit du point de vue performance (précision d'estimation)

Dans un dernier travail des validations expérimentales ont été réalisés pour confirmé les performances des lois de commande et d'observation proposés. Les expérimentations ont confirmé les résultats obtenus par simulations et ont mis en évidence les bonnes performances des systèmes bouclés autour des régulateurs synthétisés.

Au regard de l'ensemble des travaux effectués, de notre point de vue, les suites envisageable à donner à ces travaux sont :

Une validation expérimental du régulateur à deux degrés de liberté pour confirmer notre approche.

Ensuite la synthèse d'un régulateur LPV pour le contrôle du couple et de la vitesse.

Il serai aussi judicieux de faire la synthèse d'un observateur LPV tenant compte de l'erreur d'observation comme paramètre variant , en s'appuyant sur les récents travaux de recherche qui traitent de cet problématique.

# Annexes

# Annexes A

## Paramètres de la machine

Puissance nominale	0.9 kW
Résistance rotorique	$R_r = 5.1489 \Omega$
Résistance statorique	$R_s = 12.75 \Omega$
Inductance statorique	$L_s = 0.4991 H$
Inductance rotorique	$L_r = 0.4331 H$
Inductance mutuelle	$M = 0.4331 H$
Moment d'inertie	$J = 0.0035 km^2$
Coefficient de frottement visqueux	$f = 0.001 Nmrad^{-1}/s$
Nombre de paires de pôles	2

# Annexe B

## Calcul du régulateur de vitesse IP

La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit

$$\frac{\Omega}{\Omega^*} = \frac{1}{\frac{J}{K_p K_i} p^2 + \frac{(f + K_p)}{K_p K_i} p + 1}$$

en identifiant la forme canonique on trouve le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{J}{K_p K_i} = \frac{1}{\omega_n^2} \\ \frac{(f + K_p)}{K_p K_i} = \frac{2\xi}{\omega_n} \end{cases}$$

ce qui nous donne 
$$\begin{cases} K_p = 2\xi J \omega_n - f \\ K_i = \frac{J \omega_n^2}{K_p} \end{cases}$$

## Calcul du régulateur de courant PI

la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit

$$\frac{i_{sd}}{i_{sq}^*} = K_{pi} \frac{(1 + \tau_{ii} p)}{\tau_{ii} p} \frac{1/R_{sr}}{(1 + \sigma \frac{L_s}{R_{sr}} p)}$$

Pour calculer les paramètres  $K_{pi}$  et  $\tau_{ii}$  on utilise la méthode de placement de pôles qui consiste à placer le zéro du contrôleur au même endroit que le pôle dominant de la fonction de transfert en boucle ouverte.

En boucle fermée la fonction de transfert devient :

$$G(p) = \frac{1}{1 + \frac{R_{sr}\tau_{ii}}{K_{pi}p}}$$

On obtient alors  $K_{pi} = 3\frac{\sigma L_s}{t_r}$  et  $\tau_{ii} = \frac{\sigma L_s}{R_{sr}}$

avec  $t_r = 3\frac{\sigma L_s}{K_{pi}}$

# Annexe C

## Definition

la décomposition en valeurs singulière (SVD) d'une matrice complexe  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$  est une décomposition  $A = U \Sigma V^*$

$U \in \mathbb{C}^{m \times m}$  est une matrice orthogonale, i.e  $U^*.U = U.U^* = I_m$

$V \in \mathbb{C}^{n \times n}$  est une matrice orthogonale, i.e  $V^*.V = V.V^* = I_n$

$\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est une matrice diagonale, i.e.  $\Sigma = [\Sigma_1 \ 0]$  si  $n \geq m$  ou  $\Sigma = [\Sigma_1 \ 0]^T$  si  $m \geq n$

## Algorithme de calcul d'un régulateur par la $\mu$ – *synthèse*

Une méthode itérative, appelée D-K itération, est proposée dans [11], [17], [20], [30]. : le problème est posé de la manière suivante :

- Déterminer un correcteur  $K(p)$ , et une matrice  $D(p) \in \mathbb{R}H_\infty$  telle que  $D(p)^{-1} \in \mathbb{R}H_\infty$  commutant avec toute matrice  $diag \{ \Delta(p), \Delta_f(p) \}$  tels que

$$\|D(p)F_l(G(p), K(p))D(p)^{-1}\|_\infty < 1 \quad (.0.1)$$

en effet la condition .0.1 assurera que :

$$\forall p \mu_{\underline{\Delta}}(F_l(G(p), K(p))) \leq \bar{\sigma}(D(p)F_l(G(p), K(p))D(p)^{-1}) \leq 1 \quad (.0.2)$$

Ce problème peut être résolu en cherchant alternativement  $K(p)$  et  $D(p)$  ce qui revient à résoudre le problème  $H_\infty$  standard on obtient ainsi la procédure suivante :

- i) choisir un ensemble initial de matrice  $D$
- ii) interpoler les matrices  $D$  par une matrice de transfert  $D(p)$  stable et à inverse stable
- iii) résoudre le problème  $H_\infty$  à  $D(p)$  fixé (voir annexe pour la résolution du problème standards B)
- iv) pour un ensemble de valeurs  $\omega$  choisi à priori, calculer  $D$  tel que la borne supérieure  $\bar{\sigma}(D(p)F_l(G(p), K(p))D(p)^{-1})$  soit minimale (problème convexe voir annexeB)

( $D$  est appelée matrice de normalisation ou matrice de mise à l'échelle. L'ensemble des matrices  $D$  est définie comme suit :

- v) comparer les matrices  $D$  avec celles obtenues à l'itération précédente : si elles sont proches (au sens du critère donné) arrêter ; sinon retourner à l'étape ii).

## Méthode de reduction de l'ordre du régulateur issue de la *mu - synthèse*

Il existent plusieurs méthodes pour réduire l'ordre d'un régulateur issue de la *mu - synthèse* nous avons retenus pour notre cas la méthode des valeurs singulières de Hankel en utilisant la fonction *hankelmr* de la robust control toolbox

La fonction *hankelmr* renvoie un modèle d'ordre réduit *GRED* de  $G$  et un tableau de *structredinfo* contenant l'erreur liée du modèle réduit et les valeurs singulières de Hankel du système d'origine

L'erreur entre les deux modèles est calculé sur la base des valeurs singulières de Hankel de  $G$ . Pour un système stable les valeurs singulières de Hankel indiquent l'état de l'énergie du système de . Par conséquent, la réduction de l'ordre peut être directement déterminée par les valeurs singulières

de Hankel.

# Annexe D

## Quelques propriétés relative a la norme $H_\infty$

### Propriété 1

$$\|F_1(s)F_2(s)\|_\infty \leq \|F_1(s)\|_\infty \|F_2(s)\|_\infty \quad (.0.3)$$

$$\left\| \begin{pmatrix} F_1(s) \\ F_2(s) \end{pmatrix} \right\| \geq \sup(\|F_1(s)\|_\infty, \|F_2(s)\|_\infty) \quad (.0.4)$$

$$\|F_1(s) \ F_2(s)\|_\infty \leq (\|F_1(s)\|_\infty, \|F_2(s)\|_\infty) \quad (.0.5)$$

### Propriété 2

soit  $\gamma$  un réel positif et  $\gamma \succ \bar{\sigma}(D)$ . Alors  $\|G(s)\|_\infty \prec \gamma$  si et seulement si la matrice Hamiltonienne n'a pas de valeurs propres sur l'axe des imaginaire.

$$H_\gamma = \begin{pmatrix} A - BR^{-1}D^tC & -\gamma BR^{-1}B^t \\ \gamma C^t S^{-1}C & A^t C^t R^{-1}D \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} R = D^t D - \gamma^2 I \\ S = DD^t - \gamma^2 I \end{matrix} \quad (.0.6)$$

La dernière de ces méthodes consiste en la résolution d'un problème d'optimisation convexe sous contraintes LMI par application directe du lemme 1