

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**UNIVERSITÉ HADJ LAKHDAR - BATNA –**

**Faculté de Technologie**

**Département de Génie Mécanique**



## ***Mémoire de Magister***

*En vue de l'obtention du diplôme de Magister en Mécanique*

*Option : Energétique*

*Présenté par :*

**Mr : Guellai Fouzi**

*Thème :*

**ETUDE NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION FORCÉE DANS  
UN CYLINDRE HORIZONTAL POREUX SOUMIS À UN FLUX  
DE CHALEUR PARIÉTAL CONSTANT**

***Soutenu Le : 30/06/2015, devant le jury :***

<b>Mr. C. BOUGRIOU</b>	<b><i>Professeur</i></b>	<b><i>UHL Batna</i></b>	<b>Président</b>
<b>Mr. H. BEN MOUSSA</b>	<b><i>Professeur</i></b>	<b><i>UHL Batna</i></b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Mme. B. ZITOUNI</b>	<b><i>Professeur</i></b>	<b><i>UHL Batna</i></b>	<b>Examineur</b>
<b>Mr. N. MOUMMI</b>	<b><i>Professeur</i></b>	<b><i>UMK Biskra</i></b>	<b>Examineur</b>

**Promotion 2013-2014**

## DEDICACE

*A ma famille, mes amis et mes collègues*

## REMERCIEMENT

*Je tiens à exprimer ma reconnaissance à mon enseignant H. Ben Moussa, professeur à l'université de Hadj Lakhdar-Batna, ainsi que l'enseignant du département de mécanique d'UHLB M. Trad d'avoir dirigé cette recherche par ses suggestions, ses conseils et ses critiques. Je remercie vivement mon enseignant C. Bougriou professeur à UHLB pour l'honneur qu'il m'a fait d'avoir accepté d'examiner mon travail et de présider le jury. Je remercie également mon enseignant B. Zitouni, professeur à UHLB ainsi que monsieur N. Moumi, professeur à l'université Mohamed Khider- Biskra, qui ont accepté d'examiner mon travail. En fin je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.*

## **SOMMAIRE :**

Dédicace.....	iii
Remerciement .....	ii
Sommaire .....	iii
Liste des tableaux .....	iii
Liste des figures .....	iii
Nomenclature .....	iii

## **INTRODUCTION GENERALE**

I. Introduction générale.....	1
-------------------------------	---

## **CHAPITRE I : GENERALITES SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

I.1 Introduction .....	4
I.2 Paramètres caractérisant le milieu poreux.....	5
I.2.1 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) .....	5
I.2.2 Porosité .....	7
I.2.3 Densité .....	7
I.2.4 Surface spécifique .....	9
I.2.5 Tortuosité .....	9
I.2.6 Perméabilité .....	11
I.3 Modèles d'écoulement en milieu poreux .....	12
I.3.1 Equation de continuité .....	12
I.3.2 Loi de Darcy .....	13
I.3.3 Loi de Darcy-Forchheimer .....	15
I.3.4 Modèle de Brinkman .....	15

I .4 Transfert de chaleur en milieu poreux .....	17
I.4.1 les deux modes de description adoptés .....	18
I.4.1.1 Concept de conductivité thermique équivalent .....	18
I.4.1.2 Emploi du coefficient de transfert fini entre les phases solide et fluide ....	19
I.4.2 Choix entre les deux modèles .....	20

## **CHAPITRE II : FORMULATION DU PROBLEME**

II.1 Introduction .....	21
II.2 Description du Problème .....	21
II.3 Hypothèse Simplificatrice .....	22
II.4 Modèle mathématique .....	23
II.4.1 L'équation de continuité .....	23
II.4.2 L'équation de Quantité de mouvement suivant x .....	23
II.4.3 L'équation de Quantité de mouvement suivant y .....	23
II.4.4 L'équation de conservation d'énergie .....	23
II.5 Les conditions initiales et aux limites .....	24
II.6 L'adimensionnalisation des variables .....	25
II.7 L'adimensionnalisation des équations .....	25
II.7.1 Les paramètres de contrôle .....	25
II.7.2 L'équation de continuité .....	26
II.7.3 L'équation de la quantité de mouvement suivant x .....	26
II.7.4 L'équation de la quantité de mouvement suivant y .....	26

II.7.5 L'équation d'énergie .....	26
II.8 L'adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites .....	26

## **CHAPITRE III : METHODE NUMERIQUE ET PRESENTATION DU CODE FLUENT**

III.1 Introduction .....	28
III.1.1 Méthodes des différences finies .....	28
III.1.2 Méthodes des éléments finis .....	28
III.1.3 Méthodes des volumes finis .....	29
III.2 Notion générale sur la méthode des volumes finis .....	29
III.2.1 Maillage .....	29
III.2.1.1 Qualité du maillage .....	30
III.2.1.2 Indépendance du maillage .....	31
III.2.1.3 Traitement près des parois .....	31
III.3 Discrétisation des équations .....	32
III.3.1 Discrétisation des équations de transport .....	32
III.4 Mise en œuvre numérique .....	38
III.4.1 Structure du code FLUENT .....	39
III.4.2 Schémas de discrétisation .....	40
III.4.3 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse .....	41
III.4.3.1 Algorithme SIMPLE .....	42
III.5 Résolution numérique .....	44

III.5.1 Introduction .....	44
III.5.2 Critère de convergence .....	44
III.5.3 Stabilité numérique .....	45
III.5.4 Etapes de résolution du problème .....	45
III.6 Les principales étapes suivies sur Fluent pour ce travail .....	46
III.6 .1 GAMBIT .....	46
III.6 .1.1 Création la configuration géométrique .....	46
III.6 .1.2 Le maillage .....	48
III.6 .2 Fluent .....	49
III.6 .2.1 Importation de la géométrie et vérification le travail préalable dans .....	49
III.6 .2.2 Sélectionner les modèles physiques .....	50
III.6 .2.3 Définir les propriétés des matériaux .....	51
III.6 .2.4 Définir les conditions aux limites .....	52
III.6 .2.5 Fournir une solution initiale .....	52
III.6 .2.6 Réglage les paramètres du solveur .....	53
III.6 .2.7 Réglage les moniteurs de convergence .....	53
III.6 .2.8 Calculer et surveiller la solution .....	54
III.6 .2.9 tracer les courbe .....	54
III.7 Conclusion .....	55

## **Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION**

IV.1 Validation du code de calcule .....	56
IV.2 Résultats obtenus .....	61

IV.2.1 Cas de convection forcée pour une vitesse d'air $U_0 = 1\text{m}$ à l'entrée du cylindre .....	62
IV.2.1.1 Pour un milieu poreux de sable .....	62
IV.2.1.2 Pour un milieu poreux d'ardoise .....	70
IV.2.1.3 Comparaison entre un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise .....	75
IV.2.2 Cas de convection forcée pour une vitesse d'air $U_0 = 0.1\text{m}$ à l'entrée du cylindre .....	78
IV.2.2.1 Pour un milieu poreux de sable .....	78
IV.2.2.2 Pour un milieu poreux d'ardoise .....	82
IV.3 Conclusion .....	86

## **CONCLUSION GENERALE**

Conclusion générale.....	87
RÉFÉRENCES .....	89



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1: propriétés de quelques matériaux poreux .....	8
Tableau III.1 : Expression de la fonction $A( P )$ pour différents schémas.....	41
Tableau IV.1 : Propriétés du domaine pour un milieu poreux de sable .....	62
Tableau IV.2 : Propriétés du domaine (sable) pour différent flux de chaleur à la paroi .....	68
Tableau IV.3 : Propriétés du domaine pour un milieu poreux d'ardoise .....	70
Tableau IV.4: Propriétés du domaine (ardoise) pour différent flux de chaleur à la paroi .....	73
Tableau IV.4: propriétés du domaine pour deux milieux poreux différents soumis au même flux de chaleur $q_w=500\text{w/m}^2$ .....	75
Tableau IV.5: propriétés du domaine pour deux milieux différents soumis au même flux $q_w=700\text{w/m}^2$ .....	77

## LISTE DES FIGURES

Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux naturel .....	05
Figure I.2: Diagramme schématique d'un système et d'un volume élémentaire représentatif.....	06
Figure I.3: Grandeurs caractéristiques locales.....	09
Figure I.4 : Schéma explicatif de la notion de la tortuosité .....	08
Figure II.1: Schéma du problème considéré.....	22
Figure II.2 : Domaine d'étude et conditions aux limites.....	24
Figure III.1: Types de maillage utilisé par "FLUENT" .....	30
Figure III.2 : Traitement près des parois dans le "FLUENT" .....	32
Figure III.3: Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel .....	33
Figure III.4 : Volume d'intégration de l'équation de continuité .....	34
Figure III.5 : Structure de base du Code FLUENT.....	40
Figure III.6: Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE.....	43
Figure III.7 : fenêtre de démarrage du gambit .....	47
Figure III.8 : Création des points .....	47
Figure III.9 : Enchaînement des points .....	48
Figure .III.10: Le maillage de la géométrie .....	48
Figure .III.11: Partie montre la concentration du maillage .....	49
Figure .III.12 : Importation de la géométrie .....	49
Figure .III.13 : Vérification le travail préalable dans Gambit .....	50
Figure. III.14 : Activation l'équation de l'énergie .....	50
Figure. III.15 : Choix du solveur sous Fluent .....	51

Figure.III.16 : Définir les caractéristiques du fluide .....	51
Figure .III.17 : Définir les valeurs des conditions initiales et aux limites .....	52
Figure .III.18 : Initialisation de la solution .....	52
Figure .III.19 : Réglage les paramètres du solveur .....	53
Figure .III.20 : Réglage les moniteurs de convergence .....	53
Figure .III.21 : L'itération de la solution .....	54
Figure .III.22: tracer la solution xy .....	54
Figure IV.1 : modèle d'écoulement, $Re = 100$ , $Da = 10^{-5}$ (notre résultat).....	57
Figure IV.2 : modèle d'écoulement, $Re = 100$ , $Da = 10^{-5}$ (résultat de la référence [43]).....	57
Figure IV.3 : Profile verticale de la vitesse horizontale $Re = 100$ , $Da = 10^{-5}$ (notre résultat). ....	58
Figure IV.4 : Profile verticale de la vitesse horizontale $Re = 100$ , $Da = 10^{-5}$ (solution analytique de Vafai et Kim [17]). ....	58
Figure IV.5 : Profile axiale de la vitesse horizontale à la demi-hauteur du canal $Re=100$ , $Da = 10^{-5}$ (notre résultat). ....	59
Figure IV.6 : Profile axiale de la vitesse horizontale à la demi-hauteur du canal $Re=100$ , $Da = 10^{-5}$ (résultat de la référence [43]). ....	59
Figure IV.7 : le nombre de Nusselt local de la présente étude $Re = 100$ , $Da=10^{-5}$ . ....	60
Figure IV.8 : le nombre de Nusselt local résultats de Amiri et Vafai (1994) [30], $Re=100$ , $Da=10^{-5}$ . ....	61
Figure. IV.9 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ , $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ).....	63
Figure IV.10 : Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).....	64

Figure IV.11 : Variation verticale de la température à $x = \frac{L}{2}$ ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).....	65
Figure IV.12 : Variation verticale de la température à la sortie ( $x = L$ ) ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ) .....	65
Figure IV.13 : Profiles verticaux de la température à la sortie et à la position $x = \frac{L}{2}$ ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ) .....	66
Figure. IV.14 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ , $u_0 = 1 \text{ m/s}$ ).....	66
Figure IV.15 : Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).....	67
Figure IV.16 : Profiles verticaux de la température à la sortie et à $x = L/2$ ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).....	67
Figure IV.17 : Comparaison des profiles de température le long de la paroi pour deux flux de chaleur à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500$ et $700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).....	69
Figure IV.18 : Comparaison des profiles de température à la sortie pour deux flux de chaleur à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500$ et $700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).....	69
Figure. IV.19 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ , $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ).....	70
Figure IV.20 : Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ).....	71
Figure IV.21: Profiles verticaux de la température à $x = L/2$ et à la sortie ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ).....	71
Figure IV.22: Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ , $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ) .....	72
Figure IV.23: Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ).....	72

Figure IV.24: Profils verticaux de la température à $x = L/2$ et à la sortie ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ).....	73
Figure IV.25: Comparaison de la variation de température à la paroi pour deux flux de chaleur différents ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 500$ et $700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ) .....	74
Figure IV.26: Comparaison de la variation de température à la sortir pour deux flux de chaleur différents ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 500$ et $700 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ .....	74
Figure IV.27: Profils de la température à la paroi pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ).....	76
Figure IV.28: Profils de la température à la sortie pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ).....	76
Figure IV.29: Profils de la température à la paroi pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ).....	77
Figure IV.30: Profils de la température à la sortie pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ).....	78
Figure IV.31: Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.4$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ , $U_0 = 0.1 \text{ m/s}$ ) .....	79
Figure IV.32: Profils de la température d'un milieu poreux de sable à la ligne-5 ( $x = L/2$ ) pour deux vitesses différentes .....	80
Figure IV.33: Profils de la température d'un milieu poreux de sable à la sortie ( $x = L$ ) pour deux vitesses différentes .....	80
Figure IV.34: Profils de la température d'un milieu poreux de sable à la ligne-6 ( $y = 1,5 \text{ m}$ ) pour deux vitesses différentes .....	81
Figure IV.35: Profils de la température d'un milieu poreux de sable à la paroi ( $y = H = 2.5 \text{ m}$ ) pour deux vitesses différentes .....	82
Figure IV.36: Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.66$ , $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ , $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ , $U_0 = 0.1 \text{ m/s}$ ).....	83

Figure IV.37: Profiles de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la ligne-5 ( $x = L/2$ ) pour deux vitesses différentes .....	84
Figure IV.38: Profiles de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la sortie ( $x = L$ ) pour deux vitesses différentes .....	84
Figure IV.39: Profiles de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la ligne-6 ( $y = 1,5m$ ) pour deux vitesses différentes .....	85
Figure IV.40: Profiles de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la paroi ( $y = H$ $= 2.5m$ ) pour deux vitesses différentes .....	86

# Nomenclature

$\alpha$	La surface spécifique du lit	$[m^2/s]$
$A_{sf}$	l'aire de l'interface fluide-solide	$(m^2)$
$V$	Volume totale	$(m^3)$
$L_{cap}$	longueur moyenne des lignes.	$(m)$
$\tau$	La tortuosité	-
$c_p$	Chaleur spécifique massique	$[J/Kg \cdot K]$
$h$	Coefficient de transfert de chaleur	$[W / m^2 \cdot K]$
$T$	Champ de température	$[K]$
$t$	Temps	$[s]$
$\vec{V}_p$	Vitesse interstitielle	
$\vec{V}_{fi}$	Vitesse de filtration	
$Q_v$	débit volumique	
$U_e$	Vitesse de l'écoulement externe	$[m/s]$
$U$	Vitesse longitudinale adimensionnelle	-
$V$	Vitesse transversale adimensionnelle	-
$\theta$	Température adimensionnelle	-
$p$	Pression dimensionnelle	$(Pa)$
$P$	Pression adimensionnelle	-
$L$	Longueur du cylindre	$(m)$
$H$	Rayon du cylindre	$(m)$
$q_w$	Flux de chaleur	$(w/m^{-2})$
$d_p$	Diamètre de particule	$(m)$
$K$	perméabilité	$m^{-2}$
$\varepsilon$	La porosité	-
$U_e$	Vitesse de l'écoulement externe	$[m/s]$
$T_c$	Température de l'écoulement externe	$[K]$

$C_0$	Coefficient de forme	-
$g$	Accélération de la pesanteur	$[m^2/s]$

### Symboles grecs

$\lambda = \frac{k_m}{k_f}$	Rapport de conductivité thermique	-
$k$	Conductivité thermique	$[W / m \cdot K]$
$k_{eff}$	Conductivité thermique effectif	$[W / m \cdot K]$
$\mu$	Viscosité dynamique	$[Pa \cdot s]$
$\nu$	Viscosité cinématique	$[m^2/s]$
$\Phi$	Densité surfacique de flux	$[W / m^2]$
$\rho$	Masse volumique	$[Kg / m^3]$
$x, y$	Coordonnées d'espace dimensionnelles	(m)
$X, Y$	Coordonnées d'espace adimensionnelles.	-
$\alpha$	Diffusivité thermique	$(m^2/s)$
$e, w, n, s$	Évalué sur la face correspondante du volume de contrôle entourant le point P.	
$N, S, E, W$	Évalué sur le point correspondant entourant le point P.	
$v_s$	Points voisins	
$0$	Paramètre de référence	

### Nombres adimensionnels

Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{h \cdot L}{\lambda}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{a}$



Nombre de Reynolds	$Re = \frac{U \cdot L}{\nu}$
coefficient de Forchheimer	F
Le nombre de Schmid	$Sc = \frac{\nu}{D}$
Le nombre de Darcy	$Da = \frac{K}{H^2}$

### Indices

$i, j$	Direction de projection
–	Valeur moyenne
s	solide
f	fluide
r	Valeur de référence

### Abréviations

2D	Bidimensionnel
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators
QUICK	Quadratic Upwind Interpolation for Convection Kinematics
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SIMPLEC	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent
SST	Shear-stress transport
CAD :	Computer Aided Design
CAE :	Computer Aided Engineering
AMG :	Algebraic Multigrid

---

# Introduction Générale

---

---

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

La modélisation de l'écoulement en milieu poreux a fait l'objet de diverses études récentes, dues à la nécessité croissante d'une meilleure compréhension des processus de transport associés. Cet intérêt découle des nombreuses applications pratiques qui peuvent être modélisées ou peuvent être estimées comme le transport en milieu poreux tels que l'isolation thermique, le refroidissement électronique, les réacteurs nucléaires, la technologie de séchage, les réacteurs catalytiques multiphasiques et autres.

Dans ce genre d'application la modélisation doit être fine afin de cerner les phénomènes physiques qui peuvent avoir lieu. Par exemple l'équation de l'énergie doit être écrite pour la phase liquide et pour la phase solide.

L'étude de Amiri et al. (1995) [01] a été l'une des premières tentatives pour mettre en évidence ce problème, ils présentent deux approches différentes pour les conditions aux limites pour un flux de chaleur constant à la paroi. La première approche présentée dans leur travail était basé sur l'hypothèse du flux de chaleur total. Ce flux de chaleur total sera divisé entre les deux phases en fonction des valeurs physiques de leurs conductivités efficaces et leurs gradients de température correspondants à la paroi. La seconde approche les auteurs suppose que chacune des phases individuelles à la paroi reçoit une quantité égale du flux de chaleur totale  $q_w$ . Dans leur étude, de bons accords ont été trouvés entre les résultats numériques en utilisant la deuxième approche et les résultats expérimentaux disponibles. D'autre part, Hwang et al. (1995) [02] ont utilisé la première approche et trouvé un bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux. Lee et Vafai (1999) [03] ont utilisé la première approche pour obtenir des solutions analytiques pour les profils de température, la différence de température entre les deux phases, et le nombre de Nusselt. Plusieurs autres études telles que Kim (2000) [04], Hwang et Chao (1994) [05], Nield (1998) [06], Nield et Kuznetsov (1999) [07], Kuznetsov (1997b) [08] et Calmidi et Mahajan (1998) [09] considèrent la première approche pour étudier le problème de non équilibre thermique local (LTNE : Local Thermal Non- Equilibrium

) dans les milieux poreux. Martin et al. (1998) [10] ont utilisé la première approche avec l'hypothèse d'équilibre thermique local à la paroi. Ce sont les gradients de température pour les deux phases qui ont été prélevés pour être le même dans leur travail. Jiang et Ren (2001) [11] ont considéré quatre conditions aux limites pour le cas de flux de chaleur constant. Elles ont été composées des deux approches présentées par Amiri et al (1995) [01], le modèle présenté par Martin et al. (1998) [10], et un quatrième modèle qui peut être considéré comme un cas très particulier de la première approche. Ils ont indiqué que l'utilisation de la seconde approche correspond bien aux résultats expérimentaux de Jiang et al. (1999a) [12]. En conséquence, la seconde approche a été utilisée dans d'autres études telles que Jiang et al. (1999b) [13], Jiang et al. (1996) [14], Ichimiya et Matsuda (1997) [15], Mahmid et al. (2000) [16] pour étudier le problème de non-équilibre thermique.

Notre travail est axé sur la simulation numérique d'un écoulement supposé laminaire avec transfert thermique dans un cylindre horizontale rempli complètement par un milieu poreux, la résolution d'équations régissant cet écoulement fait par le biais du modèle SIMPLE du code Fluent 6.2.16, dont la comparaison des résultats constitue l'objectif essentiel de ce travail. Les résultats de Vafai et Kim (1989) [17] ont servi pour la validation.

L'objectif principal de la présente étude est d'analyser l'effet de l'utilisation de différents paramètres du milieu poreux pour le cas de flux de chaleur constant appliqué sur la paroi d'un cylindre rempli totalement d'une matière poreuse. Les paramètres pertinents tels que la porosité, la conductivité thermique, la perméabilité et le flux de chaleur sur la paroi sont considérés pour cerner le phénomène de la convection forcée sur le système considéré par l'évaluation et la comparaison de la distribution de température le long de la paroi du cylindre et au sein du milieu poreux.

Ce travail est réparti en quatre chapitres:

Le premier chapitre est consacré à une recherche bibliographique sur les travaux antérieurs expérimentaux et numériques en relation avec le thème abordé.

La description du modèle mathématique notamment les équations d'énergie sont traitées dans le second chapitre.

La méthode des volumes finis et en particulier la discrétisation des équations sont exposées au troisième chapitre. On y trouve aussi une présentation du code FLUENT 6.2.16.

Les différents résultats obtenus sont présentés au quatrième chapitre. Des comparaisons avec les résultats de Vafai et Kim (1989) [17], ont permis de valider ce travail. Ce travail est terminé par une conclusion générale où les principaux résultats sont commentés.

---

# **Chapitre I :**

## **Généralités et Synthèse**

### **Bibliographique**

---

# CHAPITRE I

---

## GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

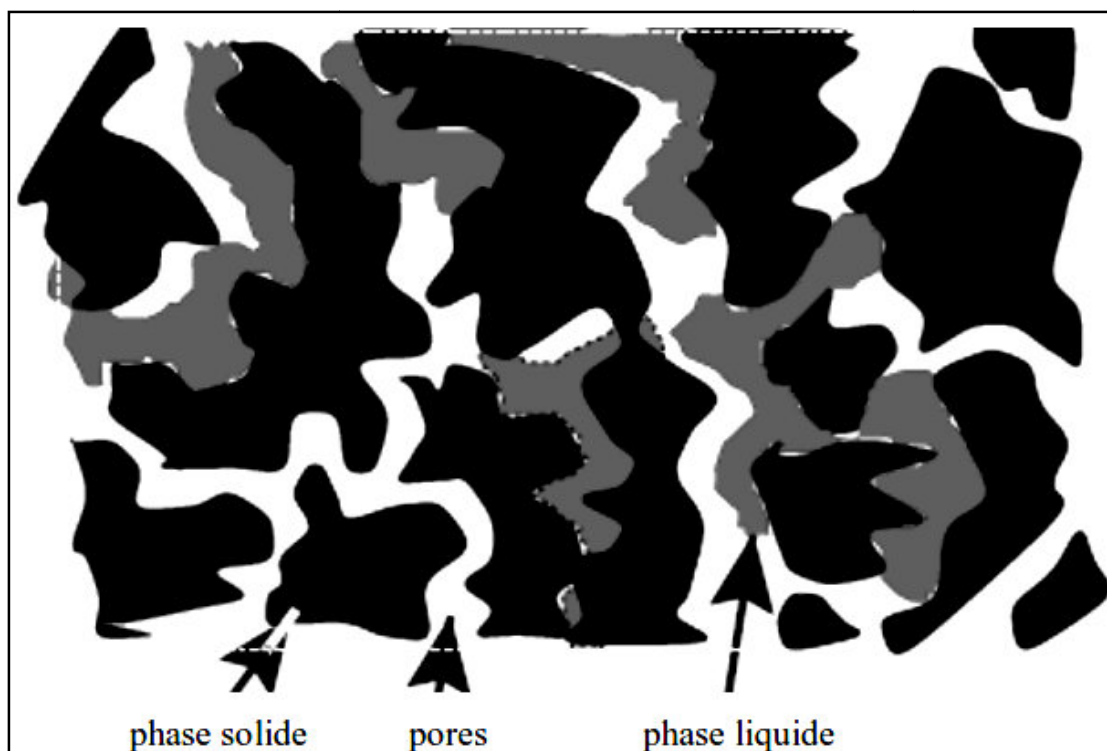
---

### **I.1 Introduction :**

Le milieu poreux est l'ensemble des grains solide ou d'agrégats autour desquels existent des espaces vides appelés pores, qui peuvent être interconnectés ou non (Aichlmayr, 1999) [27]. Ces vides peuvent être occupés par de l'eau, de l'air ou d'autres fluides.

Les pores peuvent contenir une ou plusieurs phases fluides susceptibles de s'écouler d'échanger entre elles ou avec la matrice poreuse de la matière ou de l'énergie. Dans notre étude nous nous intéressons aux cas d'une matrice solide non déformable, dont laquelle s'écoule la phase fluide. De plus, nous admettons l'hypothèse qu'il n'y a pas d'échange de matière entre les phases fluides et la matrice solide.

Il existe de nombreux exemple de milieux poreux naturels comme le sable, le gré, la chaux, le bois et les tissus humains. Dans l'industrie certains milieux poreux moins compacts sont fabriqués pour leurs différentes propriétés physiques. On trouve des milieux poreux dans de nombreux secteurs industriels tels que le génie pétrolier, le génie chimique, l'hydrologie, la géothermie et le génie civil.



**Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux naturel (Aichlmayr, 1999) [27].**

Dans ce qui suit nous définirons les différents paramètres qui apparaissent au niveau des différents modèles empirique de description macroscopique des écoulements en milieux poreux.

Les phénomènes se développant dans un milieu poreux dépendent des propriétés du fluide interstitiel mais également de la matrice solide. Celle-ci est caractérisée par un certain nombre de grandeurs moyennes, géométrique ou statistiques.

Nous allons présenter de manière succincte la démarche utilisée concernant la modélisation des écoulements et des transferts de chaleur et de masse en milieux poreux. Nous renvoyons aux travaux de Bories [18 ,19], de Combarnous [20] et de Nield et Bejan [21] entre autres pour plus de détails.

## **I.2 Paramètres caractérisant le milieu poreux**

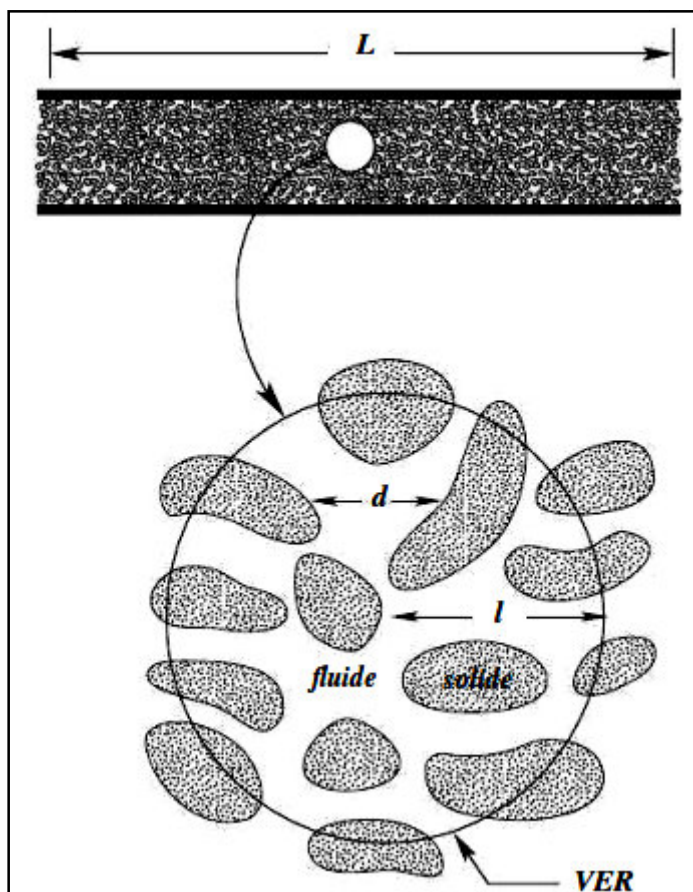
### **I.2.1 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) :**

Pour résoudre un problème de la physique en utilisant les outils mathématiques de solution qui offrent les équations différentielles, il est nécessaire d'avoir un milieu



continu pour établir des relations aux dérivées partielles. Dans le cas d'un milieu poreux les propriétés physiques (porosité, perméabilité,...) sont discontinues au niveau microscopique (l'échelle des pores). La dérivation de solution du problème d'écoulement doit donc définir la notion d'un volume élémentaire représentatif (V.E.R) à l'intérieur duquel les propriétés moyennes du fluide et du matériau sont supposées uniforme et continues (Lefebvre, 2003) [28]. Le volume élémentaire représentatif doit respecter nécessairement les conditions suivantes :

- Les dimensions du V.E.R sont généralement grandes par rapport à la taille du grain.
- Les V.E.R doivent cependant être suffisamment petits pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être représentées par des fonctions continues.



**Figure I.2 : Diagramme schématisé d'un système et d'un volume élémentaire représentatif.**

### I.2.2 Porosité :

La présence de l'espace vide distribuée dans la matrice solide est caractérisée par la porosité du milieu poreux.  $V_s$  et  $V_v$  dénotent tout le volume occupé par la phase solide et liquide respectivement. Nous définissons la porosité  $\mathcal{E}$  du milieu poreux comme étant le rapport de volume du vide (ou pores) et le volume total  $V_T$  (La somme du volume du vide et du solide). Soit :

$$\mathcal{E} = \frac{V_v}{V_T} = \frac{V_v}{V_s + V_v} \quad (\text{I.1})$$

Puisqu'il s'agit d'un rapport de même propriété, la porosité n'a pas d'unité et elle est souvent exprimée en pourcentage.

Nous présentons dans le tableau (2.1) les valeurs de la porosité et de la perméabilité pour différents matériaux poreux, tirées de l'ouvrage de Nield et Bejan [21].

Il y'a d'autre paramètres caractérisant la proportion des pores dans un matériau c'est **l'indice du vide  $e$**  qui est défini comme le rapport du volume de vide  $V_v$  et le volume du solide  $V_s$  :

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (\text{I.2})$$

Le lien entre la porosité et l'indice du vide est exprimé par (Lefebvre, 2003) [28]:

$$\mathcal{E} = \frac{e}{e + 1} \quad (\text{I.3})$$

### I.2.3 Densité :

La densité global  $\rho_b = (kg/m^3)$ , représenté le rapport entre la masse total du matériau  $M_T$  sur le volume total  $V_T$  (eau, air et solide) :

$$\rho_b = \frac{M_T}{V_T} \quad (\text{I.4})$$

Il y'a une relation entre la densité globale d'un matériau et sa porosité :

**a) Pour un matériau saturé en eau :** (les pores sont occupés par le fluide).

Cette relation s'exprime par (Lefebvre, 2003) [28]:

$$\varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_b}{\rho_s - \rho_f} \quad (\text{I.5})$$

Avec :

$\rho_s$  : Densité du solide

$\rho_b$  : Densité globale

$\rho_f$  : Densité globale du fluide

Cette expression permet de déterminer la porosité à partir d'une mesure de la densité globale pour un matériau saturé en eau.

**b) Pour un matériau sec :** où les pores sont occupés par l'air dont la masse est

négligeable, dans ce cas la densité globale du matériau  $\rho_{b \text{ sec}}$ , et la relation

entre la porosité et la densité globale sont données par :

$$\rho_{b \text{ sec}} = (1 - \varepsilon) \rho_s \quad (\text{I.6})$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{b \text{ sec}}}{\rho_s} \quad (\text{I.7})$$

### I.2.4 Surface spécifique :

Comme la porosité, la surface spécifique est une propriété géométrique importante du milieu poreux. On peut définir la surface spécifique " $\alpha$ " comme le rapport entre l'aire de la surface totale de l'interface fluide-solide  $A_{sf}$  et le volume de l'échantillon  $V$ . soit :

$$\alpha = \frac{A_{sf}}{V} \quad (I.8)$$

Cette grandeur joue un rôle important dans le problème d'échange de chaleur entre le fluide et la matrice solide.

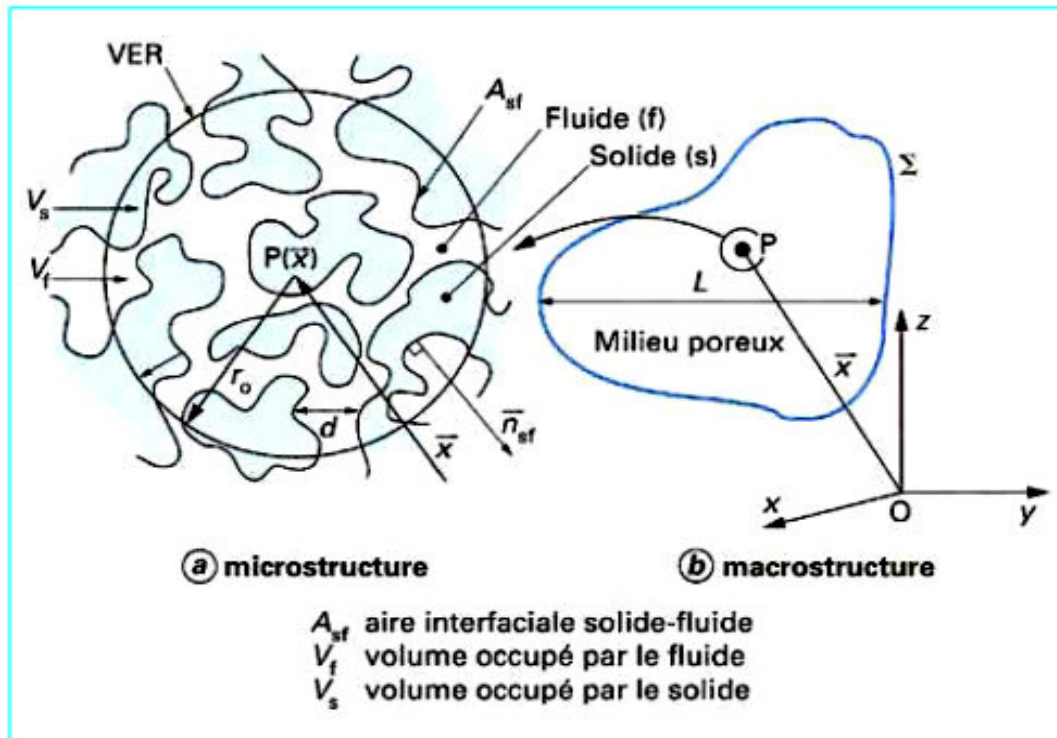


Figure I.3: Grandeurs caractéristiques locales.

### I.2.5 Tortuosité :

La tortuosité  $\tau$ , peut être définie simplement dans le cas où le milieu poreux étudié se modélise sous la forme d'un réseau de capillaires ondulés (voir la Figure I.2), comme le rapport de la distance parcourue par le fluide  $L_{cap}$  (longueur

moyenne des lignes) sur la longueur du milieu  $L$ . D'autres auteurs définissent la tortuosité comme le carré de ce rapport.

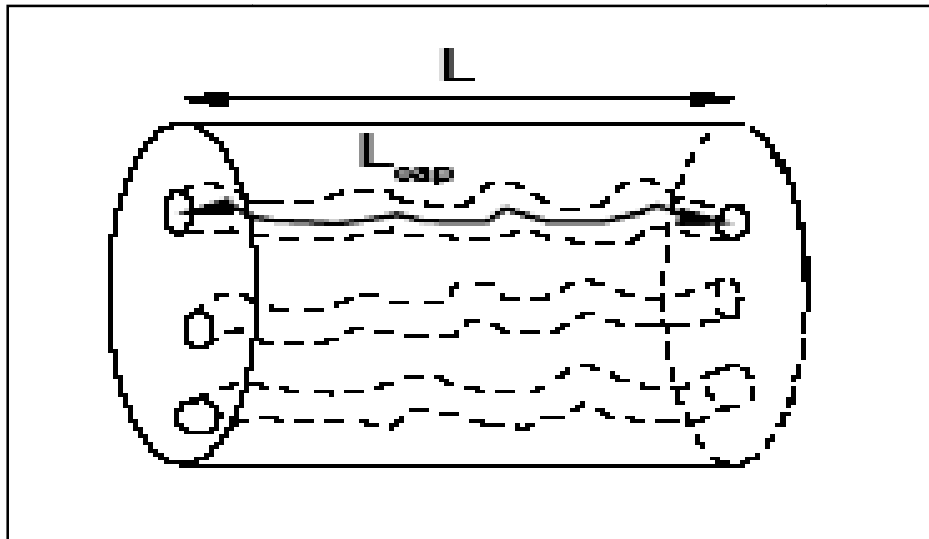
Soit :

$$\tau = \left( \frac{L_{cap}}{L} \right)^2 \quad (I.9)$$

Avec :

$L_{cap}$  : Longueur moyenne des lignes.

$L$  : Longueur du milieu.



**Figure I.4 : Schéma explicatif de la notion de la tortuosité.**

On note que  $L_{cap} \geq L$ , donc  $\tau \geq 1$ .

Dans le cas où les tuyaux capillaires sont rectangulaires on obtient  $L_{cap} = L$  donc  $\tau = 1$ .

Si  $\tau > 1$  le milieu est "tortueux".

$\tau$  joue un rôle important dans les problèmes de diffusion (Delache, 2005) [29].

### I.2.6 Perméabilité:

La perméabilité est la propriété d'un corps poreux de se laisser traverser par les fluides. Cette constante caractéristique d'un milieu poreux est liée à la forme des grains et à la porosité. Cette grandeur est déterminée généralement par des mesures expérimentales, à partir de la loi de Darcy régissant le mouvement du fluide dans le milieu poreux. Il y'a des relations qui donne la perméabilité  $K$  en fonction de la porosité  $\varepsilon$  et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à l'échelle du pore. On note notamment :

La relation de Kozeny-Carman (1937), (Delache, 2005) [29], qui donne une estimation satisfaisante de  $K$  dans le cas d'un empilement de grains de formes à peu près identiques et dont la distribution des tailles des grains n'est pas trop éloignée d'une taille moyenne  $D$  :

$$K = \frac{\varepsilon^3 D^2}{36C_0 (1 - \varepsilon)^2} \quad (I.10)$$

$C_0$  : est un coefficient de forme, il est compris entre 3.6 et 5. Pour les grains sphériques  $C_0 = 4.8$ .

$D$  : représente le diamètre de la sphère.

Le tableau suivant montre les propriétés de quelques matériaux poreux.

Matériaux	Porosité $\varepsilon$	Surface spécifique $\alpha$ (en m <sup>-1</sup> )	Perméabilité K (en m <sup>2</sup> )
Agar-agar		.....	$2 \times 10^{-14}$ à $4,4 \times 10^{-13}$
Ardoise (en poudre)	0.56 à 0.66	$7 \times 10^5$ à $8,9 \times 10^5$	$4,9 \times 10^{-14}$ à $1,2 \times 10^{-13}$
brique	0.12 à 0.34	.....	$4,8 \times 10^{-15}$ à $2,2 \times 10^{-13}$
Catalyseur granulaire	0.45	$5,6 \times 10^7$	
Charbon	0.02 à 0.12		
Béton standard	0.02 à 0.07		
Béton bitumineux	.....	.....	$10^{-13}$ à $2,3 \times 10^{-11}$
Cuivre (en poudre)	0.09 à 0.34		$3,3 \times 10^{-10}$ à $1,5 \times 10^{-9}$
Liège (en plaque)	.....	.....	$2,4 \times 10^{-11}$ à $5,1 \times 10^{-11}$
Fibre de verre	0.88 à 0.93	$56 \times 10^3$ à $77 \times 10^3$	
Feutre	.....	.....	$8,3 \times 10^{-10}$ à $1,2 \times 10^{-9}$
Cuire	0.56 à 0.59	$1,2 \times 10^6$ à $1,6 \times 10^6$	$9,5 \times 10^{-14}$ à $1,2 \times 10^{-13}$
Calcaire (dolomite)	0.04 à 0.10	.....	$2 \times 10^{-15}$ à $4,5 \times 10^{-14}$
Sable	0.37 à 0.50	$15 \times 10^3$ à $22 \times 10^3$	$42 \times 10^{-11}$ à $1,8 \times 10^{-10}$
Grès	0.08 à 0.38	.....	$5 \times 10^{-16}$ à $3 \times 10^{-12}$
Silice (en poudre)	0.37 à 0.49	$6,8 \times 10^5$ à $8,9 \times 10^5$	$1,3 \times 10^{-14}$ à $5,1 \times 10^{-14}$
Sol	0.43 à 0.54	.....	$2,9 \times 10^{-13}$ à $1,4 \times 10^{-11}$
Lit de billes sphériques	0.36 à 0.43		

Tableau I.1 : Propriétés de quelques matériaux poreux [30].

### I.3 Modèles d'écoulement en milieu poreux :

#### I.3.1 Équation de continuité :

La méthode de prise de moyenne permet d'établir une équivalence entre le milieu dispersé réel et le milieu continu fictif. On introduit la notion de vitesse de filtration  $\overrightarrow{V}_{fil}$ , qui correspond à la vitesse moyenne du fluide prise sur un V.E.R, en comparant cette vitesse à la vitesse moyenne du fluide dans les pores,  $\overrightarrow{V}_p$ , ou vitesse interstitielle, on a la relation :

$$\overrightarrow{V}_{fil} = \varepsilon \overrightarrow{V}_p \quad (\text{I.12})$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit alors sous la forme :

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}_{fil}) = 0 \quad (I.13)$$

Où :

$\rho$  : est la masse volumique du fluide saturant.

Dans le cas particulier d'un fluide incompressible l'équation (I.13) se ramène à :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_{fil} = 0 \quad (I.14)$$

### I.3.2 Loi de Darcy :

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilise la formulation classique de Darcy. L'auteur donne une loi sur les écoulements isothermes dans un milieu poreux, qui exprime la proportionnalité entre les variations de pression  $\Delta P$  et le débit  $Q$  lié à la vitesse de filtration  $\vec{V}_{fil}$ . Ceci se traduit pour un échantillon de longueur  $L$  et de section  $S$  par la relation suivante (Coux, 1997) [31].

$$Q = \frac{K}{\mu_f} S \frac{\Delta p}{L} \quad (I.15)$$

Où  $\mu_f$  : viscosité dynamique du fluide.

$K$  : Perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie du milieu.

On peut généraliser cette loi par (Bejan ) [32]:

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu_f} \vec{\nabla} p \quad (I.16)$$

Dans le cas de la présence de la pesanteur, l'équation précédent devient :



$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu_f} (\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g}) \quad (I.17)$$

$\rho_f$  : Densité du fluide.

$p$  : Pression en un point du milieu continu fictif.

Dans le cas d'une couche poreuse isotrope, la perméabilité  $K$  peut être une constante et dans le cas d'une couche poreuse anisotrope la perméabilité est représentée par un tenseur. Les conditions aux limites sur la vitesse de filtration associées à la loi de Darcy sont, dans le cas d'un milieu confiné par des parois rigides imperméables, uniquement la non pénétration du fluide, à savoir (Coux, 1997) [31]:

$$\vec{V}_{fil} \cdot \vec{n} = 0 \quad (I.18)$$

Le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites (Kalla, 1999) [33]:

$$\begin{cases} \mathcal{E} < 0.8 \\ Da \leq 10^{-6} \\ Re_p < 1 \end{cases} \quad (I.19)$$

Où :

$\mathcal{E}$  : est la porosité du milieu poreux.

$Da = \frac{K}{H^2}$  : est le nombre de Darcy.

$Re_p = \frac{v_p d}{\nu}$  : Le nombre de Reynolds.

$v_p$  : Vitesse du pore.

$d$  : Diamètre du pore.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} : \text{viscosité cinématique du fluide.}$$

Il existe trois types de régimes d'écoulement en fonction de  $Re_p$  (Delache, 2005)[29]:

- Pour  $Re_p < 1$ , le régime est laminaire, les forces de viscosité sont grandes devant les forces d'inertie, la loi de Darcy est valable.
- Pour  $1 < Re_p < 150$  des couches limites se développent au niveau des parois solides.

En dehors de cette couche limite, il n'y'a plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration : la loi de Darcy n'est plus applicable. Ce régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu'au  $Re_p = 150$ .

- Pour  $150 < Re_p < 300$ , un régime d'écoulement instationnaire prend place.
- Pour  $Re_p > 300$  on est en présence d'un écoulement turbulent.

### I.3.3 Loi de Darcy-Forchheimer :

Lorsque la vitesse débitante augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Dans ce cas, on montre expérimentalement que pour un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy. Forchheimer a proposé une modification empirique de la loi de Darcy en rajoutant une relation non linéaire du second ordre entre le gradient de pression et la vitesse de filtration. Cette formulation appelée de Darcy-Forchheimer (Coux, 1997) [31]:

$$\vec{\nabla} p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{v}_{fil} - F \frac{\rho_f}{\sqrt{K}} |\vec{v}_{fil}| \vec{v}_{fil} \quad (I.20)$$

$F$  : est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, généralement appelé paramètre de Forchheimer.

### I.3.4 Modèle de Brinkman :

Dans le cas où la porosité est importante (de l'ordre de 0.8), il faut tenir compte des effets de diffusion visqueuse au niveau des parois. Pour cette situation Brinkman (1947) propose

de modifier l'équation de Darcy de la façon suivante (Delache, 2005) [29]:

$$\vec{\nabla} p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{v}_{fil} + \mu_p \nabla^2 \vec{v}_{fil} \quad (I.21)$$

$\mu_p = \mu[1 + 2.5(1 - \varepsilon)]$ , représente la viscosité effective du milieu poreux. En général  $\mu_p$  est considéré équivalente à la viscosité dynamique  $\mu$  (Kalla, 1999) [33]. Donc on peut donner la vitesse de filtration comme suit :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu} \left[ \vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g} \right] + K \nabla^2 \vec{v}_{fil} \quad (I.22)$$

Adoptant le modèle de Brinkman et introduisant l'approximation de Boussinesq, l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu} \left[ \vec{\nabla} p - \rho_0 \vec{g} (\beta \cdot (T - T_0)) \right] + K \nabla^2 \vec{v}_{fil} \quad (I.23)$$

Avec :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right) : \text{Le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide.}$$

$T_0$  : La température de référence

#### I.4 Transfert de chaleur en milieu poreux :

Tout comme l'équation de Darcy décrivant l'écoulement du fluide au sein du milieu poreux, l'équation d'énergie, traduisant le transfert de chaleur dans le milieu poreux fait appel au concept de milieu continu fictif, équivalent au milieu poreux réel.

Pour établir l'équation de transfert de chaleur, la démarche est la suivant :

- Formulation des équations microscopiques à l'échelle du pore.
- Prises de moyennes effectuées sur les équations microscopiques qui permettent le passage de l'échelle du pore à celle du milieu homogène.

Avant de formuler ces équations de description du transfert de chaleur nous précisons les hypothèses adoptées :

- les termes de dissipation visqueuse sont supposés négligeables, hypothèse justifiée si les vitesses de filtration restent relativement faibles.
- les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide telle que les capacités calorifiques volumiques et les conductivités thermiques, sont supposées constantes et donc indépendantes de la température.

A l'échelle du pore, le système décrivant le transfert de chaleur est le suivant :

En tout point M du milieu poreux, à l'exception de la surface de contact entre le solide et le fluide, la loi de Fourier s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)_i T_i] + \vec{\nabla} \cdot [(\rho c)_i T_i \vec{V}_i] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_i \vec{\nabla} T_i) \quad (I.24)$$

Où :

$i = f$  Si M appartient à la phase fluide

$i = s$  S'il appartient à la phase solide.

$V_s$  : désigne la vitesse locale du solide ( $V_s=0$ , le solide est immobile)

$V_f$  : désigne la vitesse locale du fluide à l'échelle du pore.

Les conditions aux limites associées à l'interface solide-fluide, sont les suivantes :

$$\begin{cases} T_s = T_f \\ (\lambda_s \vec{\nabla} T_s) \cdot \vec{n} = (\lambda_f \vec{\nabla} T_f) \cdot \vec{n} \\ \vec{V}_f = 0 \end{cases} \quad (I.25)$$

Où :

$\vec{n}$  : désigne le vecteur normal à l'interface,

$\lambda_i$  : la conductivité thermique de la phase  $i$  ,

$(\rho c)_i$  : la capacité calorifique volumique de la phase  $i$  .

Après avoir écrit ces équations à l'échelle microscopique, on définit des grandeurs moyennes qui permettent de décrire le transfert de chaleur à l'échelle du milieu homogène par l'équation classique des milieux continus fluides à savoir :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)_m T_m] + \vec{\nabla} \cdot [(\rho c)_m T_m \vec{V}_m] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_m \vec{\nabla} T_m) \quad (I.26)$$

La détermination de ces grandeurs moyennes,  $(\rho c)_m, T_m, \lambda_m$  s'effectue alors par l'identification de l'équation (I.26) avec celles obtenues par prises de moyenne sur un V.E.R, [22,23].

$$(\rho c)_m = \varepsilon (\rho c)_f + (1 - \varepsilon) (\rho c)_s \quad (I.27)$$

$$\vec{V}_m = \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)_m} \vec{V}_{fil} \quad (I.28)$$

#### I.4.1 Les deux modes de description adoptés :

Deux modèles de description du transfert de chaleur en milieu poreux sont alors proposés [24,25] selon que l'on retienne l'une des deux hypothèses suivantes :

- la première utilise le concept de conductivité thermique globale équivalente.
- la seconde conduit à distinguer les températures moyenne des phases solide et fluide et à introduire un coefficient d'échange fini entre les deux phases.

##### I.4.1.1 Concept de conductivité thermique équivalent :

Cette hypothèse qui assimile le milieu poreux à un milieu fictif unique consiste à admettre que dans tout le volume élémentaire sur lequel on effectue un bilan

énergétique, les températures moyennes des phases solide  $\bar{T}_s$  et fluide  $\bar{T}_f$  sont égales soit :

$$\bar{T}_s = \bar{T}_f = T \quad (\text{I.29})$$

Cette hypothèse, qui implique un coefficient infini entre les deux phases, conduit à l'équation d'énergie suivante analogue à (I.26):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ (\rho c)^* T \right] + \vec{\nabla} \cdot \left[ (\rho c)_f T \vec{V}_{fil} \right] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda^* \vec{\nabla} T) \quad (\text{I.30})$$

$(\rho c)^* = \varepsilon (\rho c)_f + (1 - \varepsilon) (\rho c)_s$  est la capacité calorifique volumique du milieu poreux équivalent.

$\lambda^*$  : est la conductivité thermique globale, elle dépend, de manière complexe, des conductivités de phase solide et fluide et de la texture du milieu poreux.

De nombreux modèles de conductivité thermique ont été développés qui permettent l'estimation de  $\lambda^*$ , tels que  $\lambda^* = (1 - \varepsilon) \lambda_s + \varepsilon \lambda_f$  ou  $\frac{1}{\lambda^*} = \frac{\varepsilon}{\lambda_f} + \frac{1 - \varepsilon}{\lambda_s}$  dans le cas de milieu poreux Constitués par des éléments très réguliers tels que des sphères par exemple. Mais il est généralement indispensable de recourir à la détermination expérimentale pour une évaluation précise de  $\lambda^*$ .

#### I.4.1.2 Emploi du coefficient de transfert fini entre les phases solide et fluide :

Cette hypothèse consiste à distinguer les températures moyennes des phases solide  $T_s$  et fluide  $T_f$  définies au paragraphe précédent, moyennes prises dans un volume élémentaire de référence. On introduit un coefficient d'échange,  $h$ , fini entre les phases [20]. Le milieu est alors considéré comme équivalent à deux milieux continus.

Le modèle mathématique correspondant comprend deux équation de transfert de chaleur obtenues en faisant un bilan énergétique propre à chacune des phases :

Pour la phase fluide :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon (\rho c)_f \bar{T}_f \right] + \vec{\nabla} \cdot \left[ (\rho c)_f \bar{T}_f \vec{V} \right] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_f \vec{\nabla} \bar{T}_f) + h (\bar{T}_s - \bar{T}_f) \quad (\text{I.31})$$

Pour la phase solide :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ (1 - \varepsilon) (\rho c)_s \overline{T}_s \right] = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla \overline{T}_s) + h (\overline{T}_f - \overline{T}_s) \quad (\text{I.32})$$

Ce système d'équations (I.31) et (I.32) introduit la quantité de chaleur transmise par le fluide au solide sous la forme :  $h (\overline{T}_f - \overline{T}_s)$

Le coefficient  $h$  n'est pas constant et ses variations ne sont pas à priori connues.

### **I.4.1.3 Choix entre les deux modèles :**

Le premier modèle (I.30) est le plus couramment utilisé dans la littérature. Il est satisfaisant pour décrire le transfert de chaleur au sein d'un milieu poreux lorsque les vitesses de filtration sont faibles. Il est de plus, considéré comme le plus acceptable pour les milieux poreux de faible granulométrie.

Le deuxième modèle (I.31) et (I.32) est utile lorsque les vitesses de filtration sont importantes (mouvements convectifs développés) ainsi que les écarts initiaux de températures entre les deux phases. Cependant, ce modèle est difficile à utiliser vu les difficultés rencontrées pour l'estimation, en particulier du coefficient d'échange  $h$ . la détermination expérimentale du coefficient d'échange reste difficile.

---

# **Chapitre II :**

## **Formulation du Problème**

---



# Chapitre II

---

## FORMULATION DU PROBLEME

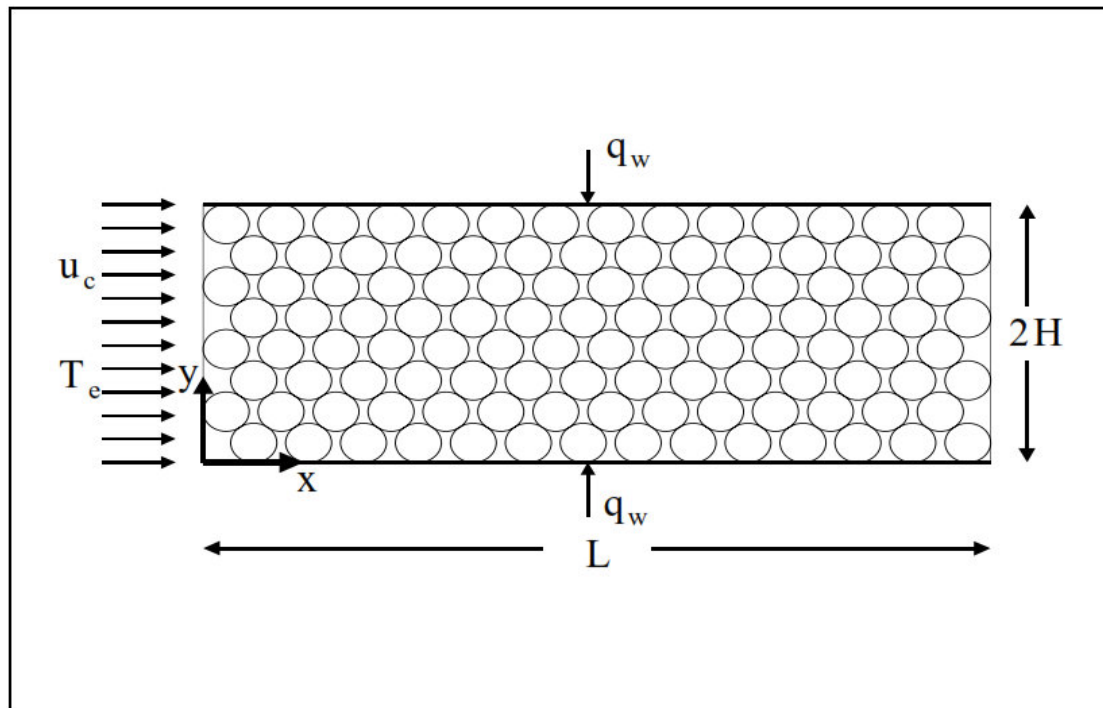
---

### II.1 Introduction :

Le phénomène de la convection forcée au sein d'un cylindre rempli totalement d'une matière poreuse et soumis à un flux de chaleur constant sur la paroi est analysé dans ce travail. Des différents paramètres de ce phénomène ont été étudiés. Les effets des paramètres pertinents tels que la porosité, la perméabilité, la conductivité thermique et le flux de chaleur imposé sur la paroi ont été analysés. Un grand nombre de résultats a été obtenu et qui sera commenté afin de bien comprendre le phénomène. Les résultats sont présentés sous forme de profils de température et de champ de température.

### II.2 Description du Problème

Dans le présent chapitre, on établira les équations de base régissant la convection forcée dans un cylindre rempli d'un milieu poreux bidimensionnel, de rayon  $H$  et de longueur  $L$  (voir figure II.1). Dans notre cas, la paroi latérale du cylindre est soumise à un flux uniforme de chaleur par unité de surface. L'application de flux vertical de chaleur sur la paroi du cylindre correspond au problème classique de Vafai et Kim (1989) [17].



**Figure II.1: Schéma du problème considéré.**

### II.3 Hypothèses simplificatrices :

Pour analyser le phénomène de la convection forcée au sein d'un cylindre rempli totalement d'une matière poreuse et soumis à un flux de chaleur constant sur la paroi, une configuration fondamentale montrée dans la figure II.1 est sélectionnée. Cette configuration est constituée d'un canal cylindrique avec flux de chaleur constant  $q_w$ . Le diamètre et la longueur du canal sont  $2H$  et  $L$ , respectivement. La vitesse de l'écoulement en amont est  $U_c$  et sa température est  $T_e$ . Cette configuration permet une étude de tous les principaux aspects décrits précédemment.

L'écoulement de la convection forcée dans un canal cylindrique rempli d'une matière poreuse est considéré avec les hypothèses suivantes :

- Le milieu poreux est isotrope et homogène.
- Le fluide qui s'écoule est Newtonien, visqueux et incompressible.
- La dispersion thermique est négligeable.
- Le problème est bidimensionnel.

- La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable.
- L'écoulement est laminaire et permanent.

#### II.4. Modèle mathématique :

Les équations régissant pour la présente étude en supposant des conditions complètement développées, peuvent être écrites comme indiqué dans, Amiri et Vafai(1994) [30]:

##### II.4.1 L'équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.1})$$

##### II.4.2 L'équation de Quantité de mouvement suivant x:

$$\begin{aligned} \rho_f \left[ \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (u u)}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (v u)}{\partial y} \right] = & -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\mu}{K} u - C_f \frac{\rho_f \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}} u \\ & + \frac{\mu}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

##### II.4.3 L'équation de Quantité de mouvement suivant y:

$$\begin{aligned} \rho_f \left[ \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (u v)}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (v v)}{\partial y} \right] = & -\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\mu}{K} v - C_f \frac{\rho_f \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}} v \\ & + \frac{\mu}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

##### II.4.4 L'équation de conservation d'énergie:

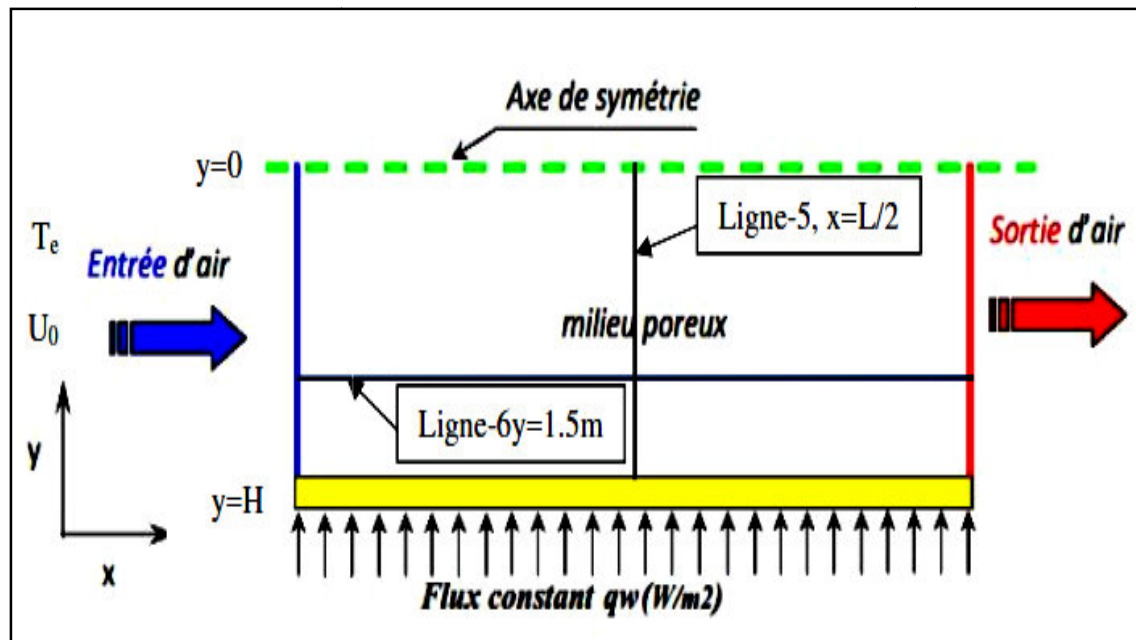
$$\frac{\partial (u T)}{\partial x} + \frac{\partial (v T)}{\partial y} = \lambda \alpha \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{II.4})$$

**Remarque :**

On ce qui concerne l'obtention de l'équation (II.4), on divise l'équation (I.26) par  $(\rho c_p)_f$  et on considère  $\frac{(\rho c_p)_m}{(\rho c_p)_f} = 1$ . On divise et multiplie le rapport  $\frac{\lambda_m}{(\rho c_p)_f}$  par  $\lambda_f$  pour obtenir le terme  $\gamma\alpha$

**II.5 Les conditions initiales et aux limites :**

Le système est axisymétrique, alors il est suffisamment de faire l'étude de l'axe jusqu'à la paroi, comme montrer la figure suivante :



**Figure II.2: Domaine d'étude et conditions aux limites.**

Les équations différentielles sont résolues avec les conditions initiales et aux limites suivantes :

Pour :  $t = 0$ ,  $u = U_0$ ,  $v = 0$ ,  $T = T_e$ .

Pour :  $t > 0$ ,

À l'entrée du cylindre,  $x = 0$  et  $0 \leq y \leq H$  :  $u = U_0$ ,  $v = 0$ ,  $T = T_e$ .

À la sortie du cylindre,  $x = L$  et  $0 \leq y \leq H$  :  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0.$

Sur la paroi,  $y = H$  et  $0 \leq x \leq L$ :  $u = v = 0, q_w = \text{constant}$

## II.6 L'adimensionnalisation des variables :

$$X = x / H,$$

$$Y = y / H,$$

$$U = u / U_0,$$

$$V = v / U_0,$$

$$P = \frac{p - p_0}{\rho_f U_0^2},$$

$$\theta = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}.$$

## II.7 L'adimensionnalisation des équations :

En introduisant les variables adimensionnelles précédentes dans le système d'équations, on obtient la version non dimensionnelle des équations utilisées. Pour la simplification d'écriture, on supprime le symbole\*. Ensuite, on utilise des paramètres de contrôle pour bien écrire ce système d'équations.

### II.7.1 Les paramètres de contrôle

Le rapport d'aspect  $= \frac{L}{H}.$

Le nombre de Reynolds  $Re = \frac{U_0 \cdot H}{\nu}.$

Le nombre de Prandtl  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}.$

Le nombre de Schmid  $Sc = \frac{\nu}{D}.$

Le nombre de Darcy  $Da = \frac{K}{H^2}.$

La porosité  $\varepsilon = \frac{\text{Volume des pores du milieu poreux}}{\text{Volume total du milieu poreux}}$ .

### II.7.2 L'équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.5})$$

### II.7.3 L'équation de la quantité de mouvement suivant x

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (U U)}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (V U)}{\partial y} = & -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{\text{Re } D a} - C_f \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{D a}} U \\ & + \frac{1}{\text{Re } \varepsilon} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

### II.7.4 L'équation de la quantité de mouvement suivant y

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (U V)}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (V V)}{\partial y} = & -\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{V}{\text{Re } D a} - C_f \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{D a}} V \\ & + \frac{1}{\text{Re } \varepsilon} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

### II.7.5 L'équation d'énergie

$$\frac{\partial (U T)}{\partial x} + \frac{\partial (V T)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re } \text{Pr}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{\text{Re } \text{Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (\text{III.8})$$

## II.8 L'adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites :

La solution du problème non dimensionnel dépend des valeurs des paramètres et de l'adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites qui sont nécessaire pour la résolution des équations de ce système, ces conditions sont :

Pour :  $t = 0$ ,  $U = U_0$ ,  $V = 0$ ,  $\theta = \theta_e$ .

Pour :  $t > 0$ ,

À l'entrée du cylindre,  $X = 0$  et  $0 \leq Y \leq 1$ :  $U = U_0$ ,  $V = 0$ ,  $T = T_e$ .

À la sortie du cylindre,  $X = \frac{L}{H}$  et  $0 \leq Y \leq 1$ :  $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$ .

Sur la paroi,  $Y = 1$  et  $0 \leq X \leq \frac{L}{H}$ :  $U = V = 0, q_w = \text{constant}$

---

# **Chapitre III :**

## **Méthode Numérique et Présentation du Code Fluent**

---



## CHAPITRE III

---

# MÉTHODES NUMÉRIQUES ET PRÉSENTATION DU CODE FLUENT

---

### III.1 Introduction

Les équations décrites au deuxième chapitre sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires, elliptiques et couplées. En raison de leur complexité, ces équations sont résolues à l'aide d'une méthode numérique. Plusieurs méthodes numériques sont disponibles dans la littérature. On peut distinguer les méthodes suivantes :

- Méthodes des différences finies (MDF).
- Méthodes des éléments finis (MEF).
- Méthodes des volumes finis (MVF).

#### III.1.1 Méthodes des différences finies

La variable inconnue  $\phi$  est décrite par plusieurs valeurs dans les points d'un maillage. Le développement de l'inconnue en séries Taylor tronquées est utilisé pour approximer les dérivées de l'inconnue, dans chaque point du maillage, par différences finies en utilisant les inconnues voisines. En remplaçant les dérivées dans les équations différentielles par différences finies on obtient un système d'équations algébriques pour les valeurs de l'inconnue dans chaque point du maillage.

#### III.1.2 Méthodes des éléments finis

Dans la méthode des éléments finis on utilise des fonctions linéaires ou quadratiques, sur chaque élément, pour décrire la variation locale de l'inconnue  $\phi$ . Les équations différentielles sont exactement vérifiées par la solution exacte. En

remplaçant l'approximation de  $\phi$  dans les équations différentielles, on constate que celles-ci ne vérifient pas exactement, et un résidu est défini dans ce cas pour mesurer l'erreur. Le résidu est minimisé en le multipliant par une fonction de pondération et en l'intégrant. Le résultat de l'intégration est un set d'équations algébriques pour les coefficients des fonctions d'approximation.

### **III.1.3 Méthodes des volumes finis**

La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur des volumes entourant chaque point du maillage. Cette méthode, même si elle ne fournit qu'une précision du premier ordre, possède des qualités qui en font l'une des plus adaptées à l'étude des écoulements turbulents. En effet, celle-ci est très robuste et permet de traiter des équations comportant des termes sources complexes et non-linéaires. De plus, elle a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse sur chaque volume de contrôle. Enfin, elle peut être utilisée avec des maillages relativement grossiers, ce qui permet la mise en œuvre de code pour un coût raisonnable.

### **III.2 Notion générale sur la méthode des volumes finis**

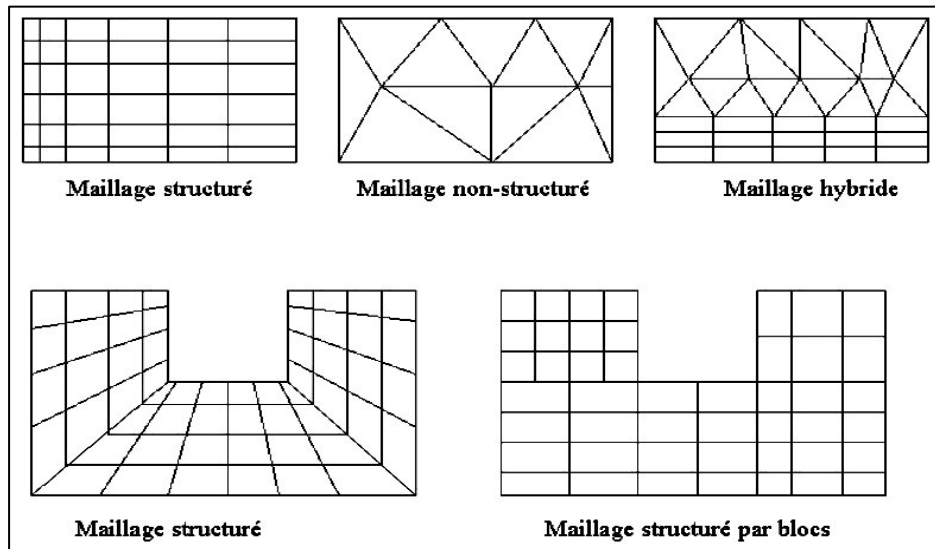
L'application de la méthode des volumes finis pour la résolution d'un problème suit les étapes suivantes :

- Bien définir le domaine d'étude et diviser ce domaine de calcul en un nombre fini et discret de volumes de contrôle dont la somme soit égale exactement au volume du domaine de calcul. On dit qu'on génère un maillage.
- Discrétisation des différentes équations régissant le phénomène. A la fin on obtient un système d'équations algébriques
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (méthode itérative ou directe).

#### **III.2.1 Maillage**

Le code de calcul "FLUENT" dans sa version 6.2.16 traite plusieurs types de maillages structurés, non-structurés ou hybrides. Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique), tandis qu'un maillage non-structuré va être composé de mailles quadrilatérales ou

triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D. Dans un maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères en 2D et des hexaèdres en 3D et les mailles du reste du domaine sont des triangles en 2D et des tétraèdres en 3D. En proche paroi, il est nécessaire d'avoir des mailles les plus petites possibles pour bien modéliser les écoulements à cet endroit, cette particularité est d'autant plus importante en régime turbulent, on l'appelle (l'inflation). En 3D, les mailles qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres sont des prismes ou des pyramides. La figure III.1 représente les différents types de maillage utilisé par notre code.



**Figure III.1 : Types de maillage utilisé par "FLUENT"[34]**

### III.2.1.1 Qualité du maillage

Avant de poursuivre et de simuler des écoulements avec un maillage, il est nécessaire de s'assurer de sa qualité. Ce dernier joue un rôle important dans la précision et la stabilité du calcul numérique.

Sous "GAMBIT", la mesure de l'obliquité équiangle est normalisée comme suit [34] :

$$\max \left[ \frac{q_{\max} - q_e}{180 - q_e}, \frac{q_e - q_{\min}}{q_e} \right] \quad (\text{III.1})$$

Où :

$q_{\max}$  : Le plus grand angle de la face ou de la cellule.

$q_{\min}$  : Le plus petit angle de la face ou de la cellule.

$q_e$  : Angle d'une face ou cellule parfaitement régulière ( $60^\circ$  pour un triangle), ( $90^\circ$  pour un carré). Notons que par définition  $0 \leq q_e \leq 1$ .

Pour que le maillage soit bien précis il est souhaitable de prendre en considération la variation de tailles entre deux cellules adjacentes n'excède pas 20%. Le maillage doit être réalisé de sorte à minimiser la diffusion de l'erreur numérique.

### **III.2.1.2 Indépendance du maillage**

Il est tout d'abord important de rappeler que le maillage peut être modifié dans la phase de simulation à l'aide du code "FLUENT". On peut par exemple, faire une adaptation de maillage à l'aide de l'option (adapt), selon divers critères permettant de définir des régions à l'intérieur du domaine de calcul. L'adaptation n'est toutefois permise que sur la base d'une première solution pour l'écoulement. L'indépendance du maillage a été réalisée en utilisant un raffinement de solution adaptatif, puisque des cellules peuvent être rajoutées là où elles sont nécessaires dans la grille après obtention des résultats de simulation. Le maillage initial a été adapté en mettant plus de cellules dans les régions où le gradient de vitesse est plus élevé qu'un niveau choisi. Ce processus a été répété jusqu'à ce que les résultats soient devenus indépendants du maillage. En effet, il existe une manière pratique dans "FLUENT", qui consiste en la surveillance de la valeur moyenne de certaines variables. Quand cette valeur cesse de changer, on cesse les itérations sans devoir attendre jusqu'à la convergence itérative, on adapte ensuite le maillage et on relance les itérations. La solution peut être considérée indépendante du maillage quand la valeur moyenne cesse de changer entre les adaptations [35].

### **III.2.1.3 Traitement près des parois**

Dans le code de calcul "FLUENT", il existe deux approches pour modéliser l'écoulement près des parois (figure III.2), l'une se base sur des formules semi empiriques dites fonction de paroi pour lier la couche complètement turbulente et la paroi sans compte tenir les autres couches, l'autre consiste à raffiner le maillage de telle sorte que la distance entre le premier nœud et la paroi soit inférieure à l'épaisseur de la couche visqueuse.

Pour notre étude on a un flux de chaleur appliqué sur la paroi et ce dernier

provoque une couche limite thermique près de la paroi alors les détails plus importantes au voisinage de la paroi et nous avons utilisé un maillage spécial pour avoir des résultats plus précises.

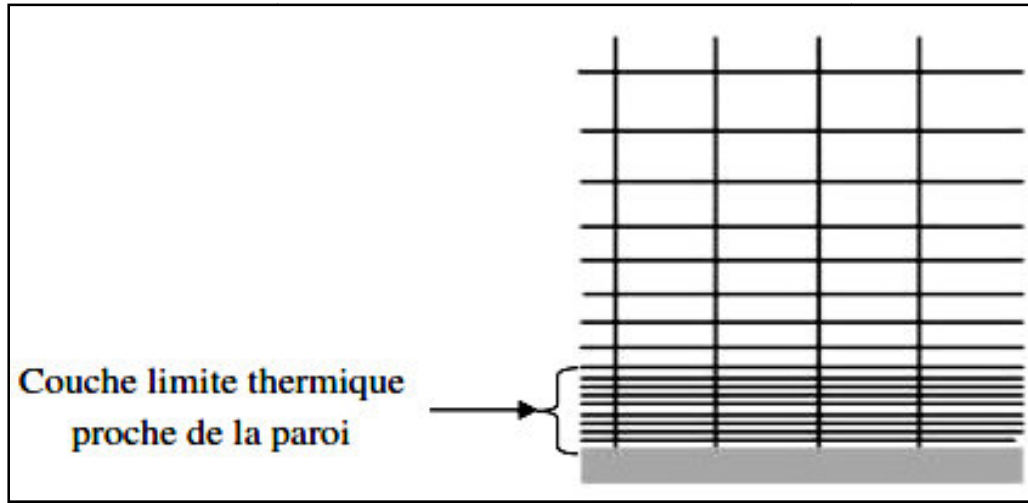


Figure III.2 : Traitement près des parois dans le "FLUENT" [36].

### III.3 Discrétisation des équations en volume finis :

#### III.3.1 Discrétisation des équations de transport :

L'équation générale de transport d'une variable quelconque peut être écrite sous une forme commune. Si on pose que  $\phi$  le variable étudiée, l'équation générale en coordonnées cartésiennes peut se mettre sous la forme suivante (Patankar, [37]):

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (\text{III.2})$$

Dans le cas stationnaire bidimensionnel, l'équation de transport pour chaque variable  $\phi$  s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi)}_{(1)} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)}_{(2)} + \underbrace{S_\phi}_{(3)} \quad (\text{III.3})$$

(1) : terme de transport par convection

(2) : terme de transport par diffusion

(3) : terme source

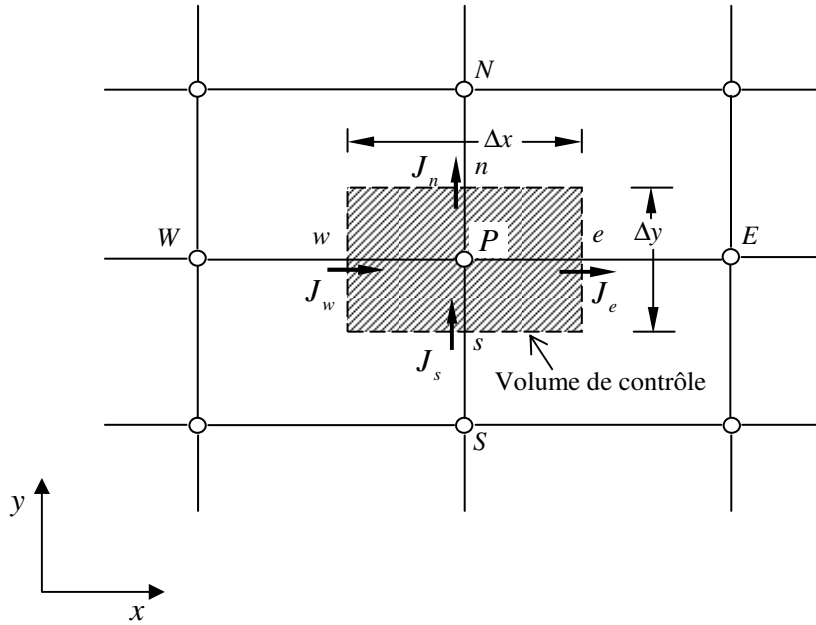
Avec :

U : composante de la vitesse adimensionnelle suivant X

V : composante de la vitesse adimensionnelle suivant Y

$\Gamma$  : coefficient de diffusion

Considérons le volume de contrôle sur la figure (III.3).



**Figure III.3 : Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel.**

L'intégration de l'équation (III.3) sur le volume de contrôle de la figure (III.3) donne :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = \iiint_V S_\phi dV \quad (III.4)$$

où les indices  $_e, _w, _n, _s$ , indiquent que les quantités correspondantes sont évaluées aux faces est, ouest, nord et sud du volume de contrôle, respectivement, et les quantités  $J_e, J_w, J_n$  et  $J_s$  sont les flux totaux intégrés sur les faces du volume de contrôle, où leurs expressions sont donnés par :

$$\left\{ \begin{aligned} J_e &= \int_s^n \left( \rho U \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e dy = \left[ (\rho U)_e \phi_e - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta x_{EP}} (\phi_E - \phi_P) \right] \Delta y_{ns} \\ J_w &= \int_s^n \left( \rho U \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w dy = \left[ (\rho U)_w \phi_w - \frac{\Gamma_{\phi,w}}{\Delta x_{WP}} (\phi_P - \phi_W) \right] \Delta y_{ns} \\ J_n &= \int_w^e \left( \rho V \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_e dx = \left[ (\rho V)_n \phi_n - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta x_{NP}} (\phi_N - \phi_P) \right] \Delta x_{ew} \\ J_s &= \int_w^e \left( \rho V \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s dx = \left[ (\rho V)_s \phi_s - \frac{\Gamma_{\phi,n}}{\Delta x_{PS}} (\phi_P - \phi_S) \right] \Delta x_{ew} \end{aligned} \right. \quad (III.5)$$

La tâche la plus difficile dans l'évaluation de  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  et  $J_s$  est celle de l'approximation des quantités  $\phi_e$ ,  $\phi_w$ ,  $\phi_n$  et  $\phi_s$ .

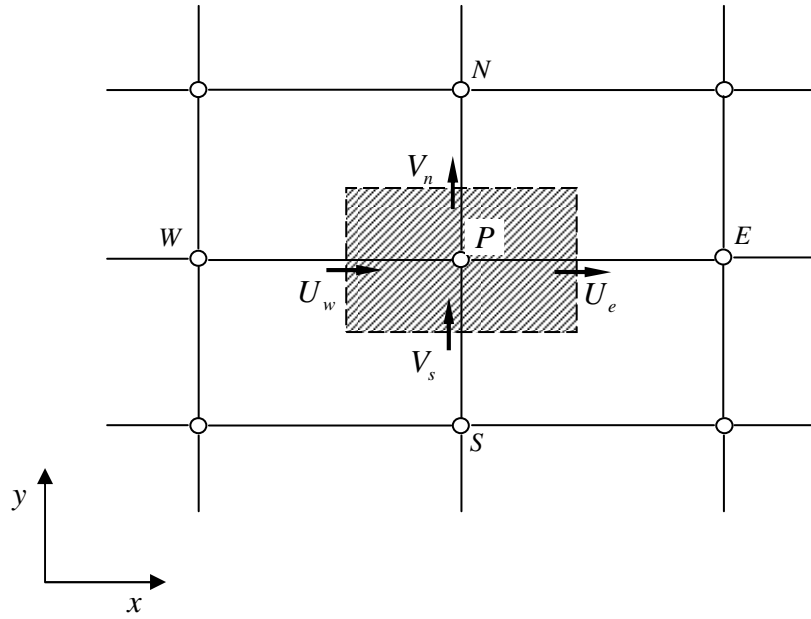


Figure III.4 : Volume d'intégration de l'équation de continuité.

De la même façon, l'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle de la figure (III.5) conduit à :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (III.6)$$

Où  $F_e$ ,  $F_w$ ,  $F_n$  et  $F_s$  sont les flux de masse de l'écoulement à travers les faces du volume de contrôle définis par :

$$\begin{cases} F_e = (\rho U)_e \Delta y_{ns} \\ F_w = (\rho U)_w \Delta y_{ns} \\ F_n = (\rho V)_n \Delta y_{ew} \\ F_s = (\rho U)_s \Delta y_{ew} \end{cases} \quad (III.7)$$

L'intégration du terme source est obtenue en supposant que  $S_\phi$  est uniforme sur le volume de contrôle.

$$\iint_V S_\phi dV \cong S_U + S_P \phi_P \quad (III.8)$$

Effectuons l'opération  $(III.4) - (III.6)(\phi_P)$  et remplaçons le terme source par son expression (III.8) dans l'équation (III.4), après quelques manipulations, on obtient:

$$(J_e - F_e \phi_P) - (J_w - F_w \phi_P) + (J_n - F_n \phi_P) - (J_s - F_s \phi_P) = S_U + S_P \phi_P \quad (III.9)$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (III.9) comme suit :

$$\begin{cases} j_e - F_e \phi_e = a_E (\phi_P - \phi_E) \\ j_w - F_w \phi_w = a_W (\phi_P - \phi_W) \\ j_n - F_n \phi_n = a_N (\phi_P - \phi_N) \\ j_s - F_s \phi_s = a_S (\phi_P - \phi_S) \end{cases} \quad (III.9)$$

Avec :

$$\begin{cases} A_E = D_e A (|P_e|) + \|-F_e, 0\| \\ A_W = D_w A (|P_w|) + \|-F_w, 0\| \\ A_N = D_n A (|P_n|) + \|-F_n, 0\| \\ A_S = D_s A (|P_s|) + \|-F_s, 0\| \end{cases} \quad (III.10)$$

$$F_e = U_e \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \quad F_s = V_s \Delta X \quad F_n = V_n \Delta X \quad (III.11)$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{\delta X_e} \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{\delta X_w} \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{\delta Y_s} \quad D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{\delta Y_n} \quad (III.12)$$



$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (\text{III.13})$$

L'équation de discrétisation devient :

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_N \phi_N + A_s \phi_s + A_w \phi_w + b \quad (\text{III.14})$$

Où

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S - S_p \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.15})$$

$$b = S_c \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.16})$$

$A_E, A_W, A_N, A_S$  et  $A_p$  : sont les coefficients correspondant, respectivement aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et centre du volume.

$b$  : est un terme source supposé être constant dans le volume de contrôle.

$F_e, F_n, F_w, F_s$  et  $D_e, D_w, D_n, D_s$  : sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord, Sud.

$P_e, P_n, P_w, P_s$  : désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif aux différents faces du volume de contrôle.

#### a) Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X

$$A_p(i, J)U(i, J) = A_E(i, J) \cdot U(i+1, J) + A_W(i, J)U(i-1, J) + A_N(i, J)U(i, J+1) + A_S(i, J) \cdot U(i, J-1) + \varepsilon^2 [P(I, J) - P(I+1, J)] \Delta Y + b(i, J) \quad (\text{III.17})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_E(i, J) = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, J) = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, J) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, J) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\ A_p(i, J) = A_E(i, J) + A_W(i, J) + A_N(i, J) + A_S(i, J) - S_p \Delta X \Delta Y \\ S_p = -\varepsilon^2 \left[ \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2(i, J) + V^2(i, J)} \right] \\ b(i, J) = S_c \Delta X \Delta Y \end{array} \right. \quad (\text{III.18})$$

- Les flux convectifs

$$\begin{cases} F_e = \frac{1}{2}(F_{i+1,j} + F_{i,j}) \\ F_w = \frac{1}{2}(F_{i,j} + F_{i-1,j}) \\ F_n = \frac{1}{2}(F_{i,j+1} + F_{i-1,j+1}) \\ F_s = \frac{1}{2}(F_{i,j} + F_{i-1,j}) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

▪ Les flux diffusifs

$$D_e = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta Y}{\delta X_e} \quad D_w = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta Y}{\delta X_w} \quad D_n = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta X}{\delta Y_n} \quad D_s = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta X}{\delta Y_s} \quad (\text{III.20})$$

**b) Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y**

$$\begin{aligned} A_p(I,j)Y(I,j) = & A_e(I,j)Y(I+1,j) + A_w(I,j)Y(I-1,j) + A_n(I,j)Y(I,j+1) \\ & + A_s(I,j)Y(I,j-1) + \varepsilon^2 [P(I,J) - p(I,J+1)] \Delta X + b(I,j) \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$\begin{cases} A_p(I,j) = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_w(I,j) = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_n(I,j) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_s(I,j) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\ A_p(I,j) = A_e(I,j) + A_w(I,j) + A_n(I,j) + A_s(I,j) - S_p \Delta X \Delta Y \\ S_p = -\varepsilon^2 \left[ \frac{1}{Da \cdot \text{Re}} + \frac{F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2(i,J) + V^2(i,J)} \right] \\ b(I,j) = S_c \Delta X \Delta Y \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

▪ Les flux convectifs

$$\begin{cases} F_e = \frac{1}{2}(F_{i+1,J} + F_{i+1,J-1}) \\ F_w = \frac{1}{2}(F_{i,J} + F_{i,J-1}) \\ F_n = \frac{1}{2}(F_{I,j} + F_{I,j+1}) \\ F_s = \frac{1}{2}(F_{I,j} + F_{I,j-1}) \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

▪ Les flux diffusifs

$$D_e = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta Y}{\delta X_e} \quad D_w = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta Y}{\delta X_w} \quad D_n = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta X}{\delta Y_n} \quad D_s = \left( \frac{\varepsilon \mu^*}{\text{Re}} \right) \frac{\Delta X}{\delta Y_s} \quad (\text{III.24})$$

**C) Equation d'énergie :**

$$A_p(I, J) \cdot \theta(I, J) = A_E(I, J) \cdot \theta(I+1, J) + A_W(I, J) \cdot \theta(I-1, J) + A_N(I, J) \cdot \theta(I, J+1) + A_S(I, J) \cdot \theta(I, J-1) \quad (\text{III.25})$$

Avec :

$$\begin{cases} A_E(I, J) = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(I, J) = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(I, J) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(I, J) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\ A_p(I, J) = A_E(I, J) + A_W(I, J) + A_N(I, J) + A_S(I, J) \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

- Les flux convectifs

$$\begin{cases} F_e = U(i, J) \Delta Y \\ F_w = U(i-1, J) \Delta Y \\ F_s = V(I, j) \Delta X \\ F_n = V(I, j-1) \Delta X \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

- Les flux diffusifs

$$D_e = \left( \frac{k_{effe}^*}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \right) \frac{\Delta Y}{\delta X_e} \quad D_w = \left( \frac{k_{effe}^*}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \right) \frac{\Delta Y}{\delta X_w} \quad D_n = \left( \frac{k_{effe}^*}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \right) \frac{\Delta X}{\delta Y_n} \quad D_s = \left( \frac{k_{effe}^*}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \right) \frac{\Delta X}{\delta Y_s} \quad (\text{III.28})$$

La fonction  $A(|P|)$  est choisie en fonction du schéma de discrétisation désiré.

### III.4 Mise en œuvre numérique :

A l'heure actuelle, il existe un certain nombre de codes industriels conviviaux, aux meilleurs performants, permettant la prédiction d'écoulement fluides par la résolution des équations de Navier-Stokes grâce aux méthodes des volumes finis, des différences finies ou des éléments finis (FLUENT, CFX-F3D, PHOENICS, STAR-CD, TRIO). Pour notre travail, nous avons eu recours au code FLUENT, commercialisé par Fluent « Incorporated ». La première version était lancée en Octobre 1983, nous disposons de la version 6.2.16. C'est un code écrit avec le langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la

mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés, pour une exécution plus efficace.

Dans ce qui suit, nous nous attardons essentiellement sur les options qu'il propose pour des problèmes tels que le notre. Pour un supplément d'informations sur ses capacités de modélisation, il est conseillé de se référer à la documentation du logiciel.

Le logiciel propose de nombreux modèles physiques et schémas numériques avec lesquels l'utilisateur est normalement en mesure de modéliser tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques... etc. Toutefois, il existe dans la nature une multitude de comportements physiques différents et il est impossible pour un logiciel de tous les prendre en compte. C'est pourquoi, l'un des avantages de FLUENT réside dans la possibilité de créer des sous-programmes (macros) en *C* dans le but de spécifier des options trop compliquées pour être prévues par le logiciel. Sur le plan physique, elles permettent par exemple de spécifier des conditions initiales et aux limites, d'ajouter des termes sources à certaines équations, de modifier des lois de comportement au niveau des parois. Sur le plan numérique, elles rendent également possible la spécification d'une grille variant avec le temps, la modification des schémas de résolution, le contrôle et l'optimisation de la convergence au cours des itérations.

#### **III.4.1 Structure du code FLUENT :**

Pour simuler les écoulements à travers les géométries les plus complexes, ce code intègre trois modules importants :

- **FLUENT** : Solveur, prépare les conditions initiales et aux limites, résout les équations à l'aide des modèles existant à son niveau et visualise les différents résultats à l'écran.
- **GAMBIT** : Préprocesseur pour la préparation de la configuration géométrique et la génération du maillage en 2D et 3D de types structurés, non structurés ainsi que hybrides. Identification des conditions aux limites pour le code FLUENT. L'importation des géométries à partir des logiciels CAD/CAE tels que : Auto CAD, ANSYS, I-DEAS, NASTRAN, PATRAN, et d'autres.
- **TGRID** : Préprocesseur additionnel qui peut produire des maillages volumiques à partir des maillages surfaciques existants importés de GAMBIT

ou des logiciels CAD/CAE.

La figure (III.5) représente la structure de base du code FLUENT.

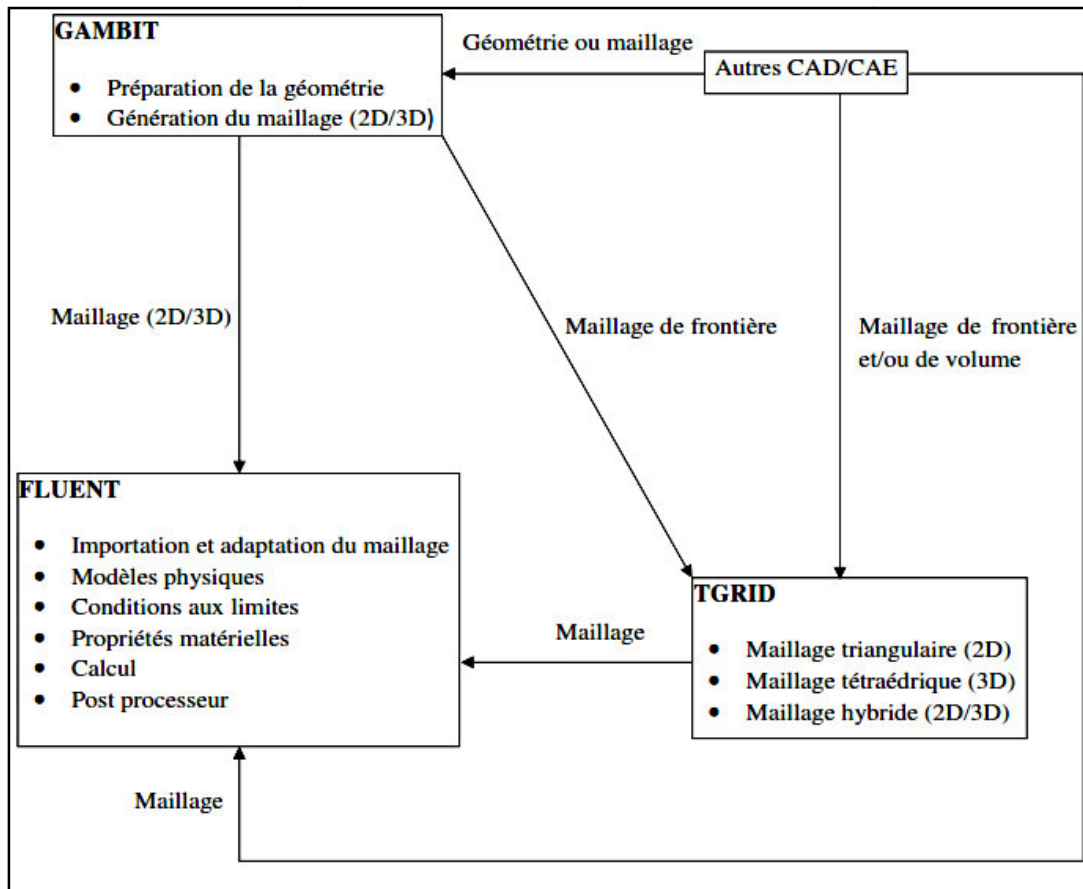


Figure III.5 : Structure de base du Code FLUENT.

#### III.4.2 Schémas de discrétisation :

Il existe plusieurs schémas de discrétisation dans la littérature qui sont discutés en détail par Patankar (1980) [37] et Versteeg et Malalasekera (1995) [38]. Les différents schémas proposés par sont donnés dans le tableau (III.1). Sous FLUENT, les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence. Alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Il existe aussi d'autres schémas de discrétisation :

- Le schéma "QUICK" (Quadratic Upwind Interpolation for Convective

Kinetics) : Il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne s'applique pas à un maillage triangulaire.

- Le schéma "Power Law" est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds ( $< 5$ ). Sinon, il procure en général le même degré de précision.

Schéma de discrétisation	Formule de $A( P )$
Centré	$1 - 0.5 P $
Décentré amont (Upwind)	1
Hybride	$\max(0, 1 - 0.5 P )$
Loi de puissance	$\max\left(0, (1 - 0.1 P )^5\right)$
Exponentiel (exacte)	$ P  / [\exp( P ) - 1]$

**Tableau III.1 : Expression de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas.**

#### III.4.3 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse :

Trois algorithmes sont disponibles dans le logiciel de calcul :

- SIMPLE : le plus robuste.
- SIMPLEC : il donne une convergence plus rapide pour les problèmes simples.
- PISO : il est utile pour des problèmes des écoulements instables.

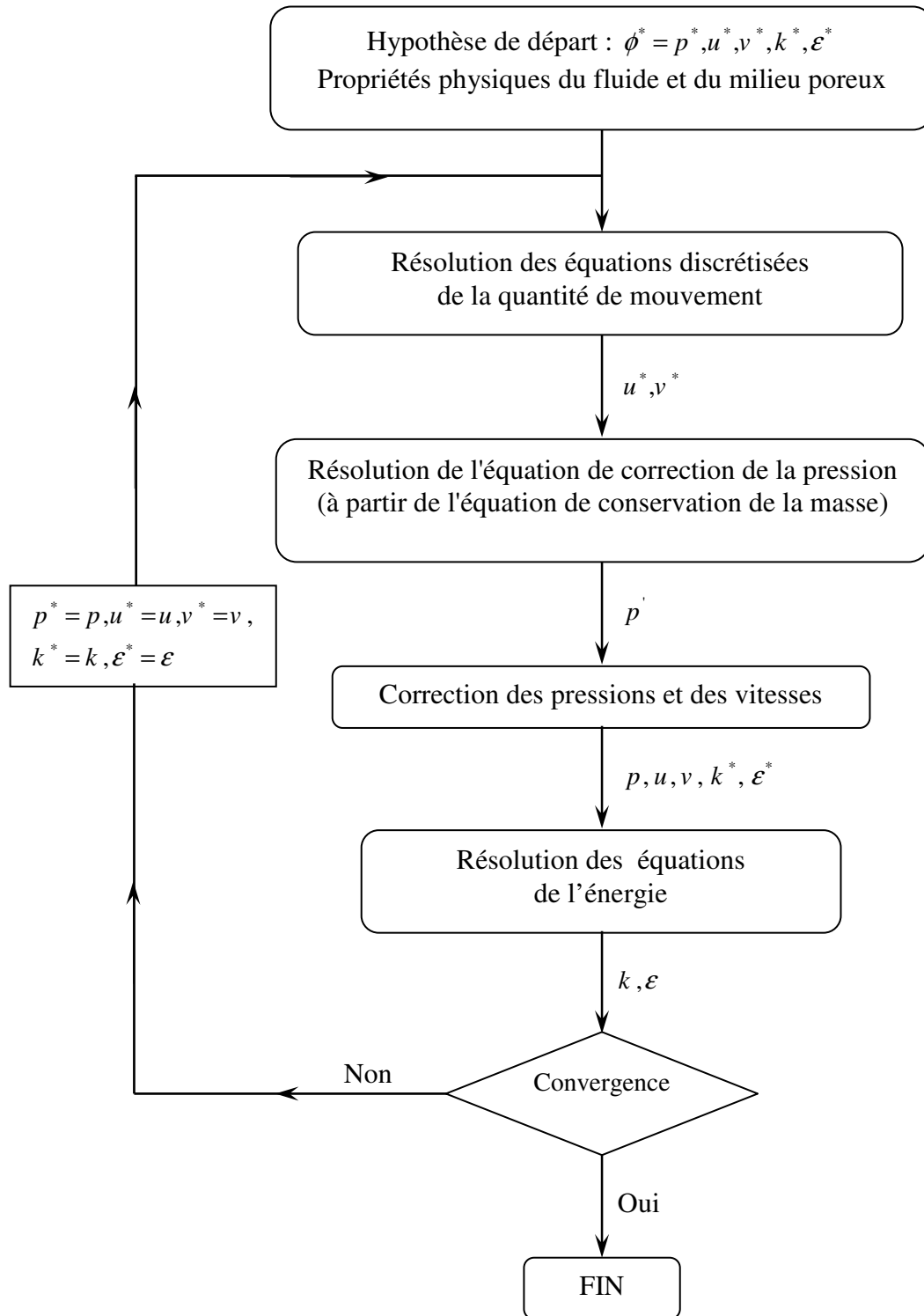
L'algorithme choisit dans notre étude est l'algorithme SIMPLE [41]. A l'initialisation du calcul, un champ de pression fixé *a priori* est introduit dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement, permettant de calculer un premier champ de vitesse. La combinaison des équations de bilan de masse et de quantité de mouvement permet ensuite de corriger ces premiers champs de pression et de vitesse. Les autres équations de transports sont ensuite résolues et le champ de pression corrigé est utilisé pour initialiser le calcul à l'itération suivante. Cette succession d'opération est répétée jusqu'à ce que les critères de convergences soient atteints.

### **III.4.3.1 Algorithme SIMPLE**

La discrétisation d'une équation de transport diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes  $(U_e, U_w, U_n, U_s)$ . Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolations). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées "staggeredgrid". Une grille principale est construite sur laquelle on calcule la pression, la température et la concentration. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

L'algorithme SIMPLE, acronyme pour « Semi-Implicit Method for Pressure Linked-Equations » permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées, en vue de vérifier l'équation de conservation de la masse.

Le schéma représentatif de ce processus itératif est le suivant :



**Figure III.6: Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE.**

$u$  et  $v$  sont les deux composantes de vecteur de vitesse,  $p$  représente la pression,  $\phi^*$  est défini par :  $\phi = \phi^* + \phi'$ ,  $\phi'$  est une correction.



## III.5 Résolution numérique

### III.5.1 Introduction

Nous avons décrit auparavant les méthodes de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement et le transfert thermique qui peuvent se mettre pour la variable  $\phi$  en chaque volume de contrôle élémentaire, sous la forme suivante :

$$a_P \phi_{i,j} = a_E \phi_{i+1,j} + a_W \phi_{i-1,j} + a_N \phi_{i,j+1} + a_S \phi_{i,j-1} + b \quad (\text{III.29})$$

Ce processus conduit à un système d'équations algébrique linéaire qui doit être résolu. La complexité et la dimension de l'ensemble d'équations dépendent du dimensionnement du problème, du nombre de nœuds de la grille et de la méthode de discrétisation. Il y a deux méthodes pour la résolution des équations algébriques linéaires : les méthodes directes et les méthodes indirectes ou itératives. Les exemples simples des méthodes directes sont la règle de Cramer par l'inversion de la matrice et la méthode de Gauss.

Les méthodes itératives sont basées sur une application répétée d'un algorithme relativement simple qui mène à la convergence éventuelle après un nombre de répétitions. Les exemples les plus connus sont de Jacobi et Gauss Seidel, méthodes d'itération point par point. Les méthodes itératives sont plus économiques que les méthodes directes.

FLUENT résout ce système linéaire par la méthode de Gauss-Seidel conjointement avec une méthode à grille multiple algébrique (*AMG*).

### III.5.2 Critère de convergence

Si les équations de transport discrétisées sont résolues exactement, les deux membres de ces équations seront certainement égaux. Cependant, puisque les équations associées sont non linéaires et couplées et exigent une solution itérative, un déséquilibre ou résidu peuvent exister entre les deux membres de l'équation discrétisée. Le résiduel pour la variable  $\phi$  dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

$$R_\phi = a_P \phi_P - \sum_i a_i \phi_i - S \quad (\text{III.30})$$

Si le calcul converge complètement la valeur de  $R_\phi$  tend vers zéro.

La convergence de la résolution itérative est contrôlée par l'évolution des résidus au cours des itérations ainsi que par l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable.

### **III.5.3 Stabilité numérique**

La sous-relaxation est nécessaire pour assurer la convergence totale des calculs à une solution, parce que les équations sont fortement couplées et non linéaire. Quand des valeurs appropriées de sous-relaxation sont utilisées, de grandes variations des variables sont évitées. En outre, elle donne un moyen pour égaliser les taux de convergence des diverses équations couplées. Donc les deux principales sources d'instabilité dans la solution des équations sont ainsi commandées par la technique de sous-relaxation.

Rappelons ici que dans le code FLUENT la méthode de Gauss-Seidel est contrôlée par un coefficient de sous-relaxation  $\alpha$  :

$$\phi^{(k)} = \phi^{(k-1)} + \alpha \Delta\phi \quad (\text{III.31})$$

où  $(k)$  représente l'avancement des itérations successives, et  $\Delta\phi$  la différence entre les résultats des deux itérations  $(k-1)$  et  $(k)$ .

Le code FLUENT offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements et permet d'agir sur eux. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

### **III.5.4 Étapes de résolution du problème**

La mise en œuvre de la simulation numérique impose de suivre un certain nombre d'étapes détaillées ci-dessous :

#### **GAMBIT :**

1. Créer la configuration géométrique et générer le maillage,

#### **FLUENT :**

2. Lancer le solveur approprié pour la modélisation en deux ou trois dimensions,
3. Importer et dimensionner le maillage,

4. Sélectionner les modèles physiques,
5. Définir les propriétés des matériaux,
6. Définir les conditions de calcul,
7. Définir les conditions aux limites,
8. Fournir une solution initiale,
9. Régler les paramètres du solveur,
10. Régler les moniteurs de convergence,
11. Calculer et surveiller la solution,
12. Post-Processing :
  - a. Interaction avec le solveur,
  - b. Analyse des résultats : Il s'agit de la partie la plus importante. Il faut vérifier la cohérence physique des résultats obtenus (profils de vitesse et/ou grandeurs globales) en les comparant dans la mesure du possible avec des résultats expérimentaux,
  - c. Exploitations des résultats : Nous disposons à l'issue de la simulation des profils de vitesse, de dissipation d'énergie, de pression...etc.
13. Si nécessaire, raffiner la grille ou faire des révisions au modèle numérique ou physique.

### **III.6 Les principales étapes à suivre sur Fluent pour ce travail :**

#### **III.6 .1 GAMBIT :**

##### **III.6 .1.1 Création la configuration géométrique :**

Elle est créée à partir de points, de cotés, de surfaces, de volumes ou d'un groupe de tous ces éléments. On peut effectuer des opérations d'union, de séparation d'effacement de décomposition.

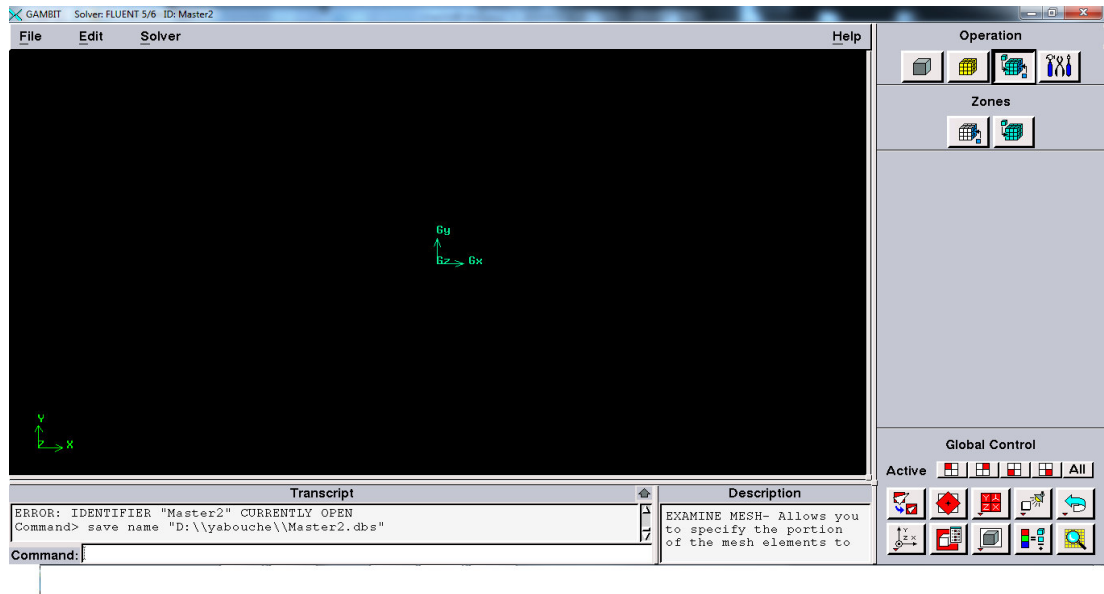


Figure III.7: fenêtre de démarrage du gambit.

Nous créerons d'abord quatre points :

- point 1 (0,0)
- point 2 (50,0)
- point 3 (2.5, 50)
- point 4 (2.5, 0)

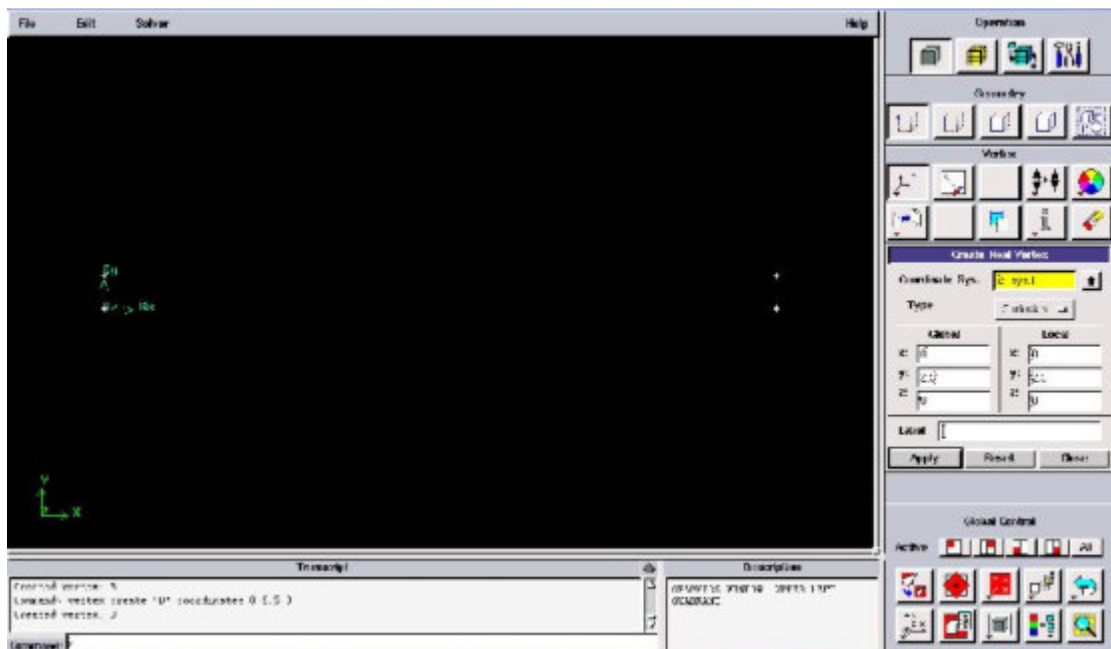


Figure III.8: Création des points.

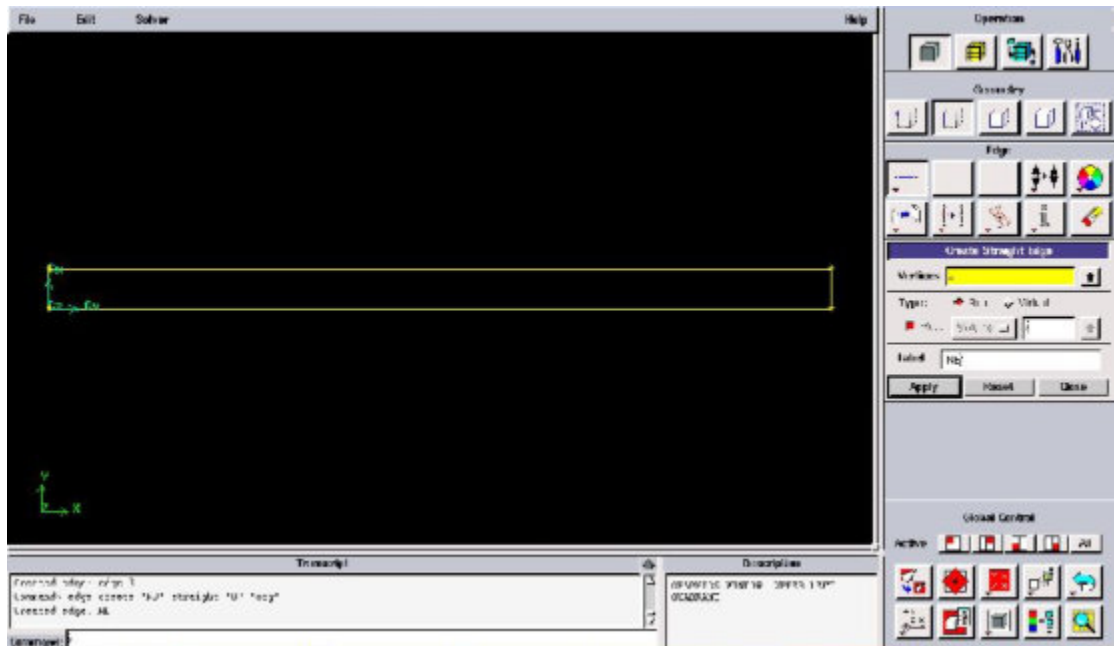


Figure III.9: Enchaînement des points.

### III.6 .1.2 Le maillage

Une fois que la géométrie a été créée, que les conditions aux limites ont été définies, il faut exporter le maillage au fluent.

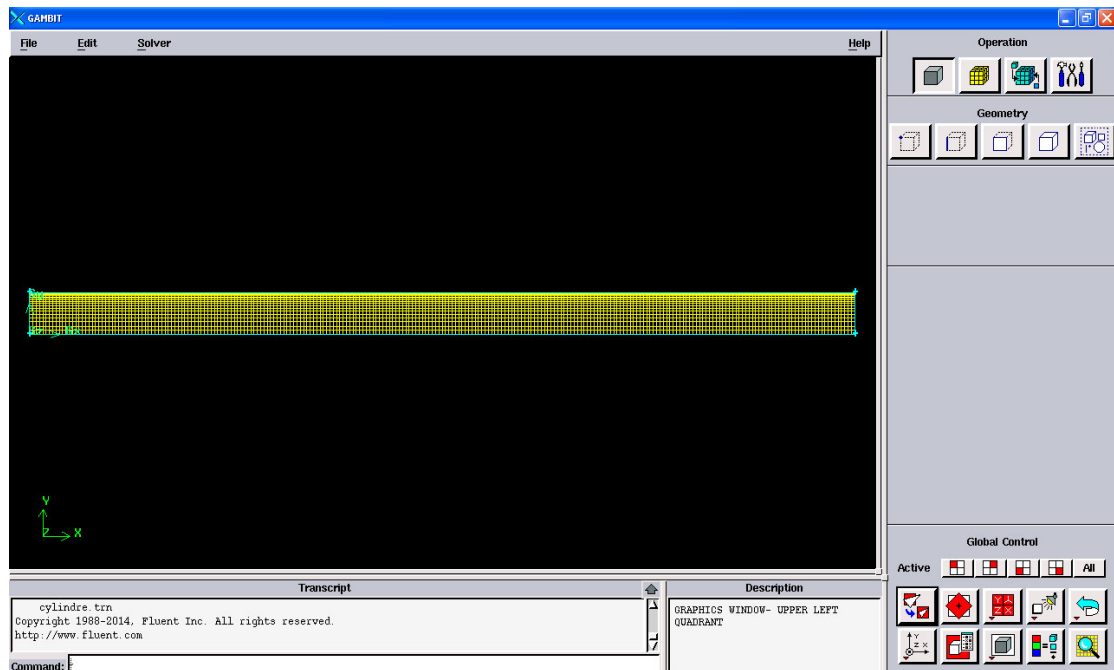


Figure .III.10: Le maillage de la géométrie.

La figure suivante montre la distribution du maillage, il est plus concentré au voisinage de la paroi.

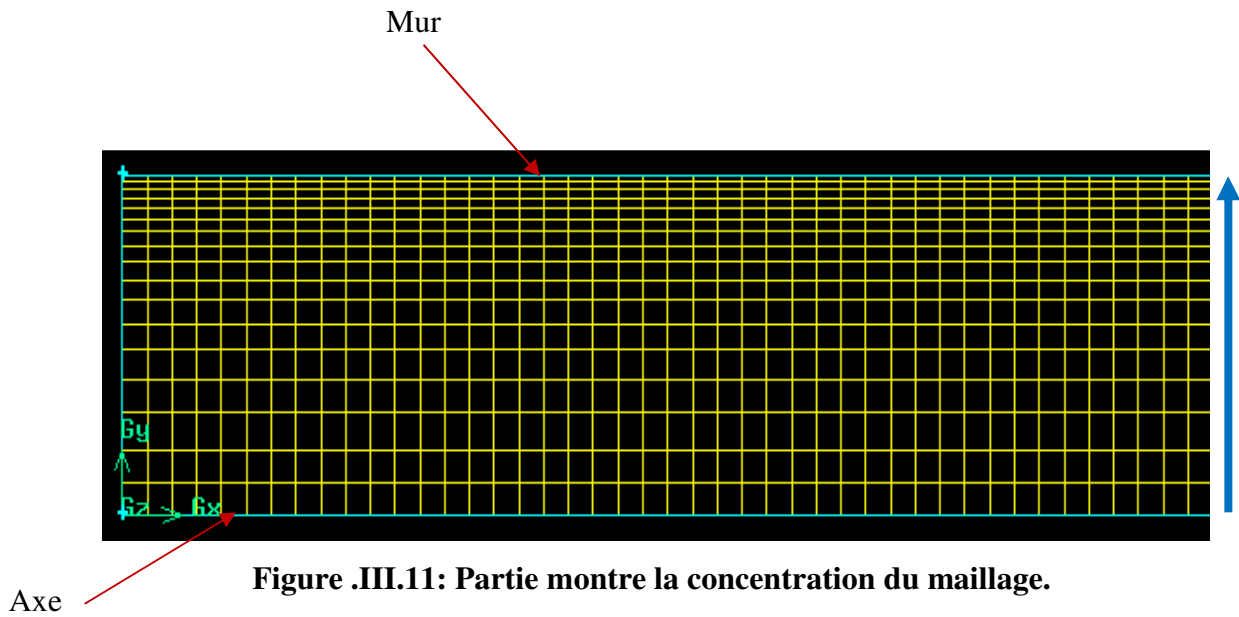


Figure .III.11: Partie montre la concentration du maillage.

## III.6 .2 Fluent

### III.6 .2.1 Importation de la géométrie et vérification le travail préalable dans Gambit:

Pour commencer la simulation il faut importer le fichier (\*.msh) généré sous Gambit.

Importation: file read —→ Case...

Vérification: Grid —→ check

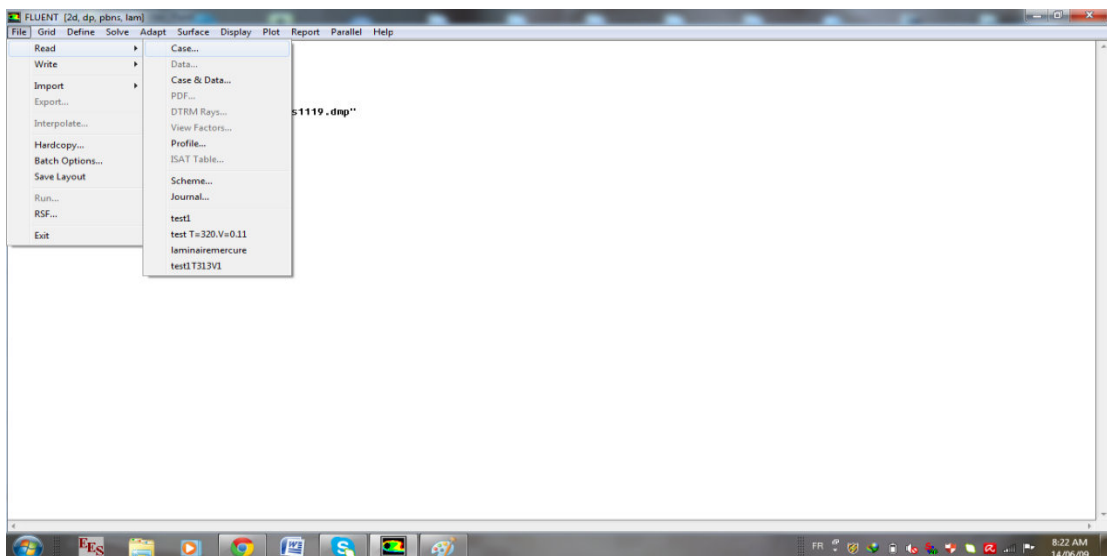


Figure .III.12: Importation de la géométrie

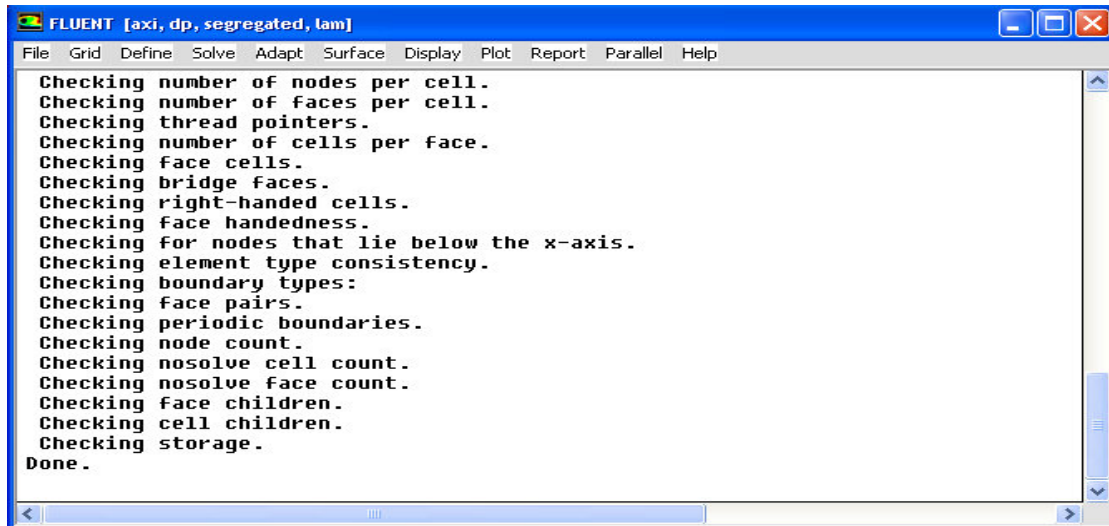


Figure .III.13: Vérification le travail préalable dans Gambit.

### III.6 .2.2 Sélectionner les modèles physiques:

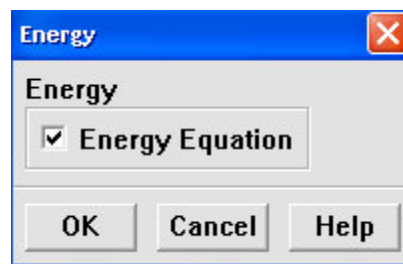


Figure. III.14: Activation de l'équation d'énergie.

Define ———> Modelés ———> Solver...

Segregated Solver: est le plus approprié pour les écoulements incompressibles.

Formulation : implicite

Espace : axisymétrique

On choisit le régime d'écoulement ; stationnaire

Formulation de vitesse : absolue

Formulation du milieu poreux : vitesse superficiel

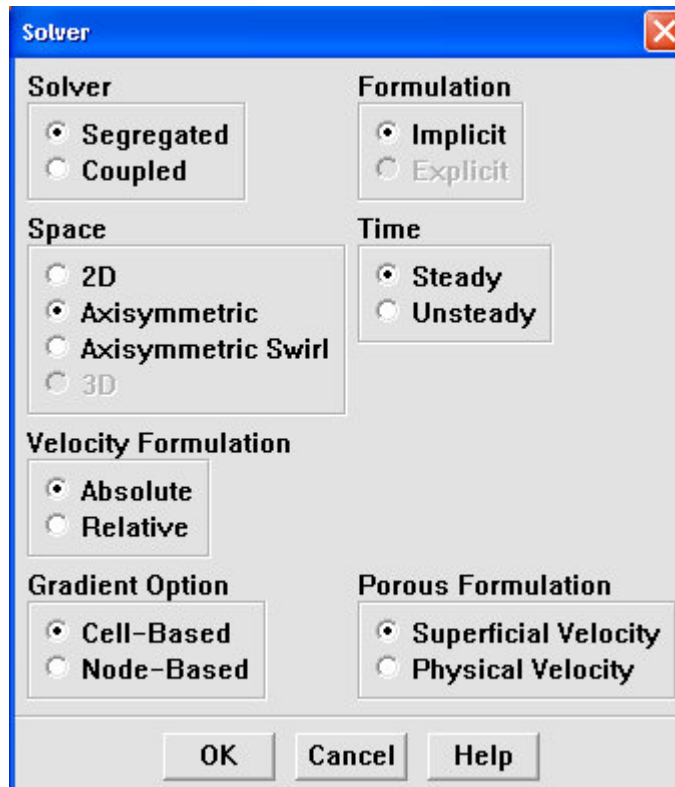


Figure. III.15: Choix du solveur sous Fluent.

### III.6 .2.3 Définir les propriétés des matériaux :

Define Materials →

Les caractéristiques du fluide et du solide sont chargées à partir de la base de données de Fluent, introduits manuellement ou à partir d'une base de données personnelle.

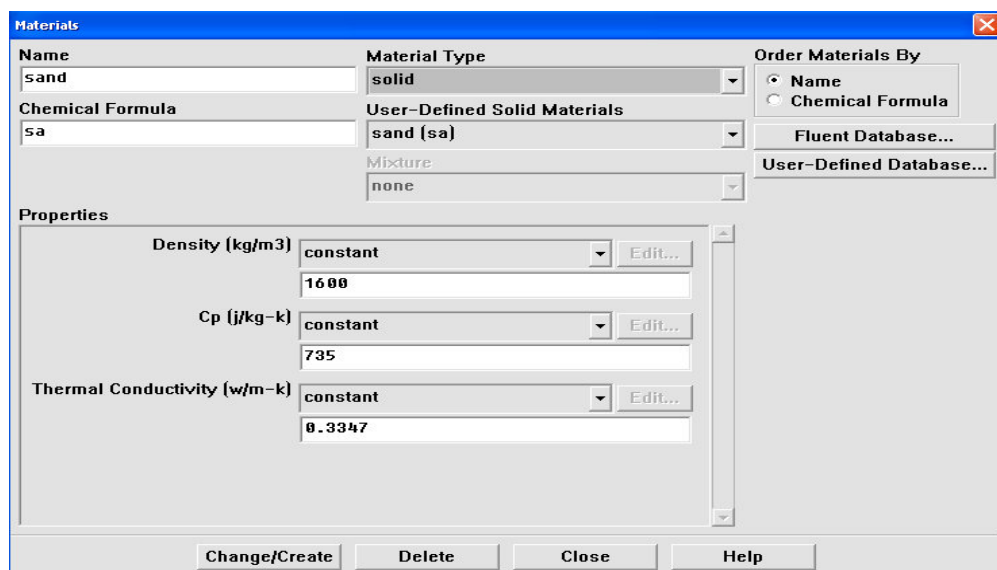


Figure.III.16: Définir les caractéristiques du fluide.



### III.6 .2.4 Définir les conditions initiales et aux limites:

Define Boundary Conditions →

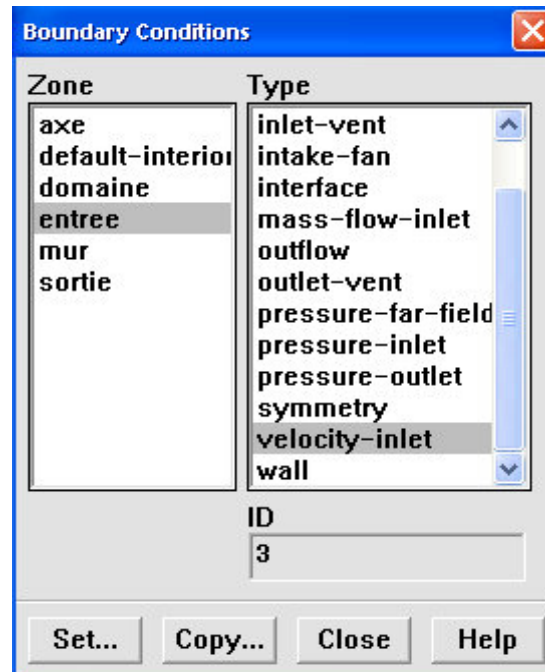


Figure .III.17: Définir les valeurs des conditions initiales et aux limites.

### III.6 .2.5 Fournir une solution initiale :

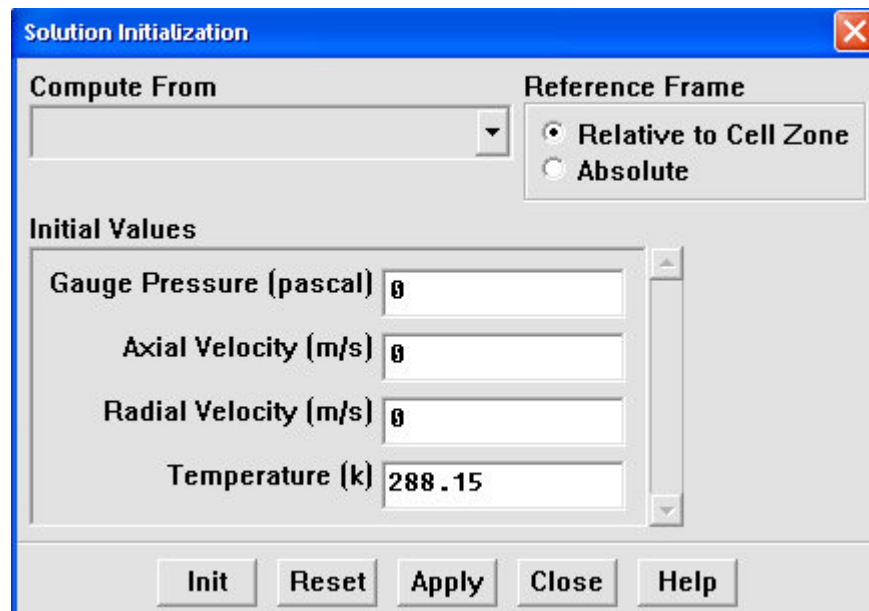


Figure .III.18: Initialisation de la solution.

### III.6 .2.6 Réglage les paramètres du solveur :

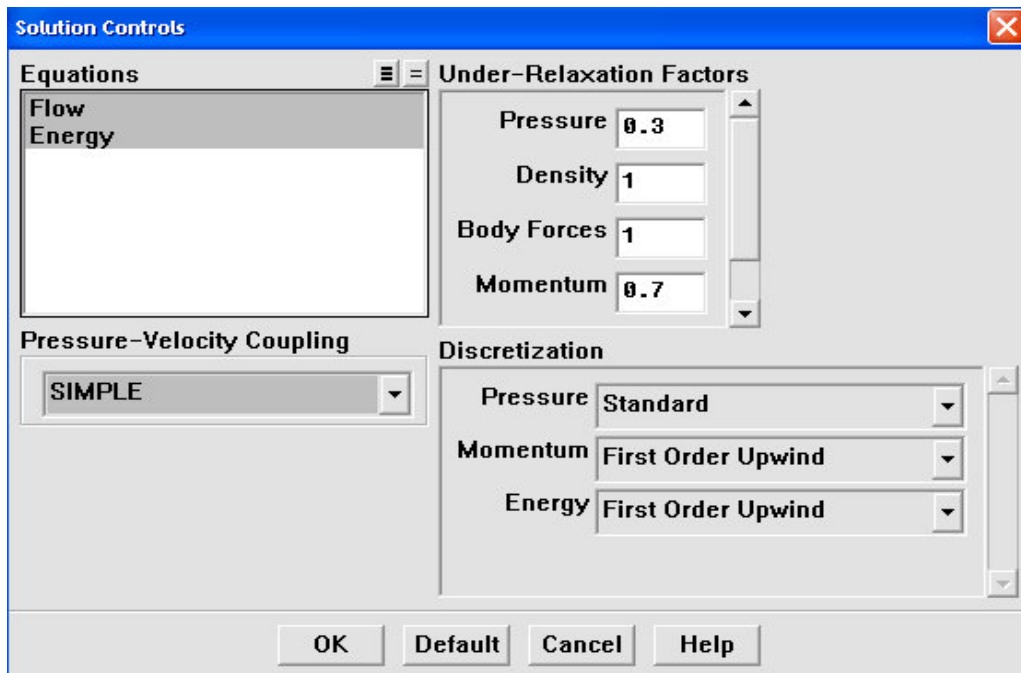


Figure .III.19: Réglage les paramètres du solveur.

### III.6 .2.7 Réglage les moniteurs de convergence :

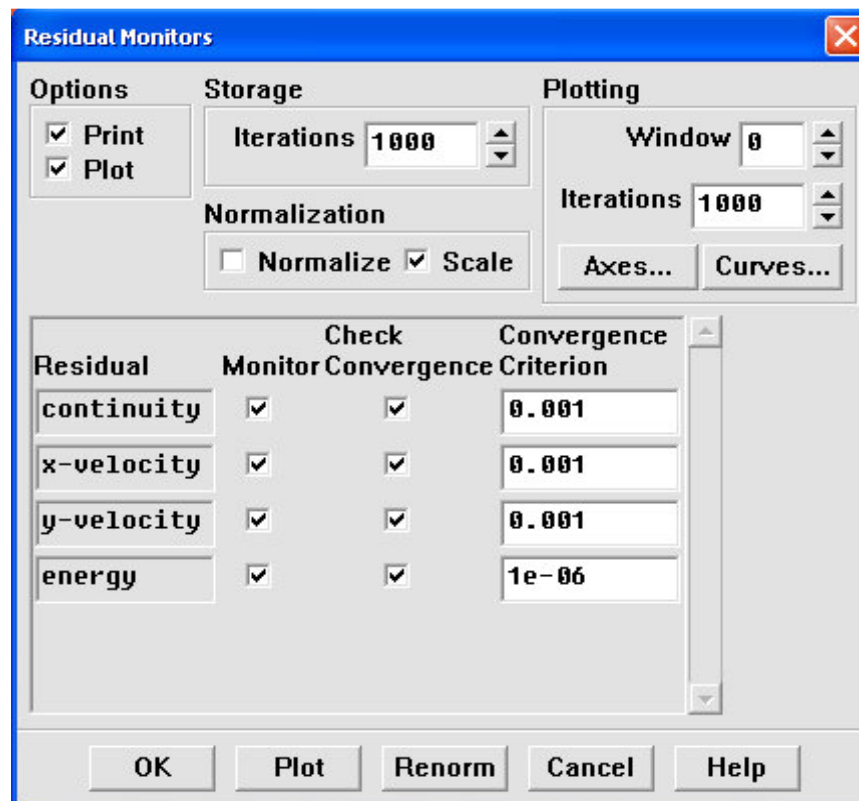


Figure .III.20 : Réglage les moniteurs de convergence.

### III.6 .2.8 Calculer et surveiller la solution :

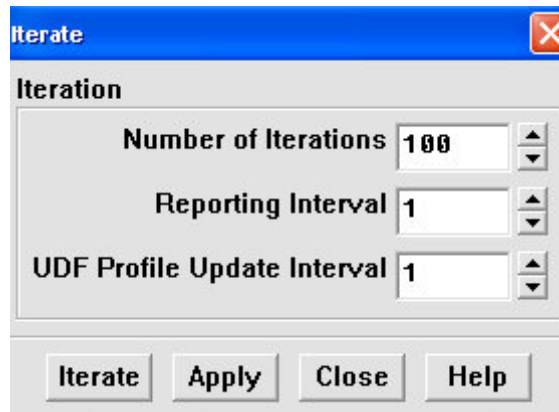


Figure .III.21: L'itération de la solution.

### III.6 .2.9 tracer les courbes :

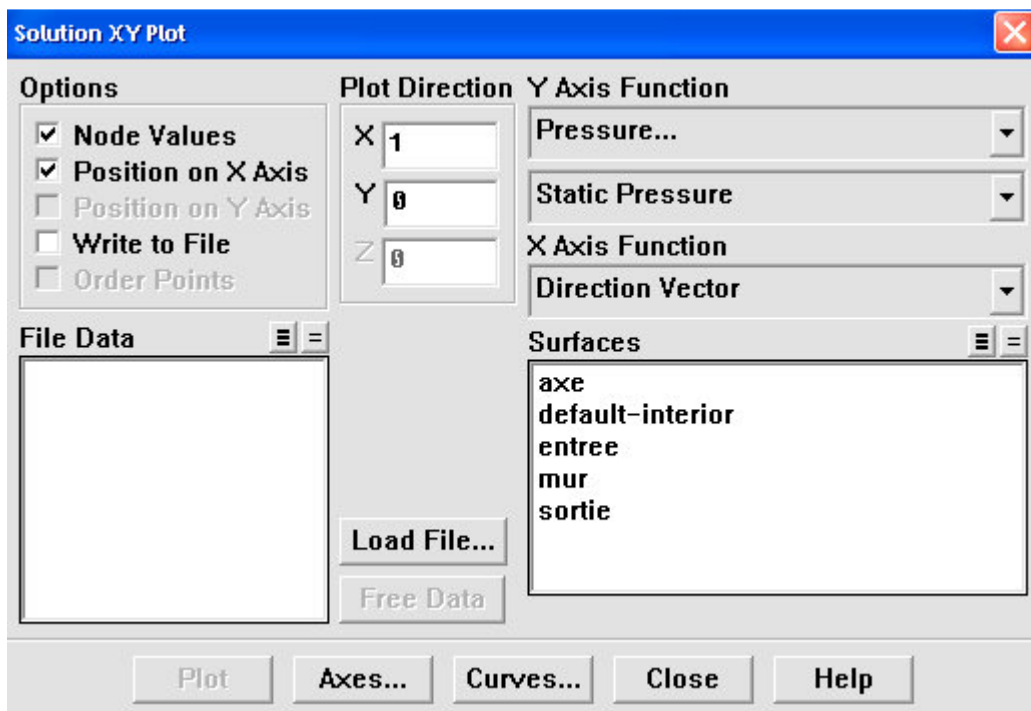


Figure .III.22: tracer la solution xy.

### **III.7 Conclusion :**

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement le code de calcul FLUENT, la méthode de volume fini, les étapes de transformations et de résolution des équations algébriques issues du système physique, également le choix de différents modèles d'interpolations puis les principales étapes à suivre sur fluent pour ce travail.

La résolution effectuée par le logiciel FLUENT donne des résultats qui sont présentés dans le chapitre suivant.

---

# **Chapitre IV :**

## **Résultats et Discussion**

---

## CHAPITRE IV

---

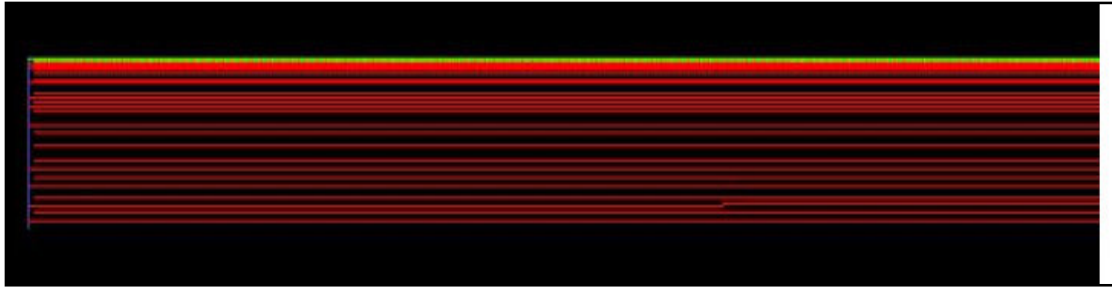
# RÉSULTATS ET DISCUSSION

---

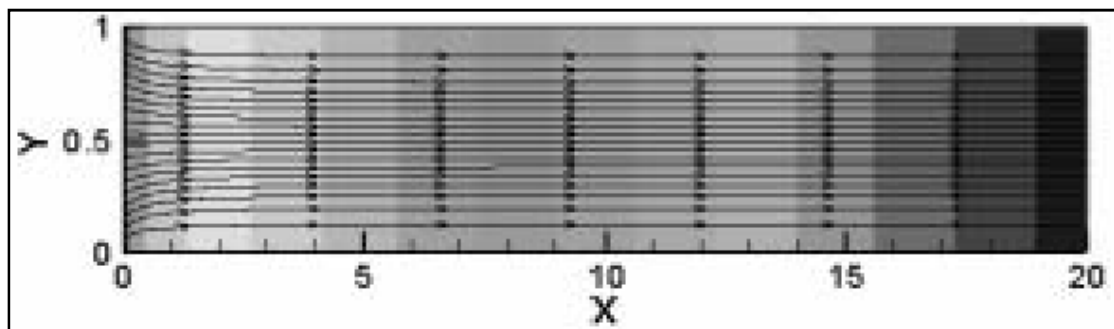
### IV.1 Validation du code de calcul :

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail avec le code FLUENT, une validation de notre simulation numérique a été faite en comparant avec les études numériques et expérimentales de Benmerkhi Meriem [39], Vafai et Kim [17] et Amiri et Vafai [26] qui sont disponibles dans la littérature. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que des références citées. Le Premier a étudié le transfert de chaleur et de matière dans un canal rempli partiellement d'une matière poreuse ; les autres ont étudié la convection forcée dans un canal rempli totalement d'un milieu poreux, la paroi du canal est chauffée par flux de chaleur constant. On a comparé notre résultat avec celui des auteurs des références citées, le rapport d'aspect  $\frac{L}{H} = 20$ .

Notre écoulement et celui de la référence [39], est présenté dans les figures (IV.1) et (IV.2), l'écoulement laminaire obtenu est représenté par les lignes de courant.



**Figure IV.1 : modèle d'écoulement,  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$  (notre résultat).**



**Figure IV.2 : modèle d'écoulement,  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$  (résultat de la référence [39]).**

Dans la figure IV.3 et IV.4, on compare les profils verticaux de la vitesse horizontale. On constate que notre résultat est en accord avec celui de la référence [17], sauf près de la paroi, celle de la référence citée précédemment diminue progressivement, par contre le profil de vitesse de notre résultat passe directement à zéro. Cette différence provient du type de la paroi du canal, dans notre travail la paroi est fictive et l'autre est une paroi réelle.

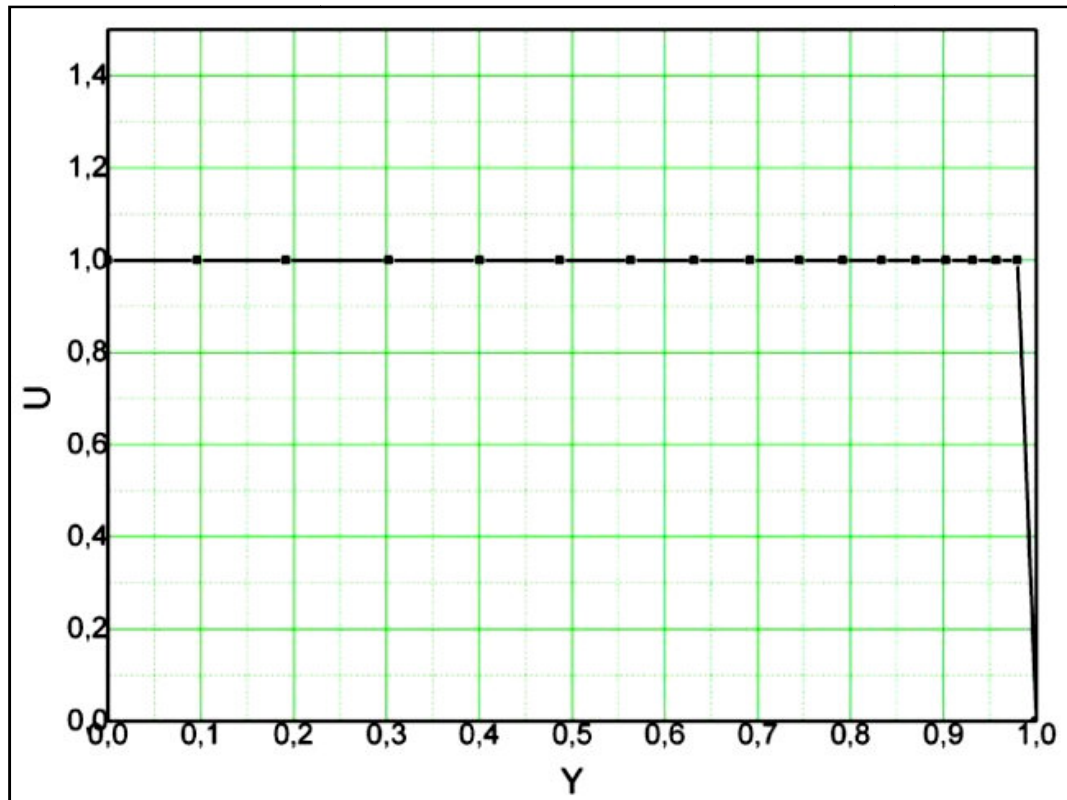


Figure IV.3 : Profile verticale de la vitesse horizontale  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$  (notre résultat).

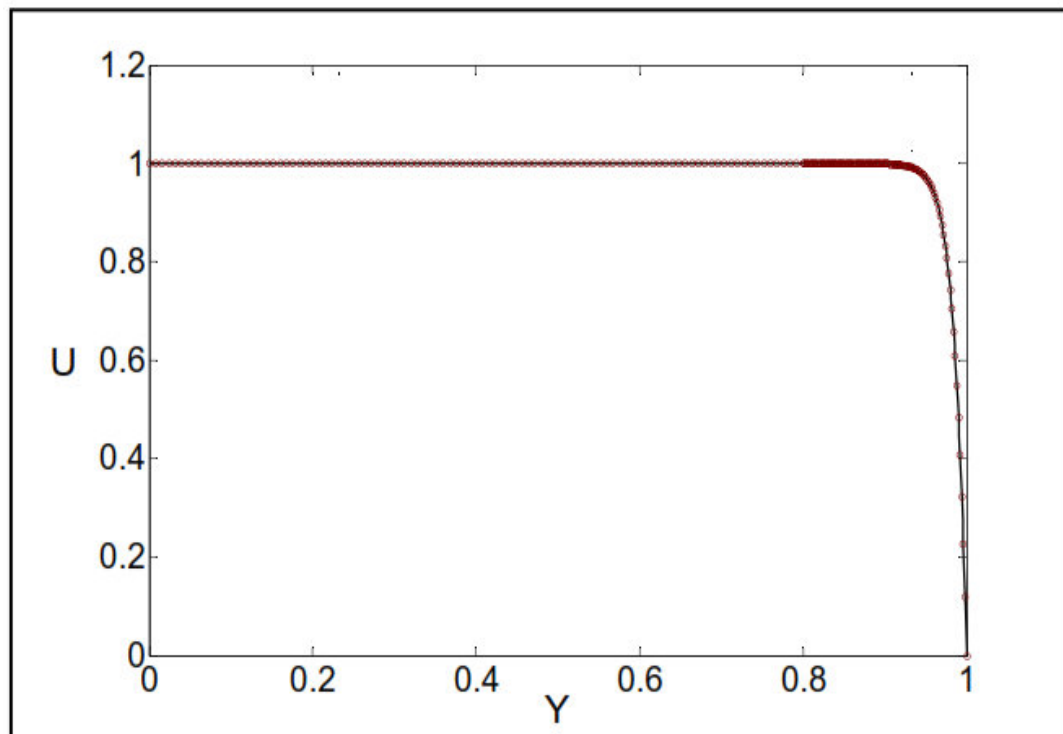


Figure IV.4 : Profile verticale de la vitesse horizontale  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$  (solution analytique de Vafai et Kim [17]).



Dans les figures IV.5 et IV.6, on compare les profils axiaux de la vitesse horizontale à la demi-hauteur du canal. On constate que notre résultat est en accord avec celui de la référence [39] dans la zone poreuse.

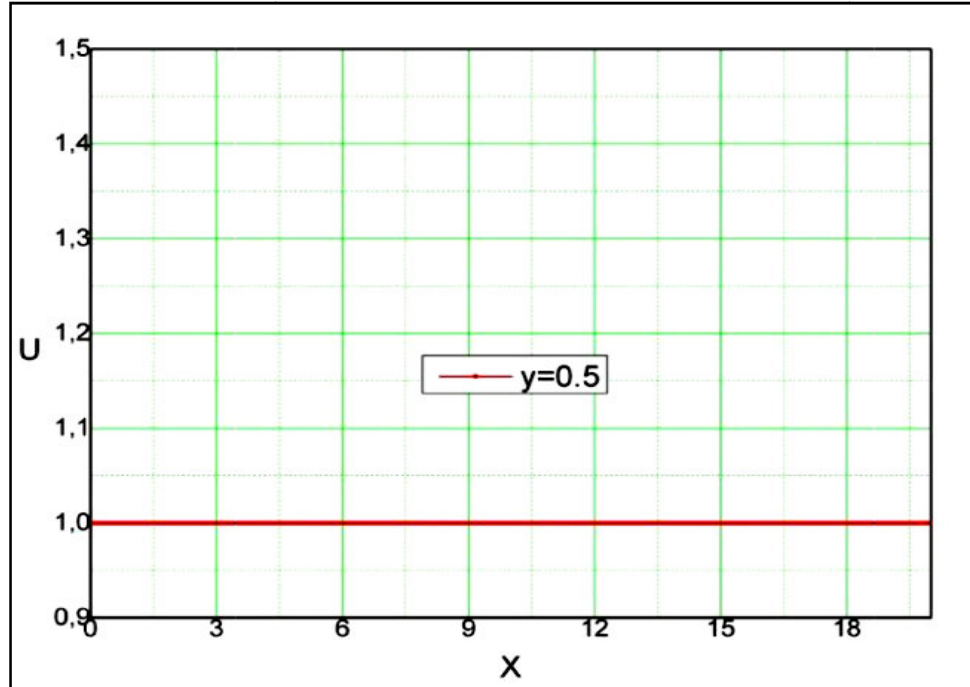


Figure IV.5 : Profile axiale de la vitesse horizontale à la demi-hauteur du cylindre  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$  (notre résultat).

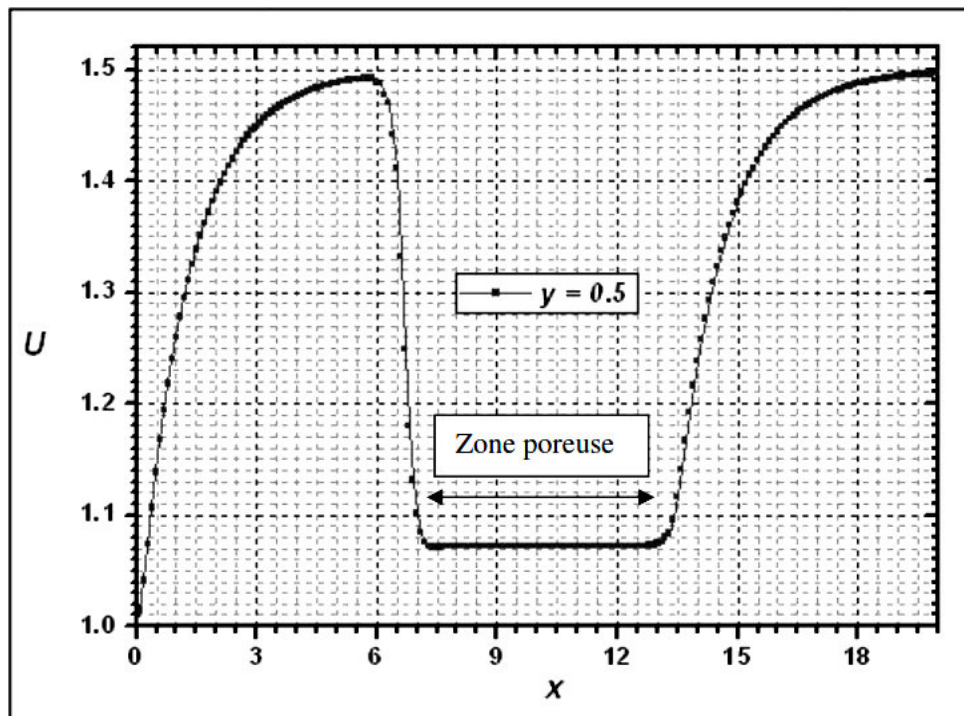
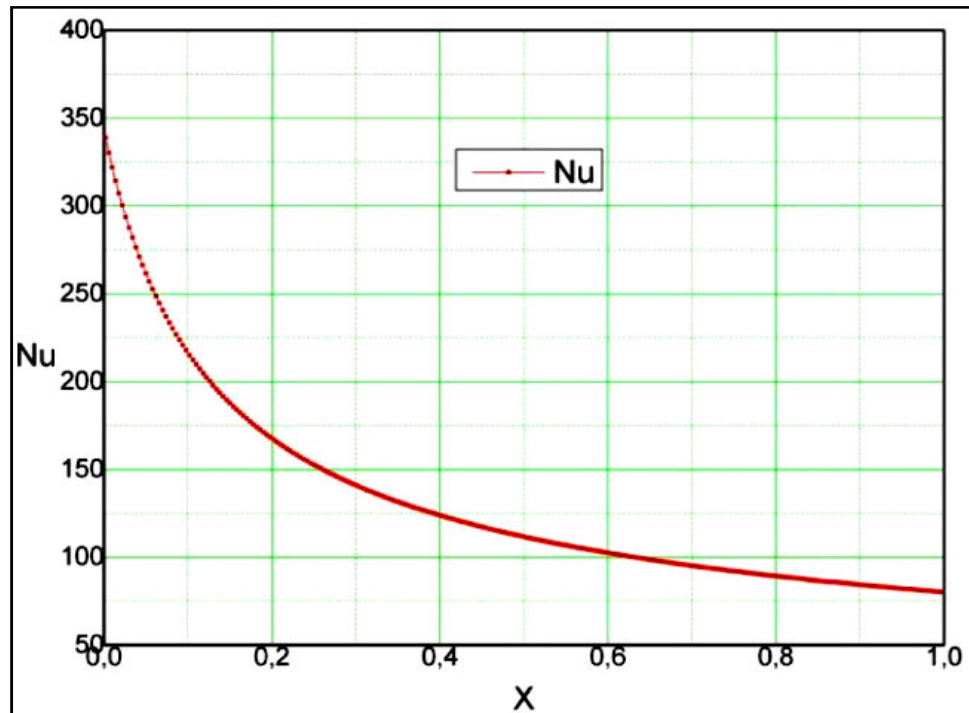
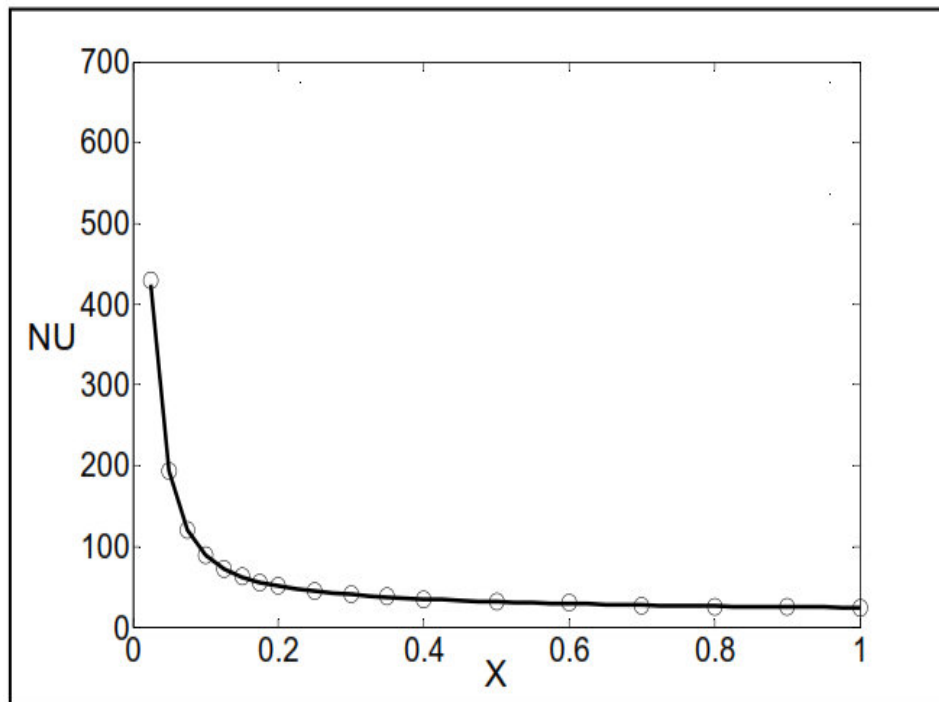


Figure IV.6 : Profile axiale de la vitesse horizontale à la demi-hauteur du cylindre  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$  (résultat de la référence [39]).

Dans la figure IV.7 et IV.8, on compare la variation de nombre de Nusselt local de la paroi du canal, on constate que notre résultat est quantitativement en accord avec celui de la référence [26], mais quantitativement ils sont différents. Cette différence provient de la conductivité de la matière poreuse utilisée.



**Figure IV.7 : Le nombre de Nusselt local de la présente étude  $Re=100$ ,  $Da=10^{-5}$ .**



**Figure IV.8 : Le nombre de Nusselt local résultats de Amiri et Vafai (1994) [26],  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{-5}$ .**

## IV.2 Résultats obtenus :

Maintenant, on va exposer et discuter les résultats qu'on a obtenus pendant la simulation par le code numérique utilisé, ils sont tracés en termes de champ de température et de profil de température de la paroi et du domaine : ligne-5 ( $x = \frac{L}{2}$ ), ligne-6 ( $y=1.5m$ ) montré dans la figure II.3, font partie du présent chapitre. Les profils des températures sont tracés suivant les deux axes ( $x$  et  $y$ ).

On a réalisé cette étude pour deux matériaux différents (sable et ardoise) et qui ont des différentes porosités  $\epsilon$ , des différentes conductivités thermiques  $\lambda$  et des différentes capacités calorifiques  $C_p$  et soumis à un flux de chaleur constant sur la paroi.

L'influence de la porosité, le flux thermique sur la paroi, la vitesse de l'air à l'entrée et la conductivité thermique du solide sur le profil de la température a été analysée et les résultats obtenus sont comme suit :

## IV.2.1 Cas de convection forcée pour une vitesse d'air $U_0 = 1\text{m}$ à l'entrée du cylindre :

### IV.2.1.1 Pour un milieu poreux de sable :

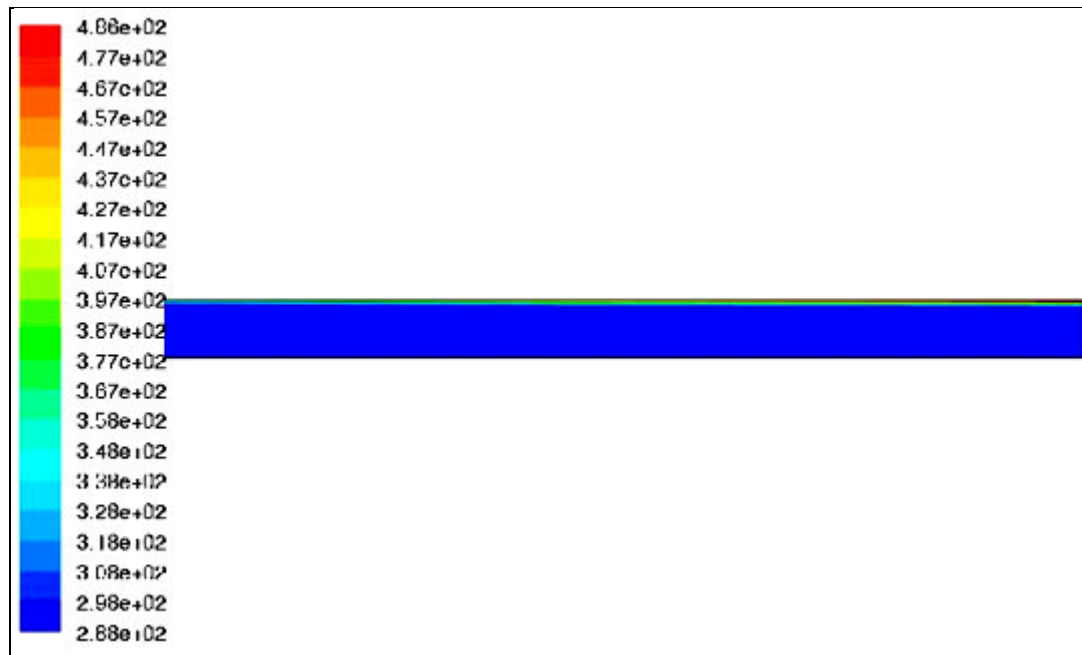
➤ Variation de la température pour  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$  à la paroi :

Il est obtenu avec les propriétés suivantes :

propriété	valeur
Flux de chaleur ( $\text{w/m}^2$ )	$q_{w1} = 500$
Milieu poreux	Sable
Porosité	0.4
Conductivité thermique ( $\text{w/mK}$ )	0.3347
Perméabilité ( $\text{m}^2$ )	$2.10^{-11}$
Vitesse de l'air à l'entrée ( $\text{m/s}$ )	1
Température de l'air à l'entrée (K)	288.15

**Tableau IV.1 : Propriétés du domaine pour un milieu poreux de sable.**

La figure (IV.9) montre la distribution de température pour un milieu poreux de sable. On remarque que près de la paroi le transfert conductif déborde sur le transfert convectif, en s'éloignant de la paroi l'écoulement est isotherme et égale à la température d'entrée ( $T_e = 288.15\text{K}$ ). L'écoulement refroidi totalement le milieu poreux sauf une petite partie près de la paroi.

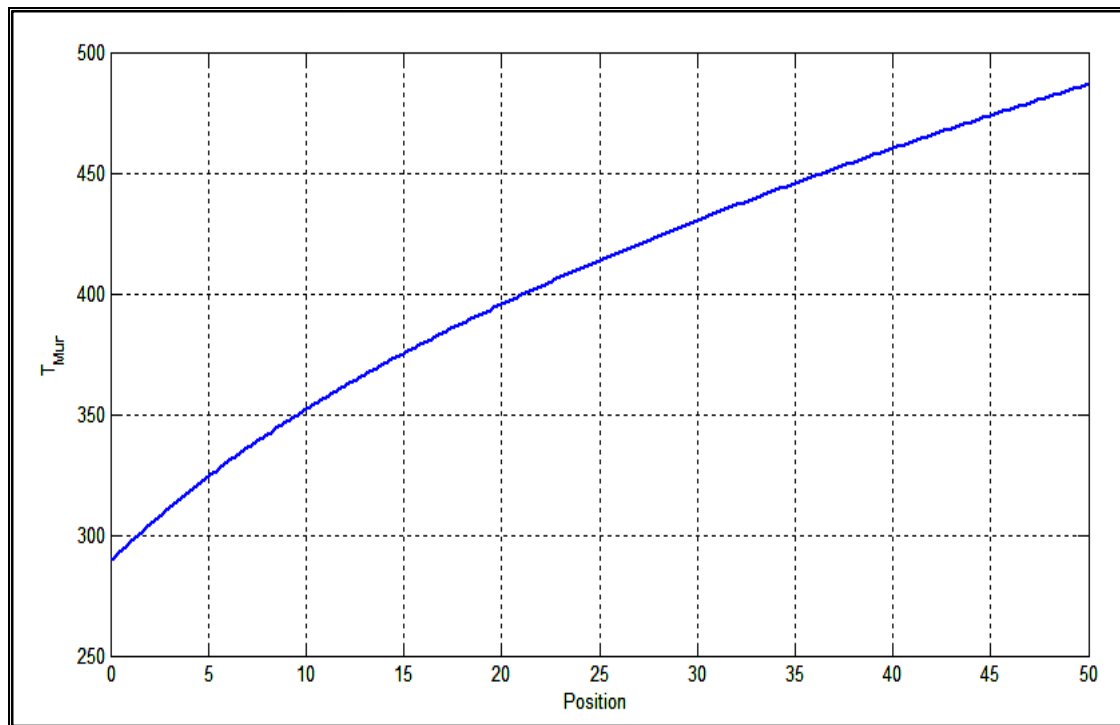


**Figure. IV.9 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 500 \text{ W/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ W/m.K}$ ,  $u_0 = 1 \text{ m/s}$ ).**

La figure IV.10 : montre la distribution de la température de la paroi et du domaine le long de la direction de l'écoulement (axe x) pour un milieu poreux du sable.

La température de la paroi augmente progressivement de l'entrée ( $288,15 \text{ K}$ ) jusqu'à la sortie ( $480 \text{ K}$ ) le long la direction de l'écoulement.

Cette tendance est suivie pour tous les cas qui se trouvent dans les figures : IV.15, 20, 23.



**Figure IV.10 : Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ).**

La figure IV.11 montre la distribution de température du cylindre poreux le long de la ligne  $x = \frac{L}{2}$ . La température est constante ( $T = 288,15 \text{ K}$ ) de  $y = 0$  jusqu'à  $y = 2,25 \text{ m}$  et après augment rapidement, elle atteint  $413 \text{ K}$  à la paroi ( $y = 2,5 \text{ m}$ ).

La figure IV.12 montre la distribution de température à la sortie du cylindre. La température est constante ( $T = 288,15 \text{ K}$ ) de  $y = 0$  jusqu'à  $y = 2,17 \text{ m}$  et après augment rapidement, elle atteint  $486 \text{ K}$  à la paroi ( $y = 2,5 \text{ m}$ ).

La figure IV.13 est une comparaison entre les deux figures précédentes (fig IV. 11 et fig IV.12). La température à la sortie ( $x = L$ ) augmente avant que la température à la position  $x = \frac{L}{2}$ ; et elle atteint une valeur plus grande à la paroi.

Les figures : IV.16, 21, 24 montres la même tendance mais la différence est plus grande entre la température à la position  $x = \frac{L}{2}$  et à la sortie pour le cas d'un milieu poreux d'ardoise.

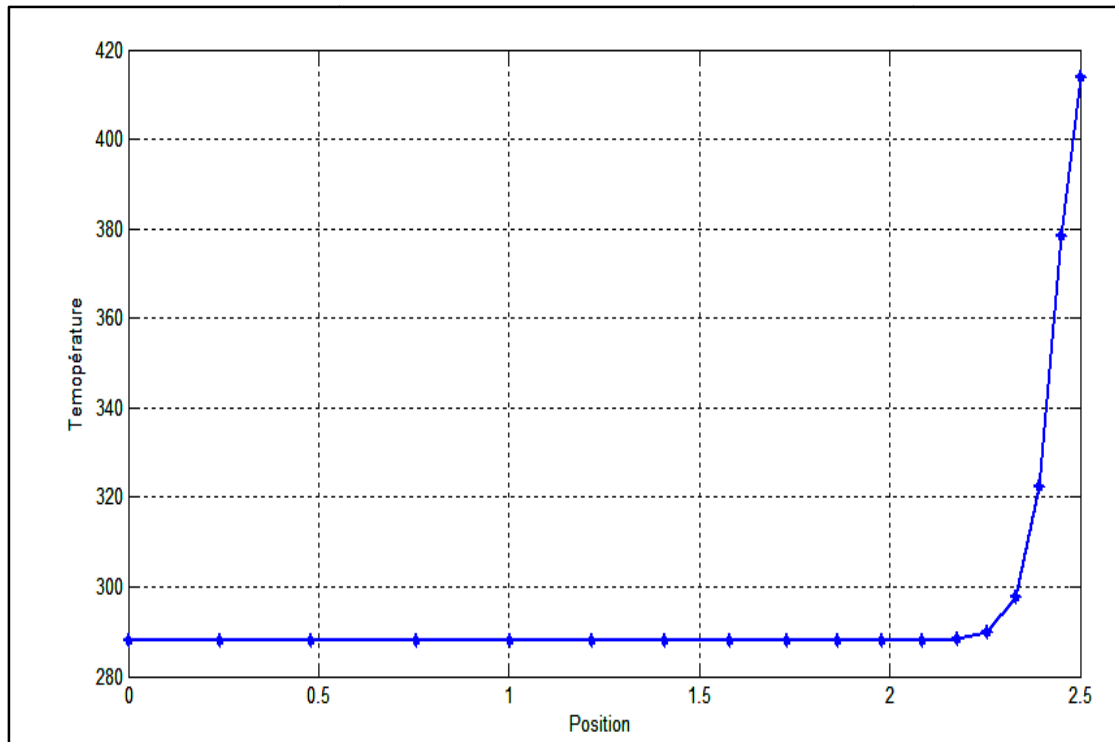


Figure IV.11 : Variation verticale de la température à  $x = \frac{L}{2}$  ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 500$

$w/m^2$ ,  $\lambda = 0.3347$  w/m.k).

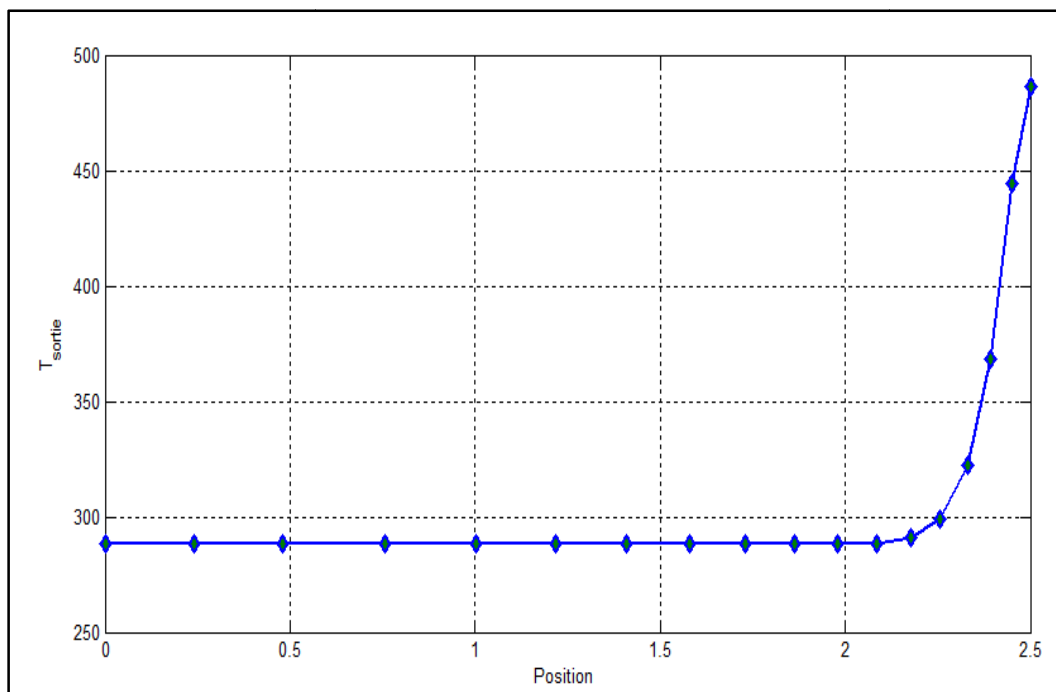


Figure IV.12 : Variation verticale de la température à la sortie ( $x = L$ ) ( $\varepsilon = 0.4$ ,

$q_w = 500$  w/m<sup>2</sup>,  $\lambda = 0.3347$  w/m.k).

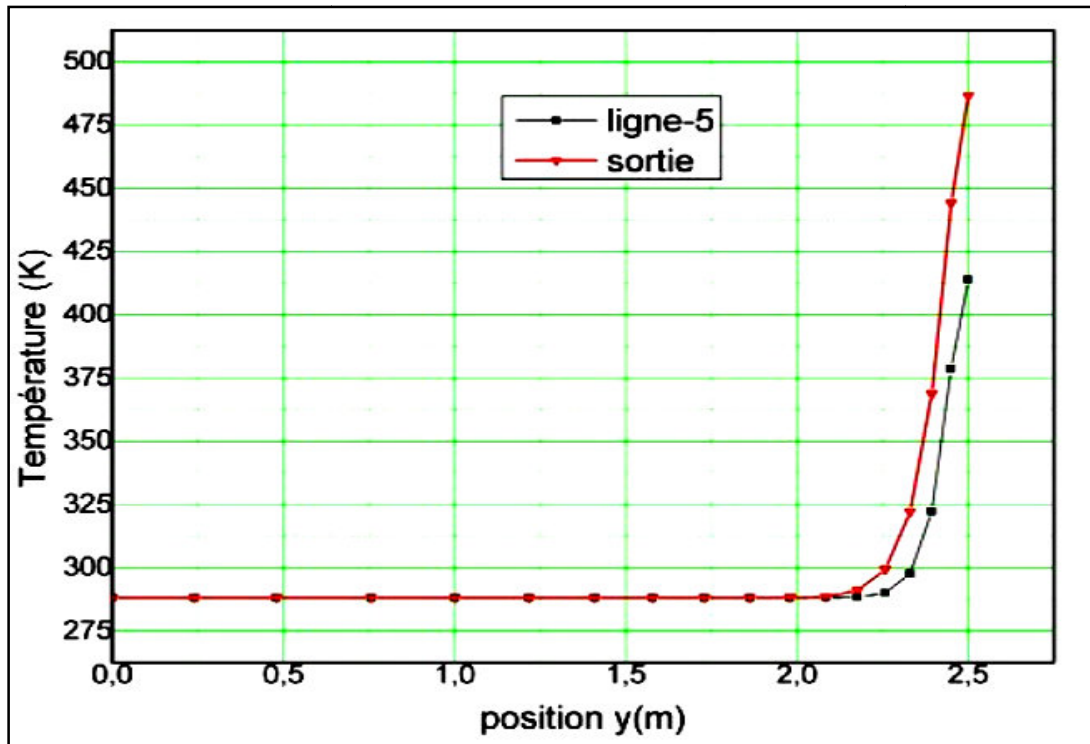


Figure IV.13 : Profils verticaux de la température à la sortie et à la position

$$x = \frac{L}{2} \quad (\varepsilon = 0.4, q_w = 500 \text{ w/m}^2, \lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}).$$

➤ Variation de la température pour  $q_w = 700 \text{ w/m}^2$  à la paroi :

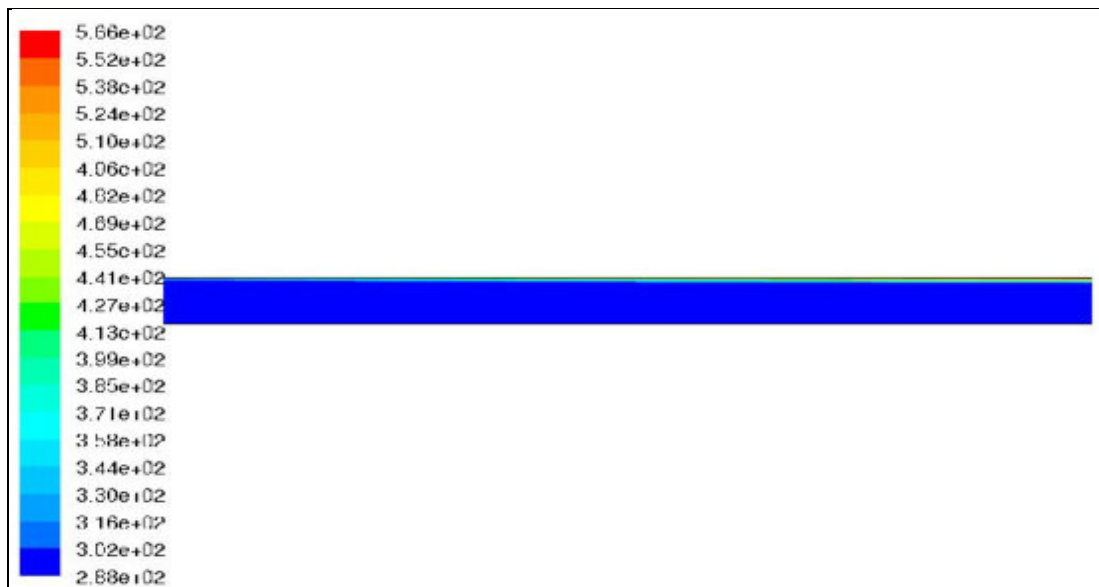


Figure. IV.14 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.4, q_w = 700 \text{ w/m}^2, \lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}, u_0 = 1 \text{ m/s}$ ).



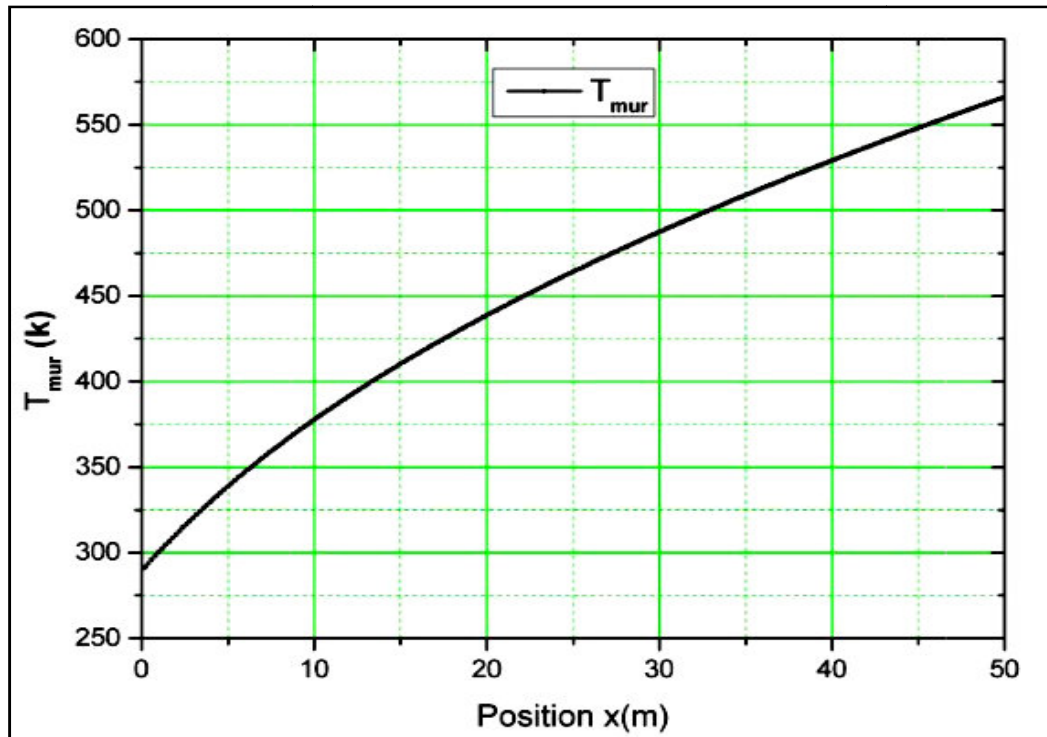


Figure IV.15 : Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 700$   $w/m^2$ ,  $\lambda = 0.3347 w/m.k$ ).

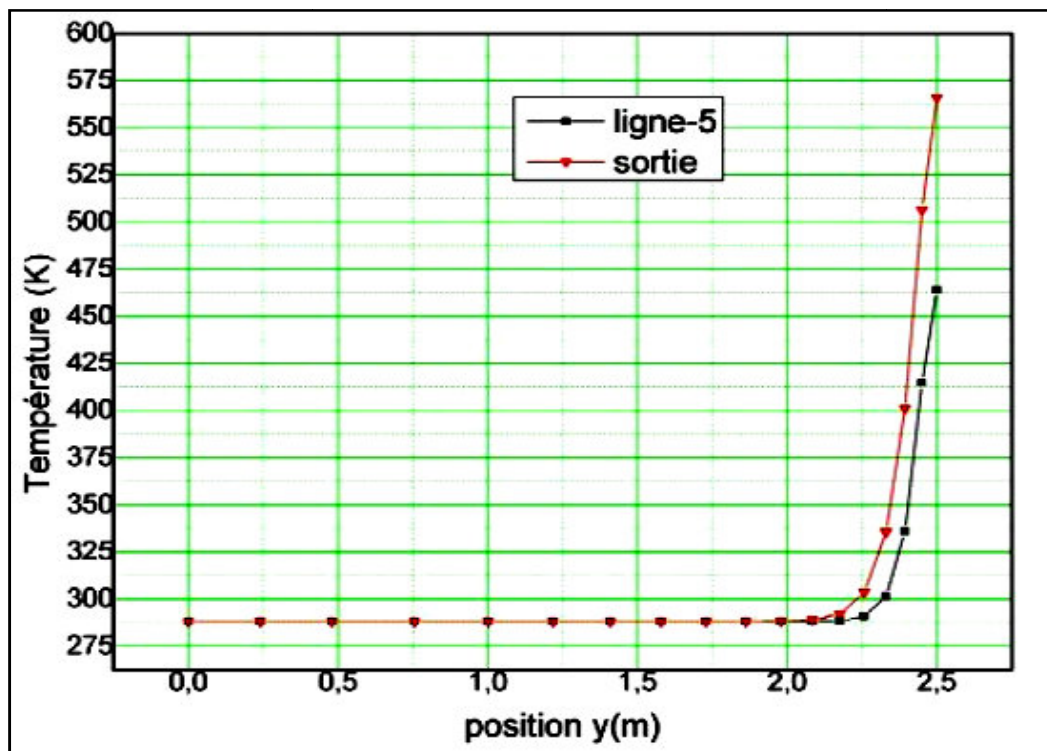


Figure IV.16 : Profils verticaux de la température à la sortie et à  $x = L/2$  ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 700$   $w/m^2$ ,  $\lambda = 0.3347 w/m.k$ ).

➤ **Comparaison de la variation de température du cylindre rempli par le sable pour différent flux de chaleur à la paroi :**

La figure IV.17 est une comparaison entre les deux cas précédents au niveau de la paroi. Les propriétés sont dans le tableau suivant :

Propriétés	1 <sup>er</sup> cas	2 <sup>e</sup> cas
Flux de chaleur ( $\text{w/m}^2$ )	$q_{w1} = 500$	$q_{w2} = 700$
Milieu poreux	Sable	
Porosité	0.4	
Conductivité thermique $\lambda$ ( $\text{w/mK}$ )	0.3347	
Perméabilité $K$ ( $\text{m}^2$ )	$2.10^{-11}$	
Vitesse de l'air à l'entrée ( $\text{m/s}$ )	1	
Température de l'air à l'entrée (K)	288.15	

**Tableau IV.2 : Propriétés du domaine (sable) pour différent flux de chaleur à la paroi.**

La figure montre que les deux températures à l'entrée ( $x = 0$ )  $T_1 = T_2 = T = 290\text{K}$ , elles commencent à augmenter progressivement de l'entrée jusqu'à la sortie ( $x = L = 50\text{m}$ ) avec une grande différence entre les deux températures, la température de la paroi qui soumis à un flux de chaleur  $q_{w1} = 500 \text{ w/m}^2$  atteint  $T_{w1} = 486 \text{ K}$  à la sortie, et l'autre qui soumis à un flux de chaleur  $q_{w2} = 700 \text{ w/m}^2$  atteint  $T_{w2} = 565 \text{ K}$ .

La figure IV.18 est une comparaison entre les deux cas précédents à la sortie du cylindre (de l'axe du cylindre  $y = 0$  jusqu'à la paroi  $y = H$ ).

La différence entre les deux profils de température transparaître près de la paroi où la température du milieu poreux qui soumise à un flux de chaleur  $q_{w2} = 700 \text{ w/m}^2$  augmente avant l'autre, elles atteignent à la paroi ( $y = H$ )  $T_{S1} = 486 \text{ k}$ , et l'autre  $T_{S2} = 565 \text{ K}$ . En s'éloignant de la paroi la température est constante  $T = T_e = 288.15 \text{ k}$

Les figures : IV.25, 26 représente le cas d'un milieu poreux d'ardoise pour différent flux de chaleur à la paroi, ce cas montre la même tendance du cas précédente. On

constate que la différence entre les deux profils de température des figures : IV. 25, 26 est plus grande par rapport les profils de température des figures IV.17, 18.

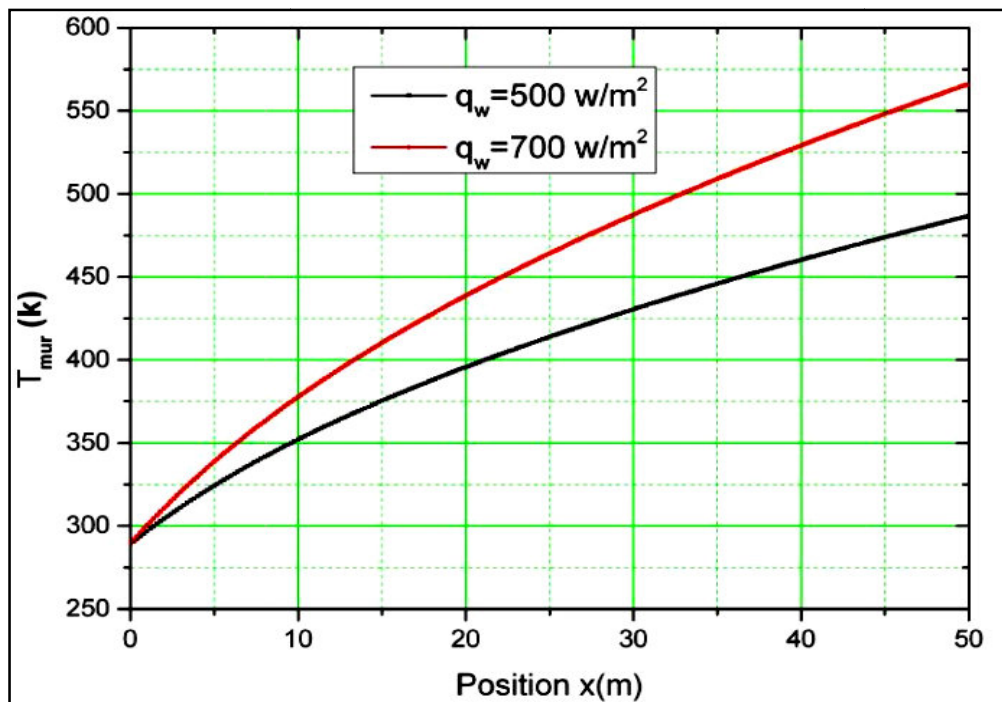


Figure IV.17 : Comparaison des profils de température le long de la paroi pour deux flux de chaleur à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 500$  et  $700 \text{ W/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ W/m.k}$ ).

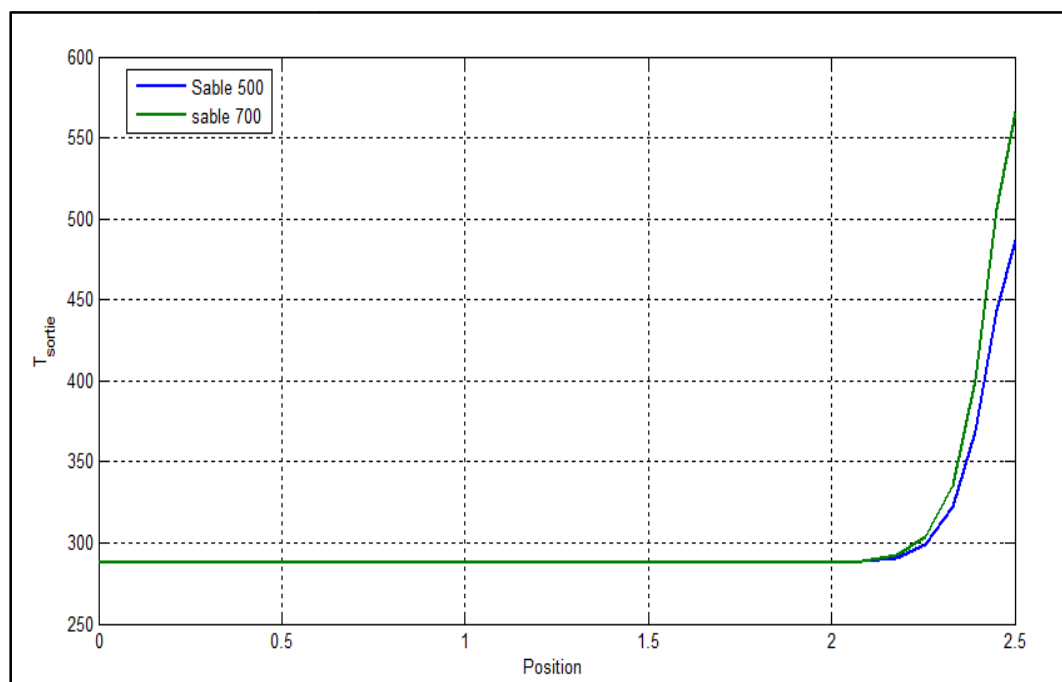


Figure IV.18 : Comparaison des profils de température à la sortie pour deux flux de chaleur à la paroi ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 500$  et  $700 \text{ W/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ W/m.k}$ ).

#### IV.2.1.2 Pour un milieu poreux d'ardoise :

➤ Variation de la température pour  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$  à la paroi :

Propriété	Valeur
Flux de chaleur ( $\text{w/m}^2$ )	$q_{w1} = 500$
Milieu poreux	ardoise
Porosité	0.66
Conductivité thermique ( $\text{w/mK}$ )	2.5
Perméabilité ( $\text{m}^2$ )	$1,2 \times 10^{-13}$
Vitesse de l'air à l'entrée (m/s)	1
Température de l'air à l'entrée (K)	288.15

Tableau IV.3 : Propriétés du domaine pour un milieu poreux d'ardoise.

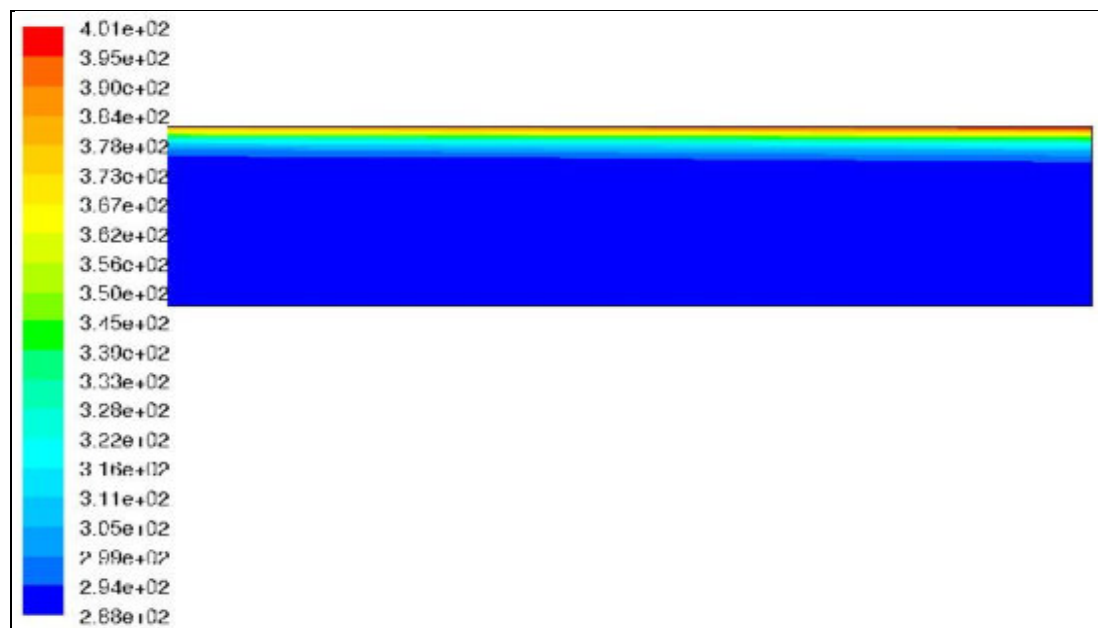


Figure. IV.19 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ,  $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ).

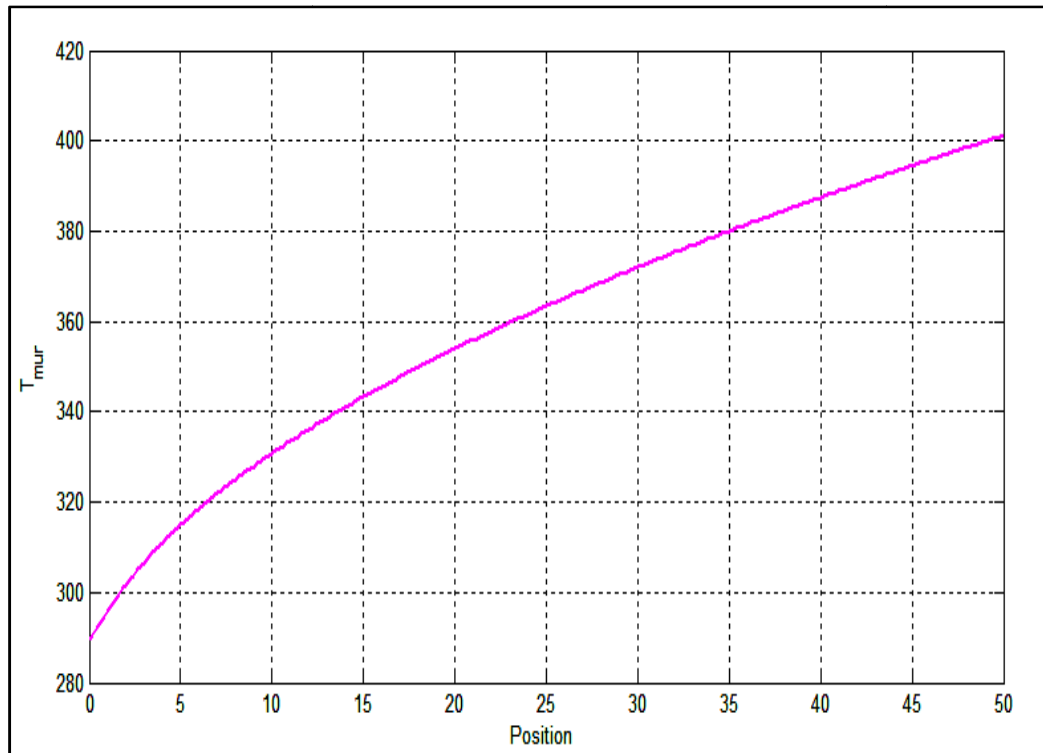


Figure IV.20 : Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon= 0.66$ ,  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda= 2.5\text{w/m.k}$ ).

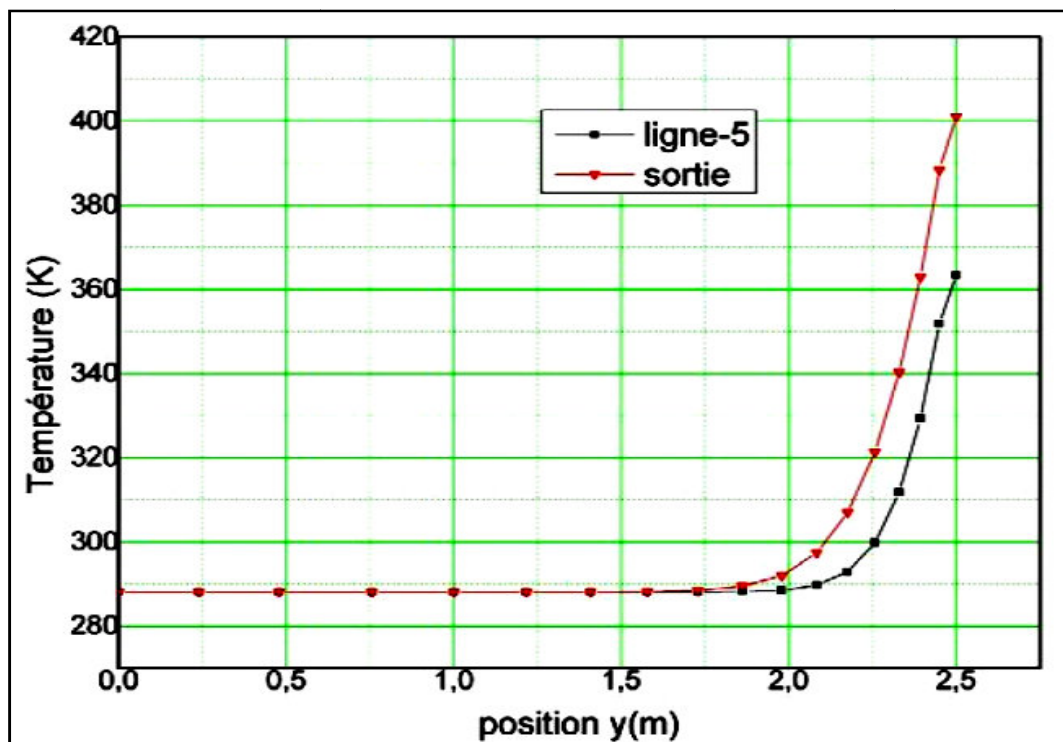


Figure IV.21: Profils verticaux de la température à  $x = L/2$  et à la sortie ( $\varepsilon= 0.66$ ,  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda= 2.5 \text{ w/m.k}$ ).

➤ Variation de la température pour  $q_w = 700 \text{ w/m}^2$  à la paroi :

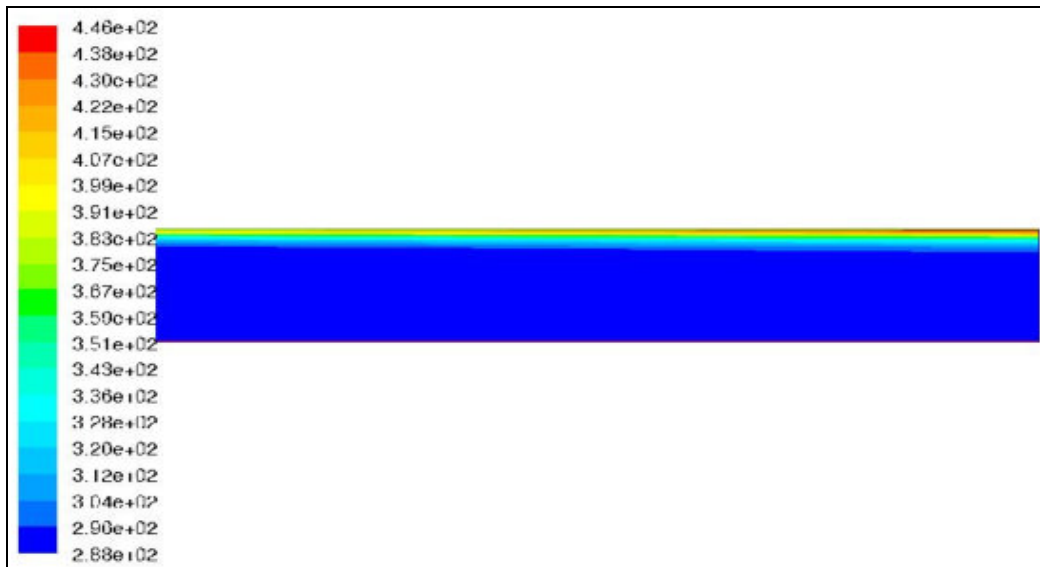


Figure IV.22: Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ,  $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ).

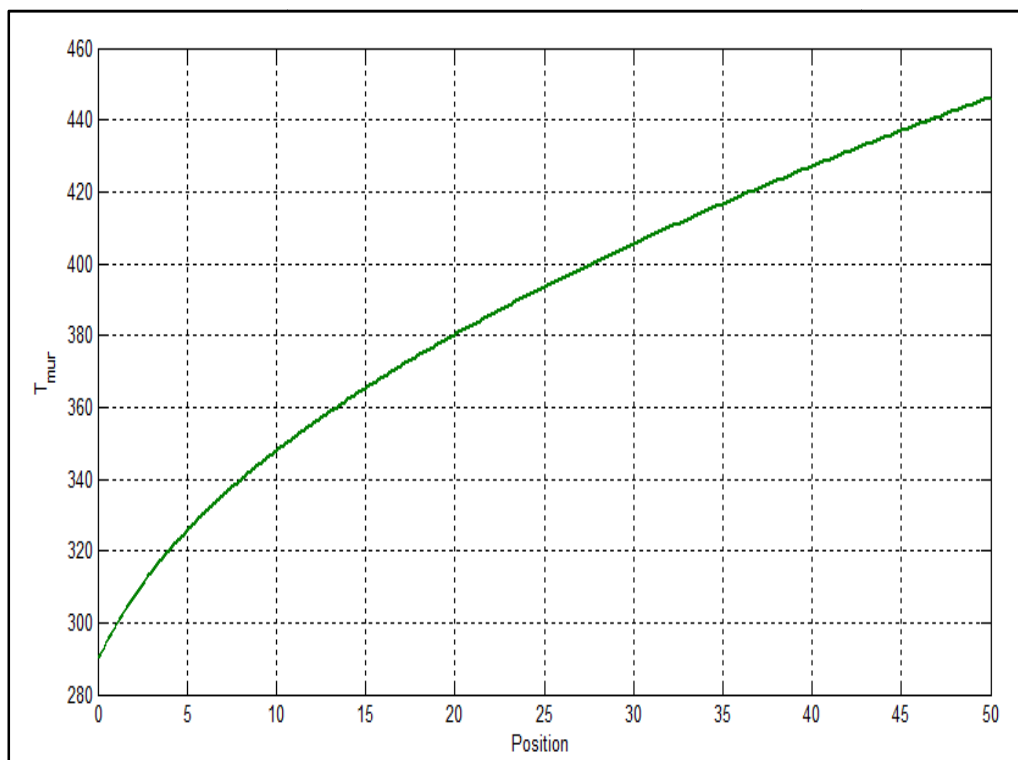


Figure IV.23: Variation de la température à la paroi ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ).

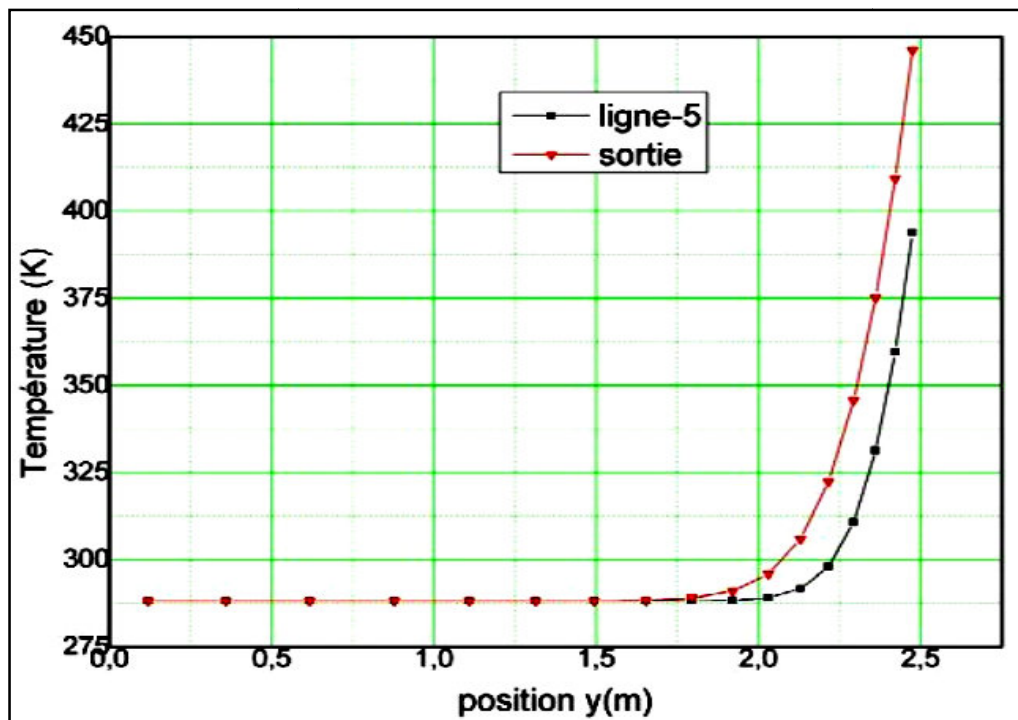


Figure IV.24: Profils verticaux de la température à  $x = L/2$  et à la sortie ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda = 2.5 \text{ w/m.k}$ ).

- Comparaison de la variation de température du cylindre rempli par l'ardoise pour différent flux de chaleur à la paroi :

propriétés	1 <sup>er</sup> cas	2 <sup>e</sup> cas
Flux de chaleur ( $\text{w/m}^2$ )	$q_{w1} = 500$	$q_{w2} = 700$
Milieu poreux	ardoise	
Porosité	0.66	
Conductivité thermique $\lambda$ (w/mK)	2.5	
Perméabilité $K$ ( $\text{m}^2$ )	$1,2 \times 10^{-13}$	
Vitesse de l'air à l'entrée (m/s)	1	
Température de l'air à l'entrée (K)	288.15	

Tableau IV.4: Propriétés du domaine (ardoise) pour différent flux de chaleur à la paroi.

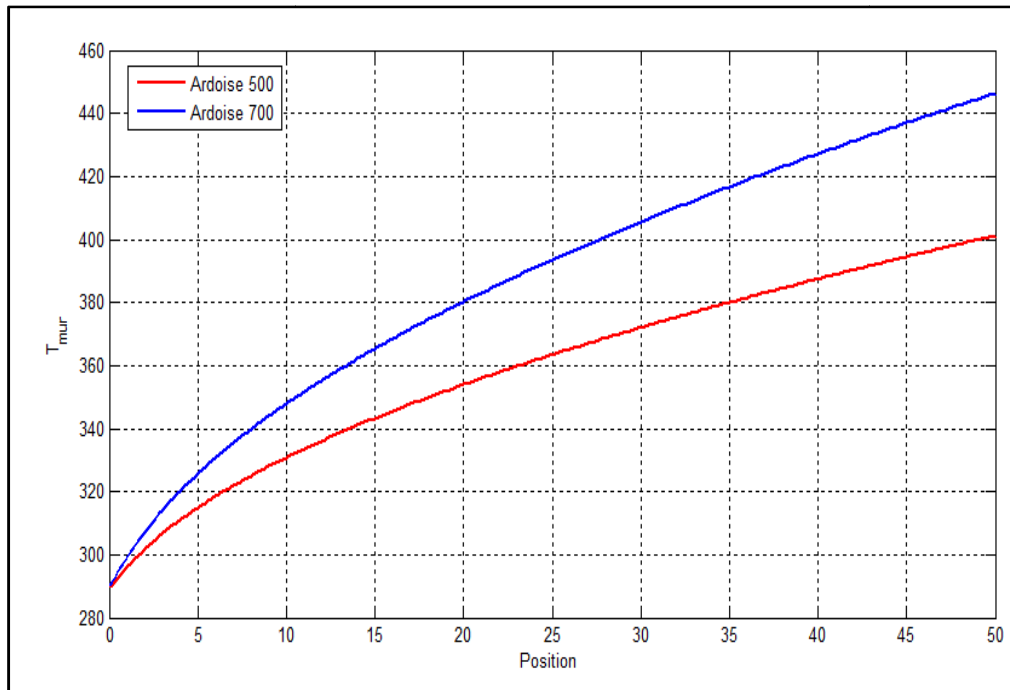


Figure IV.25: Comparaison de la variation de température à la paroi pour deux flux de chaleur différents ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 500$  et  $700 \text{ W/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ W/m.k}$ ).

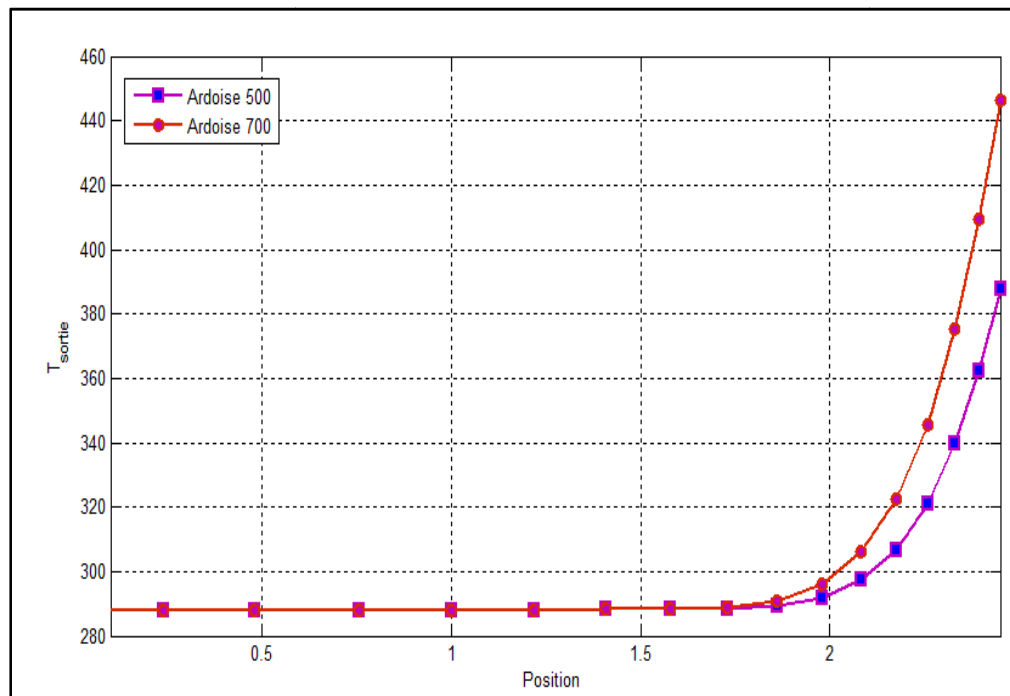


Figure IV.26: Comparaison de la variation de température à la sortie pour deux flux de chaleur différents ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 500$  et  $700 \text{ W/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ W/m.k}$ ).



### IV.2.1.3 Comparaison entre le milieu poreux de sable et de l'ardoise :

➤ Pour  $q_w=500\text{w/m}^2$  :

La figure IV.27 est une comparaison entre les deux profils de température de la paroi du cylindre du cas illustré dans le tableau suivant :

propriété	1 <sup>er</sup> cas	2 <sup>eme</sup> cas
Flux de chaleur ( $\text{w/m}^2$ )	$q_{w1} = 500$	$q_{w2} = 500$
Milieu poreux	Sable	ardoise
Porosité	0.4	0.66
Conductivité thermique ( $\text{w/mK}$ )	0.3347	2.5
Perméabilité ( $\text{m}^2$ )	$2.10^{-11}$	$1,2 \times 10^{-13}$
Vitesse de l'air à l'entrée (m/s)	1	1
Température de l'air à l'entrée (K)	288.15	288.15

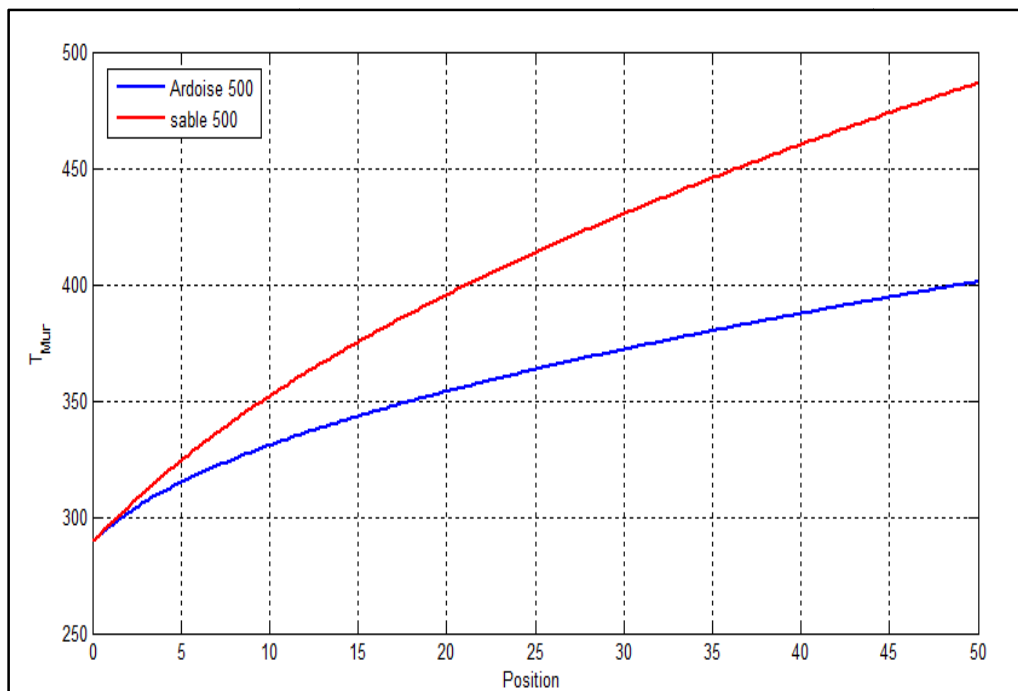
**Tableau IV.4: propriétés du domaine pour deux milieux poreux différents soumis au même flux de chaleur  $q_w=500\text{w/m}^2$ .**

La figure IV.27 montre que les deux températures à l'entrée ( $x = 0$ )  $T = 290$ , elles augmentent progressivement de l'entrée jusqu'à la sortie ( $x = 50\text{m}$ ) avec une grande différence entre les deux températures, la température du milieu poreux (sable) atteint à la sortie  $T_{w1} = 486\text{ k}$ , et celle du milieu poreux (ardoise)  $T_{w2} = 401\text{ K}$ . On constate aussi que la température du milieu poreux (sable) à la paroi est plus grande que celle du milieu poreux (ardoise).

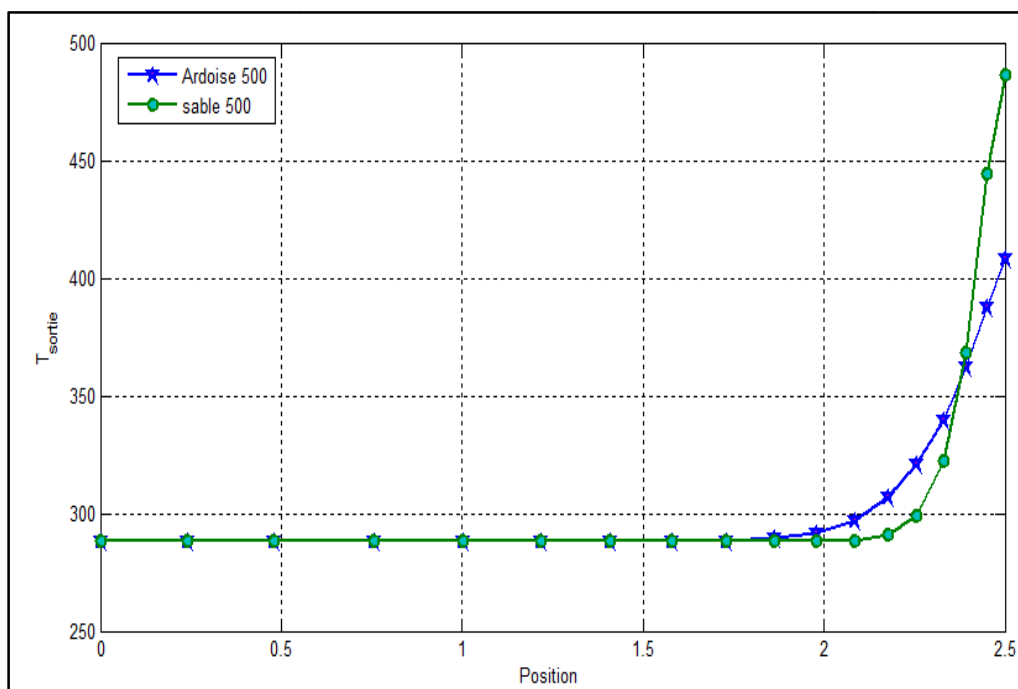
La figure IV.28 c'est une comparaison entre les deux profils de température du milieu à la sortie du cylindre (de l'axe du cylindre  $y = 0$  jusqu'à la paroi  $y = H$ ) pour un milieu de sable et un autre d'ardoise.

La différence entre les deux profils de température transparaît près de la paroi où la température d'ardoise commence à augmenter à  $y = 2\text{m}$  avant la température du sable qui commence à  $y = 2.25\text{m}$ , et après la température d'ardoise atteint sa limite à la paroi ( $y = H = 2.5\text{m}$ ),  $T_{s\text{ ardoise}} = 408\text{ k}$  en revanche la température du sable atteint  $T_{s\text{ sable}} = 486\text{ k}$ .

Les figures : IV.29, 30 pour flux de chaleur  $q_w=700\text{w/m}^2$  montrent la même tendance avec une grande différence entre les deux profils de température .



**Figure IV.27: Profils de la température à la paroi pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ).**

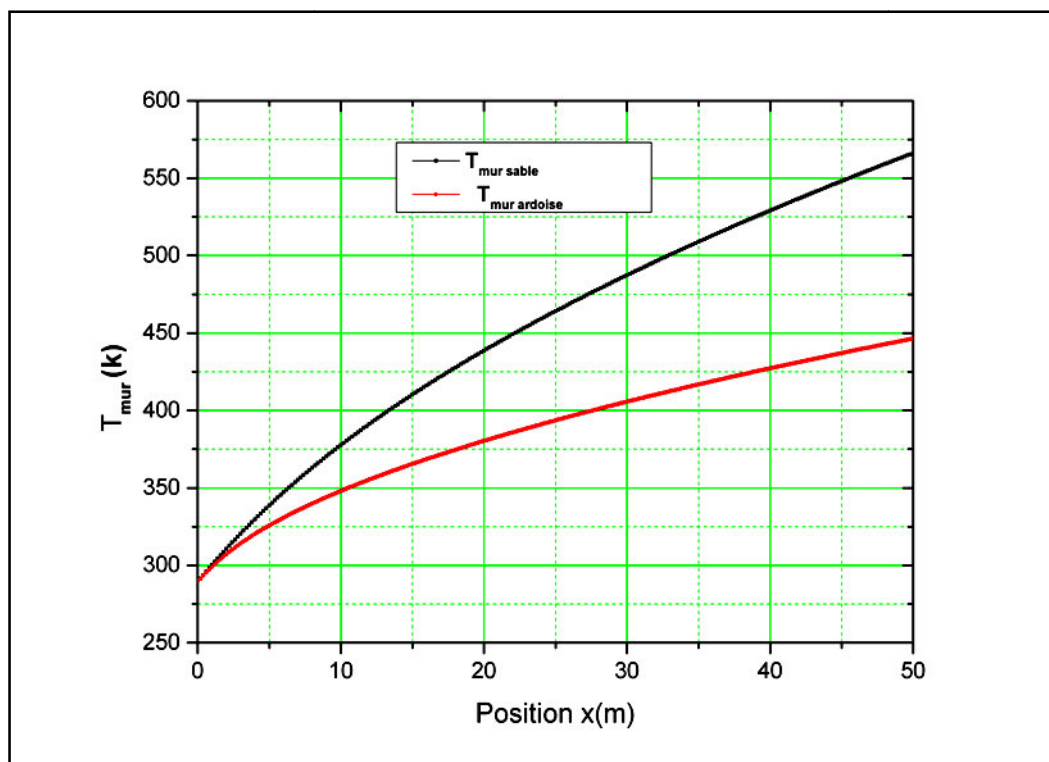


**Figure IV.28: Profils de la température à la sortie pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ).**

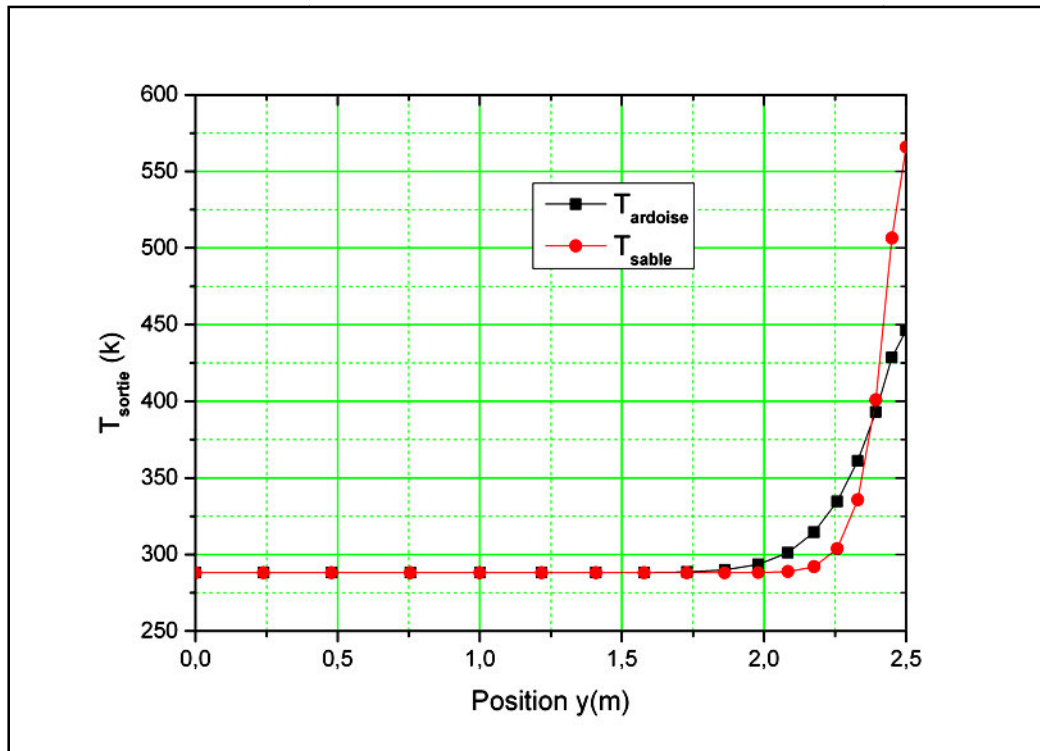
➤ Pour  $q_w=700\text{w/m}^2$  :

	1 <sup>er</sup> cas	2 <sup>eme</sup> cas
Flux de chaleur ( $\text{w/m}^2$ )	$q_{w1} = 700$	$q_{w2} = 700$
Milieu poreux	Sable	ardoise
Porosité	0.4	0.66
Conductivité thermique ( $\text{w/mK}$ )	0.3347	2.5
Perméabilité ( $\text{m}^2$ )	$2.10^{-11}$	$1,2 \times 10^{-13}$
Vitesse de l'air à l'entrée (m/s)	1	1
Température de l'air à l'entrée (K)	288.15	288.15

**Tableau IV.5: propriétés du domaine pour deux milieux différents soumis au même flux  $q_w=700\text{w/m}^2$ .**



**Figure IV.29: Profils de la température à la paroi pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ).**

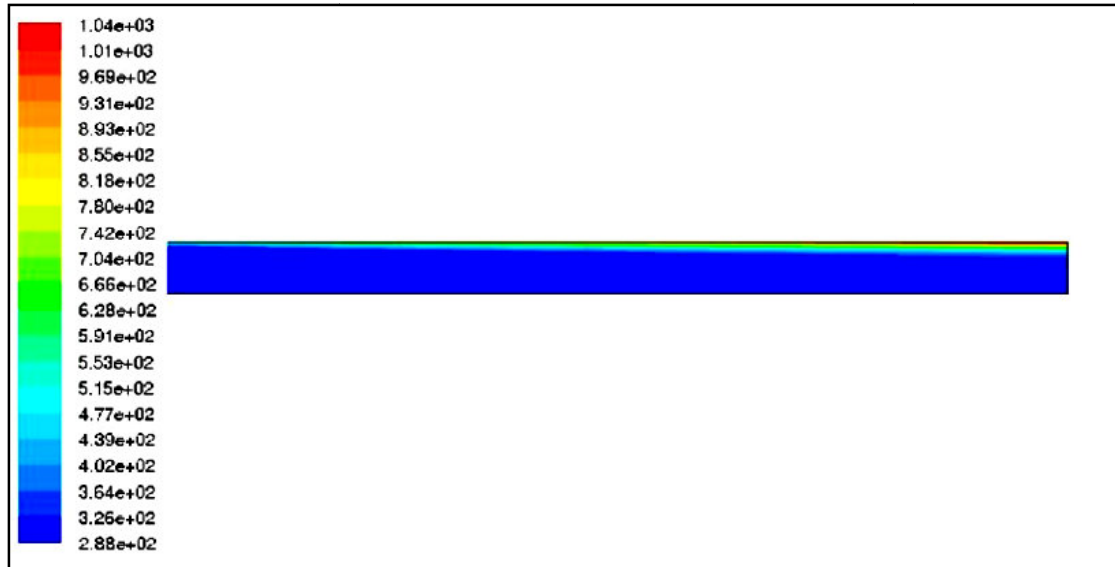


**Figure IV.30: Profils de la température à la sortie pour un milieu poreux de sable et un autre d'ardoise ( $q_w = 700 \text{ w/m}^2$ ).**

## IV.2.2 Cas de convection forcée pour une vitesse d'air $U_0 = 0.1 \text{ m/s}$ à l'entrée du cylindre:

### IV.2.2.1 Pour un milieu poreux de sable :

La figure (IV.31) montre la distribution de température pour un milieu de sable. On remarque que près de la paroi le transfert conductif déborde sur le transfert convectif, en s'éloignant de la paroi l'écoulement est isotherme et égale à la température d'entrée ( $T_e = 288.15 \text{ K}$ ). L'écoulement refroidi totalement le milieu poreux sauf une petite partie près de la paroi.



**Figure IV.31: Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.4$ ,  $q_w = 500 \text{ w/m}^2$ ,  $\lambda = 0.3347 \text{ w/m.k}$ ,  $U_0 = 0.1 \text{ m/s}$ ).**

La distribution de la température est mieux représenté par l'évolution axial (suivant l'axe y) de la température, illustré dans les figures (IV.32) et (IV.33).

Ces deux figures précédentes sont des comparaisons entre les profils de température du milieu poreux (sable), à la ligne-5 ( $x=L/2$ ) et à la sortie ( $x=L$ ) pour deux vitesses d'écoulement différentes à l'entrée. L'écoulement refroidi totalement le milieu poreux de l'axe « x » jusqu'au près de la paroi, en approchant de la paroi le transfert conductif déborde sur le transfert convectif.

Si on compare ces deux figures précédentes, on constate que quand en approchant de la sortie la température augmente.

Sur la ligne-5 (dans la figure IV.32) : les températures pour  $U_c=0.1 \text{ m/s}$  et  $U_c=1 \text{ m/s}$  atteignent respectivement  $800 \text{ K}$  et  $420 \text{ K}$  à la paroi. Pour  $U_c=0.1 \text{ m/s}$  la température commence à augmenter à  $y=1,7 \text{ m}$  et l'autre pour  $U_c=1 \text{ m/s}$  continue le refroidissement total jusqu'à  $y=2,3 \text{ m}$ .

Sur la ligne de sortie (dans la figure IV.33) : les températures pour  $U_c=0.1 \text{ m/s}$  et  $U_c=1 \text{ m/s}$  atteignent respectivement  $1050 \text{ K}$  et  $480 \text{ K}$  à la paroi. Pour  $U_c=0.1 \text{ m/s}$  la température commence à augmenter à  $y=1,3 \text{ m}$  et l'autre pour  $U_c=1 \text{ m/s}$  continue le refroidissement total jusqu'à  $y=2,2 \text{ m}$ .

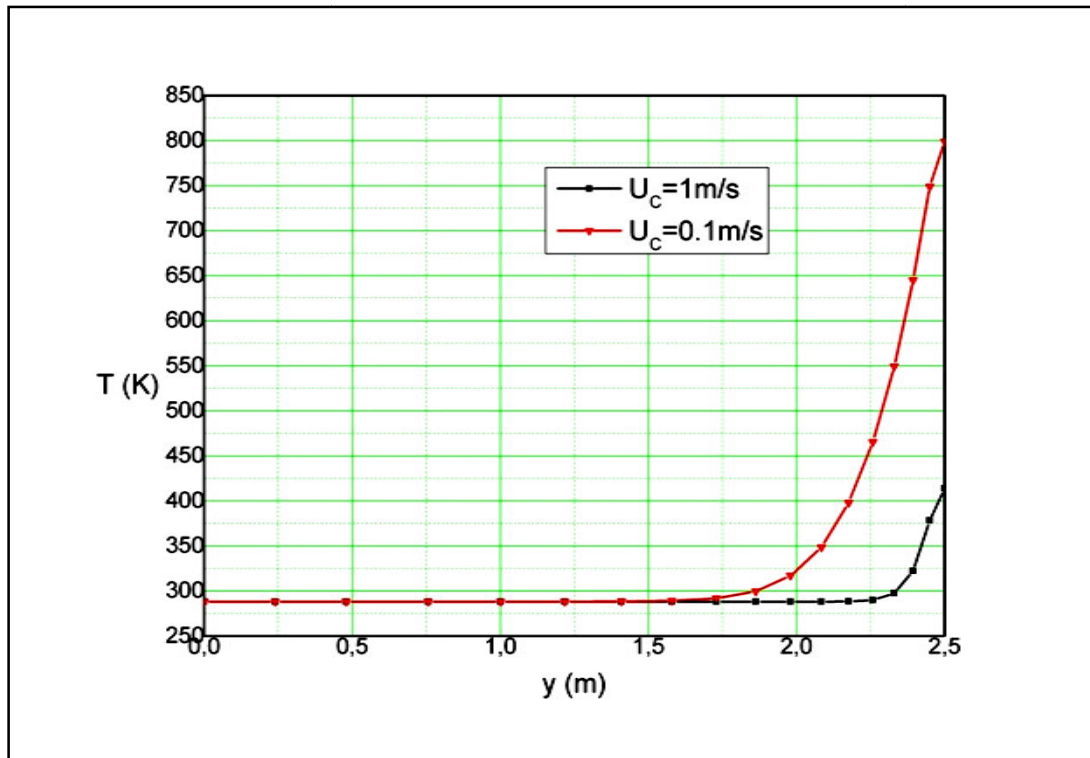


Figure IV.32: Profiles de la température d'un milieu poreux de sable à la ligne-5 ( $x = L/2$ ) pour deux vitesses différentes.

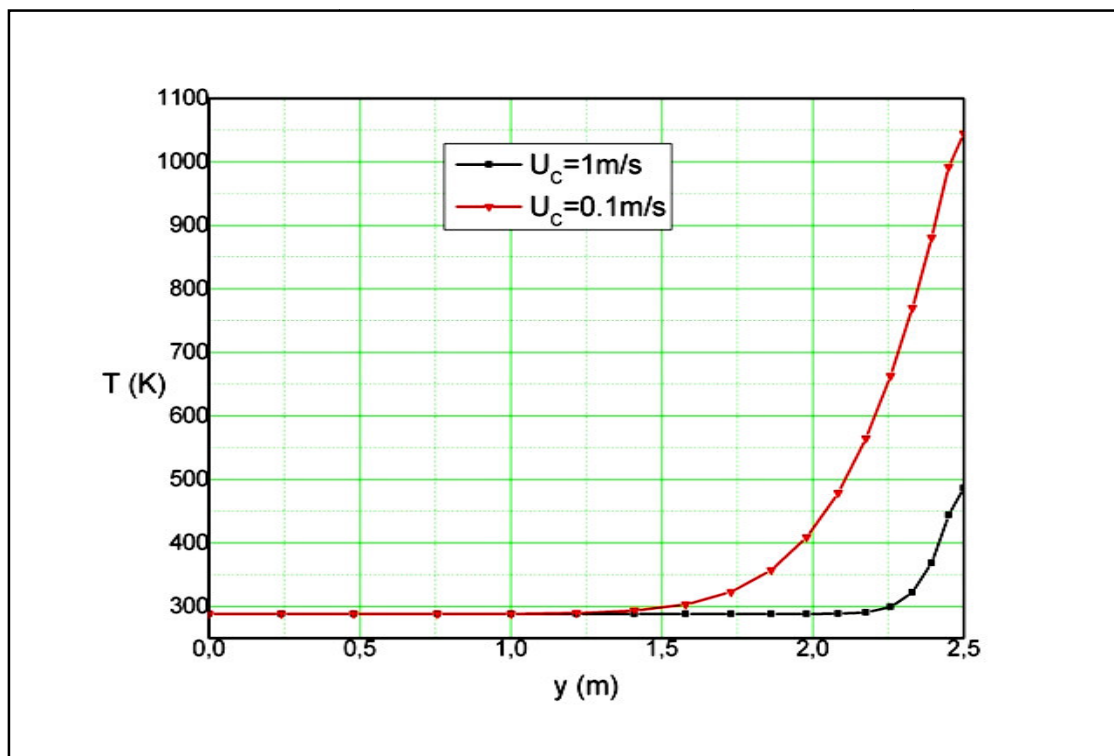
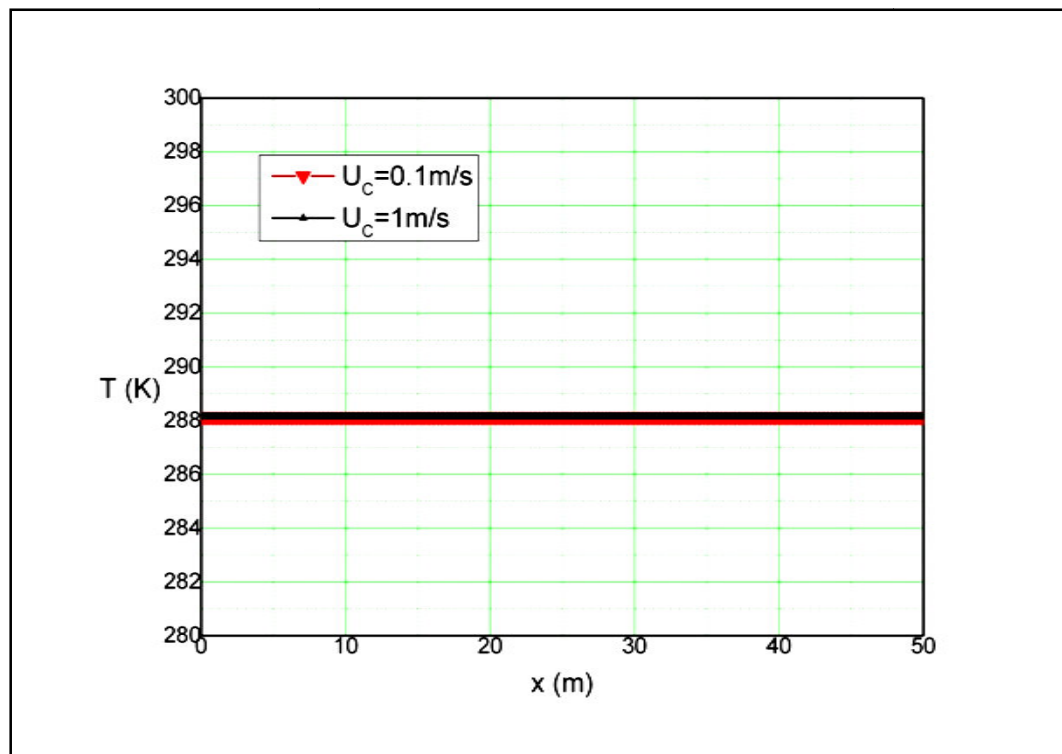


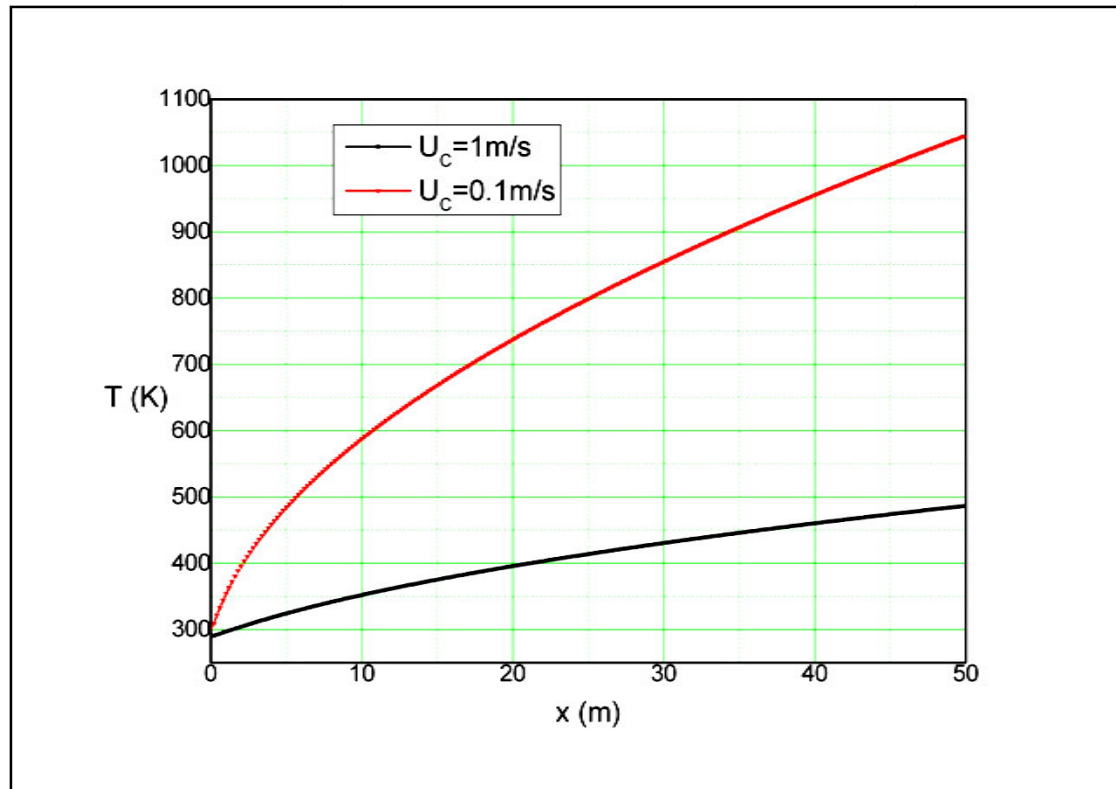
Figure IV.33: Profiles de la température d'un milieu poreux de sable à la sortie ( $x = L$ ) pour deux vitesses différentes.

la figure IV.34 représente la température du milieu poreux (sable) le long de la ligne-6 pour deux vitesses différentes à l'entrée. L'écoulement est isotherme le long de cette ligne de l'entrée jusqu'à la sortie, et refroidi totalement le milieu.

La distribution de la température le long de la paroi pour deux vitesses différentes est illustrée à la figure IV.35, la température augmente progressivement de l'entrée jusqu'à la sortie, elle atteint 480K et 1050K pour  $U_c=1\text{m/s}$  et  $U_c=0.1\text{m/s}$  respectivement.



**Figure IV.34: Profils de la température d'un milieu poreux de sable à la ligne-6 ( $y = 1,5\text{m}$ ) pour deux vitesses différentes.**



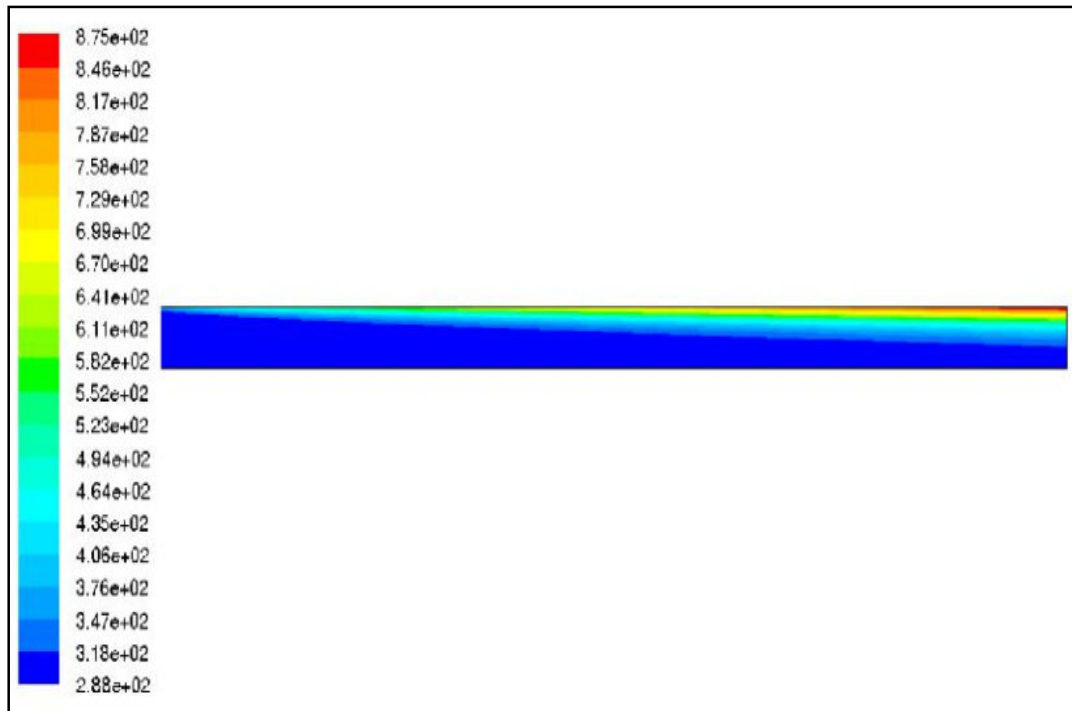
**Figure IV.35: Profils de la température d'un milieu poreux de sable à la paroi ( $y = H = 2.5\text{m}$ ) pour deux vitesses différentes.**

#### IV.2.2.2 Pour un milieu poreux d'ardoise :

la distribution de la température pour un milieu d'ardoise est illustrée dans la figure IV.36, l'écoulement est isotherme le long de l'axe « x » jusqu'au près de la paroi et égale à la température d'entrée ( $T=T_e=288.15\text{K}$ ). On constate que la variation de la température augmente quand en approchant de la sortie.

Si on compare avec le cas d'un milieu poreux de sable dans la figure IV.36 on constate que la zone totalement refroidi dans le cas d'un milieu poreux de sable est plus grande que l'autre de l'ardoise.





**Figure IV.36: Distribution spatiale de la température de l'écoulement de l'air dans un cylindre ( $\varepsilon = 0.66$ ,  $q_w = 500 \text{ W/m}^2$ ,  $\lambda = 2.5 \text{ W/m.k}$ ,  $U_0 = 0.1 \text{ m/s}$ ).**

Les figures IV.37 et IV.38 sont des comparaisons entre les profils de température à ligne-5 et à la sortie respectivement.

Dans ce cas la, la différence entre les deux profils de température est plus grande par rapport le cas d'un milieu poreux du sable, par exemple dans la figure 4.8 la température de la sortie pour  $u_0 = 0.1 \text{ m/s}$  commence à augmenter à  $y = 0.25 \text{ m}$  et celle pour  $u_0 = 1 \text{ m/s}$  commence à augmenter à  $y = 2 \text{ m}$ , le premier atteint  $890 \text{ K}$  et l'autre  $415 \text{ K}$  à la paroi.

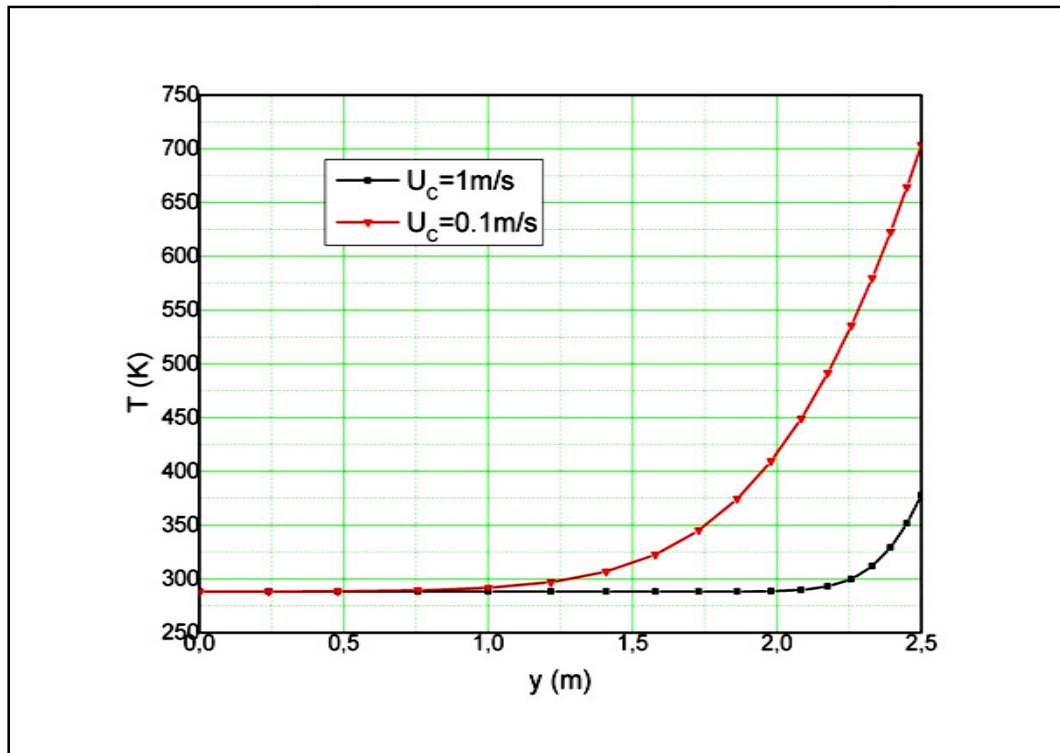


Figure IV.37: Profils de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la ligne-5 ( $x = L/2$ ) pour deux vitesses différentes.

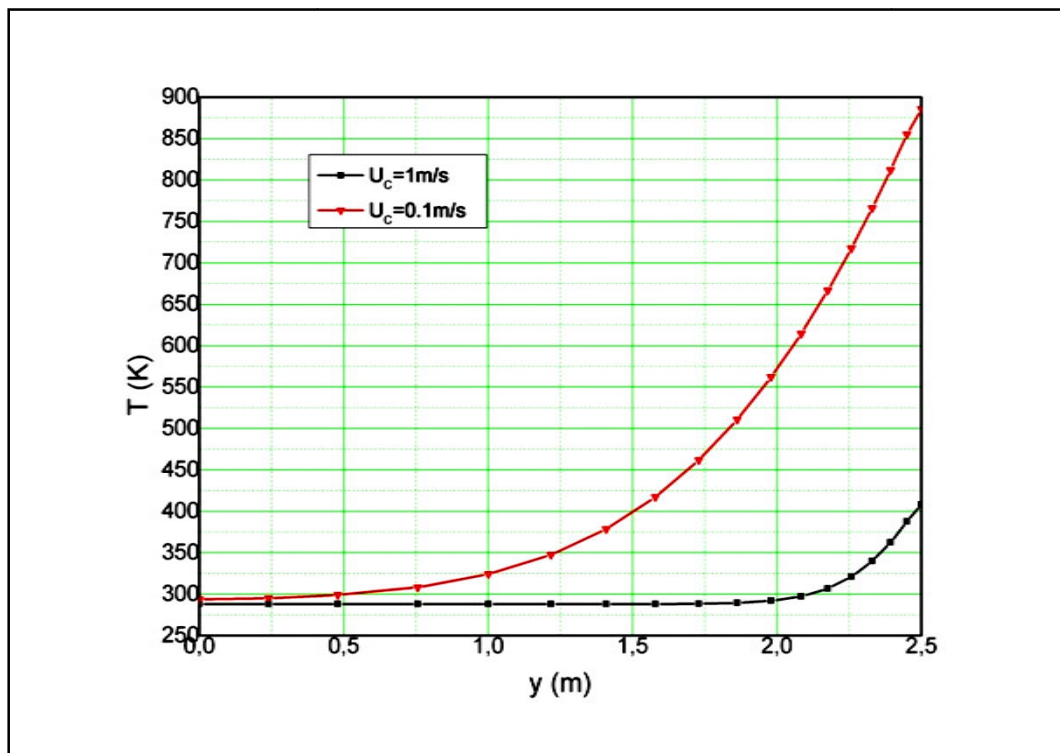
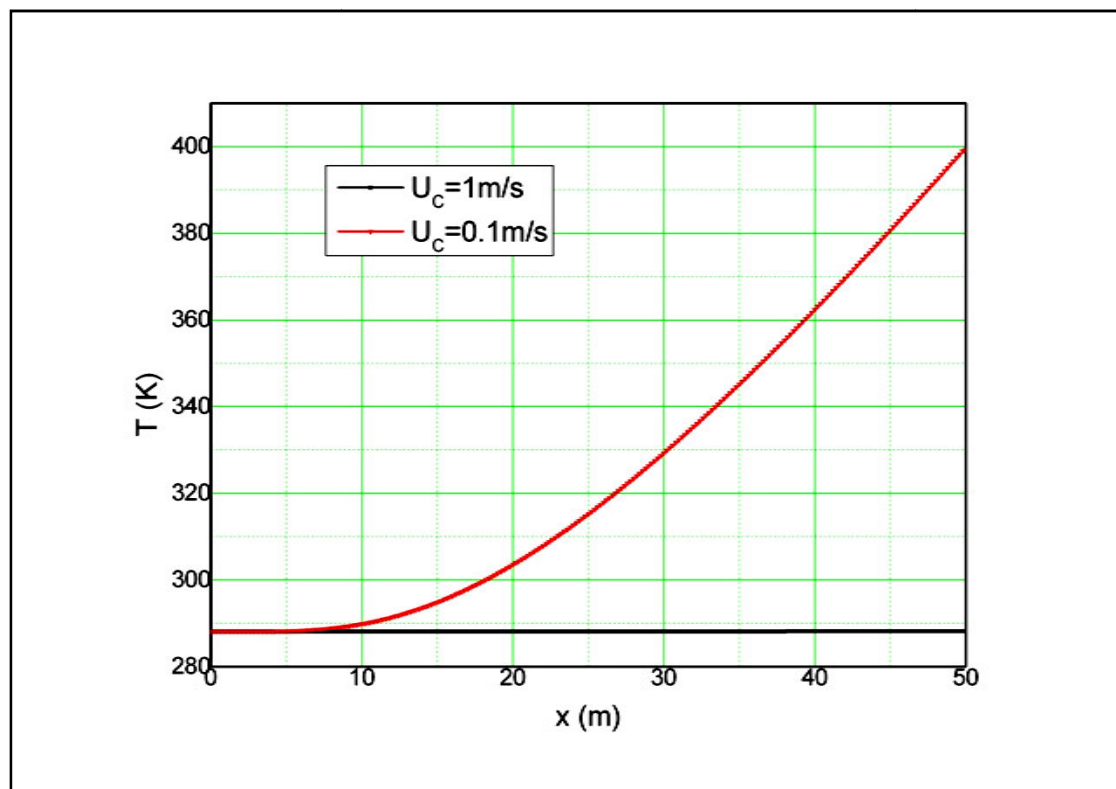


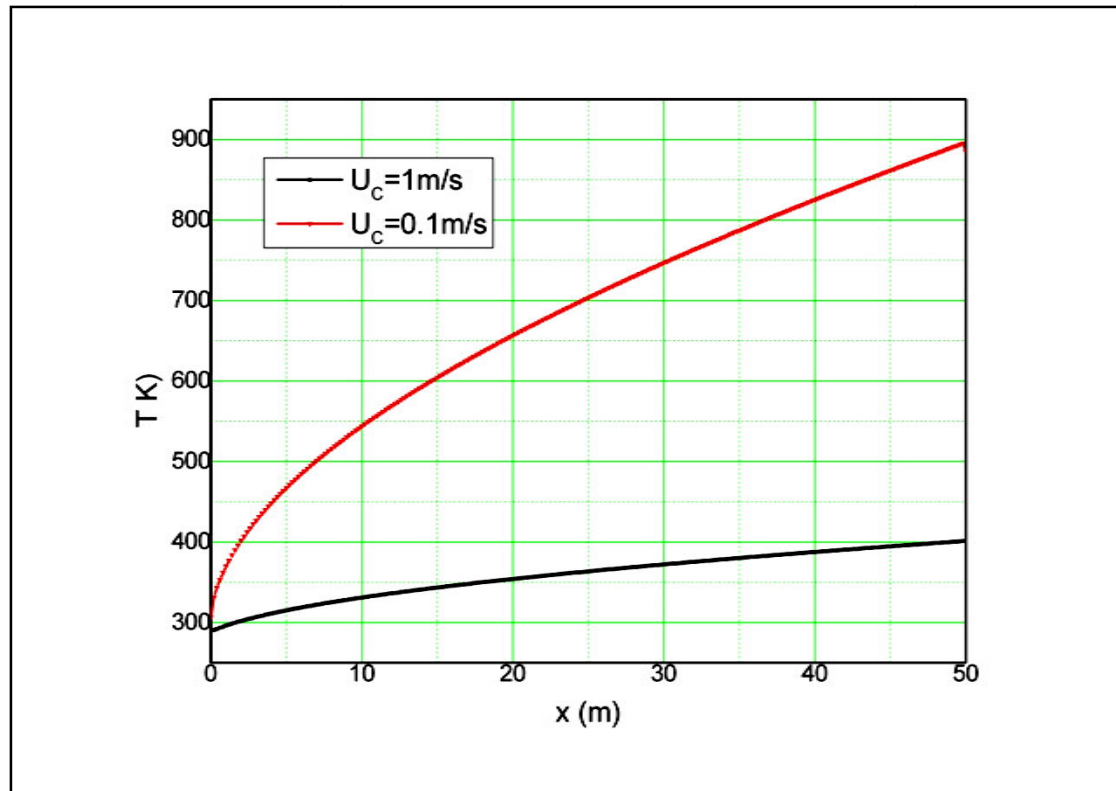
Figure IV.38: Profils de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la sortie ( $x = L$ ) pour deux vitesses différentes.

Les figures IV.39 et IV.40 sont des comparaisons entre les profils de température le long de la ligne-6 ( $y=1.5\text{m}$ ) et le long de la paroi ( $y=H=2.5\text{m}$ ). La température de la ligne-6 pour  $u_0 = 1\text{m/s}$  est isotherme et égale à celle de l'entrée ( $T=T_e=288.15$ ) et l'autre pour  $u_0 = 0.1\text{m/s}$  commence à augmenter à  $x=7.5\text{ m}$ , elle atteint  $400\text{K}$  à la sortie.

Pour la figure IV.40 les deux températures commencent à augmenter progressivement de l'entrée jusqu'à la sortie, elles atteignent  $400\text{K}$  et  $890\text{K}$  pour  $U_c=1\text{m/s}$  et  $U_c=0.1\text{m/s}$  respectivement.



**Figure IV.39: Profils de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la ligne-6 ( $y = 1,5\text{m}$ ) pour deux vitesses différentes.**



**Figure IV.40: Profils de la température d'un milieu poreux d'ardoise à la paroi ( $y = H = 2.5\text{m}$ ) pour deux vitesses différentes.**

### IV.3 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté et discuté les résultats de la simulation numérique pour un modèle de deux dimensions, dont l'objectif principal est d'analyser l'effet de l'utilisation de différents paramètres du milieu poreux pour le cas de flux de chaleur constant appliqué sur la paroi d'un cylindre rempli totalement d'une matière poreuse. Les paramètres pertinents tels que la porosité, la conductivité thermique, la perméabilité et le flux de chaleur sur la paroi sont considérés pour cerner le phénomène de la convection forcée (avec régime laminaire) sur le système considéré par l'évaluation et la comparaison de la distribution de température le long de la paroi du cylindre et au sein du milieu poreux. Nous avons procédé à une validation du comportement dynamique et thermique. Cette dernière a été réalisée grâce aux résultats numériques et expérimentaux obtenus par Benmerkhi Meriem [43], Vafai et Kim [17] et Amiri et Vafai [30]. Les simulations ont été, généralement, effectuées en régime stationnaire.

---

## **Conclusion Générale**

---

## **Conclusion Générale :**

Dans ce mémoire nous avons effectué une simulation de transfert de chaleur par convection forcée dans un milieu poreux saturé par un fluide afin de comprendre le comportement de ce système et d'en améliorer les performances, ainsi de rappeler les bases théoriques de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux.

Nous avons, au cours de ce travail, utilisé le code de calcul Fluent qui est basé sur la méthode de volume finis pour résoudre les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie qui gouvernent le transfert de chaleur et l'écoulement laminaire, stationnaire à travers un milieu de sable et un autre d'ardoise, dans un cylindre horizontal. Ce phénomène dépend de plusieurs facteurs.

Pour caractériser la convection forcée dans la configuration géométrique mentionnée précédemment, nous avons considéré certains facteurs, tel que la vitesse d'écoulement à l'entrée, la porosité, la conductivité thermique de la matière poreuse et le flux de chaleur imposé sur la paroi.

Les principaux résultats numériques obtenus dans ce travail peuvent être résumés de la façon suivante :

1. L'augmentation de la vitesse d'écoulement diminue la température du milieu poreux, alors elle améliore le refroidissement du milieu poreux.
2. Le matériau utilisé dans le canal poreux joue un rôle crucial, avec la plus grande conductivité thermique de matériau améliorant le transfert de chaleur et donc une grande variation dans le profil de température peut être vue entre les deux matériaux utilisés (sable et ardoise).
3. La porosité du milieu est un facteur important dans l'analyse. Les faibles porosités permettent un transfert de chaleur plus grand dans le milieu poreux et une valeur faible de température sur la paroi et il y aurait une grande variation dans les profils de température. Alors l'augmentation de la porosité diminue le transfert de chaleur dans le milieu poreux, en d'autres termes, elle améliore l'isolation thermique dans le milieu poreux.
4. Le flux de chaleur imposé sur la paroi est le dernier facteur dans l'analyse et qu'on a besoin le prendre en considération. Le matériau avec le moins

conductivité thermique montre une petite variation au profile de température du milieu poreux.

5. La dépendance de ces quatre paramètres (la vitesse d'écoulement à l'entrée, la conductivité thermique de la matière poreuse, la porosité et le flux de chaleur imposé sur la paroi) nous permettons de manipuler trois phénomènes distinctes qui sont : l'amélioration de transfert thermique dans les milieux poreux (séchage), le refroidissement (pièces électroniques) et l'isolation thermique.

---

# RÉFÉRENCES

---



## RÉFÉRENCES

- [01] **Amiri, A., Vafai K. and Kuzay, T. M.**, 1995, "Effects of Boundary Conditions on Non-Darcian Heat Transfer through Porous Media and Experimental Comparisons," *Num. Heat Transfer, Part A*, **27**, pp. 651-664.
- [02] **Hwang, G. J., Wu, C. C. and Chao, C. H.**, 1995, "Investigation of Non-Darcian Forced Convection in an Asymmetrically Heated Sintered Porous Channel," *J. Heat Transfer*, **117**, pp. 725-732.
- [03] **Lee, D. Y. and Vafai, K.**, 1999, "Analytical Characterization and Conceptual Assessment of Solid and Fluid Temperature Differentials in Porous Media," *Int. J. Heat Transfer*, **42**, pp. 423-435.
- [04] **Kim, S. J., Kim, D., and Lee, D. Y.**, 2000, "On the Local Thermal Equilibrium in Microchannel Heat Sinks," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **43**, pp. 1735-1748.
- [05] **Hwang, G. J., and Chao, C. H.**, 1994, "Heat Transfer Measurement and Analysis for Sintered Porous Channels," *J. Heat Transfer*, **116**, pp. 456-464.
- [06] **Nield, D. A.**, 1998, "Effects of Local Thermal Nonequilibrium in Steady Convective Processes in a Saturated Porous Medium: Forced Convection in a Channel," *J. Porous Media*, **1**, pp. 181-186.
- [07] **Nield, D. A., and Kuznetsov, A.V.**, 1999, "Local Thermal Nonequilibrium Effects in Forced Convection in a Porous Medium Channel: a Conjugate Problem," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **42**, pp. 3245-3252.
- [08] **Kuznetsov, A.V.**, 1997b, "Thermal Non-Equilibrium, Non-Darcian Forced Convection in a Channel Filled with a Fluid Saturated Porous Medium – a Perturbation Solution," *Applied Scientific Research*, 1997b, **57**, pp. 119-131.
- [09] **Calmidi, V.V. and Mahajan, R. L.**, 2000, "Forced Convection in High Porosity Metal Foams," *J. Heat Transfer*, **122**, pp. 557-565.
- [10] **Martin, A. R., Saltiel, C., and Shyy, W.**, 1998, "Heat Transfer Enhancement with Porous Inserts in Recirculating Flows," *J. Heat Transfer*, **120**, pp. 458-467.
- [11] **Jiang, P. X., and Ren, Z. P.**, 2001, "Numerical Investigation of Forced Convection Heat Transfer in Porous Media Using a Thermal Non-Equilibrium Model," *Int. J. Heat Fluid Flow*, **22**, pp. 102-110.
- [12] **Jiang, P. X., and Ren, Z. P., and Wang, B. X.**, 1999a, "Experimental Research of Fluid Flow and Convection Heat Transfer in Plate Channels Filled with Glass or Metallic Particles," *Experimental Thermal and Fluid Science*, **20**, pp. 45-54.
- [13] **Jiang, P. X., and Ren, Z. P., and Wang, B. X.**, 1999b, "Numerical Simulation of Forced Convection Heat Transfer in Porous Plate Channels Using Thermal

Equilibrium and Nonthermal Equilibrium Models,” Num. Heat Transfer, Part A, **35**, pp. 99-113.

[14] **Jiang, P. X., and Ren, Z. P., Wang, B. X., and Wang, Z.**, 1996, “Forced Convective Heat Transfer in a Plate Channel Filled with Solid Particles,” J. Thermal Science, **5**, pp. 43-53.

[15] **Ichimiya, K., Matsuda, T., and Kawai, Y.**, 1997, “Effects of a Porous Medium on Local Heat Transfer and Fluid Flow in a Forced Convection Field,” Int. J. Heat Mass Transfer, **40** pp. 1567-1576.

[16] **Mahmid, A., Ben Nasrallah, S., and Fohr, J. P.**, 2000, “Heat and Mass Transfer During Drying of Granular Products Simulation with Convective and Conductive Boundary Conditions,” Int. J. Heat Mass Transfer, **43**, pp. 2779-2791.

[17] **Vafai, K. and Kim, S. J.**, 1989, “Forced Convection in a Channel Filled with a Porous Medium: an Exact Solution,” J. Heat Transfer, **111**, pp. 1103-1106.

[18] **S. Bories.** Natural convection in porous media. Advances in Transport Phenomena in Porous Media, 77 :141, 1989.

[19] **S. Bories and M. Prat.** Transferts de chaleur dans les milieux poreux. Techniques de l’Ingenieur, B 8 250 :1–33, 1995.

[20] **M.A. Combarous and S.A. Bories.** Hydrothermal convection in saturated porous media. Advances in Hydrosience, 10 :231–307, 1975.

[21] **D.A. Nield and A. Bejan.** Convection in Porous Media. springer, 1998.

[22] **C.M. Marle.** Ecoulements monophasiques en milieux poreux. Revue Institut Français du Pétrole, 22 (10) :1471–1509, 1967.

[23] **M.A. Combarous.** Convection naturelle et mixte en milieu poreux. PhD thesis, Université de Paris VI, 1970.

[24] **M. Combarous and S. Bories.** Modelization of natural convection inside a horizontal porous layer using a solid-fluid transfer coefficient. International Journal of Heat and Mass Transfer, 17(4) :505–515, April 1974.

[25] **M.A. Combarous.** Convection naturelle et mixte en milieu poreux. PhD thesis, Université de Paris VI, 1970.

[26] **Amiri, A., and Vafai, K.**, 1994, “Analysis of Dispersion Effects and Nonthermal Equilibrium, Non-Darcian, Variable Porosity, Incompressible Flow Through Porous Media,” Int. J. Heat Mass Transf., **37**, pp. 939–954.

[27] **Aichlmayr H.**, "The effective thermal conductivity of saturated porous media", (1999).

- [28] **Lefebvre B.**, "Ecoulement multi phase en milieux poreux", (2003)
- [29] **Delache A.**, "Etude analytique et numérique des instabilités spatio temporelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience", Thèse de doctorat, Mention Mécanique (2005)
- [30] **NIELD (D.A.) et BEJAN (A.)**. – Convection in porous media. Springer Verlag, New York (1992).
- [31] **Coux M.**, "Contribution a l'étude de la diffusion thermo gravitationnelle en milieu poreux", Thèse de Doctorat (1997)
- [32] **Bejan A.**, "Heat transfer handbook", Department of Mechanical Engineering and Materials Science Duke University
- [33] **Kalla L.**, "Convection naturelle au sein d'une couche horizontale poreuse soumis à des flux de chaleur uniforme", Thèse de Maîtrise Es sciences Appliquées (1999).
- [34] **Fluent Incorporated.** Gambit 2.2 User's Guide, Modeling Guide. Chapitre 4, **2005**.
- [35] **Fluent Incorporated.** Fluent 6.2 User's Guide, Using the solver. Volume 3, Chapitre 26, **2005**.
- [36] **Fluent Incorporated.** Fluent 6.2 User's Guide, Modeling turbulence. Volume 2, Chapitre 11, **2005**.
- [37] **S. V. Patankar.** Numerical Heat transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill Book Company, **1980**.
- [38] **H. K. Versteeg, and W Malalasekra.** An introduction to computational fluid dynamics. Essex : Longman Scientific & Technical, 257 p. (ISBN 0 58221884 5), **1995**.
- [39] **Benmerkhi Meriem.** Transfert de chaleur et de matière dans un canal rempli partiellement d'une matière poreuse, thèse doctorat de l'université Mentouri Constantine.