

N° d'ordre : /2015/DM
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BATNA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

THESE PRESNTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE

DOCTORAT EN SCIENCE
EN
MECANIQUE
Option : ENERGETIQUE

PAR
Salhi Hicham

**ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS LES
ENCEINTES: NANOFLUIDE**

Soutenu le2015

Pr. Benmoussa Hocine	Université de Batna	Président
Pr. Si-Ameur Mohamed	Université de Batna	Rapporteur
Pr. Rahal Samir	Université de Batna	Examineur
Pr. Kadja Mahfoud	Université de Constantine	Examineur
MCA. Mechighel Farid	Université d'Annaba	Examineur
MCA. Bouras Fethi	Université d'Eloued	Examineur

REMERCIEMENTS :

Je remercie le Professeur **Benmoussa Hocine**, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce Jury.

Mes remerciements vont d'abord à mon encadreur le Professeur **Si-Ameur Mohamed**, qui m'a sans cesse soutenu, aidé, et qui a toujours fait preuve d'une immense disponibilité.

Mes remerciements vont également, aux Professeurs **Benmoussa Hocine, Rahal Samir, Kadja Mahfoud, Mechighel Farid** et **Bouras Fethi**, qui ont bien voulu faire partie de ce Jury.

Je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de près où de loin à l'établissement de ce travail.

DEDICACES

Je Dédie ce modeste Travail :

- **A mes parents.**
 - ✓ **A ma femme et mon petit fils mohamed**
 - ✓ **A mes frères et mes sœurs.**
 - ✓ **A toute ma famille et à mes amis.**

.....SALHI HICHAM.....

Nomenclature

Symboles Latins:

C_p	Chaleur spécifique du fluide à pression constante.	$J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$
G	Accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
H	Coefficient de transfert de chaleur par convection	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
S_ϕ	Terme source	
T	Température adimensionnelle	
u, v	Composante du vecteur vitesse	$m \cdot s^{-1}$
U, V	Composante adimensionnelle du vecteur vitesse	
x, y	Cordonnées cartésiennes	M
X, Y	Cordonnées cartésiennes adimensionnelles	

Symboles grecs:

α	Diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ν	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
μ	viscosité dynamique	$N \cdot s \cdot m^{-2}$
Γ	Coefficient de diffusion	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	Masse volumique	$Kg \cdot m^{-3}$
ϕ, f	Variables intervenant dans l'équation de transport	
β	Coefficient de dilatation cubique du fluide à pression constante	K^{-1}
Ω	Vorticité adimensionnelle	
Ψ	Fonction de courant adimensionnelle	
θ	Température adimensionnelle	
θ_c	Température de la source de chaleur	
θ_{max}	Température maximale	
θ_{min}	Température minimale	

α_1, α_2	amplitude de la surface ondulée
λ	longueur d'onde
R_α	rapport d'amplitude
γ	Angle d'inclinaison
ξ, η	Cordonnées cartésiennes changement de variable
φ	Fraction volumique

Nombres adimensionnels:

Pr	Nombre de <i>Prandtl</i> : $Pr = \nu/\alpha$
Ra	Nombre de <i>Rayleigh</i> : $Ra = g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot H^3 / \nu \cdot \alpha$
Nu	Nombre de <i>Nusselt</i>

Liste des tableaux

Tableau 1 Rapport des masses volumiques des différentes nanofluides en fonction de la fraction volumique.	28
Tableau 2 Valeurs de $\frac{(C_p)_{nf}}{(C_p)_f}$ (pour $\varphi = 10\%$ obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique	29
Tableau 3 Valeurs de $\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$ pour $\varphi = 10\%$ obtenues à partir des deux relations Donnant le coefficient d'expansion thermique	31
Tableau 4 Présentation des différents termes de l'équation de transport pour les différentes équations de conservation.	50
Tableau 5 Conditions aux limites sous formes adimensionnelles	51
Tableau 6 Présentation des différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant	63
Tableau.7 Les coefficients de volume fini.	65
Tableau.8 Influence de la taille du maillage sur Nu_m .	65
Tableau.9 Les propriétés physiques utilisées	68

Liste des figures

Figure.1. Schéma représentant les configurations étudiées et les conditions aux limites.	46
Figure.2. Volume de contrôle bidimensionnel.	56
Figure.3. Schéma représentant le maillage décalé.	57
Figure.4. Influence de la taille du maillage sur Nu_m .	66
Figure.5. Comparaison de Nombre de Nusselt avec d'autres publications.	69
Figure .6. Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) pour θ_c constante (—) θ_c aléatoire (----)	70

Figure.7. Les champs des températures pour un fluide pur aux différents angles et nombre de Rayleigh 71

Figure.8. Les lignes de courant pour un fluide pur aux différents angles et nombre de Rayleigh 72

Figure .9. Les champs de températures pour un fluide pur (—) et différents type de nanofluide Ag (.....) et TiO_2 (----). 73

Figure.10. Les lignes de courant pour un fluide pur (—) et différents type de nanofluide Ag (.....) et TiO_2 (----). 74

Figure.11. La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de : (a) Nombre de Rayleigh pour différents type de la température (constante ou aléatoire). (b) L'angle d'inclinaison pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. (c) La fraction volumique pour différents type de nanofluide. 75

Figure.12. Les champs de température (à droite) et les lignes de courant (à gauche) pour un fluide pure, θ_c constante (—), θ_c aléatoire (----), et $Ra = 10^5$, $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $\alpha=1/2.5$, $\lambda=4$, 76

Figure.13. Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) pour différents nombre de Rayleigh (a): $Ra = 10^3$, (b): $Ra = 10^4$, (c): $Ra = 10^5$, (d): $Ra = 10^6$, avec un fluide pure et $\alpha_1=0.607$, $\gamma = 90^\circ$, $R_\alpha=0.0$, $\lambda=4$. 77

Figure.14. Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) en fonction de la longueur d'onde des parois ondulées pour un fluide pure et $\alpha_1=0.5$, $R_\alpha=1/2.5$, $\gamma = 90^\circ$, et $Ra = 10^5$ 79

Figure.15. Les champs de température (en bas) et les lignes de courant (en haut) pour différentes valeurs de rapport d'amplitude de la surface ondulée R_α : (a): $\alpha_1=0.5$, $R_\alpha=1/2.5$, (b): $\alpha_1=0.607$, $R_\alpha=0.0$, (c): $\alpha_2=0.47$, $R_\alpha=2.5 /1$, avec un fluide pure, $Ra = 10^5$, $\gamma = 90^\circ$, et $\lambda=4$. 81

Figure 16. a. les lignes de courants pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, fluide pure (—), et nanofluide ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (----)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$ 84

Figure 16. b. les lignes de courants pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_1=0.607$, $R_a=0.0$, fluide pure (—), et nanofluide ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (----)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$ 85

Figure 16. c. les lignes de courants pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_2=0.47$, $R_a=2.5 /1$, fluide pure (—), et nanofluide ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (----)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$ 86

Figure. 17. a Les champs des températures pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, fluide pure (—), et nanofluide ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (----)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$ 87

Figure. 17. b Les champs des températures pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_1=0.607$, $R_a=0.0$, fluide pure (—), et nanofluide ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (----)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$ 88

Figure. 17. c Les champs des températures pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_2=0.47$, $R_a=2.5 /1$, fluide pure (—), et nanofluide ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (----)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$ 89

Figure .18.La variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de nombre de *Rayleigh* pour différent type de température avec $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=4$. 90

Figure.19. La variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de la fraction volumique pour différent valeurs du nombre de *Rayleigh* avec $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=4$ 91

Figure. 20. effet de type de nanofluide sur la variation du nombre de *Nusselt* : a) $Ra=10^3$ b) $Ra=10^4$ c) $Ra=10^5$ d) $Ra=10^6$ avec $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=4$ 92

Figure.21. La variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de l'angle d'inclinaison pour différent valeurs de rapport d'amplitude avec $Ra=10^5$. 93

TABLE DES MATIERES

Nomenclature	
Liste des tableaux	
Liste des figures	
Introduction générale	10
Chapitre I: Généralités et synthèse bibliographique	
I.1 Introduction	14
I.2. Notions sur la convection	14
I.2.1. Définition	14
I.2.2. Type de convection	14
I.2.3. Convection naturelle	15
I.2.3.1. Approximation de Boussinesq	20
I.2.3.2. Grandeurs sans dimension	20
I.3. Nanofluides	23
I.3.1. Techniques de fabrication	24
I.3.2. Propriétés thermophysiques des nanofluides	27
I.4. Application des nanofluides dans l'industrie	34
I.5. Convection dans une cavité remplie de nanofluide	37
I.6. Convection naturelle dans les cavités ondulées	40
Chapitre II: Formulation mathématique	
II.1. Configuration étudiée	45
II.2. Hypothèses simplificatrices	45
II.3. Equations gouvernantes	46
II.3.1. Equations de conservation	46
II.4. Dimensionnement des équations de conservation	48
II.5. Equation générale de conservation	49
II.5.1. Equation de transport	49
II.6. Nombre de Nusselt	50
II.7. Conditions initiale et aux limites	51
II.7.1. Condition initiale	51
II.7.2. Conditions aux limites	51
II.8. Changement de variable	52

Chapitre III : Modèle numérique	
III.1. Principe de la méthode des volumes finis	56
III.2. Maillage	56
III.3. Discrétisation	58
III.3.1. Enceinte ondulée	58
III.3.1.1. Discrétisation des différents termes de l'équation de transport	58
III.3.1.2. Schéma hybride (HDS)	61
III.3.1.3. Résolution des systèmes d'équations linéaires (méthode de Jacobi)	62
III.3.1.4. Discrétisation de l'équation de Poisson	63
III.3.2. Enceinte carrée	64
III.4. Choix du maillage	65
Chapitre IV : Résultats et discussions	
IV.1. Introduction	68
IV.2. Paramètres utilisés	68
IV.3. Validation du programme numérique	69
IV.4. Résultats et discussions	69
IV.4.1. Enceinte carrée	69
IV.4.2. Enceinte ondulée	76
IV.4.2.1. Effet de type de température	76
IV.4.2.2. Effet de Nombre de Rayleigh	77
IV.4.2.3. Effet de la longueur d'onde	79
IV.4.2.4. Effet du rapport d'amplitude	81
IV.4.2.5. Effet de l'angle d'inclinaison et la fraction volumique	86
IV.4.2.6. Variation de nombre de Nusselt	90
Conclusion générale	96
Annexe	99
Références bibliographiques	109

Introduction générale

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs des procédés industriels, etc.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes gérant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides impliqués (propriétés physico-chimiques).

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi conducteurs, et le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire,.....etc. L'enceinte carrée continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceinte, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées.

Les géométries complexes couvrent différents types de configurations géométriques, à savoir les cavités à parois ondulées, les cavités à parois courbées concaves et convexes. Parmi les travaux concernant les effets de courbure des parois des enceintes fermées sur la convection naturelle, la majorité ont été consacrés à la géométrie carrée et rectangulaire dont une ou deux parois sont ondulées.

Chronologiquement, bien que les idées d'amélioration aient touché surtout la géométrie des systèmes, et la nature physico-chimique des milieux convectifs, les travaux n'ont touché que l'ordre macroscopique ou parfois microscopique du processus. Mais avec l'apparition et le développement rapide des nanosciences et nanotechnologies pendant la deuxième moitié du 20^{ème} siècle, la convection a pris une grande part de cette nouvelle richesse, et a pris un autre aspect de perfectionnement : c'est au niveau nanométrique de la matière du milieu convectif que les récents travaux ont été concentrés.

Les nanofluides sont alors l'un des fruits d'une telle richesse. Dotés de propriétés physico-chimiques particulières et intéressantes telle que leur importante conductivité thermique, les nanofluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par les autres caloporteurs. Les études menées dans cette nouvelle direction ont fourni une riche bibliographie, mais très variée : bien qu'en majorité ils sont assez positifs.

Dans le présent travail, nous étudions la convection naturelle laminaire dans une enceinte inclinée remplie des nanofluides. Notre objectif est de comprendre l'effet du nanofluide sur le mécanisme de la convection naturelle dans les enceintes (carrées et ondulées). Dans ce contexte, nous avons développé notre propre code de calcul et mener une étude paramétrique regardant les paramètres thermomécaniques et géométriques.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra=10^3$, 10^4 , 10^5 , 10^6), l'angle d'inclinaison (γ égale à 0° , 30° , 45° , 90° , 135° , 180°), différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\varphi=0$) et pour les nanoparticules (Ag et TiO_2 , φ égale à 0.1, 0.2), et les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde λ , le rapport d'amplitude de la surface ondulée $R_\alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$).

Le travail présenté est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre, présente la théorie générale de la convection thermique naturelle, puis on citera quelques travaux numériques et expérimentaux menés en convection utilisant respectivement les fluides conventionnels et les nanofluides dans les enceintes (carrées et ondulées).

Le modèle physique choisi, à savoir les équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées constituent le contenu du deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis, sa mise en oeuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que le choix du maillage adéquat.

On rassemble dans le chapitre quatre la validation de notre programme de calcul ainsi que les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats de cette étude paramétrique sont également présentés.

Introduction générale

Enfin, une conclusion générale, qui résume les principaux résultats obtenus, est donnée à la fin de ce mémoire. Quelques recommandations pour les études futures sont également formulées.

Chapitre I

Généralités et synthèse bibliographique

I.1. Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter les connaissances actuelles relatives à la convection naturelle dans les enceintes, les nanofluides et leurs applications éventuelles, tant d'un point de vue théorique qu'expérimental. On s'intéresse en particulier à l'effet de type du nanofluide et leurs concentrations sur le transfert de chaleur. On s'attache également à décrire l'influence de plusieurs paramètres sur la convection naturelle telle que la forme de la géométrie (enceinte carrée et ondulée), l'angle d'inclinaison et la position de la source de chaleur ...

I.2. Notions sur la convection

I.2.1. Définition

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes.

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes,

L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules.

Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement

I.2.2. Type de convection

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement

Aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée.

Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

I.2.3. Convection naturelle

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produits pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

En outre et selon les conditions aux limites, les études relatives à la convection sont souvent menés dans les cavités. On peut distinguer plusieurs types de problèmes dans les cavités, on cite deux cas :

Cavité avec gradient vertical de température :

Quand on impose un gradient de température verticale du fond au sommet de la cavité, on a ce qu'on appelle la convection de Rayleigh- Bénard. Elle a une longue et riche histoire elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale. Le mécanisme de base de cette convection est comme suit. Les parois horizontales de la cavité étant respectivement chauffées et refroidies, par suite de différence de température, la chaleur s'écoule entre le fluide et le corps et provoque une variation de densité des couches fluides au voisinage de la surface. La différence de densité crée un écoulement descendant pour le fluide le plus lourd et un écoulement ascendant pour le fluide le plus léger. Quand le gradient de température est vertical avec paroi supérieure chaude et paroi inférieure froide, on n'aura pas

de mouvement et par conséquent pas de convection, le fluide est thermiquement stratifié et on a le cas stable.

Cavité avec gradient horizontal de température :

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffées et refroidies, alors que les parois horizontales sont adiabatiques. L'écoulement prend la forme d'un vortex avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide.

Les premiers travaux portant sur la convection naturelle ont été entrepris, dans les années 60 du 20^{ème} siècle, par Vahl Davis et al [1] et [2]. Ces auteurs ont utilisé la méthode des différences finies pour résoudre le problème de convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Ces études ont eu le mérite de lancer une compétition internationale sur le sujet. Elles ont montré que la distribution de température à mi-hauteur de la cavité est presque linéaire et le gradient thermique vertical tend vers zéro pour les valeurs du nombre de Rayleigh inférieures à 10^4

Chu and Churchill [3] qui ont étudié la convection naturelle au sein d'une enceinte rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète. Avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

Anderson and Lauriat [4] ont étudié l'écoulement dans une enceinte carrée avec chauffage localisé au dessous grâce à un flux uniforme ou par maintien d'une température constante tandis qu'un mur vertical était refroidi et isotherme. Les observations expérimentales ont confirmé l'absence de l'instabilité de type Rayleigh Bénard pour le flux, si les nombres de Rayleigh sont plus grands que 5×10^3 . Francis [5] Ce travail présente des résultats expérimentaux obtenus dans une cavité différentiellement chauffée de 4 m de hauteur. Dans cette étude, des cartographies de température (micro thermocouples) ont été établies pour des écoulements de convection naturelle turbulente à grands nombres de Rayleigh ($4,0 \times 10^{10} \leq Ra \leq 1,2 \times 10^{11}$) avec l'approximation de Boussinesq. L'exploitation des résultats expérimentaux a, entre autre, permis de caractériser la stratification thermique au centre de la cavité ainsi que son évolution en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes émissivités des parois passives. En outre, cette caractérisation a permis de connaître les

répartitions des flux échangés à la paroi, la typologie des écoulements au voisinage des parois actives et dans le plan vertical médian, ainsi que le cheminement du fluide dans la partie haute de la cavité. Ces résultats sont ensuite comparés à ceux obtenus dans d'autres cavités différentiellement chauffées de moindres dimensions étudiées antérieurement au laboratoire. L'ensemble de ces résultats montre une grande cohérence et permet de déterminer des lois d'évolution de la vitesse maximale atteinte dans la cavité et du transfert de chaleur aux parois, en fonction du nombre de Rayleigh, en régime laminaire et turbulent. En parallèle, une étude numérique 2D a été réalisée. Son objectif est d'étudier l'influence du rayonnement de surface ou volumique sur la structure de l'écoulement et sur les modes de transfert de chaleur. Un module de transferts radiatifs a été implanté dans un code de volumes finis de convection naturelle turbulente existant. La modélisation de la turbulence est réalisée par une approche LES avec un modèle de diffusivité de sous maille adapté à la convection naturelle.

La simulation numérique des échanges thermo-convectifs dans un canal vertical ouvert à flux imposé a été étudiée par Amine Zoubir [6]. Cette étude rentre dans le cadre des recherches sur le rafraîchissement passif des composants (photovoltaïque) intégrés au bâtiment. A cet effet, un code numérique en Différences Finies est utilisé pour résoudre les équations de Navier-Stokes et simulé la convection naturelle dans un canal. Ce problème reste difficile à résoudre parce que l'écriture des conditions aux limites d'entrée et de sortie reste un problème ouvert. Son travail consiste d'abord à cibler les frontières. Les travaux réalisés ont permis de faire un premier choix sur les conditions aux limites. L'étude est orienté ensuite sur la qualification et la quantification numériques et expérimentales pour deux fluides : l'air (convection-rayonnement) et l'eau (convection pure).

Les résultats numériques/expérimentaux ont été comparés et les discordances ont été analysées. Plusieurs aspects phénoménologiques (rayonnement entre surfaces, variation des propriétés thermo-physiques, variation du nombre de Prandtl), dans le but d'apporter des éléments de réponses aux conditions aux limites dynamiques.

Karim et al [7] étudié le comportement hydrodynamique et thermique de l'air remplissant entièrement une cavité cubique qui présente une source de chaleur, occupant une fraction de sa base. A l'exception de ses parois verticales, droite et gauche, maintenues à une température uniforme et inférieure à celle de la source, toutes les autres surfaces sont considérées comme adiabatiques. L'écoulement et le transfert thermique sont gouvernés par le nombre de Rayleigh ainsi que par l'étendue de la source de chaleur. Les équations générales de conservation sont discrétisées par la méthode des volumes finis avec un code de calcul, basé

sur l'algorithme simplifié. Cette étude a montré que deux régimes d'écoulements sont distingués suite de l'augmentation du nombre de Rayleigh. Un régime dit conductif pour une gamme de $Ra \leq 10^4$ et un régime convectif là où $Ra \geq 10^5$. Le taux de transfert thermique se trouve comme une fonction croissante du nombre de Rayleigh ainsi que l'étendue de la source de chaleur.

Bennacer et al [8] ont mené présentement une étude numérique et analytique concernant le transfert combiné de chaleur et de masse dans un milieu poreux. Ce milieu est globalement homogène et présente une anisotropie thermique. L'équation qui gouverne l'écoulement est celle de Darcy-Brinkman. Le système d'équations couplées est résolu par la méthode classique des volumes finis. Dans le cas d'écoulements d'origine thermique, l'analyse d'échelle est appliquée pour prédire analytiquement l'évolution du transfert de chaleur et de masse en fonction de l'anisotropie thermique. Les simulations numériques sont présentées pour une cavité carrée en faisant varier une large gamme de paramètres. Les résultats numériques sont analysés en termes de transfert moyen de chaleur et de masse sur les parois verticales de la cavité et montrent l'existence d'un maximum de transfert de masse, pour un rapport d'anisotropie critique. Cette situation critique dépend de plusieurs paramètres dont le nombre de Lewis du fluide saturant.

L'analyse des transferts de chaleur et de la dynamique de l'écoulement aux parois dans un canal vertical différentiellement chauffé et à flux imposé a été étudiée par Sanvicente et al [9]. Deux essais de répétabilité en température et vitesse ont été présentés. Les caractéristiques thermiques aux parois (transferts de chaleur, niveaux de températures) se retrouvent avec une très bonne précision d'un essai à l'autre. En revanche, la concordance des résultats concernant la dynamique de l'écoulement est plus nuancée. En effet, si l'effet débitant lié au tirage thermique se retrouve avec un écart tout à fait satisfaisant, certaines caractéristiques moyennes ou instantanées de l'écoulement peuvent être relativement éloignées. Cela a été notamment constaté au niveau du champ de vitesse moyen au centre du canal et des intensités turbulentes proche paroi pour lesquels les écarts sont importants.

Benkhelifa et al [10] ce travail, présente une étude numérique de la convection naturelle en régime permanent dans une cuve cylindrique. Cette enceinte, de rapport $H/R = 1$, est chauffée au niveau de ses parois latérale et supérieure et refroidie au niveau de sa paroi inférieure. L'écoulement est supposé bidimensionnel (axisymétrique) et laminaire. Le fluide considéré est de l'eau. Le modèle numérique développé a été résolu par l'algorithme simple en utilisant un schéma d'approximation de la "loi de puissance". L'influence du nombre de Rayleigh, sur le transfert thermique et le champ dynamique, a été analysée.

Marie-Laure [11] Une étude de la convection naturelle dans une enceinte confinée comportant une source de chaleur dont la position et la forme varient est réalisée afin d'avoir une meilleure compréhension des phénomènes rencontrés. Cette étude a permis également de tester l'outil numérique Fluent en régime laminaire. Après une analyse des paramètres de similitude intervenant dans cette configuration, une maquette est définie et réalisée en similitude du cas industriel. Cette maquette comprend un élément chauffant placé sur le côté de la cavité et une rampe de jets positionnée perpendiculairement, qui sont représentatifs d'un pack de conditionnement d'air avec le système de ventilation associé. L'ensemble de ces résultats constitue une base de données sur les écoulements de convection dans des enceintes confinées comportant une source de chaleur ventilée. En vue d'une étude paramétrique, ces données expérimentales ont permis une première vérification du code de calcul Fluent en convection naturelle. Cette première étape constitue une approche dans la détermination de corrélations de transfert de chaleur sur ce type d'écoulements.

Sarris et all [12] ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans les réservoirs rectangulaires chauffés localement au dessous. Basé sur des prévisions numériques, les effets du nombre de Rayleigh et la géométrie de la source de chauffage et du réservoir sur les structures d'écoulement et le transfert thermique ont été étudiés pour le nombre de Rayleigh dans la gamme 10^2 à 10^7 . Leur étude a indiqué que l'augmentation de l'intensité de circulation d'écoulement augmente avec une augmentation de longueur de la source de chauffage.

Bilgen and Balkaya [13] ont analysé le transfert thermique par convection naturelle dans une cavité carrée avec des ouvertures de ventilation et des sources de chaleur. L'étude a été effectuée en résolvant numériquement les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie avec l'approximation de Boussinesq. D'abord, ils ont obtenu les positions optimales des sources en maximisant la conductivité globale pour différents nombres de Rayleigh. Une, deux et trois sources de chaleurs à des positions optimales ont été considérées. Les résultats ont indiqué que la distribution des sources n'est pas équidistante mais concentrée près du fond de la cavité. Le nombre de Nusselt et le débit volumétrique augmentent en fonction du nombre de Rayleigh, de la taille de la source et du nombre de sources.

Osorio, Avila, Jorvantes [14] ont étudié numériquement et expérimentalement la structure de l'écoulement et le transfert thermique dans une cavité d'eau inclinée différentiellement chauffée, à une température proche de celle correspondant à sa densité

maximale. Ce travail a permis d'évaluer la distribution de température dans le plan de la cavité et de mesurer le nombre moyen de Nusselt pour chaque angle d'inclinaison. Les résultats numériques montrent un accord raisonnable avec les mesures expérimentales.

Nous avons réalisé ci-dessous une synthèse bibliographique sur quelques travaux de la convection qui nous intéressent pour la compréhension de notre problématique. Cependant, il est utile de rappeler certaines informations.

1.2.3.1. Approximation de Boussinesq

En 1903, à l'époque même où Rayleigh s'intéresse à la convection, Boussinesq propose une simplification de ces équations de façon à ne conserver que les ingrédients nécessaires et suffisants à la convection thermique. Les hypothèses de Boussinesq consistent à supposer que les différentes propriétés thermodynamiques et de transport du fluide sont indépendantes de la pression. Elles supposent aussi que le fluide est incompressible mais il conserve bien entendu le terme de poussée d'Archimède, directement lié à la dilatation ou à la contraction thermique du fluide. Cette approximation est valable lorsque l'écart de la température entre les parois chaudes et les parois froides est inférieure à 30° ($\Delta T < 30^\circ$). L'hypothèse essentielle de Boussinesq est : la masse volumique (ρ) est constant sauf dans le terme de poussée d'Archimède.

1.2.3.2. Grandeurs sans dimension

Une grandeur sans dimension (ou grandeur adimensionnelle) est une quantité permettant de décrire une caractéristique physique sans dimension ni unité explicite d'expression. Elle est constituée du produit ou rapport de grandeurs à dimensions, de telle façon que le rapport des unités équivaut à un. Ces grandeurs sans dimension interviennent particulièrement en mécanique des fluides et pour la description de phénomène de transfert lorsqu'on utilise la similitude de modèles réduits ou théorie des maquettes et construit l'interprétation des résultats d'essais. Elles portent le nom de nombres sans dimension, nombres adimensionnels, ou encore de nombres caractéristiques.

Les nombres adimensionnels les plus utilisés dans le domaine de la convection sont :

Le Nombre de Reynolds : représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en adimensionnant les équations de Navier-Stokes. On le définit de la manière suivante : $Re = \frac{U_0 L}{\nu}$

Avec

U_0 vitesse caractéristique du fluide [m/s]

L dimension caractéristique [m]

ν viscosité cinématique du fluide [m^2/s]

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$, ρ masse volumique du fluide [kg/m^3]

μ viscosité dynamique du fluide [$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$]

Le Nombre de Préndlt qui est le rapport de la viscosité cinématique ν et la diffusivité thermique α , il caractérise l'importance relative des effets thermiques et visqueux,

Ce nombre porte le nom de Ludwig Prandtl, physicien allemand : $\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$.

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un nombre de Prandtl faible indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

Le Nombre de Peclet est un nombre sans dimension utilisé en transfert thermique et en transfert massique. Il représente le rapport de deux temps caractéristiques : celui du transfert par convection et celui du transfert par conduction (ou par diffusion pour les transferts massiques). Il est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl dans le cas du transfert thermique. Ce nombre porte le nom d'Eugène Péclet, physicien français:

$$Pi = \frac{U_0 L}{\alpha} = \text{Re} * \text{Pr}$$

Le Nombre de Grashof est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Ce nombre porte le nom de Franz Grashof, ingénieur allemand. On le définit de la manière suivante : $Gr = \frac{g\beta\theta L^3}{\nu^2}$

avec :

g : Accélération de la pesanteur.

β : Coefficient de dilatation.

Le Nombre de Richardson qui compare les effets de la gravité à ceux d'inertie :

$$Ri = \frac{g\beta\theta L}{U_0^2}$$

Le nombre de Richardson sera le paramètre de convection mixte puisqu'il est fonction du paramètre de convection naturelle (Gr) et du paramètre de convection forcée (Re) :

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

Le Nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides et caractérisant le transfert de chaleur au sein d'un fluide : inférieur à une valeur critique de 2000, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà de cette valeur c'est la convection naturelle qui devient importante. On peut le définir comme le produit du nombre de Grashof, reliant les effets de la force gravifique à la viscosité du fluide, et du nombre de Prandtl. Ce nombre porte le nom de Lord Rayleigh, physicien anglais. On le définit de la manière suivante :

$$Ra = \frac{g\beta H^3 (T_H - T_L)}{\nu\alpha} = Gr * Pr$$

Le Nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert thermique conductif à travers une interface (souvent fluide/solide). Si la conduction est le principal mode de transfert, alors le nombre de Nusselt sera de l'ordre de l'unité. En cas de présence de convection (due par exemple au déplacement d'un fluide en régime turbulent), le transfert thermique s'effectuera principalement par déplacement du fluide et aura pour conséquence de faire tendre le nombre de Nusselt vers l'infini.

$$\text{On le définit de la manière suivante : } Nu = \frac{hH}{k}$$

h : Coefficient de transfert thermique.

H : Longueur caractéristique.

k : Conductivité thermique du fluide.

I.3.Nanofluides

Avec les progrès récents en nanotechnologies, des particules de la taille des nanomètres peuvent être obtenues. Cet avancement technologique a donné l'idée de suspendre ces particules dans un liquide de base pour obtenir une amélioration de la conductivité thermique. Une suspension de nanoparticules dans un fluide de base est appelée nanofluide. Ce terme a été proposé par Choi [15] en 1995 dans le laboratoire national d'Argonne. Le fluide de base est généralement de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol(EG).

-Les nanoparticules sont des fines particules nanométriques : leur diamètre est de quelques nanomètres (<50nm).

-D'une manière générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories :

- Les nanoparticules sphériques pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base de métaux (cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag...) ou d'oxydes de cuivre (oxyde d'aluminium Al_2O_3 , oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane TiO_2 ...).

-Les nanotubes (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO_2 , Nanotube de silicium...).

Dans notre thèse, les nanoparticules utilisées sont :

a) Nanoparticules de dioxyde de Titane (TiO_2)

Les nanoparticules de l'oxyde de Titane (TiO_2) ont été étudiées, dans plusieurs travaux de recherche, comme; Pack and Choi [16] en dispersant des nanoparticules de 27 nm dans l'eau, ont obtenus une amélioration de la conductivité thermique de 10.7% pour une fraction volumique de 4,35%. Cette valeur est beaucoup plus faible que les 32% obtenue pour le nanofluide (eau+ Al_2O_3) avec la même concentration des nanoparticules. Wen and Ding [16] ont étudié un écoulement de nanofluide entre deux disques horizontaux dont l'un est uniformément chauffé. Le nanofluide est composé des nanoparticules de dioxyde de Titanium (TiO_2) de diamètre compris entre 30 et 40 nm, suspendues dans l'eau. Cette suspension a prouvé une bonne stabilité grâce à un système de mixage mécanique et un stabilisateur électrostatique, le coefficient de transfert de chaleur a eu une importante chute avec l'augmentation de la concentration du nanofluide qui se traduit par la décroissance des valeurs du nombre de Nusselt en fonction de la croissance du nombre de Rayleigh.

b) Nanoparticules d'Argent (Ag)

La taille moyenne des nanoparticules d'argent (Ag) est de 60-80nm. Comme les nanoparticules de l'oxyde de Titane (TiO₂), l'argent (Ag) a été étudié par plusieurs travaux de recherche, comme Patel et al. [17] ont étudié le nanofluide (Au-thiolate+toluène) à une température de 60°C, et ont obtenu une amélioration de 8.8% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de nanoparticules $\phi = 0.011\%$. Pour une solution de (Au-citrate+eau), ils ont obtenu une amélioration de 8,3% de la conductivité thermique pour $\phi = 0.00026$. Par contre, pour une solution de (Ag-citrate+eau), ils ont obtenu une amélioration de 4.5% pour $\phi = 0.001\%$. Pour le nanofluide (Ag+eau) la conductivité thermique obtenue est plus faible que celle du nanofluide (or+eau) bien que l'argent soit meilleur conducteur de la chaleur que l'or.

Ogut [18] a étudié la convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée et chauffée par une source de chaleur placée au centre de la paroi gauche et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Cu, Ag, CuO, Al₂O₃ et TiO₂). Les résultats montrent que le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

Nada EA et al [19] Étudie la convection naturelle dans un anneau horizontal remplie d'eau et des nanoparticules de (Cu, Ag, Al₂O₃, TiO₂).

I.3.1. Techniques de fabrication

La littérature concernant les nanofluides montre que leur utilisation en tant que fluide caloporteur est envisageable, la plupart des auteurs ayant constaté une amélioration des performances thermiques. Les informations qui reviennent le plus souvent sont l'amélioration de la conductivité thermique et une hausse de la viscosité avec l'augmentation de la concentration en nanoparticules. L'utilisation des nanofluides est assez contraignante cependant, des précautions particulières devant être prises pour éviter la sédimentation des particules, la corrosion ou l'augmentation des pertes de charge. À l'opposé, certains auteurs affirment le contraire, en l'occurrence que les nanofluides sont moins performants que leurs liquides de base. D'une manière générale, les nanofluides permettent de réduire l'encombrement et la consommation des équipements de refroidissement industriel par une meilleure efficacité. Comme les nanofluides sont de bons conducteurs de chaleur ils peuvent aussi être utilisés pour réchauffer plus efficacement. Un des grands inconvénients des nanofluides est leur prix (près de 100 euros le litre) Amrid [20]. On doit s'assurer de leur rentabilité. Leur emploi sera sûrement réservé aux technologies de pointes. Les grandes

disparités sur l'explication des phénomènes derrière l'amélioration des propriétés thermiques des nanofluides prouvent bien que cette technologie n'est pas encore mature. On s'attend à ce que la recherche dans ce domaine s'intensifie.

Diverses techniques chimiques et physiques sont disponibles pour élaborer des nanoparticules. Ces différentes méthodes permettent d'obtenir des nanoparticules libres ou enrobées, encapsulées dans une matrice hôte.

Méthodes physiques

La méthode la plus simple consiste à subdiviser un matériau jusqu'à l'échelle nanométrique. Toutefois, cette méthode présente d'importantes limitations car elle ne permet pas un contrôle précis des distributions de taille. Afin d'obtenir un meilleur contrôle de la taille et de la morphologie, on peut utiliser d'autres méthodes physiques plus sophistiquées comme :

- la pulvérisation d'un matériau cible, par exemple à l'aide d'un plasma (pulvérisation cathodique), ou d'un faisceau laser intense (ablation laser). Sakuma and Ishii [21]
- le chauffage à très haute température (évaporation thermique) d'un matériau de manière à ce que les atomes qui le constituent s'évaporent. Ensuite un refroidissement adéquat de ces vapeurs permet une agglomération en nanoparticules, Singh et al [22].

En général, les méthodes physiques nécessitent un matériel coûteux pour un rendement en nanoparticules souvent très limité. Les nanoparticules ainsi synthétisées sont la plupart du temps déposées ou liées à un substrat.

Méthodes chimiques

Aujourd'hui un grand nombre de méthodes de synthèse par voie chimique sont disponibles et présentent l'avantage d'être en général simples à mettre en œuvre et d'être souvent quantitatives et peu coûteuses. Ces méthodes permettent d'obtenir des particules avec une distribution de tailles relativement étroite et de morphologies variées. Comme dans le cas de la voie physique, les nanoparticules peuvent être synthétisées sous deux formes : libres à l'état de poudre relativement facile à disperser dans un liquide ou un gel hôte, ou enrobées dans une matrice solide ou un polymère.

Nous citons ici les méthodes chimiques les plus couramment utilisées :

a) Décomposition de précurseurs organométalliques

L'utilisation de précurseurs organométalliques permet d'élaborer différents systèmes de nanoparticules. Le procédé repose sur la décomposition, dans un solvant organique judicieusement choisi, d'un composé organométallique, dans lequel le métal est généralement à bas degré d'oxydation. Ceci permet d'éviter l'emploi de réducteurs chimiques puissants qui engendrent souvent des impuretés qui s'adsorbent à la surface des particules et sont difficiles à éliminer. La décomposition est réalisée par élimination des ligands de coordination. Cette élimination se fait en général par chauffage. D. K. Lee et al [23].

b) Voie radiolytique

Le principe de la synthèse radiolytique des nanoparticules consiste à réduire des ions métalliques en solution au moyen d'espèces produites (en général des électrons) par radiolyse. Dans de telles solutions, les ions métalliques en solution sont en concentration suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas d'effet direct des rayonnements sur ces ions. La synthèse peut donc se décrire en deux parties (la radiolyse du solvant, et es réactions de réduction des ions métalliques par les espèces produites par radiolyse suivies par la coalescence des atomes produits). R. Benoit et al. [24].

Les méthodes chimiques ont souvent un rendement bien supérieur à celui des méthodes physiques.

Donc comme conclusion, la fabrication des nanoparticules est une industrie nécessitant une technologie très précise, vu la taille et les différentes formes exigées par les expérimentateurs pour avoir plus d'études de cas, et la nécessité de certains traitements chimiques de surface pour les maintenir en suspension.

La préparation des Nanofluides doit tenir compte surtout d'une suspension stable et durable et une agglomération minimale des nanoparticules, et doit assurer qu'elles n'entrent pas en échange chimique avec le fluide de base.

I.3.2. Propriétés thermophysiques des nanofluides

Les propriétés thermophysiques (la masse volumique, la chaleur spécifique, la dilatation thermique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) des solutions sont profondément modifiées par l'ajout des nanoparticules. De nombreux paramètres caractérisant ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des paramètres

thermophysiques du nanofluide obtenus (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique φ , la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, la température du milieu etc).

La Masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide de base) en fonction de la fraction volumique (φ) à une température T donnée.

La masse volumique de ce mélange est définie comme suite :

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V} \right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_s + V_f} = \frac{\rho_f m_f + \rho_s m_s}{V_s + V_f} \quad \text{I.1}$$

La fraction volumique des nanoparticules (φ) désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\varphi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume totale du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad \text{I.2}$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad \text{I.3}$$

avec

ρ_{nf} : La masse volumique du nanofluide,

ρ_f : La masse volumique du fluide de base

ρ_s : La masse volumique des nanoparticules solides

Le tableau 1 représente les valeurs des rapports de la masse volumique des nanofluides sur la masse volumique du fluide de base pour les nanofluides suivante (eau+Al₂O₃), (eau+TiO₂), (eau+Cu), (eau+Ag) et (eau+Au) en fonction de la fraction volumique (φ) qui varie entre 0% et 10%.

Tableau 1: Rapport des masses volumiques des différentes nanofluides en fonction de la fraction volumique.

	$\frac{\rho_{nf}}{\rho_f}$				
φ %	Eau+Al ₂ O ₃	Eau+ TiO ₂	Eau+Cu	Eau+Ag	Eau+Au
0%	1	1	1	1	1
1%	1.0231	1.0296	1.0767	1.0921	1.1801
2%	1.0492	1.0622	1.1562	1.1872	1.3632
3%	1.0752	1.0947	1.2358	1.2823	1.5462
4%	1.1012	1.1272	1.3150	1.3772	1.7292
5%	1.1273	1.1598	1.3949	1.4723	1.9123
6%	1.1533	1.1923	1.4745	1.5673	2.0953
7%	1.1793	1.2248	1.5541	1.6623	2.2783
8%	1.2053	1.2573	1.6336	1.7573	2.4613
9%	1.2314	1.2899	1.7132	1.8524	2.6444
10%	1.2574	1.3224	1.7927	1.9474	2.8274

La Chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un system homogène $C_p = \frac{dQ}{mdT}$. La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a les des deux relations suivantes.

Xuan and Roetzel [25] ont utilisé :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s \quad \text{I.4}$$

Pak and Cho [16] ont utilisé :

$$(C_p)_{nf} = (1-\varphi)(C_p)_f + \varphi(C_p)_s \quad \text{I.5}$$

avec

$(C_p)_{nf}$: Chaleurs spécifique du nanofluide.

$(C_p)_f$: Chaleurs spécifique du fluide de base.

$(C_p)_s$: Chaleurs spécifique des nanoparticules.

Tableau 2: Valeurs de $\frac{(C_p)_{nf}}{(C_p)_f}$ (pour $\varphi=10\%$ obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique.

φ %	$(C_p)_s$	$(C_p)_f$	$\frac{(C_p)_{nf}}{(C_p)_f}$		
			0 %	10 % relation (I.5)	10 % relation (I.4)
Eau		4179			
Al ₂ O ₃	765		1	0.9183	0.7683
TiO ₂	686.2		1	0.9164	0.7335
Cu	383		1	0.9092	0.5479
Ag	230		1	0.9055	0.4919
Au	129		1	0.9031	0.3394

Le tableau 2 on présente les valeurs calculées a partir des deux relations (I.4) et (I.5) de $\frac{(C_p)_{nf}}{(C_p)_f}$ (pour $\varphi=10\%$ pour le nanofluide (eau avec les différentes nanoparticules Al₂O₃, TiO₂, Cu, Ag et Au).

Des nombreux auteurs préfèrent utiliser l'expression de Xuan and Roetzel [25] pour calculer la chaleur spécifique d'un nanofluide. On a utilisé cette relation pour notre travaille.

Coefficient d'expansion thermique

La variation de la masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ appelé également coefficient de dilatabilité.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (I.3)

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$$

On déduit l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1-\varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \tag{I.6}$$

Avec

β_f : Coefficient de dilatabilité du fluide.

β_s : Coefficient de dilatabilité des nanoparticules.

Kim et al. [26] ont supposé que le coefficient d'expansion thermique du fluide (β_f) est largement plus grand que celui des nanoparticules solides (β_s). Il ramène l'équation (I.6) à la forme simplifiée suivante : $\beta_{nf} = (1-\varphi)\beta_f$

$$\rho_{nf} = \rho_{0nf} (1 - \beta_{nf} (T - T_0))$$

$$\rho_f = \rho_{0f} (1 - \beta_f (T - T_0))$$

$$\rho_s = \rho_{0s} (1 - \beta_s (T - T_0))$$

En remplaçant ρ_{nf} , ρ_f par leur valeur tirée de l'équation (I.3) on en déduit :

$$\beta_{nf} \rho_{0nf} = (1-\varphi)\beta_f \rho_{0f} \tag{I.7}$$

Le tableau 3 montre les valeurs calculées du rapport $\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$ obtenues à partir des deux relations (I.6) et (I.7) Donnant le coefficient d'expansion thermique pour différents nanofluides (eau, Al₂O₃, TiO₂, Cu, Ag et Au), pour notre travaille on utilise la relation (I.6)

Tableau 3: Valeurs de $\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$ pour $\varphi = 10\%$ obtenues à partir des deux relations. Donnant le coefficient d'expansion thermique

φ %	$\beta_s \times 10^{-7}$	$\beta_f \times 10^{-7}$	$\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$		
			0 %	10 % relation (I.6)	10 % relation (I.7)
Eau		210			
Al ₂ O ₃	7.5		1	0.9036	0.7158
TiO ₂	9		1	0.9043	0.6806
Cu	16.7		1	0.9079	0.5020
Ag	19.7		1	0.9094	0.4622
Au	14.2		1	0.9068	0.3183

La viscosité dynamique

La viscosité relative est le rapport de la viscosité du nanofluide sur celle du fluide de

base $\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$

On a plusieurs modèles de la viscosité dynamique d'un nanofluide comme :

Modèle d'Einstein [27]

Pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - 2.5\varphi) \tag{I.8}$$

avec

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nanofluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules.

Modèle de Brinkman [28]

A étendu la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad \text{I.9}$$

Modèle de Batchelor [29]

A montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de φ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de φ

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\varphi^2 + 2.5\varphi + 1) \quad \text{I.10}$$

D'autres relations ont été proposées dans la littérature, limitées à des applications bien précises comme Maiga et al. [30], à partir de résultats de mesures ont proposé la corrélation suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1) \quad \text{I.11}$$

Pack and Cho [16] ont proposé, quant à eux une corrélation pour les nanoparticules Al_2O_3 dispersés dans l'eau donnée par :

$$\mu_{nf} = \mu_f (533.9\varphi^2 + 39.11\varphi + 1) \quad \text{I.12}$$

Donc pour notre travail, on a utilisé le modèle de Brinkman qui est le plus utilisé par les chercheurs.

Conductivité thermique

En l'absence de données expérimentales et de théorie fondée permettant la détermination de la conductivité thermique d'un nanofluide, des relations utilisées précédemment pour le calcul de la conductivité thermique d'une suspension de particules de plus grande taille de l'ordre micromètres ou millimètres dans un fluide, ont été adoptées pour calculer la conductivité thermique des nanofluides.

Modèle de Maxwell [31]

Il a supposé que les particules sont séparées d'une distance suffisante conduisant à l'absence d'interaction mutuelle entre elles, pas de contact entre les particules.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad \text{I.13}$$

Avec

k_{nf} : la conductivité thermique du nanofluide.

k_f : la conductivité thermique du fluide de base.

k_s : la conductivité thermique du particule solide.

Modèle de Hamilton [32]

Est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque défini comme suit :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n-1)k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad \text{I.14}$$

Avec

$n = \frac{3}{\psi}$: facteur de forme empirique (n = 3 pour les particules sphériques et n = 6 pour les particules cylindriques).

Modèle de Yu et Choi [33]

Ils ont proposé de modéliser les nanofluides comme un liquide de base et des particules solides séparés par une couche nanométrique, cette couche agit comme un pont thermique entre le fluide et les nanoparticules.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2(1 + \beta)^3 (k_f - k_s)\varphi}{k_s + 2k_f + (1 + \beta)^3 (k_f - k_s)\varphi} \quad \text{I.15}$$

Avec

β : Rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

Donc les modèles utilisés pour chaque propriété thermophysique dans notre travail (les modèles utilisés par plusieurs chercheurs comme Gladés Bachir [34] Ching-Chang Cho and all [35], Mansour et Bakier [36]...etc) sont :

La masse volumique du nanofluide : $\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$

La capacité calorifique du nanofluide : $(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s$

Le coefficient d'expansion thermique : $\beta_{nf} = (1-\varphi)\beta_f + \varphi\beta_s$

La viscosité dynamique du nanofluide : $\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}}$

La conductivité thermique du nanofluide : $\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}$

I.4. Application des nanofluides dans l'industrie

Les nanofluides ont connu beaucoup d'applications dans l'industrie ce qui a incité plusieurs recherches expérimentales.

Gladés Bachir [34] Il est étudié l'influence de la concentration en nanoparticules (Al_2O_3, CuO, Cu, Ag and Au) dispersées dans un fluide de base sur le transfert de chaleur par conduction et convection en configuration de Rayleigh-Bénard. Les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique des nanofluides, utilisées ce travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique diffèrent de celles approchées retenues dans la littérature. Il montre que pour une cellule expérimentale donnée et à une différence de température fixée l'ajout de nanoparticules dans un fluide porteur conduit à une diminution du nombre de Rayleigh dans le nanofluide obtenu comparé à celui dans le fluide porteur seul. L'apparition de la convection est donc retardée dans le nanofluide. Il s'ensuit que contrairement à ce qui a été obtenu antérieurement par de nombreux auteurs, il est montré que la présence des nanoparticules solides dans un fluide porteur peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter.

Koceila Aizel [37] Les recherches menées au cours de ce travail constituent une première étape de développement des méthodes expérimentales de concentration de nanoparticules à l'aide de composants micro-nanofluidiques. L'objectif principal est donc d'explorer différentes architectures de systèmes micro-nanofluidiques où l'étape de concentration est effectuée par effet d'exclusion stérique et/ou ionique sous l'application d'un champ de pression et/ou électrique. Une attention toute particulière a été portée sur les méthodes de caractérisation, comprenant notamment les méthodes de particule et de microscopie par fluorescence pour mesurer la répartition en nanoparticules et quantifier les facteurs de concentration. Le premier axe concerne la concentration de nanoparticules dans des architectures de type « Bypass ». Dans le cas de la filtration stérique, une modélisation par méthode de différence finie permet de prédire l'apparition d'une zone localisée où la concentration est d'une centaine à un millier

de fois plus élevée que la concentration initiale, après une heure d'opération. Des composants micro-nano fluidique en silicium ont été réalisés afin de mener une étude paramétrique. En accord avec le modèle proposé, cette étude montre que le nombre de Peclet est le paramètre déterminant dans le choix du design et des conditions d'expérimentations optimale.

Abdellah Hadaoui [38] Le travail présenté dans cette thèse porte sur la synthèse et les caractérisations thermiques et rhéologiques d'un nouveau type de nanofluide : le système $\text{Cu}_2\text{O}/\text{Glycérol}$. La caractérisation est faite en fonction de la taille des particules mises en suspension, de la température et de la fraction volumique solide. Ce travail a nécessité la synthèse des nanoparticules et des nanofluides par la méthode de décomposition thermique des précurseurs organométalliques, qui présente un bon rendement en quantité de nanoparticules (17%). Et le montage d'un dispositif de caractérisation thermique utilisant la méthode 3ω . Finalement, il a passé à la caractérisation rhéologique et thermique de ces échantillons. Les résultats obtenus avec ce nouveau système sont intéressants, car l'augmentation de la conductivité thermique atteint des valeurs importantes : 120% et 35% respectivement pour des fractions volumiques aussi faibles que 0,625% et 0,078% de nanoparticules de 7 nm de diamètre, sans influence notable sur la viscosité du fluide hôte, permettant une bonne amélioration du bilan énergétique total. Il a observé que la concentration et la taille (surface) des nanoparticules sont des paramètres clés du comportement de la conductivité thermique effective du nanofluide $\text{Cu}_2\text{O}/\text{Glycérol}$. Ces mesures montrent que la prédominance des modifications de la surface des nanoparticules (par fonctionnalisation ou par réaction chimique secondaire) sur le mouvement brownien dans les transferts thermiques nanoparticules/fluide hôte.

Une étude expérimentale proposé par salma Halefadi [39] sur les propriétés thermophysiques des nanofluides testés (conductivité thermique, viscosité dynamique, masse volumique) et sur les performances thermiques dans un échangeur de chaleur. Il a présenté également une analyse des résultats de façon à étudier l'influence des paramètres évoqués. Les résultats obtenus sont comparés et discutés vis-à-vis des modèles classiques existants, il propose des améliorations et des interprétations selon les tendances obtenues. Les résultats prometteurs de cette étude sont très encourageants et montrent que l'utilisation des nanofluides à base de nanotubes de carbone offre clairement une amélioration des performances thermiques par rapport aux fluides de base classiques. Les nanofluides à base de NTC peuvent constituer ainsi un débouché prometteur des transferts thermiques et présentent de bonnes perspectives et développement.

Wen and Ding [40] ont adopté une procédure expérimentale similaire dans un tube circulaire chauffé uniformément, mais avec des nanoparticules de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3) de 27-56 nm de diamètre. L'utilisation du nanofluide a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur en régime laminaire, et ce en augmentant le nombre de Reynolds et la concentration du nanofluide ; l'augmentation du transfert de chaleur convectif est particulièrement importante dans la zone d'entrée puis décroît axialement et la longueur de développement est plus grande que celle pour un fluide conventionnel et croît encore plus avec la concentration en nanoparticules. L'allure du coefficient de transfert en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes concentrations a été bien proche de celle de l'équation de Shah et de l'équation de Dittus-Boelter pour la zone d'entrée, alors que ses valeurs ont été plus différentes pour le reste de la distance axiale du tube.

Tsai and coll [41] ont choisi l'or (Au) comme matériau des nanoparticules de plusieurs tailles qui seront contenues dans l'eau, le nanofluide est chauffé dans un évaporateur pour alimenter un tube circulaire inclinable, puis condensé dans un condenseur pour retourner de nouveau dans l'évaporateur. Les résultats ont montré une réduction importante de la résistance thermique du nanofluide, et surtout une variation de cette résistance avec la taille des nanoparticules pour une position verticale du tube, elle est entre 0.17 et 0.215 °C/W selon la taille.

Ding and coll [42] ont dispersé des nanotubes de carbone (CNT) dans l'eau et la stabilité de leur suspension a été assurée par forte homogénéisation par méthode de cisaillement. Le nanofluide obtenu a été chauffé uniformément dans un tube circulaire horizontal. Les résultats expérimentaux ont montré une augmentation significative du coefficient de transfert thermique le long du tube, et ce pour différentes valeurs croissantes de concentrations en nanotubes pour atteindre une augmentation de 350% pour 0.5% de CNT et à $Re = 800$; et sa représentation a montré un pic maximal au niveau d'une certaine distance axiale, Quand à sa variation en fonction du nombre de Reynolds, le coefficient de transfert convectif est plus important pour les grandes valeurs de Re .

Yang et coll [43] ont utilisé des nanoparticules de graphites suspendues dans du fluide commercial de transmission automatique, et d'autres suspendues dans un mélange de deux huiles synthétiques avec un package d'additif. Les particules ont des diamètres de 1-2 μ m et une épaisseur de 20-40nm. Le nanofluide s'écoule en régime laminaire dans un tube horizontal chauffé à deux températures d'études : 50 et 70°C. Les résultats expérimentaux

montrent une amélioration du coefficient de transfert thermique convectif tout en augmentant le nombre de Reynolds. ($5 < Re < 110$). A 50°C , le coefficient de transfert convectif est 22% plus important que celui du fluide de base, alors qu'il est 15% plus important à 70°C , d'où l'effet du facteur température.

Heris and coll [44] ont examiné des nanoparticules d'oxyde de cuivre (CuO) et de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3), dispersés à différentes concentrations dans l'eau. L'ensemble constituant un nanofluide est testé en écoulement convectif laminaire dans un tube circulaire horizontal maintenu à température constante. Les résultats expérimentaux montrent que l'augmentation du coefficient de transfert convectif est plus importante pour le mélange (eau/ Al_2O_3) que celui du mélange (eau/ Cu) et ceci est plus significatif pour les grandes concentrations volumiques en nanoparticules, et pour un optimum compris entre 2.5 et 3%.

Palm and coll [45] ont étudié un écoulement radial de nanoparticules de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3) suspendues dans l'eau. Le montage étudié est sous forme de deux disques coaxiaux parallèles dont l'inférieur est chauffé uniformément. Le nanofluide est alimenté en haut à travers le disque supérieur. Pour un pourcentage de 4% de nanoparticules, l'augmentation du facteur de transfert convectif est de 25 % relativement au fluide de base.

I.5. Convection dans une cavité remplie de nanofluide

Certains travaux théoriques ont étudié le problème de la convection dans une cavité remplie de nanofluide ; Khanafer et al. [46]. Ils ont utilisé le modèle de Brinkman [28] pour évaluer la viscosité et la conductivité effective du nanofluide.

La convection naturelle des nanofluides dans une cavité rectangulaire horizontale a été numériquement étudiée par Bennacer et al. [47], en tenant compte de l'effet Soret. Ils ont proposé une formulation modifiée des équations de conservation régissant l'écoulement et le transfert de chaleur dans les nanofluides, prenant en compte des changements importants de la conductivité thermique et de la viscosité du nanofluide, ainsi que la variation spatiale de la concentration de nanoparticules induite par l'effet Soret. Les résultats ont montré que la prise en compte de l'effet Soret augmente le transfert de chaleur dans les nanofluides.

Mohamed el Hattab et al [48] Cet article présente une étude numérique de la convection naturelle des nanofluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur isotherme montée sur sa paroi gauche. Les équations qui régissent l'écoulement hydrodynamique et le transfert de chaleur sont décrites par les équations de Navier Stokes et de l'énergie. Ces équations sont discrétisées par la méthode des volumes finis avec un

schéma en loi de puissance. La viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide sont approximées respectivement par le modèle de Brinkman et de Maxwell-Garnetts. Les simulations numériques sont effectuées dans le cas de l'eau pure et des mélanges d'eau et des nanoparticules (Al_2O_3 , Cu et TiO_2) pour un nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 et une fraction volumique des nanoparticules comprise entre 0 et 0,1. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur s'améliore si on augmente la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Rayleigh.

Une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée chauffée par une section carrée et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules étudié par Salhi et al [49]. Les équations gouvernantes il discrétisées par la méthode des volumes finis avec un schéma hybride. Un code de calcul a été conçu et réalisé dans ce contexte pour utiliser la simulation numérique comme outil d'investigation. Les résultats sont analysés à travers les champs thermique et dynamique avec une attention particulière au nombre de Nusselt. Une étude paramétrique a été menée en considérant, le nombre de Rayleigh, le type de nanofluide. Les résultats de cet étude montrent que l'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé, l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise davantage le transfert de chaleur, le transfert thermique en présence des nanoparticules d'Ag s'améliore relativement à celui des nanoparticules de TiO_2 .

Clément [50] ce travail est une étude théorique et numérique du comportement thermique des solutions nano colloïdales (encore appelées « nanofluides ») en présence et en l'absence d'un champ de force externe oscillant. Les nanofluides sont étudiés à l'aide de la technique de la dynamique moléculaire hors équilibre depuis l'échelle macroscopique jusqu'à l'échelle mésoscopique qui caractérise les nanoparticules et les transferts entre des nanoparticules proches au sein du nanofluide. Dans un premier temps, après avoir décrit les modèles numériques utilisés tout au long de ce travail, il examine la possibilité d'augmenter de façon active la conductivité thermique des nanofluides par l'intermédiaire d'un champ de force oscillant appliqué sur les nanoparticules. Les mécanismes physiques induits par ce champ et sa conséquences sur l'exaltation de la conductivité thermique des nanofluides sont étudiés pour des fréquences d'excitation allant du domaine radio fréquence jusqu'au domaine micro-ondes. Enfin, une étude du comportement thermique d'un fluide confiné entre deux parois planes et soumis à un cisaillement est réalisée pour décrire le comportement du fluide situé entre deux nanoparticules en régime de forte concentration.

Behzadmehr et coll. [51] ont étudié la convection forcée turbulente dans un tube circulaire, utilisant de l'eau à 1% de nanoparticules cuivre (Cu). Une comparaison entre le modèle à une seule phase et le modèle à deux phases a été faite, puis une comparaison avec les résultats expérimentaux de Depew and Farbar [52] a montré la précision du modèle à deux phases vis à vis au modèle à une seule phase, du point de vue prédiction du coefficient de transfert thermique convectif et du nombre de Nusselt. Les résultats numériques ont montré que l'augmentation du nombre de Reynolds a engendré la croissance de la valeur asymptotique du nombre de Nusselt.

Apurba et Niladri [54] ont étudié l'effet du nanofluide sur un écoulement en régime laminaire dans une conduite rectangulaire horizontale bidimensionnelle chauffé à deux extrémités haute et basse.

Le fluide qui circule dans la conduite est un mélange d'eau et de nanoparticule de cuivre. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds et de la fraction volumique augmente le transfert thermique

Hakan and Eiyad Abu-Nada [55] ont mené des études numériques pour analyser l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution du champ des températures dans une enceinte de hauteur (H) et de longueur (W) remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticule. Différents types du nanofluides (Cu , AL_2O_3 , TiO_2) et différents fraction volumique ($\varphi = 0.1$, $\varphi = 0.2$). Le mur gauche est maintenu à une température constante (T_H) plus que la température du mur droit (T_L). Ils ont montré que la valeur du nombre de Rayleigh, la taille du réchauffeur et la fraction volumique des nanofluides affecte la force de transfert thermique

Sheikhzadeh, Nikfar and Fattahi [56] ont étudié la convection naturelle et la génération d'entropie dans une cavité carrée avec un obstacle, remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de Cu, les résultats montrent que les nanoparticules de Cu, la position d'obstacle et le nombre de Rayleigh améliore le transfert thermique.

Alinia, Ganji, Gorji-Bandpyn [57] ont étudié l'effet d'angle d'inclinaison et les nanofluides sur la convection mixte dans une enceinte carrée avec deux parois horizontales adiabatiques, et des parois verticales gauche et droite soumise à des températures constantes chaude et froide respectivement, les résultats montrent que les nanoparticules de SiO_2 améliore le transfert thermique, et l'effet d'angle d'inclinaison augmente avec l'augmentation de nombre de Richardson.

Abbasian Arani et al [58] ont étudié la convection mixte dans une cavité carrée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de Cu, avec deux parois horizontales adiabatiques, et un chauffage sinusoïdal pour les parois latérales, les résultats montrent que le transfert thermique influencé par les nanoparticules de Cu, le nombre de Richardson, et le chauffage sinusoïdal.

Elhajjar et al. [53] ont étudié l'influence des nanoparticules sur le transfert de chaleur. Contrairement à ce que de nombreux auteurs ont obtenus, Ils ont montré que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, après l'apparition de la convection, le transfert de chaleur est plus élevé dans le fluide de base par rapport au nanofluide. Le nombre de Rayleigh dans les nanofluides diminue avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Ainsi, les nanoparticules en suspension dans l'eau vont retarder l'apparition de la convection dans ce dernier

I.6. Convection naturelle dans les cavités ondulées

Les géométries complexes couvrent différents types de configurations géométriques, à savoir les cavités à parois ondulées, les cavités à parois courbées concaves et convexes. Parmi les travaux concernant les effets de courbure des parois des enceintes fermées sur le transfert de chaleur, la majorité ont été consacrés à la géométrie carrée et rectangulaire dont une ou deux parois sont ondulées

Yao [59] fût le premier à étudier la convection naturelle le long d'une surface ondulée; il a constaté une diminution remarquable du transfert thermique le long de la surface ondulée par rapport à la surface plate. L'influence des paramètres géométriques sur le nombre de Nusselt moyen est montrée dans ses résultats.

Anwar et al [60] ont étudié l'influence de la variabilité des propriétés physiques telque la conductivité thermique et la viscosité sur les transferts par convection naturelle développée au voisinage d'un cône à paroi ondulée. Les équations de transfert sont résolues à l'aide de la méthode aux différences finies. Les résultats montrent que l'augmentation de la viscosité provoque une diminution du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt moyen.

Khanafer et all [61] Une étude numérique sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte carrée d'une côté de la forme sinusoïdale remplie d'un milieu poreux. Les résultats montrent que l'amplitude de la surface ondulée et le nombre d'ondulations influe sur les caractéristiques de transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité.

La convection libre dans une cavité en deux parois droites horizontales et deux parois verticales ondulées qui suivent un profil de la courbe de cosinus et rempli d'un milieu poreux a été numériquement étudié par Aydin Misirlioglu et al [62]. L'étude montre que pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, $Ra (= 1000)$, et des valeurs du rapport d'aspect A (inférieur à 3) et de l'ondulation de surface ($\lambda = 0,5$), Le nombre de Nusselt local des parois verticales est négative; donc la chaleur générée dans le milieu poreux ne peut pas être transférée à travers le milieu poreux de la mur (chaud) à gauche (froid).

L'objet de travail de Morsli Souad [63] est d'étudier numériquement la convection naturelle et la génération de l'entropie dans des cavités carrée, rectangulaire de rapport de forme de 3,5 7 et 12. D'autres cavités ont été considérés dans cet étude, ces dernières ont la particularité d'avoir la paroi chaude ondulée, le fluide utilisé est l'air ($Pr = 0.71$). Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues par la méthode des volumes finis en utilise le code commercial Fluent. Les résultats concernant les champs d'écoulement, le champ thermique ainsi que la génération de l'entropie pour des nombres de Rayleigh allant de 10^4 à 10^8 . L'influence de la géométrie (ondulations et rapport de forme) et le rapport entre les irréversibilités thermiques et visqueuses sur le nombre de Bejan a été mise en exergue.

Mébrouk rebhi et al [64] ce travail étudié la convection naturelle laminaire dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (sinusoïdal) chauffé par une température constante et uniforme, les parois verticales sont adiabatiques et la paroi supérieure est maintenue à une température constante. Les paramètres dont dépend la structure de la convection naturelle sont : le nombre de Rayleigh qui varie entre 10^3 et 5.10^5 , le rapport d'aspect de la cavité $As=8$, le facteur de forme A (entre 0.10 et 0.20) et le nombre de Prandtl (celui de l'eau). Les équations gouvernant l'écoulement et le transfert thermique dans la cavité sont discrétisées par la méthode implicite aux différences finies et la méthode des volumes de contrôle. L'adéquation entre les champs des vitesses et de pression est réalisée à l'aide de l'algorithme SIMPLE. L'influence des paramètres caractéristiques de la topographie de la surface d'échange (fond sinusoïdal), notamment de l'amplitude d'ondulation et le facteur de forme de la cavité, sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement, est mise en évidence. Les nombres de Nusselt locaux passent par des maximums aux sommets et aux creux et par des minimums entre eux.

Une étude numérique réalisée par Yasin et al [65] pour étudier le transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'un capteur solaire incliné, tels que capteur plat et

ondulé. Les résultats de ce travail montre que dans les capteurs ondulés, le nombre moyen de Nusselt diminue avec l'angle d'inclinaison. Par contre pour les capteurs plans. Dans tous les cas, plus de transfert de chaleur est obtenu dans le cas de collecteur ondulé que celle de collecteur plat.

Le transfert de chaleur est augmenté avec la longueur d'onde sans dimension décroissante, et elle est augmentée avec l'augmentation du rapport d'aspect et le nombre de Rayleigh, c'est Les résultats obtenus par Yasin et Hakan [66] qui ont étudié le transfert de chaleur par la convection libre dans une enceinte ondulée horizontale.

Prodip and Shohel [67] ont étudié numériquement la poussée induite de l'écoulement et le transfert de chaleur dans une enceinte ayant deux parois horizontales ondulées et deux parois verticales planes en utilisant la méthode des volumes finis. Les parois verticales sont maintenues isothermes, tandis que les parois horizontales sont considérées adiabatiques. Le nombre de Prandtl $Pr = 1.0$. Ils ont constaté que le rapport amplitude-longueur d'onde affecte à la fois le taux du transfert de chaleur local, le champ d'écoulement ainsi que le champ thermique. Le rapport amplitude-longueur d'onde n'a pas d'influence significative, en moyenne, sur le taux de transfert de chaleur.

Javad Rostami [68] a étudié numériquement la convection naturelle instationnaire dans une cavité à parois verticales ondulées et à parois horizontales droites. Les deux parois horizontales sont considérées adiabatiques, tandis que les parois verticales sont maintenues isothermes et leurs limites sont approchées par une fonction cosinus. Les équations sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis et résolues par l'algorithme SIMPLE en coordonnées curvilignes. Dans son travail, il a étudié l'influence du nombre de Grashof, du nombre de Prandtl, du rapport d'aspect et d'ondulation de la surface sur le nombre de Nusselt. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les données disponibles numériques et expérimentales.

Adjlout et al [69] ont étudié l'influence du nombre d'ondulation de la paroi chaude sur le transfert thermique dans des cavités carrées inclinées. Ils ont utilisé une paroi de forme sinusoïdale avec une et trois ondulations respectivement. Leur résultat majeur était la diminution du transfert thermique par convection par rapport à la cavité carrée. Ils ont montré aussi que l'évolution du nombre de Nusselt dépend fortement du nombre de Rayleigh, de la position de la cavité, du nombre d'ondulations et de leur amplitude.

Slimani et al [70] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (sinusoïdal) chauffé par une température constante et uniforme, les parois verticales sont adiabatiques et la paroi supérieure est maintenue à une température constante. Ils ont trouvé que l'écoulement dans l'enceinte est caractérisé par des zones de recirculation sur les sommets et dans les creux, où le nombre de Nusselt local est toujours minime, et que l'écoulement et le transfert de chaleur sont fortement affectés par l'amplitude de l'ondulation.

Ching-Chang Cho and all [35] Une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité fermée remplie de nanofluide Al_2O_3 -eau. Les parois gauche et droite de la cavité sont ondulées. Les simulations examinent les effets de la fraction volumique des nanoparticules, le Nombre de Rayleigh et les paramètres de la géométrie complexe ondulée. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de nombre de Rayleigh et la fraction volumique, le rendement de transfert de chaleur peut être optimisé en ajustant la géométrie ondulée selon le nombre de Rayleigh.

Ching [71] Une étude numérique sur la convection naturelle et la génération d'entropie dans une cavité d'une géométrie complexe remplie de nanofluide (eau- Al_2O_3). Les résultats montrent que l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules Al_2O_3 augmente le nombre de Nusselt moyen et diminue la génération d'entropie. L'augmentation de la longueur d'onde chauffée diminue le nombre de Nusselt moyen et augmente la génération totale d'entropie.

Une étude numérique réalisée par Mansour and Bakier [36] pour étudier le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité fermée remplie de nanofluide (eau- Al_2O_3). Les parois gauche et droite de la cavité présentent une géométrie complexe ondulée, Les résultats montrent que pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt, augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules de Al_2O_3 , en outre, il est démontré que Le taux de transfert de chaleur augmente lorsque la valeur de l'amplitude ondulée mur était élevé.

La plupart des travaux précédents ont montré que les surfaces ondulées modifient la morphologie de l'écoulement et les transferts thermique. Les paramètres (amplitude, longueur d'onde,...) ont un rôle très important sur les caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermique

Chapitre II

Formulation mathématique

II.1. Configurations étudiées

Les configurations étudiées sont présentées sur la figure (1). Elles sont principalement basées sur une enceinte inclinée :

Figure.1.a représente une enceinte ondulée composée de deux parois ondulées (droite et gauche) et deux parois droites (haut et bas), chauffée au côté droit par une température aléatoire basée sur la fonction de Random, et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules.

Figure.1.b représente une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur et d'une température aléatoire basée sur la fonction de Random, et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules.

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), l'angle d'inclinaison (γ égale à $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$), différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\varphi=0$) et pour les nanoparticules (Ag et TiO_2 , $\varphi = 0.1, 0.2$), et les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde λ , le rapport d'amplitude de la surface ondulée $R_\alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$)

Pour la cavité ondulée, l'ondulation présentée dans la figure (1) est définie par la fonction suivante:

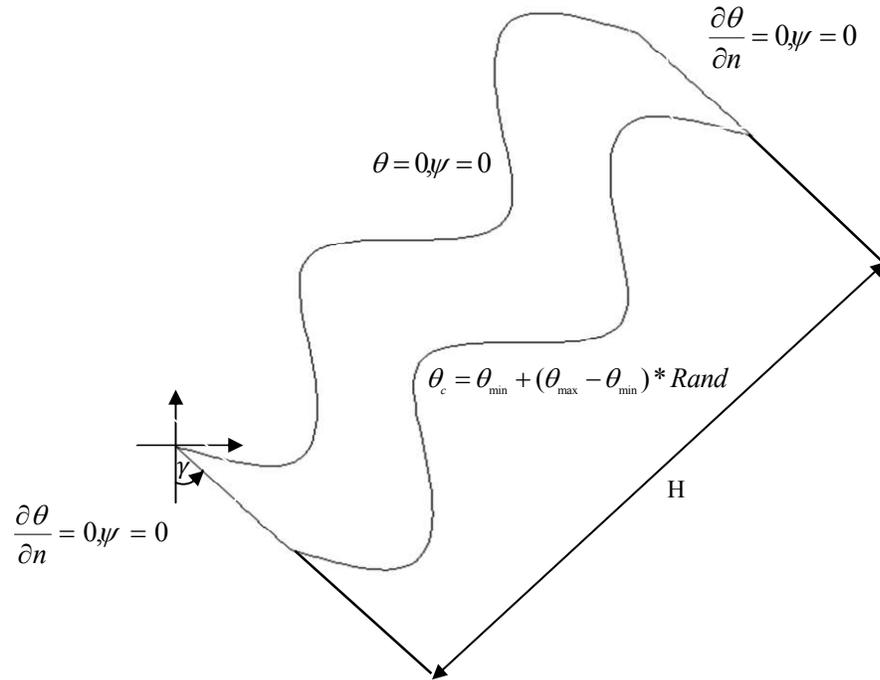
$$x = \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) + \alpha_2 \sin\left(\frac{4\pi y}{\lambda}\right)$$

II.2. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes:

- Le fluide de base utilisé est un fluide newtonien, incompressible et qui satisfait l'hypothèse de Boussinesq
- Le nanofluide est supposé incompressible et l'écoulement est laminaire, stationnaire et bidimensionnel.
- Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont constantes, sauf pour la variation de la masse volumique, qui est estimée par l'hypothèse de Boussinesq

A



b

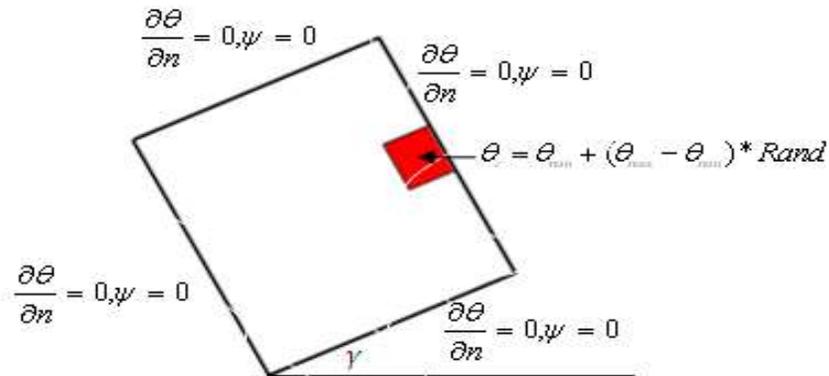


Figure.1. Schéma représentant les configurations étudiées et les conditions aux limites

II.3. Equations gouvernantes

II.3.1. Equations de conservation

Compte tenu des hypothèses formulées précédemment, les équations classiques de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie en 2D sont les suivantes :

Equation de Vorticité

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \frac{(\varphi \rho_s \beta_s + (1 - \varphi) \rho_f \beta_f)}{\rho_{nf}} g \left(\cos(\gamma) \frac{\partial T}{\partial x} - \sin(\gamma) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.1})$$

Equation d'énergie

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.2})$$

Avec

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}}$$

Equation de poisson (ligne de courant)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (\text{II.3})$$

La masse volumique effective du nanofluide est donné par

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad (\text{II.4})$$

La capacité calorifique du nanofluide :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho C_p)_f + \varphi (\rho C_p)_s \quad (\text{II.5})$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de Maxwell–Garnetts :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (\text{II.6})$$

La viscosité du nanofluide

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (\text{II.7})$$

Les vitesses radiale et tangentielle sont données par les relations suivantes respectivement:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{II.8})$$

II.4. Dimensionnement des équations de conservation

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations permet une meilleure approche de la réalité des phénomènes physiques, car elles sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. Pour ramener les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir des changements de variables.

Le dimensionnement se fait comme suit :

$$X = \frac{x}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \quad \Omega = \frac{\omega H^2}{\alpha_f}; \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha_f}; \quad V = \frac{vH}{\alpha_f}; \quad U = \frac{uH}{\alpha_f}; \quad \theta = \frac{T - T_L}{T_H - T_L}. \quad (\text{II.9})$$

Le système d'équations définissant le problème s'écrit alors sous la forme adimensionnelle suivante:

Equation de Vorticité

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) &= \left[\frac{\text{Pr}}{(1-\varphi)^{0.25} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \right] \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) \\ + Ra * \text{Pr} \left[\frac{1}{\frac{(1-\varphi)\rho_f}{\varphi\rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\frac{\varphi\rho_f}{(1-\varphi)\rho_s} + 1} \right] &\left(\left(\cos(\gamma) \frac{\partial \theta}{\partial x} - \sin(\gamma) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Equation d'énergie

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (\text{II.11})$$

Equation de poisson (ligne de courant)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (\text{II.12})$$

Les vitesses radiale et tangentielle

$$\begin{aligned} U &= \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \\ V &= -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$\lambda = \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho Cp)_s}{(\rho Cp)_f}}$$

$$\text{Le nombre de Rayleigh : } Ra = \frac{g\beta H^3 (T_H - T_L)}{\nu\alpha}$$

$$\text{Le nombre de Prandtl : } Pr = \nu/\alpha$$

La température de la paroi chaude est définie comme suit

$$\theta_c = \theta_{\min} + (\theta_{\max} - \theta_{\min}) * Rand \quad (\text{II.14})$$

Avec

$$0 \leq Rand \leq 1, \quad 0.8 \leq \theta_c \leq 1$$

II.5. Equation générale de conservation

II.5.1. Equation de transport

Toutes les équations qui gouvernent notre problème peuvent s'écrire sous la même forme conservative suivante (équation de transport):

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\phi \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\phi \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} (\phi) \right) + S_\phi \quad (\text{II.15})$$

Tous ces termes sont listés dans le tableau (4) suivant:

Tableau 4 : Présentation des différents termes de l'équation de transport pour les différentes équations de conservation.

Grandeurs transportées	ϕ	Γ	S_ϕ
Equation de poisson (ligne de courant)	1	0	$-\Omega$
Equation de Vorticité	Ω	$\left[\frac{\text{Pr}}{(1-\phi)^{0.25} \left((1-\phi) + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \right]$	$Ra * \text{Pr} \left[\frac{1}{\frac{(1-\phi) \rho_f}{\phi \rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\frac{\phi \rho_f}{(1-\phi) \rho_s} + 1} \right] \left(\left(\cos(\gamma) \frac{\partial \theta}{\partial x} - \sin(\gamma) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right)$
Energie	θ	λ	0

Remarque pour une enceinte horizontale ($\gamma=0$) le terme de source de l'équation de vorticité est défini comme suit

$$Ra * \text{Pr} \left[\frac{1}{\frac{(1-\phi) \rho_f}{\phi \rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\frac{\phi \rho_f}{(1-\phi) \rho_s} + 1} \right] \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

II.6. Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est défini comme suite

$$Nu = \frac{h H}{k_f} \tag{II.16}$$

Le coefficient de transfert de chaleur et de conductivité thermique sont données par les relations suivantes respectivement :

$$h = \frac{q_w}{T_H - T_L} \tag{II.17}$$

$$k_{nf} = - \frac{q_w}{\partial T / \partial x} \tag{II.18}$$

D'après les équations (II.17), (II.18) et les variables adimensionnelles on déduit le nombre de Nusselt :

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (II.19)$$

Le nombre de Nusselt moyenne est défini par :

$$Nu_m = \int_0^1 Nu(Y) dY \quad (II.20)$$

II.7. Conditions initiales et aux limites

II.7.1. Conditions initiales

Afin de ne pas être gêné par des problèmes de divergences, on doit partir d'un état initial qui est proche de la réalité, les grandeurs physiques sont donc prises comme suit:

La fonction de courant $\Psi = 0$, la Vorticité $\Omega = 0$, la température $\theta = 0$.

II.7.2. Conditions aux limites

Ces différentes conditions sont résumées dans le tableau (5)

Tableau .5: Conditions aux limites sous formes adimensionnelles

Conditions	θ	Ω	Ψ
Paroi haute et basse	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$	0	0
Paroi droite (enceinte ondulée)	$\theta_c = \theta_{\min} + (\theta_{\max} - \theta_{\min}) * Rand$	0	0
Paroi droite (enceinte carrée)	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	0	0
Source de chaleur (enceinte carrée)	$\theta_c = \theta_{\min} + (\theta_{\max} - \theta_{\min}) * Rand$	0	0
Paroi gauche (enceinte carrée)	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	0	0
Paroi gauche (enceinte ondulée)	$\theta = 0$	0	0

II.8.Changement de variable

Le changement de variable utilisé est défini comme suit:

$$X = X(\xi, \eta), Y = Y(\xi, \eta) \quad (\text{II 21})$$

La dérivée total de la vitesse U est donnée par :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY \quad (\text{II.22})$$

La dérivée partielle de la vitesse U par rapport à ξ et η est donné par :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \xi} + \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \eta} + \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{cases} \quad (\text{II 23})$$

Pour résoudre le système d'équation (II 23) en utilisant la règle de Cramer qu'exprime La dérivée partielle de U par rapport à X, en fonction de ξ, η :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial U}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial U}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{vmatrix}} \quad (\text{II 24})$$

La matrice jacobine est définie par la relation mathématique suivante :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (\text{II 25})$$

L'équation (II 24) peut écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial U}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \quad (\text{II.26})$$

La dérivée partielle de U par rapport à Y s'exprime, en fonction de ξ, η par :

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial U}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial U}{\partial \eta} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{vmatrix}} \quad (\text{II 27})$$

Donc la dérivée partielle de U par rapport à Y est donné par :

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial U}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \quad (\text{II.28})$$

La dérivée partielle de ϕ par rapport à X et par rapport à Y s'exprime, en fonction de ξ et η sous forme générale par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial X} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \\ \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \end{cases} \quad (\text{II 29})$$

La dérivée partielle de second ordre de ϕ par rapport à X et par rapport à Y s'exprime, en fonction de ξ et η sous forme générale par :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \phi}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \right) \\ \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \right) \end{cases} \quad (\text{II 30})$$

La formule (II 30) s'écrit donc comme suite :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \phi}{\partial X} \right) = \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \right) \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \right) \\ \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) = \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \right) \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \right) \end{cases} \quad (\text{II 31})$$

On remplace les formules (II 29) et (II 31) dans l'équation de transport (II 15) :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{J} \left[\frac{\partial (\phi U)}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial (\phi V)}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{J} \left[\frac{\partial (\phi U)}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial (\phi V)}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] = \\ & \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \right) \left(\frac{\Gamma}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right] \right) + \\ & \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \right) \left(\frac{\Gamma}{J} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial X}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] \right) + S_\phi \end{aligned}$$

Après un réarrangement on aura:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \left(\left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) U - \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) V \right) + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) V - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right) U \right) = \\ & \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \left(\left(\left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right)^2 \right) \right) - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \left(\left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) \right) \right) \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(- \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \left(\left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) \right) \right) + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \left(\left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right)^2 \right) \right) \right) \right) + JS_\phi \end{aligned}$$

Finalement on obtient une nouvelle équation de transport en fonction de ξ et η :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (U^* \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (V^* \phi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} (\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} (-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) \right) + JS_\phi \quad (\text{III.32})$$

Avec

$$\begin{aligned} U^* &= \left(\left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) U - \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) V \right), & V^* &= \left(\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) V - \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) U \right) \quad \alpha_\phi = \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right)^2 \right), \\ \beta_\phi &= \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) \right), & \gamma_\phi &= \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

Chapitre III

Modèle numérique

III.1. Principe de la méthode des volumes finis

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volumes de contrôle) contenant un nœud dit: "nœud principal". Un exemple de volume de contrôle est montré dans la figure ci-dessous. Pour un nœud principal (P'), les points E et W (E: Est, W: West) sont des voisins dans la direction ξ , tandis que N et S (N: Nord, S: Sud) sont ceux dans la direction η . Le volume de contrôle entourant (P') est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points (e) et (w) dans la direction ξ , (n) et (s) dans la direction η .

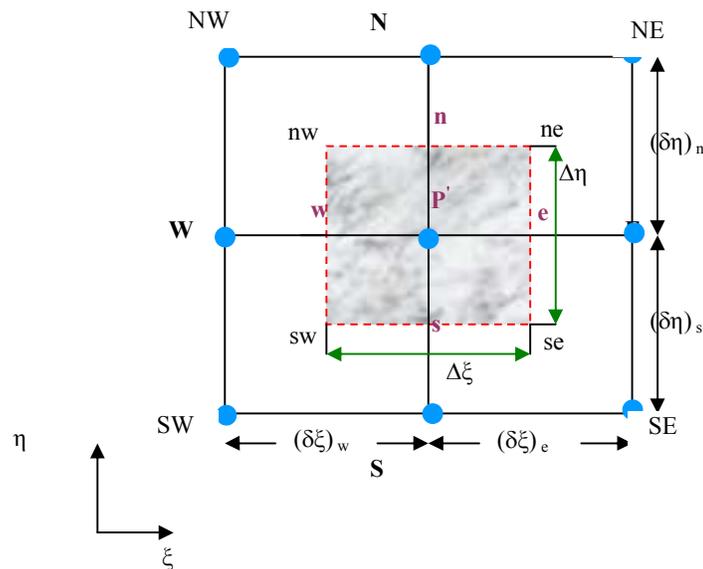


Figure.2. Volume de contrôle bidimensionnel.

III.2. Maillage

Le maillage est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires sont stockées dans le nœud (P') du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation

générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale (U) est décalé suivant la direction (ξ) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale (V) est décalé suivant la direction (η). Ce type de maillage dit: «maillage décalé» permet une bonne approximation des flux convectifs et une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :

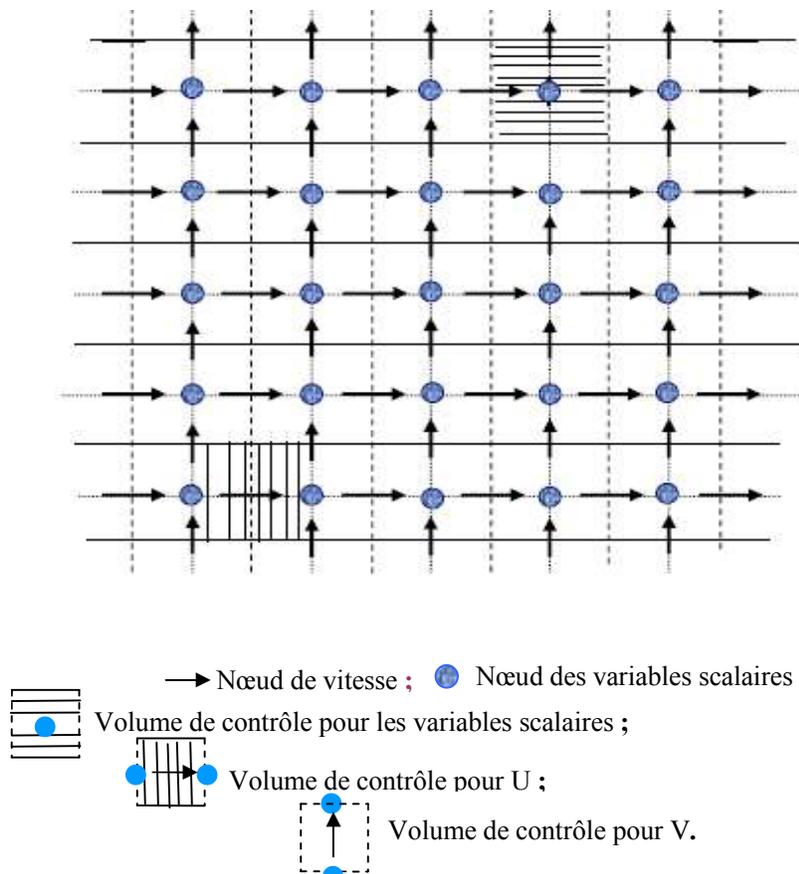


Figure.3. Schéma représentant le maillage décalé.

III.3. La discrétisation

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune pour chaque enceinte étudiée (carrée et ondulée). Cette formulation permet de ne pas répéter le travail de discrétisation pour chaque équation.

III.3.1. Enceinte ondulée

Si on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi}(U^* \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(V^* \phi)}_I = \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right)}_{II} + \underbrace{JS_\phi}_S \quad (III.1)$$

Où:

I : Terme convectif.

II : Terme diffusif.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport ci-dessous demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires reliant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points du maillage ($P'_{i,j}$).

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial \xi}(U^* \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(V^* \phi) \right) dv = \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) + JS_\phi \right) dv \quad (III.2)$$

Avec :

$$dv = d\xi \cdot d\eta \cdot 1 \quad (III.3)$$

III.3.1.1. Discrétisation des différents termes de l'équation de transport

Terme convectif suivant ξ

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial \xi}(U^* \phi) \right) dv = (U^* \phi) \Big|_w^e \cdot \Delta \eta = \left((U^* \phi)_e - (U^* \phi)_w \right) \cdot \Delta \eta = (F_e \phi_e - F_w \phi_w) \quad (III.4)$$

Avec:

$$F_e = U^*_e \cdot \Delta \eta, \quad F_w = U^*_w \cdot \Delta \eta \quad (III.5)$$

Terme convectif suivant η

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} (V^* \phi) \right) dv = (V^* \phi) \Big|_s^n \Delta \xi = \left((V^* \phi)_n - (V^* \phi)_s \right) \Delta \xi = (F_n \phi_n - F_s \phi_s) \quad (\text{III.6})$$

Avec:

$$F_n = V^*_n \Delta \xi, \quad F_s = V^*_s \Delta \xi \quad (\text{III.7})$$

Terme diffusif suivant ξ

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \right) d\xi d\eta &= \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \Big|_w^e \Delta \eta \\ &= \left(\left(\frac{\Gamma_e}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \Big|_e - \left(\frac{\Gamma_w}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \Big|_w \right) \Delta \eta \\ &= \left(\left(\frac{\Gamma_e}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\phi_E - \phi_{P'}}{\delta \xi_{P'E}} - \beta_\phi \frac{\phi_{ne} - \phi_{se}}{\Delta \eta} \right) \right) - \left(\frac{\Gamma_w}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\phi_{P'} - \phi_W}{\delta \xi_{WP'}} - \beta_\phi \frac{\phi_{nw} - \phi_{sw}}{\Delta \eta} \right) \right) \right) \Delta \eta \\ &= \left(\left(\frac{\Gamma_e}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\phi_E - \phi_{P'}}{\delta \xi_{P'E}} - \beta_\phi \frac{\phi_N - \phi_S + \phi_{NE} - \phi_{SE}}{4\Delta \eta} \right) \right) - \left(\frac{\Gamma_w}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\phi_{P'} - \phi_W}{\delta \xi_{WP'}} - \beta_\phi \frac{\phi_N - \phi_S + \phi_{NW} - \phi_{SW}}{4\Delta \eta} \right) \right) \right) \Delta \eta \\ &= \left(\left(\frac{\Gamma_e \alpha_\phi \Delta \eta}{J \delta \xi_{P'E}} \right) (\phi_E - \phi_{P'}) - \left(\frac{\Gamma_e \beta_\phi}{4J} \right) (\phi_N - \phi_S + \phi_{NE} - \phi_{SE}) \right) - \\ &\quad \left(\left(\frac{\Gamma_w \alpha_\phi \Delta \eta}{J \delta \xi_{WP'}} \right) (\phi_{P'} - \phi_W) - \left(\frac{\Gamma_w \beta_\phi}{4J} \right) (\phi_N - \phi_S + \phi_{NW} - \phi_{SW}) \right) \\ &= (D_e (\phi_E - \phi_{P'}) - D_w (\phi_{P'} - \phi_W) + D_{ne} (\phi_N - \phi_S + \phi_{NE} - \phi_{SE}) - D_{nw} (\phi_N - \phi_S + \phi_{NW} - \phi_{SW})) \quad (\text{III.8}) \end{aligned}$$

Avec:

$$D_e = \frac{\Gamma_e \alpha_\phi \Delta \eta}{J \delta \xi_{P'E}}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w \alpha_\phi \Delta \eta}{J \delta \xi_{WP'}}, \quad D_{ne} = -\left(\frac{\Gamma_e \beta_\phi}{4J} \right), \quad D_{nw} = -\left(\frac{\Gamma_w \beta_\phi}{4J} \right) \quad (\text{III.9})$$

Terme diffusif suivant η

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \right) d\xi d\eta = \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \Big|_s^n \Delta \xi$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\left(\frac{\Gamma_\phi}{J} (-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) \right) \Big|_n - \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} (-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) \right) \Big|_s \right) \Delta \xi \\
&= \left(\left(\frac{\Gamma_n}{J} (-\beta_\phi \frac{\phi_{ne} - \phi_{nw}}{\Delta \xi} + \gamma_\phi \frac{\phi_N - \phi_{P'}}{\delta \eta_{P'N}}) \right) - \left(\frac{\Gamma_s}{J} (-\beta_\phi \frac{\phi_{se} - \phi_{sw}}{\Delta \xi} + \gamma_\phi \frac{\phi_{P'} - \phi_S}{\delta \eta_{P'S}}) \right) \right) \Delta \xi \\
&= \left(\left(\frac{\Gamma_n}{J} (-\beta_\phi \frac{\phi_E - \phi_W + \phi_{NE} - \phi_{NW}}{4\Delta \xi} + \gamma_\phi \frac{\phi_N - \phi_{P'}}{\delta \eta_{P'N}}) \right) - \left(\frac{\Gamma_s}{J} (-\beta_\phi \frac{\phi_E - \phi_W + \phi_{SE} - \phi_{SW}}{4\Delta \xi} + \gamma_\phi \frac{\phi_{P'} - \phi_S}{\delta \eta_{P'S}}) \right) \right) \Delta \xi \\
&= \left(- \left(\frac{\Gamma_n \beta_\phi}{4J} \right) (\phi_E - \phi_W + \phi_{NE} - \phi_{NW}) + \left(\frac{\Gamma_n \gamma_\phi \Delta \xi}{J \delta \eta_{P'N}} \right) (\phi_N - \phi_{P'}) \right) - \\
&\quad \left(- \left(\frac{\Gamma_s \beta_\phi}{4J} \right) (\phi_E - \phi_W + \phi_{SE} - \phi_{SW}) + \left(\frac{\Gamma_s \gamma_\phi \Delta \xi}{J \delta \eta_{P'S}} \right) (\phi_{P'} - \phi_S) \right) \\
&= \left(D_n (\phi_N - \phi_{P'}) - D_s (\phi_{P'} - \phi_S) + D_{se} (\phi_E - \phi_W + \phi_{NE} - \phi_{NW}) - D_{sw} (\phi_E - \phi_W + \phi_{SE} - \phi_{SW}) \right) \quad (III.10)
\end{aligned}$$

Avec:

$$D_n = \frac{\Gamma_n \gamma_\phi \Delta \xi}{J \delta \eta_{P'N}}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s \gamma_\phi \Delta \xi}{J \delta \eta_{P'S}}, \quad D_{se} = - \left(\frac{\Gamma_n \beta_\phi}{4J} \right), \quad D_{sw} = - \left(\frac{\Gamma_s \beta_\phi}{4J} \right) \quad (III.11)$$

Terme source

$$\int_{V_c} (S_\phi) dV = \overline{S_\phi} \Delta X \cdot \Delta Y = (S_{P'} \cdot \phi_{P'} + S_c) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (III.12)$$

Où:

$\overline{S_\phi}$: est la valeur moyenne du terme source.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source est linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que:

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_{P'} \cdot \phi_{P'} \quad (III.13)$$

Où:

S_c : Est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de $\phi_{P'}$, $S_{P'}$: étant la pente de $\phi_{P'}$.

Dans l'équation de Verticité le terme source est on fonction de température

$$\begin{aligned}
 S_c &= C^{st} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{C^{st}}{J} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] \\
 \int_{V_c} (JS_f) dv &= \int_s^e \int_w^e C^{st} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] d\xi . d\eta \\
 &= C^{st} \cdot \left(\int_s^e \int_w^e \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right] d\xi . d\eta - \int_s^e \int_w^e \left[\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] d\xi . d\eta \right) \\
 &= C^{st} \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \theta \Big|_w^e \Delta \eta - \frac{\partial y}{\partial \xi} \theta \Big|_s^e \Delta \xi \right) \\
 \int_{V_c} (JS_\phi) dv &= \frac{C^{st}}{2} \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} (\theta_E - \theta_W) \Delta \eta - \frac{\partial y}{\partial \xi} (\theta_N - \theta_S) \Delta \xi \right) = b .
 \end{aligned}$$

Il est nécessaire que le coefficient (S_p) soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide [72].

Après une substitution dans l'équation de transport on obtient la forme discrétisée suivante:

$$\begin{aligned}
 (F_e \phi_e - F_w \phi_w) + (F_n \phi_n - F_s \phi_s) = \\
 (D_e \cdot (\phi_E - \phi_{p'}) - D_w (\phi_{p'} - \phi_W) + D_{ne} (\phi_N - \phi_S + \phi_{NE} - \phi_{SE}) - D_{nw} (\phi_N - \phi_S + \phi_{NW} - \phi_{SW})) \\
 + (D_n \cdot (\phi_N - \phi_{p'}) - D_s (\phi_{p'} - \phi_S) + D_{se} (\phi_E - \phi_W + \phi_{NE} - \phi_{NW}) - D_{sw} (\phi_E - \phi_W + \phi_{SE} - \phi_{SW})) \\
 + b
 \end{aligned} \tag{III.14}$$

Pour aboutir à une forme finale, on doit choisir un schéma de discrétisation des termes convectifs, le schéma employé pour la discrétisation étant le schéma hybride.

III.3.1.2. Schéma hybride (HDS)

Ce schéma, dont la précision spatiale est réduite au premier ordre, possède les propriétés de transport et de conservation. Il est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

Le schéma hybride se réduit à l'approximation du schéma centré (CSD) lorsque $|Pe_i| < 2$ mais il devient identique au schéma Upwind (UDS) lorsque $|Pe_i| \geq 2$ [72].

Où: le nombre de Peclet qui est défini par $Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{U_i (\delta \xi_i)}{\Gamma_i}$, ($i = w, e, s, n, ne, nw, se, sw$).

Après un réarrangement de (III.14) on aura:

$$\begin{aligned}
 a_p \cdot \phi_p &= a_w \cdot \phi_w + a_e \cdot \phi_e + a_s \cdot \phi_s + a_n \cdot \phi_n + \\
 D_{ne} (\phi_n - \phi_s + \phi_{NE} - \phi_{SE}) - D_{nw} (\phi_n - \phi_s + \phi_{NW} - \phi_{SW}) + \\
 D_{se} (\phi_e - \phi_w + \phi_{NE} - \phi_{NW}) - D_{sw} (\phi_e - \phi_w + \phi_{SE} - \phi_{SW}) + b
 \end{aligned} \tag{III.15}$$

Les coefficients a_i ($i = w, e, s, n$) sont donnés par:

$$a_w = \max(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0) \tag{III.16}$$

$$a_e = \max(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0) \tag{III.17}$$

$$a_n = \max(-F_n, D_e - \frac{F_n}{2}, 0) \tag{III.18}$$

$$a_s = \max(F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0) \tag{III.19}$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s$$

On peut écrire l'équation

$$\begin{aligned}
 a_p \cdot \phi_p &= a_w' \cdot \phi_w + a_e' \cdot \phi_e + a_s' \cdot \phi_s + a_n' \cdot \phi_n + \\
 D_{sw}' \cdot \phi_{SW} + D_{se}' \cdot \phi_{SE} + D_{nw}' \cdot \phi_{NW} + D_{ne}' \cdot \phi_{NE} + b
 \end{aligned} \tag{III.20}$$

Les coefficients a_i ($i = w, e, s, n$) sont donnés par:

$$\begin{aligned}
 a_w' &= a_w + D_{sw} - D_{se} \quad , \quad a_e' = a_e - D_{sw} + D_{se} \quad , \quad a_s' = a_s + D_{nw} - D_{ne} \quad , \quad a_n' = a_n - D_{nw} + D_{ne} \quad , \\
 D_{sw}' &= D_{nw} - D_{sw} \quad , \quad D_{se}' = -D_{ne} - D_{sw} \quad , \quad D_{nw}' = -D_{nw} - D_{se} \quad , \quad D_{ne}' = D_{ne} + D_{se}
 \end{aligned}$$

Il est à noter que cette formulation est valable pour n'importe quelle localisation des interfaces entre les mailles.

III.3.1 3. Résolution des systèmes d'équations linéaires (méthode de *Jacobi*)

Afin de discrétiser l'équation de transport et de *Poisson*, on a la relation générale ayant la forme suivante:

$$a_p \cdot \phi_{i,j} = \left(\begin{aligned} &a_w' \cdot \phi_{i-1,j} + a_e' \cdot \phi_{i+1,j} + a_s' \cdot \phi_{i,j-1} + a_n' \cdot \phi_{i,j+1} + \\ &D_{ne}' \cdot \phi_{i+1,j+1} + D_{nw}' \cdot \phi_{i-1,j+1} + D_{se}' \cdot \phi_{i+1,j-1} + D_{sw}' \cdot \phi_{i-1,j-1} + b_{i,j} \end{aligned} \right) \tag{III.21}$$

La méthode de *Jacobi* consiste à estimer une solution $(\phi_{i,j}^k)$ dans l'itération (k) pour calculer $\phi_{i,j}^{k+1}$ comme suit :

$$\phi_{i,j}^{K+1} = \left(\begin{aligned} &a_w' \cdot \phi_{i-1,j}^K + a_e' \cdot \phi_{i+1,j}^K + a_s' \cdot \phi_{i,j-1}^K + a_n' \cdot \phi_{i,j+1}^K + D_{ne}' \cdot \phi_{i+1,j+1}^K + \\ &D_{nw}' \cdot \phi_{i-1,j+1}^K + D_{se}' \cdot \phi_{i+1,j-1}^K + D_{sw}' \cdot \phi_{i-1,j-1}^K + b_{i,j} \end{aligned} \right) / ap \quad (III.22)$$

La condition de convergence est :

$$|\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k| \leq 10^{-3} \quad (III.23)$$

Si la condition (III.23) n'est pas encore satisfaite, on pose que: $\phi_{i,j}^k = \phi_{i,j}^{k+1}$ et on recalcule la même formule jusqu'à ce qu'elle vérifie la condition de convergence.

III.3.1.4. Discrétisation de l'équation de Poisson

L'équations (de fonction de courant) à une forme générale de l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(\alpha_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(-\beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) + JS_\phi = 0 \quad (III.24)$$

Tableau 6: Présentation des différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant.

Grandeurs transporters	ϕ	Γ	S_ϕ
Equation de fonction de courant	Ψ	1	$-\Omega$

La forme de l'équation de poisson c'est l'équation de transport avec le terme convectif égal à zéro. C'est à dire on simplifie les termes de vitesse a partir de coefficient de couplage convection diffusion

Après L'intégration sur le volume de contrôle définie précédemment on obtient:

$$a_p' \cdot \phi_{i,j} = \left(\begin{aligned} &D_w' \cdot \phi_{i-1,j} + D_e' \cdot \phi_{i+1,j} + D_s' \cdot \phi_{i,j-1} + D_n' \cdot \phi_{i,j+1} + D_{ne}' \cdot \phi_{i+1,j+1} + \\ &D_{nw}' \cdot \phi_{i-1,j+1} + D_{se}' \cdot \phi_{i+1,j-1} + D_{sw}' \cdot \phi_{i-1,j-1} + b_{i,j} \end{aligned} \right) \quad (III.25)$$

Avec

$$D_w' = D_w + D_{sw} - D_{se}, \quad D_e' = D_e - D_{sw} + D_{se}, \quad D_s' = D_s + D_{nw} - D_{ne}, \quad D_n' = D_n - D_{nw} + D_{ne}$$

III.3.2 .Enceinte carrée

Si on applique la même discretisation de la méthode de volume fini sur l'enceinte carrée, on donne le changement de variable come suit:

$$\begin{cases} X = \xi \\ Y = \eta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial X}{\partial \xi} = 1 ; \frac{\partial X}{\partial \eta} = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial \xi} = 0 ; \frac{\partial Y}{\partial \eta} = 1 \end{cases} \Rightarrow J = 1$$

Donc les coefficients de l'équation transport s'écrit comme suit:

$$U^* = \left(\left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) U - \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) V \right) = V$$

$$V^* = \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) V - \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) U \right) = V$$

$$\alpha_\phi = \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right)^2 \right) = 1$$

$$\beta_\phi = \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) \right) = 0$$

$$\gamma_\phi = \left(\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right)^2 \right) = 1$$

On remplace dans l'equation de transport (III.1) on obtien

$$\frac{\partial}{\partial X} (U \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial Y} (V \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \cdot \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \cdot \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \quad (III.26)$$

Si on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme:

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} (U \phi) + \frac{\partial}{\partial Y} (V \phi) \right) dv = \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \right) dv \quad (III.27)$$

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport ci-dessous demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires reliant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points du maillage ($P'_{i,j}$) (voir l'annexe).

Avec :

$$a_p \cdot f_{i,j} = a_w \cdot f_{i-1,j} + a_e \cdot f_{i+1,j} + a_s \cdot f_{i,j-1} + a_n \cdot f_{i,j+1} + b_{i,j} \quad (III.28)$$

Tel que les coefficients de volume fini présenté dans le tableau (7) :

Tableau.7. les coefficients de volume fini.

	D	F	A
W	$D_w = \frac{\Gamma_w \cdot \Delta Y}{\delta X_{WP}}$	$F_w = U_w \cdot \Delta Y$	$a_w = \max(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0)$
OE	$D_e = \frac{\Gamma_e \cdot \Delta Y}{\delta X_{PE}}$	$F_e = U_e \cdot \Delta Y$	$a_e = \max(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0)$
S	$D_s = \frac{\Gamma_s \cdot \Delta X}{\delta Y_{SP}}$	$F_s = V_s \cdot \Delta X$	$a_s = \max(F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0)$
N	$D_n = \frac{\Gamma_n \cdot \Delta X}{\delta Y_{NP}}$	$F_n = V_n \cdot \Delta X$	$a_n = \max(-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0)$
P	$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s$		

III. 4. Choix du maillage

Pour choisir le meilleur maillage qui permet d’avoir les résultats les plus exacts possibles, on a étudié l’influence de la taille et la répartition des nœuds sur le nombre de Nusselt Nu_m . Les résultats de cette étude sont exposés dans le tableau (8) et la figure (4). Pour cela, une répartition uniforme des noeuds a été utilisée. A partir de ce tableau il apparaît que Nu_m devient insensible au nombre de noeuds à partir de la grille 80×80 . Dans la suite de notre travail, on adoptera donc pour des raisons de précision de calcul un maillage 80×80 .

Tableau.8. Influence de la taille du maillage sur Nu_m .

$Ra = 10^3$						
Maillage	20×20	40×40	60×60	80×80	100×100	120×120
Nu_m	1.2231	1.1524	1.1335	1.1244	1.1244	1.1244

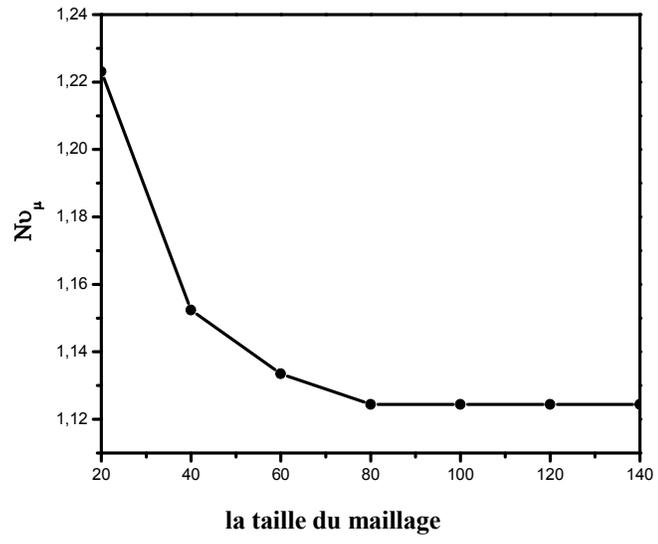


Figure.4. Influence de la taille du maillage sur Nu_m .

Chapitre IV

Résultats et discussions

IV.1. Introduction

Après avoir écrit le programme de calcul en langage Fortran 6.6 (ce programme est composé de trois sous-routines voir annexe 2), les principaux résultats obtenus reflétant le comportement des champs dynamiques et thermiques pour notre configuration, sont exposés dans ce chapitre.

La restitution de ces champs a été réalisée en utilisant le logiciel de visualisation **Tecplot 9.2**, quant aux courbes, elles ont été réalisées en utilisant le logiciel **Origine 7.5**.

IV.2. Paramètres utilisés

Le tableau (9) montre les propriétés physiques utilisées pour notre simulation numérique.

Tableau.9 : Les propriétés physiques utilisées.

les propriétés physiques	Fluide pure eau	Argent (Ag)	dioxyde de Titanium (TiO ₂)
C _p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	4179	230	686.2
ρ (kg. m ⁻³)	997.1	10500	4250
K (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0.613	418	8.9538
α × 10 ⁷ (m ² .S ⁻¹)	1.47	1710	30.7
β × 10 ⁵ (K ⁻¹)	21	1.65	0.9

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh (Ra=10³, 10⁴, 10⁵, 10⁶), l'angle d'inclinaison (γ égale à 0°, 30°, 45°, 90°, 135°, 180°), différentes fractions volumiques pour le fluide pure (φ=0) et pour les nanoparticules (Ag et TiO₂, φ égale à 0.1, 0.2), et les paramètres de la géométrie complexe ondulée. La présentation des résultats concernant les champs de température, les lignes de courants et ainsi que le nombre de Nusselt

IV.3. Validation du programme numérique

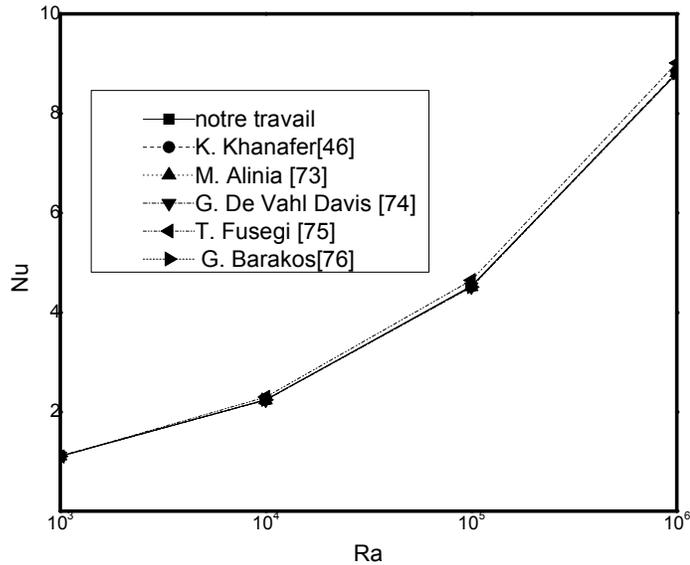


Figure.5 : Comparaison de Nombre de Nusselt avec d'autres publications

La figure 5 présente une comparaison entre les résultats de notre code de calcul et ceux de Khanafer, K [46] et autre. La comparaison concerne le nombre de Nusselt moyen pour une enceinte constituée de deux parois horizontales adiabatiques, et des parois verticales gauche et droite soumise à des températures constantes chaude et froide respectivement, les résultats confirment la validité du notre code de calcul.

IV.4.Résultats et discussions

Les isothermes, les lignes de courant et le nombre de Nusselt sont présentés pour les deux cas traités ; l'enceinte ondulée et carrée.

IV.4.1.Enceinte carrée

Dans cette partie, on présente les résultats d'une étude numérique du transfert de chaleur, par convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée chauffée, par une source de chaleur d'une température aléatoire basée sur la fonction de Random, et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules.

La figure 6 présente les champs de température (en haut) et les lignes de courant (en bas) pour un fluide pur avec une source de chaleur d'une température (constante $\theta_c = \theta_{max}$, ou aléatoire $\theta_c = \theta_{min} + (\theta_{max} - \theta_{min}) * Rand$), et les différentes valeurs de nombre de Rayleigh

($Ra = 10^3, 10^4, 10^5$). Il est clair, à partir de cette figure qu'on a une diversité des structures des cellules des lignes de courants pour les deux cas étudié (température constante et aléatoire). La même chose pour les champs de températures, mais dans ce cas la diversité des isothermes est plus claire, ce qui signifie que le transfert de chaleur est influencé par le type de température (constante ou aléatoire).

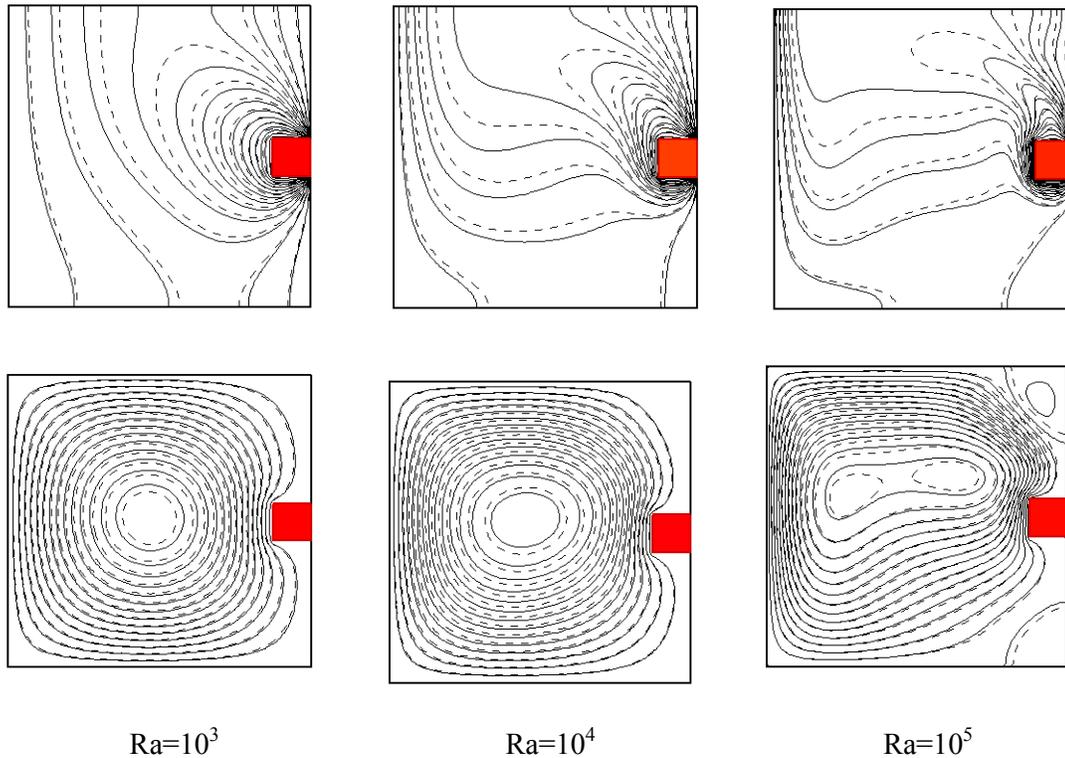


Figure .6. Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) pour θ_c constante (—) θ_c aléatoire (----)

Les figures (7 et 8) représentent les champs de température et les lignes de courants respectivement pour un fluide pur, aux différentes valeurs d'angles et de nombre de Rayleigh avec une source de chaleur d'une température aléatoire. Les résultats montrent que la déviation des isothermes diminue quand l'angle d'inclinaison augmente, et s'oriente vers le phénomène de stratification. Ce dernier est visible pour ($\gamma = 90^\circ$). Par contre, l'augmentation de nombre de Rayleigh augmente la déviation des isothermes pour les différentes valeurs d'angle d'inclinaison et augmente la déformation du vortex de la cellule notamment pour $Ra = 10^5$. L'effet de nombre de Rayleigh est clair pour les valeurs élevés de (Ψ). Ces derniers diminuent avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison.

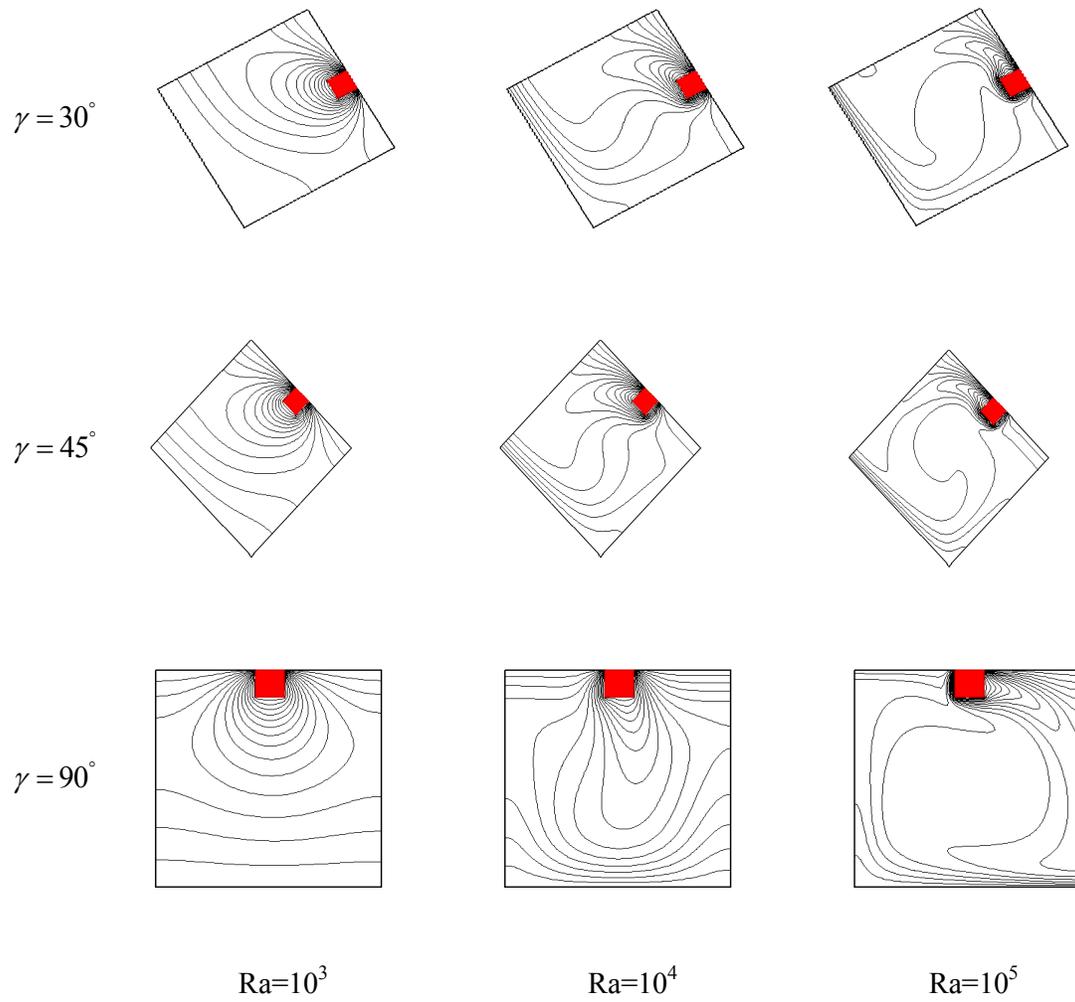


Figure. 7. : Les champs des températures pour un fluide pur aux différents angles et nombre de Rayleigh

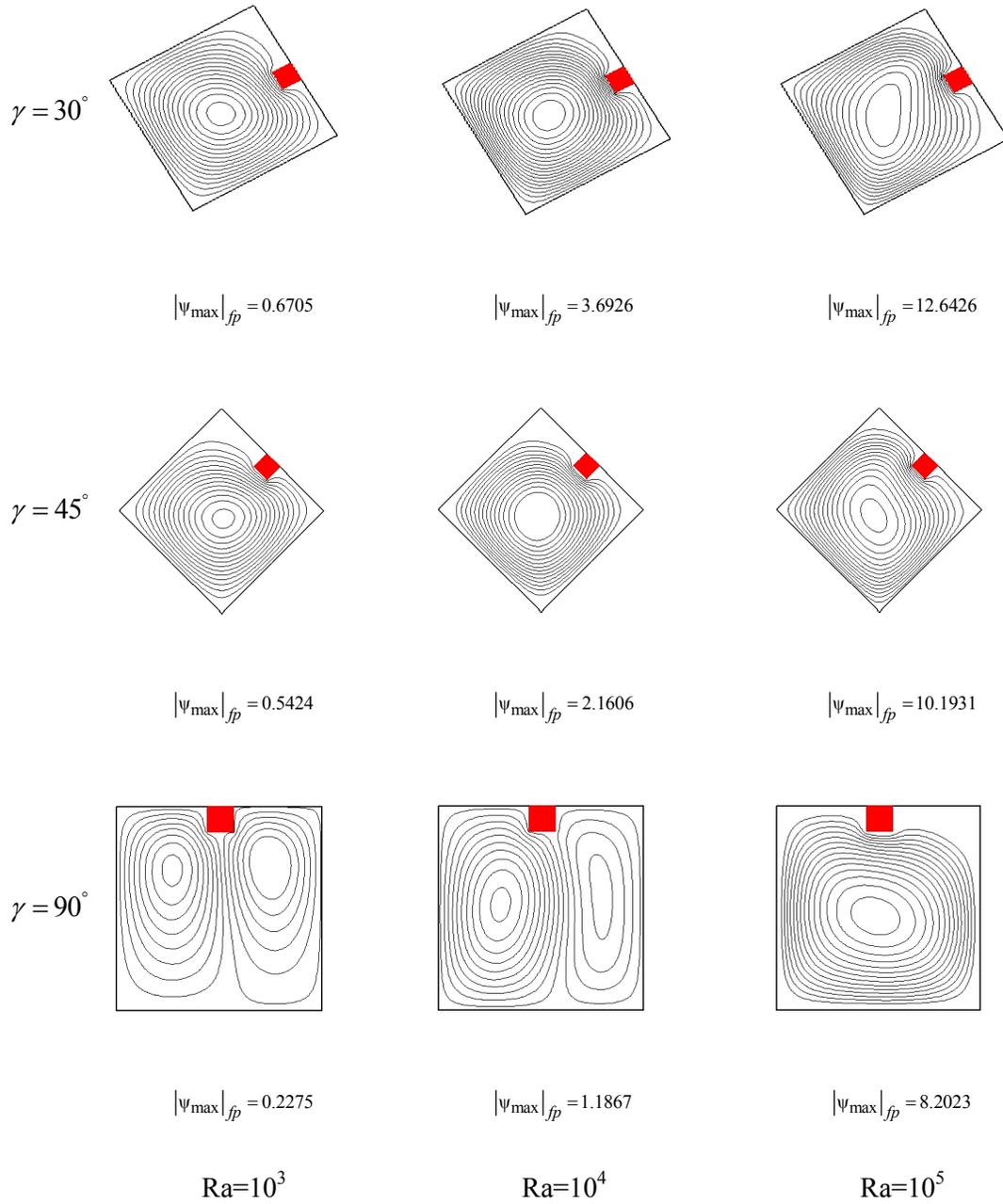


Figure.8. : Les lignes de courant pour un fluide pur aux différents angles et nombre de Rayleigh

Les figures (9 et 10) montrent les champs de température et les lignes de courant pour un fluide pur et pour différents type de nanofluide (Ag et TiO_2), les fractions volumiques (φ égale à 0.1, 0.2), et le nombre de Rayleigh, avec une source de chaleur d'une température aléatoire. Les isothermes deviennent plus courbées et plus serrées à côté des parois en

augmentant le nombre de Rayleigh et la fraction volumique. La comparaison entre les nanofluides et le fluide pur montre une déviation importante dans les isothermes.

Les valeurs de (Ψ) augmente avec l'augmentation de La fraction volumique et le nombre de Rayleigh. Les lignes de courant deviennent plus serrées à côté des parois latérales, et la forme des cellules a changé totalement pour $(Ra = 10^5)$. Dans ce cas, la comparaison n'est pas claire pour cela on a séparé les résultats des nanoparticules de (Ag).

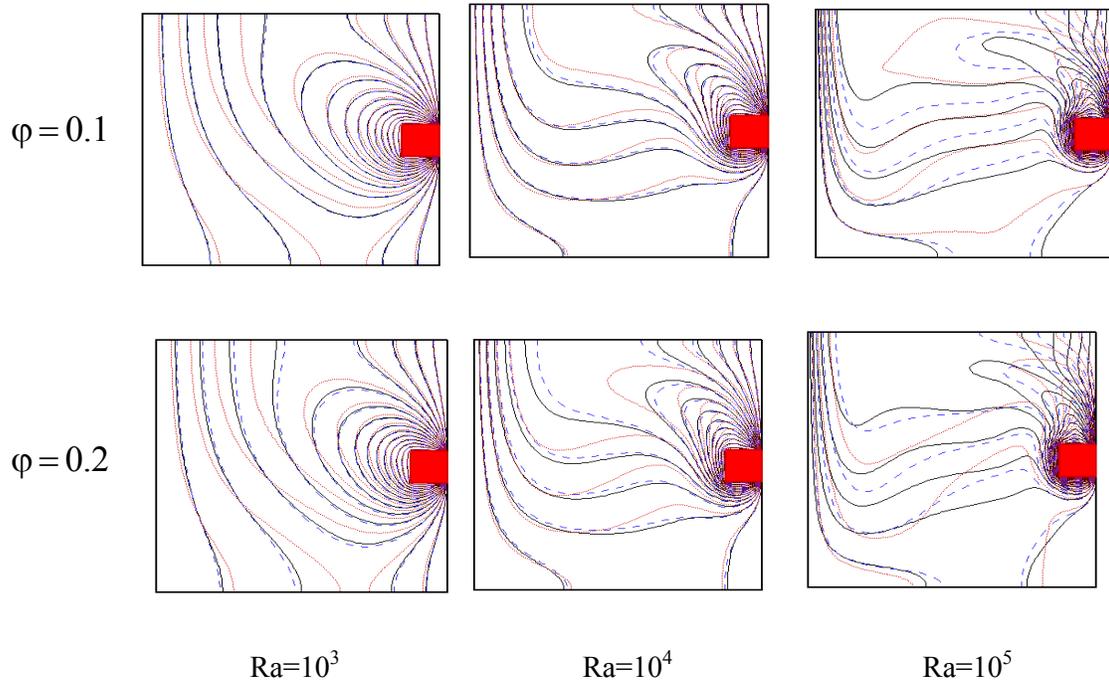


Figure .9. : Les champs de températures pour un fluide pur (—) et différents type de nanofluide Ag (.....) et TiO_2 (---).

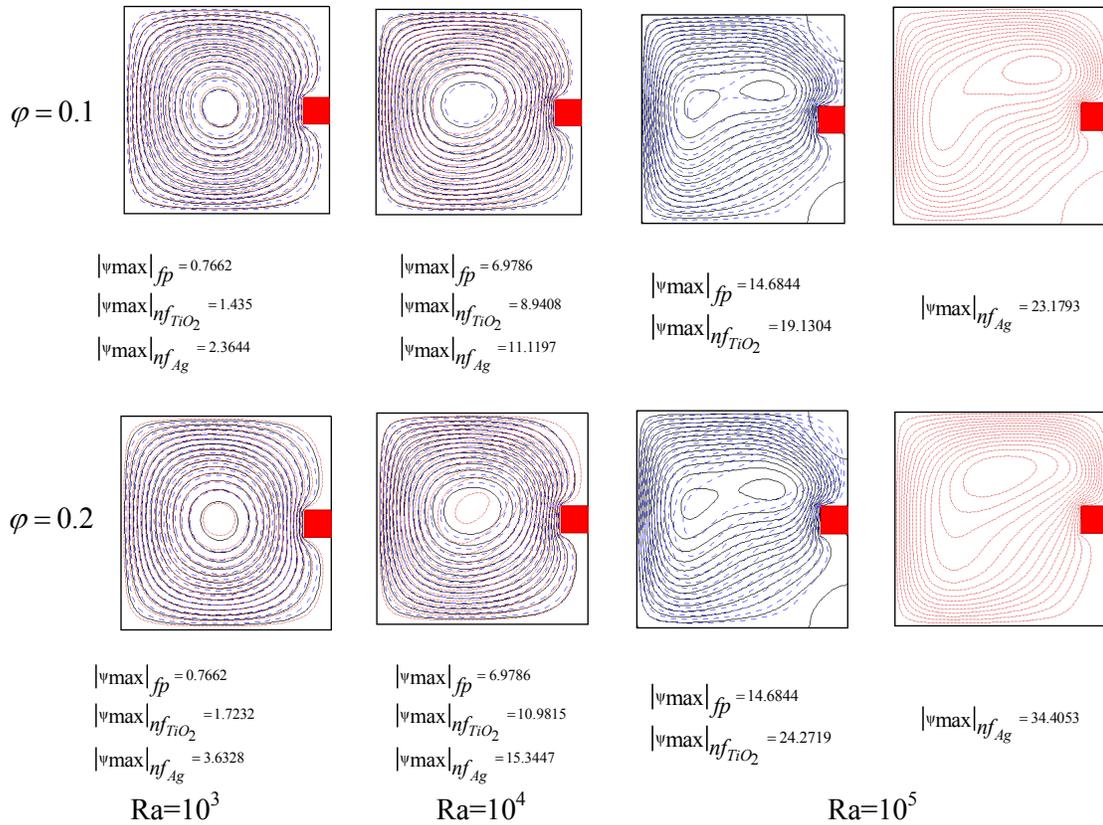


Figure.10.: Les lignes de courant pour un fluide pur (—) et différents type de nanofluide Ag (.....) et TiO_2 (----).

La figure.11 représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de : nombre de Rayleigh pour différents type de température (constante ou aléatoire) (a), l'angle d'inclinaison pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh (b), la fraction volumique pour différents type de nanofluide (c). Les résultats montrent que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et le nombre de Rayleigh, et diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. On observe que les valeurs du nombre de Nusselt pour le nanofluide Ag sont supérieures à celles du nanofluide TiO_2 . Donc, les nanoparticules d'argent sont des bons conducteurs de chaleur par rapport aux nanoparticules TiO_2 . Pour le type de température, il est clair que les valeurs du nombre de Nusselt pour une température constante sont supérieures à celles d'une température aléatoire.

Donc, le type de température et de nanofluide sont des facteurs principaux pour le perfectionnement de transfert thermique.

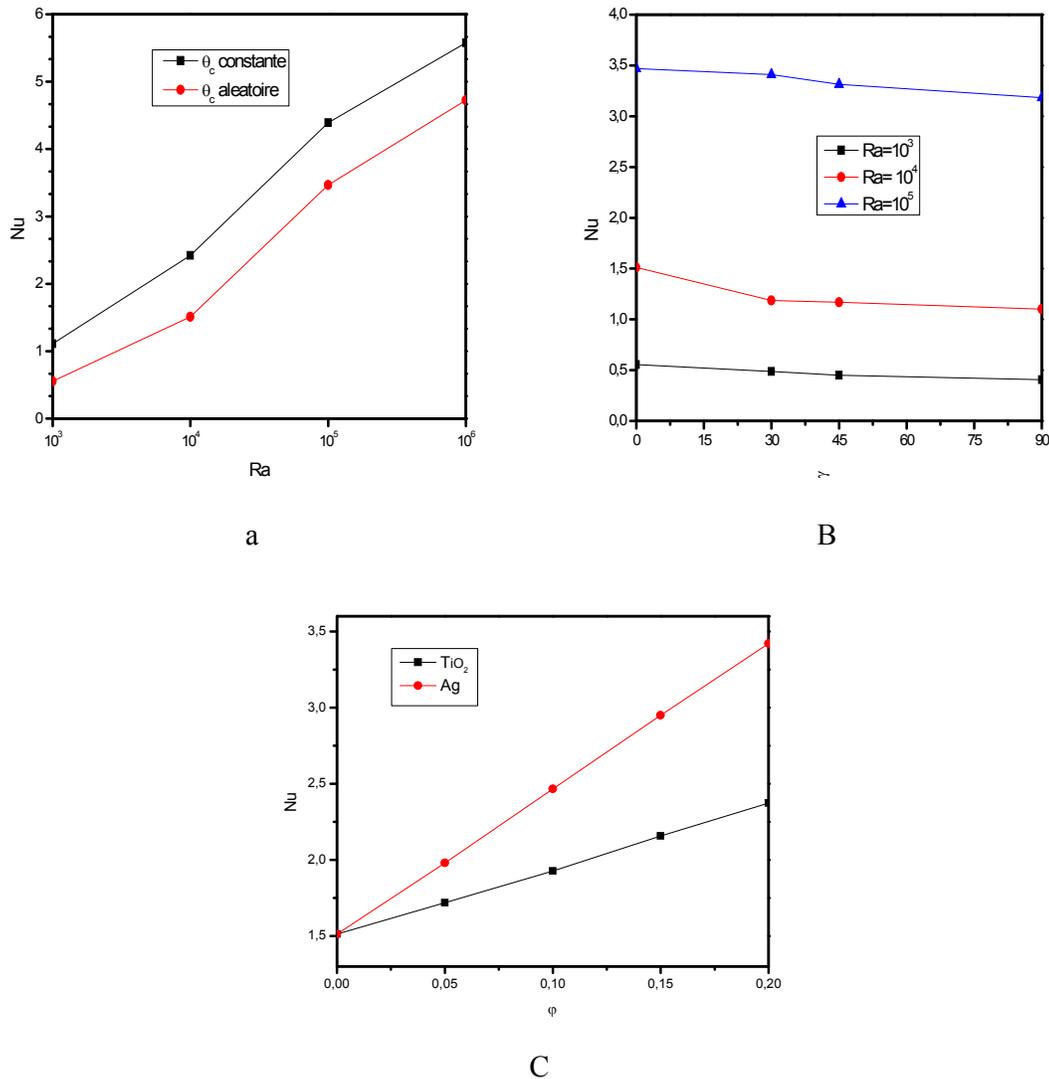


Figure.11.: La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de :

- (a) Nombre de Rayleigh pour différents type de la température
- (b) L'angle d'inclinaison pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.
- (c) La fraction volumique pour différents type de nanofluide.

Dans cet partie, on a présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte carrée incliné chauffée par une source de chaleur d'une température aléatoire basé sur la fonction de Random et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules, Cette étude a permis de dégager les conclusions suivantes :

Le transfert de chaleur influencé par la température aléatoire et l'angle d'inclinaison. L'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé. L'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le

transfert de chaleur. Le transfert thermique en présence des nanoparticules d'Ag s'améliore relativement à celui des nanoparticules de TiO₂. En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

IV.4.2. Enceinte ondulée

La présentation des résultats dans la deuxième partie concernant les champs de température, les lignes de courants et ainsi que le nombre de *Nusselt* pour une enceinte ondulée inclinée.

IV.4.2.1. Effet du type de température

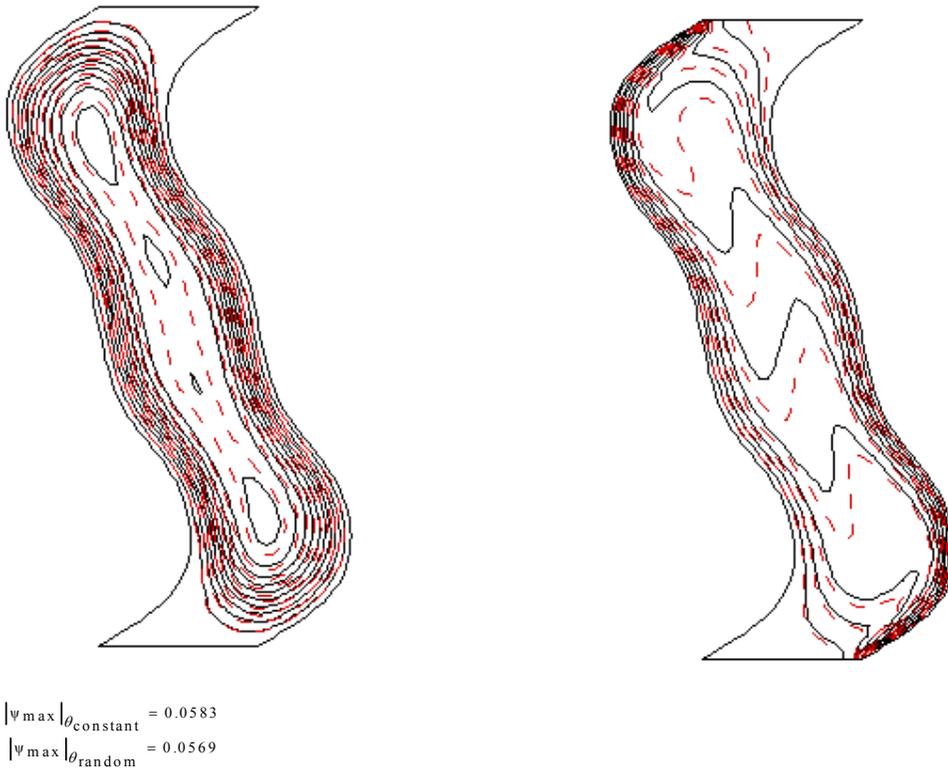


Figure.12. Les champs de température (à droite) et les lignes de courant (à gauche) pour un fluide pure, θ_c constante (—), θ_c aléatoire (---), et $Ra = 10^5$, $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=4$,

La figure 12 représente les champs de température (à droite) et les lignes de courant (à gauche) pour un fluide pur avec une température constante ($\theta_c = \theta_{\max}$), une température aléatoire ($\theta_c = \theta_{\min} + (\theta_{\max} - \theta_{\min}) * Rand$), et $Ra = 10^5$, $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\lambda=4$. La comparaison entre les deux cas traités (température constante et aléatoire) montre qu'il existe une diversité des isothermes et des lignes de courant, qui sont donné par les valeurs de ψ_{\max} , donc on peut dire que le transfert de chaleur est influencé par le type de température (constante ou aléatoire).

IV.4.2.2. Effet de Nombre de Rayleigh

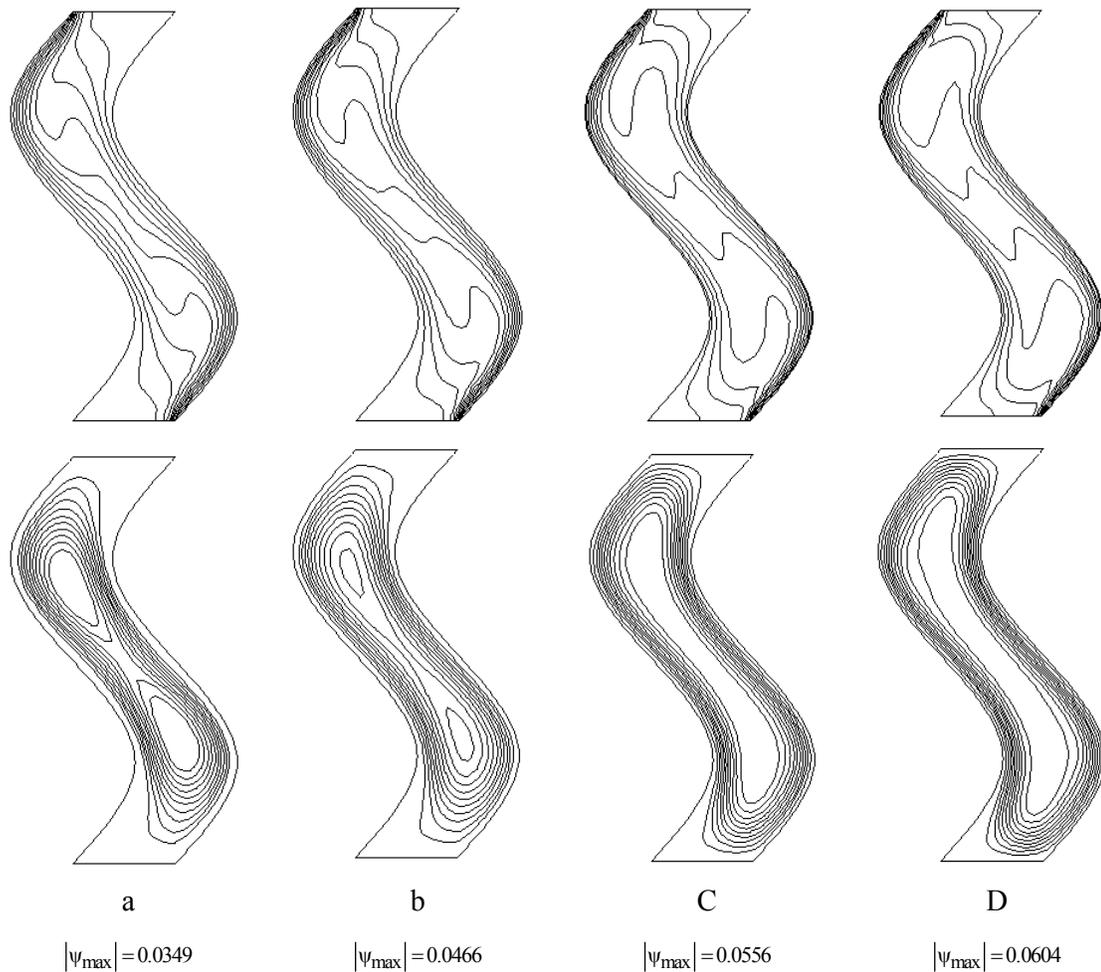


Figure.13. Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) pour différents nombre de Rayleigh (a): $Ra = 10^3$, (b): $Ra = 10^4$, (c): $Ra = 10^5$, (d): $Ra = 10^6$, avec un fluide pure et $\alpha_1=0.607$, $\gamma = 90^\circ$, $R_\alpha=0.0$, $\lambda=4$.

Pour examiner l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur dans une cavité ondulée, nous avons varié le nombre de Rayleigh entre 10^3 et 10^6 . La figure 13 représente Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) pour un fluide pure et $\alpha_1=0.607$, $\gamma = 90^\circ$, $R_\alpha=0.0$, $\lambda=4$.

Nous remarquons dans la figure (13.a) et pour $Ra=10^3$, les isothermes suivent la géométrie de la surface ondulée, et la distribution des températures est simplement décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide, et les lignes de courant favorisent

l'apparition de deux cellules qui tournent dans le même sens, cette configuration montre que le transfert thermique s'opère essentiellement par conduction. Par contre la figure (13.b) montre que les lignes isothermes commencent à se modifier et se déforment légèrement en suivant le sens de rotation des lignes de courant et qui sont serrées près de ces parois, Pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh ($Ra=10^5$ et $Ra=10^6$), la figure (13.c, d) montre que les lignes isothermes se modifient beaucoup et sont plus serrées du côté bas de la paroi chaude et du côté haut de la paroi froide et même les lignes de courant sont très serrées près de ces parois ondulées, ce qui explique que le transfert de chaleur par convection commence à être plus intense sur le côté bas de la paroi chaude et sur le côté haut de la paroi froide. En plus, il continue à s'intensifier sur toute la longueur de la paroi chaude et la paroi froide.

Donc comme conclusion l'augmentation du nombre de Rayleigh augmente les valeurs de la fonction de courant figure (13), ce qui signifie que le transfert de chaleur par convection naturelle augmente avec l'augmentation de nombre de Rayleigh.

IV.4.2.3.Effet de la longueur d'onde

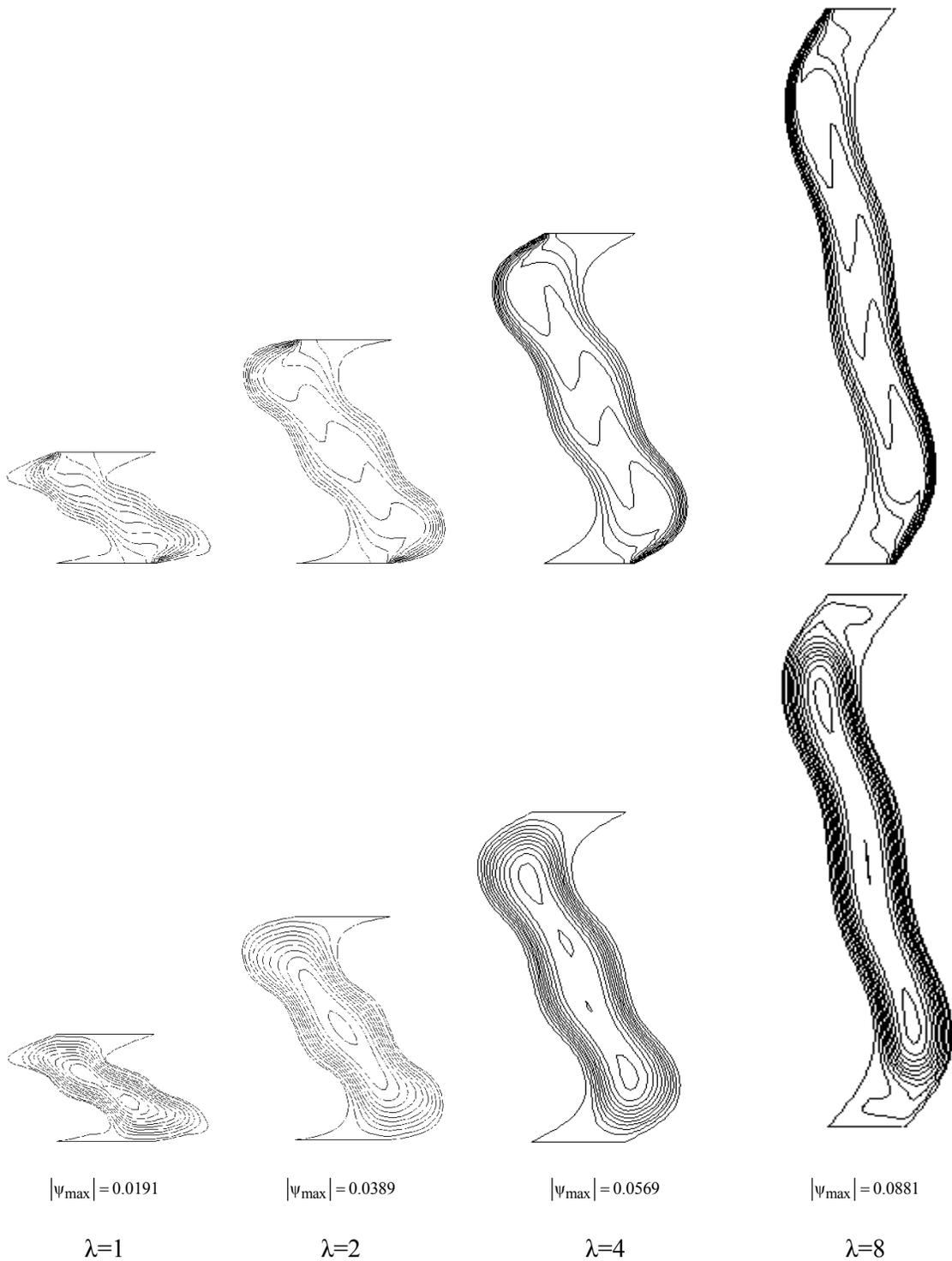


Figure.14. Les champs des températures (en haut) et les lignes de courants (en bas) en fonction de la longueur d'onde des parois ondulées pour un fluide pure et $\alpha_1=0.5$, $R_\alpha=1/2.5$, $\gamma = 90^\circ$, et $Ra = 10^5$

La figure.14 représente les champs de température (en haut) et les lignes de courant (en bas) en fonction de la longueur d'onde des parois ondulées (λ) pour un fluide pure et $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, $\gamma = 90^\circ$, et $Ra = 10^5$. Dans le cas de $\lambda = 1$, les isothermes suivent la forme des parois ondulée et ont une structure presque symétrique. Lorsque $\lambda = 2$, la déformation des isothermes augmente et devient stratifiée. Le degré d'augmentation de la stratification est proportionnel avec l'augmentation de la longueur d'onde des parois ondulées. Donc si on compare les isothermes dans la figure.14 pour différentes valeurs de la longueur d'onde, on peut noter que lorsque la valeur de λ augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située près des parois ondulées (gauche et droite), c.-à-d. que les gradients de la température deviennent plus élevés à proximité des parois ondulées. Ceci implique une augmentation du transfert thermique à travers les parois ondulées de l'enceinte pour une valeur plus élevé de la longueur d'onde ($\lambda = 8$). Pour plus de justification concernant l'effet de la longueur d'onde, la figure.14 (en bas) montre les lignes de courant en fonction de la longueur d'onde, on remarque que les valeurs de la fonction de courant augmentent avec l'augmentation de la longueur d'onde et les lignes de courant sont plus serrées près des parois ondulées pour ($\lambda = 8$). Finalement on peut dire que pour un nombre de Rayleigh élevée ($Ra=10^5$), l'augmentation de la longueur d'onde favorise l'avantage de transfert de chaleur par convection naturelle.

IV.4.2.4.Effet de rapport d'amplitude

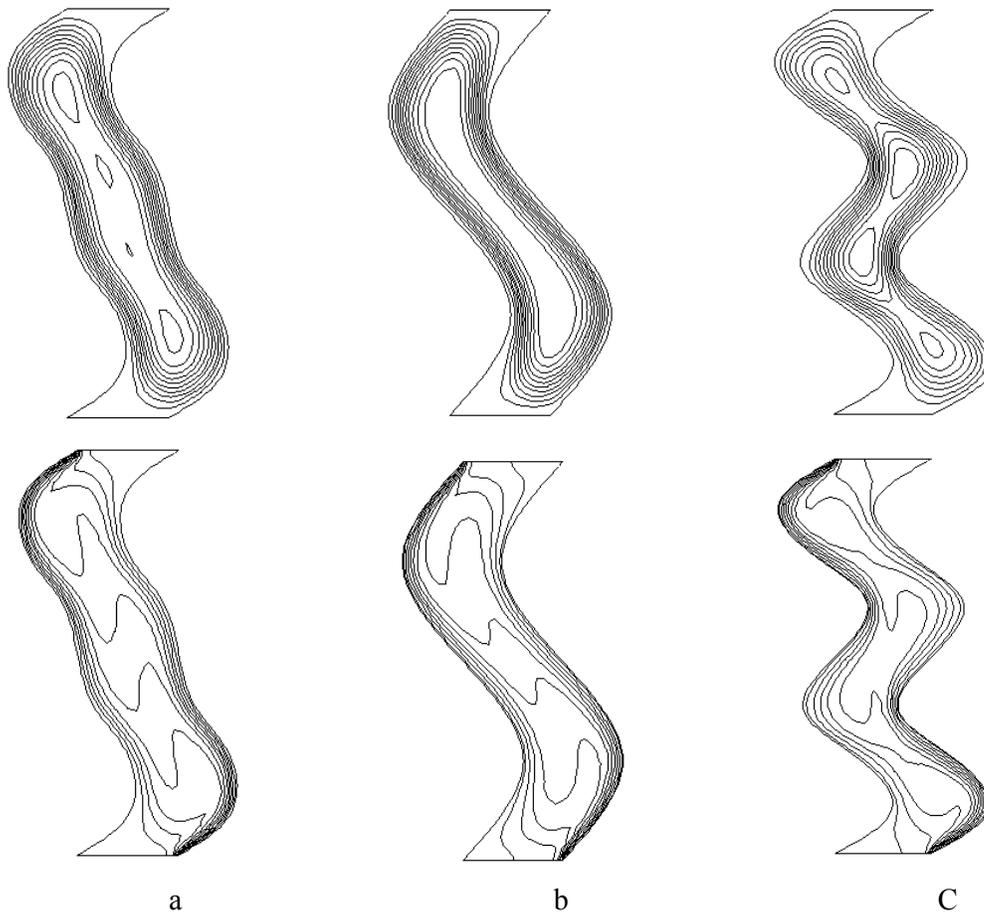


Figure.15. Les champs de température (en bas) et les lignes de courant (en haut) pour différentes valeurs de rapport d'amplitude de la surface ondulée R_a : (a): $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, (b): $\alpha_1=0.607$, $R_a=0.0$, (c): $\alpha_2=0.47$, $R_a=2.5/1$, avec un fluide pure, $Ra = 10^5$, $\gamma = 90^\circ$, et $\lambda=4$.

La figure.15 présente les lignes de courant (en haut) et les champs de température (en bas) en fonction de la valeur de rapport d'amplitude de la surface ondulée pour un fluide pure, et l'angle d'inclinaison ; $\gamma = 90^\circ$. Les résultats présentés dans cette figure montrent que pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$, et la longueur d'onde $\lambda=4$, les lignes isothermes subissent une distorsion et suivent le sens de l'écoulement. Au voisinage de la paroi chaude et froide, l'épaisseur de la couche limite thermique augmente dans la direction de l'écoulement et se rétrécit lorsqu'on augmente les valeurs du rapport d'amplitude.

Les lignes de courants sont très serrées près des parois chaudes et froides. Elles indiquent que l'écoulement est accéléré dans ces zones. Si on augmente le rapport d'amplitude, la structure spatiale des lignes des courants est composée d'une cellule primaire

et des petits rouleaux disposés diagonalement. L'augmentation du nombre d'amplitude peut être l'origine de la naissance des petits rouleaux. Donc on peut dire que le transfert de chaleur par convection naturelle est influencé par le rapport d'amplitude de la surface ondulée.

IV.4.2.5. Effet de l'angle d'inclinaison et la fraction volumique

Après avoir étudié l'influence du nombre de Rayleigh, la longueur d'onde et le rapport d'amplitude de la surface ondulée sur le transfert de chaleur par convection naturelle, nous examinons maintenant, l'effet de l'angle d'inclinaison et la fraction volumique sur le transfert de chaleur dans une cavité ondulée. Nous faisons varier l'angle d'inclinaison γ de 0° à 180° par un pas régulier de 45° , la fraction volumique pour le fluide pure ($\phi=0$) et pour les nanofluides (Ag et TiO_2 , ϕ égale à 0.1, 0.2), les différentes valeurs de rapport d'amplitude, une valeur fixe du nombre de Rayleigh $Ra=10^5$, et la longueur d'onde $\lambda=4$.

L'analyse de ces figures (16 (a, b, c) et 17 (a, b, c)), montre que l'influence de l'angle d'inclinaison sur la valeur maximale des lignes de courants (Ψ) est relativement importante. On peut aussi constater qu'il y a une décroissance dans les valeurs maximales des lignes de courants en fonction de l'angle d'inclinaison, le (Ψ) atteint sa valeur maximale à $\gamma = 0$ puis elle diminue jusqu'à une valeur minimale à $\gamma = 180$

L'écoulement est monocellulaire présenté par une grande cellule de forme elliptique ; ceci est expliqué par la trajectoire du fluide. La particule fluide s'échauffe près de la paroi chaude et sa densité diminue (sera légère) et elle remonte à cause de la force d'Archimède (flottabilité) puis sa trajectoire est modifiée par la présence de la paroi horizontale supérieure. En se rapprochant de la paroi froide, la particule perd sa chaleur (son énergie cinétique) et se refroidit (s'alourdit) et redescend le long de la paroi froide avec une trajectoire qui sera encore modifiée par la présence de la paroi horizontale inférieure. Le long de cette dernière, la particule fluide s'échauffe en se rapprochant de la paroi chaude, c'est ainsi qu'une cellule de circulation est créée. Les lignes de courant sont très serrées près des parois verticales et sont affectées par la forme de la paroi ondulée.

Pour l'angle $\gamma = 180^\circ$, la paroi chaude est en haut, nous avons tendance à chauffer la cavité par le haut. La convection ne se déclenche pas même si on augmente la fraction volumique pour les deux nanofluides et le rapport d'amplitude de la surface ondulée. Les lignes isothermes sont plus serrées près de la paroi ondulée chaude et les valeurs des lignes de courants sont très faibles, ce qui justifie l'expérience faite par Rayleigh-Bénard.

Si en diminuant l'angle d'inclinaison, les lignes isothermes subissent une distorsion et suivent le sens de l'écoulement, et le transfert de chaleur devient convectif pour $\gamma = 90$ et $\gamma = 45$. Dans ces deux derniers cas, le changement de la forme des isothermes est remarquable par rapport à l'angle d'inclinaison $\gamma = 180$.

Au voisinage des parois ondulées, l'épaisseur de la couche limite thermique augmente dans la direction de l'écoulement. Finalement pour $\gamma = 0$, la structure spatiale de l'écoulement est composée d'une cellule primaire et de deux petites cellules. L'apparition de ces deux rouleaux est due à la forte vorticité des particules fluides près de ces régions. La présence des ondulations peut être l'origine du changement des tailles et des formes des cellules. Ce dernier est visible pour les valeurs des lignes de courants qui ont changés avec chaque valeur de rapport d'amplitude de la surface ondulée.

Pour la fraction volumique et dans tous les cas traités on observe que la fraction volumique augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison et le rapport d'amplitude, cette augmentation est plus élevée pour le cas des nanoparticules d'Argent par rapport aux nanoparticules de dioxyde de Titane. Ce qui apparait dans les valeurs de la fonction de courant qui augmente avec l'augmentation de la fraction volumique pour tous les cas étudiés.

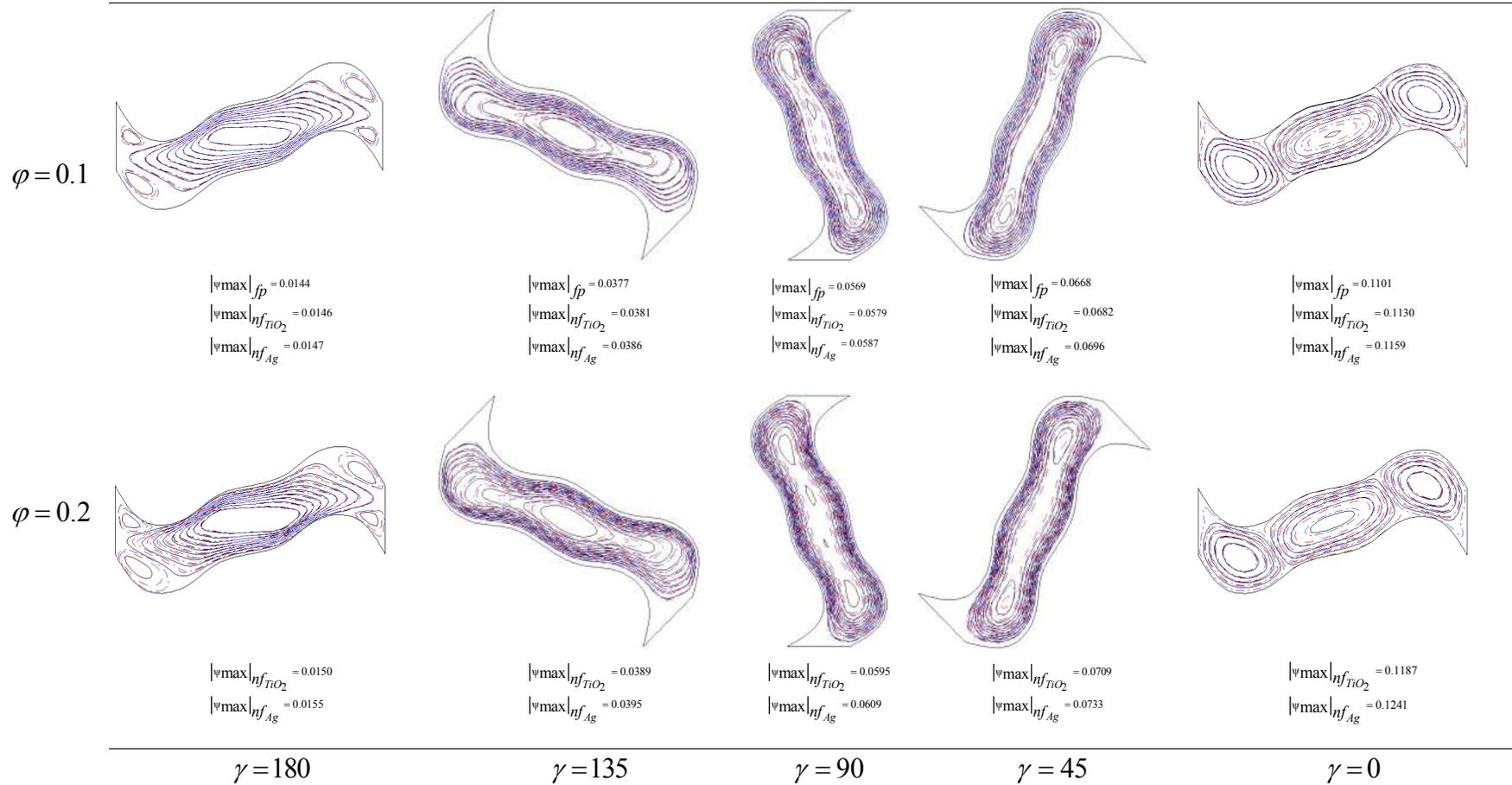


Figure 16. a. les lignes de courants pour différent nombre d'angle d'inclinaison

$\alpha_1=0.5$, $R_\alpha=1/2.5$, fluide pure (—) et nanofluid ((Ag (-·-·-) et TiO_2 (- - - -)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$

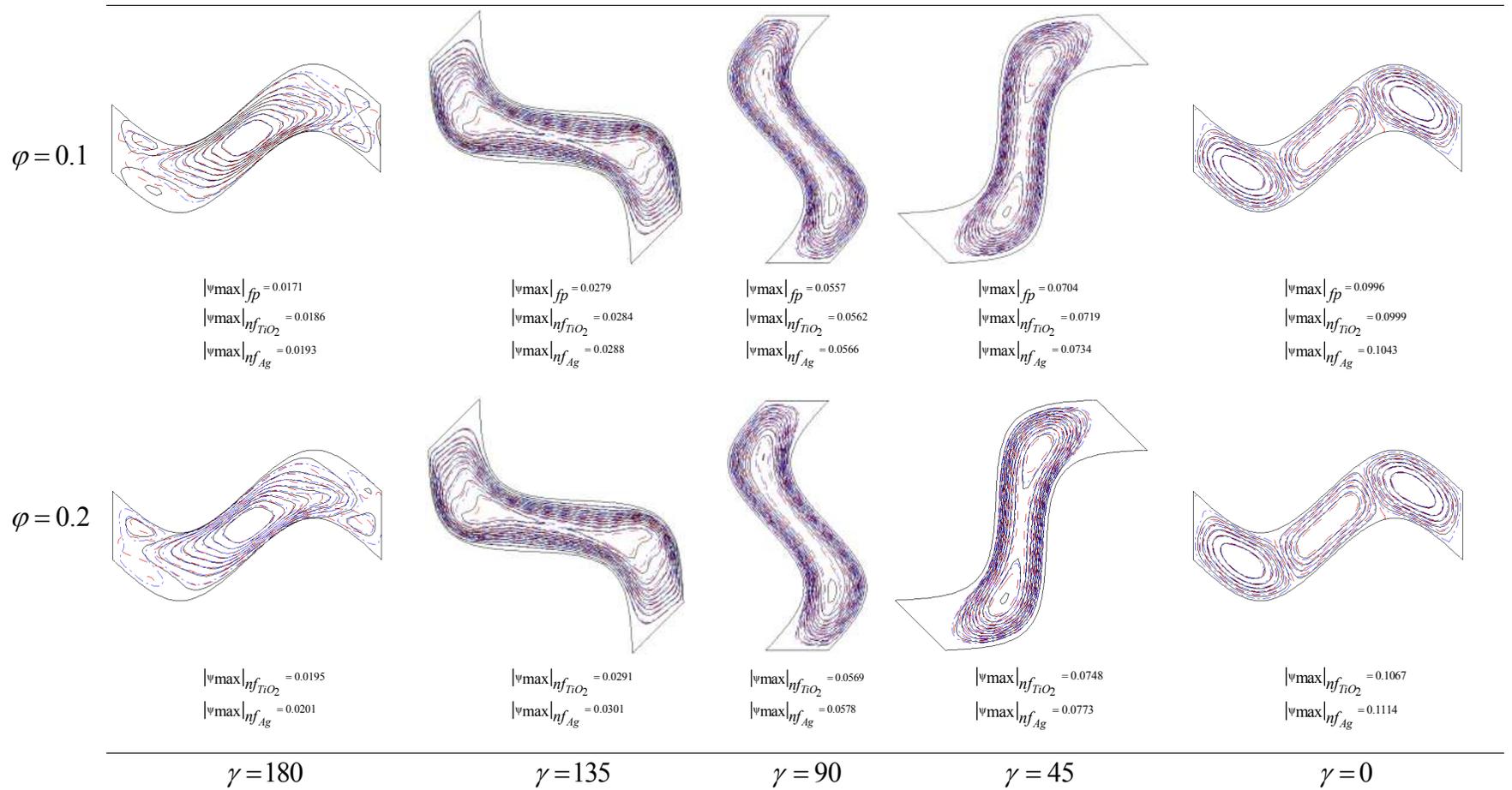


Figure 16 . b. les lignes de courants pour différent nombre d'angle d'inclinaison $\alpha_1=0.607$

, $R_a=0.0$, fluide pure (—) et nanofluid ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (-·-·-)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$

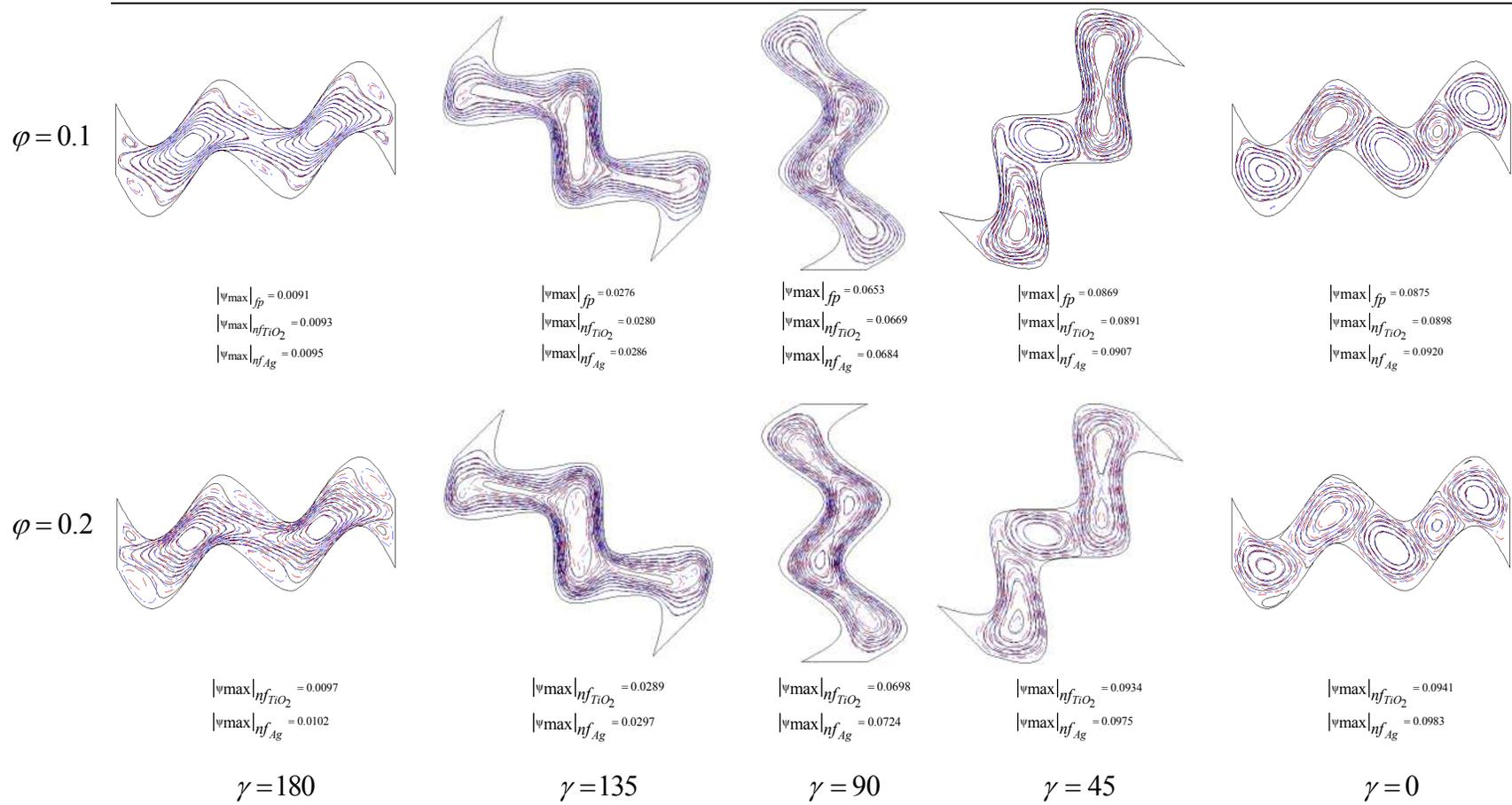


Figure 16. c : les lignes de courants pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_2=0.47$, $Ra=2.5/1$, fluide pure (—) et nanofluid ((Ag (-·-·-) et TiO_2 (- - -)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$

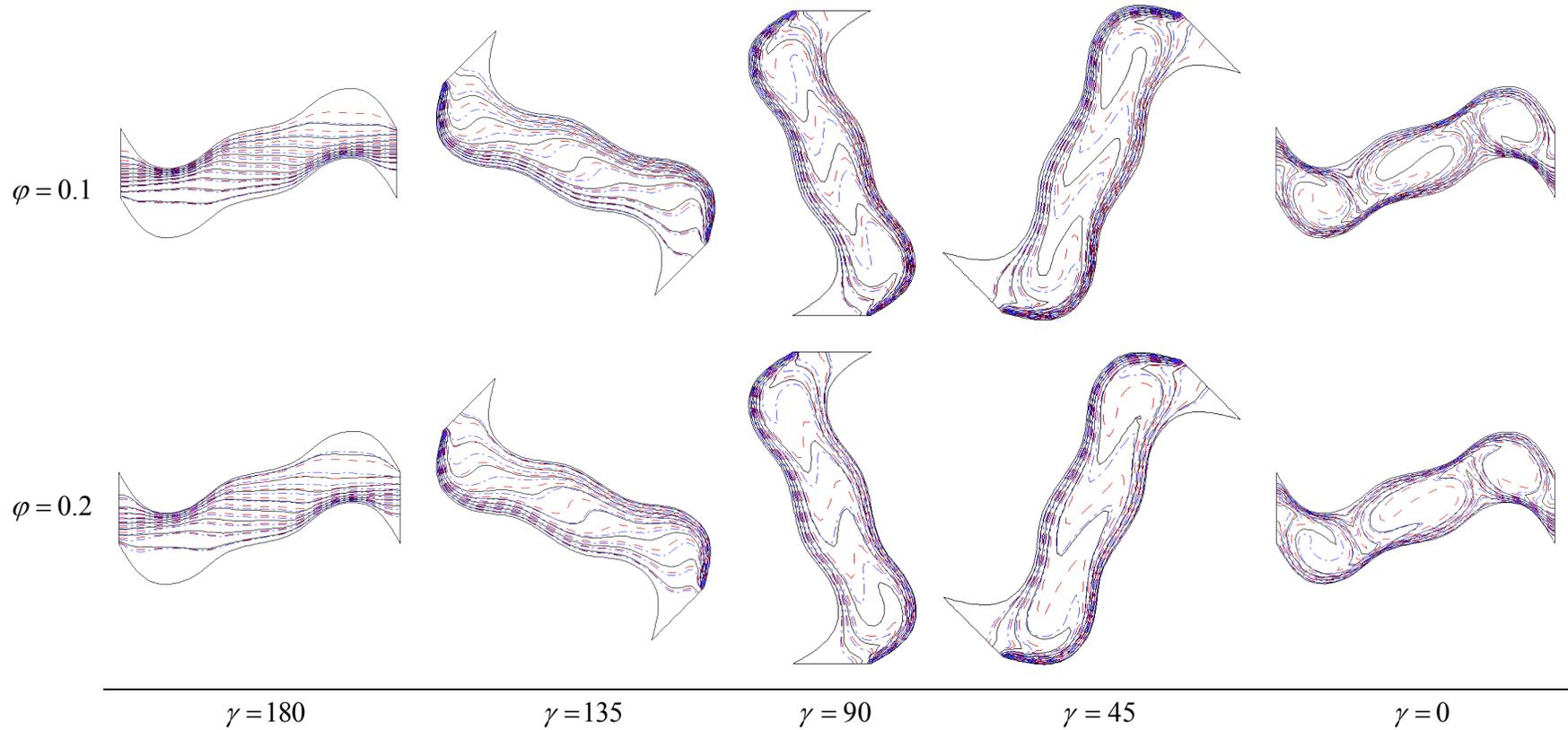


Figure.17.a : Les champs des températures pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_1=0.5$, $R_a=1/2.5$, fluide pure (—) et nanofluid ((Ag (-·-·-) et TiO_2 (- - -)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$

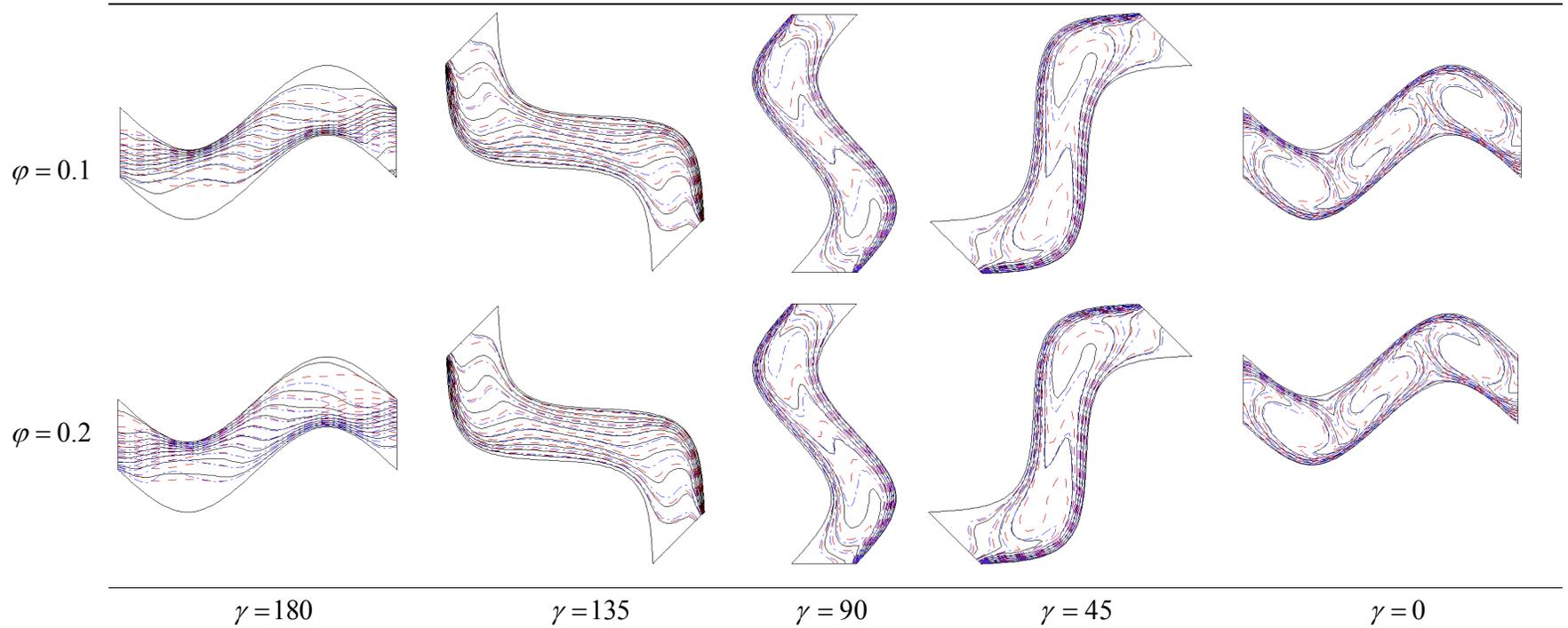


Figure. 17. b : Les champs des températures pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_1=0.607$, $R_a=0.0$, fluide pure (—) et nanofluid ((Ag (-·-·-).et TiO_2 (-·-·-)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$

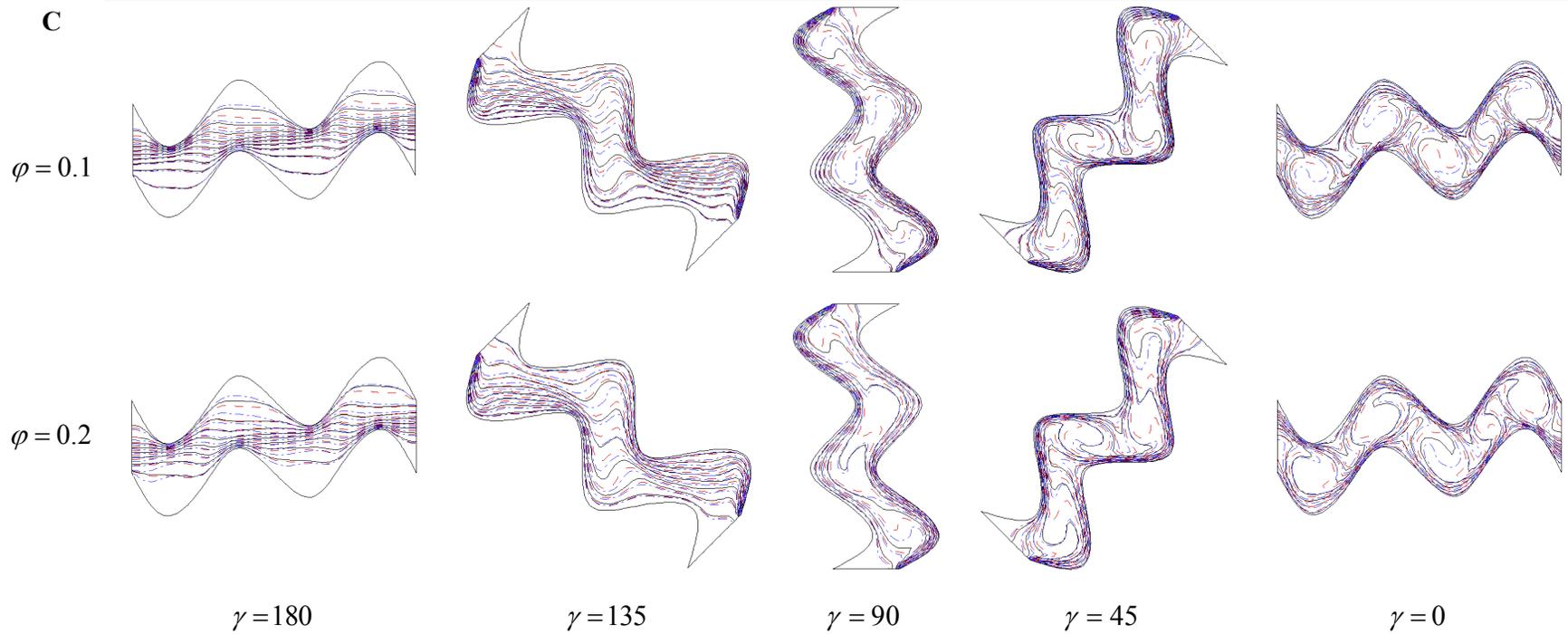


Figure.17.c : Les champs des températures pour différent nombre d'angle d'inclinaison avec $\alpha_2=0.47$, $R_a=2.5/1$, fluide pure (—) et nanofluid ((Ag (-·-·-) et TiO_2 (- - -)), $Ra = 10^5$ et $\lambda=4$

IV.4. 2.6. Variation de nombre de Nusselt

Dans cette partie, on a étudié l'effet de quelques paramètres (Nombre de Rayleigh, la fraction volumique, le type de nanofluide, l'angle d'inclinaison, le rapport d'amplitude de la surface ondulée) sur le nombre de Nusselt.

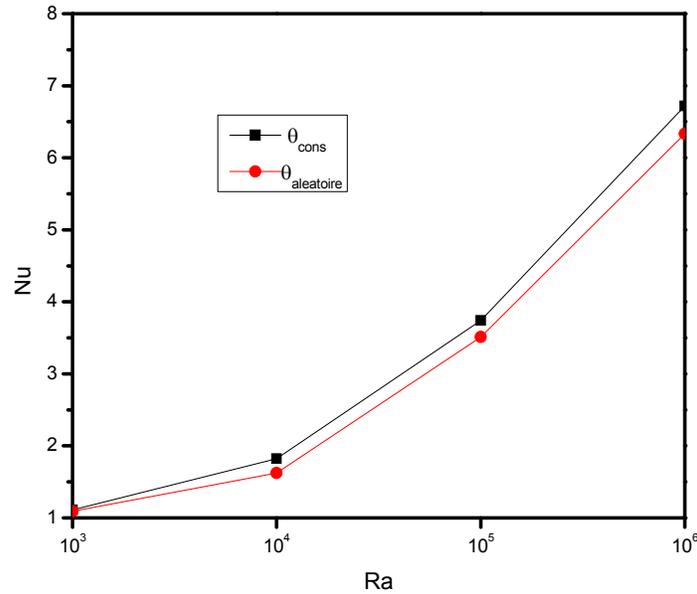
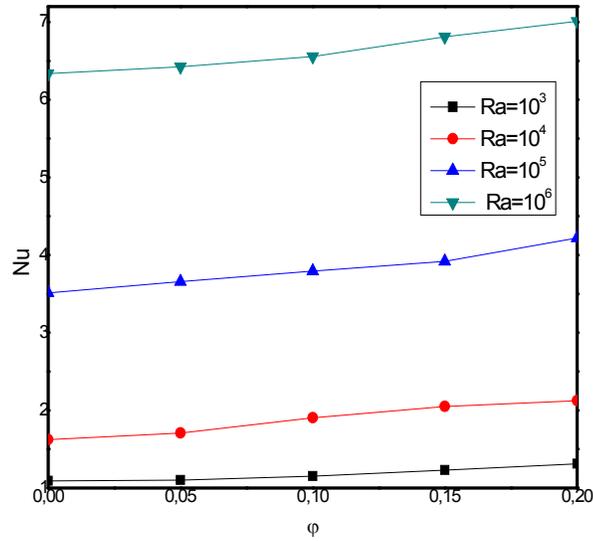


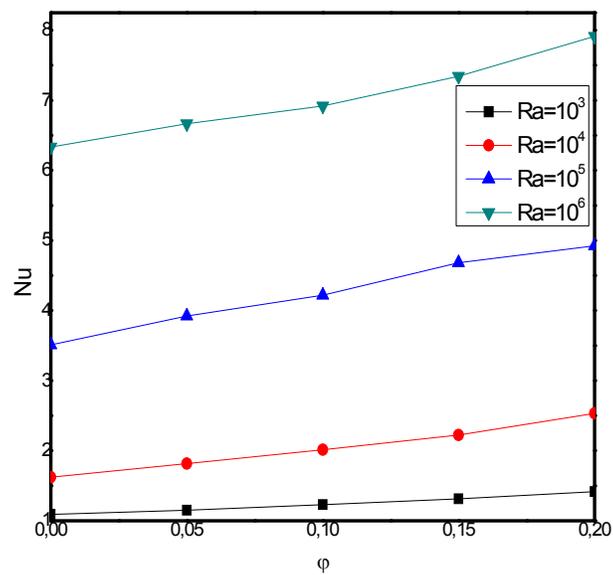
Figure .18. La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre de Rayleigh pour différent type de température avec $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_\alpha=1/2.5$, $\lambda=4$.

Les figures (18, 19, 20, 21) représentent l'effet de quelques paramètres (Nombre de Rayleigh, la fraction volumique, le type de nanofluide et de température, l'angle d'inclinaison, le rapport d'amplitude de la surface ondulée) sur la variation du nombre de Nusselt moyen.

Nous constatons que le nombre de Nusselt, qui est insensible à la fraction volumique, le type de nanofluide et de température, et le rapport d'amplitude pour des nombres de Rayleigh faibles, il devient fortement affecté par la variation des dits paramètres précédents, dès que le nombre de Rayleigh est supérieur à 10^4 . Cette influence est d'autant plus sensible que le nombre de Rayleigh augmente. Ceci s'explique parfaitement par le fait qu'avec des nombres de Rayleigh faibles c'est une stratification conductive qui régit le transfert et donc les effets de la fraction volumique, le type de nanofluide et de température, et le rapport d'amplitude est insignifiante.



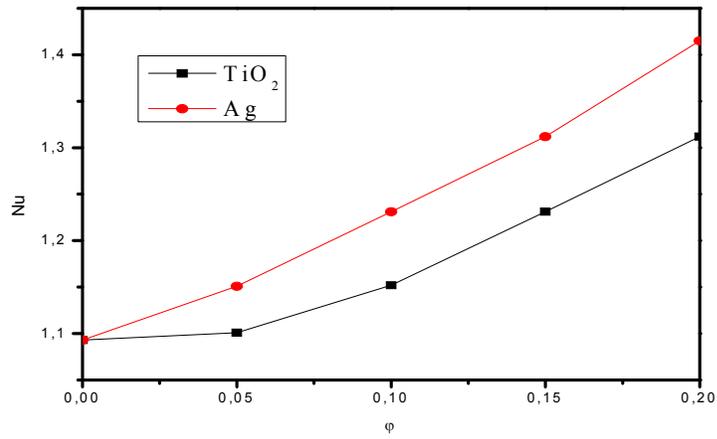
a) TiO₂



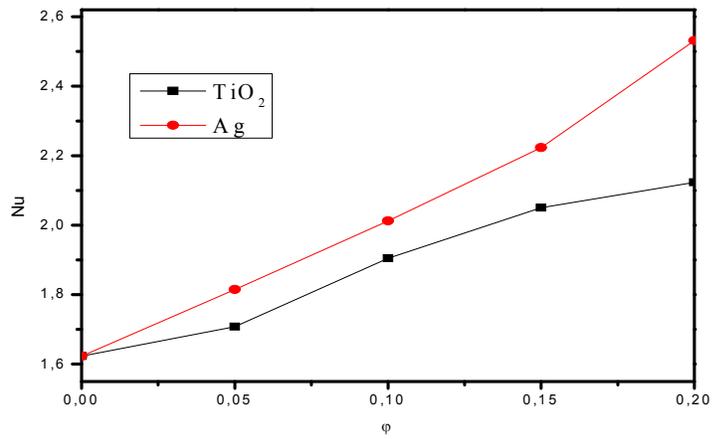
b) Ag

Figure.19. La variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de la fraction volumique pour différent valeurs du nombre de *Rayleigh* avec $\gamma = 90^\circ$, $\alpha_1 = 0.5$, $R_a = 1/2.5$, $\lambda = 4$

a



b



c

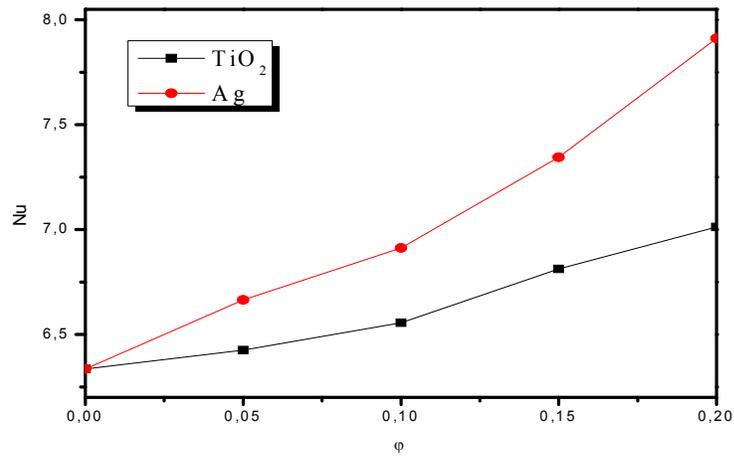


Figure. 20. effet de type de nanofluide sur la variation du nombre de *Nusselt* : a) $Ra=10^3$ b) $Ra=10^4$ c) $Ra=10^5$ avec $\gamma=90^\circ$, $\alpha_1=0.5$, $R_\alpha=1/2.5$, $\lambda=4$

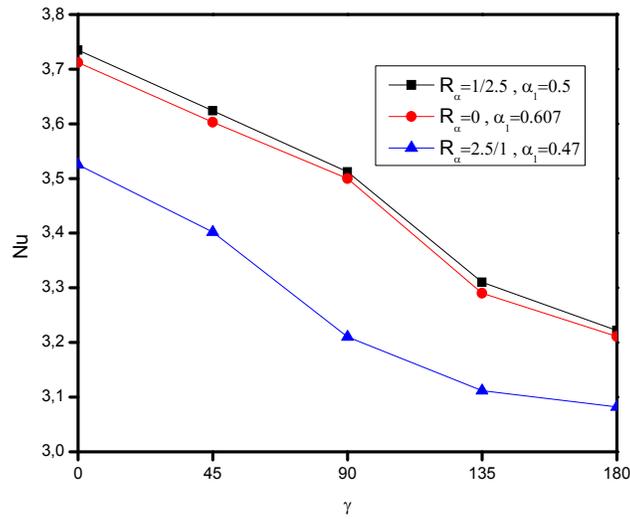


Figure. 21. La variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de l’angle d’inclinaison pour différentes valeurs de rapport d’amplitude avec $Ra=10^5$.

L’analyse de la figure.18 montre que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l’augmentation de nombre de Rayleigh, et on observe que les valeurs du nombre de Nusselt pour la température constante sont supérieures à celles de la température aléatoire, donc on peut dire que le type de température est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

Pour la figure.19, on observe que l’augmentation de la fraction volumique augmente les valeurs du nombre de Nusselt pour les différentes valeurs des nombres de Rayleigh et de type de nanofluide. Ce dernier joue un rôle principal pour améliorer le transfert de chaleur (figure.20). Cette figure montre que les valeurs de nombre de Nusselt pour les nanoparticules d’argent (Ag) sont plus élevées à celles des nanoparticules de dioxyde de titane (TiO_2), ce qui signifie que l’augmentation de la fraction volumique et le type de nanofluide améliorent le transfert de chaleur.

L’influence de l’angle d’inclinaison et le rapport d’amplitude sur le nombre de Nusselt moyen est étudiée pour un nombre de Rayleigh constant ($Ra=10^5$) (figure.21). Cette dernière montre que le nombre de Nusselt diminue avec l’augmentation d’angle d’inclinaison. Il prend la valeur maximale pour l’angle $\gamma = 0^\circ$ et la valeur minimale pour l’angle $\gamma = 180^\circ$. Pour le rapport d’amplitude $Ra=2.5/1$, le nombre de Nusselt a une valeur

minimale, par contre sa diminution augmente les valeurs de nombre de Nusselt. Donc on peut conclure que la diminution de l'angle d'inclinaison et le rapport d'amplitude peut améliorer le transfert de chaleur.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, on a présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte inclinée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules.

Les configurations géométriques du modèle physique sont des enceintes carrée et ondulée, cette dernière est chauffée du coté droit et l'autre chauffée par une source de chaleur. Les deux enceintes chauffées par une température aléatoire basée sur la fonction de Random, et remplies d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Ag et TiO_2).

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), l'angle d'inclinaison ($\gamma = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$), différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\phi=0$) et pour les nanoparticules (Ag et TiO_2 , ϕ égale à 0.1, 0.2), et les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde et le rapport d'amplitude)

En se basant sur les approximations de Boussinesq, on a développé le modèle mathématique décrivant notre problème. On a mis également au point un modèle numérique basé sur la méthode de volumes finis avec un schéma hybride pour discrétiser les équations gouvernantes. On a validé notre procédure de simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux d'autres auteurs.

Les résultats principaux se résument dans :

- a) le transfert de chaleur est influencé par la température aléatoire et l'angle d'inclinaison dans la cavité
- b) L'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé.
- c) l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le transfert de chaleur.
- d) L'effet du nombre de Rayleigh qui caractérise l'intensité de la convection naturelle a été mis en évidence, le transfert thermique augmente avec le nombre de Rayleigh, et cet accroissement est plus important lorsque l'angle d'inclinaison est nul, et fraction volumique égale à 0.2.
- e) le transfert thermique en présence des nanoparticules d'Ag s'améliore relativement à celui des nanoparticules de TiO_2 . En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

f) les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde et le rapport d'amplitude) permet d'améliorer le transfert de chaleur.

PERSPECTIVES

Ce travail mérite d'être élargi par des études complémentaires pour mieux comprendre ce phénomène de convection naturelle dans les enceintes, pour cela nous suggérons ce qui suit

- Une étude tridimensionnelle expérimentale et numérique de ce phénomène.
- L'influence de l'instationnarité et le régime d'écoulement.
- La génération de l'entropie dans les enceintes.

ANNEX

Annexe1

1. La discrétisation de l'équation de transport pour l'enceinte carré:

Les équations de conservation présentées au chapitre trois peuvent être écrites sous une forme commune pour l'enceinte carré. Si on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme:

$$\underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial X_j} (u_j \phi)}_I = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)}_{II} + \underbrace{S_\phi}_S \quad (1)$$

Où:

I : Terme convectif.

II : Terme diffusif.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport ci-dessous demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires reliant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points du maillage ($P'_{i,j}$).

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} (U\phi) + \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) \right) dv = \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} (\phi) \right) + S_\phi \right) dv \quad (2)$$

Avec :

$$dv = dX.dY.1 \quad (3)$$

1.1. Discrétisation des différents termes de l'équation de transport:**1.1.1. Terme convectif suivant X:**

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} (U\phi) \right) dv = (U\phi)|_w^e . \Delta Y = ((U\phi)_e - (U\phi)_w) . \Delta Y = (F_e \phi_e - F_w \phi_w) \quad (4)$$

Avec:

$$F_e = U_e . \Delta Y, F_w = U_w . \Delta Y \quad (5)$$

1.1.2. Terme convectif suivant Y:

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) \right) dv = (V\phi)|_s^n \cdot \Delta X = ((V\phi)_n - (V\phi)_s) \cdot \Delta X = (F_n \phi_n - F_s \phi_s) \quad (6)$$

Avec:

$$F_n = V_n \cdot \Delta X, F_s = V_s \cdot \Delta X \quad (7)$$

1.1.3. Terme diffusif suivant X:

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \right) dX \cdot dY &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \Big|_w^e \Delta Y = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \right) \Delta Y \\ &= \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_{P'}}{\delta X_{P'E}} - \Gamma_w \frac{\phi_{P'} - \phi_W}{\delta X_{WP'}} \right) \Delta Y = \left(\frac{\Gamma_e \cdot \Delta Y}{\delta X_{P'E}} \cdot (\phi_E - \phi_{P'}) - \frac{\Gamma_w \cdot \Delta Y}{\delta X_{WP'}} \cdot (\phi_{P'} - \phi_W) \right) \\ &= (D_e \cdot (\phi_E - \phi_{P'}) - D_w (\phi_{P'} - \phi_W)) \end{aligned} \quad (8)$$

Avec:

$$D_e = \frac{\Gamma_e \cdot \Delta Y}{\delta X_{P'E}}, D_w = \frac{\Gamma_w \cdot \Delta Y}{\delta X_{WP'}} \quad (9)$$

1.1.4. Terme diffusif suivant Y:

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right) dX \cdot dY &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \Big|_s^n \Delta X = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s \right) \Delta X \\ &= \left(\Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_{P'}}{\delta Y_{P'N}} - \Gamma_s \frac{\phi_{P'} - \phi_S}{\delta Y_{SP'}} \right) \Delta X = \left(\frac{\Gamma_n \cdot \Delta X}{\delta Y_{P'N}} \cdot (\phi_N - \phi_{P'}) - \frac{\Gamma_s \cdot \Delta X}{\delta Y_{SP'}} \cdot (\phi_{P'} - \phi_S) \right) \\ &= (D_n \cdot (\phi_N - \phi_{P'}) - D_s (\phi_{P'} - \phi_S)) \end{aligned} \quad (10)$$

Avec:

$$D_n = \frac{\Gamma_n \cdot \Delta X}{\delta Y_{P'N}}, D_s = \frac{\Gamma_s \cdot \Delta X}{\delta Y_{SP'}} \quad (11)$$

1.1.6. Terme source:

$$\int_{V_c} (S_\phi) dv = \overline{S_\phi} \Delta X \cdot \Delta Y = (S_{P'} \cdot \phi_{P'} + S_c) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (12)$$

Où:

$\overline{S_\phi}$: est la valeur moyenne du terme source.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source est linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que:

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \cdot \phi_p \quad (13)$$

Où:

S_c : Est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de ϕ_p , S_p : étant la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient (S_p) soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

Après une substitution dans l'équation de transport on obtient la forme discrétisée suivante:

$$\begin{aligned} & (F_e \phi_e - F_w \phi_w) + (F_n \phi_n - F_s \phi_s) = \\ & (D_e \cdot (\phi_E - \phi_p) - D_w (\phi_p - \phi_W)) + (D_n \cdot (\phi_N - \phi_p) - D_s (\phi_p - \phi_S)) + (S_p \cdot \phi_p + S_c) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \end{aligned} \quad (14)$$

Pour aboutir à une forme finale, on doit choisir un schéma de discrétisation des termes convectifs, le schéma employé pour la discrétisation étant le schéma hybride.

2. Schéma hybride (HDS):

Ce schéma, dont la précision spatiale est réduite au premier ordre, possède les propriétés de transport et de conservation. Il est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

Le schéma hybride se réduit à l'approximation du schéma centré (CSD) lorsque $|Pe_i| < 2$ mais il devient identique au schéma Upwind (UDS) lorsque $|Pe_i| \geq 2$ [72].

Où: le nombre de Peclet qui est défini par $Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{U_i (\delta X_i)}{\Gamma_i}$, ($i = w, e, s, n$).

Après un réarrangement de (14) on aura:

$$a_p \cdot \phi_p = a_w \cdot \phi_w + a_e \cdot \phi_e + a_s \cdot \phi_s + a_n \cdot \phi_n + S_c \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (15)$$

Les coefficients a_i ($i = w, e, s, n$) sont donnés par:

$$a_w = \max(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0) \quad (16)$$

$$a_e = \max(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0) \quad (17)$$

$$a_n = \max(-F_n, D_e - \frac{F_n}{2}, 0) \quad (18)$$

$$a_s = \max(F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0) \quad (19)$$

Il est à noter que cette formulation est valable pour n'importe quelle localisation des interfaces entre les mailles.

3. Discrétisation de l'équation de Poisson:

L'équation (de fonction de courant) a une forme générale de l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} (\phi) \right) + S_\phi = 0 \quad (20)$$

Tableau 1: Présentation des différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant.

Grandeurs transporters	ϕ	Γ	S_ϕ
Equation de fonction de courant	Ψ	1	$-\Omega$

L'intégration sur le volume de contrôle définie précédemment donne :

$$\int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial y} (\phi) \right) + S_\phi \right) dv = 0 \quad (21)$$

D'où sa forme discrétisée:

$$a_p \cdot \phi_p = a_w \cdot \phi_w + a_e \cdot \phi_e + a_s \cdot \phi_s + a_n \cdot \phi_n + S_\phi \Delta X \Delta Y \quad (22)$$

Où les différents coefficients sont donnés par :

$$a_w = D_w \quad (23)$$

$$a_e = D_e \quad (24)$$

$$a_s = D_s \quad (25)$$

$$a_n = D_n \quad (26)$$

$$a_p = D_w + D_e + D_s + D_n - S_p \Delta X \Delta Y \quad (27)$$

4. Résolution des systèmes d'équations linéaires (méthode de *Jacobi*) :

Afin de discrétiser l'équation de transport et de *Poisson*, on a la relation générale ayant la forme suivante:

$$a_p \cdot \phi_{i,j} = (a_w \cdot \phi_{i-1,j} + a_e \cdot \phi_{i+1,j} + a_s \cdot \phi_{i,j-1} + a_n \cdot \phi_{i,j+1} + b_{i,j}) \quad (28)$$

La méthode de *Jacobi* consiste à estimer une solution ($\phi_{i,j}^k$) dans l'itération (k) pour calculer $\phi_{i,j}^{k+1}$ comme suit :

$$\phi_{i,j}^{k+1} = (aw \cdot \phi_{i-1,j}^k + ae \cdot \phi_{i+1,j}^k + as \cdot \phi_{i,j-1}^k + an \cdot \phi_{i,j+1}^k + b_{i,j}) / ap \quad (29)$$

La condition de convergence est :

$$|\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k| \leq 10^{-3} \quad (30)$$

Si la condition (30) n'est pas encore satisfaite, on pose que: $\phi_{i,j}^k = \phi_{i,j}^{k+1}$ et on recalcule la même formule jusqu'à ce qu'elle vérifie la condition de convergence.

Annexe2

Structure du programme:

Le programme numérique qu'on a élaboré est écrit en langage de programmation FORTRAN 6.6. Il est composé de :

Un programme principal : qui permet de calculer les champs dynamiques (Ω, Ψ)

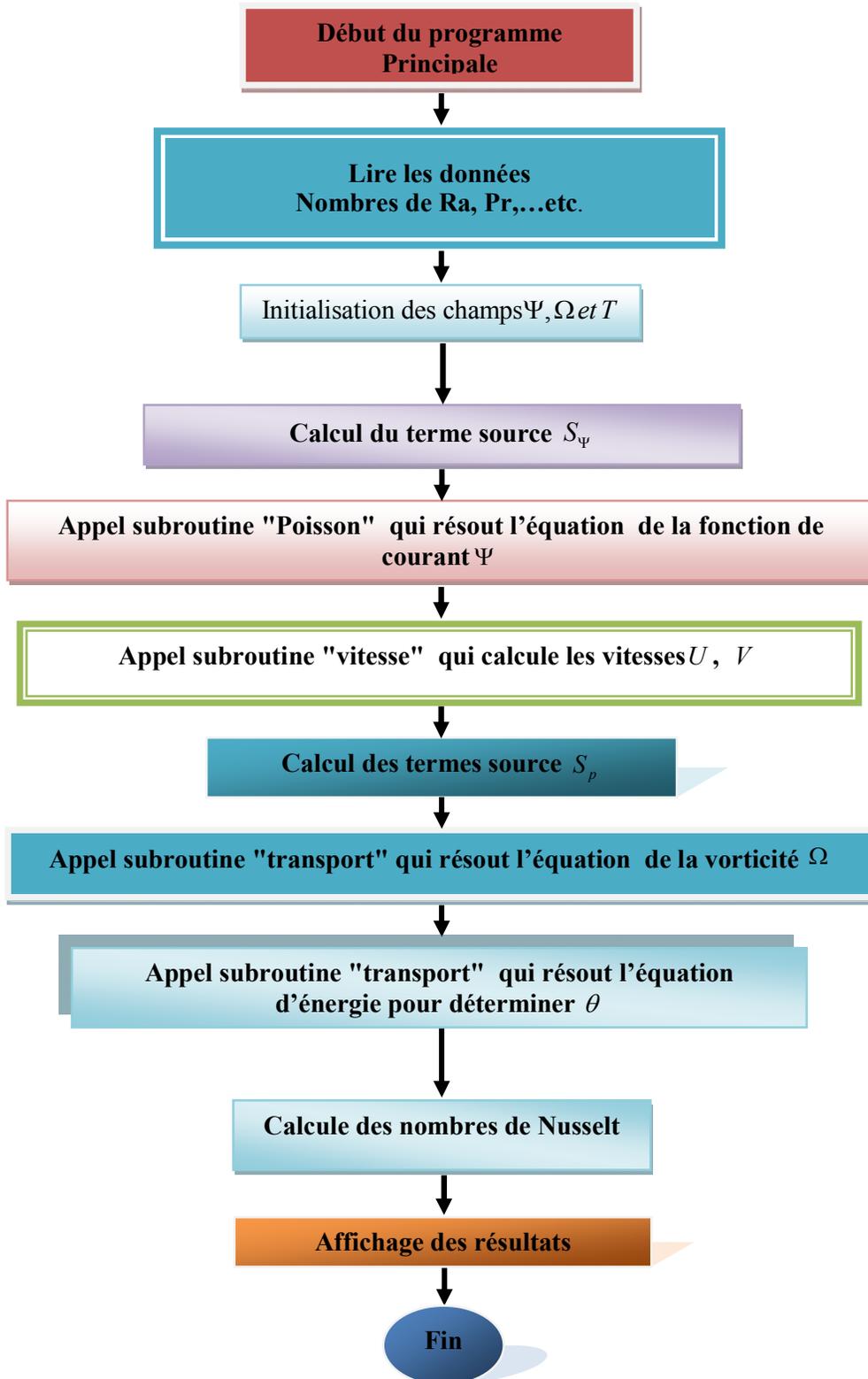
Et le champ thermique (θ), comme il permet de calculer les nombres de Nusselt moyens.

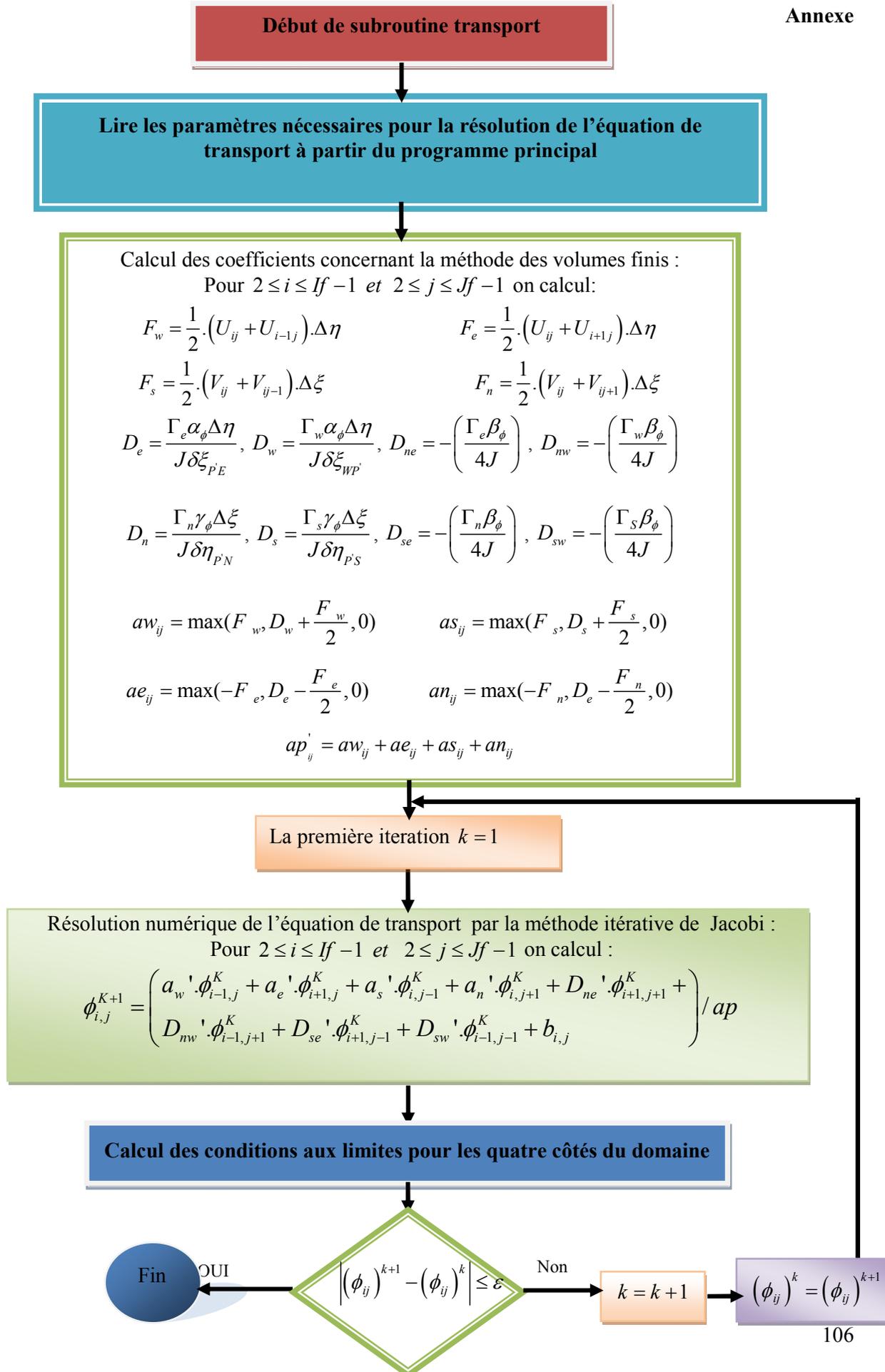
Ce programme est composé de trois sous-routines :

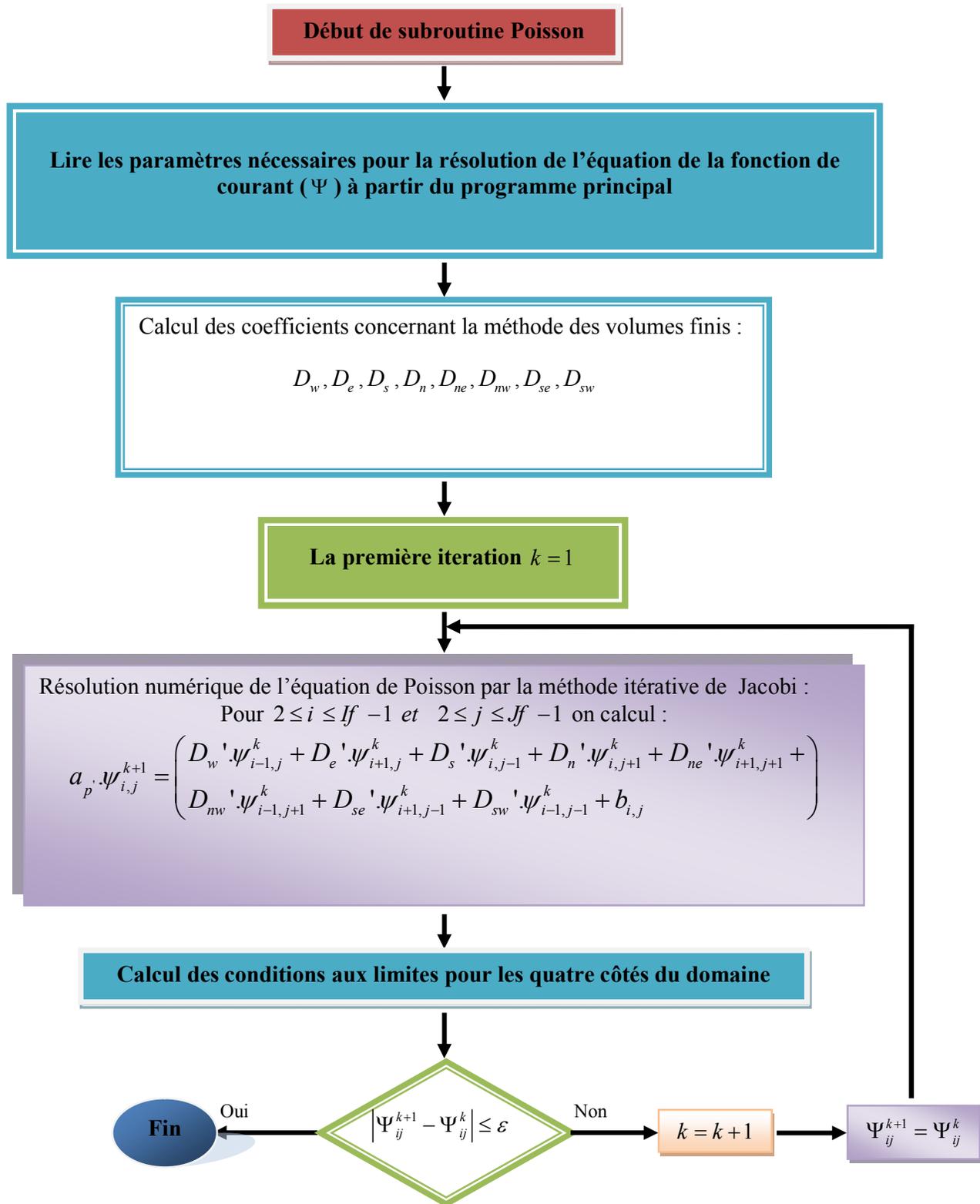
* Subroutine de Poisson : qui permet de calculer la fonction de courant Ψ .

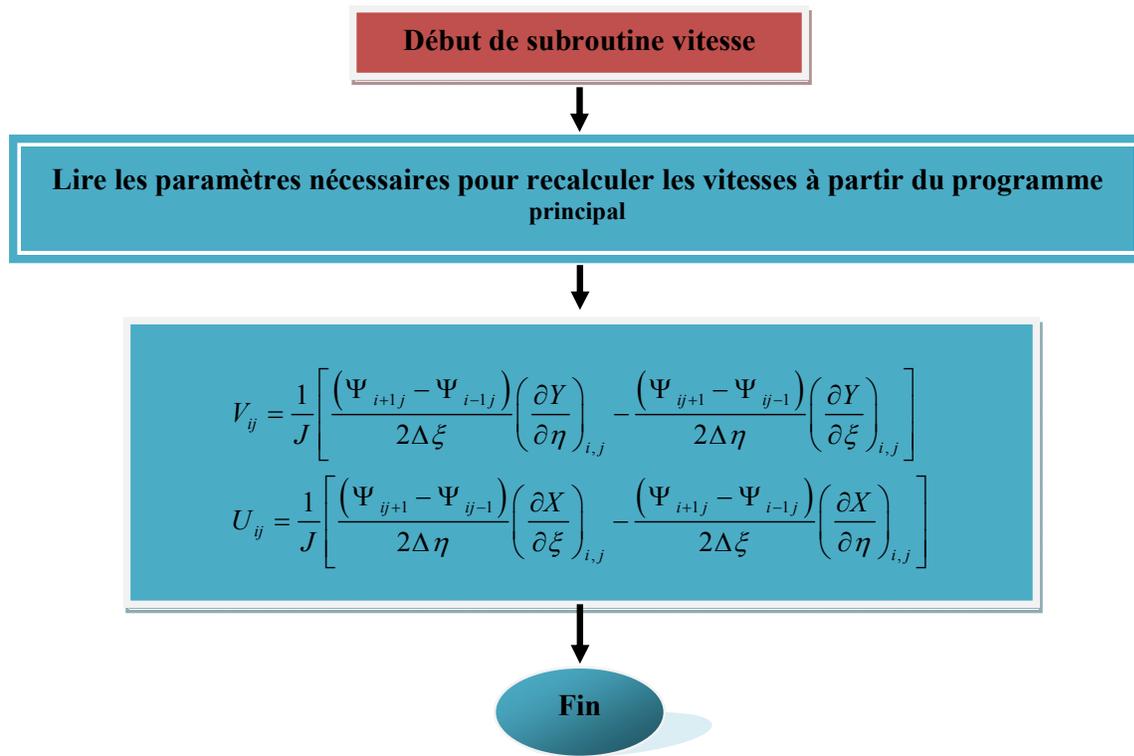
* Subroutine de vitesse : qui permet de calculer les vitesses U et V .

* Subroutine de transport : qui permet de calculer la vorticité Ω , et la température θ .









Références

- [1] G.DE Vahl Davis, laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity, vol.1, pp.1675-1693 Int. J. Heat Mass Transfer, 1960
- [2] G.DE Vahl Davis, C.F. Kettleborough, Natural Convection in an Enclosed Rectangular Cavity, Trans. I. E. Aust., MC1, 43-49, 1968.
- [3] H.H.-S Chu, S.W Churchill, C.V.S Patterson. The effects of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional, laminar, natural convection channels. J. Heat Transfer, Vol. 98, pp. 1194-201. (1976).
- [4] R.Anderson, G. Lauriat. The horizontal natural convection boundary layer regime in a closed cavity. Proceeding of 8th Int. Heat Transfer Conference, San Francisco, CA, pp. 1453–1458. (1986).
- [5] Francis Lénine, Convection naturelle turbulente en cavité différentiellement chauffée à grands nombres de Rayleigh : caractérisation expérimentale des écoulements et des transferts thermiques, étude numérique du couplage convection-rayonnement, docteur de l'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique (2006)
- [6] Amine Zoubir, étude des transferts thermoconvectifs dans un canal semiouvert : application aux fac, ades photovoltaïques type double-peau, Thèse de Doctorat, L'institut national des sciences appliquées de Lyon, (2013).
- [7] Karim ragu, Youb Khaled Benkahla, Elisabeth Brunier, Simulation tridimensionnelle de la convection naturelle dans une enceinte cubique munie d'une source de chaleur localisée sur sa base, Laboratoire des Phénomènes de Transfert, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
- [8] R. Bennacer, A. Tobbal et H. Beji, Convection naturelle Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Anisotrope: Formulation de Darcy-Brinkman, Rev. Energ. Ren. Vol. 5(2002)1-21
- [9] E. Sanvicente, S. Giroux-julien, C. Ménézo, H. Bouia, S. Xin, Étude expérimentale des écoulements de convection naturelle en canal vertical différentiellement chauffé, Congrès Français de Mécanique Besançon, septembre (2011).
- [10] A. Benkhalifa, M.A. Harhad, M. Belhamel, Etude Numérique de la Convection Naturelle dans une Cuve Cylindrique, Rev. Energ. Ren. : Valorisation (1999) 37-41

- [11] Marie-Laure, Analyse et caractérisation de la convection naturelle et de la convection mixte dans des enceintes confinées, thèse de doctorat en Énergétique et dynamique des fluides, Université de Toulouse (2004).
- [12] I.E. Sarris, I. Lekakis, N.S. Vlachos. "Natural convection in rectangular tanks heated locally from below". *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 47, 3549–3563. (2004).
- [13] E Bilgen, A Balkaya, Natural convection on discrete heaters in a square enclosure with ventilation ports, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 29, pp. 1182-1189. (2008).
- [14] A. Osorio, R. Avila, J. Cervantes, On the natural convection of water near its density inversion in an inclined square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 - 4491–4495, 2004.
- [15] S.U.S. Choi, enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, developments and applications of Non-Newtonian flows. *FED-Vol.231/MD-Vol.66* (1995)99-105.
- [16] B.C. Pak and Y.I. Cho. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151–170, 1998.
- [17] D. Wen, Y. Ding, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 26 (6) (2005) 855-864.
- [18] H.E. Patel, S.K. Das, T. Sundararajan, A.S Nair, B. George, and T. Pradeep. Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: manifestation of anomalous enhancement and chemical effects. *Applied Physics Letters*, 83(14), 2931–2933, 2003.
- [19] E.B Ogut. Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source. *Int J Therm Sci* 48:2063–2073. (2009).
- [20] EA Nada, Z Masoud, A Hijazi: Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids. *Int Commun Heat Mass Transfer* 2008
- [21] Amrid Mammeri. Amélioration des performances énergétiques des systèmes de refroidissement industriels: Application aux serveurs informatiques, thèse doctorat, l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers- ENSAM, 2014, France.
- [21] H. Sakuma, K. Ishii. Gas flow sputtering: Versatile process for the growth of nanopillars, nanoparticles, and epitaxial thin films. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 321. (2009) 872-875.

- [22] Y. Singh, J.R.N. Javier, S. H. Ehrman, M. H. Magnusson, K. Deppert. Approaches to increasing yield in evaporation / condensation nanoparticle generation; *Journal of Aerosol Science* 33 (2002) 1309-1325.
- [23] D. K. Lee, Y. H. Kim, X. L. Zhang, Y. S. Kang. Preparation of monodisperse Co and Fe nanoparticle using precursor of M^{2+} -oleate₂ (M = Co, Fe). *Current Applied Physics* 6 (2006) 786-790.
- [24] R. Benoit, F. Warmont, V. Meynen, K. De Witte, P. Cool, M. T. Delapierre, M-L. Saboungi. Optimisation of the surface properties of SBA-15 mesoporous silica for in-situ nanoparticle synthesis. *Microporous and Mesoporous Materials* 120 (2009) 2-6.
- [25] Y. Xuan and W. Roetzel. Conception for heat transfer correlation of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(19), 3701-3707, 2000.
- [26] J. Kim, Y.T. Kang, and C.K. Choi. Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids. *Physics of Fluids*, 16(7): 2395-2401, 2004.
- [27] A. Einstein. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Dover Publications, New York, 1956.
- [28] H.C. Brinkman. The viscosity of concentrated suspensions and solution. *J. Chem. Phys.*, 20, 571–581, 1952.
- [29] G.K. Batchelor. Brownian Diffusion of particles with Hydrodynamic Interaction. *Journal of Fluid Mechanics*, 74(1): 1-29, 1976.
- [30] S. Maiga, S. Palm, S. Nguyen, C. Roy, and G. Galanis. Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26, 530-546, 2005.
- [31] J.C. Maxwell. *A Treatise on electricity and magnetism*, Clarendon Press, U.K., 1891.
- [32] R.L. Hamilton, O.K. Crosser. Thermal conductivity of heterogeneous two component systems. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals* 1(3), 187-191, 1962
- [33] W. Yu, S.S. Choi. The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model. *J. nanoparticle Res* 5: 167-71, 2003.
- [34] Gladés Bachir. Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard, thèse doctorat, Ecole doctorale Mécanique, Energétique et procédés (MEGeP), Unité de recherche : UFR MIG-UPS / IMFT, Université Toulouse, (2010).
- [35] Ching-Chang Cho, Chieh-Li Chen, Cha'o-Kuang Chen Natural convection heat transfer performance in complex-wavy-wall enclosed cavity filled with nanofluid. *International Journal of Thermal Sciences* 60 (2012) 255-263.

- [36] M.A. Mansour, M.A.Y. Bakier, Free convection heat transfer in complex-wavy-wall enclosed cavity filled with nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 44 (2013) 108–115
- [37] Koceila Aizel, Développements de systèmes micro-nanofluidiques appliqués à la filtration et la préconcentration, Thèse de Doctorat, École doctorale de physique université de Grenoble, (2013).
- [38] Abdellah Hadaoui, effets de taille et de concentration sur les propriétés thermique et rhéologiques des nanofluides, thèse de doctorat, Université Cadi Ayyad de Marrakech et l'université d'Orléans, (2010).
- [39] Salma Halelfadl, Caractérisation des propriétés thermo-physiques et d'échanges de chaleur des nanofluides à base de nanotubes de carbone, Thèse de Doctorat, Laboratoire Génie Civil et Génie Mécanique de l'INSA de Rennes / Université de Rennes (2014).
- [40] D. Wen, Y. Ding, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (24) (2004) 5181.
- [41] C. Y. Tsai, H. T. Chien, P. P. Ding, B. Chan, T. Y. Luh, P. H. Chen, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters* 58 (2004) 1461-1465.
- [42] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R. A. Williams, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer* In Press, Corrected Proof.49,240–250. January 2006.
- [43] Y. Yang, Z. G. Zhang, E. A. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu, Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (6) (2005) 1107-1116.
- [44] S. Zeinali Heris, S.Gh. Etemad, M. Nasr Esfahany. Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 (2006) 529–535.
- [45] Samy Joseph Palm, Gilles Roy, Cong Tam Nguyen, Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling systems considering temperature-dependent properties *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) 2209–2218.
- [46] K.Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids 46, 3639–3653. (2003)

- [47] R. Bennacer, M. El Ganaoui, T. Maré, and C. T. Nguyen. Natural convection of nanofluids in cavity including the solet effect. *Computational of thermal Sciences*, 1(4) :425– 440, 2009.
- [48] Mohamed El hattab, Rachid Mir, Youness El hammami, Touria Mediouni, simulation nimerique de la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur, *revue internationale d'héliotechnique* N° 45 (2013) 51-59.
- [49] H. Salhi, M. Si-Ameur, Convection naturelle dans les enceintes: nanofluide, *Revue des Energies Renouvelables* Vol. 15 N°1 (2012) 121 – 130.
- [50] Clément Le Goff, Transfert de chaleur dans les solutions nanocolloïdales bidimensionnelles et dans les films de fluides simples ultramines soumis à un cisaillement, Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 2011.
- [51] A Behzadmehr, M saffar-Avval, N Galanis, Prediction of turbulent forced convection of nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, In Press. 28, 211–219. April 2007.
- [52] C.A Depew, L Farbar. Heat transfers to pneumatically conveyed glass particles of fixed size. *ASME transaction*, May, 164-172. (1963).
- [53] B. Elhajjar, G. Bachir, A. Mojtabi, and M. C. Marie-Charrier. Modeling of Rayleigh Bénard natural convection heat transfer in nanofluids. *Compte Rendu de Mécanique*. 338, 350–354. June 2010.
- [54] Apurba, Niladri. Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates. *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 391–400.
- [55] F Hakan Oztop, Eiyad Abu-Nada. Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336.
- [56] G. A. Sheikhzadeh, M. Nikfar and A. Fattahi Numerical study of natural convection and entropy generation of Cu-water nanofluid around an obstacle in a cavity, *Journal of Mechanical Science and Technology* 26 (10) (2012) 3347–3356.
- [57] M. Alinia, D.D. Ganji , M. Gorji-Bandpyn, Numerical study of mixed convection in an inclined two sided lid driven cavity filled with nanofluid using two-phase mixture model, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38 (2011) 1428–1435.

- [58] A.A. Abbasian Arani , S. Mazrouei Sebdani , M. Mahmoodi ,A. Ardeshiri , M. Aliakbari, Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls using nanofluid, *Superlattices and Microstructures* 51 (2012) 893–911.
- [59] L.S Yao. Natural convection along a vertical wavy surface, *J. Heat Transfer*, vol.105, pp.465–468, (1983).
- [60] Md. Anwar H., Md. Sazzad Munir and Pop I."Natural convection with variable viscosity and thermal conductivity from a vertical wavy cone", *Int. J. Therm. Sci.*, Vol .40, 437–443, (2001).
- [61] K Khanafer, B Al-Azmi, A Marafie, I Pop, Non-Darcian effects on natural convection heat transfer in a wavy porous enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 1887–1896.
- [62] Aydin Misirlioglu, A. Cihat Baytas, Ioan Pop, Free convection in a wavy cavity filled with a porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005) 1840–1850.
- [63] Morsli Souad, Simulation numérique de la convection naturelle et la génération de l'entropie dans les cavités, Thèse de Doctorat, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran mohamed boudiaf (2015).
- [64] Mébrouk rebhi, Abdellah belkacem, Abdelhamid touhami, simulation numerique de la convection naturelle dans une cavite à fond sinusoidal, 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc (2005)
- [65] Yasin Varol, Hakan F. Oztop, A comparative numerical study on natural convection in inclined wavy and flat-plate solar collectors, *Building and Environment* 43 (2008) 1535–1544.
- [66] Yasin Varol, Hakan F. Oztop, Free convection in a shallow wavy enclosure, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 (2006) 764–771.
- [67] Prodip, Shohel Numerical investigation of natural convection inside a wavy enclosure, *international Journal of Thermal Sciences* 42 (2003) 397–406.
- [68] Javad Rostami, Unsteady Natural Convection in an Enclosure With Vertical Wavy Walls, *Heat Mass Transfer* 44 (2008) 1079–1087.

- [69] L Adjlout, O Imine, A Aziz, M Belkadi, Laminar natural convection in an inclined cavity with a wavy wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45, pp 2141–2152.(2002).
- [70] A. Slimani, M. Rebhi, A. Belkacem and K. Bouhadeb, Natural Convection in a Horizontal Wavy Enclosure, *Journal of Applied Sciences* 7(3): 334 – 341, (2007).
- [71] Ching-Chang Cho, Heat transfer and entropy generation of natural convection in nanofluid-filled square cavity with partially-heated wavy surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 77 (2014) 818–827.
- [72] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, Washington (1980).
- [73] M. Alinia, D.D. Ganji , M. Gorji-Bandpy Numerical study of mixed convection in an inclined two sided lid driven cavity filled with nanofluid using two-phase mixture model *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38 (2011) 1428–1435.
- [74] G. De Vahl Davis, Natural convection of air in a square cavity, a benchmark numerical solution, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 3 (1962) 249–264.
- [75] T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara, B. Farouk, A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer* 34 (1991) 1543–1557.
- [76] G. Barakos, E. Mitsoulis, Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 18 (1994) 695–719.

Résumé:

Dans ce travail on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte inclinée (carrée et ondulée) chauffée par une température aléatoire (basée sur la fonction de random) et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Ag et TiO_2). Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride. Les champs thermique et dynamique ont été obtenus ainsi que le nombre de *Nusselt*. Notre procédure de simulation a été validée en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres travaux. Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ($Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), l'angle d'inclinaison ($\gamma= 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$), différentes fractions volumiques pour le fluide pure ($\phi=0$) et pour les nanoparticules (Ag et TiO_2 , ϕ égale à 0.1, 0.2), et les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde, le rapport d'amplitude de la surface ondulée). Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est influencé par la température aléatoire, l'angle d'inclinaison et la fraction volumique, Particulièrement à un nombre de *Rayleigh* élevé. Les paramètres de la géométrie complexe ondulée (longueur d'onde et le rapport d'amplitude) peuvent améliorer le transfert de chaleur.

Mots clés: les nanofluides, convection naturelle, enceinte inclinée, température aléatoire, géométrie complexe.

Abstract.

Natural convection of a nanofluid consisting of water and nanoparticles (Ag or TiO₂) in an inclined enclosure cavity (square enclosure, complex-wavy geometry) has been studied numerically, heated by a (random temperature, based on the random function). The governing equations are solved numerically using the finite-volume. Results are presented in the form of streamlines, isotherms, and mean Nusselt number. In addition, a parametric study is carried out to examine explicitly the volume fraction effects of nanoparticles ($\phi = 0.1, 0.2$), the Rayleigh number ($Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), the inclination angle of the cavity (γ égale à $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$), types of temperature (constant, random), types of (NF) (Ag and TiO₂), and the complex-wavy-surface configuration. The results reveal that (NPs) addition remarkably enhances heat transfer in the cavity especially for ($\phi = 0.2$). Besides, the effect of inclination angle and type of temperature is more pronounced at higher Rayleigh number. Moreover, it is shown that the heat transfer performance can be optimized by tuning the wavy-surface geometry parameters.

Keywords: Nanofluid, Natural convection, inclined cavity, random temperature, complex-wavy-wall.

ملخص:

في هذا العمل قمنا بدراسة عددية للانتقال الحراري الطبيعي غير المضطرب و المستقر داخل حيز مائل (مربع , وآخر موج)يسخن بواسطة درجة حرارة عشوائية , وممتلىء بالماء والنانوفلويد (Ag , TiO_2) . المعادلات التي استعملناها تم تحليلها بواسطة طريقة الحجم المنتهية. النتائج التي تحصلنا عليها هي حقول الحرارة و حقول خطوط التيار و عدد نيويسالت. تمت مقارنة هذه النتائج بنتائج أعمال أخرى. و أيضا درسنا تأثير معاملات أخرى على الانتقال الحراري الطبيعي و تتمثل هذه المعاملات في عدد رايلي ($10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), نوع النانوفلويد (Ag , TiO_2) و درجة الحرارة ، والنسبة الحجمية للنانوفلويد ($\phi = 0.1, 0.2$) ، زاوية الميل ($\gamma = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$) ، طول الموجة ومعامل السعة.

النتائج المتحصل عليها أثبتت أن الانتقال الحراري الطبيعي يتأثر بدرجة الحرارة العشوائية و زاوية الميل والنسبة الحجمية للنانوفلويد وخصوصا عند عدد رايلي المرتفع. وبخصوص المساحة الموجة نستطيع القول ان طول الموجة ومعامل السعة بإمكانهما تحسين الانتقال الحراري .

الكلمات المفتاحية: ، النانوفلويد، الانتقال الحراري الطبيعي، حيز مائل ، درجة حرارة عشوائية، حيز موج.