

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ HADJ LAKHDAR-BATNA



Faculté des Sciences
Département des Sciences de la Matière

THÈSE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Physique
Option : Physique Théorique
Présentée par : Aliane Idir

Thème :

QUELQUES EXTENSIONS THÉORIQUES DU MODÈLE STANDARD ET APPLICATIONS

Présentée devant le jury composé de :

Dr. Zaim slimane	Université de Batna	Président
Pr. Mebarki noureddine	Université de Constantine 1	Rapporteur
Dr. Delenda yazid	Université de Batna	Co-Rapporteur
Dr. Aouachria mekki	Université de Batna	Examineur
Pr. Benslama achour	Université de Constantine 1	Examineur
Dr. Aissaoui habib	Université de Constantine 1	Examineur

Soutenue le : 15/09/2014
ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2014-2015

Remerciements

D'abord et avant tout je remercie Notre Seigneur Allah (Soit-il exalté), sans Lui cette thèse n'aurait pas vu le jour.

Je tiens à exprimer ma gratitude à tous ceux qui m'ont aidé à obtenir mon doctorat.

Un merci très spécial à mon superviseur, Professeur Noureddine Mibarki et mon co-encadreur Docteur Yazid Delenda qui m'ont inspiré, m'ont encouragé et ont cru en moi pendant toute cette aventure.

Je remercie aussi les membres du jury qui ont accepté de juger la valeur de mon travail : Dr. Zaim Slimane, Dr. Aouachria Mekki, Pr. Benslama Achour et Dr. Aissaoui Habib.

À ma femme Nassima et mes deux enfants Mariem et Abdelbarie.

Enfin, je tiens à remercier ma famille pour le soutien constant et pour m'avoir poussé à faire quelque chose de valable.

Table des matières

Introduction	9
I Théories du Modèle Standard et des Unparticles	13
1 Le modèle standard et ses extensions	14
1.1 Symétrie et théorie de jauge	14
1.1.1 Théorie de jauge abélienne : QED	15
1.1.2 Théorie de jauge non abélienne : QCD	17
1.2 Brisure spontanée de la symétrie dans les théories de jauge	18
1.2.1 Symétrie globale discrète	19
1.2.2 Symétrie continue	20
1.2.3 Symétrie continue locale et mécanisme de Higgs	21
1.2.4 Symétrie de jauge non abélienne	23
1.3 Le contenu en matière	25
1.4 Le lagrangien du modèle standard	26
1.4.1 Le secteur de jauge ou terme de Yang-Mills	27
1.4.2 Le secteur des fermions ou terme de matière	27
1.4.3 Le secteur de Higgs	27
1.4.4 Le secteur de Yukawa	30
1.5 Contraintes théoriques sur la masse du boson de Higgs	31
1.5.1 Unitarité	31
1.5.2 Trivialité	33
1.5.3 Stabilité du vide	35
1.6 La recherche du boson de Higgs au LHC	36
1.6.1 Les principaux modes de production	36
1.6.2 Les principaux modes de désintégration	37
1.7 Au-delà du Modèle Standard	38
1.7.1 Les lacunes du modèle standard	38
1.7.2 Quelques extensions du modèle standard	40

2	Théorie des champs conformes et théories effectives	44
2.1	Théorie quantique des champs conformes	44
2.1.1	Les transformations conformes dans l'espace de Minkowski	44
2.1.2	Les transformations des opérateurs primaires	47
2.1.3	Le tenseur énergie-impulsion	48
2.1.4	Fonctions de corrélation à deux points des opérateurs primaires	49
2.1.5	Groupe de renormalisation en TQC conformes	50
2.2	Théories des champs effectives	51
3	Le Modèle des Unparticles :	
	Un exemple de nouvelle physique.	55
3.1	Introduction	55
3.2	Le schéma de Georgi	57
3.3	Aspects des Unparticles :	60
3.3.1	Espace de phase	60
3.3.2	Propagateurs	62
3.4	Les règles de Feynman	68
II	Signature des Unparticles au LHC et ILC	70
4	Signature des Unparticles scalaires et tensorielles au LHC et ILC	71
4.1	Introduction	71
4.2	Signature des Unparticles de spin-0 et spin-2 au LHC	73
4.2.1	La fusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$ au LHC	74
4.2.2	Contribution des unparticles dans $gg \rightarrow \gamma\gamma$	78
4.2.3	Analyse des résultats	85
4.3	Signature des Unparticles de spin-0 et spin-2 au ILC	88
4.3.1	Les collisions $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ au ILC	88
4.3.2	Contribution des unparticles dans $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$: Amplitude d'hélicité	90
4.3.3	Résultats numériques	94
4.4	Conclusion	96
III	Effet à une boucle des Unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2	107
5	Le modèle de jauge des Unparticles	108
5.1	Introduction	108
5.2	Modèle de jauge et règles de Feynman	110
5.3	Forme asymptotique des fonctions vertexes	115
5.4	Identités de Ward-Takahashi	120

5.5	Polarisation des bosons de jauge A_μ	121
5.5.1	Contribution scalaire	121
5.5.2	Contribution fermionique	123
5.6	La fonction β et unification des couplages de jauge	124
5.7	Conclusion	128
6	Étude de la contribution des Unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 aux modes $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$	129
6.1	Introduction	129
6.2	Effets des Unparticles chargées sur le mode $h \rightarrow \gamma\gamma$	131
6.2.1	Le canal $h \rightarrow \gamma\gamma$ dans le MS et effets de la nouvelle physique	131
6.2.2	Le formalisme de base	134
6.3	La contribution en boucle des unparticles de spin-0 et spin-1/2	135
6.3.1	La contribution scalaire	136
6.3.2	La contribution fermionique	144
6.3.3	La fonction vertexe Higgs-Unparticle	148
6.4	Résultats numériques	149
6.5	Analyse phénoménologique des corrélations entre les canaux $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$	152
6.5.1	Cas où les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f sont des singulets/doublets	154
6.5.2	Cas général	155
6.6	Conclusion	157
IV	Conclusion générale	167
7	Conclusion générale	168
	bibliographie	170
	Annex A	177
	Annex B	179
	Annex C	180
	Annex D	192
	Annex E	194
	Annex F	196

Table des figures

1.1	Le potentiel de Higgs.	22
1.2	Les particules du modèle standard.	26
1.3	Contraintes théorique sur la masse du boson de Higgs provenat de la definition de l'échelle d'énergie choisie Λ_{NP} . La borne haute de l'incertitude sur la masse du boson de Higgs provient de la trivialité et de l'unitarité (régime perturbatif). La limite basse est une borne provenat de la stabilité de l'état du vide fondamental du H. La largeur de la bande exprime l'incertitude théorique sur la valeur de la masse du boson de Higgs aux limites. La gamme de masse accessible au boson de Higgs se trouve entre les deux bandes.	35
1.4	Diagrammes de Feynman au premier ordre représentant les modes majeurs de production du boson de Higgs du MS dans les collisions à haute énergie au LHC.	36
1.5	Les différents modes de production du boson de Higgs du MS les plus importants avec les section efficaces correspondantes au LHC.	37
1.6	Les differents modes de désintégration du boson de Higgs du MS avec les rapports d'embranchement correspondants en fonction de M_H . Largeur partielle de désintégration du boson de Higgs en fonction de sa masse M_H	38
1.7	Corrections à une boucle du carré de la masse du boson de Higgs (a) dûe au fermion, (b) dûe au boson scalaire.	40
1.8	Comparaison à l'ordre le plus bas de la convergence des couplages de jauge dans le MS et dans le MSSM [105].	42
4.1	Structure schématique d'un processus de fusion de gluon dans les collisions hadron-hadron au LHC. P1 et P2 représentent les moments des deux hadrons (protons) entrants h_1 et h_2	74
4.2	MSTW 2008 NNLO PDFs à $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ et $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ [82].	75
4.3	Diagrammes de Feynman pour pour la production de diphoton par fusion de gluons dans la théorie des unparticles (les deux diagrammes de gauche) et dans le MS (le diagramme de droite).	79
4.4	Schéma pour les collisions $\gamma\gamma$ et γe [90].	89

4.5	Diagrammes de Feynman au niveau de l'arbre pour le processus $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ médiés par les états \mathcal{U} de spin-0 et spin-2 dans les canaux \hat{s}, \hat{t} et \hat{u} [83].	91
4.6	Distribution de masse invariante de paires de photons issus de la désintégration des unparticles scalaires (haut) et tensorielles (bas) à $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV pour des valeurs de $\lambda/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}} = 0.01, 0.05, 0.001$	98
4.7	Distribution de rapidité de paires de photons issus de la désintégration des unparticles scalaires (haut) et tensorielles (bas) à $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV pour des valeurs de $\lambda/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}} = 0.01, 0.05, 0.001$ avec Q dans la gamme $600 < Q < 1000$ GeV.	99
4.8	Distribution du moment transverse de paires de photons issus de la désintégration des unparticles scalaires (haut) et tensorielles (bas). . .	100
4.9	Unparticles de spin-0 : Rapport entre les sections efficaces de SM+ \mathcal{U}_s et MS à $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1$ pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux . Ici $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.99$	101
4.10	Unparticles de spin-0 : Rapport entre les sections efficaces de MS+ \mathcal{U}_s à $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1$ TeV et MS pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux. Ici $d_{\mathcal{U}_s} = 1.1$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.2$	102
4.11	Unparticles de spin-0 : Rapport entre les sections efficaces de MS+ \mathcal{U}_s à $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1$ TeV et MS pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux. Ici $d_{\mathcal{U}_s} = 1.3$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.4$	103
4.12	Unparticles de spin-0 : Rapport entre les distributions angulaires de SM+ \mathcal{U}_s et MS au ILC pour la polarisation initiale (+,-;+,-) des deux faisceaux. Ici $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1$ TeV, $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500$ GeV et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ et 1.99	104
4.13	Unparticles de spin-0 : Distribution de χ^2 en fonction de l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}_s}$ pour la polarisation initiale (+,-;+,-) des deux faisceaux. La ligne horizontale indique la fonction χ^2 à 95% du niveau de confiance. Ici $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500$ GeV, $L = 100$ fb $^{-1}$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ et 1.99	105
4.14	Unparticles de spin-2 : Rapport entre les sections efficaces de SM+ \mathcal{U}_s et SM au ILC pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux . Ici $\Lambda_{\mathcal{U}_t} = 1$ TeV et $d_{\mathcal{U}_t} = 4.01$	106
4.15	Rapport entre les distributions angulaires de MS+ \mathcal{U}_s et SM au ILC pour la polarisation initiale (+,-;+,-) des deux faisceaux. Ici $\Lambda_{\mathcal{U}_t} = 1$ TeV, $d_{\mathcal{U}_t} = 4.01$ TeV et $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 1$	106
5.1	Diagrammes de Feynman des interactions des unparticles chargés avec les champs de jauge.	114
5.2	Contributions des unparticles scalaires et fermioniques à la polarisation du vide.	116
5.3	Vertexes effectifs des unparticles scalaires et fermioniques contribuant à la polarisation du vide.	122

5.4	Unification des couplages de jauge $\alpha_i^{-1} = 2\pi/g_i^2$ en fonction de l'énergie μ à partir des données expérimentales à la masse du boson Z avec la seule modification de α_1^{-1} due aux champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f dans la même représentation du groupe $SU(3)_C$ mais singulets de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Ici, on prend $d_{\mathcal{U}_s} = 1.19$, $d_{\mathcal{U}_f} = 1.55$ et $N_{\mathcal{U}_s} = N_{\mathcal{U}_f} = 5$ à $\Lambda_U = 10^3$ GeV. Les couplage se croisent à une échelle d'environ $\Lambda_{\text{GUT}} \simeq 3.2 \times 10^{13}$ GeV.	127
6.1	Diagrammes de Feynman pour la désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$ à travers des boucles des unparticles chargés. Les lignes internes représentent soit des unparticles de spin-0 ou de spin-1/2.	135
6.2	Vertexes des unparticles scalaires.	137
6.3	$A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}$ en fonction de $\tau_{\mathcal{U}_s}$ pour un ensemble de valeurs de $d_{\mathcal{U}_s}$	143
6.4	$A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ en fonction de $\tau_{\mathcal{U}_f}$ pour un ensemble de valeurs de $d_{\mathcal{U}_f}$	147
6.5	Diagrammes de Feynman pour la désintégration $h \rightarrow \gamma Z$ à travers des boucles des unparticles chargés. Les lignes internes représentent soit des unparticles de spin-0 ou de spin-1/2.	152
6.6	Rapports des fonctions boucle $A_{\mathcal{U}}^{Z\gamma}/A_{\mathcal{U}}^{\gamma\gamma}$ dans le cas scalaire et fermionique pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$ et $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501$ respectivement.	157
6.7	Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_s et $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ pour $\Lambda_U = 1$ TeV, $Q_{\mathcal{U}_s} = 1$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$	158
6.8	Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_s et $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ pour $\Lambda_U = 1$ TeV, $Q_{\mathcal{U}_s} = 2$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$	159
6.9	Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_s et $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ pour $\Lambda_U = 1$ TeV, $Q_{\mathcal{U}_s} = 2$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.3, 1.4$	160
6.10	Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_f et $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ pour $\Lambda_U = 1$ TeV, $Q_{\mathcal{U}_f} = N_{\mathcal{U}_f} = 1$ pour $d_{\mathcal{U}_f} = 1.5, 1.6$ et $Q_{\mathcal{U}_f} = N_{\mathcal{U}_f} = 4$ pour $d_{\mathcal{U}_f} = 2$	161
6.11	Les contours pour différentes valeurs des facteurs d'améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_s - \lambda_{H\mathcal{U}_s}$ pour le cas des états \mathcal{U}_s singulet de $SU(2)_L$ (T=0, Y=2), correspondant aux valeurs de $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$. Les courbes de même couleur du bas en hauts, correspondent aux valeurs de $R_{Z\gamma} = R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ des modes $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ respectivement.	162
6.12	Les contours pour différentes valeurs des facteurs d'améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_s - \lambda_{H\mathcal{U}_s}$ pour le cas des états \mathcal{U}_s doublet de $SU(2)_L$ (T=1/2, Y=1), correspondant aux valeurs de $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$. Les courbes de même couleur du bas en haut, correspondent aux valeurs de $R_{Z\gamma} = 0.35, 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ et $R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ des modes $Z\gamma$ et $\gamma\gamma$ respectivement	163

6.13	Les contours pour différentes valeurs des facteurs d'améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_f - \lambda_{H\mathcal{U}_f}$ pour le cas des états \mathcal{U}_f singulet de $SU(2)_L(T=0, Y=2)$, correspondant aux valeurs de $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501, 1.6$. Les courbes de même couleur du haut en bas, correspondent aux valeurs de $R_{Z\gamma} = R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ des modes $Z\gamma$ et $\gamma\gamma$ respectivement.	164
6.14	Les contours pour différentes valeurs des facteurs d'améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_f - \lambda_{H\mathcal{U}_f}$ pour le cas des états \mathcal{U}_f doublet de $SU(2)_L(T=1/2, Y=1)$, correspondant aux valeurs de $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501, 1.6$. Les courbes de même couleur du haut en bas, correspondent aux valeurs de $R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ et $R_{Z\gamma} = 0.35, 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ des modes $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ respectivement.	165
6.15	Facteur d'amélioration $R_{Z\gamma}$ dans le plan T-Y pour $R_{\gamma\gamma} = 1.65$, $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$, $d_{\mathcal{U}_f} = 1.5$ et à $\mu = 300$ GeV.	166

Introduction générale

Pour comprendre l'univers qui nous entoure, il est important de connaître les caractéristiques de tous les éléments constitutifs fondamentaux de la matière, à savoir les particules, ainsi que leurs interactions. Notre connaissance actuelle de ces particules élémentaires et la façon dont elles interagissent est contenu dans la théorie dite : Modèle Standard. Le Modèle Standard (MS) de la physique des particules est la théorie la plus bien établie et la plus réussie déjà formulée en physique théorique [1, 2, 3, 4, 5, 6], basé sur le groupe de symétrie de jauge [1] et la brisure du sous-groupe électro-faible à travers le mécanisme de Higgs [7]. Ses prédictions ont été vérifiées expérimentalement à une très grande précision à l'échelle d'énergie électrofaible de l'ordre de 100 GeV. La gravité n'est pas incluse dans le MS, mais est plutôt traitée séparément, en général en utilisant la théorie de la relativité générale. Bien qu'il serait agréable d'avoir le MS et la gravité unifiée, cela n'a aucune importance dans la pratique car il n'y a pas de conditions expérimentales où les deux forces du MS et la gravité sont pertinentes.

Le boson de Higgs est la dernière pièce manquante prédite par le MS prévue comme une conséquence de ce mécanisme, dont l'existence vient d'être confirmée expérimentalement par les deux collaborations ATLAS [8, 9] et CMS [10, 11] au LHC. Le boson de Higgs est une particule centrale dans le MS comme son existence est une conséquence directe de la brisure de symétrie électrofaible, le mécanisme qui peut expliquer l'origine des masses des particules fondamentales. La découverte du boson de Higgs ne signifie pas la fin de la physique des particules, car il subsiste des problèmes qui ne peuvent être expliqués dans le cadre du MS. En effet, en dépit de ses succès pour décrire les données expérimentales, le MS s'avère une description incomplète de la physique des particules à haute énergie à partir à la fois d'observations expérimentales (par exemple, l'oscillation des neutrinos [12], l'existence de la matière noire [13] et l'asymétrie des baryons de l'univers [14], etc), ainsi que le problème de la hiérarchie de jauge [15] (le boson de Higgs provoque ce qu'on appelle le problème de hiérarchie, dans lequel la divergence ultraviolette quadratique apparaît dans la renormalisation de la masse du boson de Higgs). De même nos connaissances actuelles de la cosmologie ainsi que les arguments théoriques montre que le MS ne peut pas être considéré comme une théorie fondamentale et qu'il doit plutôt être considéré comme une théorie effective qui peut ne pas être valable à des énergies beaucoup plus élevées que celles sondées jusqu'à aujourd'hui. Pour répondre à certaines de ces questions sur lesquelles le Modèle Standard laisse en suspens,

une nouvelle physique au-delà du MS devrait être présente à proximité de l'échelle d'énergie de TeV. Par conséquent, les extensions du Modèle Standard permettant de surmonter ses lacunes ont été proposées par les théoriciens et les preuves de leur existence ont été recherchées par des expériences depuis des décennies. De nombreuses idées et modèles théoriques ont été proposés comme extension pour la physique au-delà du MS à des énergies encore plus élevées, prévoient une large gamme de nouvelles particules, dont la plupart sont censées se désintégrer avant d'atteindre le détecteur. Ces particules peuvent donc être découvertes grâce à leurs produits de désintégration. Certaines parmi ces modèles ont déjà été falsifiés et exclus parce qu'ils ne reproduisent pas les données expérimentales. D'autres idées sont toujours là, en attente de confirmation de l'expérience ou de plus de données pour contraindre leur cadre. Parmi ces nombreuses possibilités pour la physique au-delà du MS, il y a la supersymétrie, les dimensions supplémentaires, les technicouleurs [16, 17], ...etc. qui seront décrit brièvement dans le premier chapitre de cette thèse.

Ces modèles sont en réalité motivés par des insuffisances et lacunes spécifiques du MS, et conduisent à un ensemble très diversifié de signatures auprès des collisionneurs. Cependant, il est tout à fait possible que la nouvelle physique qui se retrouvera au LHC soit totalement différente de ce que nous avons déjà pensé, ou sans rapport avec les problèmes de hiérarchie ou avec les problèmes cosmologiques du MS. Si nous nous concentrons nos techniques de recherche trop étroitement sur certains modèles, il ya toujours un risque de rater l'inattendu. Pour cette raison, il est utile d'étudier la possibilité des phénomènes qui donnent lieu à des signatures particulièrement inhabituelles auprès des collisionneurs ou qui pourraient être difficiles à détecter à l'aide des techniques de recherche standard. Parmi ces extensions on trouve les secteurs cachés qui apparaissent comme des candidats naturels pour résoudre les divers énigmes qui se posent à l'interface de la physique des particules et la cosmologie, comme la nature de la matière noire observée dans l'univers ou la génération dynamique d'une asymétrie dans la matière baryonique dans l'univers primordial [18].

Un secteur caché est un ensemble de particules découplées ou seulement faiblement couplées avec le secteur du MS. Ceci en général peut avoir une influence significative sur la phénoménologie du MS, même s'ils sont appelés «cachés». Un secteur caché est constitué en général de singulets sous le groupe de symétrie de jauge du MS, par exemple des champs qui ne sentent les forces fortes et électro-faible seulement à partir d'une certaine échelle d'énergie en contraste avec les champs du MS. Par conséquent, nous ne pouvons pas facilement «visualiser» entre les deux secteurs visible et caché, c'est-à-dire voir l'influence du secteur caché sur le secteur visible via des interactions médiées par les bosons de jauge du MS, c'est pourquoi ils sont appelés «cachés». Parmi ces secteurs cachés il y a la matière noire. Comme aucune des particules du MS ne peut rendre en compte de toute cette matière sombre, la grande majorité de la masse de l'univers devrait se composer de nouvelles particules différentes de celles du MS. Il est donc possible qu'il y ait un secteur caché contenant des particules très lourdes qui constituent la matière noire.

Récemment, une nouvelle idée de secteurs cachés invariants conformes a été proposée par H.Georgi [19] pour expliquer l'énergie manquante lors des processus d'interaction entre les particules du MS. Une conséquence étrange de cette hypothèse est l'apparition d'un spectre continu de champs sans masse, ayant des dimensions d'échelle non entières appelés "*Unparticles*".

Dans cette thèse, nous discutons comment ce secteur caché invariant conforme peut influencer sur la phénoménologie du secteur visible (MS) de façon non triviale, et comment il peut produire des signatures intéressantes dans des expériences auprès des collisionneurs ILC et LHC. Nous considérons le mode de production de paires de photons isolés comme sonde de la nouvelle physique, d'abord dans le modèle des unparticles qui est le sujet de la deuxième partie, puis dans son extension en une théorie de jauge qui est le sujet de la troisième partie. Ces deux dernières parties qui constituent le manuscrit de la thèse sont indépendantes, mais qui se placent toutes les deux dans un cadre au-delà du MS.

Cette thèse se déroule comme suit :

La première partie est entièrement consacrée à une révision du MS et du modèle des unparticles. Dans le chapitre 1, comme la découverte du boson de Higgs est un sujet si fondamental, nous décrivons dans ce chapitre plus en détail son cadre théorique qui est le MS, et en particulier le mécanisme de Higgs qui brise spontanément la symétrie électrofaible. Nous passerons par la suite en revue quelques unes des raisons qui poussent les théoriciens d'aller au-delà du MS. Dans le chapitre 2, étant donné que le modèle des Unparticles est considéré comme étant une théorie effective des champs invariante conforme à quatre dimensions, nous passerons en revue quelques notions utiles sur les théories effectives et conformes. Dans le chapitre 3, le modèle des unparticles est introduit. J'ai essayé de fournir tous les fondements théoriques nécessaires pour la construction de ce modèle.

La deuxième partie, qui constitue le chapitre 4, décrit la recherche des unparticles scalaires et tensorielles singulets du groupe de jauge du MS dans les processus de production de deux photons auprès des collisionneurs LHC et ILC. Nous avons, avec l'aide du logiciel FeynCalc, établi avec succès un Programme sur la base de Mathematica qui calcul avec la méthode des traces les amplitudes d'hélicité de production de diphoton dans les processus de fusion de gluons au niveau de l'arbre. Les signaux d'une nouvelle physique pourraient être observés à travers les écarts qu'ils produisent par rapport aux prédictions du MS.

Nous commençons par l'étude des effets des unparticles sur le mode de diffusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$ dans les collisions proton proton au LHC (Grand Collisionneur de Hadrons). Nous montrons les différentes distributions cinématiques, pour un choix fixe de paramètres du modèle, comme une amélioration par rapport au diagramme de boîte qui constitue le principal bruit de fond de nos signaux. Par la suite, nous étudions les effets des unparticles sur le mode de diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ dans le futur collisionneur e^+e^- ILC (collisionneur linéaire international) où nous montrons les effets de unparticles sur les distributions angulaires de la déviation fractionnaire par rapport au MS des sections efficaces totales de diffusion pour différentes config-

urations de polarisation. Puisque les processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$ et $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ne peuvent se produire qu'au niveau d'une boucle dans le MS, ils donnent une bonne opportunité de tester une telle classe impliquant des contributions au niveau de l'arbre où les effets des unparticles peuvent être importants même sensiblement plus grands que les contributions du MS.

Dans la troisième partie, nous passons au modèle de jauge des unparticles. Nous discutons la phénoménologie de cette extensions, où des déviations observées au LHC dans les canaux $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow \gamma Z$ peuvent être expliquées.

Tout d'abord, nous passons en revue le modèle de jauge des unparticles proposé par [20, 21], où les champs unparticles de spin-0 et spin-1/2 portent les charges du groupe de jauge du MS. Nous présenterons les résultats significatifs quant à la construction des formes asymptotiques des fonctions vertexes à trois et quatre points entre les champs unparticles et les champs de jauge. Un calcul analytique direct à une boucles des contributions des unparticles de spin-0 et spin-1/2 aux polarisations du boson de jauge effectué a permis une vérification des résultats. Ce chapitre se termine sur une discussion autour de l'unification des couplages de jauge du MS.

Tout ceci va nous permettre, dans le chapitre suivant, de mettre en avant le deuxième résultat très important de la thèse (lié à un article publié dans Physical Letter B. [24]), à savoir le calcul des fonctions boucles scalaires et fermionique des unparticles chargés contribuant aux modes de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$, ouvrant ainsi une nouvelle voie de recherche de cette nouvelle physique au LHC. En effet, au premier ordre dans le MS, $h \rightarrow \gamma\gamma$ [22] et $h \rightarrow Z\gamma$ [23] sont des processus à une boucle médiés par les mêmes particules. Motivés par les récents résultats de recherches du boson de Higgs au LHC, nous considérons les possibilités d'améliorer la largeur de désintégration du Higgs en $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ par rapport aux prédictions du MS, sans modifier le taux de production ou les largeurs partielles dans les canaux WW et ZZ . Par l'étude des effets des unparticles scalaires et fermioniques singulets et doublets de $SU(2)_L$, nous constatons que des déviations sont possibles pour des valeurs bien déterminées des paramètres du modèle. Dans un second temps nous étudions les corrélations entre les modes $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$. Par conséquent, l'analyse combinée et des mesures simultanées dans ces deux canaux pourraient révéler des propriétés sur la structure de la nouvelle physique. Des contraintes de perturbativité et de la stabilité du vide sur les paramètres du modèle sont décrites brièvement.

Dans la dernière partie, qui constitue le chapitre 7, nous allons donner une conclusion générale.

Enfin, des Annexes ont été ajoutés dans lesquels on trouve des formules nécessaires pour l'accomplissement de certains calculs présents dans le corps du manuscrit.

Cette thèse a fait l'objet de la publication suivante [24] :

"Enhancement of $h \rightarrow \gamma\gamma$ via spin-0 and spin-1/2 charged unparticle loops".

qui a été attachés dans l'annexe F.

Première partie

**Théories du Modèle Standard et
des Unparticles**

Chapitre 1

Le modèle standard et ses extensions

Le Modèle Standard (MS) de la physique des particules est une théorie de jauge renormalisable qui combine l'électromagnétisme, les interactions faibles et fortes sous une forme unifiée. Ce modèle est basé sur le groupe de jauge local $G_{SM} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Le groupe $SU(3)_C$ décrit l'interaction forte (la chromodynamique quantique) où l'indice C représente la charge de couleur et le groupe $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ décrit les interactions électrofaibles où L et Y désignent respectivement le caractère gaucher et l'hypercharge de l'interaction faible. Principalement, le modèle standard stipule que toute la matière est composée par des champs fermioniques qui interagissent entre eux par l'intermédiaire de champs vecteurs bosoniques. La forme de cette interaction est dictée par les transformations de jauge. Le contenu en matière est décrit dans la section suivante.

1.1 Symétrie et théorie de jauge

On ne peut pas discuter le modèle standard sans introduire la notion de symétries de jauge. Les symétries jouent un rôle central dans le classement des états des particules déjà connues et à prévoir d'autres nouvelles particules. De même que les éléments chimiques sont classés dans les groupes du tableau périodique, les particules sont également classées dans des multiplets caractérisés par des nombres quantiques. Cependant, l'utilisation de la symétrie en physique des particules va bien au-delà de la simple classification. Dans la construction du modèle standard, le type particulier de symétrie appelé symétrie locale est devenue le principe dynamique de guidage. Avant que nous puissions discuter ce principe dynamique, nous devons d'abord examiner le concept général de symétrie de jauge en physique des particules.

Une symétrie de jauge est une symétrie locale, interne, continue. De même, une théorie de jauge est une théorie quantique des champs où le lagrangien \mathcal{L} du système physique est invariant sous une certaine symétrie de jauge. L'ensemble des transfor-

mations de jauge possibles forment un groupe, appelé groupe de jauge. Il s'agit d'un groupe de Lie, et ses générateurs forment une algèbre de Lie. Une symétrie est dite brisée spontanément, si le Lagrangien de la théorie présente une symétrie mais l'état fondamental (le vide) ne possède pas cette symétrie. La description des particules et des forces de la nature est basée sur le langage mathématique de la théorie quantique des champs, qui combine la mécanique quantique et la relativité restreinte. Dans cette théorie, les particules sont des excitations des champs fondamentaux qui dépendent des coordonnées de l'espace-temps.

Afin de comprendre comment les symétries d'un système physique peuvent avoir des conséquences dynamiques, il est nécessaire de souligner que chaque principe d'invariance est intimement lié à la conservation d'une quantité physique, comme l'a prouvé le théorème de Noether. Dans le monde classique, le théorème de Noether, entraîne la conservation du quadri-vecteur énergie-impulsion (invariance par translation), ainsi que la conservation du moment angulaire (invariance par rotation). Dans le monde quantique, nous traitons non seulement avec des propriétés «externes» qui proviennent de la structure d'espace-temps comme les moments, mais aussi avec des quantités «internes» tels que les nombres quantiques et des symétries internes en conséquence. Les quantités conservées associées à ceux-ci sont, par exemple, la charge électrique, la charge forte et la couleur, qui sont des nombres quantiques qui définissent chaque particule. Il est possible de comprendre comment nous pouvons obtenir une description dynamique des systèmes physiques de ces propriétés mathématiques si nous pensons à un principe d'invariance où les transformations dépendent de coordonnées spatiales et temporelles, soit une symétrie locale. Dans ce cas, le système n'est pas modifié par les transformations subies dans une région donnée, si, dans les autres régions à contrebalancer transformations peuvent être effectuées. Cela signifie que les informations nécessaires pour mettre en oeuvre ces transformations doit être transporté d'un point à un autre du système. Et cela conduit à l'idée d'interactions médiatisées par les transporteurs. Cette illustration, malgré sa simplicité, peut donner une idée sur la façon dont les interactions fondamentales peuvent provenir de symétries et pourquoi ils sont décrits par l'échange de particules.

1.1.1 Théorie de jauge abélienne : QED

L'électrodynamique quantique (QED) est la première et la plus simple des théories de jauge faisant coupler le champ électromagnétique A_μ de spin-1 aux champs fermionique ψ de spin-1/2. L'invariance par transformation locale implique l'existence de ces champs de jauge, A_μ , avec des propriétés spécifiques. Pour démontrer cette conséquence remarquable, nous commençons par examiner une théorie libre de fermions. Le lagrangien libre de Dirac pour un fermion libre est donné par :

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x). \quad (1.1)$$

\mathcal{L}_0 est invariant sous les transformations globales abéliennes $U(1)$ suivante :

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\theta}\psi(x) \equiv U\psi(x), \quad (1.2)$$

où θ est une constante réelle arbitraire. La phase de $\psi(x)$ est donc sans sens physique. Cependant, le lagrangien n'est plus invariant si on exige l'invariance sous la transformation de phase dépendant des coordonnées de l'espace-temps $\theta \equiv \theta(x)$ suivante :

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\theta(x)}\psi(x) \equiv U(x)\psi(x), \quad (1.3)$$

puisque

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) + \bar{\psi}(x)i\gamma^\mu\psi\partial_\mu\theta(x). \quad (1.4)$$

Ceci est possible seulement si on ajoute un extra terme au lagrangien, se transformant d'une façon à éliminer le terme $\partial_\mu\theta(x)$ dans Eq. 1.4. Cette nécessaire modification est complètement fixé par la transformation 1.4 : on introduit un nouveau champ vectoriel $A_\mu(x)$ (car le terme $\partial_\mu\theta(x)$ contient un index de Lorentz), se transformant comme :

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{q}\partial_\mu\theta(x), \quad (1.5)$$

et définissons la dérivée covariante :

$$D_\mu\psi(x) \equiv [\partial_\mu + iqA_\mu(x)]\psi(x), \quad (1.6)$$

qui a la propriété de transformation requise comme le champ lui-même :

$$D_\mu\psi(x) \rightarrow (D_\mu\psi)'(x) \equiv \exp\{iQ\theta\}D_\mu\psi(x). \quad (1.7)$$

Le lagrangien

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &\equiv i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) \\ &= \mathcal{L}_0 - qA_\mu(x)\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x), \end{aligned} \quad (1.8)$$

est donc invariant sous les transformations locales $U(1)$. Le principe de jauge a généré une interaction entre les fermions de Dirac et le champ de jauge A_μ , qui n'est rien d'autre que le vertex familier de l'électrodynamique quantique (QED). Si on veut que A_μ soit un vrai champ de propagation, on a besoin d'ajouter un terme cinétique invariant de jauge de la forme :

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x), \quad (1.9)$$

où $F_{\mu\nu}$ est le tenseur de Maxwell défini par $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ qui reste invariant sous la transformation 1.5 :

$$\mathcal{L}_{QED} = i\bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x). \quad (1.10)$$

Un terme de masse pour le champ de jauge, $\frac{1}{2}m^2 A^\mu A_\mu$, est interdit puisque il violerait l'invariance de jauge locale $U(1)$; par conséquent, le champ de photon est prédit être sans masse. Le lagrangien total dans Eqs. 1.8 et 1.9 donne lieu à des équations de Maxwell bien connus :

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = eJ^\nu \equiv q\bar{\psi}\gamma^\nu\psi, \quad (1.11)$$

où J^ν est le courant électromagnétique fermionique. A partir d'une simple exigence de symétrie de jauge, nous avons déduit le lagrangien de la QED, ce qui conduit à une théorie quantique des champs très réussie.

L'invariance de jauge locale de QED est le prototype des théories des interactions faibles et fortes. Comme on le verra ci-dessous, une situation similaire existe dans l'interaction forte et, plus important encore, dans l'interaction faible, qui sont des extensions non-abéliennes intéressantes du groupe abélien $U(1)$, appelées théories de Yang-Mills, basées sur les groupes non-abéliens $SU(n)$.

1.1.2 Théorie de jauge non abélienne : QCD

La théorie de jauge décrivant les interactions fortes entre les gluons et les quark est la chromodynamique quantique (*QCD*). C'est une théorie de jauge non abélienne basée sur le groupe $SU(3)_C$. La transformation de jauge locale $U(x) \in SU(3)_C$ s'écrit :

$$\psi_f(x) \rightarrow U(x)\psi_f(x) = e^{ig_s\theta_a(x)T^a} \psi_f(x), \quad (1.12)$$

où ψ_f est la notation vectorielle du champ du quark de saveur f dans l'espace des couleurs $\psi_f = (\psi_f^r, \psi_f^g, \psi_f^b)$. La constante g_s est le couplage de l'interaction forte entre les quarks ψ_q et les gluons G_μ^a , T^a ($a = 1, \dots, 8$) sont les générateurs de la représentation fondamentale du groupe $SU(3)_C$ correspondant aux huit gluons G_μ^a et vérifiant aux relations de commutation d'une algèbre de Lie $[T^a, T^b] = if^{abc}T^c$ avec f_{abc} sont les constantes de structure totalement anti-symétriques et réelles du groupe $SU(3)_C$.

De façon analogue au *QED*, le lagrangien complet de la *QCD* est donné par :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = i \sum_q \bar{\psi}_f^i \gamma^\mu (D_\mu)_{ij} \psi_f^j - \sum_f m_f \bar{\psi}_f^i \psi_{fi} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}, \quad (1.13)$$

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu + ig_s \sum_a T_{i,j}^a A_\mu^a, \quad (1.14)$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.15)$$

Cette symétrie du lagrangien est assurée en exigeant que les champs vectoriels de jauge de gluon se transforment comme :

$$D_\mu \psi \rightarrow (D_\mu \psi)' = U \partial_\mu \psi + (\partial_\mu U) \psi - ig_s T^a U, \quad (1.16)$$

$$G_\mu^a(x) \rightarrow G_\mu'^a(x) = G_\mu^a(x) - \frac{1}{g_s} \partial^\mu \theta_a(x) - f^{abc} \theta_b G_\mu^c(x), \quad (1.17)$$

Contrairement au groupe $U(1)$ de la QED , le dernier terme $-g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ dans 1.15 marque le caractère non abélien du groupe de couleur $SU(3)_C$ et s'interprète comme l'auto-couplage des gluons.

Comme il est bien connu, les interactions fortes sont caractérisées par trois propriétés fondamentales : la liberté asymptotique, le confinement et la brisure de la symétrie dynamique chirale. La liberté asymptotique et le confinement sont dû à l'existence d'auto-interactions entre les champs de gluons, ce qui en fait introduisent la contribution en boucle dans les diagrammes de Feynman. $\alpha_s \equiv g_s^2/4\pi$ obéissant aux équations du groupe de renormalisation (RGE) qui déterminent son évolution comme une fonction de l'échelle effective Q :

$$Q \frac{d\alpha_s}{dQ} = 2\beta_0 \alpha_s + \dots, \quad (1.18)$$

Au premier ordre après intégration, la solution de cette équation est donnée par :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} \equiv \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}}, \quad (1.19)$$

où $\Lambda_{QCD} = \mu \exp(-2\pi/\beta_0 \alpha_s(\mu^2))$ est l'échelle d'énergie de l'interaction forte et $\beta_0 = \frac{11}{3}N_c - \frac{2}{3}N_f$ avec N_c, N_f sont le nombre de couleurs et le nombre des saveurs de quarks disponibles à une énergie donnée Q^2 ($N_f = 2, \dots, 6$). Dans le MS, $N_c = 3$ et $N_f = 6$, ce qui signifie que $\beta_0 > 0$. Donc, d'après l'Eq. 1.19 on peut voir que plus Q^2 augmente (petites distances), plus α_s devient petit et l'interaction entre les partons est faible et les quarks sont quasiment libres, c'est ce qu'on appelle la liberté asymptotique. Dans ce cas les observables physiques peuvent être calculées dans le cadre du développement perturbatif ($pQCD$). D'autre part, à de grandes distances, le couplage augmente et les partons sont fortement confinés dans le hadron, c'est la propriété du confinement. Cependant, ce fait ne peut pas être décrit par la QCD perturbative. Il ya d'autres outils, tels que les règles de somme QCD et les calculs sur réseau.

1.2 Brisure spontanée de la symétrie dans les théories de jauge

Dans les théories de Yang-Mills, l'invariance de jauge interdit d'avoir un terme de masse explicite pour les bosons vecteurs de jauge dans le lagrangien. Si cela est acceptable pour les théories comme QED et QCD , où les photons et les gluons sont de masse nulle, il est inacceptable pour la théorie de jauge des interactions faibles, puisque les deux bosons de jauge chargés W^\pm et le boson de jauge neutre Z^0 ont des masses très lourdes ($M_W \simeq 80$ GeV, $M_Z \simeq 91$ GeV). Une solution possible à ce problème, inspirée par des phénomènes semblables qui se produisent dans l'étude des systèmes de spin, a été proposée par plusieurs physiciens en 1964, et il est connu aujourd'hui simplement comme le mécanisme de Higgs [7] dont l'idée de base sera examinée dans les sections qui viennent.

1.2.1 Symétrie globale discrète

Dans cette section, nous présentons les principaux aspects de la théorie de jauge qui sont spontanément brisées en montrant comment au sein de ces théories, les bosons de jauge acquièrent naturellement des masses. Nous commençons d'abord par décrire la brisure spontanée de la symétrie des systèmes discrets et continus avant de passer à discuter la brisure des symétries de jauge. Considérons l'exemple le plus simple de la brisure spontanée de la symétrie discrète dans la théorie $\lambda\phi^4$.

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \quad (\lambda > 0), \quad (1.20)$$

où ϕ est un champ scalaire neutre. Ce lagrangien est invariant par rapport à la transformation globale discrète :

$$P : \phi(x) \rightarrow \phi'(x) = -\phi(x). \quad (1.21)$$

La densité lagrangienne 1.20 peut être décomposée comme

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}, \quad (1.22)$$

où $\mathcal{L}_0 = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2$ et $\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{4}\lambda\phi^4$. Avec cette décomposition le lagrangien 1.20 s'interprète comme un lagrangien pour des particules de masse $m^2 = \mu^2 > 0$ d'énergie potentielle $V_0(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2$ en auto-interaction. En effet, la construction de l'espace de Hilbert H de notre théorie postule l'existence d'un état fondamental $|0\rangle \in H$ sur lequel l'action des opérateurs de création et d'annihilation induisent (ajoutent et extraient) des excitations interprétées comme des particules. Pour voir cela, le vide sur lequel on construit notre théorie correspond à l'état d'énergie minimale du système, i.e. l'état d'équilibre stable donné par $\partial V_0/\partial\phi = 0$. Le vide de cette théorie étant $\phi_0 \equiv \langle 0|\phi|0\rangle = 0$. Développons $V(\phi)$ autour de ce vide, $\phi(x) = \phi_0(x) + \xi(x) \equiv \phi(x)$:

$$V_0(\phi) \simeq V_0(\phi_0) + \frac{1}{2}\partial^2 V_0(\phi)/\partial\phi^2|_{\phi=\phi_0}\xi^2 = \frac{1}{2}\mu^2\xi^2, \quad (1.23)$$

avec $\partial^2 V_0/\partial\phi^2|_{\phi=\phi_0} = \mu^2$ la masse du champ d'excitation $\xi = \phi - \phi_0 \equiv \phi$.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi - \frac{1}{2}\mu^2\xi^2 + \frac{\lambda}{4}\xi^4, \quad \xi \equiv \phi. \quad (1.24)$$

Si $\mu^2 < 0$, les excitations vont correspondre à des particules de masse imaginaire, i.e. des tachyons. Cela est dû au fait que le potentiel $V_0(\phi)$ possède un maximum global (équilibre instable) au lieu d'un minimum global, donc un minimum autour duquel une perturbation est calculée ne peut être identifiée. Par conséquent, la théorie ne peut avoir du sens si $\mu^2 < 0$. Pour interpréter le spectre du lagrangien 1.20, la décomposition 1.22 doit être abandonnée et reconsidérer la suivante :

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi), \quad (1.25)$$

avec maintenant $V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$. Ce potentiel a deux minima globaux situés à $\phi_0 = \pm v$ avec $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Choisissons l'un des deux minima et analysons les excitations du champ autour de ce nouveau minima $\phi(x) = v + \xi(x)$:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi - \frac{1}{2}(-2\mu^2)\xi^2 + \lambda v\xi^3 + \frac{\lambda}{4}\xi^4. \quad (1.26)$$

On interprète donc les excitations comme des états de particules scalaires de masse $m^2 = -2\mu^2 > 0$. Le lagrangien 1.26 n'est plus invariant sous la transformation 1.21 à cause du choix arbitraire du vide, c'est ce qu'on appelle *une brisure spontanée de la symétrie*.

1.2.2 Symétrie continue

Un nouveau phénomène intéressant se produit quand une symétrie spontanément brisée est continue. Envisager un lagrangien invariant sous les transformations du groupe $G = O(N)$:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi - V(\Phi), \quad \text{où } V(\Phi) = \frac{1}{2}\mu^2\Phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\Phi^4, \quad (1.27)$$

où $\Phi \equiv (\phi_1, \dots, \phi_N)$ un N-plet de champs scalaires réels ϕ_i . Si $\mu^2 < 0$, la symétrie est brisée et le minimum du potentiel est donné par l'éq $|\Phi_0|^2 = (\phi_{01}^2 + \dots + \phi_{0N}^2) = v^2$ avec $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Nous pouvons choisir le vide comme l'état $\Phi_0 = (0, 0, \dots, v)$, c-à-d $\phi_{0i} = v\delta_{iN}$ et développons le potentiel autour de ce minimum :

$$V(\Phi) \simeq V(\Phi_0) + \frac{1}{2}\partial^2V(\phi)/\partial\phi_i\partial\phi_j|_{\phi=\phi_0}(\phi_i - \phi_{0i})(\phi_j - \phi_{0j}). \quad (1.28)$$

Les quantités $\partial^2V(\phi)/\partial\phi_i\partial\phi_j|_{\phi=\phi_0}$ représentent les masses au carré des nouveaux champs $\xi_i \equiv \phi_i - \phi_{0i}$:

$$M_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2V}{\partial\phi_i\partial\phi_j} \right|_0 = -2\mu^2\delta_{iN}\delta_{jN} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & -2\mu^2 \end{bmatrix}. \quad (1.29)$$

Par conséquent, les masses des champs $\xi_i = \phi_i$, $i = 1, \dots, N-1$, $m_{\xi_i} = 0$ champs non massifs $\xi_i \equiv \phi_i$ appelés Boson de Goldston [37], notés ϕ_i^{BG} et d'un champ $\xi_N \equiv \phi_N - v$ massif de masse $\sqrt{-2\mu^2}$. En écrivant le champ Φ en termes de ξ_i , c-à-d $\phi_i = \xi_i + \phi_{0i}$, ($\Phi = (\phi_1^{BG}, \dots, \phi_{N-1}^{BG}, \xi + v)$) le lagrangien s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \partial_\mu\phi_i^{BG}\partial^\mu\phi_i^{BG} + \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi - \frac{1}{2}\mu^2\xi^2 \\ &+ \text{termes d'interactions.} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Sous cette forme, la symétrie initiale $O(N)$ est brisée. Cependant, une symétrie résiduelle $O(N-1)$ est restée. En fait, V ne dépend que de la combinaison $\sum_{i=1}^{N-1} \phi_i^2$, et il est invariant par rotation autour de l'axe que nous avons choisi comme représentant de l'état fondamental. Cela peut aussi être vu en termes de générateurs. En effet, la loi de transformation globale du champ Φ scalaires sous forme infinitésimale s'écrit :

$$\Phi \rightarrow \Phi - i\alpha^a T^a \Phi, \quad (1.31)$$

où $T^a (a = 1, \dots, d_G)$ sont les générateurs du groupe G de dimension d_G et où α sont des petits paramètres réels. On utilisant le fait que $V(\Phi)$ est invariant sous G , on aboutit au résultat suivant :

$$\delta V(\phi) = 0 \rightarrow \left. \frac{\partial^2 V(\phi)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{\phi=\phi_0} T_{ij}^a \phi_{0j} = 0. \quad (1.32)$$

Si le vide est invariant sous un sous groupe $H \subset G$ de dimensions $\dim H = d_H$, alors on a d_H générateurs non brisés $T_{ij}^a \phi_{0j} = 0$. Par contre, pour les $d_G - d_H = \dim(G/H)$ générateurs de G , on a $d_G - d_H$ générateurs brisés $T_{ij}^a \phi_{0j} \neq 0$. Ce qui permet de conclure que la matrice de masse M_{ij}^2 a $d_G - d_H$ valeurs propres non nulles correspondant aux $d_G - d_H$ bosons de Goldstone. Ainsi, on peut formuler le théorème de Goldstone comme suivant : **Pour chaque générateur d'un groupe G qui n'annihile pas le vide (générateur non brisé), on obtient un boson Goldstone sans masse. Le nombre total de bosons de Goldstone est égal $d_G - d_H = d_{G/H}$.**

En d'autres termes, parmi les N champs scalaires de la théorie, $d_{G/H}$ sont non massifs et sont appelés bosons de Goldstone. Le sous groupe H est appelé groupe stabilisateur de la valeur moyenne du vide. Si le lagrangien est invariant sous une symétrie globale continue $H \in G$ et le vide est invariant par un sous-groupe $H \subset G$, alors il existe $d_G - d_H = d_{G/H}$ particules sans masse de spin 0.

Intuitivement, on peut comprendre l'origine des particules sans masse en remarquant que les générateurs brisés permettent des transitions d'un vide possible à l'autre. Puisque ces états sont dégénérés l'opération ne coûte pas d'énergie. De la relation de dispersion relativiste cela implique que nous devons avoir des particules sans masse. On peut dire que les bosons Goldstone correspondent à la direction plate dans le sens du potentiel.

1.2.3 Symétrie continue locale et mécanisme de Higgs

Examinons à nouveau le Lagrangien scalaire (1.20) et nous exigeons une invariance par la transformation de phase locale, $\Phi = (\phi_1, \phi_2)$ que l'on redéfinit à l'aide d'un seul champ scalaire complexe $\Phi \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^* (D^\mu \Phi) - V(\Phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.33)$$

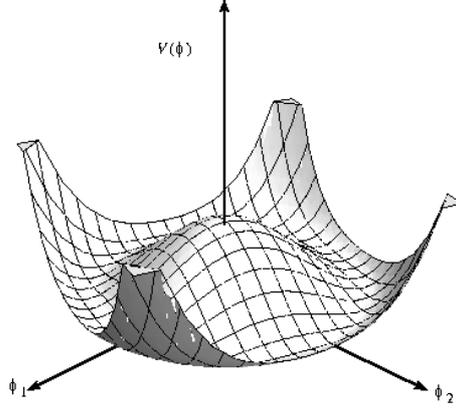


FIGURE 1.1 – Le potentiel de Higgs.

où

$$D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu, \quad (1.34)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.35)$$

$$\Phi(x) \rightarrow e^{i\Lambda(x)}\Phi(x), \quad (1.36)$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu\Lambda(x), \quad (1.37)$$

où $\Lambda(x)$ est une fonction réelle de l'espace-temps. Le potentiel a une infinité d'équilibres stables donnés par $\Phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}e^{i\theta}$. La brisure de symétrie spontanée se produit en choisissant par exemple $\Phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}$, d'où la densité lagrangienne en fonction de $\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \underbrace{-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g^2v^2A^\mu A_\mu}_{\text{massive vector field}} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial^\mu\phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\sqrt{2}\mu)^2\phi_1^2}_{\text{massive scalar field}} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial^\mu\phi_2)^2 + gvA_\mu\partial^\mu\phi_2}_{\text{Goldstone boson}} \\ &+ \text{termes d'interaction} \\ &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_1\partial^\mu\phi_1 + \frac{1}{2}q^2v^2(A_\mu - \frac{1}{gv}\partial_\mu\phi_2)(A^\mu - \frac{1}{gv}\partial^\mu\phi_2) + \frac{1}{2}(\sqrt{2}\mu)^2\phi_1^2 \\ &+ \text{termes d'interaction}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Si on redéfinit $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{gv}\partial_\mu\phi_2$, on obtient

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_1\partial^\mu\phi_1 + \frac{1}{2}M_A^2A_\mu A^\mu - qvA_\mu\partial^\mu\phi_2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_1^2 \\ &+ \text{termes d'interaction}(\phi\phi), \end{aligned} \quad (1.39)$$

où $M_A = gv$ est la masse associée au champ vectoriel A_μ , tandis que $m_\phi = \sqrt{2}\mu$ est la masse associée au champ scalaire ϕ . Pour ϕ_1 et ϕ_2 petits on peut écrire :

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi_1(x))e^{i\phi_2(x)/v}. \quad (1.40)$$

On observe qu'après les transformations de jauge du champ A_μ et avec $\Lambda(x) = \frac{1}{v}\phi_2(x)$,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi_1(x)) e^{i\phi_2(x)/v} \xrightarrow{U(1)} \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi_1(x)) , \quad (1.41)$$

le champ $\phi_2(x)$ disparaît complètement du lagrangien :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}[D_\mu(v + \phi_1)]^* [D^\mu(v + \phi_1)] + \mu^2(v + \phi_1)^2 \\ &\quad - \mu^2(v + \phi_1)^4 \\ &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{g^2v^2}{2}A^\mu A_\mu + \frac{1}{2}(\partial^\mu\phi_1\partial_\mu\phi_1 + 2\mu^2\phi_1^2) + \dots \end{aligned} \quad (1.42)$$

Comme nous pouvons le voir, le degré de liberté correspondant au boson de Goldstone a été absorbé par le boson vecteur qui acquiert une masse. Le Goldstone est transformé en un degré de liberté longitudinal du boson vecteur.

1.2.4 Symétrie de jauge non abélienne

Nous pouvons maintenant facilement généraliser la discussion précédente au cas d'une théorie de Yang-Mills non abélienne. Le terme $\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ dans l'Eq. (1.33) devient maintenant $\frac{1}{4}F^{a,\mu\nu}F_{\mu\nu}^a$, avec :

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c , \quad (1.43)$$

où les indices latins sont des indices du groupe et f^{abc} sont les constantes de structure de l'algèbre de Lie associée à la symétrie de jauge non-abélienne du groupe de Lie, définie par les relations de commutation des générateurs de l'algèbre de Lie t^a : $[t^a, t^b] = if^{abc}t^c$. Généralisons également le lagrangien scalaire pour y inclure plusieurs champs scalaires ϕ_i que nous considérons comme réels :

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}(D^\mu\phi_i)^2 - V(\phi) \quad \text{where} \quad V(\phi) = \mu^2\phi_i^2 + \frac{\lambda}{2}\phi_i^4 , \quad (1.44)$$

où la somme sur l'indice i est sous-entendue et $D_\mu = \partial_\mu - igt^a A_\mu^a$. Le Lagrangien de l'Eq. (1.44) est invariant sous la transformation de jauge non-abélienne de la forme :

$$\phi_i(x) \rightarrow (1 + i\alpha^a(x)t^a)_{ij}\phi_j , \quad (1.45)$$

$$A_\mu^a(x) \rightarrow A_\mu^a(x) + \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha^a(x) + f^{abc}A_\mu^b(x)\alpha^c(x) . \quad (1.46)$$

Lorsque $\mu^2 < 0$ le potentiel développe une dégénérescence des minima décrit par la condition minimale : $\phi^2 = \phi_0^2 = -\mu^2/\lambda$, qui fixe uniquement la norme du vecteur Φ_0 . En choisissant arbitrairement la direction de Φ_0 , la dégénérescence est enlevée. Le Lagrangien doit être développé dans un voisinage du minimum choisi et le terme

de masse pour les bosons de jauge peut être introduit comme dans le cas abélien, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(D_\mu\phi_i)^2 &\longrightarrow \dots + \frac{1}{2}g^2(t^a\phi)_i(t^b\phi)_i A_\mu^a A^{b\mu} + \dots \\ \xrightarrow{\phi_{\min}=\phi_0} &\dots + \frac{1}{2}\underbrace{g^2(t^a\phi_0)_i(t^b\phi_0)_i}_{m_{ab}^2} A_\mu^a A^{b\mu} + \dots \end{aligned} \quad (1.47)$$

Après la diagonalisation de la matrice de masse m_{ab}^2 dans l'Eq. (1.47), tous les bosons de jauge A_μ^a pour lesquels $t^a\phi_0 \neq 0$ deviennent massifs, et pour chacun d'entre eux correspond une particule de Goldstone, c'est à dire une particule non physique de masse nulle comme le champ χ de l'exemple abélien. Le degré de liberté scalaire restant devient massif, et correspond au champ de Higgs H de l'exemple abélien.

Nous pouvons maintenant montrer comment éliminer les bosons de Goldstone. En fait, nous pouvons définir de nouveaux champs ξ_a et χ comme

$$\Phi(x) = (v + \chi(x))e^{i\frac{\xi_a(x)}{v}T^a}, \quad (1.48)$$

où $a = 1, \dots, N-1$, qui est la somme limitée aux directions brisées. L'autre degré de liberté est dans l'autre facteur. La correspondance entre les champs Φ et (ξ_a, χ) peut être vu facilement en développant autour du vide

$$e^{i\xi_a(x)T^a} \approx \delta_{iN} - iT_{iN}^a \xi_a(x) = \delta_{iN} + \delta_i^a \xi_a(x), \quad (1.49)$$

à partir de laquelle

$$\Phi(x) \approx (\xi_a(x), \chi(x) + v), \quad (1.50)$$

ce qui montre que ξ_a sont vraiment les champs de Goldstone. La jauge unitaire est définie par la transformation :

$$\Phi(x) \rightarrow e^{-i\frac{\xi_a(x)}{v}T^a} \Phi(x) = (v + \chi(x)), \quad (1.51)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = U(x)^\dagger A_\mu(x) U(x) - \frac{i}{g} U(x)^\dagger \partial_\mu U(x). \quad (1.52)$$

Cette transformation permet d'éliminer les degrés de liberté de Goldstone et le Lagrangien résultant dépend du champ χ , des champs vecteurs massifs W_μ^{aN} et des champs non massifs W_μ^{ab} . Noter de nouveau le comptage des degrés de liberté $N + 2N(N-1)/2 = N^2$ dans une transformation de jauge générale, et $1 + 3(N-1) + 2(N-1)(N-2)/2 = N^2$ dans la jauge unitaire. En général, pour un groupe non-abélien G de dimension d_G de générateurs T^a où $a = 1, \dots, d_G$, nous introduisons d_G bosons de jauge telle que la dérivée covariante s'écrive :

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a. \quad (1.53)$$

Après la brisure spontanée de la symétrie, le sous groupe $H \subset G$ de dimension d_H demeure un groupe de symétrie pour le vide, c-à-d :

$$T_{ij}^a \phi_{0j} = 0 \quad a = 1, \dots, d_H. \quad (1.54)$$

On devrait s'attendre l'apparition de $d_{G/H} = d_G - d_H$ bosons de Goldston sans masse. Comme dans (1.48), nous paramétrisons le champ scalaire original comme :

$$\Phi(x) = (v + \xi) e^{i\phi_a^{BG} T^a}, \quad (1.55)$$

où T^a sont les $d_{G/H}$ générateurs brisés. En choisissons le paramètre de jauge $\alpha^a(x)$ afin d'éliminer les bosons de Goldston ϕ_a^{BG} . Cela va donner naissance à $d_{G/H}$ bosons de jauge massifs.

Nous avons vu comment les bosons de jauge acquièrent leurs masses à travers le mécanisme de Higgs. On peut maintenant aborder facilement le cadre théorique du MS en commençant par le contenu en matière.

1.3 Le contenu en matière

Dans le MS, les particules élémentaires sont divisées en deux catégories : fermions et bosons. Les fermions sont les particules de matière ayant un spin 1/2 et qui interagissent les unes avec les autres via l'échange des bosons, qui sont les particules de médiation ayant un spin-1. Les fermions sont subdivisés à leur tour en deux classes : les leptons et les quarks, dont chacune se compose de trois générations comme le montre le tableau 1.2. La première génération est composée de quarks u et d , les électrons et le neutrino électronique. Les particules de cette première génération sont stables dû à leurs faibles masses et constituent donc la matière ordinaire. La deuxième génération comprend les quarks c et s , le muon et son neutrino associé. Enfin la troisième génération comprend les quarks t et b , le lepton tau et son neutrino associé. Les particules de ces deux dernières générations sont produites lors des processus astrophysiques ou auprès des collisionneurs des particules. Le quark t est la particule élémentaire la plus lourde connue jusqu'à maintenant. Outre la charge électrique, les quarks se caractérisent par le fait qu'ils portent une charge de couleur (vert, rouge, bleu) et une charge d'isospin faibles. Dans la nature, les quarks ne se trouvent que dans les hadrons composites, composés soit de trois quarks faisant un baryon ou en un états quark anti-quark faisant un méson.

Il existe trois types de bosons de jauge. Les photons médiateurs de la force électromagnétique entre les particules chargées. Les bosons W et Z médiateurs des interactions faibles entre les leptons et les quarks. Les gluons médiateurs des interactions fortes entre les quarks. Le Photon et les gluons sont de masse nulle, tandis que les boson W et Z sont massifs. Le MS exige l'existence d'une particule supplémentaire : le boson de Higgs. C'est une particule spéciale, car elle est responsable des masses des bosons de jauge et des fermions, par leur interaction avec le boson de Higgs. Le boson de Higgs est la dernière particule prédite par le MS, et qui vient

		Particules de matière (fermions)			Particules d'interactions	boson de masse		
		I	II	III				
QUARKS	2.4 MeV +2/3 1/2	u up	1.27 GeV +2/3 1/2	c charm	171.2 GeV +2/3 1/2	t top	0 0 1	γ photon
	4.8 MeV -1/3 1/2	d down	104 GeV -1/3 1/2	s strange	4.2 GeV -1/3 1/2	b bottom	0 0 1	g gluon
	<2.2 eV 0 1/2	ν_e neutrino électronique	<0.17 MeV 0 1/2	ν_μ neutrino muonique	<15.5 MeV 0 1/2	ν_τ neutrino tauique	91.2 GeV 0 1	Z⁰ boson Z
LEPTONS	511 KeV -1 1/2	e électron	105.7 MeV -1 1/2	μ muon	1.777 GeV -1 1/2	τ tau	±1 1	W[±] bosons W
					BOSONS DE JAUGE			125 GeV 0 0
								H boson H

nom
 spin
 charge électrique
 masse
 symbole

FIGURE 1.2 – Les particules du modèle standard.

d'être confirmée le 4 juillet 2012 auprès du collisionneur LHC, confirmant ainsi la pertinence du MS.

Le contenu en particules du MS ainsi que leurs nombres quantiques sont représentés dans le tableau 1.2. Pour chaque particule fermionique indiquée dans le tableau 1.2, elle lui est également associée une antiparticule, qui a les mêmes propriétés, telles que la masse et le spin, mais de charge opposée.

1.4 Le lagrangien du modèle standard

Avec le contenu en matière, la dynamique des particules du MS est décrite par un lagrangien renormalisable ayant la symétrie $G_{SM} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ et dont la forme la plus générale est donnée par :

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{jauge} + \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa}, \quad (1.56)$$

où \mathcal{L}_{jauge} décrit la dynamique des champs des bosons de jauge (champs de Yang-Mills), $\mathcal{L}_{fermion}$ décrit les interactions des fermions avec les bosons de jauge, \mathcal{L}_{Higgs} est le terme responsable du mécanisme de brisure spontanée de la symétrie électrofaible $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Enfin, $\mathcal{L}_{fermion}$ contient les termes de masse des fermions. Dans ce qui suit, on va décrire brièvement ces différentes parties du Lagrangien.

1.4.1 Le secteur de jauge ou terme de Yang-Mills

Le lagrangien de jauge décrit l'énergie cinétique des champs de Young-Mills, et est donné par :

$$\mathcal{L}_{jauge} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{\alpha_s}{8\pi}\theta\tilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (1.57)$$

où les champs $G_{\mu\nu}^A$, $W_{\mu\nu}^a$ et $B_{\mu\nu}$ sont les tenseurs cinétiques associés aux champs de jauge de $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ respectivement et sont donnés par :

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^A &= \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A + g_i f^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C, \\ W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \end{aligned} \quad (1.58)$$

avec $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ et $\tilde{G}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G_{\rho\sigma}$. Le paramètre θ est contraint pour être très petit par la mesure du moment dipolaire électrique du neutron donc nous supposons que $\theta = 0$ dans ce qui suit.

1.4.2 Le secteur des fermions ou terme de matière

Cette partie contient les termes cinétiques des champs des fermions et leurs interactions avec les bosons de jauge et ce à travers la dérivée covariante. Les fermions sont représentés en termes de multiplets de $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ par le Lagrangien :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fermion} &= \sum i\bar{\Psi} \not{D}\Psi \\ &= \bar{Q}_i D_\mu \gamma^\mu Q_i + \bar{u}_{Ri} i D_\mu \gamma^\mu u_{Ri} + \bar{d}_{Ri} i D_\mu \gamma^\mu d_{Ri} \\ &+ \bar{L}_i D_\mu \gamma^\mu L_i + \bar{e}_{Ri} i D_\mu \gamma^\mu e_{Ri}, \end{aligned} \quad (1.59)$$

où

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.60)$$

est l'opérateur dérivée covariante de jauge. Q_i et L_i ($i = 1, 2, 3$) représentent les quarks et les leptons gauchers de l'isodoublet faible, u_{Ri} , d_{Ri} et e_{Ri} représentent les quarks et les leptons droitiers de l'isosingulet faible. Ici, g' est la constante de couplage du groupe $U(1)_Y$ et λ^a sont les matrices de Gell-Mann, σ^a sont les matrices de Pauli et Y est le générateur d'hypercharge. Notez que cette dérivée covariante agit différemment sur les champs. Par exemple le champ droitier singulet de $SU(2)$ ne sent pas l'interaction $SU(2)$, le champ singlet de $SU(3)$ ne sent pas l'interaction $SU(3)$ et le champ avec l'hypercharge ne sent pas l'interaction $U(1)_Y$.

1.4.3 Le secteur de Higgs

Remarquons que l'introduction d'un terme de masse de la forme $m^2 F_\mu^i F^{\mu i}$ pour les bosons de jauge violerait l'invariance de jauge de la théorie. Afin de générer

des masses aux particules et garder les symétries conservées dans le lagrangien, un mécanisme a été proposé par Higgs-Englert-Brout-Kibble-Guralnik-Hagen, appelé mécanisme de Higgs ou de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible en présence d'un champ scalaire.

Cette partie du Lagrangien va générer la brisure spontanée de la symétrie $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ en $SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$ ou plus précisément $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$ en donnant des masses aux trois bosons de jauge W^+ , W^- et Z^0 . L'invariance du vide doit être celle de $SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$ donc une des composantes du champ scalaire doit être neutre pour la charge électrique, le doublet scalaire de Higgs de $SU(2)_L$ est alors :

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}. \quad (1.61)$$

Le champ $\Phi(x)$ est connu sous le nom de champ de *Higgs*, et le lagrangien qui lui correspond est ainsi construit :

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (1.62)$$

où

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (1.63)$$

Ce potentiel scalaire est bornée inférieurement si λ est positif. Si $\mu^2 > 0$, le champ scalaire aura une valeur non nulle au minimum :

$$\langle \Phi \rangle_0 \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.64)$$

où $v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \approx 246$ GeV est la valeur moyenne du vide (vev). Ce vide n'est pas invariant sous $SU(2)_L$:

$$\tau^a \langle \Phi \rangle_0 \neq 0, \quad Y \langle \Phi \rangle_0 \neq 0, \quad (1.65)$$

mais la combinaison linéaire :

$$Q \langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{2} (\tau^3 + Y) \langle \Phi \rangle_0 = 0, \quad (1.66)$$

où l'hypercharge $Y = 1$, choisie de manière à reproduire la charge électromagnétique donnée par la relation de Gell-Mann Nishijima [38], est invariante. Par conséquent, le groupe $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ est brisé spontanément en $U(1)_{EM}$. Nous écrivons ensuite le champ $\phi(x)$ en fonction des quatre composantes $\theta_{1,2,3}(x)$ et $H(x)$ autour du minimum $\langle \Phi \rangle_0$, et au premier ordre, nous avons :

$$\Phi(x) = e^{\frac{i}{v} \theta(x)_a \tau^a(x)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (1.67)$$

Le champ $H(x)$ représente le boson de Higgs réel et les champs $\theta_{1,2,3}$ sont des degrés de liberté non physiques appelés les bosons de Goldston de masse nulle et peuvent

être réabsorbés par une transformation de jauge dite jauge unitaire. Dans cette jauge, le champ $\Phi(x)$ peut être paramétrisé comme suivant :

$$\Phi(x) \rightarrow e^{-\frac{i}{v}\theta(x)\tau^a(x)}\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (1.68)$$

Cette direction dans l'espace $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ sera directement liée au boson de jauge sans masse par la transformation de jauge.

En développant le terme cinétique du Lagrangien (1.62), nous allons générer les termes de masse pour les bosons de jauge :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Higgs,cin}} &= (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) \\ &= \frac{1}{2}(D_\mu H)^2 + \frac{1}{8}g_2^2(v+H)^2|W_\mu^1 + iW_\mu^2|^2 + \frac{1}{8}g_1(v+H)^2|g_2W_\mu^3 + ig_1B_\mu|^2 \end{aligned} \quad (1.69)$$

En définissant les champs de jauge physiques W_μ^\pm, Z_μ et A_μ de la façon suivante :

$$W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Z_\mu = \frac{g_2W_\mu^3 - g_1B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad A_\mu = \frac{g_2W_\mu^3 + g_1B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (1.70)$$

le Lagrangien (1.69) prend la forme suivante :

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs,cin}} = \frac{1}{2}(D_\mu H)^2 + M_W W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2}M_Z Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2}M_Z A_\mu A^\mu \quad (1.71)$$

où on voit tout de suite que les masses des bosons de jauge W^+, W^- et Z^0 sont données par :

$$M_W = \frac{v}{2}g_2, \quad M_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}, \quad M_A = 0. \quad (1.72)$$

On peut relier les bosons de jauge W_μ^3 et B_μ avec les bosons physiques Z_μ et A_μ par le mélange suivant :

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.73)$$

avec θ_W est l'angle de Winberg donnés par :

$$\cos\theta_W = \frac{g_w}{\sqrt{g_w^2 + g^2}}, \quad \sin\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g_w^2 + g^2}}. \quad (1.74)$$

A partir des Eqs. (1.72) et (1.74), les masse des bosons Z^0 et W^\pm sont reliées avec l'angle de Weinberg par la relation suivante :

$$\cos\theta_W = M_W/M_Z. \quad (1.75)$$

Les valeurs expérimentales des masses $M_Z = 91,19$ GeV et $M_W = 80,40$ GeV, permettent de déduire :

$$\cos \theta_W^2 = 0.778 \quad \text{et} \quad \sin \theta_W^2 = 0.232. \quad (1.76)$$

La masse du boson de Higgs H provient de la partie du potentiel scalaire de Higgs $V(H)$ après la brisure de la symétrie :

$$V(H) = -\frac{1}{2}(2\lambda v^2)H^2 - \lambda v H^3 - \frac{1}{4}\lambda H^4, \quad (1.77)$$

et on obtient directement du premier terme de $V(H)$ la masse pour le boson de Higgs :

$$M_H = 2\lambda v^2. \quad (1.78)$$

1.4.4 Le secteur de Yukawa

En introduisant le champ de Higgs, nous avons pu générer des masses pour les bosons de jauge. Les fermions, cependant, sont restés jusqu'à maintenant sans masses, car les termes de masse de la forme $m_D \bar{\Psi}_L \Psi_R$ ne sont pas autorisés en raison de la chiralité qui brise la nature des interactions électrofaibles. Les fermions gauchers sont chargés sous $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ tandis que les fermions droitiers sont chargés uniquement sous $U(1)_Y$. Par conséquent, un terme de masse de Dirac n'est pas autorisé. Nous allons maintenant voir comment générer des masses des fermions en les couplant avec le champ de Higgs.

Contrairement aux bosons de jauge, la masse des fermions (quarks et leptons) va être générée par l'intermédiaire des termes du Lagrangien de Yukawa qui constitue la dernière pièce du lagrangien du MS qui est donné par :

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = \sum_{i=1}^3 -y_{ij}^l \bar{L}^i \Phi l_R^j - y_{ij}^d \bar{Q}^i \Phi d_R^j - y_{ij}^u \bar{Q}^i \tilde{\Phi} u_R^j + \text{ch}, \quad (1.79)$$

où y_{ij}^d et y_{ij}^u sont les composantes des matrices complexes et les indices i et j représentent les différentes générations des fermions. Le champ $\tilde{\Phi}$ étant défini comme $\tilde{\Phi} = i\tau^2 \Phi^*$. Les termes de masse dans cette expression ne sont pas diagonales dans les champs u et d , et afin d'obtenir les champs physiques une diagonalisation doit être faite. Pour ce faire, introduisons les matrices unitaires V qui transforment les champs u et d comme suivants :

$$\begin{aligned} u_L &= V_{uL} u'_L, & u_R &= V_{uL} u'_R, \\ d_L &= V_{dL} d'_L, & d_R &= V_{dL} d'_R, \end{aligned} \quad (1.80)$$

où la matrice V , connu sous le nom de matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [39, 40], définie comme :

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (1.81)$$

Lorsque le champ de Higgs Φ acquiert sa "vev", les masses pour les fermions sont identifiées aux termes :

$$M_f = \frac{v}{\sqrt{2}} y_f. \quad (1.82)$$

En d'autres termes, le couplage du boson de Higgs aux fermions est proportionnel à leurs masses :

$$g_f = \frac{\sqrt{2}}{v} M_f. \quad (1.83)$$

Comme cela a été dit, la masse du boson de Higgs dépend du paramètre de couplage λ et de la valeur moyenne du vide v . La valeur de cette dernière est déterminée par la constante de Fermi G_F , donnée par la relation suivante :

$$v = \frac{2M_W}{\sqrt{2}G_F} = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2}. \quad (1.84)$$

L'estimation actuelle de G_F , qui vient des mesures précises de la durée de vie du muon, permet de déterminer $v \simeq 246$ GeV. D'autre part, le modèle n'est pas prédictif sur la valeur du paramètre λ , donc la masse de la particule de Higgs est un paramètre libre de la théorie.

1.5 Contraintes théoriques sur la masse du boson de Higgs

Comme mentionné dans la section (1.4.3), la masse du boson de Higgs est le seul paramètre libre inconnue dans le modèle standard. Les calculs théoriques de la théorie des perturbations ont mis certaines contraintes sur elle. Le mécanisme de Higgs établit une relation entre m_h et l'auto-couplage du Higgs λ : $m_h^2 = 2\lambda v^2$ où λ est inconnue. Cependant, des arguments issus de la théorie comme l'unitarité, trivialité et la stabilité du vide fournissent des limites sur la masse afin que la théorie soit stable et cohérente.

1.5.1 Unitarité

En l'absence d'une particule de Higgs ou d'un autre mécanisme, des violations des unitarités apparaissent dans certaines amplitudes de diffusion à des énergies de l'ordre de quelques TeV. En particulier, les amplitudes impliquant des bosons de jauge longitudinales (ceux qui sont directement liées au secteur de Higgs) sont affectées. Après décomposition de l'amplitude en ondes partielles et imposer l'unitarité en ondes partielles, il est possible de déduire une borne sur la masse du Higgs. Afin d'étudier l'unitarité de ces amplitudes on utilise une décomposition en ondes partielles :

$$\mathcal{A} = 16\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) a_l, \quad (1.85)$$

où a_l est l'onde partielle de spin l et $P_l(\cos\theta)$ sont les polynômes de Legendre. En termes d'amplitudes d'ondes partielles a_l , la section efficace de diffusion correspondante à \mathcal{A} peut être calculée comme :

$$\sigma = \frac{16\pi}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l|^2, \quad (1.86)$$

où nous avons utilisé l'orthogonalité des polynômes de Legendre. En utilisant le théorème optique, nous pouvons imposer la contrainte d'unitarité en écrivant :

$$\sigma = \frac{1}{s} \text{Im}[\mathcal{A}(\theta = 0)], \quad (1.87)$$

où $\mathcal{A}(\theta = 0)$ indique l'amplitude de diffusion dans la direction vers l'avant. Cela implique que :

$$|a_l|^2 = \text{Re}(a_l)^2 + \text{Im}(a_l)^2 = \text{Im}(a_l) \rightarrow |\text{Re}(a_l)| \leq \frac{1}{2}. \quad (1.88)$$

Via l'Eq. (1.88), différentes amplitudes a_l peuvent fournir des contraintes sur la masse M_H . À titre d'exemple, prenons l'amplitude de diffusion $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$:

$$\mathcal{A}(W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-) \sim -\frac{M_H^2}{v^2} \left(\frac{s}{s - M_H^2} + \frac{t}{t - M_H^2} \right), \quad (1.89)$$

l'amplitude d'onde partielle a_0 correspondante est :

$$a_0 = \frac{1}{16\pi s} \int_{-s}^0 \mathcal{A} dt = -\frac{M_H^2}{8\pi v^2} \left[2 + \frac{M_H^2}{s - M_H^2} - \frac{M_H^2}{s} \log \left(1 + \frac{s}{M_H^2} \right) \right]. \quad (1.90)$$

Dans la limite de haute énergie ($M_H \ll s$), a_0 se réduit à :

$$a_0 \rightarrow -\frac{M_H^2}{8\pi v^2}. \quad (1.91)$$

En demandant la condition de l'unitarité $|\text{Re}(a_0)| \leq 1/2$ on obtient une borne supérieure sur la masse du Higgs :

$$m_h \lesssim 860 \text{ GeV}. \quad (1.92)$$

D'autres relations plus contraignantes peuvent être obtenus à partir de différentes amplitudes de diffusion des bosons de jauge longitudinaux. Par exemple, en considérant le canaux $W_L^+ W_L^- \rightarrow Z_L Z_L$, on peut abaisser la limite à :

$$M_H \lesssim 710 \text{ GeV}. \quad (1.93)$$

En prenant différents points de vue, nous pouvons observer que s'il n'y a pas de boson de Higgs, ou de façon équivalente si $M_H \gg s$, l'Eq. (1.88) donne des indications sur

l'échelle critique s_c au-dessus de laquelle il faut s'attendre à une nouvelle physique. En effet, considérant à nouveau la diffusion $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$, nous voyons que pour $M_H^2 \gg s$:

$$a_0 \rightarrow -\frac{s}{32\pi v^2}, \quad (1.94)$$

à partir de laquelle, en utilisant l'Eq. (1.88), nous obtenons :

$$\sqrt{s_c} < 1.8 \text{ TeV}. \quad (1.95)$$

En utilisant d'autres canaux plus contraignants, la borne peut être réduite à :

$$\sqrt{s_c} < 1.2 \text{ TeV}. \quad (1.96)$$

L'Eq. (1.96) nous dit que la nouvelle physique devrait être située autour de 1-2 TeV, soit exactement dans la gamme des énergies qui seront explorées par le Tevatron et LHC. Ou encore sans un boson de Higgs, il doit y avoir une nouvelle physique qui restaure l'unitarité perturbative quelque part en dessous d'une échelle d'énergie de 1.7 TeV. En d'autres termes, certaines nouvelle physique au-delà du MS devraient se manifester à des énergies au TeV pour restaurer l'unitarité dans les amplitudes de diffusion des bosons de jauge longitudinaux. C'est pourquoi nous sommes confrontés à deux possibilités : soit de nouvelles physique devraient se manifester à l'échelle de TeV si le boson de Higgs est très massif (ou n'exister pas du tout), ou la brisure d'unitarité est annulée par les grands termes d'ordre élevé qui signalent l'échec de la théorie des perturbation et la perte du pouvoir prédictif du MS. La dernière possibilité est bien sûr un cauchemar que nous éviterions, puis nous avons deux conclusions raisonnables finales :

- i) le boson de Higgs existe du MS, sa masse devrait être délimitée, $M_H \sim 710 \text{ GeV}$, afin de conserver l'unitarité.
- ii) le boson de Higgs du MS est très massif ou n'existe pas : alors les nouveaux effets physiques sont à émerger à l'échelle du TeV.

1.5.2 Trivialité

Une autre façon d'imposer une limite sur la masse du Higgs est assurée par l'analyse de la trivialité du potentiel de Higgs. Considérons le secteur scalaire de la théorie du MS dans lequel le potentiel est donné par :

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^2 + \lambda \phi^4, \quad (1.97)$$

où le couplage est quartique $\lambda = M_H^2/2v^2$. La dépendance du couplage quartique λ en l'échelle d'énergie (Q) est régie par l'équation du groupe de renormalisation :

$$\frac{d\lambda(Q)}{dQ^2} = \frac{3}{4\pi^2} \lambda^2(Q). \quad (1.98)$$

L'équation d'évolution de λ peut ensuite être facilement résolue et donne :

$$\lambda(Q) = \frac{\lambda(Q_0)}{1 - \frac{3}{4\pi^2} \lambda(Q_0) \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right)}. \quad (1.99)$$

Cette équation indique que le couplage quartique λ diminue pour des petites énergies et augmente pour des grandes énergies. Par conséquent, dans le régime de faible énergies le couplage disparaît et la théorie devient trivial, c-à-d non-interactive. Dans le régime de grandes énergies, d'autre part, la théorie devient non perturbative, puisque le couplage λ augmente, et elle peut rester perturbative seulement si λ est remis à zéro, c'est à dire que si la théorie est trivial.

Lorsque l'échelle d'énergie Q augmente, le dénominateur dans l'Eq. (1.99) peut disparaître, dans ce cas, $\lambda(Q)$ frappe un poteau, devient infinie, et une condition de trivialité doit être imposée. Ceci est évité en imposant que le dénominateur dans l'Eq. (1.99) ne s'annule jamais, c'est à dire que $\lambda(Q)$ est toujours fini et $1/\lambda(Q) > 0$. Cette condition donne une limite supérieure explicite sur M_H :

$$M_H^2 < \frac{8\pi^2 v^2}{3 \log \left(\frac{\Lambda^2}{v^2} \right)}, \quad (1.100)$$

obtenue à partir de l'Eq. (1.99) en posant $Q = \Lambda$, l'échelle de la nouvelle physique, et $Q_0 = v$, l'échelle électrofaible. Exigeant qu'il n'y ait pas de nouvelle physique au-dessous de 10^{16} GeV donne une limite supérieure approximative sur la masse du boson de Higgs :

$$M_H < 160 \text{ GeV}. \quad (1.101)$$

Ces résultats sont obtenus en considérant seulement une théorie scalaire, c-à-d lorsque les couplages de jauge et de Yukawa sont négligés. Les physique change de façon spectaculaire quand on couple la théorie aux fermions et bosons du MS car le couplage mobile λ est régi par plusieurs interactions. Comme le couplage de Higgs aux fermions et aux bosons de jauge est proportionnelle à leurs masses, le couplage le plus pertinent correspond aux particules les plus lourdes. Incluant les ordres les plus bas de tous les couplages pertinents (couplages de quark top et des bosons de jauge), l'Eq. (1.98) pour le couplage mobile $\lambda(Q)$ à l'échelle de l'énergie Q devient [29] :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} \left[12\lambda^2 + 12\lambda g_t^2 - 12g_t^4 - \frac{3}{s} \lambda(3g^2 + g^2) + \frac{3}{16} (2g^4 + (g'^2 + g^2)^2) \right] \quad (1.102)$$

où $t = \ln(Q^2/Q_0^2)$ est le logarithme du rapport de l'échelle d'énergie Q^2 et une certaine échelle de référence Q_0 , $g_t = m_t/v$ est le couplage quark-top de Yukawa. Nous voyons que lorsque M_H devient grand, λ augmente également (puisque $M_H = 2\lambda v^2$) et le premier terme de l'Eq. (1.102) domine :

$$\frac{d\lambda}{dt} \simeq \frac{1}{16\pi^2} \left[12\lambda^2 + 12\lambda g_t^2 - \frac{3}{s} \lambda(3g^2 + g^2) \right], \quad (1.103)$$

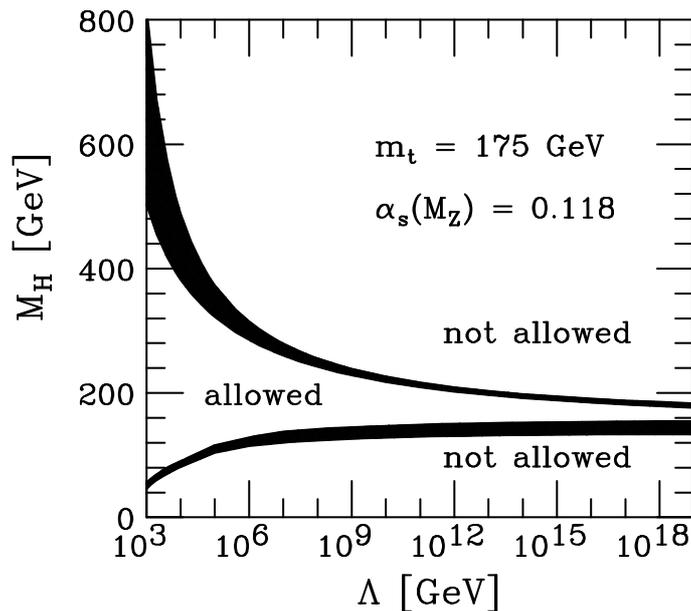


FIGURE 1.3 – Contraintes théorique sur la masse du boson de Higgs provenant de la définition de l'échelle d'énergie choisie Λ_{NP} . La borne haute de l'incertitude sur la masse du boson de Higgs provient de la trivialité et de l'unitarité (régime perturbatif). La limite basse est une borne provenant de la stabilité de l'état du vide fondamental du H. La largeur de la bande exprime l'incertitude théorique sur la valeur de la masse du boson de Higgs aux limites. La gamme de masse accessible au boson de Higgs se trouve entre les deux bandes.

1.5.3 Stabilité du vide

D'autre part, pour des petites masses M_H , c-à-d pour les petites valeurs de λ , le dernier terme de l'Eq. (1.102) domine et l'évolution de $\lambda(Q)$ est :

$$\lambda(\Lambda) = \lambda(v) - \frac{3}{4\pi^2} y_t^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{v^2} \right). \quad (1.104)$$

Pour assurer la stabilité de l'état de vide de la théorie, nous devons exiger que $\lambda(\Lambda) > 0$ (la stabilité du potentiel de Higgs nécessite que $\lambda(\Lambda) > 0$), ce qui donne une limite inférieure sur M_H :

$$\lambda(\Lambda) > 0 \rightarrow M_H^2 > \frac{3v^2}{2\pi^2} y_t^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{v^2} \right). \quad (1.105)$$

Des analyses plus précises incluent des corrections quantiques d'ordre supérieur dans le potentiel scalaire.

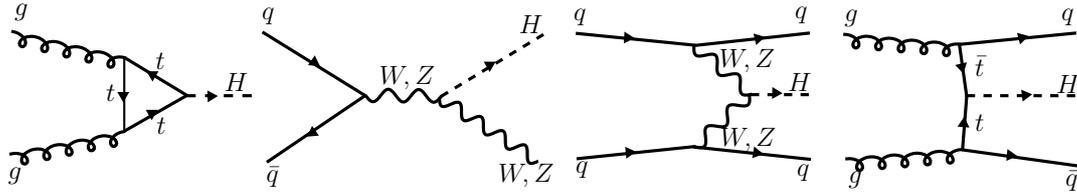


FIGURE 1.4 – Diagrammes de Feynman au premier ordre représentant les modes majeurs de production du boson de Higgs du MS dans les collisions à haute énergie au LHC.

1.6 La recherche du boson de Higgs au LHC

Les couplages du boson de Higgs aux autres particules du MS sont déterminés par la théorie, ce qui permet le calcul des sections efficaces de production et des rapports d'embranchement. Le boson de Higgs couple directement à toutes les particules massives : son couplage aux fermions est linéaire en la masse des fermions, et son couplage aux bosons faibles est quadratique en la masse des bosons faibles. Des couplages indirectes aux bosons de masse nulle (photons et gluons) sont également possibles : à l'ordre le plus bas, ils proviennent de diagrammes de Feynman ayant une boucle intermédiaire avec une particule massive. En conséquence de ces règles de couplage, en général, les diagrammes qui contribuent de plus à la production ou à désintégration du boson de Higgs sont ceux impliquant les bosons faibles ou les fermions lourds.

1.6.1 Les principaux modes de production

Au LHC, les mécanismes de production dominants du boson de Higgs sont la fusion gluon-gluon ($gg \rightarrow h$), la fusion de bosons vecteurs ($qq \rightarrow V^*V^* \rightarrow qqh$), la production associée à vecteur bosons ($q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$) et de la production associée avec paires de quarks top ($gg, q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}h$). Les sections efficaces concernant les mécanismes de production en fonction de la masse du boson de Higgs sont présentées dans la Fig. (1.5) et les diagrammes de Feynman correspondants peuvent être vu dans la Fig. (1.4). Bien qu'il soit un processus induit par l'intermédiaire d'une boucle de quarks top, la fusion de gluons domine la production du boson de Higgs pour toute la gamme de masse du boson de Higgs (jusqu'à 1 TeV) en raison de la densité de gluons qui est beaucoup plus importante dans le proton que la densité des quarks au LHC. Les sections efficaces de production du boson de Higgs en fonction de sa masse au LHC sont présentées dans la Fig. (1.5). Cependant ce canal souffre de grandes corrections de QCD aux ordres plus élevés et des incertitudes concernant les fonctions de structure du gluon. Les corrections sont connues à jusqu'au *next-to-next-to-leading order* (NNLO) [27, 28] et sont incluses dans la Fig. (1.5). Ces corrections à ce processus augmentent la section totale de 50 – 100% et l'incertitude théorique est d'environ 10% [30]. Des corrections électrofaibles sont implémentées

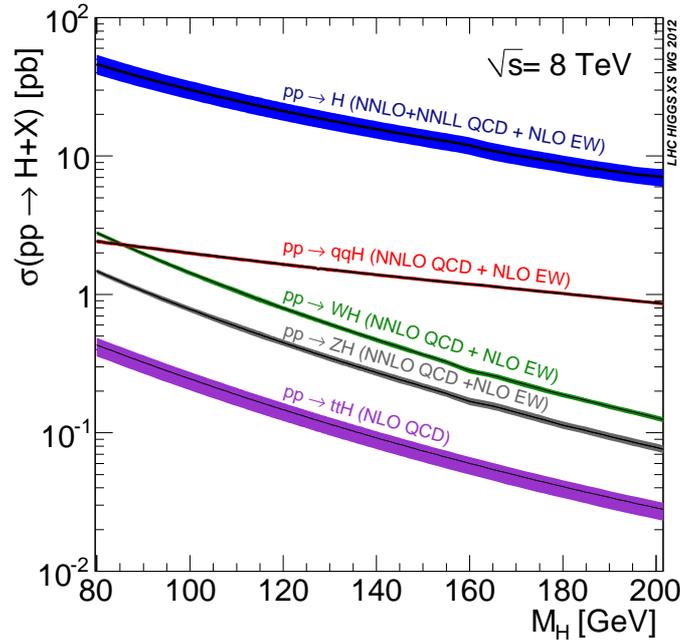


FIGURE 1.5 – Les différents modes de production du boson de Higgs du MS les plus importants avec les section efficaces correspondantes au LHC.

au NLO.

Le mécanisme de production avec la deuxième plus grande section efficace est la fusion des bosons vecteurs (Z, W^\pm). Il passe par une paire de quarks rayonnant deux bosons W^\pm/Z qui se combinent pour produire un boson de Higgs. La section efficace de production VBF est calculée avec une précision NNLO.

Les mécanismes de production restantes sont tous des processus de production associés (VH) avec une paire de quarks top ou un boson W^\pm/Z , avec des sections efficaces plus faibles. Le Higgs est produit quand il est rayonné par un boson W^\pm/Z ou directement à partir d'une paire de quark $t\bar{t}$. Ces productions ont été calculées avec des corrections QCD au NNLO et des corrections électrofaibles au NLO pour le premier cas et avec une précision NLO dans le dernier cas.

1.6.2 Les principaux modes de désintégration

La désintégration du boson de Higgs dépend fortement de sa masse. Dans la région de faible masse inférieure à 135 GeV les désintégrations aux fermions dominent, en particulier en $b\bar{b}$ et $\tau\tau$. Aux masses plus élevées, au-dessus de 135 GeV, les désintégrations du boson de Higgs en WW et ZZ deviennent dominantes. Les rapports d'embranchement des différents canaux de désintégration du boson de Higgs en fonction de sa masse M_H sont présentés dans le panneau gauche de la Fig. (1.6).

Pour des masses de Higgs inférieures à 140 GeV/ c^2 , le canal de désintégration dominant du boson de Higgs est celui d'une paire de quarks b . Tout d'abord $b\bar{b}$

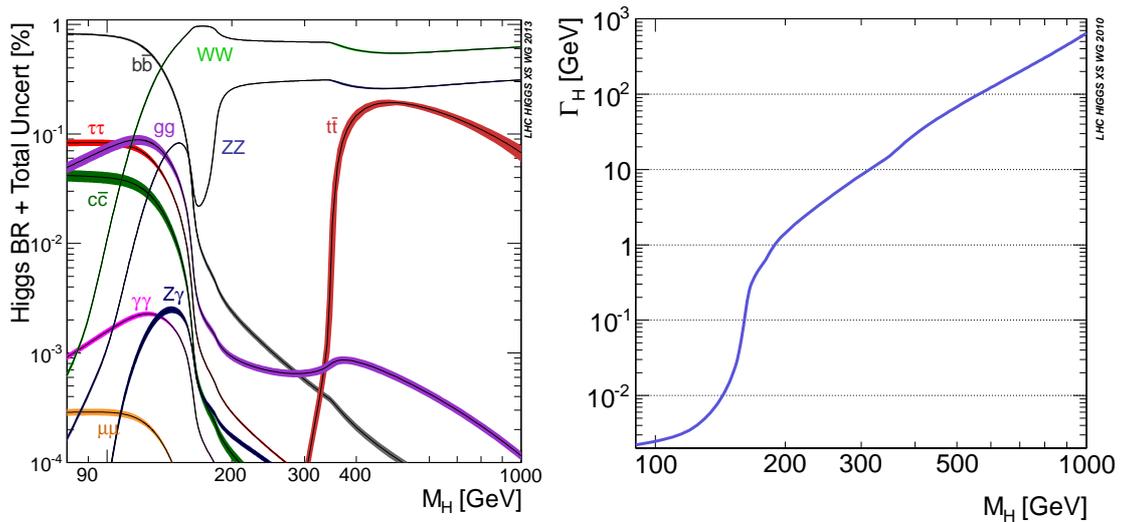


FIGURE 1.6 – Les différents modes de désintégration du boson de Higgs du MS avec les rapports d’embranchement correspondants en fonction de M_H . Largeur partielle de désintégration du boson de Higgs en fonction de sa masse M_H .

vient avec un rapport d’embranchement à partir de 80% à 90 GeV et va ensuite lentement avec l’augmentation de la masse du boson de Higgs où les désintégrations en WW et ZZ vont en augmentation. Pour des masses de Higgs supérieures à $140 \text{ GeV}/c^2$, les désintégrations en bosons vecteurs sont dominantes. Après $b\bar{b}$ nous avons les désintégrations $\tau\tau$ inférieures d’environ de 1 ordre de grandeur. Enfin, dans la région de faible masse, nous avons les modes de désintégration $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ qui sont introduites par une boucle de WW ou $t\bar{t}$. En revanche, les désintégrations en paires de photons sont moins fréquentes car le couplage $h\gamma\gamma$ est interdit au premier ordre, mais sont particulièrement intéressantes du fait qu’elles reçoivent des rapports d’embranchement importantes pour un Higgs léger ($m_H \lesssim 150 \text{ GeV}$) avec un signal assez clair (bonne résolution du calorimètre électromagnétique du détecteur ATLAS).

En plus du rapport d’embranchement, la largeur de désintégration du boson de Higgs varie considérablement avec sa masse M_H . Pour une faible masse, la largeur de désintégration est aussi bas que 10 MeV. Comme la masse augmente, la largeur augmente rapidement pour atteindre 1 GeV à $M_H = 200 \text{ GeV}$ et 100 GeV pour $M_H = 500 \text{ GeV}$. La largeur de désintégration du boson de Higgs en fonction de sa masse M_H est représentée dans le panneau droit de la Fig. (1.6).

1.7 Au-delà du Modèle Standard

1.7.1 Les lacunes du modèle standard

Malgré son énorme succès en décrivant la quasi totalité des données expérimentales disponibles connues aujourd’hui, le modèle standard des interactions fortes et

électrofaible, qui intègre le mécanisme de Higgs pour la génération des masses des bosons de jauge et des fermions, est largement considéré comme étant une théorie effective valable qu'à des énergies actuellement accessibles. Outre le fait qu'il ne dit rien sur la quatrième force fondamentale de la nature, la force gravitationnelle, il souffre de quelques problèmes graves qui appellent à de nouvelles physiques à l'échelle du TeV. Ici, nous présentons certaines de ces problèmes :

Le problème de hiérarchie des masses

Les corrections radiatives au carré de la masse M_H^2 du boson de Higgs sont quadratiquement divergentes en l'échelle de coupure Λ , l'échelle à laquelle le MS devient invalide et une nouvelle physique devrait apparaître. A une boucle, la contribution des N_f fermions de masse m_f ayant un couplage de Yukawa $\lambda_f = \sqrt{2}m_f/v$ à ces corrections est de la forme :

$$\Delta M_H^2 = N_f \frac{\lambda_f^2}{8\pi^2} \left[-\Lambda^2 + 6m_f^2 \log \frac{\Lambda}{m_f} - 2m_f^2 \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right). \quad (1.106)$$

Si nous avons choisi l'échelle de coupure Λ comme l'échelle de GUT, $M_{GUT} \sim 10^{16}$ GeV, ou l'échelle de Planck, $M_P \sim 10^{18}$ GeV, la masse du boson de Higgs qui, en raison des contraintes expérimentales, devrait être de l'ordre de l'échelle de brisure de la symétrie électrofaible ($v \simeq 250$ GeV), aura tendance à être proche de la très grande échelle Λ et elle ainsi devient énorme. C'est ce qu'on appelle le problème de la hiérarchie de la masse du boson de Higgs. Pour que le boson de Higgs reste relativement léger, au moins $M_H < 1$ TeV, nous devons ajouter un contreterme à la masse au carré et de l'ajuster avec une précision de $\mathcal{O}(10^{-30})$, ce qui semble très innaturel. C'est ce qu'on appelle la naturalité ou le problème du réglage fin (fine-tuning) [5]. Ce problème est lié au problème de la hiérarchie, qui fait référence au fait qu'il n'y a pas d'explication dans le MS pourquoi l'échelle de GUT est d'autant plus grande que l'échelle électrofaible, $\Lambda \gg v$.

Le problème de d'unification

La représentation mathématique du MS est le produit direct de trois groupes de jauge distincts $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, mais avec des constantes de couplage différentes et ne fournit pas une unification des interactions électrofaibles et fortes. On s'attend à ce que cette unification se produit à une échelle d'énergie beaucoup plus grande, où un groupe de jauge unique, par exemple $SU(5)$ ou $SO(10)$, peut décrire les trois forces dans une grande théorie unifiée plus fondamentale. Sur la base des mesures effectuées jusqu'ici, l'extrapolation des constantes de couplage mesurées à des énergies plus élevées en utilisant les équations du groupe de renormalisation montrent que ces couplages ne se rencontrent pas une valeur commune et donc il n'y a pas de vraie unification des couplages de jauge du MS. C'est ce qu'on appelle aussi le problème de l'unification.

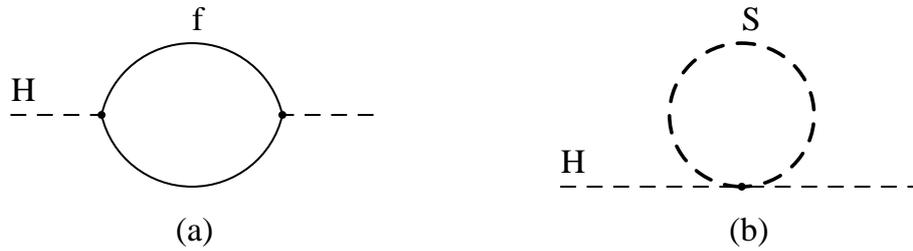


FIGURE 1.7 – Corrections à une boucle du carré de la masse du boson de Higgs (a) dûe au fermion, (b) dûe au boson scalaire.

Le problème de l'énergie noire et de la matière noire

Le MS est capable d'expliquer seulement 4% de la matière présente dans l'univers. Des observations cosmologiques indiquent qu'environ 24% de 96% de la matière manquante devrait être la matière noire, tandis que le reste devrait être l'énergie noire. La matière noire se comporte exactement comme l'autre matière que nous connaissons, mais elle interagit faiblement avec les champs du MS. L'énergie noire est une densité d'énergie constante pour le vide. Bien que nous ayons connu cela expérimentalement, le MS ne peut pas expliquer la quantité de matière noire.

Oscillation des neutrinos

Parmi les majeures observations qui ne sont pas expliquées dans la théorie du MS on cite le problème d'oscillation des neutrinos qui exige à les considérer massifs. L'extension la plus minime du MS serait donc d'ajouter des neutrinos droitiers quand on serait en mesure de d'écrire les termes de masse de Majorana pour les neutrinos. Il est intéressant de souligner que les limites plus strictes sur l'échelle de masse des neutrinos proviennent des mesures cosmologiques et non pas à partir des expériences sur les neutrinos.

1.7.2 Quelques extensions du modèle standard

Donc, il ya de nombreuses raisons de croire qu'il existe une physique au-delà du MS. Ainsi, plusieurs théories développées sur la base des lacunes du MS ont été proposées pour couvrir ses défauts. Parmi ces théories nous avons :

La supersymétrie

Le problème hiérarchique du MS est le plus important sur la stabilisation de la masse du boson de Higgs. La supersymétrie (SUSY) est l'une des théories proposées pour résoudre ce problème. La supersymétrie stipule que s'il y a un partenaire bosonique pour chaque fermion et vice-versa, les corrections quadratiques de

la masse du boson de Higgs s'annulent. Par exemple, la correction due à une boucle fermionique telle que celle montrée dans la Fig. (1.7.a) est :

$$\Delta m_H = -\frac{y_f^2}{8\pi^2} \{2\Lambda^2 + 6m_f^2 \ln(\Lambda/m_f) + \dots\}, \quad (1.107)$$

où Λ est une coupure ultraviolette utilisée pour représenter l'échelle à laquelle le MS reste valide, i.e. l'échelle à laquelle la nouvelle physique apparaît. On voit donc que la masse du Higgs diverge quadratiquement avec Λ et, si on suppose que le MS reste valide jusqu'à l'échelle de Planck, $M_P \simeq 10^{19}$ GeV, alors $\Lambda = M_P$ est cette correction est de 10^{30} fois plus grande que la valeur raisonnable du carré de la masse du Higgs, à savoir 10^2 GeV². En plus, il y a une correction similaire venant de la boucle scalaire, telle que celle montrée dans la Fig. (1.7.b) :

$$\Delta m_H = \frac{\lambda_S}{16\pi^2} \{\Lambda^2 + 6m_S^2 \ln(\Lambda/m_S) + \dots\}, \quad (1.108)$$

où λ_S est le couplage quartique au boson de Higgs. En comparant (1.107) et (1.108), on voit que les termes des contributions divergentes $\propto \Lambda^2$ sont supprimées si, pour chaque boucle fermionique de la théorie il y a également une boucle scalaire avec $\lambda_S = 2y_f$ et le problème de hiérarchie est techniquement résolu. Donc la théorie des champs supersymétriques n'a pas de divergences quadratiques. On peut généraliser l'argument en incluant les contributions des autres particules du MS dans les corrections radiatives à M_H en introduisant des partenaires fermioniques aux bosons W^\pm/Z et au boson de Higgs, et en ajustant leur couplages avec celui du boson de Higgs, toutes les corrections quadratiques à la masse du boson de Higgs divergentes sont annulées.

De même, il est possible dans ce nouveau cadre de faire converger les trois constantes de couplage des trois interactions du MS vers une valeur unique, à l'échelle de grande unification Λ_{GUT} . Comme on le voit sur le panneau gauche de la Fig. (1.8), il a été reconnu depuis longtemps que, avec une normalisation canonique de $5/3$ pour $U(1)_Y$, les trois couplages de jauge du MS évolués selon les équations du groupe de renormalisation ne parviennent pas à s'unifier à la même échelle sans introduire une nouvelle physique, ce qui signifie souvent la mise en place de nouvelles particules entre l'échelle électrofaible échelle et l'échelle de la grande d'unification Λ_{GUT} . Cependant, comme il est montré dans le panneau de droite de la Fig. (1.8), lorsqu'on fait inclure les particules supersymétriques dans l'évolution des couplages, ils convergent exactement à la même échelle d'énergie 2×10^{16} GeV [41, 42].

Les modèles de dimensions supplémentaires

Les modèles de dimensions supplémentaires fournissent également un moyen de résoudre le problème de hiérarchie. L'essence de ce modèle est que la faiblesse apparente de la gravité à des échelles de longueur macroscopique est due à la présence de dimensions supplémentaires. L'idée de ces modèles provient des théories des supercordes, qui incluent des dimensions supplémentaires, en se basant sur l'hypothèse

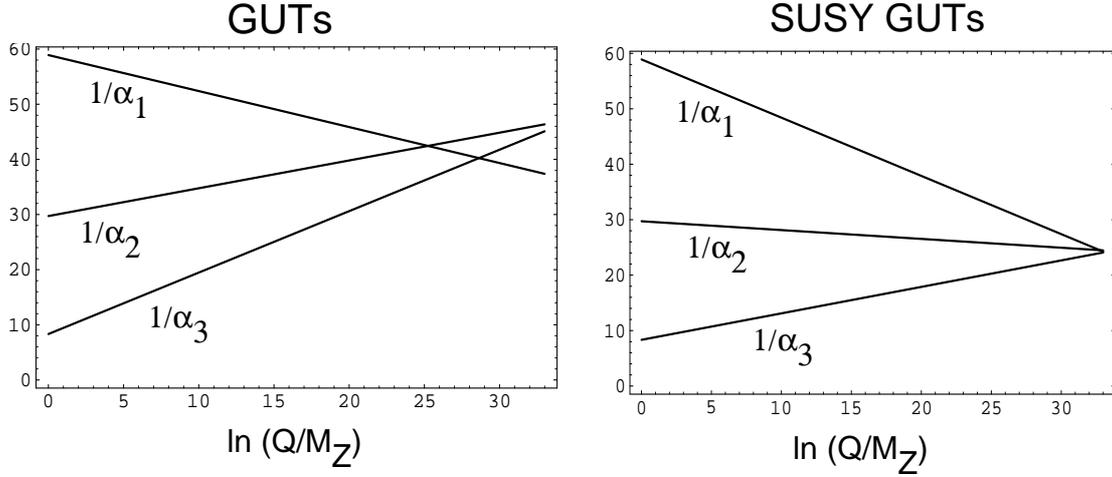


FIGURE 1.8 – Comparaison à l’ordre le plus bas de la convergence des couplages de jauge dans le MS et dans le MSSM [105].

disant que les dimensions supplémentaires sont compacts (la géométrie de l’espace est le produit de quatre dimensions de Minkowski avec un cercle). Par exemple, une dimension supplémentaire peut être fini de sorte que le déplacement le long de cette dimension nous ramène à notre emplacement d’origine, comme se déplacer autour d’un cercle. Cela signifie qu’à chaque point de l’espace-temps, il existe un cercle supplémentaire de rayon R_c , orthogonal à tous les quatre dimensions d’espace-temps. Une conséquence importante de cette compactification est la quantification de la composante dynamique le long de la dimension supplémentaire. Prenons l’exemple d’une dimension supplémentaire, le volume de la dimension supplémentaire est $2\pi R_c$ et ainsi toutes les fonctions d’onde doivent être périodiques sous $y \rightarrow y + 2\pi R_c$, c’est-à-dire :

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{1}{2\pi R_c} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \phi^n(x^\mu) e^{\frac{iny}{R_c}}. \quad (1.109)$$

Maintenant ce champ à cinq dimensions sans masse satisfait l’équation de Klein-Gordon :

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 - \partial_y^2)\Phi(x^\mu, y) = 0. \quad (1.110)$$

La combinaison de ces deux équations donne :

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 - \frac{n^2}{R_c^2})\phi(x^\mu) = 0. \quad (1.111)$$

Il s’agit d’une équation de Klein-Gordon pour un champ scalaire de masse $M = \frac{n^2}{R_c^2}$. Ici n est le nombre quantique discret qui correspond à l’impulsion quantifiée dans

la cinquième dimension compactifiée. Cela nous donne un exemple de la réduction de "Kaluza-Klein". Les idées de compactification et la réduction de Kaluza-Klein forment la base de tous les modèles de dimensions supplémentaires. Les plus populaires et les plus utilisés dans les recherches actuelles il y a le modèle de Arkani Hamed-Dimopoulos-Dvali (ADD), Randall-Sundrum (RS).

De nombreux modèles de dimensions supplémentaires ont été établis par la suite à la base des idées de compactification et la réduction de Kaluza-Klein pour expliquer les phénomènes de dimension supplémentaires et résoudre le problème de la hiérarchie. Malheureusement, en commun avec la plupart des propositions de la physique au-delà du MS, une prédiction de la plupart de ces théories est une très grande valeur pour la densité d'énergie du vide ou constante cosmologique, ce qui est en contradiction avec la très faible valeur calculée par les cosmologistes.

Le modèle de la technicouleur

Il y a également le modèle de la technicouleur proposé par Farhi et Susskind. Ce modèle inspiré de la QCD est basé sur l'hypothèse disant que la brisure spontanée de la symétrie électrofaible dans le MS est dû à un condensat de fermions en interaction forte plutôt qu'au secteur de Higgs qui est absent dans ce modèle. La technicouleur, postule donc l'existence d'une nouvelle interaction forte dictée par une symétrie de jauge non-abélienne $SU(N)_T$ dont l'échelle d'énergie est de l'ordre de TeV. Cette force de technicouleur est asymptotiquement libre, mais elle confine des techni-fermions à des énergies inférieures à environ 1 TeV, à l'instar de la QCD qui confine les quarks en-deçà de 1 GeV. Le rôle du Higgs est joué par un état composé de techni-méson et l'on parle d'une brisure dynamique de la symétrie électrofaible.

Chapitre 2

Théorie des champs conformes et théories effectives

Comme il est dit dans l'introduction, le modèle des *Unparticles* est considéré comme étant une théorie effective des champs invariante conforme à quatre dimensions, il est donc judicieux de passer en revue de quelques aspects de base des théories quantique des champs conformes et ses implications concernant les théories des champs classiques et quantiques et par la suite de l'approche des théories des champs effective et présenter ces techniques et éléments principaux.

2.1 Théorie quantique des champs conformes

Nous allons rapidement présenter uniquement les éléments très essentiels des théorie des champs conformes à quatre dimensions dont nous avons besoin par la suite, sans faire aucune tentative pour donner une image complète de ce sujet plutôt vaste. Les développements n'ont pas leurs places ici et le lecteur intéressé est renvoyé à l'abondante littérature consacrée à ce sujet. Il est donc conçu comme une entrée facile pour le reste de la thèse et résume les connaissances que l'on retrouve dans de nombreux manuels sur les théories conformes. Le coeur de la discussion porte alors sur les conséquences de l'action de ce groupe de symétrie sur la structure des fonctions de corrélation des théories de champs invariantes conformes et de montrer son impact sur la théorie des Unparticles à travers la structure des propagateurs ainsi que celle de l'espace de phase.

2.1.1 Les transformations conformes dans l'espace de Minkowski

Considérons l'espace-temps de Minkowski \mathcal{M}_D de dimension D muni de la métrique $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1)$. Sous une transformation générale des coordonnées, $f : x \rightarrow$

x' , le tenseur métrique se transforme comme :

$$\eta_{\mu\nu}(x) \mapsto \eta'_{\mu\nu}(x') = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} \eta_{\alpha\beta}(x). \quad (2.1)$$

La transformation f est dite conforme, si elle laisse la métrique invariante à un facteur d'échelle local près $\Omega(x) > 0$:

$$\eta'_{\mu\nu}(x') = \Omega(x) \eta_{\mu\nu}(x). \quad (2.2)$$

Le nom conforme découle du fait que ces transformations préservent les angles entre deux vecteurs, mais ils peuvent changer leurs longueurs respectives. La relation (2.2) est équivalente à :

$$ds'^2 = \Omega(x) ds, \quad (2.3)$$

nous disons que la transformation conforme préserve la structure du cône de lumière. Cela exclut la symétrie conforme comme étant une symétrie d'une théorie impliquant des particules massives. Si des particules massives sont inclus, la condition $\Omega(x) = 1$ doit être imposée qui restreint la symétrie du sous-groupe de Poincaré. L'ensemble de transformations conformes sont obtenues en résolvant l'ensemble d'équations différentielles correspondant à ce qui suit :

$$\Omega(x) \eta_{\mu\nu}(x) = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} \eta_{\alpha\beta}(x). \quad (2.4)$$

Pour ce faire, considérons la transformation infinitésimale suivante :

$$x'^\mu = x^\mu + \varepsilon^\mu(x), \quad (2.5)$$

qui mène à la condition suivante :

$$\partial_\nu \varepsilon^\mu(x) + \partial_\mu \varepsilon^\nu(x) = f(x) \eta_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

où $f(x) = \Omega(x) - 1$. Les équations (2.6) donnent :

$$(D - 2) \partial_\alpha \partial_\beta f(x) = 0, \quad (2.7)$$

$$\partial^\mu \partial_\nu \varepsilon_\alpha(x) = \frac{1}{2} (D - 2) \partial_\alpha f(x). \quad (2.8)$$

Pour chaque solution de l'Eq. (2.6) correspond une transformation conforme infinitésimale. Donc pour $D = 2$, l'Eq. (2.6) admet une infinité de solutions, par conséquent le groupe conforme est de dimension infinie. Par contre, lorsque $D \geq 3$, $f(x)$ est au plus linéaire en x et, par conséquent, $\varepsilon_\mu(x)$ est au plus quadratique en x . Ces transformations forment donc un groupe conforme de dimension finie. La solution générale pour $\varepsilon_\mu(x)$ satisfaisant les contraintes (2.7) et (2.8) est de la forme suivante

$$\varepsilon^\mu = a^\mu + \omega^{\nu\mu} x_\nu - \lambda x^\mu + c_\nu (2x^\mu x^\nu - \eta^{\mu\nu} x^2). \quad (2.9)$$

Dans l'Eq. (2.9), chaque paramètre correspond à une transformation infinitésimale, $x'^\mu = x^\mu + \varepsilon^\mu(x)$, bien définie. Ordonnons les différents cas comme suivant :

- $\varepsilon^\mu = a^\mu$ $D + 1$ translations.
- $\varepsilon^\mu = \lambda x^\mu$ 1 transformation d'échelle (dilatations).
- $\varepsilon^\mu = \omega^{\nu\mu} x_\nu$ $\frac{1}{2}D(D + 1)$ rotations.
- $\varepsilon^\mu = c_\nu(2x^\mu x^\nu - \eta^{\mu\nu} x^2)$ $D + 1$ transformations conformes spéciales.

Les transformations finies qui leur sont correspondantes sont respectivement :

$$\begin{aligned}
x'^\mu &= x^\mu + a^\mu & \Omega(x) &= 1, \\
x'^\mu &= x^\mu + \omega^{\nu\mu} x_\nu & \Omega(x) &= 1, \\
x'^\mu &= x^\mu + \lambda x^\mu & \Omega(x) &= \lambda^{-2}, \\
x'^\mu &= \frac{x^\mu - c^\mu x^2}{1 - 2c \cdot x + c^2 x^2} & \Omega(x) &= (1 - 2c \cdot x + c^2 x^2)^2,
\end{aligned} \tag{2.10}$$

et les générateurs du groupe conforme correspondant à chaque transformation de (2.10) sont respectivement :

$$\begin{aligned}
P_\mu &= -i\partial_\mu & \text{translations,} \\
D &= -ix^\mu \partial_\mu & \text{dilatations,} \\
M_{\mu\nu} &= i(x_\mu \partial_\nu - x_\nu \partial_\mu) & \text{rotations,} \\
K_\mu &= -i(2x_\mu x^\nu \partial_\nu - x^2 \partial_\mu) & \text{TCS,}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

vérifient l'algèbre de Poincaré suivante :

$$\begin{aligned}
[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] &= -i[g_{\mu\sigma} M_{\nu\rho} + g_{\nu\rho} M_{\mu\sigma} - g_{\mu\rho} M_{\nu\sigma} - g_{\nu\sigma} M_{\mu\rho}], \\
[P_\rho, M_{\mu\nu}] &= i[g_{\mu\rho} P_\mu - g_{\mu\nu} P_\nu], \\
[P_\mu, P_\nu] &= 0,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

ainsi que les relations de commutation additionnelles suivantes pour la fermeture de l'algèbre conforme :

$$\begin{aligned}
[K_\rho, M_{\mu\nu}] &= i[g_{\mu\rho} K_\mu - g_{\mu\nu} K_\nu], \\
[P_\mu, K_\nu] &= -2i[g_{\mu\nu} D + M_{\mu\nu}], \\
[D, P_\mu] &= -iP_\mu, \\
[D, K_\mu] &= -iK_\mu, \\
[D, M_{\mu\nu}] &= [K_\mu, K_\nu] = [D, D] = 0,
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Il est possible de mettre l'algèbre dans une forme plus simple, en définissant les générateurs tels que :

$$\begin{aligned}
J_{\mu\nu} &= M_{\mu\nu}, \\
J_{-1,\mu} &= \frac{1}{2}(P_\mu - K_\mu), \\
J_{-1,0} &= D, \\
J_{0,\mu} &= \frac{1}{2}(P_\mu + K_\mu),
\end{aligned} \tag{2.14}$$

où $J_{a,b} = -J_{b,a}$ et $a, b \in \{-1, -1, \dots, D\}$. Une simple manipulation en utilisant les Eqs. (2.13) montre que :

$$[J_{ab}, J_{cd}] = i(\eta_{ad}J_{bc} + \eta_{bc}J_{ad} - \eta_{ac}J_{bd} - \eta_{bd}J_{ac}). \quad (2.15)$$

Donc l'algèbre du groupe conforme $C(1, D-1)$ est localement isomorphe à celle du Lorentz groupe $SO(D, 2)$.

2.1.2 Les transformations des opérateurs primaires

En TQC conforme, les opérateurs sont généralement classés par des nombres quantiques du sous-groupe $SO(4, 2)$. Ces opérateurs locaux $\mathcal{O}(x)$ se caractérisent par le fait qu'ils sont annihilés par le générateur des transformation conforme spécial K_μ en $x = 0$. Ainsi, les opérateurs $\mathcal{O}(x)$ se transforme sous le le sous-groupe $SO(3, 1) \otimes D \otimes T_4 \subset SO(4, 2)$ laissant invariant $x = 0$ (ce qui inclut la sous algèbre $M_{\mu\nu}, D, K_\mu$) comme suit :

$$\begin{aligned} [M_{\mu\nu}, \mathcal{O}(0)] &= \Sigma_{\mu\nu} \mathcal{O}(0), \\ [D, \mathcal{O}(0)] &= id \mathcal{O}(0), \\ [K_\mu, \mathcal{O}(0)] &= 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Les opérateurs qui se transforment comme (2.16) sont qualifiés d'*opérateurs primaires*. Lorsque tous les opérateurs primaire sont connus, le reste du contenu du champ est obtenue par application de dérivés $\partial\mathcal{O}$; les opérateurs obtenus de cette manière sont appelés *opérateurs descendants*. En suivant cette procédure, l'action des générateurs conformes sur un opérateur primaire quelconque $\mathcal{O}(x)$ est donnée par :

$$P_\mu \mathcal{O}(x) = -iP_\mu \mathcal{O}(x), \quad (2.17)$$

$$D\mathcal{O}(x) = (-ix^\mu \partial_\mu + d)\mathcal{O}(x), \quad (2.18)$$

$$M_{\mu\nu} \mathcal{O}(x) = [i(x_\mu \partial_\nu - x_\nu \partial_\mu) + \Sigma_{\mu\nu}] \mathcal{O}(x), \quad (2.19)$$

$$K_\mu \mathcal{O}(x) = [k_\mu - 2ix_\mu x^\nu \partial_\nu + 2x_\mu d + ix^2 \partial_\mu - x^\nu \Sigma_{\mu\nu}] \mathcal{O}(x), \quad (2.20)$$

où d et $\Sigma_{\mu\nu}$ sont la dimension d'échelle et matrice de spin du champ $\phi(x)$ respectivement. Par exemple pour un champ scalaire $\Sigma_{\mu\nu} \phi = 0$, pour un champ spinoriel $\Sigma_{\mu\nu} \psi = \frac{i}{4} [\gamma_\mu, \gamma_\nu] \psi$ et pour un champ vectoriel $\Sigma_{\mu\nu} V^\rho = g_{\nu\rho} V^\mu - g_{\mu\rho} V^\nu$. Le paramètre d est appelé la dimension d'échelle et il spécifie la transformation du champ sous les dilatations. Dans une théorie libre (ie, au niveau classique) la dimension d'échelle coincide avec la dimension canonique $d_{\mathcal{O}} = \Delta[\mathcal{O}]$ qui est fixé par l'exigence que l'action de la théorie est sans dimension. Dans les théories quantiques renormalisables les effets de renormalisation, cependant, détruisent l'invariance d'échelle et on a en général $d_{\mathcal{O}} \neq \Delta[\mathcal{O}]$ et la différence $\gamma = d_{\mathcal{O}} - \Delta[\mathcal{O}]$ est appelée la dimension anormale.

2.1.3 Le tenseur énergie-impulsion

En TQC, les symétries continues sont reliées aux courants conservés, selon le théorème de Noether. Le tenseur énergie-impulsion canonique est le courant conservé associé à l'invariance par translation dont l'expression est donnée par :

$$T_{\mu\nu} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial^\mu\Phi}\partial_\nu\Phi - g_{\mu\nu}\mathcal{L}, \quad (2.21)$$

et les charges conservées (P^0, P^i) :

$$P^\mu = \int d^3x T^{\mu 0}. \quad (2.22)$$

Les courants de dilatation \mathcal{D}_μ et de TCS $\mathcal{K}_{\mu\nu}$ prennent les formes suivantes :

$$\mathcal{D}_\mu(x) = x^\nu T_{\mu\nu}(x) - d_\Phi \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)}, \quad (2.23)$$

$$\mathcal{K}_{\mu\nu}(x) = 2x_\nu x_\rho T_{\rho\mu}(x) - x^2 T_{\mu\nu}(x) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial^\mu\phi)}(2d_\Phi x_\nu + 2ix^\rho \Sigma_{\rho\nu})\Phi. \quad (2.24)$$

Remarquons le fait

$$\partial_\nu \mathcal{K}^{\mu\nu}(x) = 2x_\mu \partial \mathcal{D}^\nu(x) + V_\mu, \quad (2.25)$$

où

$$V_\mu = -2d_\Phi \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial^\nu\Phi)} + 2i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)} \Sigma_{\mu\nu} \Phi, \quad (2.26)$$

ce qui montre que la divergence des courants de dilatation et de TCS ne sont pas nulles et par suite ces symétries sont approximatives. Dans le cadre d'une théorie des champs conforme renormalisable, il est possible de définir un tenseur énergie-impulsion conforme $\Theta_{\mu\nu}$ de la manière suivante :

$$\Theta_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + \partial_\rho \Sigma^{\mu\nu\rho}, \quad (2.27)$$

avec $\Sigma^{\mu\nu\rho} = -\Sigma^{\rho\nu\mu}$. Ainsi, les courants associés à la dilatation et transformations conformes spéciales prennent une forme remarquablement simple :

$$\mathcal{D}^\mu(x) = x_\nu \Theta_{\mu\nu}(x), \quad (2.28)$$

$$\mathcal{K}^{\mu\nu}(x) = 2x_\nu x_\rho \Theta_{\rho\mu}(x) - x^2 \Theta_{\mu\nu}(x). \quad (2.29)$$

conduisant aux charges conservées :

$$D = \int d^3x x^\nu \Theta_{0\nu}(x), \quad (2.30)$$

$$K^\mu = \int d^3x (2x^\mu x_\rho \Theta^{\rho 0}(x) - x^2 \Theta^{0\mu}(x)). \quad (2.31)$$

et la relation (2.25) devient :

$$\partial_\nu \mathcal{K}^{\mu\nu}(x) = 2x_\mu \partial \mathcal{D}^\nu(x), \quad (2.32)$$

ce qui montre que l'invariance sous une dilatation conduit nécessairement à l'invariance conforme. D'après les Eqs. (6.41) et (6.58), il est évident que les courants de dilatation et de TCS conformes sont conservés si et seulement si le tenseur énergie-impulsion amélioré $\Theta_{\mu\nu}$ est de divergence et trace nulles :

$$\Theta_{\mu\nu}(x) = \Theta_{\nu\mu}(x), \quad \partial^\mu \Theta_{\mu\nu}(x) = 0, \quad g^{\mu\nu} \Theta_{\mu\nu} = 0. \quad (2.33)$$

De même, l'Eq. (2.32) montre que l'invariance conforme est assurée si l'invariance d'échelle l'en est également.

2.1.4 Fonctions de corrélation à deux points des opérateurs primaires

Une des caractéristiques les plus marquantes de l'invariance conforme, c'est que la forme des fonctions de corrélations des champs primaires de la théorie est bien déterminée. Rappelons que les fonctions de corrélation euclidiennes de n champs primaires sont définies par l'intégrale de chemin comme suivant :

$$\langle \Phi(x_1) \cdots \Phi(x_n) \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}[\Phi] \Phi(x_1) \cdots \Phi(x_n) e^{-S[\Phi]},$$

où la fonction de partition \mathcal{Z} est obtenue par l'intégrale de chemins suivante :

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}[\Phi] e^{-S[\Phi]}. \quad (2.34)$$

Pour une fonction de corrélation à deux points, l'hypothèse de l'invariance conforme de l'action $S[\Phi'] = S[\Phi]$ et de la mesure d'intégration $\mathcal{D}[\Phi'] = \mathcal{D}[\Phi]$ (condition essentielle d'invariance d'une théorie) mène à :

$$\langle \Phi^{j_1}(x_1) \Phi^{j_2}(x_2) \rangle = \left| \frac{\partial x'}{\partial x} \right|_{x=x_1}^{d_1/D} \left| \frac{\partial x'}{\partial x} \right|_{x=x_2}^{d_2/D} \langle \Phi^{j_1}(x'_1) \Phi^{j_2}(x'_2) \rangle. \quad (2.35)$$

où $d_i = \Delta(\Phi^{j_i})$ est la dimension d'échelle du champ Φ^{j_i} et j_i est le spin correspondant. Les fonctions de corrélation à deux points des champs primaires ne sont pas nulles que si les deux champs ont la même dimension d'échelle $d = \Delta(\Phi^{j_i})$ et les mêmes spins (j_1, j_2) . En utilisant les propriétés de transformation des champs primaires vues dans la section précédente, les fonctions de corrélation à 2 points des champs primaires scalaire ϕ et spinoriel ψ de dimension d'échelle $d_s = \Delta(\phi)$ et $d_f = \Delta(\psi)$ ont les formes suivantes :

$$\langle \phi^{j_1}(x) \phi^{j_2}(0) \rangle = C_s \frac{\delta_{j_1 j_2}}{(2\pi)^2} \frac{1}{(x^2)^{d_s}}, \quad (2.36)$$

$$\langle \psi^{j_1}(x) \bar{\psi}^{j_2}(0) \rangle = C_f \frac{\delta_{j_1 j_2}}{(2\pi)^2} \frac{\gamma^\mu x_\mu}{(x^2)^{d_f+1/2}}, \quad (2.37)$$

où γ^μ sont les matrices de Dirac. En utilisant ces deux relations, les fonctions de corrélation à deux points pour les champs primaires vectoriels V_μ et tensoriel $T_{\mu\nu}$ de dimensions d'échelle respectivement $d_v = \Delta(V_\mu)$ et $d_t = \Delta(T_{\mu\nu})$, vérifiant la condition de transversalité $x^\mu V_\mu = x^\mu T_{\mu\nu} = 0$ sont données par [43] :

$$\langle V_\mu^{j_1}(x) V_\nu^{j_2}(0) \rangle = C_v \frac{\delta_{j_1 j_2}}{(2\pi)^2} \frac{I_{\mu\nu}(x)}{(x^2)^{d_v}}, \quad (2.38)$$

$$\langle T_{\mu\nu}^{j_1}(x) T_{\rho\sigma}^{j_2}(0) \rangle = C_t \frac{\delta_{j_1 j_2}}{(2\pi)^2} \frac{\left(I_{\mu\rho}(x) I_{\nu\sigma}(x) - \frac{1}{D} g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma} \right) \pm \mu \longleftrightarrow \nu}{(x^2)^{d_t}}, \quad (2.39)$$

avec $I_{\mu\nu}(x) = g_{\mu\nu} - 2x_\mu x_\nu / x^2$ déterminée par les l'invariance sous les TCS.

Les coefficients C_i qui apparaissent dans les expressions ci-dessus sont des constantes de normalisation. L'unitarité est une partie importante des axiomes de Wightman, et signifie la positivité de la densité spectrale des corrélateurs non ordonnés dans le temps dans l'espace de Minkowski. Appliquée aux fonctions à deux points, exige que les constantes $C_i > 0$. De même, les conditions de l'unitarité pour chaque type de champ primaire invariant de jauge (scalaire, spinoriel, vecteuriel ou tenseuriels antisymétrique ou symétriques de trace nulle) impliquent des bornes inférieures sur les dimensions d'échelle correspondantes [45] :

$$d \geq j_1 + j_2 + 2 - \delta_{j_1 j_2, 0}. \quad (2.40)$$

Par conséquent, les champs scalaires ϕ , spinoriels ψ , vectoriels V_μ et tensoriels $T_{\mu\nu}$ doivent avoir des dimensions d'échelle suivantes :

$$d_s \geq 1 \quad (\text{champ scalaire}), \quad (2.41)$$

$$d_f \geq 3/2 \quad (\text{champ spinoriel}), \quad (2.42)$$

$$d_v \geq 3 \quad (\text{champ vecteuriel}), \quad (2.43)$$

$$d_t \geq 4 \quad (\text{champ tenseuriel}). \quad (2.44)$$

En particulier, les cas pour lesquels $d_s = 1$ et $d_f = 3/2$ impliquent que les champs correspondants obéissent aux équations des champs libres. De même, si nous imposons une condition supplémentaire telle que ces champs vectoriels et tensoriels sont des courants conservés, c-à-d vérifient les équations de conservation $\partial^\mu V_\mu = 0$ et $\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$, nous constatons que d_v et d_t doivent avoir les valeurs canoniques $d_v = 3$ et $d_t = 4$ respectivement. Ces contraintes peuvent également être obtenus d'une manière très physiquement transparente (c-à-d dans un cadre moins formel) en exigeant les conditions de l'unitarité des amplitudes de diffusion des particules couplées faiblement à une théorie invariante sous les TCS et en étudiant la positivité des sections efficaces totales en utilisant le théorème optique [53].

2.1.5 Groupe de renormalisation en TQC conformes

Il est important de noter que l'invariance conforme au niveau quantique en général ne résulte pas de l'invariance conforme au niveau classique. En effet, en

théorie classique des champs, la préservation de linvariance conforme est liée à l'annulation de la trace du tenseur énergie-impulsion amélioré Θ_μ^μ . Dans une théorie quantique des champs renormalisable, cette condition ne peut pas être conservée. En raison de l'apparition de divergences ultraviolettes (UV), il faut définir la théorie avec une coupure μ . Toute régularisation qui préserve la covariance de Poincaré brise inévitablement la dilatation et par conséquent la symétrie conforme spéciale. Cela implique que le tenseur énergie-impulsion amélioré $\Theta_{\mu\nu}$ renormalisé reste symétrique et de divergence nulle, mais sa trace ne disparaît pas [47]. La brisure de la symétrie classique due à des effets quantiques est appelée une anomalie. Etant donnée que la théorie est renormalisable, les fonctions de Green $G_n(x_1, \dots, x_n; \mu, g)$ de n opérateurs de dimensions anormales $\gamma_i(g, \mu)$ d'une théorie des champs renormalisable satisfont l'équation de Callan-Zymanzik :

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} + \sum_{i=1}^n \gamma_i(g, \mu) \right) G_n(x_1, \dots, x_n; \mu, g) = 0, \quad (2.45)$$

où μ est l'échelle de renormalisation, g est la constante de couplage de la théorie et $\beta(g)$ est la fonction beta décrivant la variation du couplage g sous un changement d'échelle $\mu \rightarrow \mu + \delta\mu$:

$$\delta g \rightarrow \beta(g) \frac{\delta\mu}{\mu}, \quad (2.46)$$

ce qui implique que le tenseur énergie-impulsion amélioré s'écrit comme :

$$\Theta_\mu^\mu = \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} \mathcal{L}, \quad (2.47)$$

Donc l'invariance d'échelle d'une théorie quantique est directement liée à l'annulation de la fonction beta. Autrement dit, une théorie classique invariante d'échelle préserve aussi cette symétrie au niveau quantique si $\beta = 0$. Il est important de noter que dans le cas des théories classiques invariante conforme, la condition $\beta = 0$ assure seulement la préservation de l'invariance d'échelle au niveau quantique. Dans les théories quantiques des champs locales à quatre dimensions, l'invariance d'échelle est toujours supposée impliquant l'invariance conforme. Cela est dû au fait que jusqu'à maintenant aucun exemple de théories n'est trouvé prouvant le contraire. Il n'y a pas d'exemples connus de théories unitaires en $4D$ qui sont invariantes d'échelle, mais pas invariantes conforme, et il est tout à fait possible que ces théories ne peuvent pas exister.

2.2 Théories des champs effectives

En physique des particules, généralement on a affaire à des problèmes impliquant des échelles d'énergie très différentes, allant de 100 MeV à quelques dizaines de TeV, et que la dynamique peut manifester des propriétés différentes suivant l'échelle

d'observation. Il s'avère que pour des énergies d'observation considérées, la contribution dominante aux observables physiques provient des degrés de liberté présents à cette échelle (degrés pertinents ou visibles), et les degrés qui se rattachent aux dynamiques relevant d'échelles d'énergie plus élevées induisent de légers effets indirects qui deviennent importants avec l'accroissance de l'échelle d'observation. Ainsi la connaissance des détails physiques exacts à chacune des échelles de la théorie n'est pas nécessaire pour décrire les phénomènes qui se produisent à une autre échelle. En d'autres termes, on n'a pas besoin de la théorie fondamentale pour décrire la physique à une échelle donnée.

La façon la plus adéquate pour décrire de tels système est de considérer des théories des champs qui mettent l'accent uniquement sur les degrés de liberté pertinents, et que l'effet des degrés de liberté non pertinents est considéré comme une correction au résultat fournit par les degrés pertinents. De telles théories sont appelées théories effective des champs dont le principe de base est que la dynamique à basse énergie (ou grande distance) ne dépend pas des détails de la dynamique à haute énergie (ou courte distance). Cela est dû au phénomène de découplage des échelles pertinentes. En conséquent, la physique de basse énergie peut être décrite par un lagrangien effectif ne contenant que quelques degrés de liberté en ignorant ceux qui sont présents aux énergies plus élevées.

Ce type de théories effectives des champs constituent un outil important lors de l'étude des théories comportant des échelles différentes. Elles reproduisent le comportement IR d'une théorie plus fondamentale en dessous d'une certaine échelle d'énergie avec l'avantage d'être beaucoup plus simple. La situation typique dans laquelle une telle théorie des champs effective émerge et devient pertinente, c'est quand des particules de masses très différentes se posent dans une théorie renormalisable. Dans ce sens, toutes les théories quantiques des champs connues jusqu'à maintenant, sont en fait des théories effectives puisque nous ne savons pas tous les états lourds, par exemple à l'échelle de Planck. Dans ce cadre, le modèle standard est considéré alors comme une théorie effective, i.e. comme la limite à basse énergie d'une théorie plus générale avec des degrés de liberté supplémentaires.

Pour rendre la situation aussi concrète que possible, i.e. en terme d'action quantique effective, considérons le cas le plus simple d'une théorie quantique des champs renormalisable caractérisée par une grande échelle de masse M . Elle pourrait être la masse d'une particule lourde ou un certain grand moment de transfert P . La dynamique de cette théorie est contenue dans la fonction de corrélation défini par une intégrale fonctionnelle appelée intégrale de chemin :

$$\langle 0|T\varphi(x_1)\varphi(x_2)\dots\varphi(x_n)|0\rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\varphi e^{iS[\varphi]}\varphi(x_1)\varphi(x_2)\dots\varphi(x_n), \quad (2.48)$$

où Z est une constante de renormalisation donnée par l'intégrale suivante :

$$Z = \int \mathcal{D}\varphi e^{iS[\varphi]}. \quad (2.49)$$

et la mesure est donnée par :

$$\mathcal{D}\varphi = \prod_{x_i} d\varphi(x_i). \quad (2.50)$$

L'action $S[\varphi]$ est une fonctionnelle de certains champs fondamentaux $\varphi(x)$ et ses dérivés. Pour décrire la dynamique d'un processus physique à basse énergie $E \ll M$ dans cette théorie, classons les degrés de liberté de la théorie en fonction de leurs échelles de masse par rapport à une certaine échelle d'énergie de référence $\Lambda < M$, souvent appelée seuil de l'ignorance, dans le sens où la physique aux échelles au-dessus de Λ est inconnue, qui est souvent le cas en physique des particules :

$$\varphi(x) = \varphi_l(x) + \varphi_h(x), \quad (2.51)$$

où $\varphi_l(x)$ contient tous les modes de Fourier pour lesquels les fréquences $\omega < \Lambda$, et $\varphi_h(x)$ les modes à hautes énergies $\omega > \Lambda$. Ainsi, la théorie devrait être décrite par une action qui est la somme de trois termes :

$$\begin{aligned} S[\varphi_l, \varphi_h] &= S_l[\varphi_l] + S_h[\varphi_h] + S_{l,h}[\varphi_l, \varphi_h] \\ &= \int dx (\mathcal{L}_l[\varphi_l] + \mathcal{L}_h[\varphi_h] + \mathcal{L}_{l,h}[\varphi_l, \varphi_h]). \end{aligned} \quad (2.52)$$

En effectuant cette séparation, il devient maintenant possible de faire la description de la dynamique d'un processus physique à basse énergie dans cette théorie impliquant uniquement les degrés de liberté $\varphi_l(x)$. La détermination de la dépendance en M des observables pour lesquels toutes les particules impliquées ont centre de masse, moments et énergies $E \ll M$, consiste à isoler du problème tous les degrés de liberté qui sont l'origine d'une dynamique accessible seulement aux échelles $> \Lambda$. Cette élimination de ces degrés de liberté est réalisée par un processus appelé "integration out", i.e. intégrer explicitement les fluctuations quantiques qui leur sont associées dans l'intégrale de chemin en obtenant ainsi une théorie effective valide pour décrire les interactions des $\varphi_l(x)$. A basse énergie :

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \varphi_l(x_1) \varphi_l(x_2) \dots \varphi_l(x_n) | 0 \rangle &= \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\varphi_l \int \mathcal{D}\varphi_h e^{iS[\varphi_l, \varphi_h]} \varphi_l(x_1) \varphi_l(x_2) \dots \varphi_l(x_n) \\ &= \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\varphi_l e^{iS_{eff}[\varphi_l, \Lambda]} \varphi_l(x_1) \varphi_l(x_2) \dots \varphi_l(x_n), \end{aligned} \quad (2.53)$$

où $S_{eff}[\varphi_l, \Lambda]$ est appelée l'action effective de Wilson définie par l'intégrale :

$$S_{eff}[\varphi_l, \Lambda] = \int \mathcal{D}\varphi_h e^{iS[\varphi_l, \varphi_h]}, \quad (2.54)$$

et qui dépend du choix de l'échelle de coupure Λ . En raison du principe d'incertitude et du fait que les fluctuations associées aux champs φ_h ont été supprimées, l'action $S_{eff}[\varphi_l, \Lambda]$ est non locale par rapport à l'espace-temps (comme $\Lambda \ll M$ alors $\Delta x \sim \frac{1}{\Lambda} \neq 0$). Donc par le processus de développement en produit d'opérateurs de Wilson,

on peut faire le développement en terme d'une série infini d'opérateurs locaux $\mathcal{O}_i^{(d_i)} \equiv \mathcal{O}_i[\varphi_l, \partial\varphi_l]$ composés de champs légers φ_l et leurs dérivés. Ce développement est toujours possible car par construction on a $E \ll \Lambda$. On obtient alors le résultat suivant :

$$\begin{aligned} S_{eff}[\varphi_l, \Lambda] &= S_0[g^*, \Lambda] + \sum_i \int d^D x C_i \mathcal{O}_i \\ &= \int d^D x \mathcal{L}_{eff}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

où $S_0[g, \Lambda] = S[\varphi_l]$ est l'action libre correspondante à $g^* = 0$ (point fixe trivial de la théorie), donc :

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{\varphi_l} + \sum_i C_i \mathcal{O}_i, \quad (2.56)$$

où C_i sont des coefficients du développement appelés coefficient de Wilson et \mathcal{L}_{eff} est le lagrangien effectif qui est une somme infinie des opérateurs \mathcal{O}_i autorisés par la symétrie de la théorie à basse énergie.

Le comportement d'échelle de ces coefficients depend de la dimension canonique (en unite de masse) des opérateurs $d_i = [\mathcal{O}_i]$. Alors le couplage C_i à la dimension $d_i - D$ et on a :

$$C_i \sim \frac{1}{\Lambda^{d_i - D}}. \quad (2.57)$$

Selon l'Eq. (2.57) le comportement dans IR, i.e., l'échelle Λ est prise à l'infini, des opérateurs dans le développement (2.56) peuvent être classés en trois groupe suivant la valeur de $d_i - D$ comme suivant :

- 1) Les opérateurs pour lesquelles $d_i - D < 0$, alors dans l'IR ces opérateurs deviennent plus importants (super renormalisable), et sont appelés pertinents.
- 2) Les opérateurs pour lesquelles $d_i - D = 0$ sont aussi important dans l'IR qu'à l'UV. De tels opérateurs sont appelés marginaux (renormalisable).
- 3) Les opérateurs pour lesquels $d_i - D > 0$, deviennent de moins en moins important à basse énergies (non renormalisable).

Par conséquent, la physique à basse énergie est sensible par la théorie à haute énergie seulement à travers les couplages pertinents et marginaux. Il s'en suit que seul un nombre fini d'opérateurs dont la dimension $d_i \leq D$ sont importants à basse énergies. Cette structure particulière des effets de la dynamique de haute énergie sur la physique de basse énergie est connu sous le nom de *découplage*.

Avans de finir cette section, notons que les interactions super renormalisable $d_i < D$ posent des problèmes, puisque leurs couplages sont généralement grands, d'ordre Λ^{D-d_i} . Les termes de masse d'ordre Λ^2 , cependant décrivent des particules qui ne peuvent faire partie de la théorie effective. Donc les interactions super renormalisable devraient être protégée par des symétries afin d'éviter le problème d'hierarchie de masse, on dit que seuls ces degrés de liberté sont visibles.

Chapitre 3

Le Modèle des Unparticles : Un exemple de nouvelle physique.

Tout au long de ce chapitre, nous allons donner un aperçu des éléments de base de la théorie de Georgi [19] des Unparticles et le cadre théorique dans lequel cette extension du MS prend place. Nous mettons l'accent en particulier sur la forme de l'espace de phase ainsi que les propagateurs qui jouent un rôle déterminant dans la phénoménologie.

3.1 Introduction

Le concept de particule a joué un rôle fondamental dans la physique théorique des hautes énergies. Dans cette discipline, la théorie des champs et les symétries continues constituent les deux outils de base. En effet, toute description cohérente de l'interaction des particules n'est possible que dans le cadre des théories quantiques des champs quadridimensionnelles. Dans ces théories, les particules élémentaires sont associées à des représentations unitaires irréductibles du groupe de Poincaré, qui est un groupe de symétrie de l'espace-temps de Minkowski. La création de ces particules à partir de "l'énergie" peut être comprise qualitativement en termes de la fameuse équation d'Einstein $E = mc^2$, ou comme il l'écrivit initialement, $m = E/c^2$. Cette équation suggère que l'énergie E et la masse m de la particule sont en quelque sorte liées, ou peut-être sont une même chose.

Cette importance des symétries dans la définition d'une TQC peut nous pousser à introduire de nouvelles symétries, auxquelles sont associées de nouvelles particules. On peut donc élargir le concept de particules en constatons le fait que le groupe de Poincaré ne constitue pas une symétrie globale de l'espace-temps de Minkowski, mais il peut être un groupe beaucoup plus large, c'est le groupe conforme. Un exemple particulier est l'état réalisé par des théories des champs invariante conforme (ou probablement invariant d'échelle). Donc, il existe une possibilité pour étendre le concept de particules, et ce en essayant d'associer ces nouvelles particules à des représentations du groupe conforme. Mais le cas idéal de telle théories est

très rarement rencontré en physique et en particulier en physique des particules ce qui nous fait penser dès le premier coup à supposer l'existence d'un nouveau type de particules dont la nature est susceptible d'être différente de celle des particules ordinaires.

En général, les théories des champs invariante conformes sont de masse nulle et la plupart d'entre elles, qu'elles soient classiques où quantiques sont de dimension deux. Ces théories occupent une position centrale dans la physique théorique à basse et moyenne énergie et jouissent des propriétés très puissante parce que le groupe conforme est de dimension infini.

Bien que les transformations conformes sont bien comprises en mathématiques, ce n'est pas le cas dans l'étude des théorie conforme à quatre dimensions qui pose un problème fondamental, car certaines des questions les plus intéressantes restent toujours sans réponse et aucun progrès considérable a été réalisé au fil des années sur les théories de champs conformes à quatre dimensions. La signification physique de la transformation conforme dans un espace de Minkowski de dimension $D > 2$ est loin d'être claire, de plus la dimension quatre trouve une interprétation ambiguë dans le cadre de la TQCC. C'est la raison pour laquelle beaucoup de physiciens théoriciens croient que l'invariance conforme à quatre dimensions n'a pas de sens physique et par conséquent ne devraient pas jouer "aucun" rôle dans la physique des particules!. Alors, quel est le problème? Eh bien, en dehors de l'algèbre de Poincaré, nous ne pouvons pas dire que l'algèbre (invariance) conforme est réalisée dans la nature.

En effet, une théorie quantiques des champs à quatre dimensions invariante conforme ne peut interpréter la matière en termes de particules ordinaires telles que celles décrites par le modèle standard, du faite qu'elle exige que le spectre de masse soit continu ou nul. Pour voir cela, partons du commutateur :

$$[iD, P^a] = P^a, \quad e^{-i\alpha D} P^2 e^{i\alpha D} = e^{-2\alpha} P^2. \quad (3.1)$$

où P et P^2 sont respectivement les opérateur et l'opérateur de masse. Donc, si $|P\rangle$ est un état à une particule de masse m , $P^2|P\rangle = m^2|P\rangle$, alors l'état $|\tilde{P}\rangle = e^{-i\alpha D}|P\rangle$ à une masse $P^2|\tilde{P}\rangle = e^{2\alpha}m^2|\tilde{P}\rangle$ c'est-à-dire $\tilde{m}^2 = e^{2\alpha}m^2$. Si nous supposons que l'invariance d'échelle n'est pas spontanément brisée; $e^{-i\alpha D}|0\rangle = |0\rangle$ alors on conclut donc $|\tilde{P}\rangle = e^{-i\alpha D}a^+(p)|0\rangle \propto a^+(e^\alpha p)|0\rangle$. Cela signifie que l'état $|\tilde{P}\rangle$ est un quantum du même champ que l'état $|P\rangle$ mais avec un moment mis à l'échelle, c-à-d, en vertu de l'invariance conforme, les deux états doivent appartenir au même espace de Hilbert. Par conséquent, de l'équation (1.24), l'invariance conforme implique que le spectre de masse est soit continue ou toutes les masses sont nulles! Afin d'éviter cette conclusion physiquement absurde, la symétrie conforme doit être explicitement ou spontanément brisée (mathématiquement ce problème est équivalent au fait que P^2 n'est pas un opérateur de Casimir). Notez cependant, que si le vide n'était pas unique, alors l'état $|\tilde{P}\rangle$ appartiendrait à un espace de Hilbert différent de celui de l'état $|P\rangle$ et notre conclusion pourrait être évitée. En effet, si le vide n'est pas invariant d'échelle alors :

$$e^{-i\alpha D}|0\rangle \equiv |\tilde{0}\rangle = e^{-i\alpha f(a, a^+)}|0\rangle, \quad (3.2)$$

où f dépend du modèle spontanément brisé qu'on utilise. Dans ce cas nous avons :

$$\begin{aligned}
|\tilde{P}\rangle &= e^{-i\alpha D} a^+(p)|0\rangle \\
&= e^{-i\alpha D} a^+(p) e^{i\alpha D} e^{-i\alpha D} |0\rangle \\
&= e^{d(a)} a^+(e^{\alpha d} p) |\tilde{0}\rangle,
\end{aligned} \tag{3.3}$$

où $d(a)$ est la dimension d'échelle de l'opérateur a . Clairement, $|\tilde{P}\rangle$ appartient à un espace de Hilbert généré par le nouveau vide $|\tilde{0}\rangle$, i.e., il a un quantum d'un champ différent. Cela signifie que $|P\rangle$ et $|\tilde{P}\rangle$ ne sont pas dans un même multiplet (représentation).

De tels objets ne sont pas donc régies par une relation de dispersion comme pour une particule ordinaire de masse m et d'impulsion p , $p^2 = m^2$, mais plutôt par un paramètre d'échelle d appelé "dimension d'échelle". Ainsi, les champs dans de telles théories n'ont pas une interprétation de particules évidente.

Toutefois, un physicien de Harvard H. Georgi [19], en s'inspirant de l'idée de l'absence d'une relation de dispersion et l'existence d'une dimension d'échelle généralement non entière, a fait une suggestion intéressante pour une identité qui n'est pas une particule, baptisée *Unparticle*, décrite par un champ invariant conforme \mathcal{U} de dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}}$. C'est une identité qui ne jouit pas de la masse comme l'une de ses propriétés intrinsèques, et au lieu de cela, sa propriété cinématique est définie par sa dimension d'échelle, $d_{\mathcal{U}}$, qui est généralement un nombre fractionnaire. Il a proposé un scénario, contrairement à celui posé par le modèle standard et de ses extensions, en montrant comment une telle identité pourrait apparaître comme un degré de liberté d'une théorie fondamentale invariante conforme à une certaine échelle d'énergie $\Lambda_{\mathcal{U}}$, où la notion de masse est remplacée par un paramètre d'échelle $d_{\mathcal{U}}$.

Comme nous l'avons vu précédemment, l'invariance conforme implique également l'invariance d'échelle, nous pouvons considérer ce groupe comme étant le vrai groupe de symétrie pour les *Unparticles*, et c'est la raison pour laquelle je me suis intéressé dans cette thèse à la formulation de la théorie des *Unparticles* en tant que théorie invariante conforme. Nous allons montrer de quelle manière l'étude de ce modèle peut être ramenée à celle d'une théorie des champs effective invariante conforme à une certaine échelle d'énergie de l'ordre de TeV, et nous discutons après le lagrangien effectif \mathcal{L}_{eff} reliant le secteur des *Unparticles* à celui du modèle standard. Nous inspirons principalement par l'article fondateur [19].

3.2 Le schéma de Georgi

Dans son modèle, H. Georgi a considéré la théorie de Banks-Zaks [48] pour modéliser les *Unparticles*. C'est une théorie de jauge non abélienne avec un nombre N_F de fermions sans masse choisi de telle sorte qu'un point fixe infrarouge émerge. Les propriétés de ce type de théorie dépend fortement du nombre de fermions de saveur N_F .

Le schéma de Georgi est basé sur le fait de l'existence d'un secteur connecteur chargé par rapport au MS et au secteur caché (nouvelle physique), caractérisé par des états médiateurs ϕ de masse lourde M , qui servent de pont entre les deux secteurs. Le secteur connecteur est introduit just pour paramétrer notre ignorance de la nouvelle physique à haute énergie qui peut être paramétrisée par le Lagrangien le plus général que lon puisse construire comme suivant :

$$\mathcal{L} \supset \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{BZ} + \mathcal{L}_{int},$$

où $\mathcal{L}[\mathcal{O}_{SM}]$ est le lagrangien du secteur visible (MS) formé par des opérateurs champs du MS invariants de jauge \mathcal{O}_{SM} , $\mathcal{L}[\mathcal{O}_{BZ}]$ est celui du secteur caché, qui se compose des opérateurs champs \mathcal{O}_{BZ} du modèle de Banks-Zaks et \mathcal{L}_{int} est le Lagrangien impliquant les opérateurs champs des deux secteurs et décrivant l'interaction entre eux via le secteur connecteur.

A basse énergie, cela conduit généralement à une théorie effective où les deux secteurs interagissent seulement par des interactions de contact représentées par des opérateurs de dimensions supérieures supprimés par la masse M du champ médiateur ϕ . Donc, l'interaction pertinente entre les deux secteurs peut être reproduite par une théorie des champs locale effective dont la forme est donnée par :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{M_{\mathcal{U}}^{d_{SM}+d_{BZ}-4}} \mathcal{O}_{SM} \mathcal{O}_{BZ}. \quad (3.4)$$

Cette interaction entre les deux secteurs reste pour le moment générique et la forme exacte des opérateurs ne sont pas exactement connus. Il est supposé que leurs propriétés algébriques et structures de Lorentz associées ressemblent à celles des particules classiques, c'est-à-dire on peut s'attendre à des *Unparticles* scalaires, fermioniques, ..., etc.

L'analyse de la stabilité du point fixe IR montre qu'à quatre dimensions l'interaction (3.4) devient marginale. Les opérateurs de Banks-Zaks de la théorie renormalisée $\mathcal{O}_{BZ} = Z_{\mathcal{O}_{BZ}}^{-1} \mathcal{O}_{BZ}^0$ de dimension classique d_{BZ} (en unité de masse) satisfont l'équation du groupe de renormalisation suivante :

$$\left(\mu \frac{d}{d\mu} + \gamma_{\mathcal{O}_{BZ}}\right) \mathcal{O}_{BZ} = 0, \quad (3.5)$$

où

$$\gamma_{\mathcal{O}_{BZ}} \equiv \mu \frac{d}{d\mu} \ln Z_{\mathcal{O}_{BZ}}, \quad (3.6)$$

est la dimension anomale du GR de l'opérateur \mathcal{O}_{BZ} . L'Eq. (3.5) nous permet de discuter le comportement de \mathcal{O}_{BZ} quand l'échelle d'énergie varie. La solution de l'Eq. (3.5) peut être exprimée en termes de (3.6) par :

$$\mathcal{O}(\Lambda) \equiv \mu^{-\gamma(g)} \mathcal{O}_{BZ}(\mu). \quad (3.7)$$

où l'opérateur \mathcal{O}_{BZ} subit la transmutation dimensions à l'échelle Λ . Evaluons le comportement de l'interaction (3.4) à partir de l'Eq. (3.7). En abaissant l'échelle

d'énergie par le biais du flot du groupe de renormalisation, de μ jusqu'à Λ_{IR} , le secteur de Banks-Zaks devient conforme et les opérateurs du secteur de Banks-Zaks $\mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}$ au desous de l'échelle $\Lambda_{IR} \equiv \Lambda_{\mathcal{U}}$ correspondent aux opérateurs des champs Unparticles $\mathcal{O}_{\mathcal{U}}$. Au point fixe IR correspondant à l'échelle d'énergie Λ_{IR} , cette solution devient :

$$\mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}(\Lambda_{IR}) = \Lambda_{IR}^{-\gamma(g^*)} \mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}(\Lambda_{IR}) \equiv \mathcal{O}_{\mathcal{U}}, \quad (3.8)$$

où $\gamma_{\mathcal{U}} = \gamma(g^*)$ est la dimension anormale de l'opérateur champ invariant conforme $\mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}(\Lambda_{IR})$, dû à la transmutation dimensionnelle au point fixe IR. Le comportement d'échelle dans l'Eq. (3.8) à l'interprétation suivante :

$$\mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}(\Lambda_{IR}) \longrightarrow C_{\mathcal{U}} \Lambda_{\mathcal{U}}^{\gamma_{\mathcal{U}}} \mathcal{O}_{\mathcal{U}}, \quad (3.9)$$

l'opérateur $\mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}$ qui avait la dimension canonique $d_{\mathcal{BZ}}$, a acquis maintenant une dimension anormale $\gamma_{\mathcal{U}}$. Donc la dimension classique $d_{\mathcal{BZ}}$ de l'opérateur de Banks-Zaks $\mathcal{O}_{\mathcal{BZ}}$ est ainsi modifié en :

$$d_{\mathcal{BZ}} = \gamma_{\mathcal{U}} + d_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}}, \quad (3.10)$$

où $\mathcal{O}_{\mathcal{U}}$ est la dimension d'échelle de l'opérateur champ Unparticle. Le Lagrangien effectif à basse énergie $\mathcal{L}_{IR}^{eff} \equiv \mathcal{L}_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}}$ prend la forme suivante :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}} = \frac{C_{\mathcal{U}} \Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{BZ}} - d_{\mathcal{U}}}}{M_{UV}^{d_{SM} + d_{\mathcal{BZ}} - 4}} \mathcal{O}_{SM} \mathcal{O}_{\mathcal{U}}. \quad (3.11)$$

En introduisant une constante de couplage sans dimension :

$$\lambda = C_{\mathcal{U}} \left(\frac{\Lambda_{\mathcal{U}}}{M_{UV}} \right)^{d_{\mathcal{BZ}} + d_{SM} - 4}, \quad (3.12)$$

l'interaction effective (3.11) devient :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}} = \frac{\lambda}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}} + d_{SM} - 4}} \mathcal{O}_{SM} \mathcal{O}_{\mathcal{U}}. \quad (3.13)$$

Cependant l'Eq. (3.12) montre aussi que la constante de couplage de $\mathcal{O}_{\mathcal{U}}$ a une dépendance en $\Lambda_{\mathcal{U}}$ donnée à priori, contrairement à ce qui se passe en théorie des champs habituelle. Pour $d_{\mathcal{U}}$ le couplage en \mathcal{U} est très grand dans l'échelle pertinente pour le modèle critique. Au contraire dans la formulation conventionnelle de la théorie des champs, la constante de couplage nue est aussi un paramètre ajustable.

Notons que la construction des opérateurs $\mathcal{O}_{\mathcal{U}}$ est en général une tâche difficile, et nécessite une connaissance approfondie de la théorie de Bankz-Zaks. Cependant, pour la plupart des calculs ce n'est pas nécessaire puisque l'on s'intéresse aux fonction de corrélations à deux points et celles-ci sont très fortement contraintes par l'invariance conforme.

3.3 Aspects des Unparticles :

3.3.1 Espace de phase

En théorie quantique des champs, la plupart des informations ou interprétations quantiques peuvent être extraite à partir des fonctions de corrélation, ou par ce qu'on appelle les fonctions de Wightman. Donc, pour explorer le contenu physique de la théorie quantique des champs des Unparticles et de la comparer avec d'autres théories, les fonctions de corrélation nous dotent d'un moyen facile pour atteindre cet objectif. Voyons ce type d'information que nous pouvons tirer du secteur des Unparticles en calculant les fonctions de Wightman. Pour ce faire nous suivont donc la démarche de Georgi en considérant d'abord une théorie scalaire des Unparticles dont les champs sont notes par $\mathcal{U}_s(x)$. Pour cela, commençons par donner la fonction de Wightman à deux points du champ scalaire $\mathcal{U}_s(x)$, qui est définie comme étant la valeur moyenne dans le vide du produit de deux opérateurs champs de la théorie conforme, i.e.

$$W_2(x - y) = \langle 0 | \mathcal{U}_s(x) \mathcal{U}(y) | 0 \rangle. \quad (3.14)$$

Supposons que la théorie admet un ensemble complet des états intermédiaires arrangés suivant la valeur de leur 4-impulsion :

$$1 = \sum_n |\mathcal{U}_s, P_n\rangle \langle \mathcal{U}_s, P_n|. \quad (3.15)$$

Insérons l'opérateur identité (3.15) dans (3.14) et utilisons les propriétés sous les translations des états suivantes :

$$\langle 0 | \mathcal{U}_s(x) | \mathcal{U}_s, P_n \rangle = \langle 0 | e^{iPx} \mathcal{U}_s(0) e^{-iPx} | \mathcal{U}_s, P_n \rangle = e^{-ip_n x} \langle 0 | \mathcal{U}_s(0) | \mathcal{U}_s, P_n \rangle, \quad (3.16)$$

où $P_\mu | \mathcal{U}_s, P_n \rangle = p_n^\mu | \mathcal{U}_s, P_n \rangle$ est l'action du générateur de translation sur les états à une Unparticle ayant une impulsion bien définie P_n . On obtient :

$$\begin{aligned} \langle 0 | \mathcal{U}_s(x) \mathcal{U}_s(0) | 0 \rangle &= \sum_n \langle 0 | \mathcal{U}(x) | \mathcal{U}, P_n \rangle \langle \mathcal{U}, P_n | \mathcal{U}_s(0) | 0 \rangle \\ &= \sum_n e^{-ip_n x} |\langle 0 | \mathcal{U}_s(0) | \mathcal{U}_s, P_n \rangle|^2 \\ &= \int d^4 p \sum_n \delta^4(p - P_n) e^{-ipx} |\langle 0 | \mathcal{U}_s(0) | \mathcal{U}_s, P_n \rangle|^2 \\ &= \int d^4 p e^{-ipx} \tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2), \end{aligned} \quad (3.17)$$

où $\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2)$ est la densité spectrale invariante de Lorentz définie par :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2) &= \sum_n \delta^4(p - P_n) |\langle 0 | \mathcal{U}_s(0) | p \rangle|^2 \\ &\equiv (2\pi)^{-4} \theta(p^0) \theta(p^2) \rho_{\mathcal{U}}(p^2). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Les fonctions $\theta(p^0)$ et $\theta(p^2)$ sont la conséquence de l'hypothèse que notre théorie vérifie les conditions de Wightman, à savoir l'existence des état à énergie positive

et de moment positif ou nul. La fonction $\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2)$ peut être interprétée comme une densité d'états à une valeur donnée de p^2 et qui vérifie la condition de normalisation suivante :

$$\int_0^\infty ds \tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(s) = 1. \quad (3.19)$$

Donc,

$$\langle 0 | \mathcal{U}_s(x) \mathcal{U}_s(0) | 0 \rangle = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ipx} \theta(p^0) \theta(p^2) \rho_{\mathcal{U}_s}(p^2). \quad (3.20)$$

D'autre part, l'invariance conforme de la théorie exige que la fonction à deux points doit avoir la forme suivante (voir (2.36)) :

$$\begin{aligned} \langle 0 | \mathcal{U}_s(x) \mathcal{U}_s(0) | 0 \rangle &= C_s \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{(x^2)^{d_{\mathcal{U}_s}}} \\ &= C_s \frac{\Gamma(2 - d_{\mathcal{U}_s})}{4^{d_{\mathcal{U}_s} - 1} \Gamma(d_{\mathcal{U}_s})} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{ipx} (p^2)^{d_{\mathcal{U}_s} - 2}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

où nous l'avons évaluée dans l'espace Euclidien en exigeant $0 < \text{Re}(d_{\mathcal{U}_s}) < 5/4$. Maintenant, en comparant (3.20) et (3.21) on arrive à :

$$\rho_{\mathcal{U}_s}(p^2) = A(d_{\mathcal{U}_s}) (p^2)^{d_{\mathcal{U}_s} - 2}, \quad (3.22)$$

où la constante de normalisation $A(d_{\mathcal{U}_s})$ peut être identifiée à :

$$A(d_{\mathcal{U}_s}) = C_s \frac{\Gamma(\frac{D}{2} - d_{\mathcal{U}_s})}{4^{d_{\mathcal{U}_s} - \frac{D}{4}} \Gamma(d_{\mathcal{U}_s})}. \quad (3.23)$$

Donc la fonction de densité d'états pour un état unparticle a pour expression :

$$\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2) = A(d_{\mathcal{U}_s}) \theta(p^0) \theta(p^2) (p^2)^{d_{\mathcal{U}_s} - 2}, \quad (3.24)$$

et qui mène à l'espace de phase suivant :

$$d\Phi_{\mathcal{U}_s}(p) = \tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} = A(d_{\mathcal{U}_s}) \theta(p^0) \theta(p^2) (p^2)^{d_{\mathcal{U}_s} - 2} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4}. \quad (3.25)$$

Nous voyons que le corrélateur à deux points nous donne juste l'espace des phases des unparticles. La relation (3.25) est l'essence de la théorie de Georgi des Unparticles. En effet, le fait remarquable est que la structure de l'espace de phase (3.25) d'une Unparticle est la même de celle d'un espace de phase d'un système de n particules sans masse qui est donné par :

$$\begin{aligned} d\Phi_n(p) &= \left(\int \prod_{j=1}^n \frac{d^4 p_j}{(2\pi)^3} \theta(p_j^0) \delta(p_j^2) \delta^4(P - \sum_{j=1}^n p_j) \right) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \\ &= A(n) \theta(p^0) \theta(p^2) (p^2)^{n-2} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

avec

$$A(n) = \frac{16\pi^{5/2}}{(2\pi)^{2n}} \frac{\Gamma(n + 1/2)}{\Gamma(n - 1)\Gamma(2n)}. \quad (3.27)$$

La normalisation est fixée par analogie à l'espace de phase d'un système $d_{\mathcal{U}_s}$ de particules sans masse :

$$A(d_{\mathcal{U}_s}) = \frac{16\pi^{5/2}}{(2\pi)^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \frac{\Gamma(d_{\mathcal{U}_s} + 1/2)}{\Gamma(d_{\mathcal{U}_s} - 1)\Gamma(2d_{\mathcal{U}_s})}. \quad (3.28)$$

Cette similarité entre les deux espaces de phase nous permet de démontrer la nature fondamentale des Unparticles à savoir : "une unparticle \mathcal{U}_s avec un la dimension $d_{\mathcal{U}_s}$ pourrait être virtualisé comme une collection de $d_{\mathcal{U}_s}$ particules invisibles de masse nulle". En d'autres termes, dans la théorie des Unparticles, un mode quelconque peut être décrit comme s'il s'agissait d'un système d'un nombre fractionnaire de particules quantiques de masses nulles d'une théorie quantique des champs invariante de Poincaré. Cette identification donne donc une première interprétation des champs invariants conformes de dimension d'échelle fractionnaire. On peut vérifier qu'en passant à la limite $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$, on reproduit l'espace de phase d'une particule sans masse. En effet, posons $d_{\mathcal{U}_s} = 1 + \varepsilon$. Comme :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} A(d_{\mathcal{U}_s}) = 2\pi \varepsilon \quad \text{et} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} (p^2)^{d_{\mathcal{U}_s} - 2} = \frac{1}{(p^2)^{1 - \varepsilon}},$$

et utilisons le fait que $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\varepsilon \theta(x)}{x^{1 - \varepsilon}} = \delta(x)$, alors :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} A(d_{\mathcal{U}_s}) \theta(p^0) \theta(p^2) (p^2)^{d_{\mathcal{U}_s} - 2} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{2\pi \varepsilon \theta(p^0) \theta(p^2)}{(p^2)^{1 - \varepsilon}} \quad (3.29)$$

$$= 2\pi \theta(p^0) \delta(p^2), \quad (3.30)$$

d'où

$$d\Phi_{d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1}(p) = 2\pi \theta(p^0) \delta(p^2) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4}, \quad (3.31)$$

qui est bien l'espace de phase d'une particule relativiste de masse nulle.

3.3.2 Propagateurs

Nous avons présenté jusqu'ici un aperçu complet de la théorie des unparticles de spin-0. Nous manquons donc qu'une discussion analytique sur le propagateur unparticle, qui est l'un des facteurs de différenciation de la théorie des unparticles à celles contenant des particules massives de spin-0,1/2,1 et 2. Nous suivrons le formalisme présenté dans [53] pour calculer les propagateurs de spin-0,1/2,1 et 2.

Le calcul des propagateurs des unparticles est également basé sur l'invariance conforme. Sans perte de généralité, nous començons par le calcul du propagateur du champs scalaire \mathcal{U}_s . Les extensions des propagateurs spin-1/2, spin-1 et spin-2

incluent tout simplement la structure de spin appropriée.

Champ scalaire

Le propagateur de Feynman du champ scalaire \mathcal{U}_s est obtenu en passant par la représentation spectrale de la fonction de Green du champ \mathcal{U}_s , c'est-à-dire la représentation de Källén-Lehman [49] :

$$\begin{aligned}\Delta_{\mathcal{U}_s}(x) &= \langle 0|T\mathcal{U}_s(x)\mathcal{U}_s(0)|0\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \rho_{\mathcal{U}}(m^2) \Delta_{\mathcal{U}_s}^c(x; m^2).\end{aligned}\quad (3.32)$$

où $\Delta_{\mathcal{U}_s}^c(x; m^2)$ est la fonction de Green à masses différentes donnée par :

$$\Delta_{\mathcal{U}_s}^c(x; m^2) = \int_0^\infty \frac{d^4p}{(2\pi)^3} e^{ixp} \theta(p^0) \delta(m^2 - p^2).\quad (3.33)$$

Dans l'hypothèse où la fonction $\rho_{\mathcal{U}}(m^2)$ décroît assez vite, dans la représentation p la relation (3.32) prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}\Delta_{\mathcal{U}_s}(p^2) &= \int d^4x e^{ipx} \langle 0|T\mathcal{U}_s(x)\mathcal{U}_s(0)|0\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \rho_{\mathcal{U}_s}(m^2) \Delta_{\mathcal{U}_s}^c(x; m^2) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho_{\mathcal{U}_s}(m^2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}.\end{aligned}\quad (3.34)$$

En suivant la même démarche que dans (3.17), nous avons :

$$\begin{aligned}W_s(x-y) &= \langle 0|T\mathcal{U}_s(x)\mathcal{U}_s(y)|0\rangle \\ &= \int d^4p \sum_n \delta^4(p - p_n) e^{-ipx} \langle \mathcal{U}_s, p_n | \mathcal{U}_s(0) | 0 \rangle \langle 0 | \mathcal{U}_s(0) | \mathcal{U}_s, P_n \rangle \\ &= \int d^4p e^{-ipx} \tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2),\end{aligned}\quad (3.35)$$

avec $\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2)$ est la densité spectrale des champs scalaire \mathcal{U}_s ayant la forme suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(p^2) &= \sum_n \delta^4(p - P_n) e^{-ipx} \langle \mathcal{U}_s, P_n | \mathcal{U}_s(0) | 0 \rangle \langle 0 | \mathcal{U}_s(0) | \mathcal{U}_s, P_n \rangle \\ &\equiv (2\pi)^{-4} \theta(p^0) \theta(p^2) \rho_{\mathcal{U}}(p^2),\end{aligned}\quad (3.36)$$

où $\rho_{\mathcal{U}}(p^2) = A(d_{\mathcal{U}_s})(p^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-2}$ d'après (3.22). d'où

$$\begin{aligned}\Delta_{\mathcal{U}_s}(p^2) &= \int d^Dx e^{ipx} \langle 0|T\mathcal{U}_s(x)\mathcal{U}_s(0)|0\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho_{\mathcal{U}}(m^2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{(m^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-\frac{D}{2}}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin d_{\mathcal{U}_s} \pi} \frac{i}{(-p^2 - i\epsilon)^{\frac{D}{2}-d_{\mathcal{U}_s}}}.\end{aligned}\quad (3.37)$$

Ainsi, en dimension 4 on obtient le propagateur du champ scalaire \mathcal{U}_s dans la théorie des unparticles :

$$\Delta_{\mathcal{U}_s}(p^2) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)} \frac{i}{(-p^2 - i \epsilon)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}, \quad (3.38)$$

avec

$$(-p^2 - i \epsilon)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} = \begin{cases} |p^2|^{2-d_{\mathcal{U}_s}} & \text{si } p^2 < 0, \\ |p^2|^{2-d_{\mathcal{U}_s}} e^{id_{\mathcal{U}_s} \pi} & \text{si } p^2 > 0. \end{cases} \quad (3.39)$$

Donc, en fonction des variable de Mandelstam, le propagateur de \mathcal{U}_s dans les différents canaux s , t et u s'écrit respectivement comme :

$$\Delta_{\mathcal{U}_s}(s) = Z_{d_{\mathcal{U}_s}} s^{d_{\mathcal{U}_s}-2} e^{id_{\mathcal{U}_s} \pi}, \quad \Delta_{\mathcal{U}_s}(t) = Z_{d_{\mathcal{U}_s}} |t|^{d_{\mathcal{U}_s}-2}, \quad \Delta_{\mathcal{U}_s}(u) = Z_{d_{\mathcal{U}_s}} |u|^{d_{\mathcal{U}_s}-2}. \quad (3.40)$$

avec

$$Z_{d_{\mathcal{U}_s}} = \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}. \quad (3.41)$$

Notons que le facteur $e^{id_{\mathcal{U}_s} \pi}$ dans le propagateur $\Delta_{\mathcal{U}_s}$ conduit à des effets d'interférence intéressantes avec les amplitudes du modèle standard [50]. Par exemple, dans $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ [51] ou le processus Drell-Yan [52], le propagateur Unparticle peut interférer avec le propagateur du photon réel et avec les deux parties réelles et imaginaires du propagateur du boson instable Z [50]. Nous remarquons que puisque $Z_{d_{\mathcal{U}_s}} \rightarrow -1$ lorsque $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1^+$, l'Eq. (3.38) reproduit le résultat familier du propagateur d'un champ scalaire ordinaire :

$$\lim_{d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1^+} \Delta_{\mathcal{U}_s}(p^2) = \frac{1}{p^2}. \quad (3.42)$$

Nous pouvons maintenant de manière similaire appliquer la même technique pour les champs \mathcal{U}_f , \mathcal{U}_v et \mathcal{U}_t pour obtenir la forme exacte des propagateurs correspondants.

Champ spinoriel

Nous faisons maintenant l'extension au cas fermionique. Nous introduisons les champs unparticle fermionique \mathcal{U}_f qui se transforment comme des spineurs sous les transformations de Lorentz. Comme la théorie des unparticles est toujours supposée être une théorie quantique des champs locale, le théorème spin-statistique tient toujours. Ainsi, \mathcal{U}_f doit obéir à des règles anti-commutation, semblables aux fermions ordinaires du MS. Parallèlement aux cas de bosons, la fonction de Green $W_f(x-y)$ du champ spinoriel \mathcal{U}_f s'obtient d'une façon analogue :

$$\begin{aligned} W_f(x-y) &= \langle 0 | T \mathcal{U}_f(x) \bar{\mathcal{U}}_f(0) | 0 \rangle \\ &= \int d^4 p \sum_n \delta^4(p - P_n) e^{-ipx} \langle \mathcal{U}_f, P_n | \mathcal{U}_f(0) | 0 \rangle \langle 0 | \bar{\mathcal{U}}_f(0) | \mathcal{U}_f, P_n \rangle \\ &= \int d^4 p e^{-ipx} (2\pi)^{-4} \theta(p^0) \theta(p^2) \rho_{\mathcal{U}}(p^2) S(p), \end{aligned} \quad (3.43)$$

où $S(p)$ est une fonction qui dépend de l'impulsion p du champ \mathcal{U}_f et des matrices de Dirac γ . D'autre part, d'après (2.37), la fonction de Wightman dans l'espace des moments à la forme suivante :

$$\begin{aligned}\langle 0|T\mathcal{U}_f(x)\bar{\mathcal{U}}_f(0)|0\rangle &= \frac{C_f}{(2\pi)^2} \frac{\not{x}}{(-x^2 + i\epsilon)^{d_{\mathcal{U}_f}}} \\ &= \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} e^{ipx} A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)(\not{p})(p^2)^{d_{\mathcal{U}_f} - \frac{D+1}{2}}.\end{aligned}\quad (3.44)$$

d'où

$$\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_f}(p^2) = A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)\theta(p^0)\theta(p^2)(p^2)^{d_{\mathcal{U}_f} - \frac{D+1}{2}}(\not{p}).\quad (3.45)$$

On en tire ainsi la forme du propagateur des champs spinoriels \mathcal{U}_f dans l'espace de dimension D :

$$\begin{aligned}\Delta_{\mathcal{U}_f}(p^2) &= \int d^D x e^{ipx} \langle 0|T\mathcal{U}_f(x)\bar{\mathcal{U}}_f(0)|0\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho_{\mathcal{U}}(m^2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} S(p) \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{(m^2)^{d_{\mathcal{U}_f} - \frac{D+1}{2}}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \not{p} \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos d_{\mathcal{U}_f} \pi} \frac{i \not{p}}{(-p^2 - i\epsilon)^{\frac{D+1}{2} - d_{\mathcal{U}_f}}}.\end{aligned}\quad (3.46)$$

En dimension $D = 4$, le Propagateur est de la forme :

$$\Delta_{\mathcal{U}_f}(p^2) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos d_{\mathcal{U}_f} \pi} \frac{i \not{p}}{(-p^2 - i\epsilon)^{\frac{5}{2} - d_{\mathcal{U}_f}}}.\quad (3.47)$$

avec $3/2 \leq d_{\mathcal{U}_f} < 5/2$.

Champ vectoriel

De façon analogue à (3.43), la fonction de Wightman à deux points prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}W_v(x-y) &= \langle 0|T\mathcal{U}_v^\mu(x)\mathcal{U}_v^\nu(y)|0\rangle \\ &= \int d^4 p \sum_n \delta^4(p - P_n) e^{-ipx} \langle \mathcal{U}_v, P_n | \mathcal{U}_v^\mu(0) | 0 \rangle \langle 0 | \mathcal{U}_v^\nu(0) | \mathcal{U}_v, P_n \rangle \\ &= \int d^4 p e^{-ipx} (2\pi)^{-4} \theta(p^0) \theta(p^2) \rho_{\mathcal{U}}(p^2) V^{\mu\nu}(p).\end{aligned}\quad (3.48)$$

D'autre part, la fonction de Wightman dans l'espace des moments a la forme suivante :

$$\begin{aligned}\langle 0|T\mathcal{U}_v^\mu(x)\mathcal{U}_v^\nu(0)|0\rangle &= \frac{C_V}{(2\pi)^2} \frac{1}{(-x^2 + i\epsilon)^{d_{\mathcal{U}_v}}} \left(g^{\mu\nu} - \frac{2x^\mu x^\nu}{x^2} \right) \\ &= \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} e^{ipx} A(d_{\mathcal{U}_v})(p^2)^{d_{\mathcal{U}_v} - D/2} \\ &\quad \times \left[g^{\mu\nu} - \frac{2(d_{\mathcal{U}_v} - 2)}{d_{\mathcal{U}_v} - 1} \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right],\end{aligned}$$

d'où

$$\tilde{\rho}_{\mathcal{U}_v}(p^2) = \theta(p^0)\theta(p^2)A(d_{\mathcal{U}_v})(p^2)^{d_{\mathcal{U}_v}-2}V^{\mu\nu}(p), \quad (3.49)$$

avec

$$V^{\mu\nu}(p) = g^{\mu\nu} - \frac{2(d_{\mathcal{U}_v} - 2)}{d_{\mathcal{U}_v} - 1} \frac{p^\mu p^\nu}{p^2}. \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\mathcal{U}_v}^{\mu\nu}(p^2) &= \int d^D x e^{ipx} \langle 0 | T \mathcal{U}_v^\mu(x) \mathcal{U}_v^\nu(0) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho_{\mathcal{U}}(m^2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} V^{\mu\nu}(p) \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_v})}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{(m^2)^{d_{\mathcal{U}_v} - \frac{D}{2}}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} V^{\mu\nu}(p) \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_v})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_v} \pi)} \frac{i}{(-p^2 - i\epsilon)^{\frac{D}{2} - d_{\mathcal{U}_v}}} V^{\mu\nu}(p). \end{aligned} \quad (3.51)$$

En dimension $D = 4$, le Propagateur $\Delta_{\mathcal{U}_v}^{\mu\nu}$ prend la forme suivante :

$$\Delta_{\mathcal{U}_v}^{\mu\nu}(p^2) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_v})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_v} \pi)} \frac{i}{(-p^2 - i\epsilon)^{2-d_{\mathcal{U}_v}}} V^{\mu\nu}(p). \quad (3.52)$$

Dans le cas où l'opérateur vectoriel \mathcal{U}_v^μ est transverse, $\partial_\mu \mathcal{U}_v^\mu = 0$, sa dimension d'échelle se réduit exactement à $d_{\mathcal{U}_v} = 3$ et la structure vectorielle de $V^{\mu\nu}$ se réduit à la forme suivante [53] :

$$V^{\mu\nu}(p) = g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2}. \quad (3.53)$$

Champ tensoriel

La forme exacte du propagateur tensoriel dépend de la structure tensorielle de l'opérateur champ $\mathcal{U}_t^{\mu\nu}$, i.e. symétrique ou anti-symétrique. Dans ce qui suit, $\mathcal{U}_t^{\mu\nu}$ est supposé symétrique, transverse et de trace nulle, $\mathcal{U}_t^\mu = 0$. La fonction de Wightman à deux points est de la forme :

$$\begin{aligned} W_t(x-y) &= \langle 0 | \mathcal{U}_t^{\mu\nu}(x) \mathcal{U}_t^{\rho\sigma}(y) | 0 \rangle \\ &= \int d^4 p \sum_n \delta^4(p - P_n) e^{-ipx} \langle \mathcal{U}_t, P_n | \mathcal{U}_t^{\mu\nu}(0) | 0 \rangle \langle 0 | \mathcal{U}_t^{\rho\sigma}(0) | \mathcal{U}_t, P_n \rangle \\ &= \int d^4 p e^{-ipx} (2\pi)^{-4} \theta(p^0) \theta(p^2) \rho_{\mathcal{U}}(p^2) T^{\mu\nu\rho\sigma}(p), \end{aligned} \quad (3.54)$$

où $T^{\mu\nu\rho\sigma}$ est une fonction de p décrivant la structure tensorielle des champs \mathcal{U}_t . D'autre part, la fonction de Wightman dans l'espace des moments a la forme suivante

[53] :

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \mathcal{U}_t^{\mu\nu}(x) \mathcal{U}_t^{\rho\sigma}(0) | 0 \rangle &= \frac{C_t}{(2\pi)^2} \frac{\left(I^{\mu\rho}(x) I^{\nu\sigma}(x) - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} \right) \pm \mu \longleftrightarrow \nu}{(x^2)^{d_{\mathcal{U}_t}}} \\
&= \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} e^{ipx} A(d_{\mathcal{U}_t}) (p^2)^{d_{\mathcal{U}_t} - D/2} \\
&\times \left[d_{\mathcal{U}_t} (d_{\mathcal{U}_t} - 1) (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\nu\rho} g^{\mu\sigma}) + \frac{1}{2} [4 - d_{\mathcal{U}_t} (d_{\mathcal{U}_t} + 1)] g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} \right. \\
&+ 2 \frac{(d_{\mathcal{U}_t} - 1)}{d_{\mathcal{U}_t}} \left(g^{\mu\rho} \frac{p^\nu p^\sigma}{p^2} + g^{\mu\sigma} \frac{p^\nu p^\rho}{p^2} + \mu \longleftrightarrow \nu \right) \\
&+ 4 (d_{\mathcal{U}_t} - 2) \left(g^{\mu\nu} \frac{p^\rho p^\sigma}{p^2} + g^{\rho\sigma} \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \\
&\left. + 8 (d_{\mathcal{U}_t} - 2) (d_{\mathcal{U}_t} - 3) \frac{p^\mu p^\nu p^\rho p^\sigma}{(p^2)^2} \right], \tag{3.55}
\end{aligned}$$

d'où

$$\tilde{\rho}_{\mathcal{U}}(p^2) = \theta(p^0) \theta(p^2) A(d_{\mathcal{U}_t}) (p^2)^{d_{\mathcal{U}_t} - 2} T^{\mu\nu\rho\sigma}(p), \tag{3.56}$$

avec :

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu\rho\sigma}(q) &= \frac{1}{2} \left[(g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\nu\rho} g^{\mu\sigma}) + \frac{[4 - d_{\mathcal{U}_t} (d_{\mathcal{U}_t} + 1)]}{2 d_{\mathcal{U}_t} (d_{\mathcal{U}_t} - 1)} g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} \right. \\
&+ 2 \frac{(d_{\mathcal{U}_t} - 1)}{d_{\mathcal{U}_t}} \left(g^{\mu\rho} \frac{p^\nu p^\sigma}{p^2} + g^{\mu\sigma} \frac{p^\nu p^\rho}{p^2} + \mu \longleftrightarrow \nu \right) \\
&+ 4 \frac{(d_{\mathcal{U}_t} - 2)}{d_{\mathcal{U}_t} (d_{\mathcal{U}_t} - 1)} \left(g^{\mu\nu} \frac{p^\rho p^\sigma}{p^2} + g^{\rho\sigma} \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \\
&\left. + 8 \frac{(d_{\mathcal{U}_t} - 2) (d_{\mathcal{U}_t} - 3)}{d_{\mathcal{U}_t} (d_{\mathcal{U}_t} - 1)} \frac{p^\mu p^\nu p^\rho p^\sigma}{(p^2)^2} \right]. \tag{3.57}
\end{aligned}$$

Dans le cas où $\mathcal{U}_t^{\mu\nu}$ est anti-symétrique et de trace nulle, $T_{\mu\nu\rho\sigma}$ aura la forme suivante [53] :

$$T^{\mu\nu\rho\sigma}(p) = \frac{1}{2} (\Pi^{\mu\rho}(p) \Pi^{\nu\sigma}(p) + \Pi^{\mu\sigma}(p) \Pi^{\nu\rho}(p) - \frac{2}{3} \Pi^{\mu\nu}(p) \Pi^{\rho\sigma}(p)), \tag{3.58}$$

avec

$$\Pi^{\mu\nu}(p) = -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{p^2}. \tag{3.59}$$

Le propagateur $\Delta_{\mathcal{U}_t}^{\mu\nu\rho\sigma}$ peut être maintenant dérivé comme dans les cas précédent à

traves le représentation spectrale :

$$\begin{aligned}
\Delta_{\mathcal{U}_t}^{\mu\nu\rho\sigma}(p^2) &= \int d^D x e^{ipx} \langle 0 | T \mathcal{U}^{\mu\nu}(x) \mathcal{U}^{\rho\sigma}(0) | 0 \rangle \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho_{\mathcal{U}}(m^2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} T^{\mu\nu\rho\sigma}(p) \\
&= \frac{A(d_{\mathcal{U}_t})}{2\pi} \int_0^\infty dm^2 \frac{(m^2)^{d_{\mathcal{U}_t} - \frac{D}{2}}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} T^{\mu\nu\rho\sigma}(p) \\
&= \frac{A(d_{\mathcal{U}_t})}{\sin(d_{\mathcal{U}_t}\pi)} \frac{i}{(-p^2 - i\epsilon)^{\frac{D}{2} - d_{\mathcal{U}_t}}} T^{\mu\nu\rho\sigma}(p). \tag{3.60}
\end{aligned}$$

Par conséquent, le propagateur du champ tensoriel dans l'espace de diension $D = 4$ a la forme suivante :

$$\Delta_{\mathcal{U}_t}^{\mu\nu\rho\sigma}(p^2) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_t})}{\sin(d_{\mathcal{U}_t}\pi)} \frac{i}{(-p^2 - i\epsilon)^{2 - d_{\mathcal{U}_t}}} T^{\mu\nu\rho\sigma}(p). \tag{3.61}$$

En fonction du propagateur du champ scalaire, $\Delta_{\mathcal{U}_s}$, le propagateur du champ tensoriel s'écrit comme :

$$\Delta_{\mathcal{U}_t}^{\mu\nu\rho\sigma}(p^2) = \Delta_{\mathcal{U}_s}(p)_{d_{\mathcal{U}_s} \leftrightarrow d_{\mathcal{U}_t}} T^{\mu\nu\rho\sigma}(p). \tag{3.62}$$

3.4 Les règles de Feynman

Les différents vertex d'interaction entre les unparticles et les champs du MS peuvent être construits à partir du Lagrangien donné par l'Eq. (3.11) :

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{\lambda}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}} + d_{MS} - 4}} T_{\mu\nu} \mathcal{O}^{\mu\nu}, \tag{3.63}$$

où $T_{\mu\nu}$ est le tenseur energie-impulsion des champs de la matière du MS. $\Lambda_{\mathcal{U}}$ joue le rôle de la coupure ultraviolette (UV) de la théorie effective. Ici, nous allons nous limiter aux champs unparticles scalaires et tensorielles couplés aux champs de jauge non massifs du MS qui entrent dans notre étude phénoménologique du chapitre 4. Les interactions effectives qui satisfont la symétrie de jauge du MS pour les opérateurs Unparticles scalaires et tensoriels avec les champs de jauge non massifs du MS, gluons et photons, sont donnés respectivement par [60] :

$$-\frac{\lambda_{s,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \mathcal{U}_s - \frac{\lambda'_{s,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \mathcal{U}_s, \tag{3.64}$$

$$-\frac{\lambda_{t,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu} - \frac{\lambda'_{t,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu}, \tag{3.65}$$

$$-\frac{\lambda_{s,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \mathcal{U}_s - \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \mathcal{U}_s, \tag{3.66}$$

$$-\frac{\lambda_{t,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu} - \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu}, \tag{3.67}$$

où

$$\tilde{G}^{a\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}G^{a\rho\sigma} \quad \text{and} \quad \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\rho\sigma}, \quad (3.68)$$

et λ_i sans des constantes de couplages effectives sans dimension. Dans le cas des gluons,

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f^{abc} A_\nu^b A_\mu^c, \quad (3.69)$$

avec a, b et c sont les indices du groupe $SU(3)_C$ de générateurs T^a et f^{abc} sont les constantes de structure de ce groupe.

Les interactions (3.64) et (3.65) conduisent aux expressions suivantes pour les vertexes gluon-gluon-unparticle $gg\mathcal{U}_{s/t}$ [60] :

$$gg\mathcal{U}_s : \{T^a, T^b\} \frac{4i}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} [\lambda_{s,g} (p_1^\nu p_2^\mu - p_1 \cdot p_2 g^{\mu\nu}) + 2\lambda'_{s,g} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\rho p_2^\sigma], \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} gg\mathcal{U}_t : & \frac{i\lambda_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} (\{T^a, T^b\} K_{\mu\nu\rho\sigma}^S + [T^a, T^b] K_{\mu\nu\rho\sigma}^A) \\ & + \frac{i\lambda'_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} (\{T^a, T^b\} F_{\mu\nu\rho\sigma}^S + [T^a, T^b] F_{\mu\nu\rho\sigma}^A), \end{aligned} \quad (3.71)$$

où

$$K_{\mu\nu\rho\sigma}^{S(A)} = K_{\mu\nu\rho\sigma} \pm K_{\mu\nu\sigma\rho}, \quad (3.72)$$

$$K_{\mu\nu\rho\sigma} = -g_{\mu\nu} p_1\rho p_2\sigma - g_{\rho\mu} g_{\sigma\nu} p_1 \cdot p_2 + g_{\sigma\mu} p_1\nu p_2\rho + g_{\sigma\nu} p_1\rho p_2\mu, \quad (3.73)$$

$$F_{\mu\nu\rho\sigma}^{S(A)} = p_1\rho p_2\eta \epsilon_{\mu\nu\eta\sigma} - p_1\rho p_2\eta g_{\mu\rho} \epsilon_{\sigma\rho\eta\nu} \mp p_1\eta p_2\rho \epsilon_{\mu\nu\eta\sigma} \mp p_1\eta p_2\rho g_{\rho\nu} \epsilon_{\sigma\rho\eta\mu}. \quad (3.74)$$

Les vertexes photon-photon unparticle, $\gamma\gamma\mathcal{U}_{s/t}$, peuvent être obtenu à partir des vertexes gluon-gluon unparticle $gg\mathcal{U}_{s/t}$ en faisant des remplacements suivants : $\lambda_{s/t,g} \rightarrow \lambda_{s/t,\gamma}$, $\{T^a, T^b\} \rightarrow 1$ et $[T^a, T^b] \rightarrow 0$. On obtient alors :

$$\gamma\gamma\mathcal{U}_s : \frac{4i}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} [\lambda_{s,\gamma} (p_1^\nu p_2^\mu - p_1 \cdot p_2 g^{\mu\nu}) + 2\lambda'_{s,\gamma} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\rho p_2^\sigma], \quad (3.75)$$

$$\gamma\gamma\mathcal{U}_t : \frac{i\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} K_{\mu\nu\rho\sigma}^S + \frac{i\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} F_{\mu\nu\rho\sigma}^S, \quad (3.76)$$

Deuxième partie

Signature des Unparticles au LHC et ILC

Chapitre 4

Signature des Unparticles scalaires et tensorielles au LHC et ILC

Ce chapitre est consacré à l'étude de la production de paire de photons dans les collisions gg et $\gamma\gamma$ aux collisionneurs LHC et ILC respectivement, via les échanges des unparticles scalaires et tensorielles. Pour le processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$, nous présentons les détails des calculs au premier ordre des amplitudes d'hélicité. Ces résultats seront utilisés pour estimer les amplitudes de diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$.

4.1 Introduction

Grâce à sa haute énergie et luminosité dans les collisions proton-proton, le grand collisionneur de hadrons (LHC), qui a débuté ses activités depuis cinq années, est prévu de sonder un nouveau domaine encore inexploré de nouvelles particules au-delà du MS autour de l'échelle du TeV. Bien qu'il est conçu pour extraire les signaux et les indices d'une nouvelles physique, l'étude détaillée de la nature de celle-ci et de ses propriétés a besoins des mesures de haute précision qui seront obtenues au future collisionneur linéaire international (ILC). C'est une machine extrêmement puissante pour compléter les découvertes du LHC et effectuer des mesures de précision possibles dans l'espace des paramètres régissant le nouveau scénario de la nouvelle physique. Le ILC devrait être capable de créer ces nouvelles particules en faisant entrer des électrons et des positrons en collision à une énergie du centre de masse $\sqrt{s} = 500$ GeV et ainsi la compréhension d'une nouvelle physique autour de l'échelle de TeV. En outre, le ILC pourrait, de par sa structure linéaire et variable, permettre de poursuivre les expériences sur le boson de Higgs découvert par le LHC en 2012.

Les processus de production de paires de photons aux collisionneurs de hadrons et d'électrons sont des processus très importants car ils fournissent des canaux clair pour tester les prédictions du MS [61]. Une étude approfondie de ces processus existe dans la littérature [62] dans le contexte de la recherche d'un boson de Higgs léger se désintégrant majoritairement en deux photons [61]. De même, ces processus ont été

également utilisé pour sonder toute nouvelle physique au-delà du MS [61, 79], tels que les modèles des dimensions supplémentaires et le modèle des unparticles [65]. En effet, les processus d'interactions qui se produisent uniquement via des boucles sont particulièrement intéressants si la nouvelle physique aux basses échelles permet ces interactions au niveau des arbres. Ainsi, la production de paires de photons par fusion gluon-gluon ou par diffusion photon-photon aux différents collisionneurs ouvre une porte intéressante pour toutes les interactions au niveau des arbres de l'ordre α_{new} , puisque dans le MS, l'ordre le plus bas pour la fusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$ ou la diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ne peut avoir lieu que via des diagrammes de boîte par l'intermédiaire d'une boucle de quark, et ils constituent les bruits de fond dominants pour le canal de diphoton aux LHC et ILC. Cependant, ces contributions sont généralement très petits¹. Donc, si le taux du signal est important dans le canal de diphoton, la recherche des signatures de la nouvelle physique dans le canal de diphoton pourrait être très prometteuse.

Dans le modèle des unparticles, l'état final de diphoton constitue l'un des signaux importants pour la recherche des unparticles de spin-0 et spin-2 en tant que états intermédiaires dans les collisions gg et $\gamma\gamma$. La phénoménologie correspondante a été étudiée avec beaucoup de détails dans la littérature [64, 65, 66, 67]. Cependant, un point important concernant la contrainte théorique sur la dimension d'échelle des unparticles tensorielles basée sur la condition de l'unitarité a été négligé² dans les travaux de [64, 65]. Nous allons donc analyser de nouveau la production de paire de photons $\gamma\gamma$ dans la fusion gg et la diffusion $\gamma\gamma$ via l'échange des unparticles scalaires et tensorielles à la lumière des ces observations en considérant les densités Lagrangienne d'interactions les plus générales dans le modèle de Georgi.

L'organisation de ce présent chapitre est la suivante. Dans la première partie, nous commençons d'abord par l'étude de la fusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$ au LHC où les sections efficaces totales de diffusion pour les différentes configurations de polarisation des gluons incidents seront présentées. A noté que les amplitudes d'hélicités des états de spin-0 ont été déjà calculé dans [67]. Nous étendons ce calcul en incluant les amplitudes d'hélicités des états de spin-2. Par la suite, nous comparons les différentes distributions cinématiques du signal non polarisés (MS + UP) avec le bruit de fond du MS (diagramme de boîte). Dans la seconde partie, nous répétons la même étude en comparant les sections efficaces de diffusion pour les différentes configurations de polarisation des photons incidents avec celles du MS à basse échelle au ILC. Dans nos calculs, nous faisons usage de FeynCalc pour évaluer les amplitudes d'hélicités ainsi que le carré de la somme des amplitudes non polarisées.

1. Nous notons que les contribution de $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ et $gg \rightarrow \gamma\gamma$ via des diagrammes de boîte sont beaucoup plus supprimées comme les sections efficaces sont proportionnelles à $\alpha_s^2 \alpha_{em}^2$ et α_{em}^4 respectivement (où α_s et α_{em} sont les couplages de QCD et QED respectivement).

2. Il est supposé que la même contrainte sur $d_{\mathcal{U}_s}$ valable pour $d_{\mathcal{U}_t}$, c'est à dire $1 \leq d_{\mathcal{U}_t} \leq 2$. Ceci viole la règle de l'unitarité qui fournit une borne inférieure sur les dimensions d'échelle : $3 \leq d_{\mathcal{U}_t}$ pour la symétrie d'échelle et $4 \leq d_{\mathcal{U}_t}$ pour la symétrie conforme.

4.2 Signature des Unparticles de spin-0 et spin-2 au LHC

Dans le modèle standard, la production de diphoton à l'ordre le plus bas (LO) en QCD perturbative se réalise via le sous-processus d'annihilation quark-antiquark ($q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$) ainsi que par la fusion gluon-gluon ($gg \rightarrow \gamma\gamma$) via une boucle de quark virtuel (diagrammes de boîte). La contribution de cette dernière a été calculé dans [81] et se révèle être comparable au résultat de l'annihilation quark-antiquark [75, 76, 77, 78]. Pour cette raison, la contribution du diagramme de boîte est habituellement inclus dans tous ordre de calculs de production de diphoton.

Etant donné que dans le MS le processus de fusion gluon-gluon ne se produit que par l'intermédiaire de diagrammes de boîte, la section efficace est fortement supprimée. Ainsi, la fusion gluon-gluon en diphoton ouvre une possibilité intéressante pour l'étude de l'interaction des unparticles qui permet des couplages des gluons et photons au niveau de l'arbre par l'intermédiaire des états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_t . Dans [65], l'auteur a examiné la contribution des unparticles de spin-0 et spin-2 à la production de diphoton dans le sous-processus d'annihilation quark-antiquark ($q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$) et la fusion de gluon au LHC en fonction de la masse invariante et les distributions en rapidité pour différents paramètres du modèle à savoir, la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}}$, les couplages $\lambda_{\mathcal{U}}$ et l'échelle d'énergie $\Lambda_{\mathcal{U}}$. Dans son analyse, il s'est limité à l'ordre le plus bas en QCD où il montre que cette nouvelle physique peut affecter le bruit de fond de diphoton du MS. Le background du diagrammes de boîte $gg \rightarrow \gamma\gamma$ n'a pas été pris en compte de façon considérable pour des grandes valeurs de la masse invariante.

Néanmoins, la distribution des gluons dans les protons de hautes énergies devient très importante aux petits x , ce qui rend ce sous-processus une source importante de production de diphoton pour de faible masse invariante Q et moment transverse p_T au LHC. Comme est souligné dans [80], la contribution de $gg \rightarrow \gamma\gamma$ à l'ordre α_s pourrait donner un effet non négligeable au LHC en comparaison à d'autres contributions à cet ordre en raison du grand flux de gluons. Il existe de nombreux diagrammes qui contribuent à l'ordre α_s , mais les auteurs de [80] ont fait valoir que la contribution dominante provenant du diagramme de boîte. Pour la recherche des unparticles, il est plausible que l'interférence des contributions gg à la production des unparticles avec les diagrammes du MS en ordre α_s pourrait être aussi importante. Dans le cadre de notre modèle, ces contributions d'interférence augmentent l'effet au petites régions de $M_{\gamma\gamma}$ [79].

Par conséquent, dans notre analyse, nous montrons les différentes distributions de masse invariante, moment transverse et rapidité pour pour un choix donné paramètres du modèle comme une amélioration par rapport au diagramme de boîte $gg \rightarrow \gamma\gamma$ qui est considéré comme le bruit de fond principal de nos signaux.

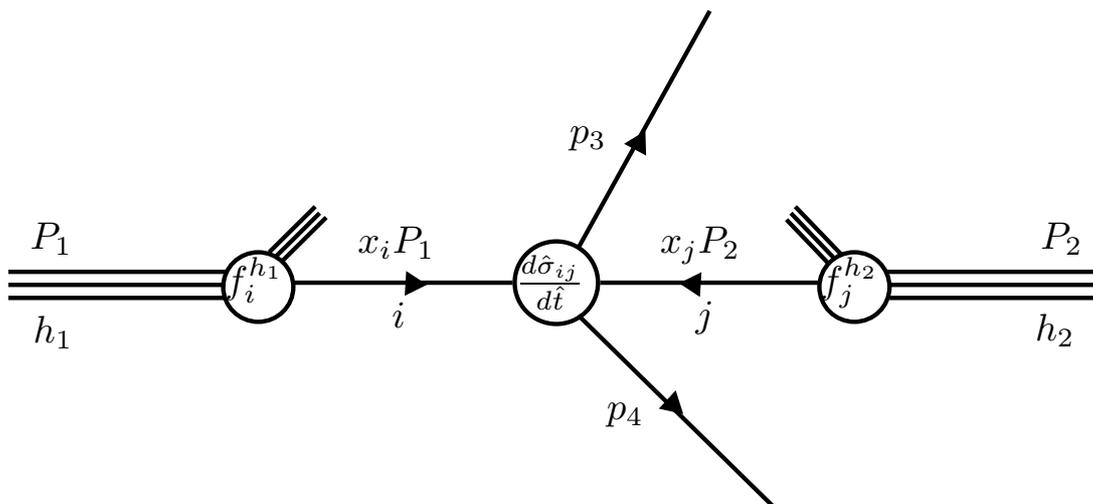


FIGURE 4.1 – Structure schématique d’un processus de fusion de gluon dans les collisions hadron-hadron au LHC. P_1 et P_2 représentent les moments des deux hadrons (protons) entrants h_1 et h_2 .

4.2.1 La fusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$ au LHC

Lors des collisions hadroniques, les énergies du centre de masse atteignent des échelles très élevées et les effets les plus importants proviennent de l’interaction forte. En effet, un hadron h_1 de haute énergie est considéré comme étant une composition de partons (quarks et de gluons) partageant le moment longitudinal P_1 du hadron h_1 . Chaque parton i avec un moment p_i porte une fraction d’impulsion longitudinale $x_i = p_i/P_1$. Ces partons interagissent ensemble sur une échelle d’énergie de liaison faible, tandis que les collisions entre les partons se produisent sur une grande échelle d’énergie avec une grande quantité de mouvement transversale. Ainsi, le confinement rend compliqué les calculs de QCD des sections efficaces à basse énergie, en raison du fait que les états liés existent et la série de perturbation en terme de constante de couplage ne peut être appliquée. Les calculs sont donc divisés en deux parties, conformément au théorème de factorisation, séparés en énergie par l’échelle de factorisation, μ_F . L’échelle μ_F de factorisation doit être considérée comme l’échelle séparant la longue distance ou physique douce de la courte distance ou physique dure. A basse énergie, la partie non-perturbative est décrite à l’aide des fonctions de distribution des partons ($PDFs$), notées $f_i(x, \mu_F^2)$ qui donnent la densité probabilité de trouver un parton de type i portant une fraction d’impulsion x_i lorsque le hadron est sondé à une échelle d’énergie μ_F^2 . Une image du processus de diffusion hadronique dans l’espace réel est donnée par la Fig.(4.1).

Ainsi, la section efficace d’un processus entre deux hadrons h_1 et h_2 de moment P_1 et P_2 , respectivement, dans lesquels les partons possèdent les moments $p_1 = x_1 P_1$ et $p_2 = x_2 P_2$, produisant un état final C , est donnée par :

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow CX) = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_i^{h_1}(x_1, \mu_F) f_j^{h_2}(x_2, \mu_F) \hat{\sigma}(ij \rightarrow C), \quad (4.1)$$

MSTW 2008 NNLO PDFs (68% C.L.)

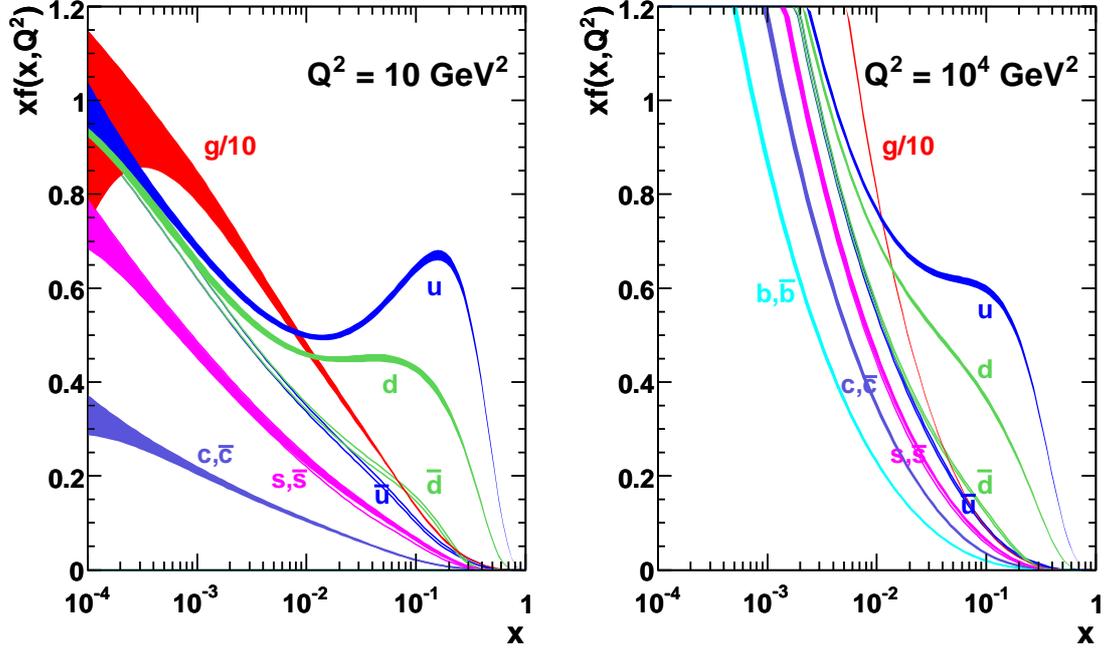


FIGURE 4.2 – MSTW 2008 NNLO PDFs à $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ et $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ [82].

où $\hat{\sigma}_{ij}$ est appelée section efficace du processus partonique calculé perturbativement, $\hat{s} = (p_1 + p_2)^2 = x_1 x_2 S$ représente le carré de l'énergie du centre de masse de collision des partons et S est l'énergie du centre de masse résultante des hadrons entrant en collision.

Dans l'Eq. (4.1) μ_F et μ_R représentent les échelles de factorisation et de renormalisation, respectivement. L'échelle de renormalisation μ_R est utilisée en QCD perturbative avec la correspondante constante de couplage mobile $\alpha_s(\mu_R)$ pour régulariser les termes divergents dans la série de perturbation lors du calcul des sections efficaces partoniques. L'échelle de factorisation μ_F est l'échelle où la fonction de distribution de partons est évaluée. La section efficace physique qui serait le résultat de l'évaluation de la série de perturbation complète ne dépend pas de l'une des deux échelles. Cependant, comme les calculs peuvent être effectués à l'ordre fini dans la théorie des perturbations, les prédictions des sections efficaces dépendent du choix de l'échelle. Dans la pratique, les deux échelles sont généralement égales à l'échelle de l'énergie typique du processus de diffusion dure.

Les *PDFs* sont universels et indépendantes des processus considérés, et sont déterminées à partir des données de plusieurs types d'expériences : diffusion profondément inélastique de leptons sur hadrons et processus de collisions dures de hadrons. Les *PDFs* peuvent donc être évaluées à une échelle et évoluées à une autre échelle. Il ya beaucoup de groupes qui travaillent sur la détermination des *PDFs* à

partir des expériences. Les deux collaborations les plus connues sont : CTEQ³ et MSTW⁴. Dans notre calculs, nous utilisons les résultats du groupe MSTW dont l'évolution des PDFs entre deux échelles différentes est montré dans la Fig. (4.2). La figure de gauche ($Q^2 = 10$ GeV) montre les PDFs à une petite échelle, tandis que la figure de droite ($Q^2 = 10^4$ GeV) montre les PDFs à des échelles similaires à celles qui sont impliquées dans la production de bosons W ($Q^2 \sim m_W = 100$ GeV). La structure du proton subit des changements importants entre les deux échelles. À plus petite échelle le moment du proton est principalement emporté par les quarks de valence (u et d), tandis que dans la grande échelle les quarks de la mer et les gluons jouent un rôle beaucoup plus important.

Avant de passer à l'étude de la phénoménologie de la production de paire de photon par fusion de gluons lors des collision proton-proton au LHC, nous considérons d'abord la cinématique associée aux collisions $pp \rightarrow gg \rightarrow \gamma\gamma$ et nous donnons brièvement quelques formules utiles pour le calcul des sections efficaces inclusives. Au LHC, la production de paire de photon de moments p_3 et p_4 par fusion de gluons se fait à travers la collision hadronique suivante :

$$h_1(P_1) + h_2(P_2) \rightarrow g(x_1 P_1) + g(x_2 P_2) \rightarrow \gamma(p_3) + \gamma(p_4), \quad (4.2)$$

où x_1 et x_2 sont les fractions de quantité de mouvement des partons (gluons) entrants dans la hadrons P_1 et P_2 de moments p_1 et p_2 respectivement.

Plusieurs façons de choisir les variables cinématiques décrivant l'état final $\gamma\gamma$. Dans notre étude, nous allons utiliser les trois variables suivantes : la masse invariante de paire de photon, la rapidité longitudinale du photon y et le moment transverse du premier photon à l'axe de collision p_T ⁵, et sont données respectivement par :

$$Q = (p_3 + p_4)^2 \equiv \hat{s}, \quad (4.3)$$

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \quad (4.4)$$

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (4.5)$$

où E et p_z étant l'énergie et la composante de l'impulsion suivant l'axe longitudinal z , respectivement. L'expression de y , une fois évaluée pour une particule de masse nulle, a une forme beaucoup plus simple, à savoir :

$$y \equiv \eta = \ln \cot \frac{\theta}{2}. \quad (4.6)$$

où θ est l'angle polaire au centre de masse de diffusion. Cette forme, appelée *pseudo-rapidité*, est très pratique expérimentalement, car elle ne dépend pas l'énergie de la

3. G. Stermann, J. Smith, J. C. Collins, W. Vogelsang, J. Huston, J. Pomplin

4. A. Martin, J. Stirling, R. Thorne, G. Watt

5. Une fois que la grandeur de la quantité de mouvement transversal au faisceau pour une particule est spécifié, l'autre est déterminé.

particule, elle depend uniquement l'angle θ . Pour de nombreux processus de haute énergie de la dépendance sur les masses des particules est négligeable et donc la rapidité et pseudorapidité deviennent équivalentes. La valeur $y = 0$ indique la direction vers le haut ($\theta = 90^\circ$), et les valeurs grandes de y correspondent aux directions plus proches de l'axe longitudinal z ($\theta = 0^\circ \leftrightarrow y \rightarrow \infty$).

Les variables de Mandelstam au niveau des partons (gluons) s'expriment par :

$$\begin{aligned}\hat{s} &= x_1 x_2 S = Q, \\ \hat{t} &= -x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_1} = -x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_2} \\ \hat{u} &= -x_2 p_T \sqrt{s} e^{y_1} = -x_1 p_T \sqrt{s} e^{-y_2}.\end{aligned}\tag{4.7}$$

et la section efficace différentielle hadronique (4.1) s'exprime de la forme suivante :

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma(h_1 h_2 \rightarrow gg \rightarrow \gamma\gamma)}{dp_T^2 dy} &= \sum \int_{x_1^{min}}^1 dx_1 f_1^{h_1}(x_1, \mu_F) f_2^{h_2}(x_2, \mu_F) \\ &\times \frac{2x_1 x_2}{2x_1 - x_T e^y} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(gg \rightarrow \gamma\gamma),\end{aligned}\tag{4.8}$$

où

$$x_1^{min} = \frac{x_T e^y}{2 - x_T e^{-y}}, \quad x_2 = \frac{x_1 x_T e^{-y}}{2x_1 - x_T e^y} \quad \text{et} \quad x_T = \frac{2p_T}{\sqrt{S}}\tag{4.9}$$

et où $d\hat{\sigma}/d\hat{t}(gg \rightarrow \gamma\gamma)$ est la section efficace différentielle du sous-processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$ et est donnée par :

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(gg \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \sum |M(gg \rightarrow \gamma\gamma)|^2.\tag{4.10}$$

Pour avoir une prédiction pour la distribution experimental par rapport à la masse invariante, on effectue le changement de variables de (x_1, x_2) à (x_1, Q) suivant :

$$dx_1 dx_2 = \left| \frac{\partial Q}{\partial x_2} \right|^{-1} dx_1 dQ = \frac{1}{x_1 Q} dx_1 dQ,\tag{4.11}$$

Par conséquent, l'Eq. (4.8) devient :

$$\frac{d\sigma(h_1 h_2 \rightarrow gg \rightarrow \gamma\gamma)}{dQ} = \sum \int_{\hat{s}/Q}^1 dx_1 \frac{1}{x_1 Q} f_1^{h_1}(x_1, \mu_F) f_2^{h_2}(x_2, \mu_F) \frac{d\hat{\sigma}(ab \rightarrow 12)}{d\hat{t}}\tag{4.12}$$

Dans ce qui suit, nous allons d'abord présenter les résultats pour les éléments de matrice carrée de la production de paire photons au premier ordre en QCD dans le cadre des unparticles scalaires et tensoriels. Par la suite, nous présentons les différentes distributions cinématiques du signal correspondant ainsi que celui du bruit du MS en utilisant les formules (4.8) et (4.12).

4.2.2 Contribution des unparticles dans $gg \rightarrow \gamma\gamma$

Dans la section 3.4 du chapitre 3, nous avons donné les règles de Feynman pour une théorie générale dans laquelle les champs de jauge non massifs du MS sont couplés aux champs unparticles de spin-0 et spin-2. Nous allons maintenant utiliser ces règles pour calculer analytiquement l'amplitude de production de paires de photons dans la fusion de gluons via les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_t .

Dans le modèle des unparticles, la production de paire de photons dans le processus de fusion gluon-gluon :

$$g(p_1) + g(p_2) \rightarrow \gamma(p_3) + \gamma(p_4), \quad (4.13)$$

peut se produire via les états de spin-0 ou spin-2 à l'ordre le plus bas. Dans le processus (4.13), p_1 et p_2 sont les impulsions des gluons entrants et p_3 et p_4 sont les impulsions des photons sortants avec $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Les diagrammes d'ordre le plus bas qui contribuent au processus (4.13) dans le cadre des unparticles et dans le MS sont représentés dans la Fig. (4.3). Nous décrivons la cinématique en termes de variables Mandelstam comme $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_2)^2$ et $u = (p_1 - p_3)^2$. Dans les calculs, nous pouvons décrire la cinématique complète pour le processus (4.13) en termes de quatre vecteurs suivants dans le centre de masse :

$$p_1^\mu = E(1, 0, 0, 1), \quad (4.14)$$

$$p_2^\mu = E(1, 0, 0, -1), \quad (4.15)$$

$$p_3^\mu = E(1, \sin \theta_{cm}, 0, \cos \theta_{cm}), \quad (4.16)$$

$$p_4^\mu = E(1, -\sin \theta_{cm}, 0, -\cos \theta_{cm}), \quad (4.17)$$

et

$$\epsilon_1^\mu = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, h_1, i, 0), \quad (4.18)$$

$$\epsilon_2^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -h_2, i, 0), \quad (4.19)$$

$$\epsilon_3^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -h_3 \cos \theta_{cm}, i, +h_3 \sin \theta_{cm}), \quad (4.20)$$

$$\epsilon_4^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, +h_4 \cos \theta_{cm}, i, -h_4 \sin \theta_{cm}), \quad (4.21)$$

où les $\epsilon_i^\mu \equiv \epsilon_i^\mu(h_i)$ représentent les quadri-vecteurs de polarisation des états initiaux et finals et sont supposés polarisés circulairement. Les quantités h_i représentent la paramétrisation des deux états de polarisation transversales et prennent les valeurs $h_i \pm 1$.

Les formes générales des interactions effectives des unparticles de spin-0 et spin-2 avec les bosons non massifs du MS, gluon et photon, sont données par les densités

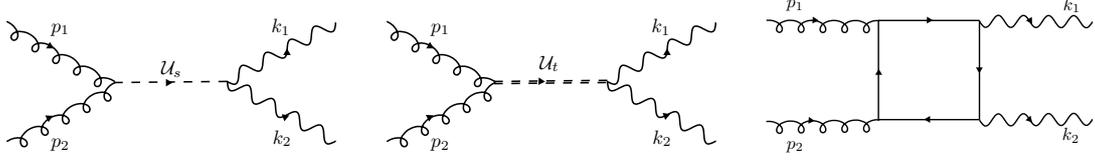


FIGURE 4.3 – Diagrammes de Feynman pour pour la production de diphoton par fusion de gluons dans la théorie des unparticles (les deux diagrammes de gauche) et dans le MS (le diagramme de droite).

Lagrangiennes suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_S = & - \frac{\lambda_{s,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \mathcal{U}_s - \frac{\lambda'_{s,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \mathcal{U}_s \\ & - \frac{\lambda_{s,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \mathcal{U}_s - \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \mathcal{U}_s \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_T = & - \frac{\lambda_{t,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu} - \frac{\lambda'_{t,g}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu} \\ & - \frac{\lambda_{t,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu} - \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{4\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \mathcal{U}_t^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

avec

$$\tilde{G}^{a\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G^{a\rho\sigma} \quad \text{et} \quad \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \quad (4.24)$$

et λ_i sont des constantes sans dimension. Les vertexes correspondants sont respectivement donnés par les Eqs. (3.70-3.71) et (3.75-3.76) du chapitre 3. La moyenne de la somme sur le spin et la couleur de l'élément de la matrice carré $\mathcal{M} \equiv \mathcal{M}(h_1, h_2, h_3, h_4)$ pour le processus (4.13) est :

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sum_{h_1, h_2, h_3, h_4 = \pm 1} \frac{1}{N_c^2 - 1} \sum_{a, b=1}^8 \mathcal{M}^2 \quad (4.25)$$

où a, b sont les indices de couleurs du groupe de jauge $SU(3)_C$ et N_c représente les états de couleurs accessibles et vaut 8 pour les gluons. Ici, nous avons introduit un facteur supplémentaire 1/2 en raison de la présence de deux particules identiques dans l'état final. Comme les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_t ne portent pas des charges de couleur, un facteur de $1/(N_c^2 - 1)$ est introduit au lieu de $1/(N_c^2 - 1)^2$. Pour la somme sur les polarisations des gluons et photons, nous étulisons la jauge de Feynman suivante :

$$\sum_{h_1, h_2 = \pm 1} \epsilon_\mu(p_1, h_1) \epsilon_\nu(p_2, h_2) = \sum_{h_3, h_4 = \pm 1} \epsilon_\mu(k_3, h_3) \epsilon_\nu(k_4, h_4) = -g_{\mu\nu}. \quad (4.26)$$

En utilisant les règles de Feynman, les propagateurs et les couplages aux vertex (3.70-3.71) et (3.75-3.76), les amplitudes de transition entre l'état initial et l'état final du processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$ via les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_t dans la jauge de Feynman s'expriment respectivement comme :

$$\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s} = \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu^a(p_1) \epsilon_\nu^b(p_2) \epsilon_\alpha^*(p_3) \epsilon_\beta^*(p_4), \quad (4.27)$$

$$\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t} = \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu^a(p_1) \epsilon_\nu^b(p_2) \epsilon_\alpha^*(p_3) \epsilon_\beta^*(p_4), \quad (4.28)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu\alpha\beta} &= -16C_S \{T^a, T^b\} \left[\frac{\lambda_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} (p_1^\mu p_2^\nu - p_1 \cdot p_2 g^{\mu\nu}) + 2 \frac{\lambda'_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\rho p_2^\sigma \right] \\ &\times \frac{e^{id_{\mathcal{U}_s}\pi}}{\hat{s}^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} \left[\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} (p_3^\alpha p_4^\beta - p_3 \cdot p_4 g^{\alpha\beta}) + 2 \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_3^\gamma p_4^\delta \right], \end{aligned} \quad (4.29)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{\mu\nu\alpha\beta} &= -C_T \left[\frac{\lambda_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} (\{T^a, T^b\} K_S^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) + [T^a, T^b] K_A^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu)) \right. \\ &+ \left. \frac{\lambda'_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} (\{T^a, T^b\} F_S^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) + [T^a, T^b] F_A^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu)) \right] \\ &\times \frac{e^{id_{\mathcal{U}_t}\pi} T_{\rho\sigma\gamma\delta}(p_1 + p_2)}{\hat{s}^{2-d_{\mathcal{U}_t}}} \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K_S^{\alpha\beta\gamma\delta}(p_3^\alpha, p_4^\beta) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F_S^{\alpha\beta\gamma\delta}(p_3^\alpha, p_4^\beta) \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

Ici, les facteurs C_S et C_T sont donnés par :

$$C_S = \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}, \quad C_T = \frac{A(d_{\mathcal{U}_t})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_t} \pi)}, \quad (4.31)$$

et

$$K_{S(A)}^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) = K_{\mu\nu\rho\sigma} \pm K_{\mu\nu\sigma\rho}, \quad (4.32)$$

$$K^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) = -g_{\mu\nu} p_{1\rho} p_{2\sigma} - g_{\rho\mu} g_{\sigma\nu} p_1 \cdot p_2 + g_{\sigma\mu} p_{1\nu} p_{2\rho} + g_{\sigma\nu} p_{1\rho} p_{2\mu}, \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} F_{S(A)}^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) &= p_{1\rho} p_{2\eta} \epsilon_{\mu\nu\eta\sigma} - p_{1\rho} p_{2\eta} g_{\mu\rho} \epsilon_{\sigma\rho\eta\nu} \mp p_{1\eta} p_{2\rho} \epsilon_{\mu\nu\eta\sigma} \\ &\mp p_{1\eta} p_{2\rho} g_{\rho\nu} \epsilon_{\sigma\rho\eta\mu}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Dans le but de déterminer les sections efficaces correspondantes, il faut déterminer les amplitudes de transition au carré et effectuer la sommation sur les états de couleur et de spin. L'évaluation à la main de ces amplitudes d'hélicité semble très périlleuse voir impossible pour les cas tensoriel. Pour cela, on utilise l'outil FeynCalc. C'est un programme très puissant pour le calcul des amplitudes des processus physiques compliqués. Le détail du code est donné dans l'Annex C. Il faut d'abord établir l'expression littérale de $\mathcal{M}_{\mathcal{U}_i}^* \mathcal{M}_{\mathcal{U}_i}$. Après sommation sur les états des gluons et photons

on trouve :

$$\begin{aligned}
\sum_{h_i, i=1,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}|^2 &= 16^2 C_S^2 \hat{s}^{2(d_{\mathcal{U}_s}-2)} \sum_{ab} \{T^a, T^b\}^2 g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} g_{\alpha\alpha'} g_{\beta\beta'} \\
&\times \left[\frac{\lambda_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} (p_1^\mu p_2^\nu - p_1 \cdot p_2 g^{\mu\nu}) + 2 \frac{\lambda'_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\rho p_2^\sigma \right] \\
&\times \left[\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} (p_3^\alpha p_4^\beta - p_3 \cdot p_4 g^{\alpha\beta}) + 2 \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_3^\gamma p_4^\delta \right] \\
&\times \left[\frac{\lambda_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} (p_1^{\mu'} p_2^{\nu'} - p_1 \cdot p_2 g^{\mu'\nu'}) + 2 \frac{\lambda'_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \epsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} p_1^{\rho'} p_2^{\sigma'} \right] \\
&\times \left[\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} (p_3^{\alpha'} p_4^{\beta'} - p_3 \cdot p_4 g^{\alpha'\beta'}) + 2 \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \epsilon_{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} p_3^{\gamma'} p_4^{\delta'} \right] \quad (4.35)
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\sum_{h_i, i=1,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}|^2 &= C_T^2 \hat{s}^{2(d_{\mathcal{U}_t}-2)} g_{\mu\mu'} g_{\nu\nu'} g_{\alpha\alpha'} g_{\beta\beta'} T_{\rho\sigma\gamma\delta} (p_1 + p_2) T^{\rho'\sigma'\gamma'\delta'} (p_1 + p_2) \\
&\times \left\{ \left(\frac{\lambda_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^2 \left[\sum_{ab} \{T^a, T^b\}^2 K_S^{\mu\nu\rho\sigma} (p_1^\mu, p_2^\nu) K_S^{\mu'\nu'\rho'\sigma'} (p_1^{\mu'}, p_2^{\nu'}) \right. \right. \\
&+ \left. \sum_{ab} [T^a, T^b]^2 K_A^{\mu\nu\rho\sigma} (p_1^\mu, p_2^\nu) K_A^{\mu'\nu'\rho'\sigma'} (p_1^{\mu'}, p_2^{\nu'}) \right] \\
&+ \left(\frac{\lambda'_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^2 \left[\sum_{ab} \{T^a, T^b\}^2 F_S^{\mu\nu\rho\sigma} (p_1^\mu, p_2^\nu) F_S^{\mu'\nu'\rho'\sigma'} (p_1^{\mu'}, p_2^{\nu'}) \right. \\
&+ \left. \left. \sum_{ab} [T^a, T^b]^2 F_A^{\mu\nu\rho\sigma} (p_1^\mu, p_2^\nu) F_A^{\mu'\nu'\rho'\sigma'} (p_1^{\mu'}, p_2^{\nu'}) \right] \right\} \\
&\times \left[\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K_S^{\alpha\beta\gamma\delta} (p_3^\alpha, p_4^\beta) + \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F_S^{\alpha\beta\gamma\delta} (p_3^\alpha, p_4^\beta) \right] \\
&\times \left[\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K_S^{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} (p_3^{\alpha'}, p_4^{\beta'}) + \frac{\lambda'_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F_S^{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} (p_3^{\alpha'}, p_4^{\beta'}) \right], \quad (4.36)
\end{aligned}$$

où dans l'expression entre $[\dots]$ des lignes 2-4, on a utilisé le fait que le produit d'un tenseur symétrique et d'un tenseur anti-symétrique est nul.

Rappelons d'abord les formes générales des relations de commutation et d'anti-commutation du groupe $SU(N_c)$:

$$\{T^a, T^b\} = \frac{1}{N_c} \delta^{ab} + d^{abc} T^c, \quad [T^a, T^b] = i f^{abc} T^c. \quad (4.37)$$

Nous avons :

$$\sum_{ab} \left(\frac{1}{N_c} \delta_{ab} \right)^2 = \left(\frac{1}{N_c} \right)^2 (N_c^2 - 1) = \frac{2}{N_c} C_F, \quad (4.38)$$

$$\sum_{ab} (d_{abc} T^c)^2 = \frac{N_c^2 - 4}{N_c} (T^c)^2 = \frac{N_c^2 - 4}{N_c} C_F, \quad (4.39)$$

$$\sum_{ab} (if_{abc} T^c)^2 = N_c (T^c)^2 C_F, \quad (4.40)$$

où $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$. Alors, les facteurs au carré dans (4.35) et (4.36) :

$$\begin{aligned} \sum_{ab} \{T^a, T^b\}^2 &= \sum_{ab} \left(\frac{1}{N_c} \delta_{ab} \right)^2 + \sum_{ab} (d_{abc} T^c)^2 \\ &= \frac{(N_c^2 - 2)(N_c^2 - 1)}{2N_c^2} = \frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F, \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\sum_{ab} [T^a, T^b]^2 = \sum_{ab} (if_{abc} T^c)^2 = \frac{N_c^2 - 1}{2} = N_c C_F. \quad (4.42)$$

Pour la contribution des états \mathcal{U}_s , l'amplitude non polarisée et les amplitudes d'hélicité sont données par :

$$\begin{aligned} \sum_{h_i, i=1,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= \frac{1}{4} C_S^2 \frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \\ &\times \left(\frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 \frac{\lambda_{s,g}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right) \left(\frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 \frac{\lambda_{s,\gamma}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right). \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} \sum_{h_i, i=3,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= 8 C_S^2 \frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \left(\frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 \frac{\lambda_{s,\gamma}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right) \\ &\times \left((h_1 h_2 + 1)^2 \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 (h_1 + h_2)^2 \frac{\lambda_{s,g}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right). \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \sum_{h_i, i=1,2} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= 8 C_S^2 \frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \left(\frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 \frac{\lambda_{s,g}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right) \\ &\times \left((h_3 h_4 + 1)^2 \frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 (h_3 + h_4)^2 \frac{\lambda_{s,\gamma}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right). \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= C_S^2 \frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \\ &\times \left((h_1 h_2 + 1)^2 \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 (h_1 + h_2)^2 \frac{\lambda_{s,g}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right) \\ &\times \left((h_3 h_4 + 1)^2 \frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} + 4 (h_3 + h_4)^2 \frac{\lambda_{s,\gamma}'^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \right). \end{aligned} \quad (4.46)$$

Pour la contribution des états \mathcal{U}_t , l'amplitude non polarisée et les amplitudes d'hélicité sont données par :

$$\sum_{h_i, i=1,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = 2C_T^2 \frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \left(\frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} + N_c C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \right) \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_t}} \frac{\hat{t}^4 + \hat{u}^4}{\hat{s}^4}. \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \sum_{h_i, i=3,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= \frac{C_T^2}{8} \frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \left(\frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} + N_c C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \right) \frac{\hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_t}}}{\hat{s}^4} \\ &\times [(h_1^2 h_2^2 + 1)(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)^2 + (h_1^2 + h_2^2)(\hat{t}^2 - \hat{u}^2)^2 - 4h_1 h_2(\hat{t}^4 + \hat{u}^4)]. \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \sum_{h_i, i=1,2} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= \frac{C_T^2}{8} \frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \left(\frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} + N_c C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \right) \frac{\hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_t}}}{\hat{s}^4} \\ &\times [(h_3^2 h_4^2 + 1)(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)^2 + (h_3^2 + h_4^2)(\hat{t}^2 - \hat{u}^2)^2 - 4h_3 h_4(\hat{t}^4 + \hat{u}^4)]. \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 &= \frac{C_T^2}{64} \frac{\lambda_{s,\gamma}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \left(\frac{N_c^2 - 2}{N_c} C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} + N_c C_F \frac{\lambda_{s,g}^2}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_t}}} \right) \frac{\hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_t}}}{\hat{s}^4} \\ &\times [(h_1 h_2 - 1)(h_3 h_4 - 1)(\hat{t}^2 + \hat{u}^2) - (h_1 - h_2)(h_3 - h_4)(\hat{t}^2 - \hat{u}^2)]^2. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Cependant, les résultat (4.44)-(4.46) et (4.48)-(4.50) font allusion à une plus grande simplification. En effet, en remarquant le fait que :

$$h_1 h_2 + 1 = h_1 + h_2 = 2\delta_{h_1, h_2}, \quad h_3 h_4 + 1 = h_3 + h_4 = 2\delta_{h_3, h_4} \quad (4.51)$$

$$h_1 h_2 - 1 = h_1 - h_2 = 2\delta_{h_1, -h_2}, \quad h_3 h_4 - 1 = h_3 - h_4 = 2\delta_{h_3, -h_4} \quad (4.52)$$

$$h_i^2 = 1, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (4.53)$$

les amplitudes d'hélicité des états \mathcal{U}_s prennent les formes suivantes :

$$\sum_{h_i, i=3,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = 32C_S^2 \frac{28}{9} \left(\frac{\kappa_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \delta_{h_1, h_2}, \quad (4.54)$$

$$\sum_{h_i, i=1,2} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = 32C_S^2 \frac{28}{9} \left(\frac{\kappa_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \delta_{h_3, h_4}, \quad (4.55)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = 16C_S^2 \frac{28}{9} \left(\frac{\kappa_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}} \delta_{h_1, h_2} \delta_{h_3, h_4}, \quad (4.56)$$

et pour les états \mathcal{U}_t , les amplitudes d'hélicité deviennent :

$$\sum_{h_i, i=3,4} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = \frac{C_T^2}{2} \left(\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} \right)^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}}t} \frac{\hat{t}^4 + \hat{u}^4}{\hat{s}^4} \delta_{h_1, -h_2}. \quad (4.57)$$

$$\sum_{h_i, i=1,2} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = \frac{C_T^2}{2} \left(\frac{\lambda_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} \right)^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}}t} \frac{\hat{t}^4 + \hat{u}^4}{\hat{s}^4} \delta_{h_3, -h_4}. \quad (4.58)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{h_1, h_2, h_3, h_4}|^2 = \frac{C_T^2}{4} \left(\frac{\kappa_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}} \right)^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}}t} \frac{\hat{t}^4 + \hat{u}^4}{\hat{s}^4} \delta_{h_1, -h_2} \delta_{h_3, -h_4}. \quad (4.59)$$

où on a remplacé N_C et C_F par les valeurs 3 et 4/3 respectivement et $\kappa_{t,g}/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}$ sont des nouveaux couplages (par abus de langage) avec :

$$\kappa_{s,g}^2 = \lambda_{s,g}^2 + 4\lambda_{s,g}'^2, \quad (4.60)$$

$$\kappa_{s,\gamma}^2 = \lambda_{s,\gamma}^2 + 4\lambda_{s,\gamma}'^2, \quad (4.61)$$

$$\kappa_{t,g}^2 = \frac{28}{9}\lambda_{s,g}^2 + 4\lambda_{s,g}'^2, \quad (4.62)$$

$$\kappa_{t,\gamma}^2 = \lambda_{s,g}^2. \quad (4.63)$$

Remarquons que la conservation de l'hélicité totale peut être observée dans le cas scalaire et tensoriel. Par ailleurs, nous pouvons faire apparaître la dépendance en θ_{cm} dans l'amplitude de transition $|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}|^2$ en faisant intervenir le produit scalaire entre les quadri-vecteurs énergie-impulsion des particules qui entrent dans le processus physique. Etant donné que θ_{cm} est l'angle formé entre le gluon entrant et le photon sortant, nous avons le produit scalaire suivant :

$$p_1 \cdot p_3 = \frac{\hat{s}}{4}(1 - \cos \theta_{cm}), \quad (4.64)$$

$$p_2 \cdot p_3 = \frac{\hat{s}}{4}(1 + \cos \theta_{cm}), \quad (4.65)$$

$$p_1 \cdot p_4 = \frac{\hat{s}}{4}(1 + \cos \theta_{cm}), \quad (4.66)$$

$$p_2 \cdot p_4 = \frac{\hat{s}}{4}(1 - \cos \theta_{cm}), \quad (4.67)$$

et les variables de Mandelstam \hat{t} et \hat{u} en terme de θ_{cm} s'expriment comme :

$$\hat{t} = \frac{\hat{s}}{2}(\cos \theta_{cm} - 1), \quad \hat{u} = -\frac{\hat{s}}{2}(\cos \theta_{cm} + 1), \quad (4.68)$$

et nous obtenons les expressions suivantes pour les amplitudes de diffusion :

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}|^2 = \frac{7}{9} C_S^2 \left(\frac{\kappa_{s,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{s,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_s}}} \right)^2 \frac{\hat{s}^4}{(\hat{s}^{2-d_{\mathcal{U}_s}})^2} \quad (4.69)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}|^2 = \frac{1}{4} C_T^2 \left(\frac{\kappa_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{t,g}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^2 \hat{s}^4 \frac{\cos^4 \theta_{cm}^4 + 6 \cos^2 \theta_{cm}^2 + 1}{(\hat{s}^{2-d_{\mathcal{U}_t}})^2}. \quad (4.70)$$

La dépendance des amplitudes qui sont en \hat{s}^4 est due au fait que le couplage des unparticles à chaque vertex est en $1/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}$. Dans le MS, tous les processus $2 \rightarrow 2$ sont en \hat{s}^2 en raison du fait que tous les couplages sont adimensionnés. Les termes $1/(\hat{s}^{2-d_{\mathcal{U}_i}})^2$ décrivent les propagateurs des états \mathcal{U}_i et le terme $\cos^4 \theta_{cm}^4 + 6 \cos^2 \theta_{cm}^2 + 1$ dans la contribution tensorielle décrit la distribution angulaire des particules de spin-1 issues de la désintégration d'une particule de spin-2. Cette dépendance angulaire peut être retrouvée grâce aux matrices $d_{mm'}^J$ de Wigner donnant la distribution angulaire des produits de désintégration d'une particule de spin-J en fonction des hélicités des particules initiales et finales mises en jeu dans le processus⁶.

4.2.3 Analyse des résultats

L'amplitude totale du processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$ en incluant la contribution du MS est donnée par l'élément de matrice carré suivant :

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\mathcal{U}+\text{MS}}|^2 &= \sum_{a,b;h_1,2,3,4} \left| \mathcal{M}_{\mathcal{U}}^{h_1,h_2,h_3,h_4} + \mathcal{M}_{\text{MS}}^{h_1,h_2,h_3,h_4} \right|^2 \\ &= |\mathcal{M}_{\mathcal{U}}|^2 + |\mathcal{M}_{\text{MS}}|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_{\mathcal{U}}\mathcal{M}_{\text{MS}}^*) \end{aligned} \quad (4.71)$$

où $\text{Re}(\mathcal{M}_{\mathcal{U}}\mathcal{M}_{\text{MS}}^*)$ représente le terme d'interférence et $|\mathcal{M}_{\mathcal{U}}|^2 + |\mathcal{M}_{\text{MS}}|^2$ correspond à la somme des processus individuels. Les amplitudes d'hélicité du sous-processus $gg \xrightarrow{\text{box}} \gamma\gamma$ ainsi que l'amplitude totale moyenne sont données dans l'Annex A.

Ici, avant d'aborder notre analyse, nous souhaitons faire quelques commentaires concernant les couplages dimensionnés $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}$. Dans la description effective de la théorie des unparticles, nous avons besoin d'introduire une échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$ dans le Lagrangien d'interaction pour des raisons dimensionnelles. Les coefficients sans dimension λ_i ne peuvent être calculés, à moins que la théorie à l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$ est connue. Comme les constantes λ_i sont inconnues, alors pour une dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_i}$ fixée à une échelle donnée $\Lambda_{\mathcal{U}}$, il vaut mieux de considérer les couplages dimensionnés $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}$ au lieu de λ_i où $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}$ varie, par exemple, entre 0.001 et 0.01 TeV^{-1} . En effet, les contributions des termes $\lambda_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$ et $\lambda_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ ne peuvent être plus grandes que de celle du MS par plusieurs ordres de grandeurs et peuvent même

6. En effet, dans le processus $gg \rightarrow \mathcal{U}_t \rightarrow \gamma\gamma$, les hélicités possibles des états initial et final sont $h_{1,2} = \pm 1$ et $h_{3,4} = \pm 1$. La distribution angulaire est donnée par $(d_{22}^2)^2 + (d_{2-2}^2)^2 + (d_{-22}^2)^2 + (d_{-2-2}^2)^2 = 2(d_{22}^2)^2 + 2(d_{2-2}^2)^2$ où $d_{2\pm 2}^2 = 1/4(1 \pm \cos \theta_{cm})^2$.

avoir des signes opposés. C'est un choix donc raisonnable, tant que l'on s'intéresse qu'à une estimation des effets de la nouvelle physique.

Pour illustrer les effets des unparticles sur la production $\gamma\gamma$ par fusion de gluons gg et d'établir des preuves supplémentaires du signal correspondant, nous étudions plusieurs distributions cinématiques des déviations par rapport aux prédictions du diagramme de boîte du MS. Ici, nous présentons nos résultats pour les distributions en fonction de la rapidité y , moment transverse p_T et la masse invariante Q de paire de photons pour un choix fixe des paramètres du modèle des unparticles au LHC.

Nous utilisons les coupures cinématiques données par la collaboration ATLAS [89] : le moment transverse de chaque photon $p_T > 25$ GeV et la rapidité $|y| < 2.5$ pour chaque photon. Les constantes de couplage électromagnétique et fort sont choisis comme étant $\alpha_{em} = 1/128$ et $\alpha_s(M_Z) = 0.118$. Dans tous nos calculs numériques, nous utilisons les densités de partons MSTW 2008 à NNLO [82] pour obtenir les distributions de partons non intégrés. Les échelles de factorisation et renormalisation sont prises égales $\mu_F = \mu_R = m_t$ où $m_t = 175$ GeV. L'énergie du centre de masse des protons en collision, ECMS, est considérée comme $\sqrt{S} = 14$ TeV au LHC.

Avant d'aborder notre analyse, nous tenons à souligner que la contribution des unparticles implique trois paramètres : l'échelle de la théorie $\Lambda_{\mathcal{U}}$, les constantes κ_i et les dimensions d'échelle $d_{\mathcal{U}_i}$. Étant donné que la section efficace du signal est proportionnelle à $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}}$, elle décroît rapidement avec la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_i}$ ou l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$. Ici, nous fixons les dimensions d'échelle des champs scalaire et tensoriel respectivement aux valeurs $d_{\mathcal{U}_s} = 1.001$, $d_{\mathcal{U}_t} = 4.001$ ⁷ et l'échelle de la théorie à une valeur $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV. Dans notre étude, toutes les distributions sont réalisées pour trois valeurs des couplages indicatifs $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}} \simeq 0.01, 0.005$ et 0.001 ⁸.

Dans toutes les distributions, les courbes en lignes continues correspondent la prédiction du bruit du MS (diagramme de boîte) et les courbes en lignes pointillées correspondent au signal MS+UP de la nouvelle physique. Tout d'abord, nous présentons dans la Fig. (4.6) nos résultats pour les distributions de masse invariante $d\sigma/dQ$ sur une large gamme de Q comprise entre 100 GeV et 1000 GeV pour $|y| < 2.5$. Les différentes courbes ici correspondent à différentes valeurs du couplage. Pour notre choix des paramètres théoriques du modèle, les effets des unparticles sont visibles dans la grande région de Q où le bruit de fond du MS est réduit. Ceci est prévu, puisque la contribution des unparticles à la distribution de masse invariante croît avec la puissance de Q , i.e $d\hat{\sigma}_i/d\hat{t} \propto \hat{s}^{d_{\mathcal{U}_i}} = Q^{d_{\mathcal{U}_i}}$. De même, nous pouvons voir que le signal domine sur les contributions du MS pour un couplage fort, c'est-à-dire $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}} = 0.01$.

7. Ce choix de dimensions d'échelle, $d_{\mathcal{U}_s} = 1.001$ et $d_{\mathcal{U}_t} = 4.001$, est justifié par le fait que les facteurs de normalisation qui apparaissent dans les propagateurs, C_S et C_T , ne sont pas supprimés. Par exemple, pour $1.2 < d_{\mathcal{U}_s} < 1.9$ et $d_{\mathcal{U}_t} > 4.3$, les constantes C_S et C_T sont pratiquement constantes et relativement faibles ce qui entraîne la suppression des signaux.

8. Dans notre étude phénoménologique, la valeur $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}} \simeq 0.01$ représente un fort couplage et les valeurs $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}} \simeq 0.005, 0.001$ représentent des faibles couplages pour des valeurs des constantes κ_i bien déterminées.

Pour le cas de la contribution scalaire (figure en haut), on observe que le signal dépasse le bruit de fond du MS pour toute la gamme de Q et en particulier dans la région des petites valeurs de Q où la contribution du processus de fusion gluon-gluon dans la boucle de quark est significative. Pour le cas tensoriel (figure en bas), nous constatons que la contribution n'est pas assez significative comme celle du cas scalaire pour le même couplage, et le signal commence à s'écarter du bruit à partir de $Q > 500$ GeV et devient significatif pour les grandes valeurs de Q . Ceci suggère que la production de diphoton est un outil utile pour l'extraction des signaux des unparticles scalaire à faible Q (< 500 GeV).

Dans la Fig. (4.7), nous traçons les distributions de rapidité $d\sigma/dy$ à la fois pour le signal et le bruit de fond pour $-2.5 < y < 2.5$. Dans le but d'améliorer nos signaux, on effectue une intégration sur Q dans la gamme de $600 < Q < 1000$ GeV où la contribution des unparticles est dominante. Nous voyons que le signal correspondant au cas scalaire (figure en haut) diffère de manière significative des prédictions du MS pour les deux choix du couplage $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}} \simeq 0.01, 0.005$ et il devient très significatif de plus d'un ordre de grandeur dans la région centrale de rapidité $y = 0$. Pour le cas tensoriel, le signal diffère sensiblement.

Enfin, la Fig. (4.8) présente les résultats des distributions du moment transverse $d\sigma/dp_T$ sur l'intervalle $50 < p_T < 100$ GeV. Comme le moment transverse p_T est directement lié à la masse invariante Q , la contribution des unparticles devrait être visible dans la région de grand p_T comme on peut le voir sur la figure. Comme pour la masse invariante, les contributions scalaires sont importantes pour toute la gamme des p_T considérée.

A noter que la valeur de Q (et par conséquent p_T) à laquelle les déviations se produisent dépend beaucoup du choix des paramètres du modèle. En effet, pour une valeur du couplage $\kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}} \simeq 0.001$, dans toutes les distributions que nous avons considéré, nous pouvons presque ne pas distinguer le signal de la nouvelle physique avec celui du MS. Cela est justifié par le fait que les sections différentielles du signal sont proportionnelles aux couplages, i.e. $d\hat{\sigma}_i/d\hat{t} \propto \kappa_i/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_i}}$. Ainsi, si nous augmentons l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$, les sections efficaces du signal diminuent. Cela rend les états unparticles très difficile à rechercher expérimentalement.

Pour des paramètres donnés des unparticles, le signal dépend du couplage, c'est-à-dire de $\kappa/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}}$. On observe un comportement similaire dans les modèles de grandes dimensions supplémentaires [66] car les formes des éléments de matrice impliquant les unparticles et les gravitons de Kaluza-Klein dans le modèle ADD ont la même forme. En effet, dans tous le canaux de désintégration du graviton en des champs du MS, $|\mathcal{M}|^2 \propto k^2/\Lambda^2$ puisque les couplages aux vertexes sont en k/Λ où k est une constante sans dimension.

4.3 Signature des Unparticles de spin-0 et spin-2 au ILC

Le modèle des unparticle prévoit également de nouvelles contributions à $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ au niveau de l'arbre via l'échange des états \mathcal{U} de spin-0 ou spin-2 dans les canaux s , t , et u . Les effets au niveau de l'arbre ont été étudiés avant par [67, 74, 64], en particulier dans [67, 74], où une déviation considérables par rapport aux résultats du MS ont été trouvées, même si l'échelle est de l'ordre de $\Lambda_{\mathcal{U}} \sim 10$ TeV. Dans cette section, nous allons étudier en détail la diffusion polarisée $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ dans le modèle des unparticles auprès du future collisionneur linéaire ILC afin de chercher des signatures des états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_t à l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}} \sim 1$ TeV. Le ILC a la possibilité d'exécuter ce mode de collision, où des faisceaux laser sont rétrodiffusés par effet Compton sur des faisceaux d'électrons entrants. Le détail de ces collisions est donné dans la section qui suit.

4.3.1 Les collisions $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ au ILC

Avant de développer notre analyse, disons quelques mots sur les aspects expérimentaux du processus de collision $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, qui peut être étudié au collisionneur linéaire ILC par la méthode de rétrodiffusion laser concentrés sur des faisceaux e^+e^- .

Après le grand accélérateur de particules LHC, l'accélérateur linéaire ILC est le prochain collisionneur susceptible de faire avancer nos connaissances sur la physique au-delà du MS. Il est prévu d'avoir une énergie de collision de 500 GeV au départ, avec la possibilité d'une mise à jour ultérieure à 1000 GeV (1 TeV). La luminosité prévu du faisceau e^+e^- de la conception du ILC à $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500$ GeV est de $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$ au cours des quatre premières années de fonctionnement et de $\mathcal{L} = 1000 \text{ fb}^{-1}$ au cours de la première phase de fonctionnement [74].

Dans cette machine, l'idée des collisionneurs de photons est basée sur le fait que des faisceaux d'électrons peuvent être transformés à des photons de haute énergie juste avant le point d'interaction (IP). La conversion peut être faite par la rétrodiffusion Compton des faisceaux laser concentrés sur des faisceaux e^+e^- de hautes énergies. Ainsi, l'énergie et la luminosité des faisceaux de photons dans des collisions $\gamma\gamma$ seraient approximativement du même ordre de grandeur que celles des faisceaux d'électrons d'origine dans les collisions e^+e^- . Un schéma pour ce type de collisions est montré sur la Fig. (4.4). Les photons résultants auront un spectre qui s'étend jusqu'à environ 80% de l'énergie des électrons initiaux et l'intensité peut être suffisamment élevée si le faisceau entrant de photons est suffisamment intense. Une luminosité élevée de $\gamma\gamma$ comparable à celle des e^+e^- peut être atteinte si on exige que nous produisons un photon de chaque électron. Une description complète du collisionneur de photons est disponible dans une partie de TESLA TDR [90]. Le spectre d'énergie et la composition de spin des deux faisceaux de photons ainsi généré dans les collisionneur $\gamma\gamma$, dépendent évidemment de l'énergie et des polarisations des faisceaux e^+e^- et lasers.

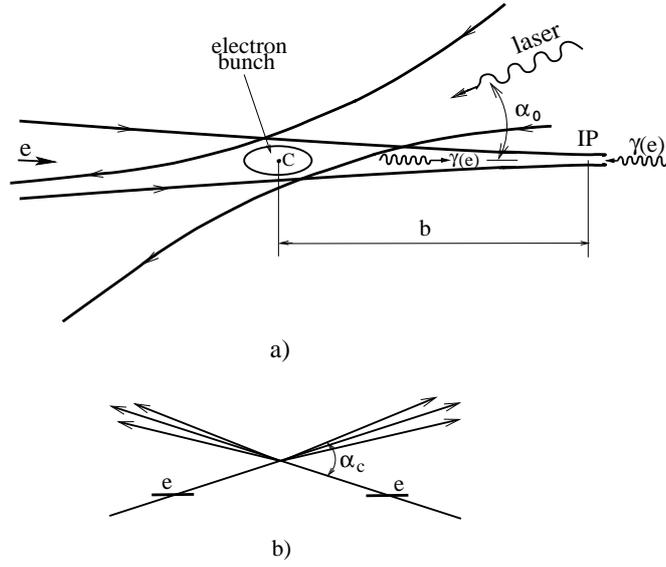


FIGURE 4.4 – Schéma pour les collisions $\gamma\gamma$ et γe [90].

Lors de la collision du faisceau d'électrons d'énergie E_e et le faisceaux laser d'énergie E_l au niveau du point de conversion (PC), l'énergie maximale des photons diffusés est $E_\gamma = \frac{z}{z+1}E_0$ où $x = E_\gamma/E_e$ est la fraction de l'énergie emportée par le faisceau photon rétrodiffusé avec $z \approx \frac{4E_e E_l}{m_e^2} \simeq 15.3[\frac{E_e}{TeV}][\frac{E_l}{eV}]$ et m_e est la masse de l'électron. Donc la valeur maximale de x est donnée par $x_{max} = \frac{z}{z+1}$. Pour éviter une production non contrôlable de la paire e^+e^- dans la collision du laser avec les γ de haute énergie, z doit être choisi inférieur à $z_{opt} = 2(1 + \sqrt{2}) \simeq 4.83$. Près de cette limite, environ 80% de l'énergie de e^+e^- est transférée au système $\gamma\gamma$. Au même moment, les photons de haute énergie sont polarisés circulairement à un niveau proche de 100%.

Pour les calculs des sections efficaces polarisées et non polarisées des photons rétrodiffusés, nous définissons M_{ijkl} , $i, j, k, l = \pm$, comme l'amplitude d'hélicite pour le processus $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, où (i, j) sont les états d'hélicités des photons entrants et (k, l) sont les états d'hélicités des photons sortants, respectivement. Nous définissons ensuite l'amplitude au carré $|M_{ij}|^2$ par :

$$|M_{ij}|^2 = \sum_{k,l} |M(ijkl)|^2 \quad (4.72)$$

où la sommation est effectuée sur les hélicités des états finaux. La section efficace différentielle de production de diphton dans la diffusion $\gamma\gamma$ peut être généralement

exprimée comme :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{cm}} = \frac{1}{64\pi} \int_{x_{1min}}^{x_{1max}} dx_1 \int_{x_{2min}}^{x_{2max}} dx_2 \frac{f(x_1)f(x_2)}{\hat{s}} \times \left[\frac{1+h_\gamma(x_1)h_\gamma(x_2)}{2} |M(++)|^2 + \frac{1-h_\gamma(x_1)h_\gamma(x_2)}{2} |M(+ -)|^2 \right] \quad (4.73)$$

$$= \int_{x_{1min}}^{x_{1max}} dx_1 \int_{x_{2min}}^{x_{2max}} dx_2 f(x_1)f(x_2) \times \left[\frac{1+h_\gamma(x_1)h_\gamma(x_2)}{2} \frac{d\hat{\sigma}_{++}}{d\cos\theta_{cm}} + \frac{1-h_\gamma(x_1)h_\gamma(x_2)}{2} \frac{d\hat{\sigma}_{+-}}{d\cos\theta_{cm}} \right], \quad (4.74)$$

où θ_{cm} est l'angle de diffusion dans le centre de masse, $f(x) \equiv f(x, h_e, h_l, z)$ et $h_\gamma(x) \equiv h_\gamma(x, h_e, h_l, z)$ sont les densité et hélicité moyenne de photons dont les expressions sont présentées dans l'annex 7. Ainsi, pour différents choix de polarisation (h_{e1}, h_{l1}) et (h_{e2}, h_{l2}) des deux faisceaux, nous obtenons différentes sections efficaces polarisées. La quantité $\sqrt{s_{e^+e^-}} \equiv \sqrt{s}$ étant l'énergie du centre de masse de la collision e^+e^- et $\sqrt{\hat{s}} = \sqrt{x_1 x_2 s_{e^+e^-}}$ est l'énergie du centre de masse des deux faisceaux de photons rétrodiffusés.

En raison de la symétrie d'échange entre les deux photons et le fait qu'un flip simultané dans les signes de toutes les polarisations laisse le produit des hélicités et les sections invariantes, il y a seulement six combinaisons de polarisations initiales physiquement distinctes [85]. Dans ce qui suit, nous allons étiqueter ces possibilités par les signes correspondants de l'électron et polarisations laser comme suivant : $(++) \equiv (+ + + +) = (h_{e1} = 0.9, h_{l1} = 1; h_{e2} = 0.9, h_{l2} = 1)$ et $(+-) \equiv (+ - + -) = (h_{e1} = 0.9, h_{l1} = -1; h_{e2} = 0.9, h_{l2} = -1)$. Certaines de ces combinaisons de polarisation seront plus sensibles aux effets des unparticles que d'autres. Donc, notre analyse peut servir à repérer ces cas particuliers.

4.3.2 Contribution des unparticles dans $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$: Amplitude d'hélicité

Le processus de diffusion suivant :

$$\gamma(p_1, h_1) + \gamma(p_2, h_2) \rightarrow \gamma(p_3, h_3) + \gamma(p_4, h_4), \quad (4.75)$$

peut se produire au niveau de l'arbre dû à l'échange des états \mathcal{U} de spin-0 et spin-2 dans les canaux \hat{s}, \hat{t} et \hat{u} . Dans la Fig. (4.5) on montre les diagrammes de Feynman correspondant au processus (4.75) dans les voies \hat{s}, \hat{t} et \hat{u} . Dans le MS, les amplitudes de diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sont obtenues en extrayant les facteurs de couleurs appropriées dans les amplitudes $gg \rightarrow \gamma\gamma$. Dans le modèle des unparticles, ceci est également permis.

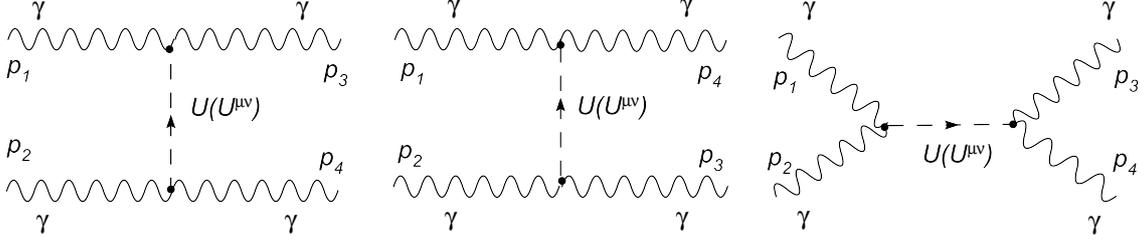


FIGURE 4.5 – Diagrammes de Feynman au niveau de l’arbre pour le processus $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ médiés par les états \mathcal{U} de spin-0 et spin-2 dans les canaux \hat{s}, \hat{t} et \hat{u} [83].

Amplitude d’hélicité de $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ avec unparticles de spin-0

En utilisant les règles Feynmann donnés dans l’Eq. (3.75), nous obtenons l’amplitude effective :

$$\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s} = (\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^s + \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^t + \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^u)^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) \epsilon_{\alpha^*}(p_3) \epsilon_{\beta^*}(p_4) \quad (4.76)$$

où $\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^s$, $\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^t$ et $\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^u$ sont les amplitudes d’hélicité dans les canaux s, t et u respectivement et sont donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(s)\mu\nu\alpha\beta} &= -16C_s^2 \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} (p_1^\mu p_2^\nu - p_1 \cdot p_2 g^{\mu\nu}) + 2 \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\rho p_2^\sigma \right] \\ &\times \hat{s}^{d_{\mathcal{U}s}-2} e^{id_{\mathcal{U}s}\pi} \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} (p_3^\alpha p_4^\beta - p_3 \cdot p_4 g^{\alpha\beta}) + 2 \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_3^\gamma p_4^\delta \right], \end{aligned} \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(t)\mu\nu\alpha\beta} &= -16C_s^2 \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} (p_1^\mu p_3^\alpha - p_1 \cdot p_3 g^{\mu\alpha}) + 2 \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} \epsilon_{\mu\alpha\rho\sigma} p_1^\rho p_3^\sigma \right] \\ &\times |\hat{t}|^{d_{\mathcal{U}s}-2} \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} (p_3^\nu p_4^\beta - p_3 \cdot p_4 g^{\nu\beta}) + 2 \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} \epsilon_{\nu\beta\gamma\delta} p_3^\gamma p_4^\delta \right], \end{aligned} \quad (4.78)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(u)\mu\nu\alpha\beta} &= -16C_s^2 \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} (p_1^\mu p_4^\nu - p_1 \cdot p_4 g^{\mu\nu}) + 2 \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} \epsilon_{\mu\beta\rho\sigma} p_1^\rho p_2^\sigma \right] \\ &\times |\hat{u}|^{d_{\mathcal{U}s}-2} \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} (p_3^\alpha p_2^\nu - p_3 \cdot p_4 g^{\alpha\nu}) + 2 \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}t}}} \epsilon_{\alpha\nu\gamma\delta} p_3^\gamma p_2^\delta \right]. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Dans l’annex C, le programme calcul uniquement les amplitude d’hélicité dans la voie \hat{s} . Pour obtenir les amplitudes d’hélicités dans les autres voies, il suffit juste de remplacer l’amplitude de transition en voie \hat{s} par celles des voies \hat{t} et \hat{u} dont les formes sont données par (4.78) et (4.79). La même chose pour les termes d’interférence. Ainsi, les amplitudes d’hélicité pour différentes polarisations initiales de photons

dans les canaux \hat{s}, \hat{t} et \hat{u} sont données par :

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(s)\pm\pm}|^2 = 8C_s^2 \left[\left(\frac{\lambda_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\lambda'_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 \right]^2 \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_s}}, \quad (4.80)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(s)\pm\mp}|^2 = 0, \quad (4.81)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(t)\pm\pm}|^2 = |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(t)\pm\mp}|^2 = 4C_s^2 \left[\left(\frac{\lambda_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\lambda'_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 \right]^2 |\hat{t}|^{2d_{\mathcal{U}_s}}, \quad (4.82)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(u)\pm\pm}|^2 = |\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{(u)\pm\mp}|^2 = 4C_s^2 \left[\left(\frac{\lambda_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\lambda'_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 \right]^2 |\hat{u}|^{2d_{\mathcal{U}_s}}, \quad (4.83)$$

et les termes d'interférence sont donnés par :

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^t)^{\pm\pm} = 8C_s^2 \left[\left(\frac{\lambda_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\lambda'_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 \right]^2 \hat{s}^{d_{\mathcal{U}_s}} |\hat{t}|^{d_{\mathcal{U}_s}} \cos(d_{\mathcal{U}_s} \pi),$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^t)^{\pm\mp} = 0 \quad (4.84)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^u)^{\pm\pm} = 8C_s^2 \left[\left(\frac{\lambda_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\lambda'_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 \right]^2 \hat{s}^{d_{\mathcal{U}_s}} |\hat{u}|^{d_{\mathcal{U}_s}} \cos(d_{\mathcal{U}_s} \pi)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^u)^{\pm\mp} = 0 \quad (4.85)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{t*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^u)^{\pm\pm} = 8C_s^2 \left[\left(\frac{\lambda_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 + 4 \left(\frac{\lambda'_s}{\Lambda_{\mathcal{U}}} \right)^2 \right]^2 (\hat{t}\hat{u})^{d_{\mathcal{U}_s}}$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^{t*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_s}^u)^{\pm\mp} = 0 \quad (4.86)$$

A noter que, pour $\lambda' = 0$, nos résultats coïncident avec ceux de la référence [67].

Amplitude d'hélicité de $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ avec unparticle de spin-2

Pour la contribution tensorielle, l'amplitude effective s'exprime comme :

$$\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t} = (\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^s + \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^t + \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^u)^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) \epsilon_{\alpha*}(p_3) \epsilon_{\beta*}(p_4) \quad (4.87)$$

avec

$$\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(s)\mu\nu\alpha\beta} = -C_t \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}_t}} K^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}_t}} F^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1^\mu, p_2^\nu) \right] \hat{s}^{d_{\mathcal{U}_t}-2} e^{id_{\mathcal{U}_t} \pi}$$

$$\times T^{\rho\sigma\gamma\delta}(p_1 + p_2) \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}_t}} K^{\alpha\beta\gamma\delta}(p_3^\alpha, p_4^\beta) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}_t}} F^{\alpha\beta\gamma\delta}(p_3^\alpha, p_4^\beta) \right], \quad (4.88)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(t)\mu\nu\alpha\beta} &= -C_t \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K^{\mu\alpha\rho\sigma}(p_1^\mu, p_3^\alpha) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F^{\mu\alpha\rho\sigma}(p_1^\mu, p_3^\alpha) \right] |\hat{t}|^{d_{\mathcal{U}_s}-2} \\ &\times T^{\rho\sigma\gamma\delta}(p_1 - p_3) \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K^{\nu\beta\gamma\delta}(p_2^\nu, p_4^\beta) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F^{\nu\beta\gamma\delta}(p_2^\nu, p_4^\beta) \right], \end{aligned} \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(u)\mu\nu\alpha\beta} &= -C_t \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K^{\mu\beta\rho\sigma}(p_1^\mu, p_4^\beta) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F^{\mu\beta\rho\sigma}(p_1^\mu, p_4^\beta) \right] |\hat{u}|^{d_{\mathcal{U}_s}-2} \\ &\times T^{\rho\sigma\gamma\delta}(p_1 - p_4) \left[\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} K^{\nu\alpha\gamma\delta}(p_2^\nu, p_3^\alpha) + \frac{\lambda'_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} F^{\nu\alpha\gamma\delta}(p_2^\nu, p_3^\alpha) \right], \end{aligned} \quad (4.90)$$

Pour les amplitudes d'hélicite, nous obtenons en retour les expressions suivantes :

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(s)\pm\pm}|^2 = 0, \quad (4.91)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(s)\pm\mp}|^2 = \frac{1}{2} C_t^2 \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^4 (\hat{t}^4 + \hat{u}^4) \hat{s}^{2d_{\mathcal{U}_t}-4}, \quad (4.92)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(t)\pm\pm}|^2 = \frac{1}{2} C_t^2 \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^4 (\hat{s}^4 + \hat{u}^4) |\hat{t}|^{2d_{\mathcal{U}_t}-4}, \quad (4.93)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(t)\pm\mp}|^2 = 0, \quad (4.94)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(u)\pm\pm}|^2 = \frac{1}{2} C_t^2 \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^4 (\hat{s}^4 + \hat{t}^4) |\hat{u}|^{2d_{\mathcal{U}_t}-4}, \quad (4.95)$$

$$|\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{(u)\pm\mp}|^2 = 0, \quad (4.96)$$

et les termes d'interférence sont donnés par :

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^t)^{\pm\pm} = 0, \quad (4.97)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^t)^{\pm\mp} = C_t^2 \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^4 \cos(d_{\mathcal{U}_t} \pi) \hat{u}^4 \hat{s}^{d_{\mathcal{U}_t}-2} |\hat{t}|^{d_{\mathcal{U}_t}-2}, \quad (4.98)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^u)^{\pm\pm} = 0, \quad (4.99)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{s*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^u)^{\pm\mp} = C_t^2 \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^4 \cos(d_{\mathcal{U}_t} \pi) \hat{t}^4 \hat{s}^{d_{\mathcal{U}_t}-2} |\hat{u}|^{d_{\mathcal{U}_t}-2}, \quad (4.100)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{t*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^u)^{\pm\pm} = C_t^2 \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}_t}}} \right)^4 \hat{s}^4 (\hat{t}\hat{u})^{d_{\mathcal{U}_t}-2}, \quad (4.101)$$

$$2\mathcal{R}e(\mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^{t*} \mathcal{M}_{\mathcal{U}_t}^u)^{\pm\mp} = 0, \quad (4.102)$$

La section efficace différentielle polarisée par rapport à l'angle de diffusion θ_{cm} est donnée par :

$$\frac{d\hat{\sigma}_U^{h_1, h_2}}{d \cos \theta_{cm}} = \frac{1}{32\pi s} \sum_{h_3, h_4} \left| \mathcal{M}_U^{(s)h_1, h_2, h_3, h_4} + \mathcal{M}_U^{(t)h_1, h_2, h_3, h_4} + \mathcal{M}_U^{(u)h_1, h_2, h_3, h_4} + \mathcal{M}_{MS}^{h_1, h_2, h_3, h_4} \right|^2. \quad (4.103)$$

4.3.3 Résultats numériques

Dans notre analyse, nous suivons les hypothèses habituelles des collisionneurs [90] en prenant la polarisation du laser initial proche de 100%, soit $|h_l| = 1$, et la polarisation du faisceau d'électrons proche de 90%, soit $|h_e| = 0.9$. De même, dans notre analyse, nous considérons la région cinématique où $M_W^2/s, M_W^2/|t|, M_W^2/|u| \ll 1$ et M_W est la masse du boson W , ce qui donne les coupures suivantes : $\pi/6 < \theta_{cm} < 5\pi/6$, et $\sqrt{0.4} < x_i < x_{max}$ qui sont souvent utilisées dans la littérature [71, 72] où x_{max} est la fraction maximale de l'énergie du faisceau d'électrons qu'un photon rétrodiffusé peut emporter. Numériquement, elle est prise pour $x_{max} \approx 0.83$. Ces coupures suppriment efficacement les contributions d'une boucle du MS venant des boucles des fermions et des bosons W^\pm . Ces amplitudes peuvent être trouvées dans les références [68, 69] et seront données en annexe. On note que, à basse énergie, la contribution des fermions domine, mais une fois que $\sqrt{\hat{s}}$ passe au-dessus de 100 GeV, la contribution des bosons W^\pm devient plus importante et domine complètement à grande $\sqrt{\hat{s}}$. Dans la limite de basse énergie $\hat{s} \ll M_W^2$:

$$\mathcal{M}_{++++} = \frac{14}{5} \frac{\hat{s}^2}{M_W^4}, \quad \mathcal{M}_{++--} = \frac{1}{10} \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2}{M_W^4}, \quad \mathcal{M}_{+---} = 0, \dots, \quad (4.104)$$

Dans la limite de haute énergie avec \hat{u} finie et grand, $s \gg -u \gg M_W^2$, ce qui correspond à la diffusion de photons à petit angle, $\theta \sim (-u/s)^{1/2}$:

$$\mathcal{M}_{++++} = \mathcal{M}_{+---} = -16\pi i \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \log(-\hat{u}/M_W^2), \quad (4.105)$$

alors que les contributions d'une boucle de fermions aux amplitudes d'hélicité ne croissent que comme logarithme carré :

$$\mathcal{M}_{++++}^f = \mathcal{M}_{+---}^f = -4 \log^2(-\hat{s}/\hat{u}). \quad (4.106)$$

Cela signifie qu'à haute énergie la contribution d'une boucle de W^\pm ne sera pas seulement non négligeable, mais même dominante dans la section efficace totale de la diffusion photon-photon. Par exemple, la diffusion de photons laser d'énergie de 1 TeV à partir d'un faisceau d'électrons d'énergie $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 250$ GeV peut produire des rayons gamma allant jusqu'à $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} \sim 200$ GeV. Comme indiqué au début de ce chapitre, le bruit de fond du MS le $\gamma\gamma$ canal devrait être faible. Ainsi, s'il devait y avoir un excès de diphoton au ILC, ces distributions pourraient éventuellement être

utilisées pour identifier les unparticles comme la source, ainsi que la valeur correcte de la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}}$ correspondante.

La polarisation de chacun des photons est une fonction des polarisations du faisceau d'électron initial et du faisceaux laser qui peuvent être fixés par l'expérience. Lorsque nous présentons nos résultats pour le cas polarisé, nous allons faire un choix pour différentes polarisations initiales. A noté que le fait de ne pas avoir effectué la sommation sur les états de polarisation va nous permettre d'obtenir des distributions angulaires très variées.

Nous commençons par les résultats pour le cas scalaire. Nous avons choisi $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV et $\lambda_{s,\gamma} = \lambda'_{s,\gamma} = 0.2$. A noter que, pour la diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, en plus des paramètres du modèle, nous avons l'énergie de la collision $\sqrt{s_{e^+e^-}}$. Nous allons effectuer une analyse pour le ILC avec une énergie du faisceau $\sqrt{s_{e^+e^-}} \in [300 \text{ GeV}; 1000 \text{ GeV}]$ et $\pi/6 \leq \theta_{cm} \leq 5\pi/6$. La dépendance du rapport $\sigma_{\mathcal{U}_s+MS}/\sigma_{MS}$ en la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_s}$ est présentée dans les Figs. (4.9)-(4.11) pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ et 1.99. La valeur de $\sqrt{s_{e^+e^-}}$ à laquelle les déviations se produisent dépend beaucoup du choix des paramètres, à savoir l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$, et la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_s}$. Avec le choix du paramètre $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1$, nous constatons que les effets des unparticles scalaire peuvent être vus seulement à partir de $\sqrt{s_{e^+e^-}} \gtrsim 400 \text{ GeV}$ pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$, et deviennent importants avec l'augmentation de l'énergie du faisceau, comme prévu. De même, toutes ces distributions peuvent être considérées comme importantes pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.99$ (Fig. (4.9)) alors qu'ils deviennent moins importantes pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ comme représenté dans les Fig. (4.10) et (4.11), et dans le cas avec $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$, il existe une déviation considérable par rapport aux résultats du MS. Les courbes de ces figures montre une dépendance sensible aux choix des polarisations initiales. Nous pouvons donc améliorer le rapport (signal/bruit de fond) en choisissant une polarisation appropriée du faisceau initial, à savoir la polarisation $(h_{e1}, h_{l1}; h_{e2}, h_{l2}) = (+, -; +, -)$ où l'effet est dominé par la configurations d'hélicité $\gamma^+\gamma^+ \rightarrow \gamma^+\gamma^+$.

Dans la Fig. (4.12) on montre les distribution de la déviation fractionnaire par rapport au MS, $\frac{d\sigma_{\mathcal{U}_s+MS}}{d\cos\theta_{cm}} / \frac{d\sigma_{MS}}{d\cos\theta_{cm}}$, en fonction de $\cos\theta_{cm}$ ($\pi/6 \leq \theta_{cm} \leq 5\pi/6$) pour la polarisation $(h_{e1}, h_{l1}; h_{e2}, h_{l2}) = (+, -; +, -)$ correspondant à la plus grande contribution, comme représenté dans les Figs. (4.9)-(4.11). Nous constatons que la différence des distributions entre le SM et le SM+ \mathcal{U}_s peut être assez important, surtout quand on se concentre dans les régions centrales pour lesquelles $\theta_{cm} = \pi/2$.

Dans la Fig. (4.13) nous montrons la variable sans dimension χ^2 en fonction de l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$ et qui est définie par :

$$\chi^2(\Lambda_{\mathcal{U}}, d_{\mathcal{U}}) = \frac{L}{\sigma_{SM}} [\sigma_{SM} - \sigma_{SM+\mathcal{U}}]^2, \quad (4.107)$$

où L est la luminosité du faiscaux. Nous exigeons $\chi^2(\Lambda_{\mathcal{U}}, d_{\mathcal{U}}) \geq 2.706$ correspondant à un niveau de confiance de 95%. Les courbes dans la Fig. (4.13) montrent χ^2 en fonction de $\Lambda_{\mathcal{U}}$ pour la polarisation $(+,-;+,-)$ à un niveau de confiance 95% pour $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500 \text{ GeV}$ et $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 1000 \text{ GeV}$ respectivement avec une luminosité

$L = 100 \text{ fb}^{-1}$. Comme on peut le voir sur cette figure, la plus grande portée à chaque stade est pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$. En augmentant la luminosité du faisceau L , la portée sera améliorée.

Pour le cas tensoriel nous prenons de même $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1 \text{ TeV}$ en gardant la dimension d'échelle fixe, $d_{\mathcal{U}_t} = 4.01$. Afin d'obtenir des effets plus réalistes nous prenons $\lambda_{t,\gamma} = 1$. Les résultats de cette analyse pour les six états possibles des polarisations sont montrés dans la Fig. (4.15). Comme prévu, nous constatons que la contribution des unparticles de spin-2 croît avec $\sqrt{s_{e^+e^-}}$ et qu'il domine sur les contributions du MS au-dessus de $\sqrt{s_{e^+e^-}} \sim 700 \text{ GeV}$. La valeur précise où cela se produit dépendra beaucoup sur le choix de $\Lambda_{\mathcal{U}}$. Ensuite, nous présentons la distribution en $\cos \theta_{cm}$. Puisque les unparticles sont de spin-2, la dépendance angulaire de la section efficace sera différente de celle des unparticles de spin-0. Elle est montrée dans le panneau en bas de la Fig. (4.15) qui a un aspect complètement différent de celui des états \mathcal{U}_s . Les états \mathcal{U}_t sont plus susceptibles d'émerger autour de $\cos \theta_{cm} = \pm 0.5$.

4.4 Conclusion

Les processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$ et $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ à des énergies de l'ordre de $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1 \text{ TeV}$ constituent des canaux très importants pour tester la théorie des unparticles, étant donné que les contributions de ces dernières au niveau de l'arbre pour ces processus sont non nulles et peuvent être significatives, alors que la contribution du MS est uniquement au niveau de la boucle. Le grand avantage de l'utilisation de ces canaux pour l'étude de la nouvelle physique, c'est qu'ils sont propres et les signaux sont distingués facilement.

Dans la première partie, nous avons discuté l'impact des contributions des unparticles scalaires et tensorielles aux différentes distributions au LHC avec $\sqrt{S} = 14 \text{ TeV}$. Nous avons estimé avec soin les sections efficaces du bruit (MS) et du signal (MS + spin-0 UP et MS + spin-2 UP) à une échelle $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1 \text{ TeV}$ et pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.001$ et $d_{\mathcal{U}_t} = 4.001$. Il s'avère qu'avec ce choix de paramètres du modèle, les effets des unparticles tensoriels ne sont visibles que dans la région de grande masse invariante Q ($600 < Q < 1000 \text{ GeV}$) et moment transverse pour un couplage de l'ordre $\lambda/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}} \simeq 0.01$. Par contre, nous avons constaté que la contribution des unparticles scalaires peut donner des améliorations significatives d'environ un ordre de grandeur dans les distributions que nous avons considéré et presque sur toute la gamme de masse invariante, rapidité et moment transverse. En particulier, les effets des unparticles scalaires sont également importants à basse Q où la contribution du diagramme de boîte prédomine. Ainsi, expérimentalement si nous mesurons un nombre raisonnable de paires de photons avec des basses valeurs de la masse invariante, il indiquerait clairement que la signature de la nouvelle physique peut-être la signature de unparticles scalaires.

Dans la deuxième partie, nous avons étudié les effets des unparticles scalaires et tensorielles sur la production de paires de photons dans les collisions $\gamma\gamma$ au ILC. Nous avons démontré que la polarisation des faisceaux joue un rôle très important

dans la découverte des signatures des unparticles. Nous pouvons améliorer le rapport signal-bruit d'une certaine ampleur en choisissant les polarisations du faisceau initial approprié. Pour $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV, les effets des unparticles scalaires entraînent des déviations considérables par rapport aux résultats du MS avec énergie à $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500$ GeV et $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 1$ TeV. Pour le cas des unparticles tensorielles, la contribution diminue rapidement avec l'augmentation de l'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}_t}$ et les effets sont observables uniquement à des échelles $\Lambda_{\mathcal{U}} \lesssim 1$ TeV.

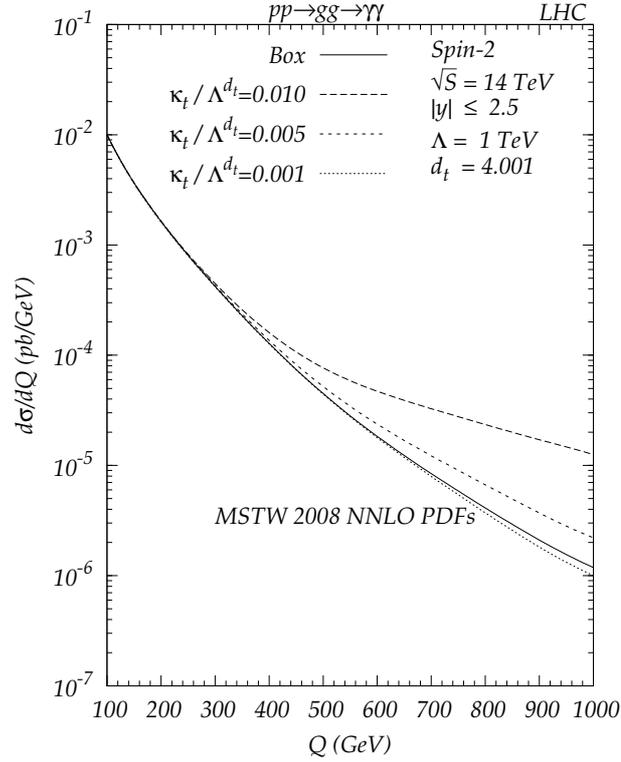
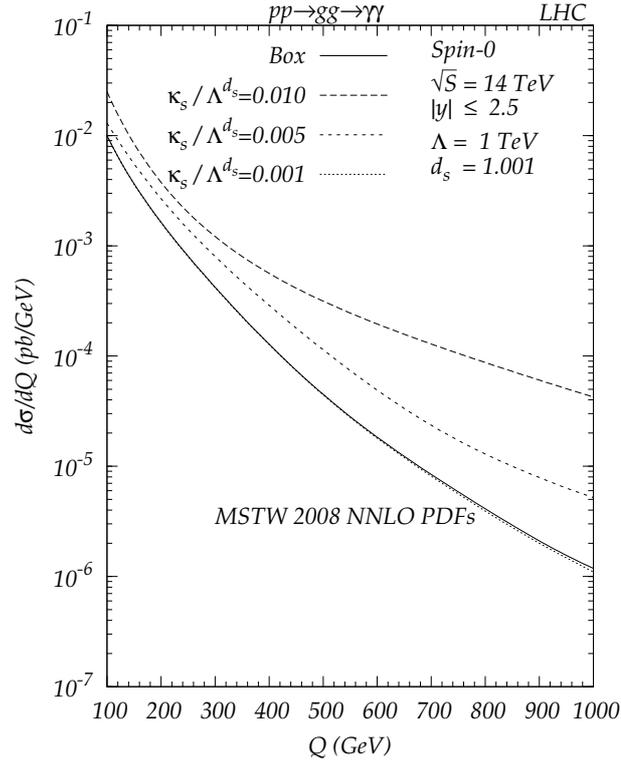


FIGURE 4.6 – Distribution de masse invariante de paires de photons issus de la désintégration des unparticles scalaires (haut) et tensorielles (bas) à $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV pour des valeurs de $\lambda/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{U}}} = 0.01, 0.05, 0.001$

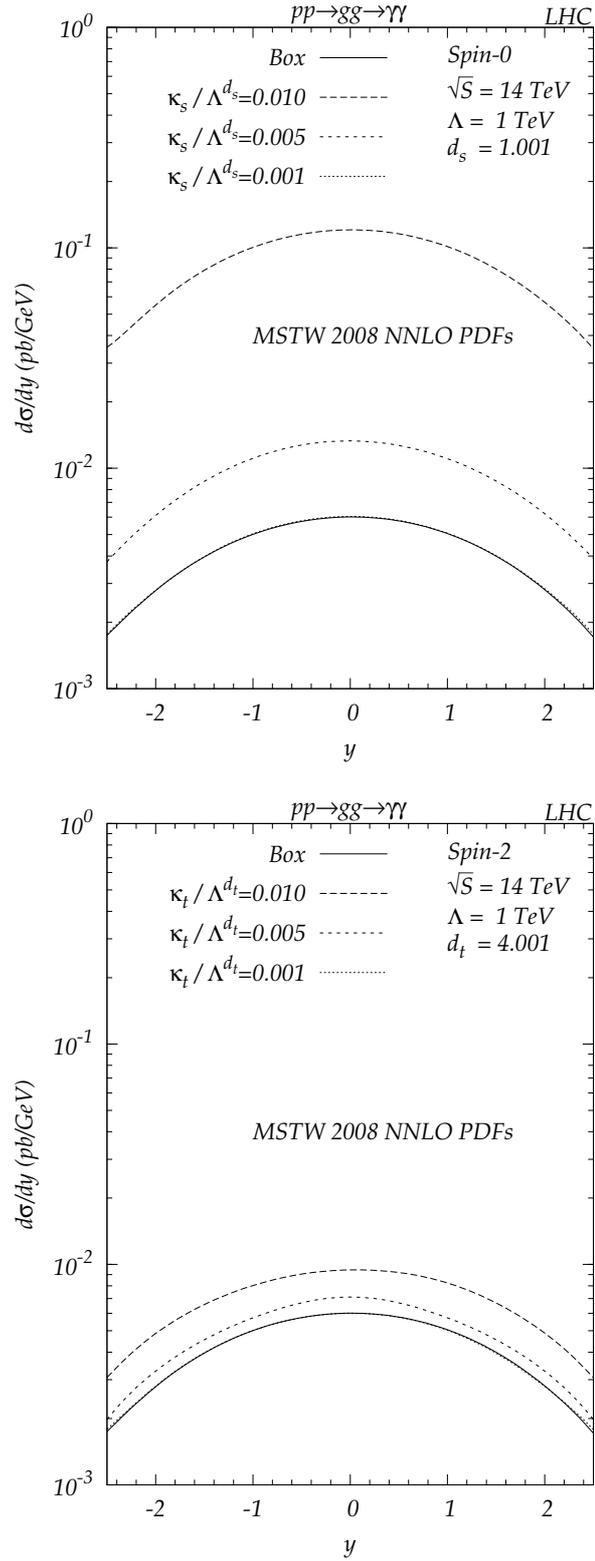


FIGURE 4.7 – Distribution de rapidité de paires de photons issus de la désintégration des unparticles scalaires (haut) et tensorielles (bas) à $\Lambda_U = 1$ TeV pour des valeurs de $\lambda/\Lambda_U^{d_U} = 0.01, 0.05, 0.001$ avec Q dans la gamme $600 < Q < 1000$ GeV.

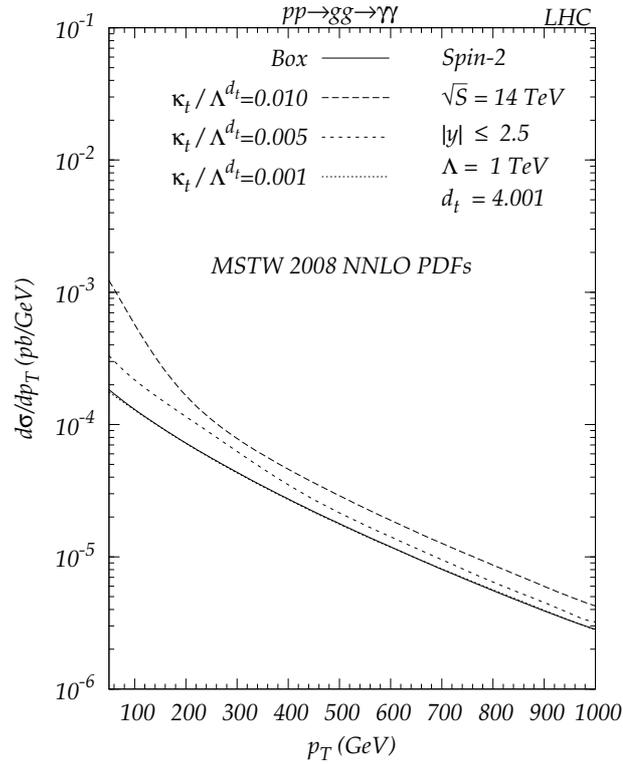
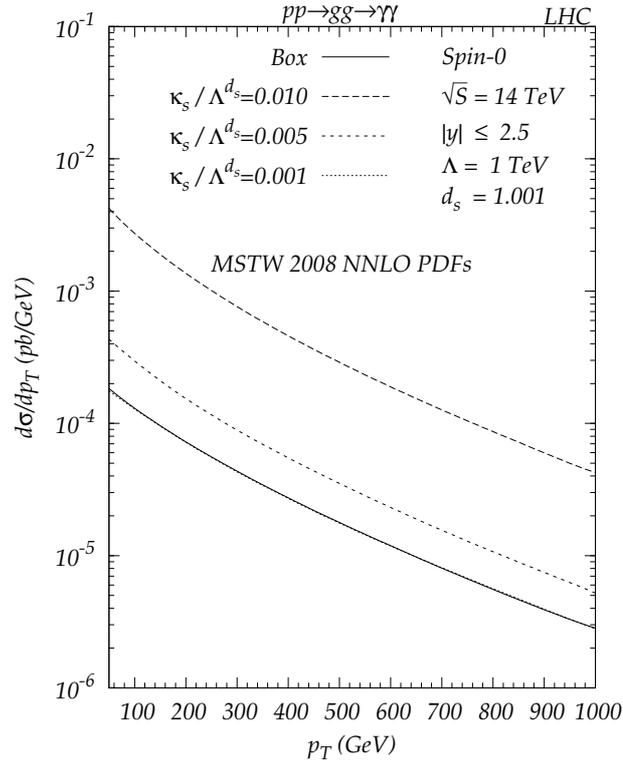


FIGURE 4.8 – Distribution du moment transverse de paires de photons issus de la désintégration des unparticles scalaires (haut) et tensorielles (bas).

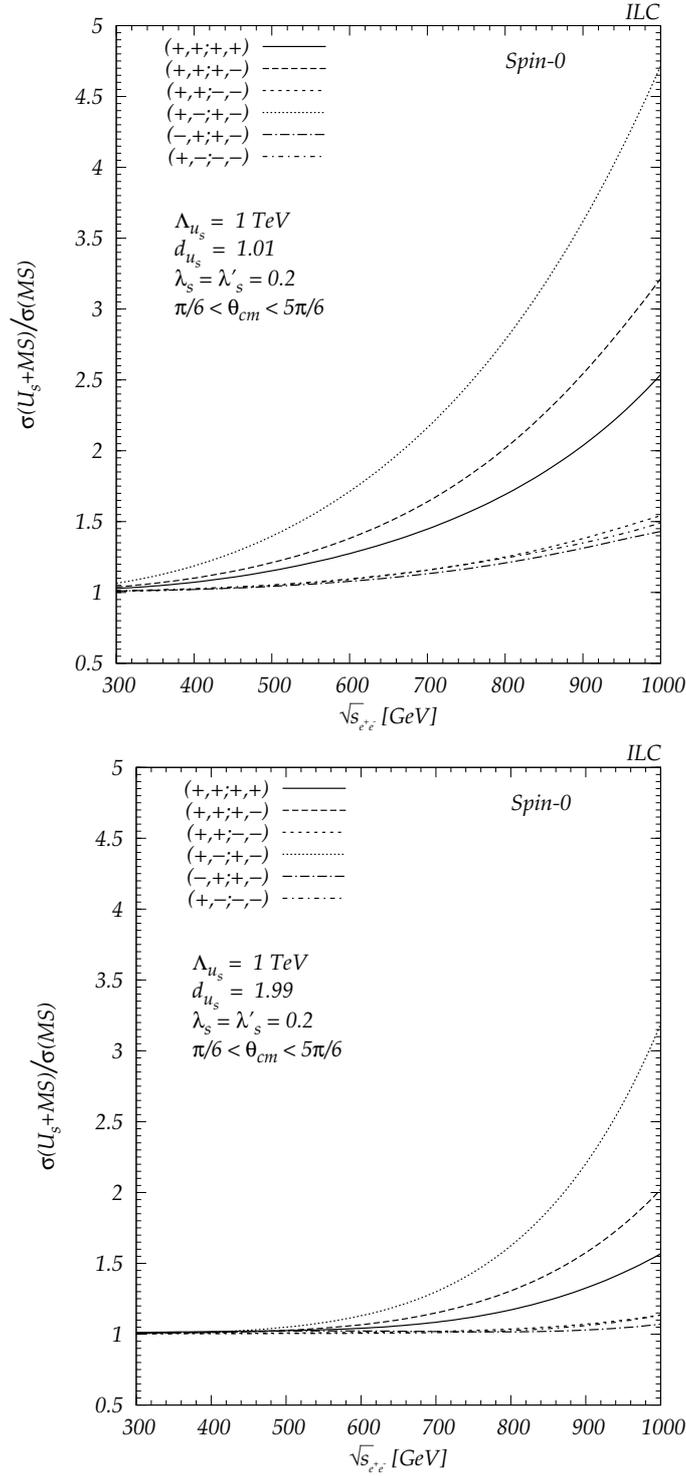


FIGURE 4.9 – Unparticles de spin-0 : Rapport entre les sections efficaces de SM+ \mathcal{U}_s et MS à $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1$ pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux . Ici $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.99$.

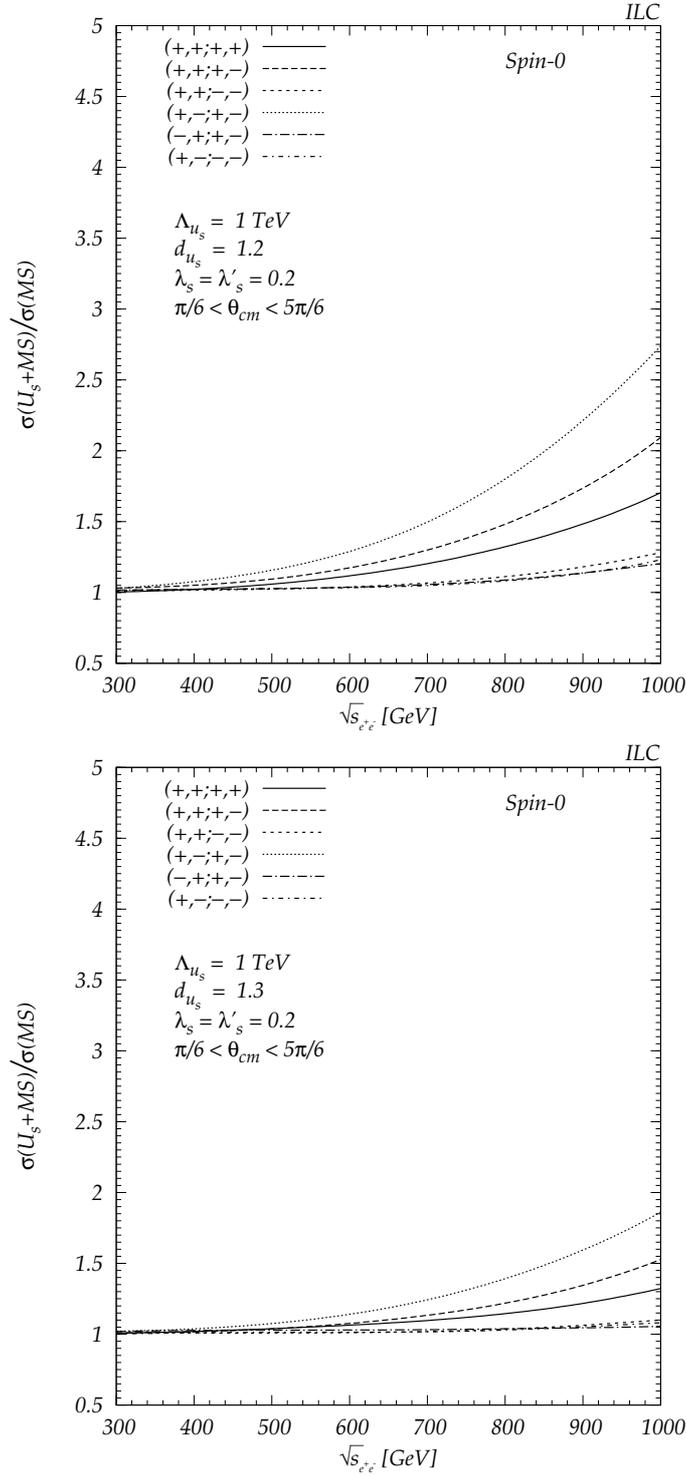


FIGURE 4.10 – Unparticles de spin-0 : Rapport entre les sections efficaces de $MS+\mathcal{U}_s$ à $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1 \text{ TeV}$ et MS pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux. Ici $d_{\mathcal{U}_s} = 1.1$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.2$.

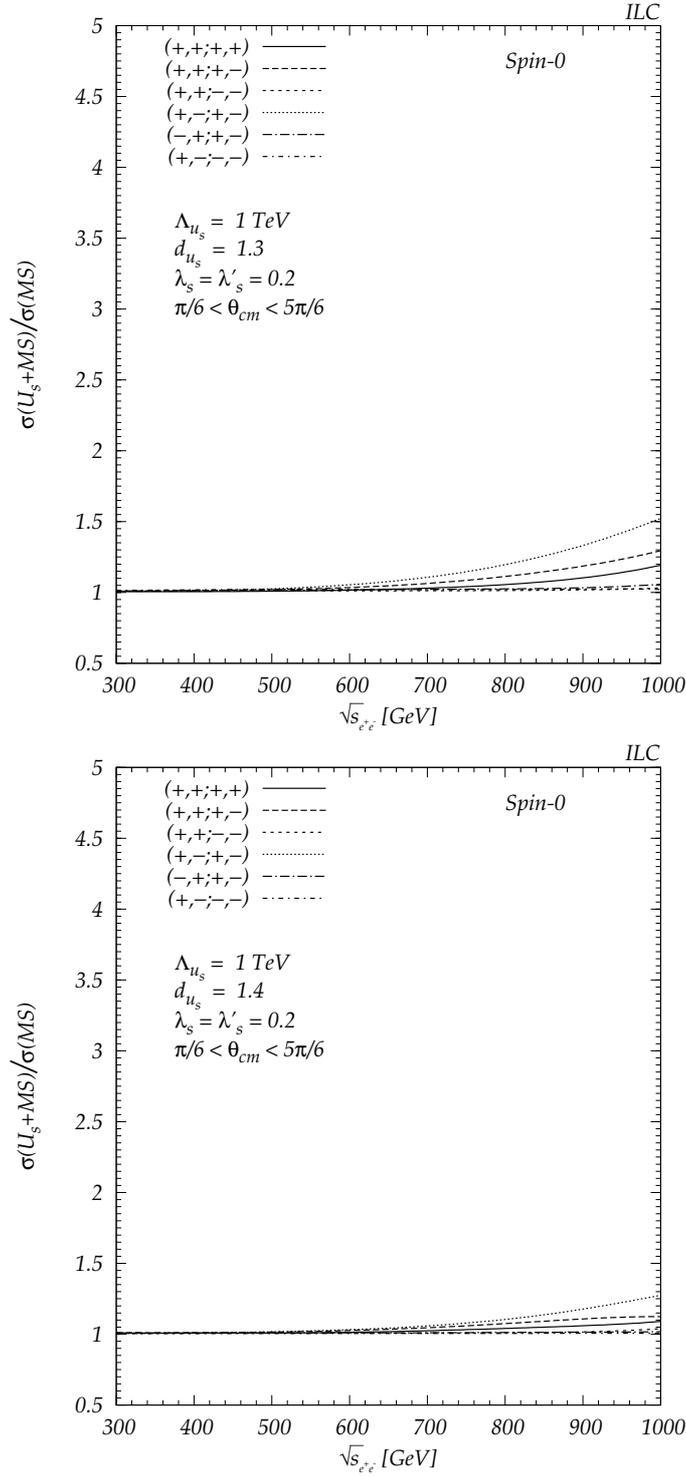


FIGURE 4.11 – Unparticles de spin-0 : Rapport entre les sections efficaces de MS+ \mathcal{U}_s à $\Lambda_{\mathcal{U}_s} = 1 \text{ TeV}$ et MS pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux. Ici $d_{\mathcal{U}_s} = 1.3$ et $d_{\mathcal{U}_s} = 1.4$.

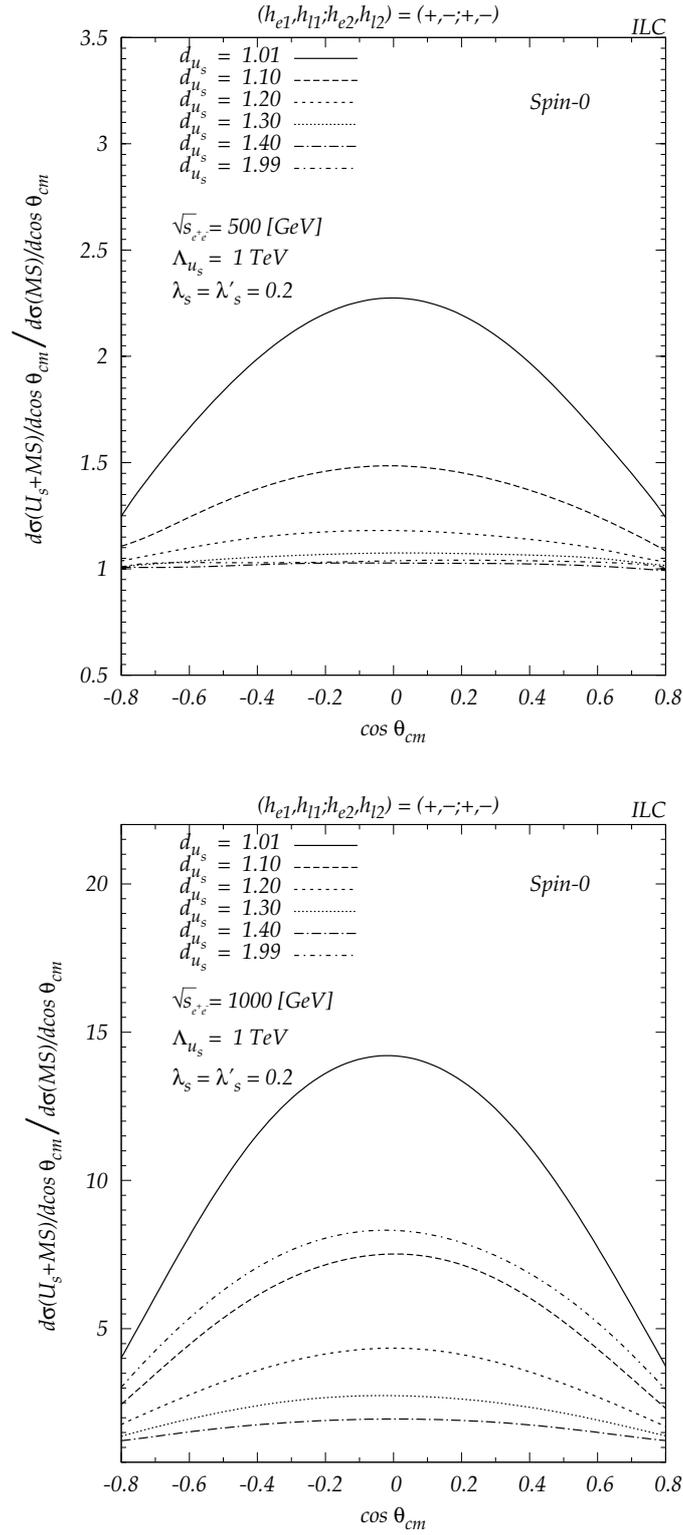


FIGURE 4.12 – Unparticles de spin-0 : Rapport entre les distributions angulaires de SM+ U_s et MS au ILC pour la polarisation initiale (+,-;+,-) des deux faisceaux. Ici $\Lambda_{U_s} = 1$ TeV, $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500$ GeV et $d_{U_s} = 1.01, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ et 1.99 .

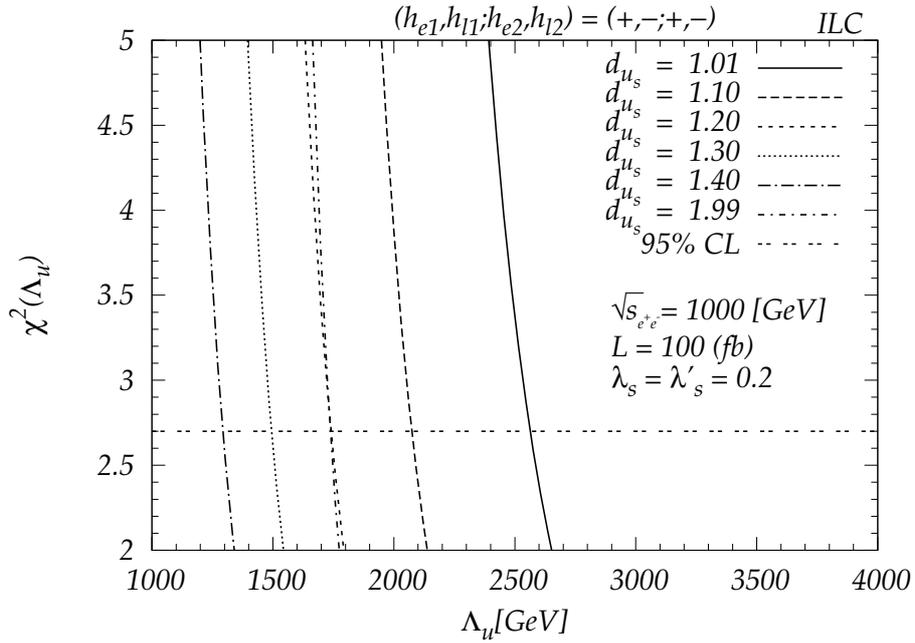
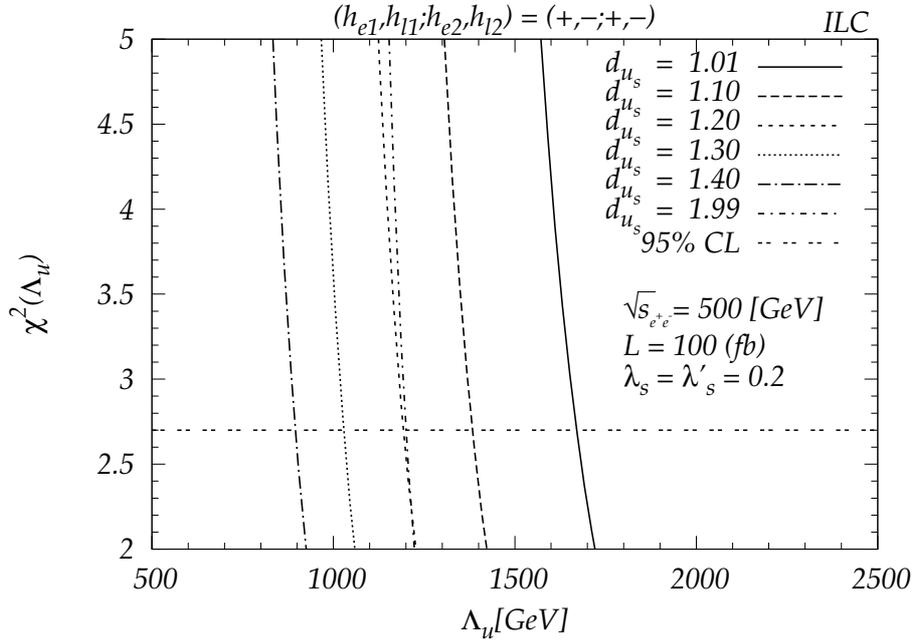


FIGURE 4.13 – Unparticles de spin-0 : Distribution de χ^2 en fonction de l'échelle Λ_{u_s} pour la polarisation initiale $(+, -; +, -)$ des deux faisceaux. La ligne horizontale indique la fonction χ^2 à 95% du niveau de confiance. Ici $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 500$ GeV, $L = 100$ fb $^{-1}$ et $d_{u_s} = 1.01, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ et 1.99 .

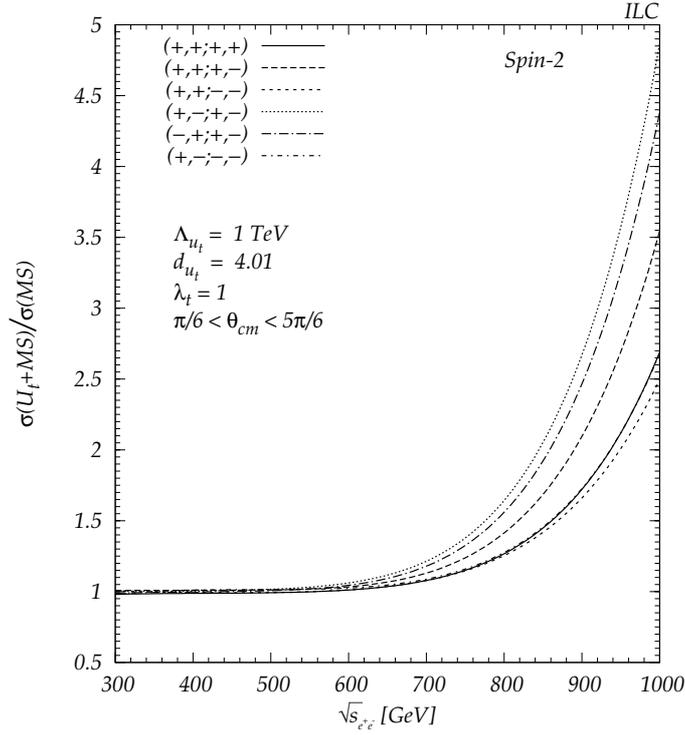


FIGURE 4.14 – Unparticles de spin-2 : Rapport entre les sections efficaces de SM+\$\mathcal{U}_s\$ et SM au ILC pour les six différentes polarisations initiales des deux faisceaux . Ici \$\Lambda_{u_t} = 1\$ TeV et \$d_{u_t} = 4.01\$.

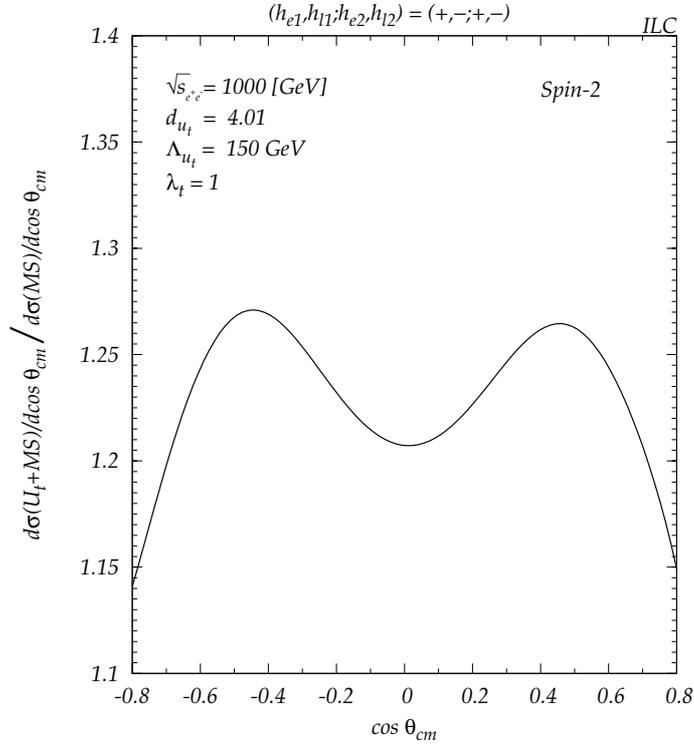


FIGURE 4.15 – Rapport entre les distributions angulaires de MS+\$\mathcal{U}_s\$ et SM au ILC pour la polarisation initiale \$(+,-;+,-)\$ des deux faisceaux. Ici \$\Lambda_{u_t} = 1\$ TeV, \$d_{u_t} = 4.01\$ TeV et \$\sqrt{s_{e^+e^-}} = 1\$.

Troisième partie

Effet à une boucle des Unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2

Chapitre 5

Le modèle de jauge des Unparticles

Dans ce chapitre nous décrivons brièvement le scénario où les champs unparticles, \mathcal{U} , sont chargés sous le groupe de jauge du MS. Par la suite, des formes asymptotiques des fonctions vertexes pour les règles de Feynman à trois et quatre points sont données pour être employées dans ce présent chapitre pour le calcul de la polarisation des bosons de jauge du MS et dans le chapitre qui suit. Nous nous limitons seulement au modèle de jauge des unparticles de spin-0 et spin-1/2 présent dans la littérature. A noter que tous les résultats de ce chapitre constituent une contribution originale.

5.1 Introduction

Dans la formulation originale de la théorie des unparticles, les champs du secteur conforme ne portent plus des nombres quantiques du MS. Ces champs sont motivés par l'existence d'une théorie invariante d'échelle non triviale avec un point fixe infrarouge dont l'exemple étant assuré par une théorie de jauge non abélienne avec un grand nombre de fermions sans masse (comme celles étudiées par BZ [48]). En tant que singulet du MS, les effets de tels champs sont illustrés par l'énergie manquante dans les processus d'interactions entre les particules de matière, et ainsi les possibilités que ces champs peuvent se coupler à ceux du MS sont limitées [91]. Georgi a également mis l'hypothèse qu'il serait intéressant d'étudier le cas où les champs unparticles portent des charges du groupe de jauge du MS, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, conduisant ainsi à une phénoménologie plus intéressante au LHC. En comparaison avec le fait que l'énergie manquante lors des processus d'interaction est moins importante, la possibilité que les champs unparticles soient chargés est particulièrement intéressante, car ils peuvent augmenter les sections efficaces de production via des interactions fortes ou faibles et donner lieu à de nouveaux signaux intéressants dans les détecteurs ATLAS et CMS au LHC. De même, les unparticles chargés peuvent contribuer aux couplages mobiles de jauge. Ce résultat a des implications importantes sur la liberté asymptotique. En effet, il y a eu dans la littérature des

discussions sur l'effet de unparticles scalaires chargés sur les théorie de jauge [92]. Une théorie de jauge non abélienne peut s'approcher de la liberté asymptotique plus rapidement quand elle est couplée à de tels champs. De même, une théorie de jauge abélienne, qui n'est par ailleurs pas asymptotiquement libre, elle pourrait devenir asymptotiquement libre si la contribution des champs unparticle domine sur celle des champs de matière du MS [92].

Même si les conséquences phénoménologiques du modèle des unparticles dans ces deux formulations ont été longuement discutées, certaines questions théoriques les plus élémentaires n'ont pas trouvé de place dans la littérature. Intégrer les unparticles dans le groupe de jauge faible introduit également des couplages aux bosons de jauge et de type Drell-Yan et des mesures de précision électrofaibles se traduiront par des contraintes non négligeables sur le modèle présenté notamment au niveau d'une boucle. De même, les effets en boucles des unparticles chargés sur les différents modes de désintégration via des boucles chargés, par exemple le mode de désintégration du boson de Higgs en deux photons, qui constitue un mode très important pour chercher les signes d'une nouvelle physique au LHC. La présence des états unparticles chargés peut avoir des effets importants sur des modes de désintégrations impliquant des boucles chargés. Cependant, en raison de la complexité¹ des formes des fonctions vertexes des unparticles chargés et de la forme non standard des propagateurs², conduisant ainsi à la non-applicabilité de la technique de Passarino-Veltman pour le calcul des intégrales en boucles, les dérivations des fonctions en boucle des unparticles chargés n'ont pas encore été établies dans la littérature et deviennent presque impossible.

Il est donc important d'établir des formes asymptotiques plus simples pour les fonctions vertexes décrivant les couplages des unparticles chargés avec les champs de jauge du MS, permettant ainsi le calcul des contributions en boucle correspondantes³ (par la méthode de paramétrisation de Feynman) et par conséquent d'étudier leurs effets sur les principaux modes de production.

Dans ce chapitre, le premier modèle de jauge des unparticles et les règles de Feynman seront brièvement passés en revue. Par la suite, nous poursuivons notre étude théorique sur ce modèle en établissant les formes asymptotiques des fonctions vertexes des interactions à trois et quatre points nécessaires pour le calcul des boucles via les unparticles de spin-0 et spin-1/2. Comme application, nous calculons les contributions à la polarisation des bosons de jauge du MS via ces nouveaux états et nous montrons que ces formes asymptotiques conduisent directement à des résultats déjà établis dans la littérature. En fin, la contribution des unparticles à la fonction β de la théorie et le problème de l'unification des couplages de jauge du MS seront discutés.

1. Le nouvel élément dans le modèle de jauge des unparticles, c'est la présence du propagateur dans les vertexes d'interaction.

2. A cause de la dimension d'échelle dans le dénominateur, la recette de Passarino-Veltman de la réduction des intégrales tensorielles ne peut être appliquée.

3. De ce point de vue, le calcul suit presque le cas canonique.

5.2 Modèle de jauge et règles de Feynman

En raison des dimensions d'échelle non triviales des champs des unparticles, leur théorie de jauge est généralement non-locale et il est assez difficile de les coupler aux champs de jauge du MS. Néanmoins, la généralisation du modèle des unparticles à une théorie de jauge a été étudiée par de nombreux auteurs en utilisant des approches différentes [20, 93, 94]. Nous suivons ici l'approche qui a été construite dans la Ref. [20] qui constitue le premier modèle de jauge des unparticles et qui sera brièvement passé en revue et nous donnons par la suite les règles de Feynman qui entrent dans nos calculs. Dans notre travail, il suffit de considérer que les fonctions vertexes à trois et quatre points.

La présence des couplages de jauge entre les unparticles et les particules du MS modifierait radicalement la phénoménologie à faible énergie et ainsi altérer l'excellent accord du MS avec les tests de précision à des échelles d'énergies inférieures à quelques centaines de GeV. Pour éviter ce fait et pour limiter les effets des unparticles à des énergie $\Lambda_{\mathcal{U}}$, l'invariance d'échelle du secteur conforme doit être brisée⁴ à une certaine échelle infrarouge $\Lambda_{\mathcal{U}} \equiv \mu$ de sorte que les effets des unparticles seront principalement limités à haute énergie $\Lambda_{\mathcal{U}} > \mu$ et pourraient encore être accessible aux collisionneurs comme le LHC⁵.

Considérons d'abord le cas des champs unparticles scalaires \mathcal{U}_s de dimension $d_{\mathcal{U}_s}$. La paramétrisation de la brisure de l'invariance d'échelle se fait à travers l'introduction d'un terme de masse (coupure infrarouge) μ_s dans le propagateur $\Delta_{\mathcal{U}_s}(k)$ comme suivant :

$$\begin{aligned} \Delta_{\mathcal{U}_s}(k, \mu_s) &= \int d^4x e^{ikx} \langle 0 | T \mathcal{U}_s(x) \mathcal{U}_s^\dagger(0) | 0 \rangle \\ &= \frac{iA(d_{\mathcal{U}_s})}{2\pi} \int_{\mu^2}^{\infty} dm^2 \frac{\rho(m^2 - \mu_s^2)}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \\ &\equiv \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(\pi d_{\mathcal{U}_s})} \frac{i}{\Sigma_0^s(k, \mu_s)}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

avec $\Sigma_0^s(k, \mu_s) \equiv (\mu_s^2 - k^2 - i\epsilon)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}$. L'introduction d'un tel terme de masse modifie également l'espace de phase comme suivant :

$$\begin{aligned} d\Phi_{\mathcal{U}_s}(k, \mu_s) &= \tilde{\rho}_{\mathcal{U}_s}(k^2 - \mu_s^2) \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \\ &= A(d_{\mathcal{U}_s}) \theta(k^0) \theta(k^2 - \mu_s^2) (k^2 - \mu_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-2} \frac{d^4k}{(2\pi)^4}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

4. Une des sources importantes responsable de la brisure de la symétrie conforme est l'interaction de type $(\lambda/\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}}-2}) H^\dagger H \mathcal{O}_{\mathcal{U}}$. Une fois que le Higgs développe une (VEV), cet opérateur brise la symétrie conforme dans le secteur des unparticles [97]. Cette brisure se produit à l'échelle μ telle que $(\mu^2)^{2-d_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}}} = \lambda v^2 / 2\Lambda_{\mathcal{U}}^{d_{\mathcal{O}_{\mathcal{U}}}-2}$.

5. Autrement dit, les effets des unparticles ne peuvent pas être observés à des énergies inférieures à l'échelle μ .

L'action effective dans l'espace des impulsion correspondante au propagateur (5.1) est de la forme ⁶ :

$$\begin{aligned}
S_0[\mathcal{U}_s] &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathcal{U}_s^\dagger(k) \tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(k, \mu_s) \mathcal{U}_s(k) \\
&= \frac{2 \sin(\pi d_{\mathcal{U}_s})}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathcal{U}_s^\dagger(k) (\mu_s^2 - k^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \mathcal{U}_s(k) \\
&\equiv \frac{2 \sin(\pi d_{\mathcal{U}_s})}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathcal{U}_s^\dagger(k) \Sigma_0^s(k, \mu_s) \mathcal{U}_s(k). \tag{5.3}
\end{aligned}$$

A fin de jauger notre théorie, passons d'abord par la transformée de Fourier de l'action (5.3) en une action non locale dans l'espace des positions :

$$S_0[\mathcal{U}_s] = \int d^4x d^4y \mathcal{U}_s^\dagger(x) \tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(x-y) \mathcal{U}_s(y). \tag{5.4}$$

où $\tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(z)$ est la transformée de Fourier de $\tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(k)$:

$$\tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(z) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ikz} \tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(k). \tag{5.5}$$

Nous suivons ici [20] où le champ scalaire \mathcal{U}_s est étendu à un champ de jauge en rendant l'action non-locale (5.4) invariante sous une transformation de jauge U via l'introduction d'une observable invariante de jauge appelée ligne de Wilson entre les deux champs unparticles $\mathcal{U}_s(x)$ et $\mathcal{U}_s(y)$ comme suit :

$$S[\mathcal{U}_s] = \int d^4x d^4y \mathcal{U}_s^\dagger(x) \tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_s}^{-1}(x-y) W(x,y) \mathcal{U}_s(y), \tag{5.6}$$

et est définie par une exponentielle ordonnée des chemins d'un champ de jauge A_μ^a de $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ ou $SU(3)_C$ transporté le long d'une ligne C entre x et y comme suivant :

$$W(x,y) = P \exp \left(-ig_{\mathcal{U}_s} T^a \int_{x,C}^y A_\mu^a(w) dw^\mu \right), \tag{5.7}$$

avec

$$A_\mu(w) = T^a A_\mu^a(w), \tag{5.8}$$

où T^a sont les générateurs du groupe de jauge dans la représentation des unparticles et P est un opérateur d'ordonnancement des chemins de y sur la droite à x sur la gauche. La ligne de Wilson est supposée vérifiant la condition de Mandelstam suivante [95] :

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} W(x,y) = ig T^a A_\mu^a(w) W(x,y), \tag{5.9}$$

6. Cette action est complètement fixée en exigeant qu'elle donne la forme correcte du propagateur unparticle.

et se transforme sous les transformations de jauge U comme suivant :

$$W(x, y) \rightarrow U^{-1}(x)W(x, y)U(y). \quad (5.10)$$

Etant donnée que (5.6) est la dernière action d'une théorie de jauge des unparticles, où les champs de jauge du MS peuvent coupler aux champs unparticles chargés \mathcal{U}_s , les règles de Feynman pour les vertexes sont déterminées en prenant les dérivées fonctionnelles de l'Eq. (5.6) par rapport à des combinaisons appropriées de champs. Pour les vertexes avec un et deux bosons de jauge $A_\mu^a \mathcal{U}_s \mathcal{U}_s^\dagger$ et $A_\mu^a A_\nu^b \mathcal{U}_s \mathcal{U}_s^\dagger$ respectivement, nous avons [20] :

$$\begin{aligned} i g_{\mathcal{U}_s} \Gamma_s^{a\mu}(k; q) &= \frac{i \delta^3 S[\mathcal{U}_s]}{\delta A_\mu^a(q) \delta \mathcal{U}_s^\dagger(k+q) \delta \mathcal{U}_s(k)} \\ &= i g_{\mathcal{U}_s} T^a (2k+q)^\mu \Sigma_1^s(k; q), \quad (5.11) \\ i g_{\mathcal{U}_s}^2 \Gamma_s^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) &= \frac{i \delta^3 S[\mathcal{U}_s]}{\delta A_\mu^a(q_1) \delta A_\nu^b(q_2) \delta \mathcal{U}_s^\dagger(k+q_1+q_2) \delta \mathcal{U}_s(k)} \\ &= i g_{\mathcal{U}_s}^2 \left[\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \Sigma_1^s(k; q_1+q_2) \right. \\ &\quad + T^a T^b (2k+q_2)^\nu (2k+2q_2+q_1)^\mu \Sigma_2^s(k; q_2, q_1) \\ &\quad \left. + T^b T^a (2k+q_1)^\mu (2k+2q_1+q_2)^\nu \Sigma_2^s(k; q_1, q_2) \right], \quad (5.12) \end{aligned}$$

où les facteurs de forme Σ_i^s scalaires sont donnés par :

$$\begin{aligned} \Sigma_1^s(k, q) &= \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{\Sigma_0^s(k+q) - \Sigma_0^s(k)}{(k+q)^2 - k^2}, \\ \Sigma_2^s(k, q_1, q_2) &= \frac{\Sigma_1^s(k, q_1+q_2) - \Sigma_1^s(k, q_1)}{(k+q_1+q_2)^2 - (k+q_1)^2}. \quad (5.13) \end{aligned}$$

Les vertexes scalaires des champs de matières ordinaires sont reproduits dans la limite $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ en utilisant le fait que $A(d_{\mathcal{U}_s})/2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi) \rightarrow -1$, $\Sigma_1^s \rightarrow 1$ et $\Sigma_2^s \rightarrow 0$:

$$i g_{\mathcal{U}_s} \Gamma_s^{a\mu}(k; q) = i g_{\mathcal{U}_s} T^a (2k+q)^\mu, \quad (5.14)$$

$$i g_{\mathcal{U}_s}^2 \Gamma_s^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) = i g_{\mathcal{U}_s}^2 \{T^a, T^b\} g^{\mu\nu}. \quad (5.15)$$

Dans la limite $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 2$, les fonctions vertexes $\Gamma_s^{a\mu}(k; q)$ et $\Gamma_s^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2)$ s'annulent individuellement ce qui conduit à la disparition de ces couplages avec les champs de jauge⁷.

Dans le cas fermionique, par analogie avec le cas scalaire, le propagateur du champ \mathcal{U}_f de dimension $d_{\mathcal{U}_f}$ est modifié comme :

$$\Delta_{\mathcal{U}_f}(k^2) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})} \frac{i}{(\not{k} - \mu_f) \Sigma_0^f(k, \mu_f)}, \quad (5.16)$$

7. Dans cette limite, les champs unparticles scalaires, \mathcal{U}_s , deviennent non-dynamiques en raison de la forme triviale du propagateur en cette limite.

où $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$ et $\Sigma_0^f(k, \mu_f) \equiv (\mu_f^2 - k^2 - i\epsilon)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}}$. Pour dériver les règles de Feynman pour les unparticles fermioniques, nous écrivons d'abord l'action effective dans l'espace des impulsions :

$$\begin{aligned}
S_0[\mathcal{U}_f] &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{\mathcal{U}}_f(k) \tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_f}^{-1}(k) \mathcal{U}_f(k) \\
&= -\frac{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{\mathcal{U}}_f(k) \frac{(\mu_f^2 - k^2)^{5/2-d_{\mathcal{U}_f}}}{(\not{k} - \mu_f)} \mathcal{U}_f(k) \\
&= \frac{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{\mathcal{U}}_f(k) (\not{k} - \mu_f) (\mu_f^2 - k^2)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} \mathcal{U}_f(k) \\
&\equiv \frac{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{\mathcal{U}}_f(k) (\not{k} - \mu_f) \Sigma_0^f(k, \mu) \mathcal{U}_f(k). \tag{5.17}
\end{aligned}$$

L'action effective non-locale invariante de jauge correspondante peut être écrite comme :

$$S[\mathcal{U}_f] = \frac{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \int d^4x d^4y \bar{\mathcal{U}}_f(x) \left(-i \not{\partial} \tilde{\Sigma}_0^{f,-1}(x-y) \right) W(x, y) \mathcal{U}_f(y), \tag{5.18}$$

Pour les vertexes $A_\mu^a \mathcal{U}_f \bar{\mathcal{U}}_f$ et $A_\mu^a A_\nu^b \mathcal{U}_f \bar{\mathcal{U}}_f$ nous avons :

$$\begin{aligned}
i g_{\mathcal{U}_f} \Gamma_f^{a\mu}(k; q) &= \frac{i \delta^3 S[\mathcal{U}_f]}{\delta A_\mu^a(q) \delta \bar{\mathcal{U}}_f(k+q) \delta \mathcal{U}_f(k)} \\
&= i \frac{g_{\mathcal{U}_f}}{2} T^a \left[\gamma^\mu \left(\Sigma_0^f(k+q) + \Sigma_0^f(k+q) \right) \right. \\
&\quad \left. + (2 \not{k} + \not{q} - 2\mu_f) (2k+q)^\mu \Sigma_1^f(k+q) \right], \tag{5.19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i g_{\mathcal{U}_f}^2 \Gamma_f^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) &= \frac{i \delta^3 S[\mathcal{U}_f]}{\delta A_\mu^a(q_1) \delta A_\nu^b(q_2) \delta \bar{\mathcal{U}}_f(k+q_1+q_2) \delta \mathcal{U}_f(k)} \\
&= i g_{\mathcal{U}_f}^2 \left\{ [\not{k} + (\not{q}_1 + \not{q}_2)/2 - \mu_f] \left[\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \Sigma_1^s(k; q_1+q_2) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + T^a T^b (2k+q_2)^\nu (2k+2q_2+q_1)^\mu \Sigma_2^s(k; q_2, q_1) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + T^b T^a (2k+q_1)^\mu (2p+2q_1+q_2)^\nu \Sigma_2^s(k; q_1, q_2) \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\gamma^\mu}{2} \Gamma_f^{ab\nu}(k, q_2, q_1) + \frac{\gamma^\nu}{2} \Gamma_f^{ab\mu}(k; q_1, q_2) \right\}, \tag{5.20}
\end{aligned}$$

où les facteurs de forme fermioniques Σ_i^f sont donnés par :

$$\begin{aligned}
\Sigma_1^f(k; q) &= \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{\Sigma_0^f(k+q) - \Sigma_0^f(k)}{(k+q)^2 - k^2}, \\
\Sigma_2^f(k; q_1, q_2) &= \frac{\Sigma_1^f(k, q_1+q_2) - \Sigma_1^f(k, q_1)}{(k+q_1+q_2)^2 - (k+q_1)^2}, \tag{5.21}
\end{aligned}$$

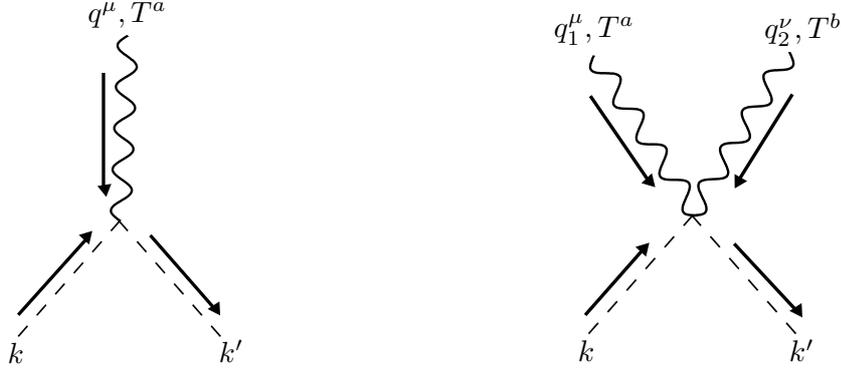


FIGURE 5.1 – Diagrammes de Feynman des interactions des unparticles chargés avec les champs de jauge.

et $\Gamma_f^{ab\mu}$ est donné par :

$$\begin{aligned} \Gamma_f^{ab\mu}(k; q_1, q_2) &= T^a T^b (2k + q_1)^\mu \Sigma_1^f(k, q_2) \\ &+ T^b T^a (2k + 2q_2 + q_1)^\mu \Sigma_1^f(k + q_2, q_1). \end{aligned} \quad (5.22)$$

Dans la limite standard, $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$, où $2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi) A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2) \rightarrow 1$ et $\Sigma_1^f \rightarrow 0$, nous reproduisons les vertexes fermioniques des champs de matière usuels :

$$i g_{\mathcal{U}_f} \Gamma_f^{a\mu}(k; q) = i g_{\mathcal{U}_f} T^a \gamma^\mu, \quad (5.23)$$

$$i g_{\mathcal{U}_f}^2 \Gamma_f^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) = 0. \quad (5.24)$$

Contrairement au cas scalaire, dans la limite $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 5/2$, les fonction vertexes fermioniques $\Gamma_f^{a\mu}(k; q)$ et $\Gamma_f^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2)$ ne s'annulent pas en raison de la structure non triviale du propagateur correspondant en cette limite. Toutefois, lorsque $d_{\mathcal{U}_f}$ s'approche de la valeur 5/2, le propagateur devient de plus en plus sensible au régime UV et l'action dans l'Eq. (5.18) ne peut plus être utilisée. Dans le cas abélien où les générateurs du groupe sont remplacé par $T^a = 1$, les vertexes scalaires et tensoriels, $\Gamma_{s/f}$, vérifient les identités de Ward-Takahashi suivantes [21] :

$$i g_{\mathcal{U}_{s/f}} q_\mu \Gamma_{s/f}^\mu(k; q) = i g_{\mathcal{U}_{s/f}} (\Delta_{s/f}^{-1}(k) - \Delta_{s/f}^{-1}(k + q)), \quad (5.25)$$

$$i g_{\mathcal{U}_{s/f}}^2 q_{1\mu} \Gamma_{s/f}^{\mu\nu}(k; q_1, q_2) = i g_{\mathcal{U}_{s/f}}^2 [\Gamma_{s/f}^\nu(k + q_1; q_2) - \Gamma_{s/f}^\nu(k; q_2)]. \quad (5.26)$$

Dans le cas non abélien, où $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$, les vertexes $\Gamma_{s/f}$ vérifient les relations suivantes [21] :

$$i g_{\mathcal{U}_{s/f}} q_\mu \Gamma_{s/f}^{a\mu}(k; q) = i g_{\mathcal{U}_{s/f}} T^a [\Delta_{s/f}^{-1}(k + q) - \Delta_{s/f}^{-1}(k)], \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} i g_{\mathcal{U}_{s/f}}^2 q_{1\mu} \Gamma_{s/f}^{a\mu, b\nu}(k; q_1, q_2) &= i g_{\mathcal{U}_{s/f}}^2 [\Gamma_{s/f}^{b\nu}(k + q_1; q_2) T^a - T^a \Gamma_{s/f}^{b\nu}(k; q_2) \\ &+ f^{abc} \Gamma_{s/f}^{c\nu}(k; q_1 + q_2)]. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Les vertexes d'interaction avec les champs de jauge sont présentés par les diagrammes de la Fig. (5.1) dans laquelle les lignes en tirets représentent les unparticle scalaire (fermionique) et les bosons de jauge portent le groupe (a, b) et les indices de Lorentz (μ, ν) avec les impulsions entrantes q_i . Ici, tous les moments sont considérés comme entrants. Les couplages entre unparticles et trois champs de jauge, $A_\mu^a A_\nu^b A_\xi^c \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s$ et $A_\mu^a A_\nu^b A_\xi^c \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f$, sont aussi possibles mais n'en parlerons pas puisque notre étude se limite au couplage à un et deux champs de jauge seulement.

Avant de terminer cette section, notons que les contributions scalaires et fermioniques ont les mêmes types de diagrammes de Feynman, cela est due au fait que les actions effectives non locales, $S[\mathcal{U}_s]$ et $S[\mathcal{U}_f]$, pour chaque type de champ contiennent des couplages avec un nombre arbitraire de champs de jauge.

5.3 Forme asymptotique des fonctions vertexes

Si des scalaires et fermions chargés sont ajoutés à une théorie de jauge, il est évident que les boucles scalaires et fermioniques correspondantes contribueront à la polarisation du vide. La présente section est consacrée à l'étude du comportement asymptotique des fonctions vertexes scalaires et fermioniques, $\Gamma_{s/f}^\mu$ et $\Gamma_{s/f}^{\mu\nu}$, et nous allons montrer qu'il est possible de générer des expressions compactes pour ces dernières permettant d'effectuer analytiquement les intégrales des contributions en boucle via les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f .

Le lagrangien à partir duquel sont tirés les vertexes d'interaction (5.11) et (5.12) des champs de jauge A_μ^a avec des champs unparticles scalaires \mathcal{U}_s est de la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s &= (\partial_\mu \mathcal{U}_s^\dagger + i g_{\mathcal{U}_s} T^a A_\mu^a \mathcal{U}_s^\dagger) (\partial_\mu \mathcal{U}_s - i g_{\mathcal{U}_s} T^b A_\mu^b \mathcal{U}_s) \\ &= \partial_\mu \mathcal{U}_s^\dagger \partial^\mu \mathcal{U}_s + i g_{\mathcal{U}_s} T^a A_\mu^a (\mathcal{U}_s^\dagger \partial^\mu \mathcal{U}_s - \partial^\mu \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s) \\ &+ g_{\mathcal{U}_s}^2 T^a T^b A_\mu^a A^{b\mu} \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s, \end{aligned} \quad (5.29)$$

et celui à partir duquel sont tirés les vertexes d'interaction (5.19) et (5.20) des champs de jauge A_μ^a avec des champs unparticles fermioniques \mathcal{U}_f est de la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f &= (\gamma^\mu \partial_\mu \bar{\mathcal{U}}_f + i g_{\mathcal{U}_f} T^a A_\mu^a \bar{\mathcal{U}}_f) (\gamma^\mu \partial_\mu \mathcal{U}_f - i g_{\mathcal{U}_f} T^b A_\mu^b \mathcal{U}_f) \\ &= \partial_\mu \bar{\mathcal{U}}_f \partial^\mu \mathcal{U}_f + i g_{\mathcal{U}_f} \gamma^\mu T^a A_\mu^a (\bar{\mathcal{U}}_f \partial^\mu \mathcal{U}_f - \partial^\mu \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f) \\ &+ g_{\mathcal{U}_f}^2 T^a T^b A_\mu^a A^{b\mu} \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f, \end{aligned} \quad (5.30)$$

où T^a sont les générateurs du groupe de jauge dans la représentation $r_{\mathcal{U}}$ des champs \mathcal{U} . Les deux vertexes d'interaction indiqués dans la Fig. (5.1) donnent naissance à deux diagrammes contribuant à la polarisation du vide au niveau d'une boucle, comme illustré dans la Fig. (5.2). L'approche précédente de la boucle de Wilson conduit à des expressions assez complexes pour les fonctions vertexes à trois et quatre points. Cependant, il est montré dans les références [92, 20, 96] que la contribution des unparticles de spin-0 à la polarisation du vide suit une règle simple, à savoir

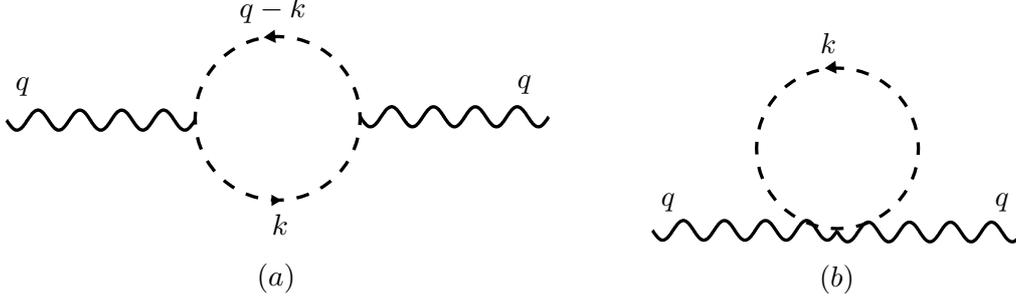


FIGURE 5.2 – Contributions des unparticles scalaires et fermioniques à la polarisation du vide.

$(2 - d_{\mathcal{U}_s})$ fois la contribution en particules scalaires dans la même représentation :

$$i\Pi_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu}(k) = (2 - d_{\mathcal{U}_s}) [i\Pi_s^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} . \quad (5.31)$$

De même, il est montré dans la référence [98] que la contribution des unparticles de spin-1/2 à la polarisation du vide n'est autre que la somme de deux contributions en particules scalaire et spinorielle de la forme :

$$i\Pi_{\mathcal{U}_f}^{\mu\nu}(k) = \sin^4(d_{\mathcal{U}_f}\pi) [i\Pi_f^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} - \cos^2(d_{\mathcal{U}_f}\pi) [i\Pi_s^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} . \quad (5.32)$$

Les résultats ci-dessus ont été calculé d'une méthode basée sur des simplifications mais qui n'est pas prometteuse lorsqu'on a affaire à des interactions qui impliquent, en plus des vertexes purs unparticles, des vertexes standard⁸ où ces simplifications deviennent impossibles. Néanmoins, nous voulons montrer dans cette section avec un calcul complet qu'on peut reproduire les mêmes résultats qui se révèlent être simple quand on tient compte de la limite de faible moment, pour les bosons de jauge sortants (ou entrants).

L'expression initiale pour la fonction vertex à une boucle pour le diagramme (a) de la Fig. (5.2), est donnée par :

$$\begin{aligned} i\Pi_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu,a}(k) &= (ig_{\mathcal{U}_s})^2 \text{Tr} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i\Delta_{\mathcal{U}_s}(k) \Gamma_s^\mu(k-q, q) i\Delta_{\mathcal{U}_s}(k-q) \Gamma_s^\nu(k, -q) \\ &= \left[\frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s}\pi)} \right]^2 (ig_{\mathcal{U}_s})^2 \text{Tr} T^a T^b \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \\ &\quad \times \frac{i}{(\mu_s^2 - k^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} \frac{i}{[\mu_s^2 - (k-q)^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} \\ &\quad \times (2k-q)^\mu \Sigma_1^s(k-q, q) (2k-q)^\nu \Sigma_1^s(k, -q) , \end{aligned} \quad (5.33)$$

8. Qui ne découlent pas du modèle de jauge des unparticles.

et celle du diagramme (b) de la Fig. (5.2), est donnée par :

$$\begin{aligned}
i\Pi_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu,b}(k) &= ig_{\mathcal{U}_s}^2 Tr \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i\Delta_{\mathcal{U}_s}(k) \Gamma_s^{\mu\nu}(k, q, -q) \\
&= \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)} (ig_{\mathcal{U}_s})^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{(\mu_s^2 - k^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} [g^{\mu\nu} \Sigma_1^s(k; 0) \\
&+ (2k - q)^\nu (2k - q)^\mu \Sigma_2^s(k; -q, q) \\
&+ (2k + q)^\mu (2k + q)^\nu \Sigma_2^s(k; q, -q)] .
\end{aligned} \tag{5.34}$$

avec

$$ig_{\mathcal{U}_s} \Gamma_s^\mu(k; q) = ig_{\mathcal{U}_s} T^a (2k + q)^\mu \Sigma_1^s(k, q) , \tag{5.35}$$

$$\begin{aligned}
ig_{\mathcal{U}_s}^2 \Gamma_s^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) &= ig_{\mathcal{U}_s}^2 [\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \Sigma_1^s(k; q_1 + q_2) \\
&+ T^a T^b (2k + q_2)^\nu (2k + 2q_2 + q_1)^\mu \Sigma_2^s(k; q_2, q_1) \\
&+ T^b T^a (2k + q_1)^\mu (2k + 2q_1 + q_2)^\nu \Sigma_2^s(k; q_1, q_2)] .
\end{aligned} \tag{5.36}$$

où les facteurs de forme $\Sigma_1^s(k; q)$ et $\Sigma_2^s(k; q_1, q_2)$ sont donnés par :

$$\Sigma_1^s(k; q) = \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{\Sigma_0^s(k + q) - \Sigma_0^s(k)}{(k + q)^2 - k^2} . \tag{5.37}$$

$$\Sigma_2^s(k; q_1, q_2) = \frac{\Sigma_1^s(k; q_1 + q_2) - \Sigma_1^s(k; q_1)}{(k + q_1 + q_2)^2 - (k + q_1)^2} . \tag{5.38}$$

On voit bien que la dépendance des fonctions vertexes en $\Sigma_0^{s/f}(k)$ dans la théorie de jauge des unparticles est assez compliquée. Pour notre fins de calcul de la contribution des unparticles à la polarisation du vide, considérons d'abord le comportement asymptotique, $q \rightarrow 0$, des fonctions vertexes scalaires ci-dessus. Le point de départ de notre analyse asymptotique suivante sera le facteur de forme $\Sigma_0^s(k + q)$. Pour calculer les intégrales des boucles correspondantes à la polarisation du vide, nous affectons d'abord un développement de Taylor pour les facteurs de forme $\Sigma_0^s(k + q)$ au voisinage de $2k \cdot q + q^2 \equiv y$. Cela est permis car la fonction β de la théorie est seulement sensible aux régimes ultraviolets [98]. Dans ce cas, après avoir effectué l'expansion suivante :

$$\Sigma_0^s(k + q) = [\mu_s^2 - (k + q)^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}} = (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} [(k + q)^2 - \mu_s^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}} , \tag{5.39}$$

avec $q^2 = q_1^2 = q_2^2 = 0$, $k' = k + q$ et $(k + q)^2 - k^2 = 2k \cdot q = 2k' \cdot q = y$. En démarant du fait que :

$$\Sigma_0^s(k + q) - \Sigma_0^s(k) = \Sigma_0^s(k + q) - \Sigma_0^s(k + q - q) = - [\Sigma_0^s(k' - q) - \Sigma_0^s(k')] , \tag{5.40}$$

l'expansion de Taylor au voisinage de $y = 2k' \cdot q$ donne :

$$\begin{aligned}
\Sigma_0^s(k' - q) &= (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} [(k' - q)^2 - \mu_s^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \\
&= (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} [k'^2 - \mu_s^2 - 2k' \cdot q + q^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \\
&= (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} [k'^2 - \mu_s^2 - y]^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \\
&= \Sigma_0^s(k') \left[1 - \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})}{k'^2 - \mu_s^2} y + (1-d_{\mathcal{U}_s}) \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})}{2(k'^2 - \mu_s^2)^2} y^2 + \dots \right] \quad (5.41)
\end{aligned}$$

ou encore d'après (5.40) :

$$\Sigma_0^s(k + q) - \Sigma_0^s(k) = \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})}{(k+q)^2 - \mu_s^2} y - \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2-d_{\mathcal{U}_s})}{2[(k+q)^2 - \mu_s^2]^2} y^2 + \dots, \quad (5.42)$$

d'où :

$$\Sigma_1^s(k; q) \simeq \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} (2-d_{\mathcal{U}_s})}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \left[1 - \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})q \cdot k}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]^2} + \dots \right]. \quad (5.43)$$

Le premier terme domine l'expansion (5.43). Ainsi, le comportement au premier ordre dans l'intégrale de boucle est donné par le régime IR⁹. Ceci conduit à établir la contribution principale pour les facteurs $\Sigma_1^s(k; q)$ par la troncature (l'approximation) suivante :

$$\Sigma_1^s(k; q) \simeq \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} (2-d_{\mathcal{U}_s})}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}. \quad (5.44)$$

Maintenant le facteur de forme $\Sigma_2^s(k; q_1, q_2)$ peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\Sigma_2^s(k; q_1, q_2) &\simeq \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} (2-d_{\mathcal{U}_s})}{(k' + q_2)^2 - k'^2} \\
&\times \left[\frac{1}{[(k' + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} - \frac{1}{[k'^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \right] \\
&= \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} (2-d_{\mathcal{U}_s})}{[(k' + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1} [k'^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \\
&\times \left[\frac{[(k' + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1} - [k'^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(k' + q_2)^2 - k'^2} \right]. \quad (5.45)
\end{aligned}$$

Ensuite, si nous procédons comme nous l'avons fait dans l'Eq. (5.42), on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{[(k' + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1} - [k'^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(k' + q_2)^2 - k'^2} &= \frac{(k'^2 - \mu_s^2 + y')^{d_{\mathcal{U}_s}-1} - (k'^2 - \mu_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(k' + q_2)^2 - k'^2} \\
&\simeq (1-d_{\mathcal{U}_s})(k'^2 - \mu_s^2)^{-d_{\mathcal{U}_s}} \quad (5.46)
\end{aligned}$$

9. Les fonctions vertexes sont dominées par la région infrarouge des intégrales d'une boucle qui sont fortement supprimées dans le régime UV.

avec maintenant $y' = 2k' \cdot q_2$. Ainsi, le facteur de forme $\Sigma_2^s(k; q_1, q_2)$ prend la forme asymptotique suivante :

$$\Sigma_2^s(k; q_1, q_2) \simeq -\frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} (2-d_{\mathcal{U}_s})(1-d_{\mathcal{U}_s})}{[(k+q_1+q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1} [(k+q_1)^2 - \mu_s^2]} \quad (5.47)$$

Par conséquent, nous obtenons les expressions suivantes pour les formes asymptotiques des fonctions vertexes scalaires à trois et quatre points, $\Gamma_s^{a\mu}$ et $\Gamma_s^{ab\mu\nu}$:

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_s} \Gamma_s^{a\mu}(k; q) &\simeq ig_{\mathcal{U}_s} T^a (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k+q)^\mu}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \quad (5.48) \\ ig_{\mathcal{U}_s}^2 \Gamma_s^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) &\simeq ig_{\mathcal{U}_s}^2 \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} (2-d_{\mathcal{U}_s})}{[(k+q_1+q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \left[\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \right. \\ &+ T^a T^b \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2k+q_2)^\nu (2k+2q_2+q_1)^\mu}{2[(k+q_2)^2 - \mu_s^2]} \\ &\left. + T^b T^a \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2k+q_1)^\mu (2k+2q_1+q_2)^\nu}{2[(k+q_1)^2 - \mu_s^2]} \right]. \quad (5.49) \end{aligned}$$

De façon similaire avec l'utilisation répétée du développement de Taylor des facteurs de forme $\Sigma_1^f(k; q)$ et $\Sigma_1^f(k; q_1, q_2)$ et en négligeant le terme impair en $k^\mu \rightarrow -k^\mu$, les formes asymptotiques des fonctions vertexes fermioniques à trois et quatre points, $\Gamma_f^{a\mu}$ et $\Gamma_f^{ab\mu\nu}$, sont respectivement données par :

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_f} \Gamma_f^{a\mu}(k; q) &\simeq ig_{\mathcal{U}_f} \gamma^\mu T^a \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(2-d_{\mathcal{U}_f})}{[(k+q)^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}}, \quad (5.50) \\ ig_{\mathcal{U}_f}^2 \Gamma_f^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2) &\simeq ig_{\mathcal{U}_f}^2 \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(3/2-d_{\mathcal{U}_f})}{[(k+q_1+q_2)^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-1/2}} \\ &\times [k + (q_1 + q_2)/2 - \mu_f] \left[\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \right. \\ &- T^a T^b \frac{(2k+q_2)^\nu (2k+2q_2+q_1)^\mu}{2[(k+q_2)^2 - \mu_f^2]} \\ &\left. - T^b T^a \frac{(2k+q_1)^\mu (2k+2q_1+q_2)^\nu}{2[(k+q_1)^2 - \mu_f^2]} \right]. \quad (5.51) \end{aligned}$$

Notons que la structure de la fonction vertex fermionique $\Gamma_f^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2)$ est, à part le facteur $[k + (q_1 + q_2)/2 - \mu_f]$, identique à la structure $\Gamma_s^{ab\mu\nu}(k; q_1, q_2)$ donnée par l'Eq. (5.49). De même, les expressions asymptotiques infrarouges pour ces fonctions de vertex contiennent le terme caractéristique des champs unparticles scalaire et fermionique $[(k+q)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}$ et $[(k+q)^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}$ respectivement.

5.4 Identités de Ward-Takahashi

Maintenant, nous abordons la question des identités de Ward-Takahashi nécessaire pour la cohérence de la théorie de jauge des unparticles dans la limite de notre approximation. Les formes asymptotiques scalaires et fermioniques des fonctions vertexes à trois et quatre points dans (5.48,5.49) et (5.50,5.51) respectivement, de par leurs formes, semblent ne pas vérifier les identités de Ward-Takahashi données par les Eqs. (5.27) et (5.28). En effet,

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_s} q_\mu \Gamma_s^{a\mu}(k; q) &= ig_{\mathcal{U}_s} T^a (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2q \cdot k + q^2)}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \\ &= ig_{\mathcal{U}_s} T^a \Delta_s^{-1}(k+q) \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2q \cdot k + q^2)}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]} \end{aligned} \quad (5.52)$$

et

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_s}^2 q_{1\mu} \Gamma_s^{\alpha\mu, b\nu}(p, q_1, q_2) &= ig_{\mathcal{U}_s}^2 (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} (2-d_{\mathcal{U}_s}) \\ &\times \left[T^b (2k + 2q_1 + q_2)^\nu \frac{2q_2 \cdot (k + q_1) + q^2}{[(k + q_1 + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} T^a \right. \\ &- T^a T^b (2k + q_2)^\nu \frac{2q \cdot k + q^2}{[(k + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \\ &\left. + f^{abc} T^c (2k + q_1 + q_2)^\nu \frac{2(q_1 + q_2) \cdot k + q^2}{[(k + q_1 + q_2)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \right] \end{aligned} \quad (5.53)$$

Cependant, dans la limite de petit q , on peut faire l'approximation $(k+q)^2 - \mu_s^2 \simeq k^2 - \mu_s^2$ et d'après le développement (5.42) nous aurons au premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2q \cdot k + q^2)}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]} &\simeq \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})y}{[k^2 - \mu_s^2]} = 1 - \frac{\Sigma_0^s(k)}{\Sigma_0^s(k+q)} \\ &= 1 - \frac{\Delta_s^{-1}(k)}{\Delta_s^{-1}(k+q)} \end{aligned} \quad (5.54)$$

et par conséquent

$$\frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2q \cdot k + q^2)}{[(k+q)^2 - \mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \simeq \Sigma_1^s(k+q) \quad (5.55)$$

ce qui conduit directement aux l'identités de Ward-Takahashi donné par les Eqs. (5.27) pour les vertexes scalaires. Pour le cas fermionique, de la même façon, ces identités sont également vérifiées. Ainsi, dans la troncation (5.44) les identités de Ward-Takahashi pour les fonctions vertexes décrivant les couplages des champs unparticles scalaires et fermioniques avec les champs de jauge sont conservées.

Dans la section qui suit, on va voir comment les vertexes anisi obtenues par le premier terme du développement (5.42) reproduisent effectivement les résultats (5.31) et (5.32).

5.5 Polarisation des bosons de jauge A_μ

Dans cette section, nous allons effectuer le calcul des contributions des champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f à la polarisation des bosons de jauge A_μ en utilisant nos formes asymptotiques pour les vertexes établi dans la section précédente.

5.5.1 Contribution scalaire

Ayant obtenu les formes asymptotiques des vertexes, la contribution à la polarisation du vide via les unparticles de spin-0 donnée par les diagrammes de la Fig. (5.2), génère les vertexes suivants :

$$ig_{\mathcal{U}_s} \Gamma_{\mathcal{U}_s}^\mu(k-q, q) \simeq -ig_{\mathcal{U}_s} T^a (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k-q)^\mu}{(k^2-\mu_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}, \quad (5.56)$$

$$ig_{\mathcal{U}_s} \Gamma_{\mathcal{U}_s}^\nu(k, -q) \simeq -ig_{\mathcal{U}_s} T^b (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k-q)^\nu}{[(k-q)^2-\mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}, \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_s}^2 \Gamma_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu}(k, q, -q) &\simeq ig_{\mathcal{U}_s}^2 (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})}{(k^2-\mu_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} [\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \\ &+ T^a T^b \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2k-q)^\mu (2k-q)^\nu}{2[(k-q)^2-\mu_s^2]} \\ &+ T^b T^a \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2k+q)^\mu (2k+q)^\nu}{2[(k+q)^2-\mu_s^2]}] . \end{aligned} \quad (5.58)$$

Les diagrammes de Feynman associés aux vertexes ci-dessus sont montrés dans la Fig. (5.3). Pour le diagramme (a) de la Fig. (5.2), la contribution est donnée par :

$$\begin{aligned} i\Pi_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu,a}(k) &= (ig_{\mathcal{U}_s})^2 Tr \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} i\Delta_{\mathcal{U}_s}(k) \Gamma_s^\mu(k-q, k) i\Delta_{\mathcal{U}_s}(k-q) \Gamma_s^\nu(k, -q) \\ &= (2-d_{\mathcal{U}_s}) g_{\mathcal{U}_s}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k-q)^\mu (2k-q)^\nu}{(k^2-\mu_s^2)[(k-q)^2-\mu_s^2]} . \end{aligned} \quad (5.59)$$

Pour la contribution du diagramme (b) de la Fig. (5.2), on a :

$$\begin{aligned} i\Pi_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu,b}(k) &= ig_{\mathcal{U}_s}^2 Tr \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} i\Delta_{\mathcal{U}_s}(k) \Gamma_s^{\mu\nu}(k, q, -q) \\ &= -(2-d_{\mathcal{U}_s}) g_{\mathcal{U}_s}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \\ &\times \frac{1}{(k^2-\mu_s^2)} \left[2g^{\mu\nu} + \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2k-q)^\mu (2k-q)^\nu}{[(k-q)^2-\mu_s^2]} \right] \\ &= -(2-d_{\mathcal{U}_s}) g_{\mathcal{U}_s}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \\ &\times \frac{2g^{\mu\nu}[(k-q)^2-\mu_s^2] + (1-d_{\mathcal{U}_s})(2k-q)^\mu (2k-q)^\nu}{(k^2-\mu_s^2)[(k-q)^2-\mu_s^2]} . \end{aligned} \quad (5.60)$$

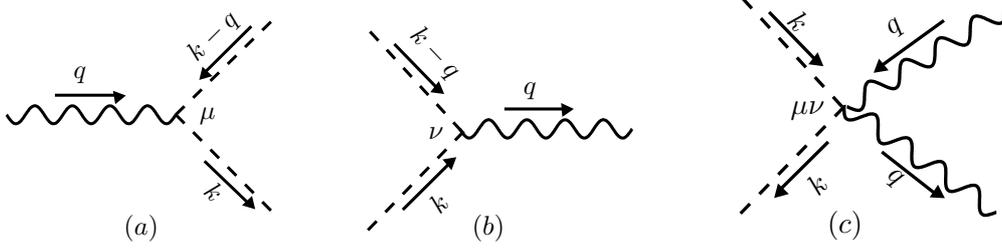


FIGURE 5.3 – Vertexes effectifs des unparticles scalaires et fermioniques contribuant à la polarisation du vide.

A noter que les facteurs de normalisation $A(d_{\mathcal{U}_s})/2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)$ s'éliminent entre les propagateurs et les vertexes dans les boucles comme il se doit. Les intégrales dans les Eqs. (5.59) et (5.60) sont bien de type de particule de spin-0. La somme des deux contributions mène au résultat final :

$$\begin{aligned} \Pi_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu}(k) &= (2 - d_{\mathcal{U}_s}) Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-2g^{\mu\nu}[(k-q)^2 - \mu_s^2] + (2k-q)^\mu(2k-q)^\nu}{(k^2 - \mu_s^2)[(k-q)^2 - \mu_s^2]} \\ &= (2 - d_{\mathcal{U}_s}) C(r_s) \delta^{ab} [\Pi_s^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} , \end{aligned} \quad (5.61)$$

où $[\Pi_s^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}}$ est la contribution scalaire standard donnée par :

$$\begin{aligned} [\Pi_s^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} &= g_s^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-2g^{\mu\nu}[(k-q)^2 - \mu_s^2] + (2k-q)^\mu(2k-q)^\nu}{(k^2 - \mu_s^2)[(k-q)^2 - \mu_s^2]} \\ &= (g^{\mu\nu} k^2 - k^\mu k^\nu) \Pi_s(k) , \end{aligned} \quad (5.62)$$

avec

$$\Pi_s(k) = -i \frac{g_s^2}{48\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \ln \mu_s^2 - \ln \pi - \gamma + \frac{8}{3} + \mathcal{O}(\epsilon) \right] . \quad (5.63)$$

Ici, $Tr T^a T^b = C(r_{\mathcal{U}_s}) \delta^{ab}$ où $C(r_s)$ est l'opérateur de Casimir dans la représentation $r_{\mathcal{U}_s}$ pour les champs scalaires. On voit bien que la contribution des unparticles scalaires à la polarisation du vide est $(2 - d_{\mathcal{U}_s})$ fois celle des particules scalaire. Ce résultat a été déjà établi dans la littérature par [92].

5.5.2 Contribution fermionique

Considérons maintenant le cas de la polarisation du vide via les unparticles de spin-1/2, qui exige les vertexes suivants :

$$ig_{\mathcal{U}_f} \Gamma_{\mathcal{U}_f}^\mu(k-q, q) \simeq ig_{\mathcal{U}_f} T^a \gamma^\mu \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(2-d_{\mathcal{U}_f})}{(k^2 - \mu_f^2)^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}}, \quad (5.64)$$

$$ig_{\mathcal{U}_f} \Gamma_{\mathcal{U}_f}^\nu(k, -q) \simeq ig_{\mathcal{U}_f} T^b \gamma^\mu \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(2-d_{\mathcal{U}_f})}{[(k-q)^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}}, \quad (5.65)$$

$$ig_{\mathcal{U}_f}^2 \Gamma_{\mathcal{U}_f}^{\mu\nu}(k, q, -q) \simeq ig_{\mathcal{U}_f}^2 \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(3/2-d_{\mathcal{U}_f})}{(k^2 - \mu_f^2)^{d_{\mathcal{U}_f}-1}} \\ \times (\not{k} - \mu_f) \left[\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} - T^a T^b \frac{(2k-q)^\nu (2k-q)^\mu}{(k-q)^2 - \mu_f^2} \right] \quad (5.66)$$

Pour le diagramme (a) de la Fig. (5.2), la contribution est donnée par :

$$\Pi_{\mathcal{U}_f}^{\mu\nu,a}(k) = -(ig_{\mathcal{U}_f})^2 Tr \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} i\Delta_{\mathcal{U}_f}(k) \Gamma_{\mathcal{U}_f}^\mu(q, k-q) i\Delta_{\mathcal{U}_f}(k-q) \Gamma_{\mathcal{U}_f}^\nu(k, -q) \\ = 4(2-d_{\mathcal{U}_f})^2 g_{\mathcal{U}_f}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{Tr[(\not{k} + \mu_f) \gamma^\mu (\not{k} + \not{q} + \mu_f) \gamma^\nu]}{(k^2 - \mu_f^2)[(k-q)^2 - \mu_f^2]} \\ = 4(2-d_{\mathcal{U}_f})^2 g_{\mathcal{U}_f}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \\ \times \frac{4\{2k^\mu k^\nu + k^\mu q^\nu + k^\nu q^\mu - g^{\mu\nu}[(k-q)^2 - \mu_f^2]\}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k-q)^2 - \mu_f^2]}. \quad (5.67)$$

De même, pour le diagramme (b) de la Fig. (5.2), la contribution est donnée par :

$$\Pi_{\mathcal{U}_f}^{\mu\nu,b}(k) = -(ig_{\mathcal{U}_f}^2) Tr \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} i\Delta_{\mathcal{U}_f}(k) \Gamma^{\mu\nu}(k, q, -q) \\ = 2(3/2-d_{\mathcal{U}_f}) g_{\mathcal{U}_f}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \\ \times \frac{-2g^{\mu\nu}[(k-q)^2 - \mu_f^2] + (2k-q)^\nu (2k-q)^\mu}{(k^2 - \mu_f^2)^2 [(k-q)^2 - \mu_f^2]} Tr\{(\not{k} + \mu_f)(\not{k} - \mu_f)\} \\ = 2(3/2-d_{\mathcal{U}_f}) g_{\mathcal{U}_f}^2 Tr T^a T^b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \\ \times \left[\frac{-2g^{\mu\nu}[(k-q)^2 - \mu_f^2] + (2k-q)^\mu (2k-q)^\nu}{(k^2 - \mu_f^2)[(k-q)^2 - \mu_f^2]} \right]. \quad (5.68)$$

La somme des deux contributions mène au résultat final suivant :

$$\Pi_{\mathcal{U}_f}^{\mu\nu}(k) = C(r_{\mathcal{U}_f}) \delta^{ab} \left\{ 4(2-d_{\mathcal{U}_f})^2 [\Pi_f^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} + 2(3/2-d_{\mathcal{U}_f}) [\Pi_s^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} \right\}, \quad (5.69)$$

où $[\Pi_f^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}}$ est la contribution fermionique standard donnée par :

$$\begin{aligned} [\Pi_f^{\mu\nu}(k)]_{\text{MS}} &= g_f^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{4\{2k^\mu k^\nu + k^\mu q^\nu + k^\nu q^\mu - g^{\mu\nu}[(k-q)^2 - \mu_f^2]\}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k-q)^2 - \mu_f^2]} \\ &= (g^{\mu\nu}k^2 - k^\mu k^\nu)\Pi_f(k), \end{aligned} \quad (5.70)$$

avec

$$\Pi_f(k) = -i \frac{g_f^2}{4\pi^2} \mu^{-2\epsilon} \left[\frac{1}{\epsilon} - \gamma + \int_0^1 dx 2x(1-x) \ln \frac{\mu_f^2 - x(1-x)k^2}{4\pi\mu^2} \right]. \quad (5.71)$$

Le résultat (5.69) peut être vu comme la somme de deux contributions scalaire et fermionique aux polarisations du vide. Ceci est prévu comme la structure Lorentzienne du premier terme dans $\Gamma_{\mathcal{U}_f}^{\mu\nu}$ est le reflet d'une interaction du type scalaire-champ de jauge $A_\mu^a A_\nu^b \mathcal{U}_s \mathcal{U}_s^\dagger$. Dans la limite standard, $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$, la seconde contribution s'annule et on trouve exactement la contribution fermionique standard. Contrairement au résultat établi dans [98] où pour $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$, la contribution ne se ramène pas au cas canonique de fermions du MS.

Par conséquent, dans la limite $q \rightarrow 0$, notre approche reproduit immédiatement les résultats de la littérature. Ainsi, la troncature développée dans 5.44 pour le calcul des contributions en boucle s'est avérée être raisonnable à cet égard.

5.6 La fonction β et unification des couplages de jauge

A ce stade, la seule raison pour laquelle nous nous intéressons à des corrections quantiques est l'évolution des couplages de jauge. Le calcul de la fonction bêta à une boucle pour une théorie de jauge avec des unparticles de spin-0 est réalisée de manière explicite dans la Réf. [92]. Nous n'allons pas reproduire le même travail, mais développer certains points les plus intéressants, ainsi que le calcul de la contribution due à l'ajout des champs unparticles de spin-1/2 à la théorie.

Il est bien connu [99] que si nous laissons les trois couplages de jauge $c_i \alpha_i$ passer par le « désert »¹⁰ de faible à haute énergie, ils ne fusionnent pas ensemble en un seul point, où $\{c_1, c_2, c_3\} = \{1, 1, 3/5\}$ sont les constantes de normalisation du MS pour les couplages de jauge de $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ respectivement, intégré dans $SU(5)$ [100]. Ce résultat étrange affirme une nouvelle physique à l'échelle de l'énergie intermédiaires comme par exemple l'inclusion des partenaires supersymétriques minimales à l'échelle $M_{\text{susy}} \sim 1$ TeV, liée à l'échelle d'unification $M_U \sim 10^{16}$ GeV [101].

En théorie des champs, les couplages sont définies en tant que valeurs effectives, dépendant de l'échelle d'énergie selon les équations du groupe de renormalisation

10. L'hypothèse du désert suppose l'absence de nouvelles particules de masses comprises entre l'échelle électrofaible et l'échelle de grande unification.

(EGR). Dans le schéma de substration minimal modifié [102], les EGR à une boucle pour les couplages de jauge sont :

$$\mu \frac{dg_i}{d\mu} = \beta_i(g_i) \simeq \frac{b_i}{(4\pi)^2} g_i^3, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.72)$$

où n est le nombre de couplage dans la théorie et μ est l'échelle d'énergie à laquelle les couplages sont évalués. Dans le MS, $i = 1, 2, 3$ avec g_1, g_2 et g_3 sont les couplages de jauge de $SU(3)_C, SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ respectivement. Les constantes b_i reçoivent des contributions de chaque particule circulant dans une boucle du diagramme self-énergie. Ils sont complètement déterminées par le contenu en particules dans le modèle. Pour une théorie de jauge impliquant des fermions et des scalaires ils sont donnés par [103] :

$$b_i = -\frac{11}{3}C_2(G_i) + \frac{2}{3} \sum_f C(r_f)d(r'_f) + \frac{1}{3} \sum_s C(r_s)d(r'_s), \quad (5.73)$$

où $C_2(G_i)$ est l'opérateur quadratique de Casimir pour la représentation adjointe de l'algèbre de Lie associée, $C(r_j)$ est l'opérateur quadratique de Casimir pour la représentation r_j sous laquelle se transforme le champ fermionique j et $d(r'_j)$ est la dimension de la représentation r'_j , où r'_j paramétrise les autres groupes de jauge sous lesquels se transforment le champ scalaire j . Pour le cas du groupe $U(1)_Y$:

$$b_3 = \frac{2}{3} \sum_f d(R'_f)\tilde{Y}_f^2 + \frac{1}{3} \sum_s d(R'_s)\tilde{Y}_s^2, \quad (5.74)$$

où $\tilde{Y}_i^2 = \frac{3}{5}Y_i^2$ sont les générateurs d'hypercharge normalisés¹¹. Pour le groupe de jauge du MS, les coefficients b_i sont donnés par :

$$b_1 = \frac{4}{3}N_g - \frac{11}{3}N_c = -7, \quad (5.75)$$

$$b_2 = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{6}N_H - \frac{22}{3} = -\frac{19}{6}, \quad (5.76)$$

$$b_3 = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{10}N_H = \frac{41}{10}, \quad (5.77)$$

où $N_H = 1$ et $N_g = 3$ sont respectivement le nombre de doublets de Higgs et le nombre de générations des fermions dans la théorie¹².

11. La raison pour laquelle il est nécessaire de normaliser le générateur, est qu'il doit être intégré dans un cadre plus large d'une théorie unifiée et le générateur d'hypercharge peut être multiplié par une constante c tandis que le couplage g' est divisé par c et la physique au niveau du Lagrangien est toujours la même.

12. Dans le cadre de l'hypothèse du désert, qui suppose l'absence de phénomènes nouveaux entre les échelles électrofaible et de grande unification, ces nombres prennent les valeurs du modèle standard, à savoir $N_g = 3$ et $N_H = 1$.

En résolvant les EGR dans l'Eq. (5.72) entre les échelles μ et μ_0 , la constante de couplage mobile est de la forme :

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_i(\mu_0)} - \frac{b_i}{2\pi} \ln\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right). \quad (5.78)$$

où μ_0 est une certaine échelle de référence à laquelle les couplages α_i sont connus. Par exemple, à l'échelle $\mu_0 = M_Z \simeq 91.187 \pm 0.007$ GeV, où M_Z est la masse du boson Z , les valeurs expérimentales sont [104, 106] :

$$\alpha_1^{-1}(M_Z) = 8.396 \pm 0.127, \quad (5.79)$$

$$\alpha_2^{-1}(M_Z) = 29.571 \pm 0.043, \quad (5.80)$$

$$\alpha_3^{-1}(M_Z) = 60.330 \pm 0.091. \quad (5.81)$$

L'unification des trois couplages de jauge du MS est correctement réalisée s'ils se rencontrent en une valeur commune $\alpha = g^2/4\pi$ à une certaine échelle de l'énergie M_{GUT} , où g est la constante de couplage de jauge du groupe unificateur G_{GUT} .

Voyons maintenant comment les corrections via les états unparticles permettent d'unifier les couplages de jauge du MS à M_{GUT} sans introduire de nouvelles particules ou une normalisation non-canonique pour le couplage de jauge $U(1)_Y$. Notre approche est désormais la suivante : nous supposons qu'il n'y a que trois échelles de masse pertinentes : M_Z , Λ_U et Λ_{GUT} telles que $M_Z < \Lambda_U \ll \Lambda_{GUT}$, où Λ_U est l'échelle de la théorie des unparticles (l'échelle à laquelle les états unparticles se manifestent) et Λ_{GUT} est l'échelle de GUT. Ensuite, les Eqs (5.72) doivent être résolues, d'abord pour la gamme d'énergie $M_Z < \mu < \Lambda_U$, puis pour la gamme $\Lambda_U < \mu < \Lambda_{GUT}$, correctement en utilisant à chaque étape le théorème de découplage [107]. Ainsi, en dessous de l'échelle Λ_U , les équations d'évolution sont :

$$\alpha_i^{-1}(\mu) = \alpha_i^{-1}(M_Z) - \frac{b_i}{2\pi} \ln\left(\frac{\mu}{M_Z}\right), \quad \mu \in [M_Z, \Lambda_U] \quad (5.82)$$

avec $M_Z < \Lambda_U \ll M_{GUT}$. Pour $\mu > \Lambda_U$, les solutions à une boucle de l'Eq. (5.72) sont :

$$\alpha_i^{-1}(\mu) = \alpha_i^{-1}(\Lambda_U) - \frac{\tilde{b}_i}{2\pi} \ln\left(\frac{\mu}{\Lambda_U}\right), \quad \mu \in [\Lambda_U, \Lambda_{GUT}] \quad (5.83)$$

où les coefficients \tilde{b}_i incluent les contributions des nouveaux champs unparticles, $\tilde{b}_i = b_i + b_i^U$.

Afin d'illustrer la discussion, nous considérons le même scénario que celui dans [92] où les champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f sont dans la même représentation du groupe $SU(3)_C$ mais neutres sous $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. De cette manière, les coefficients b_2 et b_3 ne sont pas affectés, i.e. $\tilde{b}_2 = b_2$, $\tilde{b}_3 = b_3$. En d'autres termes, α_2^{-1} et α_3^{-1} se rencontrent à la même échelle Λ_{GUT} comme il se doit dans le MS, où $\Lambda_{GUT} \simeq 3.2 \times 10^{13}$ GeV.

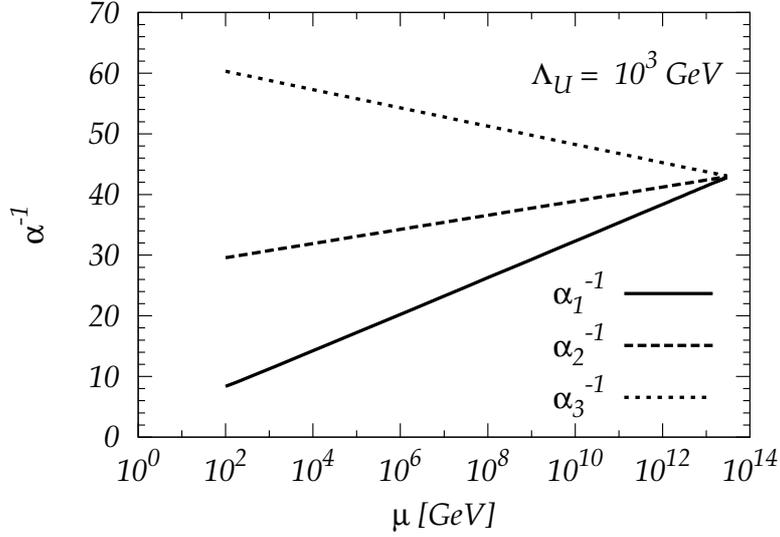


FIGURE 5.4 – Unification des couplages de jauge $\alpha_i^{-1} = 2\pi/g_i^2$ en fonction de l'énergie μ à partir des données expérimentales à la masse du boson Z avec la seule modification de α_1^{-1} due aux champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f dans la même représentation du groupe $SU(3)_C$ mais singulets de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Ici, on prend $d_{\mathcal{U}_s} = 1.19$, $d_{\mathcal{U}_f} = 1.55$ et $N_{\mathcal{U}_s} = N_{\mathcal{U}_f} = 5$ à $\Lambda_U = 10^3$ GeV. Les couplage se croisent à une échelle d'environ $\Lambda_{\text{GUT}} \simeq 3.2 \times 10^{13}$ GeV.

Donc, seule b_1 qui est modifiée dont l'évolution du couplage correspondant α_1 est donnée par :

$$\alpha_1^{-1}(\mu) = \alpha_1^{-1}(M_Z) - \frac{b_1}{2\pi} \ln\left(\frac{\mu}{M_Z}\right) - \frac{\tilde{b}_1}{2\pi} \ln\left(\frac{\mu}{\Lambda_U}\right) . \quad \mu \in [\Lambda_U, \Lambda_{\text{GUT}}] \quad (5.84)$$

A partir des contributions (5.61) et (5.69) à la polarisation du vide et de (5.73), le coefficient \tilde{b}_1 peut être obtenu directement par :

$$\begin{aligned} \tilde{b}_1 &= -\frac{11}{3}N_c + \frac{2}{3} \left[2N_g + 4(2 - d_{\mathcal{U}_f})^2 C(r_{\mathcal{U}_f})N_{\mathcal{U}_f} + 2(3/2 - d_{\mathcal{U}_f})^2 C(r_{\mathcal{U}_s})N_{\mathcal{U}_f} \right] \\ &+ \frac{1}{3}(2 - d_{\mathcal{U}_s})C(r_{\mathcal{U}_s})N_{\mathcal{U}_s} , \end{aligned} \quad (5.85)$$

où $N_{\mathcal{U}_f}$ et $N_{\mathcal{U}_s}$ représentent le nombre des états \mathcal{U}_f et \mathcal{U}_s dans les représentations $r_{\mathcal{U}_f}$ et $r_{\mathcal{U}_s}$ respectivement. Comme les nouveaux champs \mathcal{U}_f et \mathcal{U}_f sont tous dans la même représentation fondamentale r de $SU(3)_C$, on a $C(r_{\mathcal{U}_f}) = C(r_{\mathcal{U}_s}) = 4/3$. Dans notre modèle, il ya beaucoup de facteurs incertains avec cette unification réalisée par les unparticles. Dans (5.85), \tilde{b}_1 dépend de la disposition des champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f sous le groupe de jauge du MS, sur laquelle il semble actuellement avoir aucun guide.

Les résultats numériques sont présentés dans la Fig. (5.4) pour $N_{\mathcal{U}_s} = N_{\mathcal{U}_f} = 5$ où la prédiction de α_1^{-1} est tracée en ligne continue pour une valeur particulière de l'échelle de la théorie $\Lambda_{\mathcal{U}} = 10^3$ GeV. Comme l'illustre la Fig. (5.2), il semble dans notre modèle que l'unification est réalisée à une énergie $\Lambda_{\text{GUT}} \simeq 3.2 \times 10^{13}$ GeV où les dimensions d'échelle des nouveaux champs sont fixées pour les valeurs suivantes : $d_{\mathcal{U}_s} = 1.19$ et $d_{\mathcal{U}_f} = 1.55$.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi les formes asymptotiques des fonctions vertexes des champs unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 couplés aux champs de jauge du MS. Nos résultats sont basés sur une approche effective où le développement en série des $\Sigma_0^{s/f}$ est tronqué au premier ordre. Les approximations que nous avons obtenus en réalité reproduisent le cas bien connu des vertexes des champs de matière de spin-0 et spin-1/2 dans la limite du MS, $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ et $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$, respectivement. Nos résultats ont été appliqué à l'exemple de la polarisation des bosons de jauge A_μ via ces nouveaux états et nous avons montré que ces formes asymptotiques conduisent directement à la simple règle $(2 - d_{\mathcal{U}_s})$ fois la contribution des champs de matière scalaires pour le cas des unparticles scalaires dans la même représentation du groupe de jauge, et au résultat qui est la somme des deux contributions des champs de matière scalaires et spinorielles pour le cas des unparticles fermioniques. La conformité de nos résultats avec ceux de [92, 20, 96] et [98], justifie clairement la validité des approximations des fonctions vertexes.

De même, la contribution des unparticles à la fonction bêta à une boucle a été également étudiée où on a montré que ces nouveaux champs pourraient modifier de manière significative le modèle d'unification des couplages de jauge du MS. Par exemple, pour une échelle de la nouvelle physique suffisamment élevée $\Lambda_{\mathcal{U}} = 10^3$ GeV, les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f dans la même représentation du groupe de jauge $SU(3)_C$ mais neutres sous le groupe électrofaible, avec $N_{\mathcal{U}_s} = N_{\mathcal{U}_f} = 5$, $d_{\mathcal{U}_s} = 1.19$ et $d_{\mathcal{U}_f} = 1.55$, les trois couplages de jauge sont unifiés à une échelle d'environ $\Lambda_{\text{GUT}} \simeq 3.2 \times 10^{13}$ GeV, qui est de plusieurs ordres de grandeur inférieure à l'échelle d'unification supersymétrique $\Lambda_{\text{GUT}} \simeq 10^{16}$ GeV. Le modèle de jauge des unparticles peut fournir ainsi une alternative à une nouvelle physique pour la grande unification.

Chapitre 6

Étude de la contribution des Unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 aux modes $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$

Le contenu de ce chapitre constitue une contribution originale. Il forme le premier calcul dans la littérature des boucles des unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 contribuant aux modes de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$. Nous n'allons pas calculer la section efficace de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$. Au lieu de cela, nous allons examiner comment les états unparticles pourraient améliorer les largeurs partielles de production de $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ dans la désintégration du boson de Higgs.

6.1 Introduction

La découverte du boson de Higgs du MS constitue un grand succès du grand collisionneur de hadrons (LHC). Pendant environ trois années de commencement, le LHC a déjà rencontré le principal défi auquel il a été conçu lorsque les deux collaborations ATLAS [8, 9] et CMS [10, 11] ont annoncé la découverte du boson de Higgs du MS longtemps attendu avec une masse d'environ 126 GeV, nécessaire pour la réalisation de la brisure de la symétrie électrofaible. Le LHC va maintenant poursuivre des mesures de haute précision des propriétés du boson de Higgs et également rechercher des éléments qui constituent des preuves directes de l'existence d'une nouvelle physique (NP) à l'échelle de TeV au-delà du MS (BSM : beyond standard model, en anglais) et ses manifestations possibles. Dans l'analyse qui suit, nous supposons que le boson observé est en effet le boson de Higgs qui découle de la brisure de la symétrie électrofaible du MS.

Une fenêtre très importante à cet égard est le canal de désintégration Higgs-diphoton $h \rightarrow \gamma\gamma$ qui est considéré comme l'un des modes de désintégration les plus importants pour l'étude de précision du MS ainsi que pour la recherche d'une NP

à l'échelle de TeV. Alors qu'une récente mise à jour de données de CMS propose une suppression d'événements observée par rapport aux prévisions du MS dans le mode de production $h \rightarrow \gamma\gamma$, l'expérience ATLAS a rapportée un excès dans le même mode. Une confirmation d'une telle suppression ou excès avec une plus grande luminosité intégrée signifierait inexorablement divers nouveaux effets d'une physique BSM contribuant au mode de production $h \rightarrow \gamma\gamma$, et contraindre fortement les modèles théoriques correspondants.

Pour comprendre quantitativement les prévisions de la NP nous définissons le rapport $R_{\gamma\gamma}$ du canal de production $\gamma\gamma$ de la NP par rapport au MS par :

$$R_{\gamma\gamma} = \frac{[\sigma(pp \rightarrow h) \times Br(h \rightarrow \gamma\gamma)]_{\text{observé}}}{[\sigma(pp \rightarrow h) \times Br(h \rightarrow \gamma\gamma)]_{\text{MS}}} \quad (6.1)$$

où h est le boson de Higgs. Les collaborations ATLAS [108] et CMS [109] ont rapportées que :

$$\text{ATLAS} \quad R_{\gamma\gamma} = 1.65 \pm 0.24^{+0.25}_{-0.18} \quad (6.2)$$

$$\text{CMS} \quad R_{\gamma\gamma} = 0.79 \pm 0.18^{+0.28}_{-0.26} \quad (6.3)$$

Si ces améliorations ou suppression observées dans le canal diphoton persiste et ne sont pas dues à des incertitudes de QCD [110], cela indique clairement qu'on a besoin de nouvelles contributions de particules chargées supplémentaires au-delà du MS qui couplent au Higgs pour augmenter ou diminuer le taux de production de diphoton dans le canal $h \rightarrow \gamma\gamma$. Donc, une confirmation d'une telle suppression ou excès avec une plus grande luminosité intégrée signifierait divers nouveaux effets d'une physique au-delà du MS qui contribuent au mode de désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$, et ainsi contraindre fortement les modèles théoriques correspondants.

De nombreux modèles théoriques ont été développés qui pourraient répondre à des questions majeures pas encore pris en compte par le MS et qui, en premier lieu motiver par les études au-delà du MS, et qui n'ont donc pas encore été sondé par les collisionneurs précédents. Le modèle de jauge des unparticles en tant que candidat d'une NP au LHC, couple au SM à travers des interactions pertinentes organisées dans une théorie effective des champs. Ce modèle peut augmenter ou diminuer le taux diphoton via des interactions faibles donnant lieu à de nouveaux signaux intéressants dans les détecteurs ATLAS et CMS. Plus précisément, la désintégration Higgs-diphoton $h \rightarrow \gamma\gamma$ est un processus induit par une boucle ce qui signifie qu'il pourrait être sensible à la présence de nouveaux états chargés qui couple avec le boson de Higgs. En tant que tel, la phénoménologie des unparticles chargés transportant les nombres quantiques de jauge du MS constitue une forte contrainte pour les paramètres du modèle de jauge des unparticles au LHC.

Les effets au niveau de l'arbre des unparticles de spin-0 singlet du groupe de jauge du MS sur la phénoménologie de la désintégration du Higgs en diphoton ont été pris en compte dans [111], où une déviation assez considérable par rapport aux prédictions du MS a été trouvée. On s'attend donc à ce que les effets des boucles chargées seraient également en mesure de produire un impact notable.

Dans ce chapitre, nous proposons une contribution BSM au mode $h \rightarrow \gamma\gamma$ sans affecter la production du boson de Higgs par la fusion de gluons, $gg \rightarrow h$, par le moyen de calcul de la contribution à une boucle des unparticles électrofaiblement jaugés de spin-0 et spin-1/2 singlets de $SU(3)_C$ et qui dépendent des principaux paramètres du modèle. Nous rappelons que tout changement dans la largeur de $\gamma\gamma$ est accompagnée par une modification correspondante dans le canal $Z\gamma$, puisque toute particule chargée a un couplage non nul au boson Z du MS, et que les différentes nouvelles particules donnent lieu à différents schémas de corrélation entre ces deux canaux[120].

Ainsi, ce chapitre est structuré comme suit : dans la section 6.2, nous développons une idée générale des déviations dans le couplage de Higgs-diphotons due à la présence de nouvelles particules chargées. Dans la section 6.3, nous donnons le détail de nos calculs des contributions des unparticles scalaires et fermioniques au mode de désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$, tandis que les sections 6.4 et 6.5, nous donnons des analyses phénoménologiques des effets de la nouvelle physique sur le mode $h \rightarrow \gamma\gamma$ ainsi que la corrélation entre les canaux $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ respectivement. Nous résumons nos résultats dans la dernière section.

6.2 Effets des Unparticles chargées sur le mode $h \rightarrow \gamma\gamma$

Dans cette section nous analysons les effets à une boucles des unparticles de spin-0 et spin-1/2 sur la largeur partielle de désintégration du boson de Higgs en deux photons, et ce en utilisant la prescription des théories effectives des champs. Dans la section 6.2.1, nous donnons un bref aperçu sur le mode de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et voir comment il est affecté par la présence de nouvelles particules chargées circulant dans des boucles, alors que dans la section 6.2.2 nous révisons le formalisme de base décrivant les interactions des unparticles chargées avec le boson de Higgs.

6.2.1 Le cannal $h \rightarrow \gamma\gamma$ dans le MS et effets de la nouvelle physique

En raison du fait que le boson de Higgs est électriquement neutre, son couplage aux photons doit être induit par certaines particules chargées circulant dans des boucles. Dans le MS, la désintégration du boson de Higgs en diphoton $h \rightarrow \gamma\gamma$ est induite, à une boucle, avec la contribution dominante des bosons W^\pm de spin-1 et une contribution sous-dominante de signe opposé venant du quark- t de spin-1/2. L'expression analytique de la largeur de désintégration du boson de Higgs en deux photons, dans la limit de basse-énergie $m_h^2 \ll 4m_t^2$, dans le MS est donnée par :

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha_{em}^2 m_h^3}{256v^2\pi^3} |\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}|^2, \quad (6.4)$$

où $\alpha_{em} \equiv e^2/4\pi$ est la constante de la structure fine, $v = (\sqrt{2}G_F)^{1/2} \simeq 246$ GeV est la valeur moyenne du vide (vev) du champ de Higgs $H = (v+h)^T/\sqrt{2}$. Le coefficient $\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}$ est le facteur de forme du Higgs-diphoton tel que :

$$\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma} = A_W(\tau_W) + N_C Q_t^2 A_{1/2}(\tau_t), \quad (6.5)$$

où $N_C = 3$ est le nombre de couleurs, $Q_t = +2/3$ est la charge électrique du quark top en unité de $|e|$. $A_t(\tau_t)$ et $A_W(\tau_W)$ sont les fonctions boucle du quark- t et les boson W^\pm respectivement, et sont données par les fonctions analytiques suivantes [112] :

$$A_t(\tau_t) = \frac{3}{2\tau_t^2} [\tau_t + (\tau_t - 1)f(\tau_t)], \quad (6.6)$$

$$A_W(\tau_W) = -\frac{1}{7\tau_W^2} [3\tau_W + 2\tau_W^2 + 3(2\tau_W - 1)f(\tau_W)], \quad (6.7)$$

avec

$$f(\tau) = \begin{cases} \arcsin^2 \sqrt{\tau} & \text{pour } \tau \leq 1, \\ -\frac{1}{4} \left(\ln \frac{1+\sqrt{1-\tau^{-1}}}{1-\sqrt{1-\tau^{-1}}} - i\pi \right)^2 & \text{pour } \tau > 1. \end{cases} \quad (6.8)$$

où m_i sont la masse des particules circulant dans la boucle et $\tau_i = m_h^2/4m_i^2$. Il est intéressant d'examiner les valeurs asymptotiques des fonctions de boucle $A_t(\tau_t)$ et $A_W(\tau_W)$ pour $\tau_i \ll 1$, c'est à dire lorsque les masses des particules m_i sont beaucoup plus grande que la moitié de la masse du boson de Higgs. En particulier, pour $m_h \simeq 125$ GeV, $A_t(\tau_t) \rightarrow +1.8$ et $A_W(\tau_W) \rightarrow -8.3$ et par conséquent $\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma} = -6.48$.

Lorsqu'il s'agit d'un scalaire S , la fonction boucle correspondant est de la forme :

$$A_S(\tau_S) = -\frac{1}{\tau_S^2} [\tau_S + f(\tau_S)]. \quad (6.9)$$

La formule donnée par L'Eq. (6.4) permet d'obtenir directement le Lagrangiens effectifs :

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{\alpha_{em}}{8\pi v} \mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma} h F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (6.10)$$

où $F_{\mu\nu}$ est tenseur électromagnétique du champ du photon.

Le processus $h \rightarrow \gamma\gamma$ induits en boucle est très sensible à la présence de nouvelles particules colorées ou chargées qui couple au boson de Higgs, car ils peuvent contribuer à travers des boucles. Donc, en raison de la présence de ces nouveaux états, le lagrangien effectif paramétrant les couplages du Higgs aux photons est modifié selon :

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{\alpha_{em}}{8\pi v} (\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma} + \mathcal{A}_{NP}^{\gamma\gamma}) h F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (6.11)$$

où la contribution de la nouvelle physique $\mathcal{A}_{NP}^{\gamma\gamma}$ s'exprime comme :

$$\mathcal{A}_{NP}^{\gamma\gamma} = \sum_i d(r_i) Q_i^2 A_{i,NP}(\tau_i). \quad (6.12)$$

Dans la formule ci-dessus, l'indice i dénote les états de la nouvelle physique (NP) circulant dans la boucle, $d(r_i)$ est la dimension de la représentation r_i des nouveaux états, Q_i et $A_{i,NP}$ sont les charges électriques et les fonctions boucle des nouveaux états de masse m_i respectivement.

Comme la nature et la masse des particules virtuelles qui circulent dans les boucles modifient la valeur du couplage effectif entre le Higgs et les bosons sans masse, il vaut mieux de réexprimer la largeur (6.4) en terme de couplages des particules avec le Higgs :

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha_{em}^2 m_h^3}{1024\pi^3} \left| \frac{g_{hWW}}{m_W^2} A_W(\tau_W) + \frac{2g_{h\bar{t}t}}{m_t} A_t(\tau_t) \right|^2 \quad (6.13)$$

où nous avons utilisé les relations suivantes :

$$\frac{g_{hWW}}{m_W^2} = \frac{2g_{h\bar{t}t}}{m_t} = \frac{2}{v}. \quad (6.14)$$

Ainsi, plus généralement, les largeurs de désintégration au premier ordre en présence de nouvelles particules peuvent être écrites comme :

$$\begin{aligned} \Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{\alpha_{em}^2 m_h^3}{1024\pi^3} \left| \frac{g_{hVV}}{m_V^2} Q_V^2 A_V(\tau_V) + \frac{2g_{h\bar{f}f}}{m_f} d(r_f) Q_f^2 A_f(\tau_f) \right. \\ &\quad \left. + \frac{g_{hSS}}{m_S^2} d(r_S) Q_S^2 A_S(\tau_S) \right|^2. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Sous l'hypothèse que les modifications sont de petits effets négligeables sur les rapports de branchement à d'autres états finaux (la largeur totale de Higgs est inchangé) et que la production du boson de Higgs par fusion de gluons $gg \rightarrow h$ n'est pas affectée par la nouvelle physique¹, le rapport $R_{\gamma\gamma}$ peut être simplifiée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} R_{\gamma\gamma} &= \frac{\sigma(pp \rightarrow h)_{MS+NP}}{\sigma(pp \rightarrow h)_{MS}} \times \frac{\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)_{MS+NP}}{\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)_{SM}} \\ &\simeq \frac{\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)_{MS+NP}}{\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)_{MS}} \\ &= \left| 1 - \frac{g_{hVV}}{m_V^2} \frac{Q_V^2 A_V(\tau_V)}{\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}} - \frac{2g_{h\bar{f}f}}{m_f} \frac{d(r_f) Q_f^2 A_f(\tau_f)}{\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{g_{hSS}}{m_S^2} \frac{d(r_S) Q_S^2 A_S(\tau_S)}{\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}} \right|^2. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Cette paramétrisation permet de voir le lien direct entre les données expérimentales et théoriques, et donc de voir comment le taux de production est influencé par la présence d'une «nouvelle physique» qui pourrait contribuer au niveau d'une boucle. Comme on le sait, dans le MS la contribution principale provient de la boucle du boson W, de sorte que la quantité dans le dénominateur est positif.

1. De tels nouveaux états devraient être chargés et sans couleur pour éviter l'affectation du mode de production $gg \rightarrow h$ qui affecteraient les autres rapports de branchement.

6.2.2 Le formalisme de base

Dans notre modèle, nous supposons que les champs unparticles scalaire et fermionique chargés et singulets de $SU(3)_C$, \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f , couplent au boson de Higgs par le terme :

$$\mathcal{L} \supset -\frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s}}{(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} H^\dagger H \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s - \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_f}}{(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{d_{\mathcal{U}_f}-1}} H^\dagger H \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f, \quad (6.17)$$

où $\Lambda_{\mathcal{U}}$ est l'échelle de coupure (cut-off) de la théorie, qui est insérée ici pour des raisons dimensionnelles² et $\lambda_{H\mathcal{U}_i}$ sont des couplages réels sans dimensions entre les champs de Higgs et les champs des unparticles \mathcal{U}_i . Pour des valeurs positives (négatif) de $\lambda_{H\mathcal{U}_i}$, nous aurons des interférences constructive (destructrice) avec le calcul de la boucle du MS.

Les potentiels scalaires $V(\mathcal{U}, H)$ associés aux champs \mathcal{U} et H ainsi que le terme cinétique de \mathcal{U} avec des dérivées covariantes appropriées sont également présents dans le Lagrangien donné par l'Eq. (6.17). La brisure de la symétrie électrofaible (EWSB) où le champ de Higgs H développe une valeur moyenne du vide (VEV) non nulle, $\langle H \rangle = v/\sqrt{2}$ ($v = 246$ GeV), induit un décalage de masse universel à l'échelle IR de la forme $\lambda_{H\mathcal{U}_i} v^2 / 2\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_i}-2}$. Par conséquent les interactions des états \mathcal{U}_i avec le boson de Higgs peuvent être obtenus en redéfinissant l'ensemble des paramètres de masse de la théorie de la façon suivante :

$$(M_{\mathcal{U}_i}^2)^{2-d_{\mathcal{U}_i}} \rightarrow (M_{\mathcal{U}_i}^2)^{2-d_{\mathcal{U}_i}} + \lambda_{H\mathcal{U}_i} v^2 / 2\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_i}-2} \equiv (\mu_i^2)^{2-d_{\mathcal{U}_i}}. \quad (6.18)$$

où $M_{\mathcal{U}_i} \equiv \Lambda_{\mathcal{U}_i}$ une certaine échelle de masse marquant la brisure de la symétrie conforme dans le secteur des unparticles.

Les couplages trolinéaires entre le champ du boson de Higgs physique h et les champs des unparticle après \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f après que le Higgs développe une VEV sont donnés par les termes pertinents suivants :

$$\mathcal{L} \supset -\frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s} v}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}-2}} h \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s - \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_f} v}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_f}-2}} h \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f. \quad (6.19)$$

Donc, après EWSB, les nouveaux couplages au boson de Higgs sont :

$$g_{h\mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s} = \lambda_{H\mathcal{U}_s} v / \Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}-2}, \quad (6.20)$$

$$g_{h\bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f} = \lambda_{H\mathcal{U}_f} v / \Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_f}-2}. \quad (6.21)$$

Notons que dans les limites standards $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ and $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$, l'interaction (6.19) se réduit à celle obtenue lors du couplage du boson de Higgs avec les champs de matières ordinaires de spin-0 and spin-1/2 et de masses m_s et m_f respectivement :

$$\mathcal{L} \supset -\frac{m_s^2}{v} h \varphi_s^\dagger \varphi_s - \frac{m_f}{v} h \bar{\psi}_f \psi_f. \quad (6.22)$$

2. L'échelle $\Lambda_{\mathcal{U}}$ a été insérée pour compenser la dimension de masse inhabituelle $d_{\mathcal{U}_i}$ des champs des unparticles \mathcal{U}_i

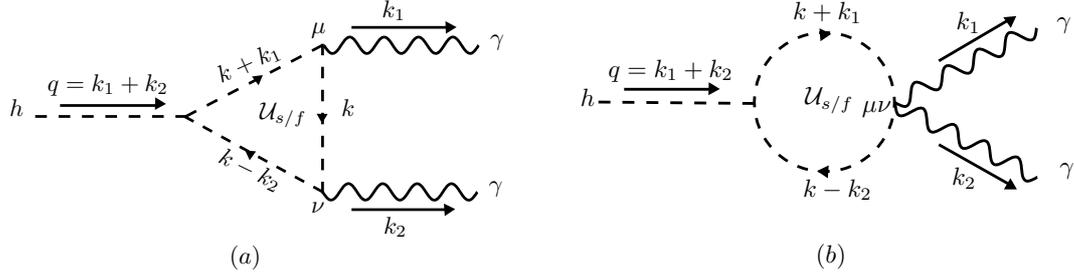


FIGURE 6.1 – Diagrammes de Feynman pour la désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$ à travers des boucles des unparticles chargés. Les lignes internes représentent soit des unparticles de spin-0 ou de spin-1/2.

De la densité Lagrangienne de Eq. (6.11), nous pouvons obtenir, dans la théorie des unparticles, le lagrangien effectif suivant pour le couplage $h\gamma\gamma$:

$$\mathcal{L} = -\frac{\sum_i \alpha_{\text{em}} d(r_{\mathcal{U}_i}) Q_{\mathcal{U}_i}^2 A_{\mathcal{U}_i}^{\gamma\gamma}}{8\pi v} h F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (6.23)$$

où $d(r_{\mathcal{U}_i}) \equiv N_{\mathcal{U}_i}$ est la dimension de la représentation $r_{\mathcal{U}_i}$ des unparticles, $Q_{\mathcal{U}_i}$ sont les charges électriques des champs \mathcal{U}_i en unités de $|e|$. Nous considérons le cas simple où les champs \mathcal{U} sont chargés sous le groupe de jauge du MS comme $(\mathbf{1}, N_{\mathcal{U}})_Y$, c'est-à-dire des singlets de $SU(2)_L$ et possèdent seulement des charges électriques. Dans le cas où $N_{\mathcal{U}_i} > 1$, les termes quadratics dans le Lagrangien (6.17) doivent être interprétés comme $\sum_j |\mathcal{U}_i^j|^2$ et le carré de la charge électrique $Q_{\mathcal{U}_i}^2$ comme $\sum_j Q_{\mathcal{U}_i^j}^2$ où la somme est effectuée sur toutes les composantes à l'intérieur de \mathcal{U}_i .

A partir du Lagrange (6.23) et la formule (6.16), le facteur d'amélioration dans le modèle des unparticles par rapport à la largeur de désintégration du MS est donné par :

$$R_{\gamma\gamma} = \left| 1 - \frac{g_{h\mathcal{U}_s^\dagger\mathcal{U}_s}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}-2}} d(r_{\mathcal{U}_s}) Q_{\mathcal{U}_s}^2 \frac{A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}}{\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}} - \frac{g_{h\bar{\mathcal{U}}_f\mathcal{U}_f}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_f}-2}} d(r_{\mathcal{U}_f}) Q_{\mathcal{U}_f}^2 \frac{A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}}{\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma}} \right|^2. \quad (6.24)$$

Notons que pour chaque contribution individuelle, $A_{\mathcal{U}_i}$ interfère de manière constructive (destructive) avec les contributions du MS lorsque $\lambda_{H\mathcal{U}_i} > 0$ ($\lambda_{H\mathcal{U}_i} < 0$). Si $|\lambda_{H\mathcal{U}_i}|$ est grande, $|A_{\mathcal{U}_i}^{\gamma\gamma}|$ peuvent entraîner une déviation importante du rapport $R_{\gamma\gamma}$ par rapport aux prédictions du MS. Par conséquent, les valeurs expérimentales de $R_{\gamma\gamma}$ peuvent servir comme des limites sur $|\lambda_{H\mathcal{U}_i}|$.

6.3 La contribution en boucle des unparticles de spin-0 et spin-1/2

Pour le calcul de la contribution au premier ordre en utilisant les règles de Feynman de notre modèle données par les Eqs. (5.11-5.12) et (5.19-5.20) du chapitre 5,

le calcul est déjà assez compliqué. Bien sûr, puisque de nos jours la plupart des intégrales scalaires à une boucle sont connues et pour autant que les codes informatiques, le calcul est simplifié et se résume à effectuer une réduction de Passarino-Veltman. Nous allons voir que sans les approximations des vertexes que nous avons établi, les intégrales appropriées ne sont pas connues et les calculer avec la méthode canonique semble être presque impossible. Nous donnons les détails des calculs des boucles des unparticles de spin-0 et spin-1/2 en utilisant les résultats du chapitre précédent qui ont amplement démontré un certain succès.

Nous montrons dans la figure Fig. 6.1 les diagrammes de Feynman possibles des boucles unparticles de spin-0 et spin-1/2 contribuant au premier ordre dans $h \rightarrow \gamma\gamma$. Ici, k_1 et k_2 sont les quadrvecteurs moment des photons de polarisations $\epsilon(k_1)$ et $\epsilon(k_2)$, formés par la désintégration du boson Higgs de moment $q = k_1 + k_2$ avec $q^2 = (k_1 + k_2)^2 = m_h^2$ et $k_1^2 = k_2^2 = 0$ comme représenté dans la Fig. (6.1). Toutes les règles de Feynman nécessaires pour le calcul se trouvent dans le chapitre 5.

6.3.1 La contribution scalaire

Pour les champs scalaires, il existe en général deux types de contributions. Une à partir du diagramme de boucle avec des fonctions vertexe à trois points et l'autre à partir du diagramme de boucle avec des fonctions vertexe à quatre points comme il est montré dans la Fig. (6.1). En utilisant les approximations des règles de Feynman pour les fonctions vertexe pour un et deux photons couplés avec deux unparticles de spin-0, $\gamma \mathcal{U}_s \mathcal{U}_s$ et $\gamma \gamma \mathcal{U}_s \mathcal{U}_s$, données par les Eqs. (5.48) et (5.49) du chapitre 6, les expressions analytiques des amplitudes de transition correspondant aux diagrammes (a) et (b) sont données respectivement par :

$$i\mathcal{M}_s^a = 4\pi\alpha_{em}Q_{\mathcal{U}_s}^2 g_{h\mathcal{U}_s^\dagger\mathcal{U}_s} 2\mathcal{M}_s^{\mu\nu,a} \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.25)$$

$$i\mathcal{M}_s^b = 4\pi\alpha_{em}Q_{\mathcal{U}_s}^2 g_{h\mathcal{U}_s^\dagger\mathcal{U}_s} \mathcal{M}_s^{\mu\nu,b} \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.26)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_s^{\mu\nu,a} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Delta_{\mathcal{U}_s}(k) \Gamma_s^\mu(k + k_1, -k_1) \Delta_{\mathcal{U}_s}(k - k_2) \\ &\times \Gamma_s^\nu(k, -k_2) \Delta_{\mathcal{U}_s}(k + k_1), \end{aligned} \quad (6.27)$$

$$\mathcal{M}_s^{\mu\nu,b} = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Delta_{\mathcal{U}_s}(k + k_1) \Gamma_s^{\mu\nu}(k + k_1, -k_1, -k_2) \Delta_{\mathcal{U}_s}(k - k_2), \quad (6.28)$$

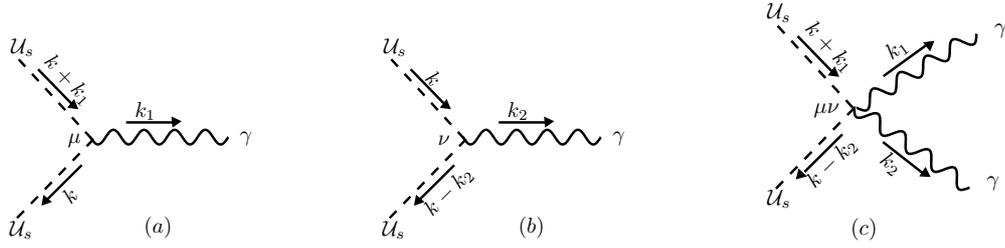


FIGURE 6.2 – Vertices des unparticles scalaires.

où les fonctions vertexes $\Gamma_s^\mu(k+k_1, -k_1)$, $\Gamma_s^\nu(k, -k_2)$ et $\Gamma_s^{\mu\nu}(k+k_1, -k_1, -k_2)$ sont, respectivement, données par :

$$\Gamma_{\mathcal{U}_s}^\mu(k+k_1, -k_1) \simeq (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k+k_1)^\mu}{(k^2-\mu_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}, \quad (6.29)$$

$$\Gamma_{\mathcal{U}_s}^\nu(k, -k_2) \simeq (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k-k_2)^\nu}{[(k-k_2)^2-\mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}, \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathcal{U}_s}^{\mu\nu}(k+k_1, -k_1, -k_2) &\simeq (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_s})} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})}{[(k-k_2)^2-\mu_s^2]^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \\ &\times \left[2g^{\mu\nu} + \frac{(1-d_{\mathcal{U}_s})(2k+k_1)^\mu(2k-k_2)^\nu}{(k^2-\mu_s^2)} \right]. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Les intégrales dans (6.27) et (6.28) prennent les formes suivantes :

$$\mathcal{M}_s^{\mu\nu,a} = (2-d_{\mathcal{U}_s}) \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)} (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \Pi_s^{\mu\nu,a}, \quad (6.32)$$

$$\mathcal{M}_s^{\mu\nu,b} = (2-d_{\mathcal{U}_s}) \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)} (-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \Pi_s^{\mu\nu,b}, \quad (6.33)$$

avec

$$\Pi_s^{\mu\nu,a} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(2-d_{\mathcal{U}_s})(2k+k_1)^\mu(2k-k_2)^\nu}{(k^2-\mu_s^2)[(k-k_2)^2-\mu_s^2][(k+k_1)^2-\mu_s^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}, \quad (6.34)$$

$$\Pi_s^{\mu\nu,b} = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{2g^{\mu\nu}(k^2-\mu_s^2) + (1-d_{\mathcal{U}_s})(2k+k_1)^\mu(2k-k_2)^\nu}{(k^2-\mu_s^2)[(k-k_2)^2-\mu_s^2][(k+k_1)^2-\mu_s^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}. \quad (6.35)$$

Ainsi, l'amplitude totale de Feynman, \mathcal{M}_s , qui est la combinaison des deux contributions, $2\mathcal{M}_s^a$ et \mathcal{M}_s^b prend la forme suivante :

$$i\mathcal{M}_s = 4\pi\alpha_{em}Q_{\mathcal{U}_s}^2 g_{h\mathcal{U}_s^\dagger\mathcal{U}_s} \mathcal{M}_s^{\mu\nu} \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.36)$$

avec

$$\mathcal{M}_s^{\mu\nu} = (2-d_{\mathcal{U}_s})(-1)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(d_{\mathcal{U}_s} \pi)} \Pi_s^{\mu\nu}, \quad (6.37)$$

où

$$\begin{aligned}
\Pi_s^{\mu\nu} &= 2\Pi_s^{\mu\nu,a} + \Pi_s^{\mu\nu,b} \\
&= -2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(k^2 - \mu_s^2)g^{\mu\nu} - (2k + k_1)^\mu(2k - k_2)^\nu}{(k^2 - \mu_s^2)[(k - k_2)^2 - \mu_s^2][(k + k_1)^2 - \mu_s^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} \\
&\quad - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(1 - d_{\mathcal{U}_s})(2k + k_1)^\mu(2k - k_2)^\nu}{(k^2 - \mu_s^2)[(k - k_2)^2 - \mu_s^2][(k + k_1)^2 - \mu_s^2]^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}. \quad (6.38)
\end{aligned}$$

Les structures des propagateurs non standard $\Delta_{\mathcal{U}_s}(k)$ et les fonctions vertexes Γ_s^μ et $\Gamma_s^{\mu\nu}$ conduisent à la non-applicabilité de la recette de réduction tensorielle (le schéma de réduction de Passarino-Veltman) pour l'intégrale (6.38)³. Un simple comptage de puissance indique que ces intégrales sont divergentes pour les grandes valeurs des quantités de mouvement de la boucle interne. Nous devons d'abord régulariser et de définir une procédure de renormalisation pour annuler les infinis. Pour ce faire, nous allons utiliser la méthode de la régularisation dimensionnelle suggérée par 't Hooft et Veltmann en 1972 [119]. Un des avantages de cette régularisation est qu'elle conserve l'invariance de jauge. Dans cette procédure, nous remplaçons $d^4 k/(2\pi)^4 \rightarrow d^D k/(2\pi)^D$, et pour une valeur de D assez petite l'intégrale converge. Si nous définissons $D = 4 + 2\epsilon$ avec $\epsilon \ll 1$, à la fin, nous aurons un résultat convergent dans la limite $\epsilon \rightarrow 0^4$.

Avec l'utilisation de la procédure standard de la paramétrisation de Feynman qui consiste à combiner plusieurs dénominateurs en un seul au prix de l'introduction d'une certaine intégration, (voir l'Annex D) et le déplacement de la variable dynamique $k \rightarrow k - k_2 y + k_1 z$ de la boucle, on obtient :

$$\begin{aligned}
\Pi_s^{\mu\nu} &= -\frac{2\Gamma(4 - d_{\mathcal{U}_s})}{\Gamma(2 - d_{\mathcal{U}_s})} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz (1 - y - z)^{1-d_{\mathcal{U}_s}} \\
&\quad \times \left[\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(k^2 - \Delta_s^2)g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu + (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu})4yz}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}} \right. \\
&\quad \left. + (1 - d_{\mathcal{U}_s}) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{2k^\mu k^\nu - 2k_1^\nu k_2^\mu yz}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}} \right], \quad (6.39)
\end{aligned}$$

où $\Delta_s^2 = \mu_s^2 - 2k_1 \cdot k_2 yz = \mu_s^2 - m_h^2 yz$. Dans la deuxième et la troisième ligne de l'Eq. (6.39) nous avons utilisé la condition de transversalité du photon, $k_1^\mu \cdot \epsilon_\mu(k_1) = k_2^\nu \cdot \epsilon_\nu(k_2) = 0$, et le fait que tous les termes qui sont linéaires en k^μ disparaissent lorsqu'ils sont intégrés (k^μ est une fonction impaire), nous pouvons les écarter de $\Pi_s^{\mu\nu}$.

Nous notons que dans la limite $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$, l'amplitude dans l'Eq.(6.39) se réduit à celle correspondante à la théorie Higgs-Scalaire. De même, pour $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ et $\mu_s = 0$ l'amplitude dans l'Eq.(6.39) se réduit à celle correspondante à la théorie de Higgs-Goldston scalaire [115] où le propagateurs du boson Goldston a une masse nulle. Par

3. A cause de la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_s}$ qui figure dans l'exposant du dénominateur.

4. Dans la régularisation dimensionnelle l'intégration est faite à $4 - \epsilon$ dimensions où $\epsilon \rightarrow 0$ et les divergences apparaissent alors sous la forme de puissance de $1/\epsilon$.

conséquent, il est prévu que dans ce cas limite, l'amplitude de la boucle \mathcal{U}_s est réduite à celle de particules scalaires sans masse. Cependant, le terme $2k^\mu k^\nu - 2k_1^\nu k_2^\mu yz$ dans la seconde intégrale est clairement problématique, car il implique une structure tensorielle inhabituelle et une intégrale divergente qui détruit l'invariance de jauge sans imposer un schéma de régularisation approprié pour la rendre bien définie.

Maintenant, définissons l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned} I(D, \alpha, \beta, a^2) &= \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(k^2)^\alpha}{(k^2 - a^2)^\beta} \\ &= \frac{i}{(4\pi)^{D/2}} (a^2)^{D/2} (-a^2)^{\alpha-\beta} \frac{\Gamma(\beta - \alpha - D/2)}{\Gamma(\alpha + D/2)} \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(D/2)}, \end{aligned} \quad (6.40)$$

et écrivons les intégrales de l'Eq. (6.39) comme suivant :

$$I_1^{\mu\nu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2 g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu - \Delta_s^2 g^{\mu\nu} + (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}) 4yz}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}}. \quad (6.41)$$

$$I_2^{\mu\nu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{2k^\mu k^\nu - 2k_1^\nu k_2^\mu yz}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}}. \quad (6.42)$$

Tous les termes qui ne dépendent pas de la quadri-impulsion k^μ dans le numérateur donnent lieu à des intégrales finies, donc dans ce cas on peut directement prendre $D = 4$, et $I(4, 0, 4 - d_{\mathcal{U}_s}, \Delta_s^2)$ prend la forme simple :

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}} &= I(4, 0, 4 - d_{\mathcal{U}_s}, \Delta_s^2) \\ &= \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{16\pi^2} (\Delta_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-2} \frac{\Gamma(2 - d_{\mathcal{U}_s})}{\Gamma(4 - d_{\mathcal{U}_s})}. \end{aligned} \quad (6.43)$$

En raison de la symétrie de Lorentz, l'intégrale de l'Eq. (6.40) conduit à la propriété suivante :

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(k^2)^\alpha k^\mu k^\nu}{(k^2 - \Delta_s^2)^\beta} = \frac{g^{\mu\nu}}{D} I(D, \alpha + 1, \beta, a^2). \quad (6.44)$$

En utilisant cette propriété, nous sommes maintenant en mesure d'intégrer les termes $k^2 g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu$ de I_1 :

$$\begin{aligned} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2 g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}} &= \left(\frac{4}{D} - 1 \right) g^{\mu\nu} I(D, 1, 4 - d_{\mathcal{U}_s}, \Delta_s^2) \\ &= g^{\mu\nu} \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-3} 2(\Delta_s^2)^{D/2+d_{\mathcal{U}_s}-3}}{(4\pi)^{D/2} \Gamma(4 - d_{\mathcal{U}_s})} \\ &\times \left(1 - \frac{4}{D} \right) \Gamma(3 - d_{\mathcal{U}_s} - D/2). \end{aligned} \quad (6.45)$$

Pour l'application de la régularisation dimensionnelle, il est commode d'écrire l'Eq. (6.40) après avoir fait la substitution $D = 4 + 2\epsilon$:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{4}{D}\right) \Gamma(3 - d_{\mathcal{U}_s} - D/2) &= \left(-\frac{\epsilon}{2}\right) \frac{(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(d_{\mathcal{U}_s}-1)!} \left(-\frac{1}{\epsilon} - \psi(d_{\mathcal{U}_s}) + 1\right) \\ &= \frac{(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(d_{\mathcal{U}_s}-1)!} \left(\frac{1}{2} + \frac{\epsilon}{2}(\psi(d_{\mathcal{U}_s}) + 1)\right), \end{aligned} \quad (6.46)$$

où $\psi(z)$ est la fonction Digamma d'Euler dont la définition et les propriétés sont données dans l'annex D. Nous pouvons maintenant passer à la limite $\epsilon \rightarrow 0$ pour obtenir :

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2 g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}} = \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-3}}{16\pi^2} \frac{(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(d_{\mathcal{U}_s}-1)!} \frac{(\Delta_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{\Gamma(4-d_{\mathcal{U}_s})} g^{\mu\nu} \quad (6.47)$$

Maintenant,

$$\begin{aligned} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2 g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu - \Delta_s^2 g^{\mu\nu}}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}} &= g^{\mu\nu} \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-3}}{16\pi^2} \frac{(\Delta_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{\Gamma(4-d_{\mathcal{U}_s})} \\ &\times \left[\frac{(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(d_{\mathcal{U}_s}-1)!} - \Gamma(d_{\mathcal{U}_s}-2) \right]. \end{aligned} \quad (6.48)$$

Le dernier facteur dans l'Eq. (6.48) peut être simplifié en utilisant la propriété de la fonction Gamma suivante :

$$\Gamma(1-z)\Gamma(z) = \frac{\pi}{\sin(\pi z)}, \quad (6.49)$$

ce qui implique :

$$\Gamma(\epsilon - n) = \frac{(-1)^{n-1}}{\Gamma(n+1-\epsilon)} \Gamma(-\epsilon)\Gamma(1+\epsilon), \quad (6.50)$$

et ainsi :

$$\begin{aligned} \Gamma(d_{\mathcal{U}_s} - 2) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \Gamma[\epsilon - (2 - d_{\mathcal{U}_s})] \\ &= \frac{(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-3}}{\Gamma(d_{\mathcal{U}_s}-1)} = \frac{(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{(d_{\mathcal{U}_s}-1)!}, \end{aligned} \quad (6.51)$$

et par voie de conséquence, les deux premiers termes $k^2 g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu$ et $\Delta_s^2 g^{\mu\nu}$ dans l'Eq. (6.41), s'annulent exactement l'un avec l'autre et que seulement le dernier terme fini qui reste dans I_1 , et est donné par :

$$I_1^{\mu\nu} = \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}{16\pi^2} \frac{\Gamma(2-d_{\mathcal{U}_s})}{\Gamma(4-d_{\mathcal{U}_s})} \frac{4yz}{(\mu_s^2 - m_h^2 yz)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}), \quad (6.52)$$

L'intégrale $I_2^{\mu\nu}$ donnée par l'Eq. (6.42) peut être exprimée comme :

$$I_2^{\mu\nu} = \frac{g^{\mu\nu}}{D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{2k^\mu k^\nu - m_h^2 y z}{(k^2 - \Delta_s^2)^{4-d_{\mathcal{U}_s}}}. \quad (6.53)$$

qui est clairement divergente à cause du terme k^2 dans le numérateur. D'une façon similaire on obtient :

$$\begin{aligned} \mu^\epsilon I_2^{\mu\nu}(\epsilon) &= g^{\mu\nu} \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1} \Gamma(2-d_{\mathcal{U}_s})}{16\pi^2 \Gamma(4-d_{\mathcal{U}_s})} \\ &\times (\Delta_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-2} \left[(\Delta_s^2)^{-1} \left(\Delta_\epsilon - \ln \frac{\Delta_s^2}{\mu^2} \right) - \frac{1}{4} m_h^2 y z \right]. \end{aligned} \quad (6.54)$$

où Δ_ϵ est donné par :

$$\Delta_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} + \psi(d_{\mathcal{U}_s}) + 1 + \ln 4\pi. \quad (6.55)$$

et μ est un paramètre ayant la dimension d'une masse qui est introduit pour assurer des dimensions correctes de la constante de couplage en dimension D . L'expression $\mu^\epsilon I_2^{\mu\nu}(\epsilon)$ diverge clairement $\epsilon \rightarrow 0$ à cause du terme $1/\epsilon$. Par conséquent, on peut utiliser le schéma de soustraction minimal modifiée (\overline{MS}) pour éliminer la divergence. Après avoir effectué cette prescription, nous pouvons laisser en toute sécurité $\epsilon \rightarrow 0$ et on obtient ainsi un résultat fini de la forme :

$$I_2^{R\mu\nu} = g^{\mu\nu} \frac{i(-1)^{d_{\mathcal{U}_s}-1} \Gamma(2-d_{\mathcal{U}_s})}{16\pi^2 \Gamma(4-d_{\mathcal{U}_s})} I_2^R, \quad (6.56)$$

avec

$$I_2^R = \left[\frac{-\ln[(\mu_s^2 - m_h^2 y z)/\mu^2] + (\mu_s^2 - m_h^2 y z)m_h^2 y z/4}{(\mu_s^2 - m_h^2 y z)^{3-d_{\mathcal{U}_s}}} \right]. \quad (6.57)$$

L'amplitude totale est de la forme :

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_s^{\mu\nu} &= (2-d_{\mathcal{U}_s}) \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{\sin(d_{\mathcal{U}_s}\pi)} \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz (1-y-z)^{1-d_{\mathcal{U}_s}} \\ &\times \left[\frac{4yz}{(\mu_s^2 - m_h^2 y z)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}) + (1-d_{\mathcal{U}_s}) g^{\mu\nu} I_2^R \right], \end{aligned} \quad (6.58)$$

Ainsi, comme prévu, la régularisation dimensionnelle conduit à l'apparition d'un terme de violation de l'invariance de jauge $(k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}) + (1-d_{\mathcal{U}_s}) g^{\mu\nu} I_2^R$ plutôt que $k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}$ comme l'exige l'invariance de jauge électromagnétique de l'amplitude Feynman⁵. Ce problème est similaire à celui rencontré dans le schéma de régularisation lors de la réalisation du calcul de la désintégration Higgs $h \rightarrow \gamma\gamma$ via

5. Ce terme résiduel qui est proportionnelle à $g^{\mu\nu}$ n'est pas physique car le photon doit rester transverse, i.e. de masse nulle.

W -boson boucle dans la jauge unitaire. Nous pouvons récupérer l'invariance de jauge selon l'argument de la prescription de Dyson [116] en soustrayant la contribution de tous les diagrammes évalués à $k_1 = k_2 = 0$. Pour cela, nous redéfinissons l'amplitude complète comme suit :

$$\mathcal{M}_s^{\mu\nu} = \mathcal{M}_s^{a\mu\nu} + \mathcal{M}_s^{b\mu\nu} + \mathcal{M}_s^{0\mu\nu}, \quad (6.59)$$

avec

$$\mathcal{M}_s^{0\mu\nu} = -(\mathcal{M}_s^{a\mu\nu} + \mathcal{M}_s^{b\mu\nu}) \Big|_{k_1=k_2=0}. \quad (6.60)$$

Nous obtenons ainsi le résultat invariant de jauge suivant :

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_s^{\mu\nu} &= \frac{(2 - d_{\mathcal{U}_s})}{16\pi^2} \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{\sin(d_{\mathcal{U}_s}\pi)} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz \frac{4yz(1-y-z)^{1-d_{\mathcal{U}_s}}}{(\mu_s^2 - m_h^2 yz)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} \\ &\times (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}), \end{aligned} \quad (6.61)$$

et l'amplitude totale 6.36 est :

$$i\mathcal{M}_s = \frac{\alpha_{em}}{2\pi v} Q_{\mathcal{U}_s}^2 \frac{g_{h\mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s}}{(\mu_s^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}} A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s}) (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}) \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2) \quad (6.62)$$

où $g_{h\mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s} = \lambda_{H\mathcal{U}_i} v / \Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_i}-2}$ et $A_{\mathcal{U}}^s(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s})$ est la fonction boucle des unparticles de spin-0 donnée par :

$$A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s}) = \frac{(2 - d_{\mathcal{U}_s})A(d_{\mathcal{U}_s})}{\sin(d_{\mathcal{U}_s}\pi)} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz \frac{4yz(1-y-z)^{1-d_{\mathcal{U}_s}}}{(1 - 4\tau_{\mathcal{U}_s} yz)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}, \quad (6.63)$$

avec $\tau_{\mathcal{U}_s} = m_h^2 / 4\mu_s^2$.

L'aspect le plus intéressant et attendu du résultat de l'Eq. (6.63) en est que dans la limite $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ nous reproduisons le resultat familier de la contribution scalaire du MS à la désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$ [112] :

$$\begin{aligned} A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s}) \rightarrow A_0(\tau_0) &= \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz \frac{4yz}{(1 - 4\tau_{\mathcal{U}_s} yz)} \\ &= \frac{1}{\tau_0^2} [-\tau_0 + f(\tau_0)]. \end{aligned} \quad (6.64)$$

De même, dans la limite $\mu_s = 0$, nous obtenons la contribution des particules scalaires non massives comme par exemple le cas du boson de Goldson [115] :

$$A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s}) \rightarrow A_0 = 2. \quad (6.65)$$

Dans la Fig. 6.3 nous traçons $A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}$ en fonction de $\tau_{\mathcal{U}_s} = m_h^2 / 4\mu_s^2$ pour différentes valeurs de la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_s}$. Il est bien claire que le tracé de $A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}$ dépend sensiblement de $d_{\mathcal{U}_s}$.

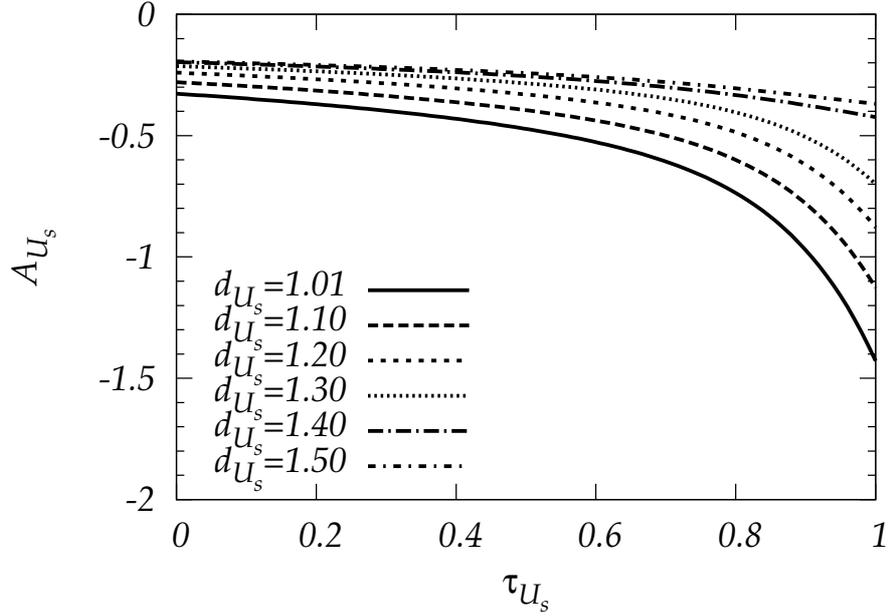


FIGURE 6.3 – $A_{U_s}^{\gamma\gamma}$ en fonction de τ_{U_s} pour un ensemble de valeurs de d_{U_s} .

La fonction $A_{U_s}^{\gamma\gamma}$ s'annule dans la limite $d_{U_s} \rightarrow 2$ ce qui reflète le découplage des champs U_s du secteur de Higgs. Ce fait peut être remarqué à partir de la suppression des couplages individuels dans les Eqs. (6.29-6.31) dans la limite $d_{U_s} \rightarrow 2$. On outre, ce découplage est naturel puisque les champs U_s deviennent non dynamique lorsque $d_{U_s} \rightarrow 2$ ⁶. Le tracé dans la Fig. 6.3 montre aussi que, pour des petites valeurs de τ_{U_s} , la fonction $A_{U_s}^{\gamma\gamma}$ devient peu sensible de τ_{U_s} . Cela peut être vu en considérons la limite $\tau_{U_s} \ll 1$ dans laquelle $A_{U_s}^{\gamma\gamma}$ prend la forme asymptotique suivante :

$$A_{U_s}^{\gamma\gamma}(d_{U_s}, \tau_{U_s}) = \frac{A(d_{U_s})}{\sin(\pi d_{U_s})} \left[\alpha B(3 - d_{U_s}, 3) B(3 - d_{U_s}, d_{U_s}) + \beta B(4 - d_{U_s}, 4) B(4 - d_{U_s}, d_{U_s}) \right], \quad (6.66)$$

avec $\alpha = 4(2 - d_{U_s})$, $\beta = 16(2 - d_{U_s})^2 \tau_{U_s}$ et $B(a, b)$ est la fonction beta. Effectivement, pour $\tau_{U_s} \ll 1$, le coefficient β s'annule et $A_{U_s}^{\gamma\gamma}$ est dominée seulement par le terme proportionnel à α :

$$A_{U_s}^{\gamma\gamma}(d_{U_s}, \tau_{U_s}) \simeq \frac{2(2 - d_{U_s}) A_{d_{U_s}}}{\sin(\pi d_{U_s})} B(3 - d_{U_s}, 3) B(3 - d_{U_s}, d_{U_s}), \quad (6.67)$$

Nous continuons maintenant avec le calcul de la contribution fermionique et terminons la section par un bref commentaire sur les fonctions boucles correspondantes.

⁶. Le propagateur des états U_s dans la limite $d_{U_s} \rightarrow 2$ devient une constante, ce qui implique l'absence d'une dynamique.

6.3.2 La contribution fermionique

Les diagrammes de Feynmann concernés avec des unparticles fermioniques sont présentés dans la même Fig. (6.1). Notons que dans notre théorie, le diagramme supplémentaire (b) contribuant au mode $h \rightarrow \gamma\gamma$ avec une boucle fermionique, n'existe pas dans le cas du MS, parce qu'il n'y a pas de couplage quartique de fermions et de photons. Le calcul se poursuit de la même façon que dans le cas scalaire en adoptant le même raisonnement.

Les contributions à l'amplitude de désintégration médiée par une boucle des unparticles de spin-1/2 correspondant aux diagrammes (a) et (b) de la Fig. (6.1) sont données respectivement par :

$$i\mathcal{M}_f^a = 4\pi\alpha_{em}Q_{\mathcal{U}_f}^2 g_{h\bar{\mathcal{U}}_f\mathcal{U}_f} 2\mathcal{M}_f^{\mu\nu,a} \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.68)$$

et

$$i\mathcal{M}_f^b = 4\pi\alpha_{em}Q_{\mathcal{U}_f}^2 g_{h\bar{\mathcal{U}}_f\mathcal{U}_f} \mathcal{M}_f^{\mu\nu,b} \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.69)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_f^{\mu\nu,a} &= -Tr \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Delta_{\mathcal{U}_f}(k) \Gamma_f^\mu(k+k_1, -k_1) \Delta_{\mathcal{U}_f}(k-k_2) \Gamma_f^\nu(k, -k_2) \Delta_{\mathcal{U}_f}(k+k_1) \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)} Tr \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\Gamma_f^\mu(k+k_1, -k_1) \Gamma_f^\nu(k, -k_2)}{\Sigma_0^f(k) \Sigma_0^f(k+k_1) \Sigma_0^f(k-k_2)} \\ &\times \frac{1}{(\not{k} - \mu_f)[(\not{k} + \not{k}_1) - \mu_f][(\not{k} - \not{k}_2) - \mu_f]}, \end{aligned} \quad (6.70)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_f^{\mu\nu,b} &= Tr \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Delta_{\mathcal{U}_f}(k+k_1) \Gamma_f^{\mu\nu}(k+k_1, -k_2, -k_1) \Delta_{\mathcal{U}_f}(k-k_2) \\ &= \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)} Tr \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\Gamma_f^{\mu\nu}(k+k_1, -k_1, -k_2)}{\Sigma_0^f(k+k_1) \Sigma_0^f(k-k_2)} \\ &\times \frac{1}{[(\not{k} + \not{k}_1) - \mu_f][(\not{k} - \not{k}_2) - \mu_f]}, \end{aligned} \quad (6.71)$$

où les fonctions vertexes $\Gamma_f^\mu(k+k_1; -k_1)$, $\Gamma_f^\nu(k; -k_2)$ et $\Gamma_f^{\mu\nu}(k+k_1; -k_1, -k_2)$ sont

données, respectivement, par :

$$\Gamma_f^\mu(k + k_1; -k_1) \simeq \gamma^\mu \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(2 - d_{\mathcal{U}_f})}{[k^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}}, \quad (6.72)$$

$$\Gamma_f^\nu(k; -k_2) \simeq \gamma^\mu \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(2 - d_{\mathcal{U}_f})}{[(k - k_2)^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}}, \quad (6.73)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_f^{ab\mu\nu}(k + k_1; -k_1, -k_2) &\simeq \frac{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)}{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)} \frac{(-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} 2(3/2 - d_{\mathcal{U}_f})}{[(k - k_2)^2 - \mu_f^2]^{d_{\mathcal{U}_f}-1/2}} \\ &\times [\not{k} - \not{k}_2 - \mu_f] \left[2g^{\mu\nu} - \frac{(2k + k_1)^\mu (2k - k_2)^\nu}{k^2 - \mu_f^2} \right] \end{aligned} \quad (6.74)$$

En portant ces vertexes dans les Eqs. (6.70,6.71), et après simplification on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_f^{\mu\nu,a} &= 4(2 - d_{\mathcal{U}_f})^2 \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)} (-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} \Pi_f^{\mu\nu,a}, \\ \mathcal{M}_f^{\mu\nu,b} &= 2(3/2 - d_{\mathcal{U}_f}) \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos(d_{\mathcal{U}_f} \pi)} (-1)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} \Pi_f^{\mu\nu,b}, \end{aligned} \quad (6.75)$$

où

$$\Pi_f^{\mu\nu,a} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{N^{\mu\nu}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k - k_2)^2 - \mu_f^2][(k + k_1)^2 - \mu_f^2]^{\frac{5}{2}-d_{\mathcal{U}_f}}}, \quad (6.76)$$

avec

$$\begin{aligned} N^{\mu\nu} &= Tr \{ \gamma^\mu (\not{k} + \not{k}_1 + \mu_f) (\not{k} - \not{k}_2 + \mu_f) \gamma^\nu (\not{k} + \mu_f) \} \\ &= 8\mu_f \left[4k^\mu k^\nu - k^2 g^{\mu\nu} + k_1^\nu k_2^\mu - 2k^\mu k_2^\nu - 2k^\mu k_1^\nu - k_1^\mu k_2^\nu + g^{\mu\nu} (\mu_f^2 - k_1 \cdot k_2) \right], \end{aligned} \quad (6.77)$$

et

$$\Pi_f^{\mu\nu,b} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{N'^{\mu\nu}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k - k_2)^2 - \mu_f^2]^2 [(k + k_1)^2 - \mu_f^2]^{\frac{5}{2}-d_{\mathcal{U}_f}}}, \quad (6.78)$$

avec

$$\begin{aligned} N'^{\mu\nu} &= Tr \{ (\not{k} + \not{k}_1 + \mu_f) (\not{k} - \not{k}_2 + \mu_f) (\not{k} - \not{k}_2 - \mu_f) \} \\ &\times \left[2(k^2 - \mu_f^2) g^{\mu\nu} - (2k + k_1)^\mu (2k - k_2)^\nu \right] \\ &= 8\mu_f [(k - k_2)^2 - \mu_f^2] [G^{\mu\nu} - (2k + k_1)^\mu (2k - k_2)^\nu], \end{aligned} \quad (6.79)$$

où

$$G^{\mu\nu} = 2(k^2 - \mu_f^2) g^{\mu\nu} - 2(2k + k_1)^\mu (2k - k_2)^\nu. \quad (6.80)$$

Cette écriture de $N^{\mu\nu}$ en terme de $G^{\mu\nu}$ est mieux adaptée pour le calcul, puisque elle conduit à l'apparition d'un terme similaire à $\Pi_s^{a\mu\nu}$ dont l'intégrale est finie et préserve la symétrie de jauge de l'amplitude comme il est démontré précédemment. Par contre, le terme $(2k + k_1)^\mu(2k - k_2)^\nu$, comme dans le cas scalaire, brise l'invariance de jauge et on peut l'éliminer directement par la procédure de Dyson. Dans ce cas, l'amplitude totale de Feynman, $\mathcal{M}_f = 2\mathcal{M}_f^a + \mathcal{M}_f^b$, s'écrit comme :

$$i\mathcal{M}_f = 4\pi\alpha_{em}g_{h\bar{u}_f u_f} Q_{u_f}^2 \mathcal{M}_f^{\mu\nu} \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.81)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_f^{\mu\nu} &= 2\mathcal{M}_f^{a,\mu\nu} + \mathcal{M}_f^{b,\mu\nu} \\ &= (-1)^{3/2-d_{u_f}} \frac{2 \cos(d_{u_f}\pi)}{A(d_{u_f} - 1/2)} \Pi_f^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (6.82)$$

$$\begin{aligned} \Pi_f^{\mu\nu} &= 2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{4(2 - d_{u_f})^2 N^{\mu\nu} + (3/2 - d_{u_f}) G^{\mu\nu}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k - k_2)^2 - \mu_f^2][(k + k_1)^2 - \mu_f^2]^{\frac{5}{2}-d_{u_f}}} \\ &= 2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{4(2 - d_{u_f})^2 N^{\mu\nu}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k - k_2)^2 - \mu_f^2][(k + k_1)^2 - \mu_f^2]^{\frac{5}{2}-d_{u_f}}} \\ &+ 2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(3/2 - d_{u_f}) G^{\mu\nu}}{(k^2 - \mu_f^2)[(k - k_2)^2 - \mu_f^2][(k + k_1)^2 - \mu_f^2]^{\frac{5}{2}-d_{u_f}}}. \end{aligned} \quad (6.83)$$

Une fois encore, nous utilisons la paramétrisation de Feynman et la translation de la variable d'intégration k , nous obtenons l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \Pi_f^{\mu\nu} &= 16\mu_f \frac{\Gamma(9/2 - d_{u_f})}{\Gamma(5/2 - d_{u_f})} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz (1 - y - z)^{3/2-d_{u_f}} \left\{ 4(2 - d_{u_f})^2 \right. \\ &\times \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{4k^\mu k^\nu - g^{\mu\nu} k^2 + k_1^\nu k_2^\mu (1 - 4yz) + g^{\mu\nu}[(\mu_f^2 - k_1 k_2 (1 - 2yz))]}{(k^2 - \Delta_f^2)^{9/2-d_{u_f}}} \\ &\left. + (3/2 - d_{u_f}) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(k^2 - \Delta_f^2)g^{\mu\nu} - 4k^\mu k^\nu + (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu})4yz}{(k^2 - \Delta_f^2)^{9/2-d_{u_f}}} \right\} \end{aligned} \quad (6.84)$$

où $\Delta_f^2 = \mu_f^2 - 2k_1 \cdot k_2 yz = \mu_f^2 - m_h^2 yz$. L'utilisation de la procédure standard bien développée pour le calcul des intégrales scalaires et tensorielles⁷ conduit directement au résultat suivant :

$$\begin{aligned} \Pi_f^{\mu\nu} &= \frac{\mu_f}{2\pi^2} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz (1 - y - z)^{3/2-d_{u_f}} \\ &\times \frac{4(2 - d_{u_f})^2 (1 - 4yz) + (3/2 - d_{u_f}) 4yz}{(\mu_f^2 - m_h^2 yz)^{5/2-d_{u_f}}} (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}). \end{aligned} \quad (6.85)$$

7. L'application de la formule intégrale donnée par l'Eq. (6.40) suffit pour calculer complètement toute l'amplitude à une boucle.

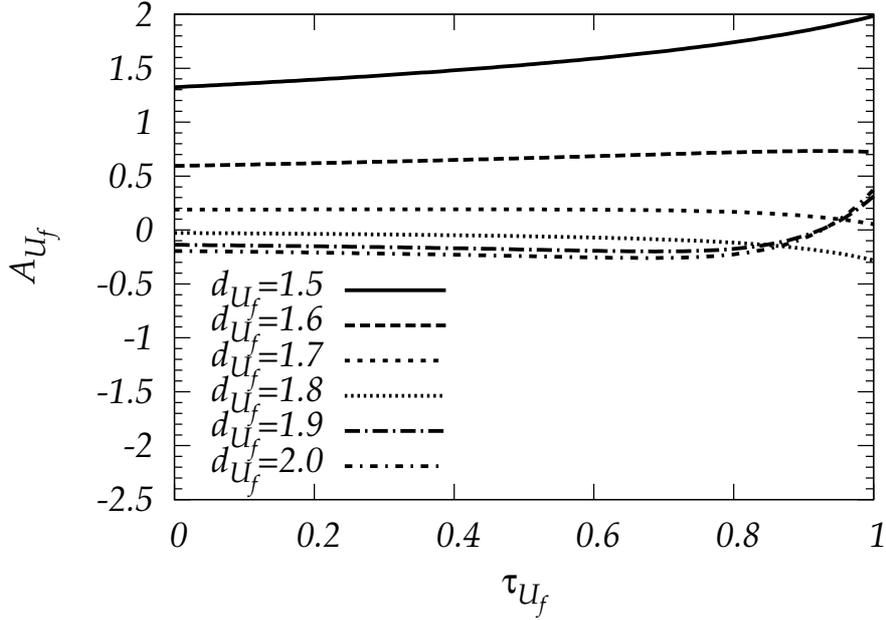


FIGURE 6.4 – $A_{U_f}^{\gamma\gamma}$ en fonction de τ_{U_f} pour un ensemble de valeurs de d_{U_f} .

Dans la limite standard, $d_{U_f} \rightarrow 3/2$, le résultat se réduit au cas fermionique canonique. Notons que la contribution fermionique peut être vue comme la somme de deux contributions, fermioniques et scalaire qui sont très similaires à ce que l'on aurait dans le MS pour les boucles fermionique et scalaire, la seule différence étant les puissances dans les dénominateurs.

Finalement, l'amplitude totale correspondante à la contribution fermionique est donnée par :

$$i\mathcal{M}_f = \frac{\alpha_{em}}{2\pi v} Q_{U_f}^2 \frac{g_{h\bar{U}_f U_f}}{(\mu_f^2)^{2-d_{U_f}}} A_{U_f}^{\gamma\gamma}(d_{U_f}, \tau_{U_f}) (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}) \epsilon_\mu^*(k_1) \epsilon_\nu^*(k_2), \quad (6.86)$$

où $A_{U_f}^{\gamma\gamma}(d_{U_f}, \tau_{U_f})$ est la fonction boucle fermionique ayant la forme :

$$A_{U_f}^{\gamma\gamma}(d_{U_f}, \tau_{U_f}) = 2 \frac{A(d_{U_f} - 1/2)}{\cos(\pi d_{U_f})} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz (1-y-z)^{3/2-d_{U_f}} \times \frac{4(2-d_{U_f})^2(1-4yz) + (3/2-d_{U_f})4yz}{(1-4\tau_{U_f}yz)^{5/2-d_{U_f}}}, \quad (6.87)$$

avec $\tau_{U_f} = m_h^2/4\mu_f^2$. Dans la limite standard, $d_{U_f} \rightarrow 3/2$, nous retrouvons les fonctions de boucle familières du MS de spin-1/2 pour la désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$.

Dans la Fig. 6.4 nous traçons $A_{U_f}^{\gamma\gamma}$ en fonction de τ_{U_f} pour différentes valeurs de la dimension d'échelle d_{U_f} . De même que dans le cas scalaire, $A_{U_f}^{\gamma\gamma}$ dépend sensiblement de la dimension d'échelle d_{U_f} . Cependant, $A_{U_f}^{\gamma\gamma}$ change de signe dans l'intervalle

$1.5 < d_{\mathcal{U}_f} < 2.5$ et prend de grandes valeurs lorsque $d_{\mathcal{U}_f} \sim 5/2$. Ce comportement rend la phénoménologie des unparticles de spin-1/2 très différente et plus importante, en ce sens la contribution correspondante pour une valeur du couplage $\lambda_{H\mathcal{U}_f} > 0$, peut être constructive ou destructive avec celle du MS, contrairement au cas de spin-0 qui ne peut être que constructive pour $\lambda_{H\mathcal{U}_s} > 0$ ⁸.

D'autre part, contrairement au cas de spin-0, $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ ne s'annule pas dans la limite $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 5/2$. Comme conséquence, les champs \mathcal{U}_f ne découplent pas du secteur de Higgs dans cette limite critique. L'absence de ce découplage est expliqué par la non trivialité de la structure spinorielle des couplages dans les Eqs. (6.72-6.74). En plus, lorsque $d_{\mathcal{U}_f}$ s'approche de 5/2 le propagateur spinoriel $\Delta_{\mathcal{U}_f}$ devient extrêmement sensible au régime UV et l'action effective dans l'Eq. (5.18) ne peut plus être utilisée [21]. Ce scénario est familier dans la diffusion $q\bar{q}$ à travers un gluon via une boucle de polarisation du vide des unparticles de spin-1/2 chargés sous $SU(3)_C$ [21].

En considérant la limite $\tau_{\mathcal{U}_f} \ll 1$ ($\mu_f \sim v$), $A_{\mathcal{U}_f}^f$ prend l'expression asymptotique suivante :

$$\begin{aligned} A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}(d_{\mathcal{U}_f}, \tau_{\mathcal{U}_f}) &= 2 \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{\cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})} [\gamma B(5/2 - d_{\mathcal{U}_f}, 2) B(5/2 - d_{\mathcal{U}_f}, d_{\mathcal{U}_f} - 1/2) \\ &+ \delta B(7/2 - d_{\mathcal{U}_f}, 3) B(7/2 - d_{\mathcal{U}_f}, d_{\mathcal{U}_f} - 1/2) \\ &+ \eta B(9/2 - d_{\mathcal{U}_f}, 4) B(9/2 - d_{\mathcal{U}_f}, d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)], \end{aligned} \quad (6.88)$$

avec

$$\begin{aligned} \gamma &= 4(2 - d_{\mathcal{U}_f})^2, \\ \delta &= 8\{2(2 - d_{\mathcal{U}_f})^2[(5/2 - d_{\mathcal{U}_f})\tau_{\mathcal{U}_f} - 1] + (3/2 - d_{\mathcal{U}_f})\}, \\ \eta &= 32(5/2 - d_{\mathcal{U}_f})\tau_{\mathcal{U}_f}[-2(2 - d_{\mathcal{U}_f})^2 + (3/2 - d_{\mathcal{U}_f})]. \end{aligned} \quad (6.89)$$

6.3.3 La fonction vertexe Higgs-Unparticle

Avant de passer à l'étude du mode de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ par les boucles des champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_s , nous clarifions quelques points physiques simples et discuter la façon dont nos résultats peuvent être conciliés avec d'autres exigences établies dans la littérature qui suggèrent des résultats très différents des nôtres. Cela signifierait que l'amplitude pour le processus $h \rightarrow \gamma\gamma$ médié par une boucle de \mathcal{U}_s devrait être liée au résultat standard pour les champs scalaires de dimension 1 par la simple règle de $2 - d_{\mathcal{U}_s}$. Cependant, le résultat dans l'Eq. (6.63) montre une dépendance en $d_{\mathcal{U}_s}$ plus subtile.

Cette $(2 - d_{\mathcal{U}_s})$ règle est spécifique seulement pour les fonctions de Green de bosons de jauge où tous les vertexes d'interaction sont des purs unparticles, en ce sens qu'elles sont fonctions du propagateur $\Sigma_0^{s/f}(p+q)$. Cependant, dans notre cas,

8. Ce qui est particulièrement intéressant est que le signe de la contribution fermionique peut changer en fonction de la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_f}$, ce qui signifie que les états \mathcal{U}_f pourraient en principe être la médiation d'une interférence constructive avec la contribution des bosons faibles W à $h \rightarrow \gamma\gamma$.

le calcul de la désintégration de higgs en diphoton par une boucle des unparticles scalaires, le vertex d'interaction vertex Higgs-unparticle, $h\mathcal{U}_s\mathcal{U}_s$, ne découle pas du modèle de jauge des unparticles mais il est considéré comme étant standard ayant la forme :

$$i\lambda_{H\mathcal{U}_s}\Gamma_{H\mathcal{U}_s} = i\frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s}}{(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}. \quad (6.90)$$

Ce fait constitue une violation de l'application de la règle précédente dans laquelle, après une certaine simplification, la puissance du dénominateur dans la boucle intégrale ne contient plus la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_s}$ conduisant au cas des particules de matière ordinaire. C'est pourquoi l'argument général de la Ref. [96] ne s'applique pas et c'est pourquoi une dépendance non linéaire en $(2 - d_{\mathcal{U}_s})$ ne pourrait être anticipée. Si, par exemple, nous prenons le vertex $h\mathcal{U}_s\mathcal{U}_s$ comme :

$$i\lambda_{H\mathcal{U}_s}\Gamma_{H\mathcal{U}_s} = i\frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s}}{(k^2 - \mu_s^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}}, \quad (6.91)$$

plutôt que celui dans (6.90), la règle $(2 - d_{\mathcal{U}_s})$ demeure valide pour le cas de la contribution en boucle dans la désintégration $h\gamma\gamma$, et par conséquent la théorie devient triviale⁹. Donc le problème réside dans le couplage standard Higgs-Unparticle qui n'est pas un pur couplage Higgs-Unparticle découlant de la théorie de jauge des Unparticles.

6.4 Résultats numériques

Dans cette section, nous étudions les contraintes expérimentales actuelles à partir des données de ATLAS, et nous montrons que le LHC peut tester la nouvelle physique dans une région de paramètres du modèle bien déterminés.

Tant que les groupes ATLAS et CMS du LHC n'ont pas encore confirmé si $R_{\gamma\gamma} > 1$ ou non, nous allons analyser le cas $R_{\gamma\gamma} > 1$ correspondant à un excès. Dans notre analyse, nous prenons l'échelle de la théorie aux alentours de $\Lambda_{\mathcal{U}} = 1$ TeV. Nous utilisons les données fournies par la collaboration ATLAS sur la masse du boson de Higgs $m_h \simeq 126$ GeV et le récent excès de taux de diphoton $R_{\gamma\gamma} = 1.65 \pm 0.24$ pour contraindre les paramètres de notre modèle.

Nous considérons $Q_{\mathcal{U}} = N_{\mathcal{U}} = 1$ pour la simplicité. De même, nous analysons chaque contribution individuellement pour mieux voir l'effet correspondant. Le taux $R_{\gamma\gamma}$ est sensible aux trois paramètres : le couplage $\lambda_{H\mathcal{U}_i}$, la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_i}$ et l'échelle de brisure de la symétrie conforme μ_i . Il convient à noter que les fonctions de boucle $A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}$ et $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ prennent des valeurs réelles lorsque les paramètres $\tau_{\mathcal{U}_i} < 1$, ce qui implique $\mu_i > m_h/2 = 63$ GeV. Dans notre cas, on prend comme borne inférieure à l'échelle de brisure de la symétrie conforme la masse M_W du boson W , c'est-à-dire

9. Dans ce sens, toute grandeur calculée dans le modèle de jauge des unparticles est simplement le produit $2 - d_{\mathcal{U}_s}$ fois celle du MS.

$\mu_i \gtrsim 80$ GeV. De même, les fonctions $A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}$ et $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ convergent pour $d_{\mathcal{U}_s} \leq 3/2$ et $d_{\mathcal{U}_f} \leq 2$ respectivement. On obtient ainsi les nouvelles contraintes suivantes sur les dimensions d'échelle des unparticles de spin-0 et spin-1/2, à savoir $1 < d_{\mathcal{U}_s} \leq 3/2$ et $3/2 < d_{\mathcal{U}_f} \leq 2$.

Pour le cas de spin-0, une amélioration dans $R_{\gamma\gamma}$ par une interférence constructive nécessite un couplage $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ négative, puisque $A_{MS}^{\gamma\gamma}$ et $A_{\mathcal{U}_s}^{\gamma\gamma}$ possèdent un le même signe (négatif). Elle est supprimée pour de grandes valeurs de μ_s puisque le facteur $1/(\mu_s^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}$ ne peut pas être supérieure à 1 dans l'intervalle autorisée pour la dimension d'échelle $1 < d_{\mathcal{U}_s} < 2$. Les régions d'ajustement dans le plan $(\mu_i, \lambda_{H\mathcal{U}_i})$ sont indiquées dans la Fig. (6.7). Ces courbes montrent que, pour une valeur spécifique de $d_{\mathcal{U}_s}$, une amélioration significative ne se produit que pour de très grandes valeurs négatives du couplage $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$, et qui deviennent très importants à mesure que l'échelle μ_s et la dimension d'échelle augmentent¹⁰. Ce fait entre en conflit avec la naturalité de la théorie et la stabilité du vide dans le potentiel de Higgs.

Cependant, comme il est bien connu, la stabilité du potentiel de Higgs et la perturbativité de la théorie peuvent fournir des limites sur les paramètres du secteur scalaire. En fait, le potentiel scalaire renormalisables le plus général correspondant au couplage négatif $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ est donné par :

$$V(H, \mathcal{U}_s) \supset \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}-2}} H^\dagger H \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s + (\mu_s^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s \\ + \frac{\lambda_{\mathcal{U}_s}}{(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{2d_{\mathcal{U}_s}-2}} |\mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s|^2 - \mu_H^2 |H^\dagger H| + \lambda_H |H^\dagger H|^2, \quad (6.92)$$

où $\mu_H = m_h/\sqrt{2}$ et l'auto-couplage quartic du champ de Higgs $\lambda_H = m_h^2/2v^2$ est fixé par la mesure de la masse du boson de Higgs et la (vev), ce qui donne $\lambda_H \simeq 0.13$ pour $m_h \simeq 126$ GeV.

Afin d'assurer la stabilité dans le potentiel de Higgs dû au couplage négative $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$, nous exigeons la condition habituelle :

$$|\lambda_{H\mathcal{U}_s}| \leq 2\sqrt{\lambda_H \lambda_{\mathcal{U}_s}}, \quad (6.93)$$

où l'auto-couplage scalaire quartic $\lambda_{\mathcal{U}_s}$ est positif et borné par le dessus afin de préserver la perturbativité de la théorie. Ainsi, la valeur de l'auto-couplage quartic λ_H entraîne :

$$|\lambda_{H\mathcal{U}_s}| \leq 2\sqrt{\lambda_H \lambda_{\mathcal{U}_s}} = 0.72\sqrt{\lambda_{\mathcal{U}_s}}. \quad (6.94)$$

Des grands couplages négatifs $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ requis par l'amélioration dans $h \rightarrow \gamma\gamma$ amènerait à de grandes valeurs de $\lambda_{\mathcal{U}_s}$ qui devrait être à la limite de la théorie des perturbations $\lambda_{\mathcal{U}_s}^2 < 16\pi^2/36$, i.e. $\lambda_{\mathcal{U}_s}/4\pi \sim \mathcal{O}(1)$, conduisant à la contrainte :

$$-2.5 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_s} < 0. \quad (6.95)$$

10. Nous pouvons comprendre cela par le fait que les couplages Higgs-unparticle sont supprimées comme $\lambda_{H\mathcal{U}_s}/\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}-2} \times 1/(\mu_s^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}$.

Par exemple, pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01$, la valeur mesurée de $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ est atteinte si $-2.5 < \lambda_{H\mathcal{U}_s} < -0.5$ correspondant à une échelle μ_s dans l'intervalle $[80\text{GeV};120\text{GeV}]$ et pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.1$ si $-2.5 < \lambda_{H\mathcal{U}_s} < 1.2$ pour $\mu_s \in [80\text{GeV};90\text{GeV}]$. Pour $d_{\mathcal{U}_s} > 1.1$, la valeur mesurée de $R_{\gamma\gamma}$ correspond à des couplages $\lambda_{H\mathcal{U}_s} < -2.5$. Cependant, nous pouvons contourner ce problème de grands couplages négatifs et respecter les limites sur ces couplages en prenant de grandes charges $Q_{\mathcal{U}_s}$ des champs \mathcal{U}_s comme la contribution au taux $R_{\gamma\gamma}$ croît avec $\lambda_{H\mathcal{U}_s} Q_{\mathcal{U}_s}^2 / (\mu_s^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}$. Par exemple, en prenant la charge $Q_{\mathcal{U}_s} = 2$ au lieu de $Q_{\mathcal{U}_s} = 1$, cela va réduire les valeurs de $\lambda_{H\mathcal{U}_s}$ par un facteur de 4. Avec les limites sur le couplage $-2.5 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_s} < 0$, une amélioration significative peut être obtenue pour des grandes valeurs de μ_s et $d_{\mathcal{U}_s}$.

Dans les Figs. (6.8-6.9), nous illustrons les tracés des contours dans le plan $(\mu_s, \lambda_{H\mathcal{U}_s})$ pour une valeur de la charge $Q_{\mathcal{U}_s} = 2$ et pour des valeurs de $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ pour différentes valeurs de $R_{\gamma\gamma}$. Comme on peut le voir sur la Fig. (6.8), la valeur mesurée de $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ est atteinte sur toute la gamme de $\mu_s \in [80\text{GeV};150\text{GeV}]$. Pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$, nous avons respectivement les intervalles : $-0.2 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_s} \lesssim -1$, $-0.3 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_s} \lesssim -1.3$ et $-0.8 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_s} \lesssim -2.5$. La Fig. (6.8) montre que la valeur mesurée de $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ est atteinte pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.3$ où $\mu_s \in [80\text{GeV};110\text{GeV}]$. Par contre, pour $d_{\mathcal{U}_s} = 1.4$ la valeur $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ ne peut être atteinte. Donc, si la valeur mesurée $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ est confirmée au LHC, on peut tirer une limite sur $d_{\mathcal{U}_s}$, à savoir $1.01 < d_{\mathcal{U}_s} < 1.4$.

Pour le cas de spin $1/2$, la situation est différente puisque, pour différentes valeurs de $d_{\mathcal{U}_f}$, différents effets de $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ surviennent. En effet, une amélioration dans $R_{\gamma\gamma}$ nécessite soit un couplage $\lambda_{H\mathcal{U}_f}$ négatif ou positif en raison de la forme de $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ qui change de signe. Ainsi, pour un signe fixe de $\lambda_{H\mathcal{U}_f}$, la contribution peut soit constructive ou destructive selon les valeurs de la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_f}$. La fig. (6.4) montre que pour les valeurs $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501, 1.6, 1.7$, $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma} > 0$, et une interférence constructive nécessite que $\lambda_{H\mathcal{U}_f} > 0$. De même, pour $d_{\mathcal{U}_f} = 1.8, 1.9, 2$, $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma} < 0$ et une interférence constructive nécessite un couplage négatif $\lambda_{H\mathcal{U}_f} < 0$ très important qui n'est compatible avec la naturalité de la théorie même pour les grandes valeurs de la charge électrique $Q_{\mathcal{U}_f}$ ¹¹. Pour remédier à ce problème, nous considérons \mathcal{U}_f comme un ensemble de $N_{\mathcal{U}_f}$ états dégénérés \mathcal{U}_f^i de charge $Q_{\mathcal{U}_f^i}$.

Dans la Fig. (6.10) nous illustrons le tracé des contours du rapport $R_{\gamma\gamma}$ dans le plan $(\mu_f, \lambda_{H\mathcal{U}_f})$ pour $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501, 1.6, 2$ et pour différentes valeurs de $R_{\gamma\gamma}$. Ici, nous avons fixé $Q_{\mathcal{U}_f} = 1$ pour les valeurs de $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501, 1.6$. Pour $d_{\mathcal{U}_f} = 2$, nous considérons le choix $N_{\mathcal{U}_f} = 4$ et $Q_{\mathcal{U}_f^i} = 2$, c'est-à-dire $N_{\mathcal{U}_f} \sum_i Q_{\mathcal{U}_f^i}^2 = 64$. Nous voyons que pour $d_{\mathcal{U}_f} = 1.501$, la valeur mesurée $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ est atteinte si le couplage Higgs-unparticle est dans l'intervalle $2.5 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_f} \lesssim 5.2$ où $\mu_f \in [80\text{GeV};150\text{GeV}]$. Pour $d_{\mathcal{U}_f} = 2$ nous avons $-3.6 \lesssim \lambda_{H\mathcal{U}_f} \lesssim -2$.

11. En général, la contrainte de la perturbativité n'est pas importante dans le cas fermionique. Le couplage de Yukawa tend à déstabiliser le vide à cause du fait que les boucles de nouveaux états fermioniques ont tendance à conduire le couplage quartic de Higgs λ_H à l'ultraviolet.

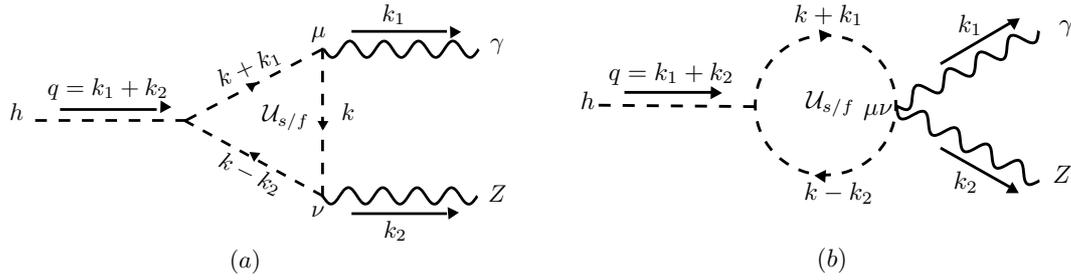


FIGURE 6.5 – Diagrammes de Feynman pour la désintégration $h \rightarrow \gamma Z$ à travers des boucles des unparticles chargés. Les lignes internes représentent soit des unparticles de spin-0 ou de spin-1/2.

6.5 Analyse phénoménologique des corrélations entre les canaux $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$

Dans la section précédente, nous avons étudié les effets des unparticles de spin-0 et spin-1/2 sur le signal $h \rightarrow \gamma\gamma$ au LHC. Nous avons constaté que le couplage effective Higgs-diphoton peut être amélioré par des corrections à une boucle avec les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f . Ce résultat peut être une explication à l'excès observé dans le canal de désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$. Dans cette section, nous étudions les effets des états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f sur le mode de désintégration $h \rightarrow Z\gamma$. Comme mentionné dans l'introduction, on s'attend naturellement que le mode de production $h \rightarrow Z\gamma$ soit également dévié des prédictions du MS si les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f portent des charges électrofaibles¹². On outre, contrairement au canal $\gamma\gamma$ où seule les charges électriques des particules circulantes dans la boucle entrent dans l'amplitude de $\gamma\gamma$, l'amplitude dans le canal $Z\gamma$ implique maintenant des couplages des particules de la boucle avec le boson Z du MS, qui à leur tour dépendent des nombres quantiques de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Par conséquent, les mesures simultanées des largeurs de désintégration dans les canaux $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ devraient sonder les charges de l'isospin faible et les charges électriques des nouveaux états circulant dans les boucles[120].

Nous allons donner les résultats de la contribution des unparticles de spin-0 et spin-1/2 au mode de production $h \rightarrow Z\gamma$ en considérant le simple scénario où les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f portent des nombres quantiques arbitraires de l'isospin T et d'hypercharge Y du MS. Par la suite, nous donnons une analyse phénoménologique de la corrélation entre les canaux de $h \rightarrow Z\gamma$ et $h \rightarrow \gamma\gamma$.

Les couplages entre le champ unparticles \mathcal{U} de troisième composante d'isospin faible T_3 et de charge électrique $Q_{\mathcal{U}}$, et le boson Z et ainsi que le boson de Higgs h

12. A cause de la symétrie de jauge électrofaible $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f responsable de l'amélioration observée dans le canal $h \rightarrow \gamma\gamma$, contribuent également à la modification dans le mode $h \rightarrow Z\gamma$.

sont décrit par le Lagrangien suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & - \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s}}{(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} (H^\dagger H) (\mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s) - \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_f}}{(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{d_{\mathcal{U}_f}-1}} (H^\dagger H) (\bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f) \\ & + (D_\mu \mathcal{U}_s)^\dagger (D^\mu \mathcal{U}_s) + \bar{\mathcal{U}}_f \not{D} \mathcal{U}_f, \end{aligned} \quad (6.96)$$

où T^a sont les générateurs de $SU(2)_L$ et la dérivée covariante impliquant les champs de jauge γ et Z est définie comme :

$$D_\mu = \partial_\mu + ieQ_{\mathcal{U}} A_\mu + ieg_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} Z_\mu, \quad (6.97)$$

où $g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} = (T_3 - Q_{\mathcal{U}} s_W^2)/(s_W c_W)$ est le couplage du bozon Z avec les champs unparticules et $s_W = \sin \theta_W$ et $c_W = \cos \theta_W$ (θ_W étant l'angle de mélange de Weinberg).

En suivant les mêmes démarches de la section 6.3.1 et la section 6.3.2, l'utilisation de la paramétrisation de Feynman et les identités en couche suivantes :

$$k_1^2 = 0, \quad k_2^2 = m_Z^2, \quad q = (k_1 + k_2)^2 = m_h^2, \quad k_1 \cdot \epsilon^{A^*}(k_1) = k_2 \cdot \epsilon^{Z^*}(k_2) = 0. \quad (6.98)$$

et avec l'aide de la régularisation dimensionnelle, l'amplitude totale invariante de jauge correspondant aux diagrammes de Feynman représentés sur la Fig. (6.5) est donnée par :

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= \frac{\alpha_{em}}{2\pi v} Q_{\mathcal{U}} g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} \frac{g_{h\mathcal{U}\mathcal{U}}}{(\mu_i^2)^{2-d_{\mathcal{U}}}} A_{\mathcal{U}}^{Z\gamma}(d_{\mathcal{U}}, \tau_{\mathcal{U}}, \lambda_{\mathcal{U}}) \\ &\times (k_1^\nu k_2^\mu - k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu}) \epsilon_\mu^{A^*}(k_1) \epsilon_\nu^{Z^*}(k_2), \end{aligned} \quad (6.99)$$

où $g_{h\mathcal{U}\mathcal{U}} = \lambda_{H\mathcal{U}}/(\Lambda_{\mathcal{U}}^2)^{d_{\mathcal{U}}-1}$ et $A_{\mathcal{U}}^{Z\gamma}$ est la fonction boucle Higgs-Z-photon qui, dans le cas de spin-0, a la forme suivante :

$$\begin{aligned} A_{\mathcal{U}_s}^{Z\gamma}(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s}, \lambda_{\mathcal{U}_s}) &= 2(2 - d_{\mathcal{U}_s}) \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{\sin(\pi d_{\mathcal{U}_s})} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz \\ &\times \frac{4yz(1-y-z)^{1-d_{\mathcal{U}_s}}}{[1 - 4\tau_{\mathcal{U}_s} yz - \lambda_{\mathcal{U}_s} y(1-y)]^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}, \end{aligned} \quad (6.100)$$

et dans le cas de spin-1/2 prend la forme :

$$\begin{aligned} A_{\mathcal{U}_f}^{Z\gamma}(d_{\mathcal{U}_f}, \tau_{\mathcal{U}_f}, \lambda_{\mathcal{U}_f}) &= 2 \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{\cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})} \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz (1-y-z)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}} \\ &\times \frac{4(2-d_{\mathcal{U}_f})^2(1-4yz) + (3/2-d_{\mathcal{U}_f})4yz}{[1 - 4\tau_{\mathcal{U}_f} yz - 4\lambda_{\mathcal{U}_f} y(1-y)]^{5/2-d_{\mathcal{U}_f}}}, \end{aligned} \quad (6.101)$$

avec $\tau_{\mathcal{U}_i} = m_h^2/4\mu_i^2$ et $\lambda_{\mathcal{U}_i} = m_Z^2/4\mu_i^2$ où l'indice $i = s, f$ fait référence aux états scalaire et fermionique.

Les formules standards pour les taux d'amélioration dans les modes $h\gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$ sont :

$$R_{\gamma\gamma} \equiv \frac{\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow \gamma\gamma)} = \left| 1 - \left(\sum_{T_3} Q_{\mathcal{U}_i}^2 \right) \frac{g_{h\mathcal{U}\mathcal{U}} v}{2(\mu^2)^{2-d_{\mathcal{U}}}} \frac{A_{\mathcal{U}}^{\gamma\gamma}}{\mathcal{A}_{MS}^{\gamma\gamma}} \right|^2, \quad (6.102)$$

et

$$R_{Z\gamma} \equiv \frac{\Gamma(h \rightarrow Z\gamma)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow Z\gamma)} = \left| 1 - \left(2 \sum_{T_3} Q_{U_i} g_{ZU_i} \right) \frac{g_{hUU} v}{(\mu^2)^{2-d_U}} \frac{A_U^{Z\gamma}}{A_{MS}^{Z\gamma}} \right|^2, \quad (6.103)$$

avec

$$A_{SM}^{Z\gamma} = \cot \theta_W A_1^{Z\gamma}(\tau_W, \lambda_W) + \frac{N_c(2Q_t)(T_3^t - 2Q_t s_W^2)}{s_W c_W} A_{1/2}^{Z\gamma}(\tau_t, \lambda_t), \quad (6.104)$$

où les fonctions de boucle $A_i^{Z\gamma}(x)$ sont définis dans l'annexe E. La sommation est faite sur les différentes composantes de l'isospin dans les multiplets de $SU(2)_L$ donnés. Dans les formules ci-dessus, le couplage du boson Z avec les états scalaires \mathcal{U}_s est de la forme :

$$g_{Z\mathcal{U}_s\mathcal{U}_s} = \frac{1}{s_W c_W} (T_3 - Q_{\mathcal{U}_s} s_W^2), \quad (6.105)$$

et dans le cas fermionique, nous considérons le couplage du boson Z avec les états gauchier et droitier de \mathcal{U}_f :

$$g_{Z\mathcal{U}_f\mathcal{U}_f} = g_{Z\mathcal{U}_f^L\mathcal{U}_f^L} + g_{Z\mathcal{U}_f^R\mathcal{U}_f^R}, \quad (6.106)$$

avec

$$g_{Z\mathcal{U}_f^L\mathcal{U}_f^L} = \frac{1}{s_W c_W} (T_3^L - Q_{\mathcal{U}_f} s_W^2), \quad (6.107)$$

$$g_{Z\mathcal{U}_f^R\mathcal{U}_f^R} = \frac{1}{s_W c_W} (T_3^R - Q_{\mathcal{U}_f} s_W^2), \quad (6.108)$$

où T_3^L et T_3^R sont les charges d'isospin faibles des états \mathcal{U}_f^L et \mathcal{U}_f^R , gauchier et droitier, respectivement.

6.5.1 Cas où les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f sont des singulets/doublets

Nous considérons ici le simple scénario où les états unparticles \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f sont des singulets/doublets du groupe de jauge $SU(2)_L$, avec le choix $Q_{\mathcal{U}_s} = Q_{\mathcal{U}_f} = 1$ correspondant à $(T_3, Y) \rightarrow (0, 2)$ et $(1/2, 1)$ respectivement¹³. Alors :

$$\text{Singulet : } g_{Z\mathcal{U}_s\mathcal{U}_s}^{(1)} = -\frac{s_W}{c_W}, \quad g_{Z\mathcal{U}_f^L\mathcal{U}_f^L}^{(1)} = g_{Z\mathcal{U}_f^R\mathcal{U}_f^R}^{(1)} = -\frac{s_W}{c_W}, \quad (6.109)$$

$$\text{Doublet : } g_{Z\mathcal{U}_s\mathcal{U}_s}^{(2)} = \frac{1/2 - s_W^2}{s_W c_W}, \quad g_{Z\mathcal{U}_f^L\mathcal{U}_f^L}^{(2)} = g_{Z\mathcal{U}_f^R\mathcal{U}_f^R}^{(2)} = \frac{1/2 - s_W^2}{s_W c_W}, \quad (6.110)$$

A noter que, dans les deux cas singulet/doublet, les déviations dans le mode $\gamma\gamma$ devraient être les mêmes, puisque seule les particules chargées électriquement qui circulent dans les boucles. Toutefois, en raison des différentes représentations d'isospin, les déviations dans le mode $Z\gamma$ sont distinctes.

13. Nous avons utilisé la relation $Q = T_3 + Y/2$.

Contrairement à $R_{\gamma\gamma}$, $R_{Z\gamma}$ dépend à la fois du signe de $Q_{\mathcal{U}}g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}}$ et $\lambda_{H\mathcal{U}}$ où $Q_{\mathcal{U}}g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} < 0$ dans le cas ($T=0, Y=2$) et $Q_{\mathcal{U}}g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} > 0$ pour ($T=1/2, Y=1$). Ici, nous nous intéressons au cas où le couplage Higgs-unparticle $\lambda_{H\mathcal{U}}$ correspondant à une amélioration constructive dans le mode $\gamma\gamma$. Par conséquent, pour une contribution scalaire constructive dans $\gamma\gamma$ où $\lambda_{H\mathcal{U}_s} < 0$, étant donné que les fonctions boucles $A_{\mathcal{U}_s}^{Z\gamma}$ et $\mathcal{A}_{MS}^{Z\gamma}$ sont de signe opposé ($A_{\mathcal{U}_s}^{Z\gamma} < 0$ et $\mathcal{A}_{MS}^{Z\gamma} > 0$), la quantité $\lambda_{H\mathcal{U}_s}A_{\mathcal{U}_s}^{Z\gamma}/\mathcal{A}_{MS}^{Z\gamma} > 0$. Concernant la contribution fermionique, la situation est un peu délicate du fait que le signe de la fonction boucle fermionique $A_{\mathcal{U}_f}^{Z\gamma}$ dépend toujours de la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_f}$, alors que dans le MS nous avons $\mathcal{A}_{MS}^{Z\gamma} > 0$. Cependant, comme nous nous intéressons au cas où $\lambda_{H\mathcal{U}_f}$ correspondant à une amélioration dans le mode $\gamma\gamma$ exigeant que $\lambda_{H\mathcal{U}_f}A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma} > 0$, cela entraîne que¹⁴ $\lambda_{H\mathcal{U}_f}A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma} > 0$, et par conséquent $\lambda_{H\mathcal{U}_f}A_{\mathcal{U}_f}^{Z\gamma}/\mathcal{A}_{MS}^{Z\gamma} > 0$. Ainsi, dans les deux cas scalaire et fermionique, $R_{Z\gamma}$ dépend uniquement du signe de $Q_{\mathcal{U}}g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}}$. On arrive ainsi au résultat final qui établit qu'une amélioration dans le mode $Z\gamma$ nécessite $Q_{\mathcal{U}}g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} < 0$ correspondant aux états \mathcal{U} singulets de $SU(2)_L$, alors qu'une suppression dans $Z\gamma$ nécessite $Q_{\mathcal{U}}g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} > 0$ correspondant aux états \mathcal{U} doublets de $SU(2)_L$. Ou d'une manière équivalente, les contributions des unparticles aux modes $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$ sont positivement corrélées dans le cas où les états \mathcal{U} sont des singulets de $SU(2)_L$ et négativement corrélées dans le cas où les états \mathcal{U} sont des doublets de $SU(2)_L$.

Dans les Figs. (6.11-6.12) et (6.13-6.14), nous montrons les taux de déviation $R_{Z\gamma}$ et $R_{\gamma\gamma}$ par les états \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f dans les deux cas singulets et doublets de $SU(2)_L$ où les nombres quantiques (T, Y) prennent les valeurs suivantes (0, 2) et (1/2, 1) respectivement. Sur ces figures, on observe exactement la même forme de lignes, mais elles sont légèrement décalées vers le haut ou vers le bas suivant la nature des multiplets.

6.5.2 Cas général

Dans cette section, nous n'allons pas refaire la même étude comme précédemment, nous allons voir seulement comment la corrélation entre les modes de désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$ permet de déterminer la nature des multiplets \mathcal{U} .

Les cas singulet et doublet que nous venons de traité sont en fait deux cas simples d'un cas plus général. Nous avons vu que le comportement constructive ou destructive dans le canal $Z\gamma$ dépend du signe de $Q_{\mathcal{U}} \cdot g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}}$ qui, à son tour, dépend de la structure des multiplets \mathcal{U} , c'est-à-dire des nombres quantiques T et Y . L'expression du facteur $Q_{\mathcal{U}} \cdot g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}}$ dans un multiplet général est de la forme :

$$\begin{aligned} Q_{\mathcal{U}} \cdot g_{Z\mathcal{U}\mathcal{U}} &= \frac{1}{s_W c_W} \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \left(T_3 - Q_{\mathcal{U}} s_W^2 \right) \\ &= \frac{1}{s_W c_W} \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \left(T_3 c_W^2 - \frac{Y}{2} s_W^2 \right). \end{aligned} \quad (6.111)$$

14. Les signes de $A_{\mathcal{U}_f}^{\gamma\gamma}$ et $A_{\mathcal{U}_f}^{Z\gamma}$ ont la même dépendance en la dimension d'échelle $d_{\mathcal{U}_f}$.

La produit $Q_U \cdot g_{ZUU}$ ci-dessus, de par sa forme, indique que lorsque l'isospin T du multiplet U est plus grand que son hypercharge Y , on trouve $Q_U \cdot g_{ZUU} > 0$, ce qui conduit à une suppression dans $Z\gamma$. En revanche, pour des multiplets U avec $Y \gg T$, nous obtenons $Q_U \cdot g_{ZUU} > 0$, ce qui implique un comportement amélioratif dans le canal $Z\gamma$ par rapport à la prédiction du MS.

La meilleur façon d'utiliser l'analyse combinée des modes $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ pour étudier la nature des multiplets U est l'utilisation du rapport suivant [121] :

$$\begin{aligned} R &= \frac{\sqrt{R_{Z\gamma}} - 1}{\sqrt{R_{\gamma\gamma}} - 1} = 4 \frac{\mathcal{A}_{SM}^{\gamma\gamma} A_U^{Z\gamma} \sum_{T_3} Q_{U^i} \cdot g_{ZUU}}{\mathcal{A}_{SM}^{Z\gamma} A_U^{\gamma\gamma} \sum_{T_3} Q_{U^i}^2} \\ &= 2.71 \frac{A_U^{Z\gamma} 4T(T+1)c_W^2 - 3Y^2 s_W^2}{A_U^{\gamma\gamma} 4T(T+1) + 3Y^2}, \end{aligned} \quad (6.112)$$

où les charges T et Y prennent des valeurs arbitraires. On constate qu'avec la forme ci-dessus, $R_{Z\gamma}$ devient indépendant du couplage Higgs-unparticles λ_{HU} . Dans la Fig. (6.6), on montre le rapport $A_U^{Z\gamma}/A_U^{\gamma\gamma}$ qui figure dans l'Eq. (6.112), correspondant aux cas scalaire et fermionique pour $d_{U_s} = 1.01$ et $d_{U_f} = 1.501$ respectivement, en fonction de l'échelle μ . La Fig. (6.6) montre que dans les deux cas, la quantité $A_U^{Z\gamma}/A_U^{\gamma\gamma}$ est numériquement stable pour $\mu > 300$ GeV. Ainsi, pour $\mu > 300$ GeV l'Eq. (6.112) fournit une caractéristique remarquable à savoir que $R_{Z\gamma}$ ne dépend que des nombres quantiques de $SU(2)_L$ affectés aux multiplets U_s et U_f pour une certaine valeur donnée de $R_{\gamma\gamma}$ dans le canal de $\gamma\gamma$ [121]. Dans un tel régime nous avons :

$$\text{Spin-0 : } R = 5.42 \frac{4T(T+1)c_W^2 - 3Y^2 s_W^2}{4T(T+1) + 3Y^2}, \quad (6.113)$$

$$\text{Spin-1/2 : } R = 2.71 \frac{4T(T+1)c_W^2 - 3Y^2 s_W^2}{4T(T+1) + 3Y^2}, \quad (6.114)$$

A titre d'illustration, nous montrons dans la Fig. (6.15) le comportement quantitatif des contours de $R_{Z\gamma}$ en termes des nombres quantiques généraux Y et T du groupe de jauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, affectés aux multiplets U_s et U_f , avec la valeur fixe mesurée par ATLAS de $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ pour $d_{U_s} = 1.01$, $d_{U_f} = 1.501$ et $\mu = 300$ GeV. Les valeurs de T sont prises dans l'intervalle $[0; 7/5]$ en raison de la perturbativité de la théorie¹⁵. La Fig. (6.15) montre que pour une valeur fixe de l'hypercharge Y , $R_{Z\gamma}$ augmente à mesure que les valeurs de l'isospin T augmentent. De même, pour une valeur fixe de l'isospin T , $R_{Z\gamma}$ diminue avec la croissance de l'hypercharge Y . Ainsi, les mesures simultanées des largeurs de désintégration dans les canaux $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ au LHC devraient fournir de précieuses informations sur les charges de l'isospin faible et les charges électriques des unparticles circulant dans les boucles.

15. A noter que les grandes valeurs de T peuvent conduire à la violation de la perturbativité de la théorie. L'évolution des constantes de couplage de $SU(2)_L$ ont permis d'établir une condition sur T , à savoir $2T + 1 \leq 8$, afin de préserver la naturalité de la théorie [122].

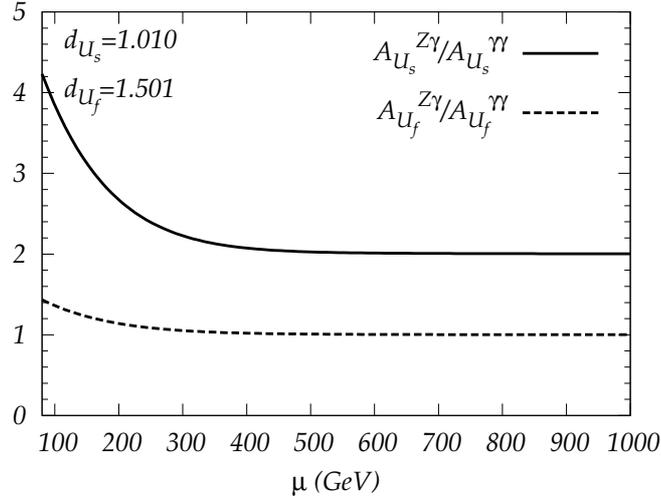


FIGURE 6.6 – Rapports des fonctions boucle $A_{U_s}^{Z\gamma}/A_{U_s}^{\gamma\gamma}$ dans le cas scalaire et fermionique pour $d_{U_s} = 1.01$ et $d_{U_f} = 1.501$ respectivement.

6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les modes de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$ induit par des boucles des unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2. En utilisant les formes asymptotiques des fonctions vertexes avec la procédure de la régularisation dimensionnelle, les expressions générales des amplitudes correspondantes à une boucles se réduisent ainsi à des intégrales plus faciles à gérer. Avec la procédure de soustraction de Dyson, nous avons pu montrer que ces amplitudes sont invariantes de jauge. Les fonctions boucle que nous avons obtenus en réalité reproduisent le cas bien connu des champs de matière de spin-0 et spin-1/2 dans la limite du MS, c'est-à-dire $d_{U_s} \rightarrow 1$ et $d_{U_f} \rightarrow 3/2$ respectivement.

Nous avons montré d'abord que les contributions en boucle des unparticles singulets de $SU(2)_L$ ont un impact important sur la phénoménologie du boson de Higgs au LHC et peuvent expliquer l'excès observé dans le mode $h \rightarrow \gamma\gamma$ auprès de l'expérience ATLAS. Dans le cas des unparticles de spin-0, une amélioration dans $h \rightarrow \gamma\gamma$ nécessite un couplage négatif λ_{HU_s} , alors que dans le cas des unparticles de spin-1/2, une amélioration peut être obtenue soit par un couplage λ_{HU_f} négatif ou positif en fonction de la dimension d'échelle d_{U_f} , en raison du changement du signe dans la fonction boucle fermionique A_{U_f} .

Nous avons ensuite révisé une analyse combinée des $h \rightarrow Z\gamma$ et $\gamma\gamma$ dans le cas où les états unparticles portent des nombres quantiques d'isospin faible (T) et d'hypercharge (Y) du MS. En raison de la symétrie de jauge du MS, ces nouveaux états devraient déplacer le taux de désintégration $h \rightarrow Z\gamma$. Nous avons montré que la mesure simultanée des largeurs de désintégration dans les canaux précédents permet de fournir des informations sur la nature de ces nouveaux états.

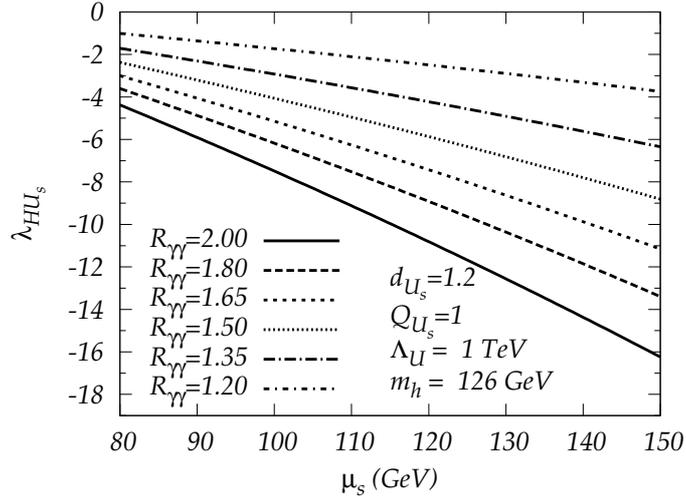
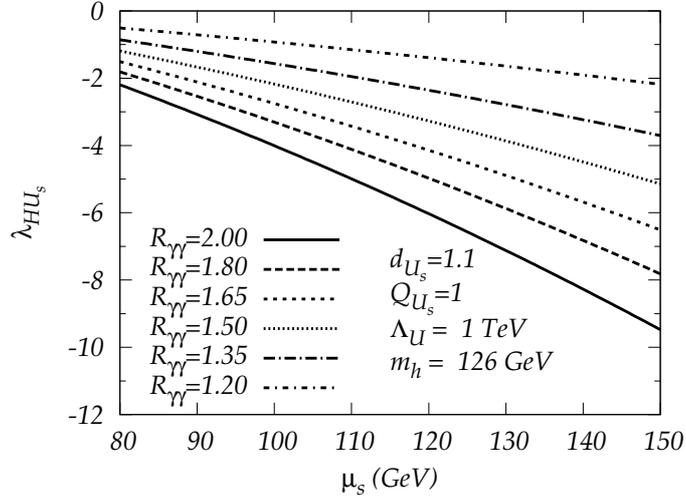
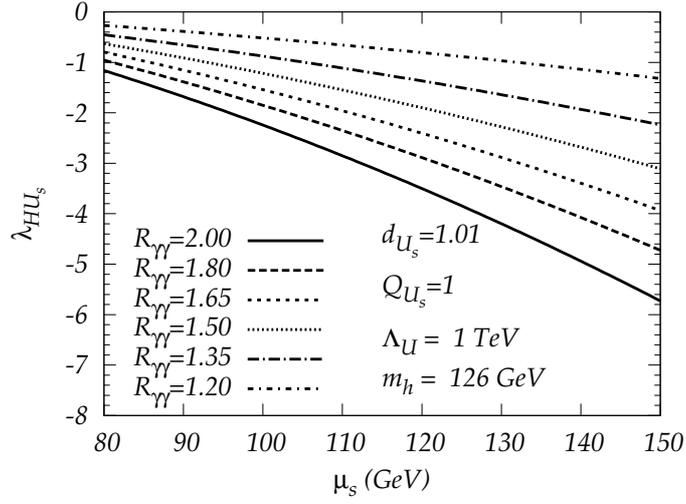


FIGURE 6.7 – Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_s et λ_{HU_s} pour $\Lambda_U = 1 \text{ TeV}$, $Q_{U_s} = 1$ et $d_{U_s} = 1.01, 1.1, 1.2$.

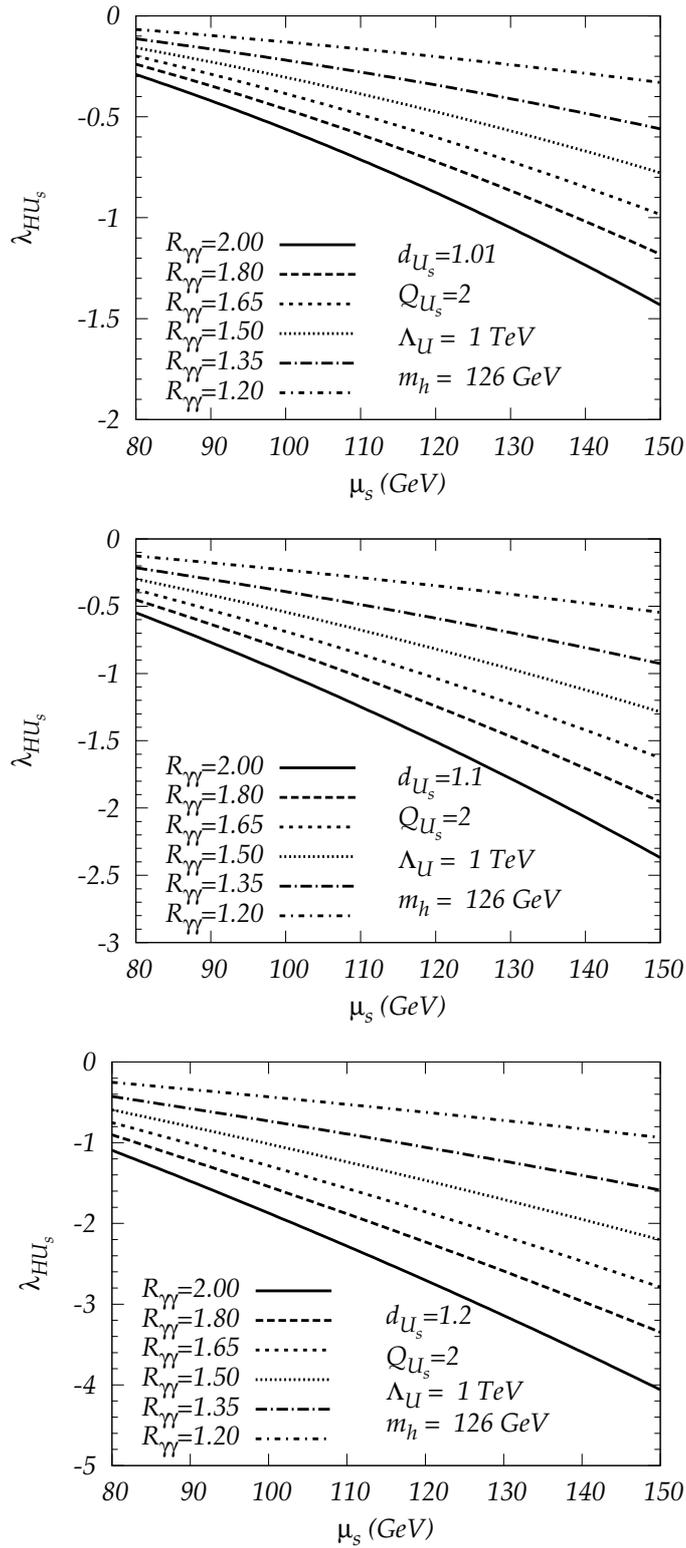


FIGURE 6.8 – Les contours pour différentes valeurs du facteur d’amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_s et λ_{HU_s} pour $\Lambda_U = 1 \text{ TeV}$, $Q_{U_s} = 2$ et $d_{U_s} = 1.01, 1.1, 1.2$.

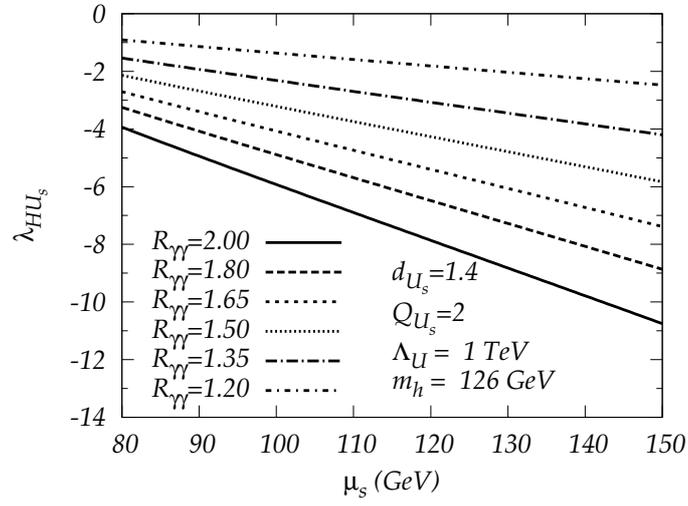
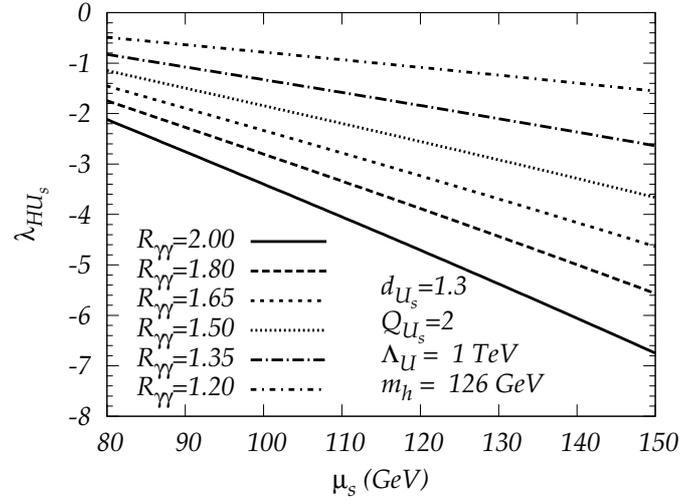


FIGURE 6.9 – Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_s et λ_{HU_s} pour $\Lambda_U = 1 \text{ TeV}$, $Q_{U_s} = 2$ et $d_{U_s} = 1.3, 1.4$.

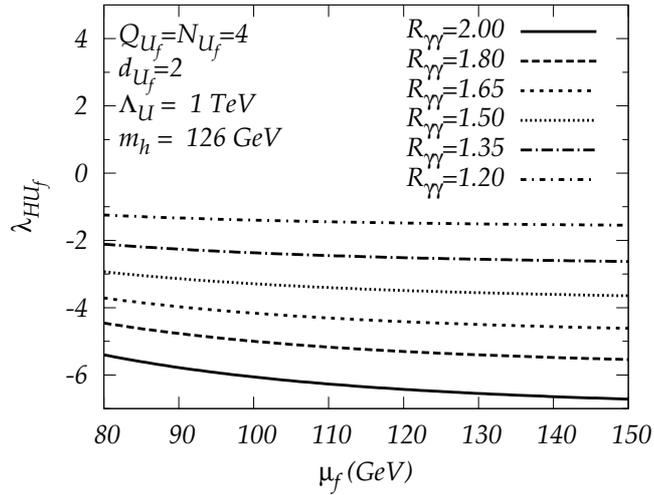
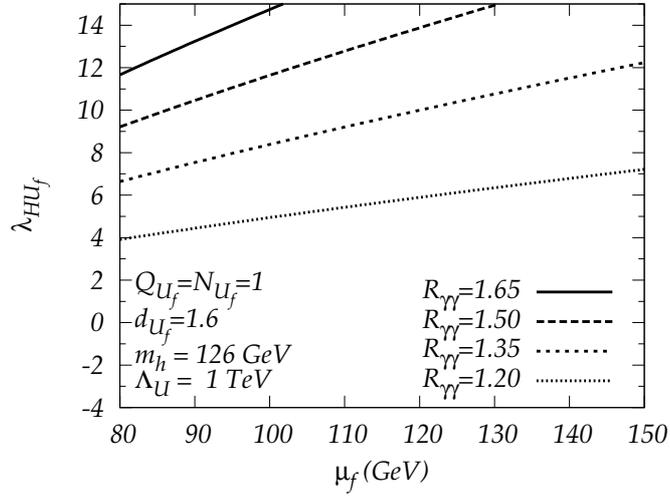
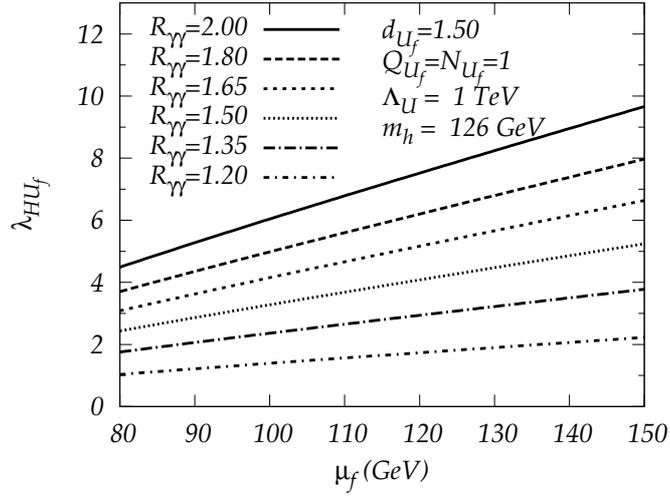


FIGURE 6.10 – Les contours pour différentes valeurs du facteur d'amélioration $R_{\gamma\gamma}$ dans le cas des unparticles de spin-0 en fonction de μ_f et λ_{HU_s} pour $\Lambda_U = 1$ TeV, $Q_{U_f} = N_{U_f} = 1$ pour $d_{U_f} = 1.5, 1.6$ et $Q_{U_f} = N_{U_f} = 4$ pour $d_{U_f} = 2$.

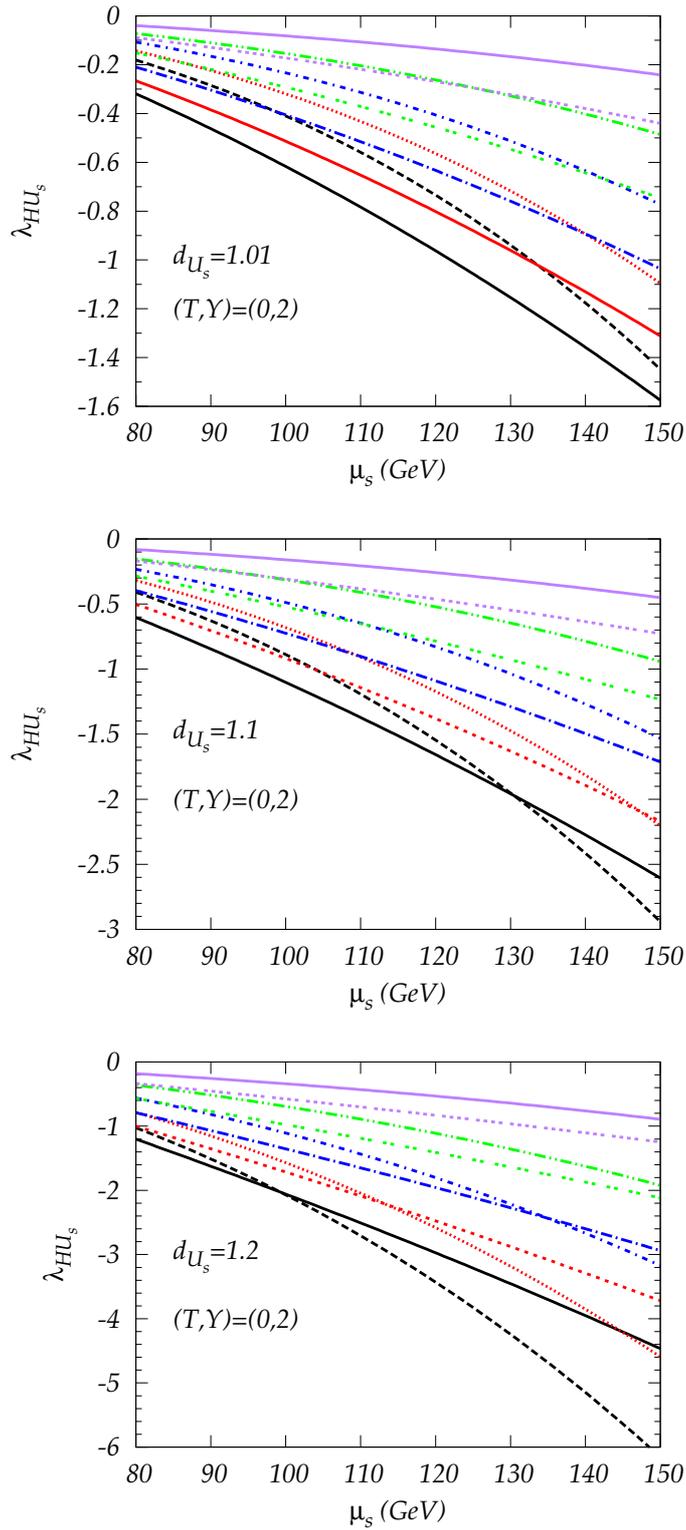


FIGURE 6.11 – Les contours pour différentes valeurs des facteurs d’améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_s - \lambda_{HU_s}$ pour le cas des états \mathcal{U}_s singlet de $SU(2)_L$ ($T=0, Y=2$), correspondant aux valeurs de $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$. Les courbes de même couleur du bas en haut, correspondent aux valeurs de $R_{Z\gamma} = R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ des modes $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ respectivement.

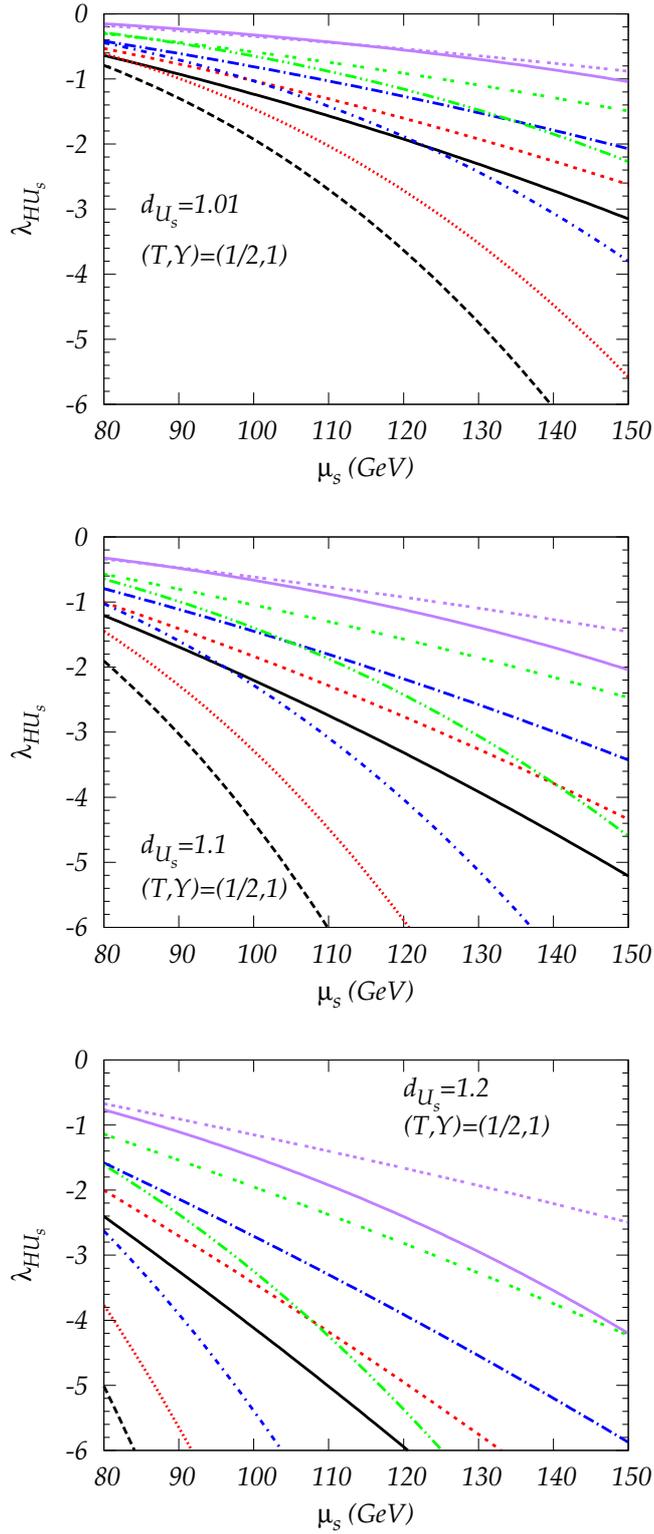


FIGURE 6.12 – Les contours pour différentes valeurs des facteurs d’améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_s - \lambda_{HU_s}$ pour le cas des états \mathcal{U}_s doublet de $SU(2)_L$ ($T=1/2, Y=1$), correspondant aux valeurs de $d_{\mathcal{U}_s} = 1.01, 1.1, 1.2$. Les courbes de même couleur du bas en haut, correspondent aux valeurs de $R_{Z\gamma} = 0.35, 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ et $R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ des modes $Z\gamma$ et $\gamma\gamma$ respectivement

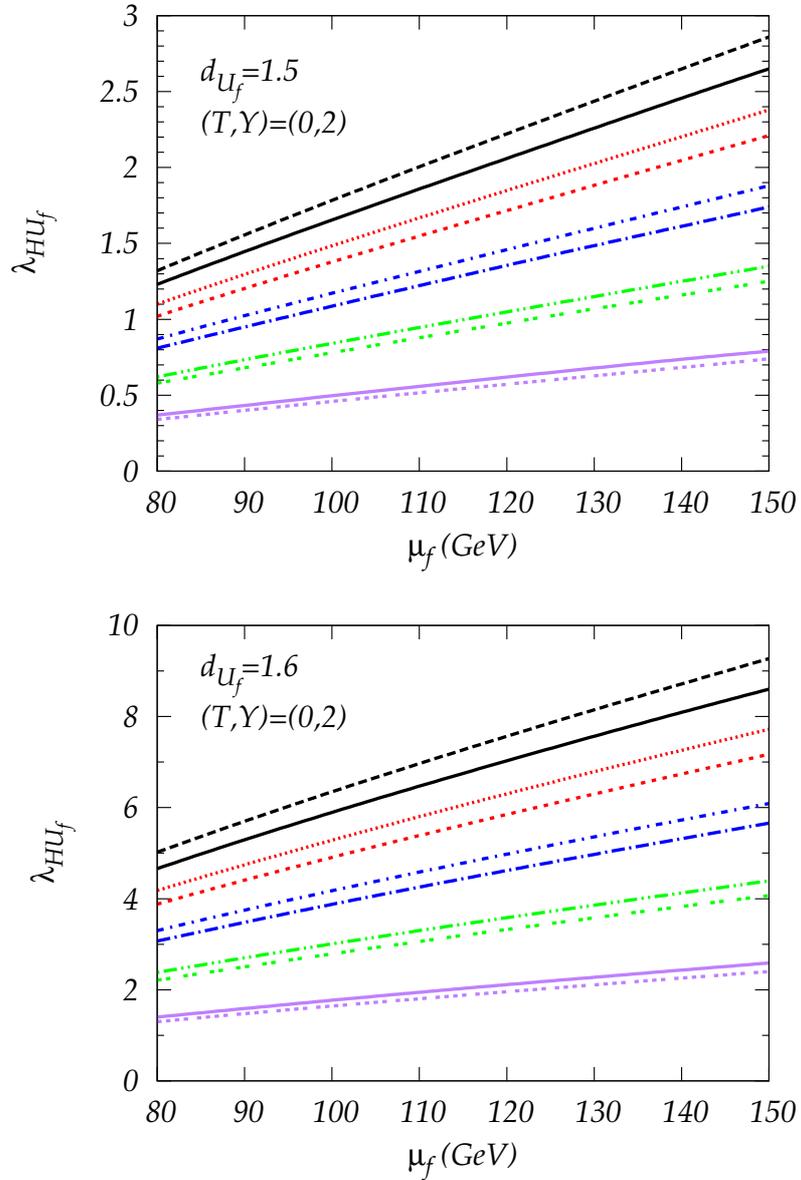


FIGURE 6.13 – Les contours pour différentes valeurs des facteurs d'améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_f - \lambda_{HU_f}$ pour le cas des états \mathcal{U}_f singulet de $SU(2)_L$ ($T=0, Y=2$), correspondant aux valeurs de $d_{U_f} = 1.501, 1.6$. Les courbes de même couleur du haut en bas, correspondent aux valeurs de $R_{Z\gamma} = R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ des modes $Z\gamma$ et $\gamma\gamma$ respectivement.

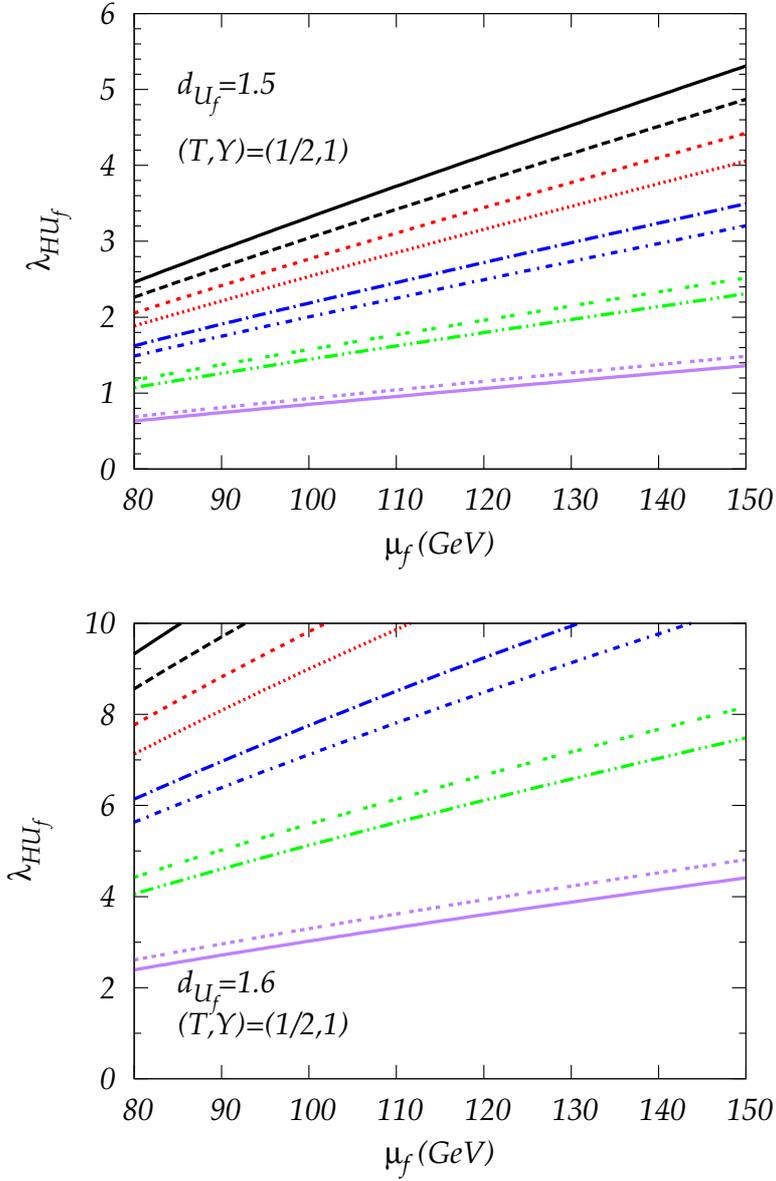


FIGURE 6.14 – Les contours pour différentes valeurs des facteurs d’améliorations $R_{\gamma\gamma}$ et $R_{Z\gamma}$ dans le plan $\mu_f - \lambda_{HU_f}$ pour le cas des états U_f doublet de $SU(2)_L$ ($T=1/2, Y=1$), correspondant aux valeurs de $d_{U_f} = 1.5, 1.6$. Les courbes de même couleur du haut en bas, correspondent aux valeurs de $R_{\gamma\gamma} = 1.8, 1.65, 1.5, 1.35, 1.2$ et $R_{Z\gamma} = 0.35, 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ des modes $\gamma\gamma$ et $Z\gamma$ respectivement.

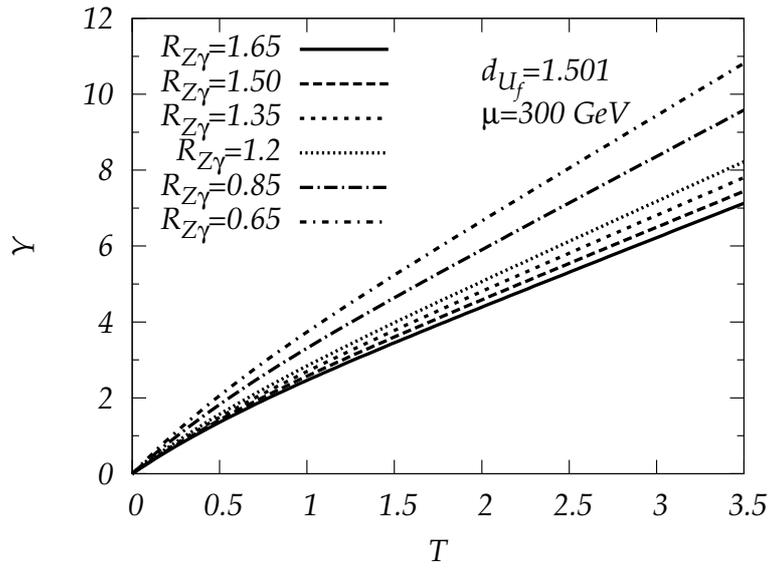
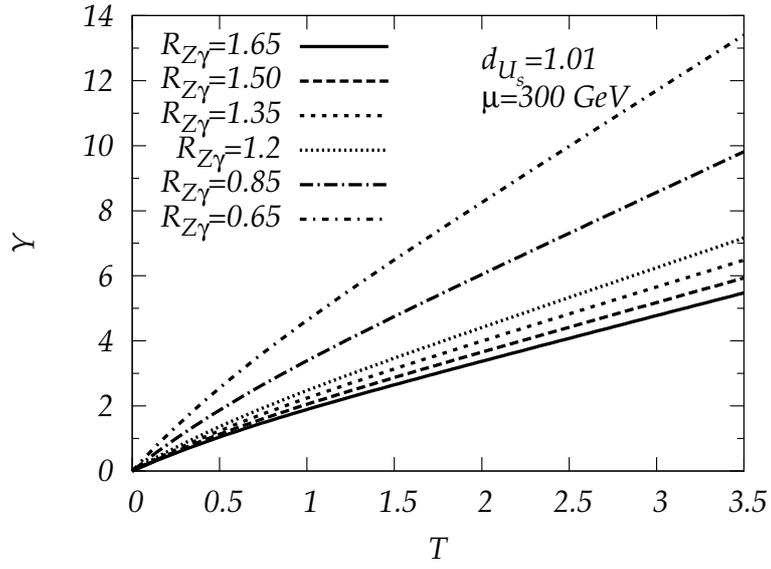


FIGURE 6.15 – Facteur d’amélioration $R_{Z\gamma}$ dans le plan T-Y pour $R_{\gamma\gamma} = 1.65$, $d_{U_s} = 1.01$, $d_{U_f} = 1.5$ et à $\mu = 300 \text{ GeV}$.

Quatrième partie
Conclusion générale

Chapitre 7

Conclusion générale

Le MS décrit très précisément les données expérimentales que nous avons à ce jour. Cependant, les chances sont élevées que les signes d'une nouvelle physique apparaîtront bientôt au LHC ou ILC. Plusieurs théories au-delà du MS ont été proposées comme une alternative à une nouvelle physique à haute énergie. Cette thèse a eu pour objet de réaliser une analyse phénoménologique du modèle des unparticles et les déviations de ces prédictions par rapport à celles du MS dans le mode de production de deux paires de photons. L'origine de ces écarts est un signe évident d'une physique au-delà du MS. Le but était l'exploitation de ce modèle en tant que nouvelle physique dans sa formulation originale dans la première partie, et dans sa formulation en théorie de jauge dans la seconde partie.

Dans la première partie, nous avons étudié la potentialité des collisionneurs LHC et ILC à la recherche des manifestations de la nouvelle physique des unparticles à travers les processus $pp \rightarrow gg \rightarrow \gamma\gamma$ et $e^-e^+ \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ via les états intermédiaires des unparticles de spin-0 et spin-2. Ces processus ouvrent une porte intéressante pour toutes les interactions au niveau des arbres, puisque dans le MS, l'ordre le plus bas pour la fusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$ ou la diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ne peut avoir lieu que via des diagrammes de boîte par l'intermédiaire d'une boucle de quark, et ils constituent les bruits de fond dominants pour le canal de diphoton aux LHC et ILC. Nous avons indiqué la possibilité d'utiliser le canal diphoton dans l'état final pour signaler la présence des unparticles scalaires et tensorielles et nous avons montré que l'inclusion de ces états améliorent les sections efficaces de manière significative. Nous constatons que les effets des unparticles dépendent de leur spin et dimension d'échelle d_U , et nos résultats montrent que les unparticles scalaire peuvent jouer un rôle important dans la production de $\gamma\gamma$ au LHC. Nous constatons qu'au ILC, la diffusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ peut être un outil très utile pour les recherches de la nouvelle physique où la polarisation des faisceaux a un impact important sur les contributions des unparticles scalaires et tensorielles dans la production de $\gamma\gamma$.

Dans la seconde partie, nous avons pu établir des formes asymptotiques pour les vertexes des unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 couplés aux champs de jauge du MS. Ces approximations, par le calcul des contributions à la polarisation des champs de jauge, ont permis de reproduire les résultats établis dans la littérature,

entre autre la règle de $2 - d_{\mathcal{U}_s}$. Ces formes asymptotiques permettent également d'étudier la phénoménologie de toute théorie qui contient des couplages des champs unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 à d'autres particules du MS. En effet, par le calcul des contributions à une boucles, on peut voir que les effets des unparticles chargés peuvent augmenter ou diminuer les sections efficaces des principaux modes de production au LHC et donner lieu à de nouveaux signaux intéressants dans les détecteurs ATLAS et CMS. Ensuite, nous avons analysé l'unification des couplages du groupe $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ dans le cadre de ce modèle comme extension du MS, à l'aide de la détermination de ces couplages à l'échelle M_Z . Nous avons examiné le scénario dans lequel les nouveaux champs \mathcal{U}_s et \mathcal{U}_f appartiennent à la même représentation du groupe $SU(3)_C$ mais des singulets sous $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Cette étude, bien que préliminaire, elle a mis en évidence l'unification des trois couplages à l'échelle $\Lambda_{\text{GUT}} \simeq 3.2 \times 10^{13}$ GeV.

Enfin, motivé par la récente découverte du boson de Higgs et l'excès observé dans le mode de désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$, nous avons analysé les possibilités d'améliorer la largeur de désintégration dans ce mode via les unparticles de spin-0 et spin-1/2 chargés sous le groupe de jauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Nous avons d'abord calculer les fonctions boucle correspondantes en utilisant les formes asymptotiques pour les vertexes. Ce calcul a permis pour la première fois l'exploitation du modèle de jauge des unparticles et l'étude de la phénoménologie correspondante au LHC. Nous constatons que des variations importantes dans la largeur de désintégration Higgs-diphoton sont possibles si l'échelle de la théorie est de l'ordre de TeV. L'excès observé comme résultat d'une nouvelle physique, nous a permis de discuter les propriétés que doivent remplir les paramètre du modèle afin d'expliquer une telle amélioration. Nous avons également étudié la corrélation possible avec le mode de désintégration $h \rightarrow Z\gamma$. Nous avons trouvé qu'à une valeur donnée de la largeur de désintégration dans le canal $h \rightarrow \gamma\gamma$, la contribution au mode $h \rightarrow Z\gamma$ peut être constructive ou destructive suivant les valeurs de l'isospin et de l'hypercharge des multiplets. Par conséquent, une analyse du taux de désintégration $h \rightarrow Z\gamma$ et sa comparaison avec celle de $h \rightarrow \gamma\gamma$, pourrait révéler des propriétés de ce modèle.

Bibliographie

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961) ;
A. Salam and J. C. Ward, Phys. Lett. **13** (1964) 168 ;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967) ;
- [2] E. S. Abers and B. W. Lee, Phys. Rept. **1** (1973) 1 ;
- [3] T. P. Cheng and L. F. Li, Gauge Theory Of Elementary Particle Physics,
Oxford, Uk : Clarendon (1984) 536 P. (Oxford Science Publications) ;
J. F. Donoghue, E. Golowich and B. R. Holstein, Dynamics of the standard
model,
Cambridge Monographies on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology
2 (1992) 1.
- [4] I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey, Gauge Theories In Particle Physics, Bristol,
UK : Hilger (1989) 571p ;
F. Halzen and A. D. Martin, Quarks And Leptons : An Introductory Course In
Modern Particle Physics,
New York, Usa : Wiley (1984) 396p.
- [5] S. Weinberg, Eur. Phys. J. C **34** (2004) 5 [arXiv :hep-ph/0401010].
- [6] D. Y. Bardin and G. Passarino, The standard model in the making :
Precision study of the electroweak interactions, Oxford, UK : Clarendon (1999).
- [7] F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964) ;
P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964) ;
G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. **13**, 585
(1964).
- [8] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **726**, 88 (2013)
[arXiv :1307.1427 [hep-ex]].
- [9] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **726**, 120 (2013)
[arXiv :1307.1432 [hep-ex]].
- [10] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **110**, 081803 (2013)
[arXiv :1212.6639 [hep-ex]].
- [11] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1306**, 081 (2013)
[arXiv :1303.4571 [hep-ex]].
- [12] T. Schwetz, M. A. Tortola, J. W. F. Valle, New J. Phys. **10**, 113011 (2008).

- [13] E. Komatsu et al. [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 18 (2011).
- [14] A. D. Sakharov, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **5**, 32-35 (1967).
- [15] S. Weinberg, *Phys. Rev. D* **13**, 974 (1976), *Phys. Rev. D* **19**, 1277 (1979);
E. Gildener, *Phys. Rev. D* **14**, 1667 (1976);
L. Susskind, *Phys. Rev. D* **20**, 2619 (1979);
G. 't Hooft, in *Recent developments in gauge theories*, Proceedings of the NATO Advanced Summer Institute, Cargese 1979, (Plenum, 1980).973.
- [16] Steven Weinberg. *Implications of Dynamical Symmetry Breaking : An Addendum.*
Phys. Rev. D **19** : 1277–1280, 1979. (For original paper see *Phys. Rev. D* **13** : 974-996,1976).
- [17] Leonard Susskind. *Dynamics of Spontaneous Symmetry Breaking in the Weinberg-Salam Theory.*
Phys. Rev. D **20** : 2619–2625, 1979.
- [18] David E. Morrissey, Tilman Plehn and Tim M.P. Tait, *Physics Reports* **515** (2012) 1–113
- [19] H. Georgi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 221601 (2007). [arXiv:hep-ph/0703260](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0703260).
- [20] G. Cacciapaglia, G. Marandella and J. Terning, *JHEP* **0801**, 070 (2008)
- [21] G. Cacciapaglia, G. Marandella and J. Terning, *JHEP* **0902**, 049 (2009) [[arXiv :0804.0424](https://arxiv.org/abs/0804.0424) [hep-ph]].
- [22] J. R. Ellis, M. K. Gaillard and D. V. Nanopoulos, *Nucl. Phys.* **B 106**, 292 (1976);
B. L. Ioffe and V. A. Khoze, *Sov. J. Part. Nucl.* **9**, 50 (1978) [*Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra* **9**, 118 (1978)];
M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, M. B. Voloshin and V. I. Zakharov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **30**, 711 (1979) [*Yad. Fiz.* **30**, 1368 (1979)].
- [23] R. N. Cahn, M. S. Chanowitz and N. Fleishon, *Phys. Lett. B* **82**, 113 (1979);
L. Bergstrom and G. Hulth, *Nucl. Phys. B* **259**, 137 (1985);
J. S. Gainer, W. Y. Keung, I. Low and P. Schwaller, *Phys. Rev.* **86**, 033010 (2012).
- [24] I. Aliane, N. Mebarki and Y. Delenda, *Phys. Lett. B* **728**, 549–553 (2014).
- [25] A. Djouadi, *Phys. Rept.* **457**, 1 (2008). [[hep-ph/0503172](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0503172)].
- [26] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **13**, 974 (1976); *Phys. Rev.* **19**, 1277 (1979);
L. Susskind, *Phys. Rev.* **20**, 2619 (1979);
G. 't Hooft, *Proceedings of the NATO Advanced Summer Institute, Cargese 1979*, ed. G. 't Hooft et al. (Plenum, New York 1980).
- [27] R.V. Harlander and W.B. Kilgore, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 201801 (2002).
- [28] C. Anastasiou and K. Melnikov, *Nucl. Phys.* **B 646**, 220 (2002).
- [29] H. Arason, D. J. Castano, B. Keszthelyi, S. Mikaelian, E. J. Piard, P. Ramond and B. D. Wright, *Phys. Rev. D* **46**, 3945 (1992).

- [30] U. Aglietti, A. Belyaev, S. Berge, A. Blum, R. Bonciani, J. Cammin, M. S. Carena and S. Chivukula *et al.*, hep-ph/0612172.
- [31] C. a. D. C. a. t. T. N. P. a. H. W. Group [Tevatron New Physics Higgs Working Group and CDF and D0 Collaborations], arXiv :1207.0449 [hep-ex].
- [32] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **108**, 111803 (2012) [arXiv :1202.1414 [hep-ex]].
- [33] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **710**, 403 (2012) [arXiv :1202.1487 [hep-ex]].
- [34] J. R. Ellis, M. K. Gaillard and D. V. Nanopoulos, Nucl. Phys. **B 106**, 292 (1976); M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, M. B. Voloshin and V. I. Zakharov, Sov. J. Nucl. Phys.**30**, 711 (1979) [Yad. Fiz. **30**, 1368 (1979)]; B. A. Kniehl and M. Spira, Z. Phys. **C 69**,77 (1995).
- [35] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012) [arXiv :1207.7214 [hep-ex]].
- [36] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) [arXiv :1207.7235 [hep-ex]].
- [37] J. Goldstone. Field theories with «Superconductor» solutions. Il Nuovo Cimento (1955-1965), 19(1) :154–164, 1961.
- [38] F. Halzen and A. D. Martin. Quarks and leptons. Wiley, 1984.
- [39] N. Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. Phys. Rev. Lett. **10** (12) :531–533, 1963.
- [40] M. Kobayashi and T. Maskawa. CP-violation in the renormalizable theory of weak interaction 1973.
- [41] S. Dimopoulos, S. Raby and F. Wilczek, Phys. Rev. D **24** (1981) 1681 ; L. E. Ibanez and G. G. Ross, Phys. Lett. B **105** (1981) 439 ; M. B. Einhorn and D. R. T. Jones, Nucl. Phys. **B 196** (1982) 475 ; W. J. Marciano and G. Senjanovi, Phys. Rev. D **25** (1982) 3092.
- [42] J. Ellis, S. Kelley and D.V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **260**, 131 (1991); U. Amaldi, W. de Boer and H. Furstenau, Phys. Lett. B **260**, 447 (1991); P. Langacker and M. Luo, Phys. Rev. D **44**, 817 (1991); C. Giunti, C. W. Kim and U. W. Lee, Mod. Phys. Lett. A **6**, 1745 (1991).
- [43] H. Osborn and A. C. Petkou, Annals Phys. **231**, 311 (1994) [hep-th/9307010].
- [44] G. Mack, Commun. Math. Phys. **55**, 1 (1977).
- [45] S. Ferrara, R. Gatto and A. F. Grillo, Phys. Rev. D **9**, 3564 (1974).
- [46] B. Grinstein, K. A. Intriligator and I. Z. Rothstein, Phys. Lett. B **662**, 367 (2008). [arXiv :0801.1140 [hep-ph]].
- [47] D. Müller, Phys. Rev. D **58** (1998) 054005.
- [48] T. Banks and A. Zaks, Nucl. Phys. **B196**, 189 (1982).

- [49] G. Källén, *Helv. Phys. Acta.* **25**, 417 (1952) ;
H. Lehmann, *Nuovo Cim.* **11** 342 (1954).
- [50] K. Cheung, W. -Y. Keung and T. -C. Yuan, *Phys. Rev. D* **76**, 055003 (2007).
[arXiv :0706.3155 [hep-ph]].
- [51] H. Georgi, *Phys. Lett. B* **650**, 275 (2007) [arXiv :0704.2457 [hep-ph]].
- [52] K. Cheung, W. -Y. Keung and T. -C. Yuan, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 051803 (2007)
[arXiv :0704.2588 [hep-ph]].
- [53] B. Grinstein, K. A. Intriligator and I. Z. Rothstein, *Phys. Lett. B* **662**, 367
(2008) [arXiv :0801.1140 [hep-ph]].
- [54] M. Luo and G. Zhu, *Phys. Lett. B* **659**, 341 (2008) [arXiv :0704.3532 [hep-ph]].
- [55] G. -J. Ding and M. -L. Yan, *Phys. Rev. D* **76**, 075005 (2007) [arXiv :0705.0794
[hep-ph]].
- [56] C. -H. Chen and C. -Q. Geng, *Phys. Rev. D* **76**, 115003 (2007) [arXiv :0705.0689
[hep-ph]].
- [57] Y. Liao, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 056006 [arXiv :0705.0837 [hep-ph]].
- [58] M. A. Stephanov, *Phys. Rev. D* **76**, 035008 (2007) [arXiv :0705.3049 [hep-ph]].
- [59] H. Davoudiasl, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 141301 (2007) [arXiv :0705.3636 [hep-ph]].
- [60] T. M. Aliev, A. Bekmezci and M. Savci, *Phys. Rev. D* **78**, 057701 (2008)
[arXiv :0805.1150 [hep-ph]].
- [61] M. C. Kumar, P. Mathews, V. Ravindran and A. Tripathi, *Nucl. Phys. B* **818**,
28 (2009) [arXiv :0902.4894 [hep-ph]].
- [62] E.L. Berger, E. Braaten, R.D. Field, *Nucl. Phys. B* **239** (1984) 52 ;
P. Aurenche, A. Douiri, R. Baier, M. Fontannaz, D. Schiff, *Z. Phys. C* **29** (1985)
459 ;
B. Bailey, J.F. Owens, J. Ohnemus, *Phys. Rev. D* **46** (1992) 2018 ;
B. Bailey, J.F. Owens, *Phys. Rev. D* **47** (1993) 2735 ;
B. Bailey, D. Graudenz, *Phys. Rev. D* **49** (1994) 1486, arXiv :hep-ph/9307368 ;
C. Balazs, E.L. Berger, S. Mrenna, C.-P. Yuan, *Phys. Rev. D* **57** (1998) 6934,
arXiv :hep-ph/9712471 ;
C. Balazs, C.-P. Yuan, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 114007, arXiv :hep-ph/9810319 ;
C. Balazs, C.-P. Yuan, *Phys. Rev. D* **63** (1999) 059902, Erratum ;
T. Binoth, J.P. Guillet, E. Pilon, M. Werlen, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 114016,
arXiv :hep-ph/0012191 ;
T. Binoth, arXiv :hep-ph/0005194 ;
T. Binoth, J.P. Guillet, E. Pilon, M. Werlen, *Eur. Phys. J. C* **16** (2000) 311,
arXiv :hep-ph/9911340.
- [63] O.J.P. Eboli, T. Han, M.B. Magro, P.G. Mercadante, *Phys. Rev. D* **61** (2000)
094007, arXiv :hep-ph/9908358 ;
K.m. Cheung, G.L. Landsberg, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 076003, arXiv :hep-
ph/9909218 ;

- M. Luo, L. Wang, G. Zhu, Phys. Lett. B **672** (2009) 65, arXiv :0812.0866 [hep-ph];
M.C. Kumar, P. Mathews, V. Ravindran, A. Tripathi, Phys. Lett. B **672** (2009) 45, arXiv :0811.1670 [hep-ph].
- [64] C. -F. Chang, K. Cheung and T. -C. Yuan, Phys. Lett. B **664**, 291 (2008) [arXiv :0801.2843 [hep-ph]].
- [65] M. C. Kumar, P. Mathews, V. Ravindran and A. Tripathi, Phys. Rev. D **77**, 055013 (2008) [arXiv :0709.2478 [hep-ph]].
- [66] M. C. Kumar, P. Mathews, V. Ravindran and A. Tripathi, Phys. Rev. D **79**, 075012 (2009) [arXiv :0804.4054 [hep-ph]].
- [67] O. Cakir and K. O. Ozansoy, Eur. Phys. J. C **56**, 279 (2008) [arXiv :0712.3814 [hep-ph]].
- [68] G. Jikia and A. Tkabladze, Phys. Lett. B **323**, 453 (1994) [hep-ph/9312228].
- [69] G. J. Gounaris, P. I. Porfyriadis and F. M. Renard, Eur. Phys. J. C **9**, 673 (1999) [hep-ph/9902230].
- [70] K. -m. Cheung, Phys. Rev. D **61**, 015005 (2000) [hep-ph/9904266].
- [71] H. Davoudiasl, Phys. Rev. D **60**, 084022 (1999) [hep-ph/9904425].
- [72] J. L. Hewett, F. J. Petriello and T. G. Rizzo, Phys. Rev. D **64**, 075012 (2001) [hep-ph/0010354].
- [73] E. Accomando *et al.* [CLIC Physics Working Group Collaboration], hep-ph/0412251.
- [74] T. Kikuchi, N. Okada and M. Takeuchi, Phys. Rev. D **77**, 094012 (2008) [arXiv :0801.0018 [hep-ph]].
- [75] R.K. Ellis, I. Hinchliffe, M. Soldate and J.J. van der Bij, Nucl. Phys. B **297**, 221 (1988).
- [76] E.L. Berger, E. Braaten and R.D. Field, Nucl. Phys. B **239**, 52 (1984);
P. Aurenche, A. Douiri, R. Baier, M. Fontannaz and D. Schiff, Z. Phys. C **29**, 459 (1985);
B. Bailey, J.F. Owens and J. Ohnemus, Phys. Rev. D **46**, 2018 (1992);
B. Bailey and J.F. Owens, Phys. Rev. D **47**, 2735 (1993);
B. Bailey and D. Graudenz, Phys. Rev. D **49**, 1486 (1994) [arXiv :hep-ph/9307368];
C. Balazs, E.L. Berger, S. Mrenna and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **57**, 6934 (1998) [arXiv :hep-ph/9712471];
C. Balazs and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **59**, 114007 (1999) [Erratum-ibid. D **63**, 059902 (1999)] [arXiv :hep-ph/9810319];
T. Binoth, J.P. Guillet, E. Pilon and M. Werlen, Phys. Rev. D **63**, 114016 (2001) [arXiv :hep-ph/0012191];
T. Binoth, arXiv :hep-ph/0005194.

- [77] T. Binoth, J. P. Guillet, E. Pilon and M. Werlen, Eur. Phys. J. C **16**, 311 (2000)[hep-ph/9911340].
- [78] L. Ametller, E. Gava, N. Paver and D. Treleani, Phys.Rev. D **32**, 1699 (1985) ; D.A. Dicus and S.S.D. Willenbrock, Phys. Rev. D **37**, 1801 (1988).
- [79] O.J.P. Eboli, T. Han, M.B. Magro and P.G. Mercadante Phys. Rev. D **61** :094007, 2000 ; K. Cheung, Greg L. Landsberg Phys. Rev D **62** (2000) 076003.
- [80] Z. Bern, L. J. Dixon and C. Schmidt, Phys. Rev. D **66**, 074018 (2002) [hep-ph/0206194].
- [81] E.L. Berger, et al., Nucl. Phys. B **239** (1984) 52
- [82] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne and G. Watt, Eur. Phys. J. C **63**, 189 (2009) [arXiv :0901.0002 [hep-ph]].
- [83] I. Sahin and S. C. Inan, JHEP **0909**, 069 (2009) [arXiv :0907.3290 [hep-ph]].
- [84] B. Badelek *et al.* [ECFA/DESY Photon Collider Working Group Collaboration], Int. J. Mod. Phys. A **19**, 5097 (2004) [hep-ex/0108012].
- [85] T. G. Rizzo, Phys. Rev. D **60**, 115010 (1999) [hep-ph/9904380].
- [86] A. T. Alan, Int. J. Mod. Phys. A **24**, 4403 (2009) [arXiv :0711.3272 [hep-ph]].
- [87] R. Basu and T. Mandal, Adv. High Energy Phys. **2013**, 652714 (2013) [arXiv :1305.3763 [hep-ph]].
- [88] N. Agarwal, M. C. Kumar, P. Mathews, V. Ravindran and A. Tripathi, Phys. Rev. D **80**, 035015 (2009) [arXiv :0903.0202 [hep-ph]].
- [89] ATLAS Collaboration, ATLAS detector and physics performance. Technical design report. Vol. 2 (1999), CERN-LHCC-99-15.
- [90] B. Badelek *et al.* [ECFA/DESY Photon Collider Working Group Collaboration], Int. J. Mod. Phys. A **19**, 5097 (2004) [hep-ex/0108012].
- [91] S. -L. Chen and X. -G. He, Phys. Rev. D **76**, 091702 (2007) [arXiv :0705.3946 [hep-ph]].
- [92] Y. Liao, Eur. Phys. J. C **55**, 483 (2008) [arXiv :0708.3327 [hep-ph]].
- [93] A. Ilderton, Phys. Rev. D **79**, 025014 (2009) [arXiv :0810.3916 [hep-th]].
- [94] P. Gaete and E. Spallucci, Phys. Lett. B **661**, 319 (2008) [arXiv :0801.2294 [hep-th]].
- [95] S. Mandlestam, Annals Phys. **19** (1962) 887.
- [96] Y. Liao, Eur. Phys. J. C **60**, 125 (2009) [arXiv :0804.4033 [hep-ph]].
- [97] P. J. Fox, A. Rajaraman and Y. Shirman, Phys. Rev. D **76**, 075004 (2007) [arXiv :0705.3092 [hep-ph]].
- [98] R. Basu, D. Choudhury and H. S. Mani, Eur. Phys. J. C **61**, 461 (2009) [arXiv :0803.4110 [hep-ph]].
- [99] U. Amaldi et al, Phys. Rev. D **36**, 1385 (1987).

- [100] H. Georgi and S.L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974);
H. Georgi, H.R. Quinn and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **33**, 451 (1974).
- [101] U. Amaldi, W. de Boer, and H. Furstenau, Phys. Lett **B260**, 447 (1991);
P. Langacker and M. Luo, Phys. rev. **D44**, 817 (1991);
U. Amaldi et al, Phys. Lett. **B281**, 374 (1992).
- [102] W. A. Bardeen, A. Buras, D. Duke and T. Muta, Phys. Rev. D **18**, 3998 (1978).
- [103] D. R. T. Jones. The two loop beta function for a $g(1) \times g(2)$ gauge theory. Phys. Rev. **D25**, 581 (1982).
- [104] Particle data Group : C. Caso et al, The Europhysics Journal **C3 Nos. 1-4**, 1 (1998).
- [105] J. L. Lopez, Rept. Prog. Phys. **59**, 819 (1996) [hep-ph/9601208].
- [106] The LEP Electroweak Working Group, LEPEWWG/97(02); J.Timmermans, Proceedings of LEP 97, Hamburg (1997); S.Dong, *ibidem*.
- [107] T. Appelquist and J. Carazzone, Phys. Rev. D **11**, 2856 (1975).
- [108] ATLAS Collaboration, (2013).
- [109] C. Mariotti, talk at CERN, 15th April 2013.
- [110] J. Baglio, A. Djouadi and R. M. Godbole, Phys. Lett. B **716**, 203 (2012) [arXiv :1207.1451 [hep-ph]].
- [111] T. Kikuchi and N. Okada, Phys. Lett. B **661**, 360 (2008). [arXiv :0707.0893 [hep-ph]].
- [112] A. Djouadi, Phys. Rept. **457**, 1 (2008) [hep-ph/0503172].
- [113] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **108**, 111803 (2012). [arXiv :1202.1414 [hep-ex]].
- [114] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **710**, 403 (2012). [arXiv :1202.1487 [hep-ex]].
- [115] W. J. Marciano, C. Zhang and S. Willenbrock, Phys. Rev. D **85**, 013002 (2012). [arXiv :1109.5304 [hep-ph]].
- [116] F. Dyson, Phys. Rev. D **75**, 1736 (1949).
- [117] G. Jikia and A. Tkabladze, Phys. Lett. B **323**, 453 (1994).
- [118] G. Passarino and M. Veltman, Nucl. Phys. **B 160**, 151 (1979).
- [119] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. **B 44** (1972) 189;
G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. **B 153** (1979) 365.
- [120] M. Carena, I. Low and C. E. M. Wagner, JHEP **1208**, 060 (2012) [arXiv :1206.1082 [hep-ph]].
- [121] C. -S. Chen, C. -Q. Geng, D. Huang and L. -H. Tsai, Phys. Rev. D **87**, 0750.
- [122] M. Cirelli, N. Fornengo and A. Strumia, Nucl. Phys. B **753**, 178 (2006).
- [123] I.F. Ginzburg et al., Nucl. Instr. and Meth. **205** (1983) 47; I.F. Ginzburg et al., Nucl. Instr. and Meth. **219** (1984) 5.

Annex A

Les Amplitudes d'hélicité pour les diagrammes de boîte $gg \xrightarrow{box} \gamma\gamma$ et $\gamma\gamma \xrightarrow{box} \gamma\gamma$

Dans cette annexe, nous donnons les expressions analytiques explicites pour les contributions en boucle du boson W et des fermions aux amplitudes d'hélicité des processus $gg \xrightarrow{box} \gamma\gamma$ et $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ dans le MS. Il y a 16 contributions d'amplitudes d'hélicité au niveau d'une boucle, et seulement trois d'entre elles peuvent être indiquées de façon indépendante. On peut les choisir comme $(++++)$, $(+++-)$, and $(+ + --)$.

Contribution à une boucle du boson W

Dans les limites, $s, |t|, |u| \gg M_W^2$, les seules contributions significatives proviennent de la configuration de polarisation $(++++)$, et qui peuvent être exprimées sous la forme suivante, Ref.[68] :

$$\begin{aligned}
\frac{M_{++++}^{(W)}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u})}{\alpha^2} \approx & 12 + 12 \left(\frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{s}} \right) \left[\ln \left(\frac{-\hat{u} - i\epsilon}{m_W^2} \right) - \ln \left(\frac{-\hat{t} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \right] \\
& + 16 \left(1 - \frac{3\hat{t}\hat{u}}{4\hat{s}^2} \right) \left\{ \left[\ln \left(\frac{-\hat{u} - i\epsilon}{m_W^2} \right) - \ln \left(\frac{-\hat{t} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \right]^2 + \pi^2 \right\} \\
& + 16\hat{s}^2 \left[\frac{1}{\hat{s}\hat{t}} \ln \left(\frac{-\hat{s} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \ln \left(\frac{-\hat{t} - i\epsilon}{m_W^2} \right) + \frac{1}{\hat{s}\hat{u}} \ln \left(\frac{-\hat{s} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \ln \left(\frac{-\hat{u} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \right] \\
& + \frac{16\hat{s}^2}{\hat{t}\hat{u}} \ln \left(\frac{-\hat{t} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \ln \left(\frac{-\hat{u} - i\epsilon}{m_W^2} \right) \tag{7.1}
\end{aligned}$$

Contribution à une boucle des fermions

Les amplitudes d'hélicité pour le processus $gg \rightarrow \gamma\gamma$ du MS incluant seulement les contributions des quarks sans masses sont :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{SM}^{++++}(s, t, u) &= -i8\delta_{ab}8Q_q^2\alpha\alpha_s \\ &\times \left\{ 1 + \frac{u-t}{s} \ln\left(\frac{u}{t}\right) + \frac{t^2+u^2}{2s^2} \left[\ln^2\left(\frac{u}{t}\right) + \pi^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\mathcal{M}_{SM}^{++--}(s, t, u) = i8\delta_{ab}8Q_q^2\alpha\alpha_s, \quad (7.3)$$

$$\mathcal{M}_{SM}^{++-+}(s, t, u) = -i8\delta_{ab}8Q_q^2\alpha\alpha_s, \quad (7.4)$$

avec α_s étant la constante du couplage fort, Q_q étant la charge du quark, a et b dénotent les couleurs du gluon et s , t et u étant les variables de Mandelstam. Les amplitudes d'hélicité restantes peuvent être obtenue à partir des expressions ci-dessus à travers les relations de parité et de crossing [117] :

$$\mathcal{M}_{SM}^{\pm\pm\mp\pm}(s, t, u) = \mathcal{M}_{SM}^{\mp\mp\pm\mp}(s, t, u) = \mathcal{M}_{SM}^{\pm\mp\mp\mp}(s, t, u) = \mathcal{M}_{SM}^{\pm\pm\pm\mp}(s, t, u), \quad (7.5)$$

$$\mathcal{M}_{SM}^{--++}(s, t, u) = \mathcal{M}_{SM}^{++--}(s, t, u), \quad (7.6)$$

$$\mathcal{M}_{SM}^{\pm\mp\pm\mp}(s, t, u) = \mathcal{M}_{SM}^{--++}(u, t, s) = \mathcal{M}_{SM}^{++++}(u, t, s), \quad (7.7)$$

$$\mathcal{M}_{SM}^{\pm\mp\mp\pm}(s, t, u) = \mathcal{M}_{SM}^{++++}(t, u, s). \quad (7.8)$$

D'autre part, la contribution du quark top est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{SM}^{++++}(s, t, u) &= \frac{i}{2}\delta_{ab}8Q_q^2\alpha\alpha_s \left\{ -2 + \frac{1}{s^2} \{ 2(u^2 - t^2)[B_0(t) - B_0(u)] \right. \\ &+ (8m_t^2s - 2t^2 - 2u^2)[C_0(t)t - C_0(u)u] + s^2m_t^2(-4m_t^2 + 2s)[D_0(s, t) + D_0(s, u)] \\ &\left. + (-4m_t^4s^2 + 2m_t^2st^2 - 4m_t^2stu + t^3u + 2m_t^2su^2 + tu^3)D_0(t, u) \right\}, \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$\mathcal{M}_{SM}^{++--}(s, t, u) = i\delta_{ab}8Q_q^2\alpha\alpha_s \left\{ 1 - 2m_t^4[D_0(s, t) + D_0(s, u) + D_0(t, u)] \right\}, \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{SM}^{++-+}(s, t, u) &= i\delta_{ab}8Q_q^2\alpha\alpha_s \left\{ -1 + \frac{1}{stu} \{ 2m_t^2[C_0(s)s + C_0(t)t + C_0(u)u] \right. \\ &\times (t^2 + tu + u^2) + 2m_t^4stu[D_0(s, t) + D_0(s, u) + D_0(t, u)] + m_t^2s^2t^2D_0(s, t) \\ &\left. + m_t^2s^2u^2D_0(s, u) + m_t^2t^2u^2D_0(t, u) \right\}, \end{aligned} \quad (7.11)$$

où m_t est la masse du quark top et B_0 , C_0 et D_0 sont les fonctions de Passarino-Veltman [118] :

$$B_0(s) \equiv B_0(s, m_t, m_t), \quad (7.12)$$

$$C_0(s) \equiv C_0(0, 0, s, m_t, m_t, m_t), \quad (7.13)$$

$$D_0(s, t) \equiv D_0(0, 0, 0, 0, s, t, m_t, m_t, m_t, m_t). \quad (7.14)$$

Les autres amplitudes d'hélicité peuvent être obtenu en utilisant les relations :

$$M_{+--+}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = M_{++++}(\hat{u}, \hat{t}, \hat{s}), \quad M_{+--+}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = M_{+--+}(\hat{s}, \hat{u}, \hat{t}). \quad (7.15)$$

Annex B

Les fonctions de polarisation

Afin de calculer les diverses sections efficaces de polarisation données par l'Eq. (4.74), nous avons besoin de la densité du nombre de photons et la polarisation moyenne du faisceau γ rétrodiffusé. Dans cette annexe, nous fournissons les expressions de ces fonctions de distribution, les propriétés détaillées de ces fonctions sont abordées dans [123]. Soit P_e et P_l soient les polarisations du faisceau d'électrons et le faisceau laser, respectivement. Nous définissons la fonction $C(x)$ [123] par :

$$C(x) = \frac{1}{1-x} + 1 - x - 4r(1-r) - h_e h_l r z (2r-1)(2-x) \quad (7.16)$$

où $r = \frac{x}{z(1-x)}$, et $z = 4E_e E_l / m_e^2$ décrivent l'énergie du faisceau laser. Par conséquent, la densité du nombre de photons est donnée par :

$$f(x, h_e, h_l, z) = \left(\frac{2\pi\alpha^2}{m_e^2 z \sigma_c} \right) C(x) \quad (7.17)$$

where

$$\begin{aligned} \sigma_c = & \left(\frac{2\pi\alpha^2}{m_e^2 z} \right) \left[\left(1 - \frac{4}{z} - \frac{8}{z^2} \right) \ln(z+1) + \frac{1}{2} + \frac{8}{z} - \frac{1}{2(z+1)^2} \right] \\ & + h_e h_l \left(\frac{2\pi\alpha^2}{m_e^2 z} \right) \left[\left(1 + \frac{2}{z} \right) \ln(z+1) - \frac{5}{2} + \frac{1}{z+1} - \frac{1}{2(z+1)^2} \right] \end{aligned} \quad (7.18)$$

La polarisation moyenne est donnée par :

$$h_\gamma(x, h_e, h_l, z) = \frac{1}{C(x)} \left\{ h_e \left[\frac{x}{1-x} + x(2r-1)^2 \right] - h_l(2r-1) \left(1 - x + \frac{1}{1-x} \right) \right\} \quad (7.19)$$

Annex C

Code FeynCalc pour le calcul des amplitudes de probabilité

Lorsque le nombre ou la longueur de contractions à évaluer devient trop grand à gérer, on peut utiliser l'un des programmes conçu à cette fin. L'un de ces programmes est FeynCalc qui a été utilisé dans cette thèse pour évaluer les amplitudes au carré des processus (4.13) et (4.75). Cette annexe montre le code FeynCalc sur la base de Mathematica, utilisé pour le calcul des différentes amplitudes d'hélicité dans la diffusion $gg \rightarrow \gamma\gamma$, qui ont été créés dans le chapitre 4. Le cas de la fusion $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ est obtenu en remplaçant par 1 les facteurs de couleur donnés par $\sum_{a,b}\{T^a, T^b\}^2$ et $\sum_{a,b}[T^a, T^b]^2$ dans les amplitudes d'hélicité de $gg \rightarrow \gamma\gamma$. Les notations dans ce programme reprennent celles que nous avons utilisées dans le chapitre 4.

A noté que dans le cas tensoriel, le calcul de l'amplitude pour les deux formes de la structure tensorielle $T^{\mu\nu\rho\sigma}$ du propagateur $\Delta_{\mu_t}^{\mu\nu\rho\sigma}$ données par les Eqs. (3.57,3.58), dictées par l'invariance conforme ou l'invariance d'échelle, donne exactement le même résultat. Dans ce qui suit, nous donnons le programme que nous avons utilisé.

"Helicity Amplitudes of Diphoton Production at The LHC in Gluon-Gluon Fusion With Spin-0 and Spin-2 Unparticles Intermediate States"

```
In[1]:= << HighEnergyPhysics`fc`
Loading FeynCalc from /usr/local/Wolfram/Mathematica/8.0/AddOns/Applications/HighEnergyPhysics
FeynCalc 8.1.0 For help, type ?FeynCalc, open FeynCalcRef8.nb or visit www.feyncalc.org
Loading FeynArts, see www.feynarts.de for documentation
FeynArts 3.4 patched for use with FeynCalc
```

"Fourvector momentum of incoming gluons and outgoing photons:"

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{p}_1 = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1), \mathbf{p}_2 = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1), \mathbf{k}_1 = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, \sin \theta, 0, \cos \theta), \\
 & \mathbf{k}_2 = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, -\sin \theta, 0, -\cos \theta), t = \frac{s}{2} (\cos \theta - 1), u = -\frac{s}{2} (\cos \theta + 1), \mathbf{q} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2
 \end{aligned}$$

$$\text{In[2]:= } \left(\begin{aligned} \text{ScalarProduct}[k1, k2] &= \text{ScalarProduct}[p1, p2] = \frac{s}{2}; \\ \text{ScalarProduct}[p1, k1] &= \text{ScalarProduct}[p2, k2] = \frac{t}{2}; \\ \text{ScalarProduct}[p1, k2] &= \text{ScalarProduct}[p2, k1] = \frac{u}{2}; \text{ScalarProduct}[k1, k1] = \\ &\text{ScalarProduct}[k2, k2] = \text{ScalarProduct}[p1, p1] = \text{ScalarProduct}[p2, p2] = 0; \end{aligned} \right)$$

$$\text{In[3]:= } \left(\begin{aligned} \text{FourVector}[p1, 0] &= \frac{\sqrt{s}}{2}; \text{FourVector}[p1, 1] = 0; \\ \text{FourVector}[p1, 2] &= 0; \text{FourVector}[p1, 3] = \frac{\sqrt{s}}{2}; \text{FourVector}[p2, 0] = \frac{\sqrt{s}}{2}; \\ \text{FourVector}[p2, 1] &= 0; \text{FourVector}[p2, 2] = 0; \text{FourVector}[p2, 3] = -\frac{\sqrt{s}}{2}; \\ \text{FourVector}[k1, 0] &= \frac{\sqrt{s}}{2}; \text{FourVector}[k1, 1] = \sqrt{\frac{ut}{s}}; \\ \text{FourVector}[k1, 2] &= 0; \text{FourVector}[k1, 3] = \frac{t-u}{2\sqrt{s}}; \text{FourVector}[k2, 0] = \frac{\sqrt{s}}{2}; \\ \text{FourVector}[k2, 1] &= -\sqrt{\frac{ut}{s}}; \text{FourVector}[k2, 2] = 0; \text{FourVector}[k2, 3] = -\frac{t-u}{2\sqrt{s}}; \end{aligned} \right)$$

" Fourvector polarization of incoming gluons and outgoing photons : \n ϵ_1 h_1) =

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} (0, h_1, i, 1), \epsilon_2 (h_2) = -\frac{1}{\sqrt{2}} (0, -h_2, i, 1),$$

$$\epsilon_3 (h_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, -h_3 \cos \theta, i, h_3 \sin \theta), \epsilon_3 (h_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, h_4 \cos \theta, i, -h_4 \sin \theta)$$

Where $h_1 = \pm 1, h_2 = \pm 1, h_3 = \pm 1, h_4 = \pm 1$ "

"Gluons Polarization:"

$$\text{In[4]:= } \left(\begin{aligned} \text{FourVector}[\epsilon_1, 0] &= \\ \text{FourVector}[\epsilon_1, 3] &= \text{FourVector}[\epsilon_2, 0] = \text{FourVector}[\epsilon_2, 3] = \text{FourVector}[\epsilon_1', 0] = \\ &\text{FourVector}[\epsilon_1', 3] = \text{FourVector}[\epsilon_2', 0] = \text{FourVector}[\epsilon_2', 3] = 0; \\ \text{FourVector}[\epsilon_1, 1] &= -\frac{h_1}{\sqrt{2}}; \text{FourVector}[\epsilon_1, 2] = -\frac{i}{\sqrt{2}}; \text{FourVector}[\epsilon_2, 1] = \frac{h_2}{\sqrt{2}}; \\ \text{FourVector}[\epsilon_2, 2] &= -\frac{i}{\sqrt{2}}; \text{FourVector}[\epsilon_1', 1] = -\frac{h_1}{\sqrt{2}}; \\ \text{FourVector}[\epsilon_1', 2] &= \frac{i}{\sqrt{2}}; \text{FourVector}[\epsilon_2', 1] = \frac{h_2}{\sqrt{2}}; \\ \text{FourVector}[\epsilon_2', 2] &= \frac{i}{\sqrt{2}}; \end{aligned} \right)$$

"Photons Polarization " :

$$\ln[5]:= \left(\text{FourVector} \right.$$

$$\text{FourVector} [\epsilon_3, 1] = -\frac{h_3}{\sqrt{2}} \frac{t-u}{s}; \text{FourVector} [\epsilon_3, 2] = \frac{i}{\sqrt{2}};$$

$$\text{FourVector} [\epsilon_3, 3] = \frac{1}{\sqrt{2}} h_3 \sin[\theta]; \text{FourVector} [\epsilon_4, 1] = \frac{h_4}{\sqrt{2}} \frac{t-u}{s};$$

$$\text{FourVector} [\epsilon_4, 2] = \frac{i}{\sqrt{2}}; \text{FourVector} [\epsilon_4, 3] = -\frac{h_4}{\sqrt{2}} \sin[\theta];$$

$$\text{FourVector} [\epsilon_3', 1] = -\frac{h_3}{\sqrt{2}} \frac{t-u}{s}; \text{FourVector} [\epsilon_3', 2] = \frac{-i}{\sqrt{2}};$$

$$\text{FourVector} [\epsilon_3', 3] = \frac{1}{\sqrt{2}} h_3 \frac{2\sqrt{ut}}{s}; \text{FourVector} [\epsilon_4', 1] = \frac{h_4}{\sqrt{2}} \frac{t-u}{s};$$

$$\text{FourVector} [\epsilon_4', 2] = \frac{-i}{\sqrt{2}}; \text{FourVector} [\epsilon_4', 3] = -\frac{h_4}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{ut}}{s}; \left. \right)$$

"Scalar product of different fourvectors polarization":

$$\ln[6]:= \left(\text{ScalarProduct} [\epsilon_1, \epsilon_1] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_1', \epsilon_1'] = \frac{1}{2} (1 - h_1^2); \right.$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_2, \epsilon_2] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_2', \epsilon_2'] = \frac{1}{2} (1 - h_2^2);$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_1, \epsilon_1'] = -\frac{1}{2} (h_1^2 + 1); \text{ScalarProduct} [\epsilon_2, \epsilon_2'] = -\frac{1}{2} (h_2^2 + 1);$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_1, \epsilon_2'] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_2, \epsilon_1'] = \frac{1}{2} (h_1 h_2 - 1);$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_1, \epsilon_2] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_1', \epsilon_2'] = \frac{1}{2} (h_1 h_2 + 1); \left. \right)$$

$$\ln[7]:= \left(\text{ScalarProduct} [\epsilon_3, \epsilon_3] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_3', \epsilon_3'] = \frac{1}{2} (1 - h_3^2); \right.$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_4, \epsilon_4] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_4', \epsilon_4'] = \frac{1}{2} (1 - h_4^2);$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_3, \epsilon_3'] = -\frac{1}{2} (h_3^2 + 1); \text{ScalarProduct} [\epsilon_4, \epsilon_4'] = -\frac{1}{2} (h_4^2 + 1);$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_3, \epsilon_4'] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_4, \epsilon_3'] = \frac{1}{2} (h_3 h_4 - 1);$$

$$\text{ScalarProduct} [\epsilon_3, \epsilon_4] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_3', \epsilon_4'] = \frac{1}{2} (h_3 h_4 + 1); \left. \right)$$

$$\ln[8]:= \left(\text{ScalarProduct} [\epsilon_1, \epsilon_3] = \text{ScalarProduct} [\epsilon_1', \epsilon_3'] = -\frac{1}{2} \left(h_1 h_3 \frac{t-u}{s} + 1 \right); \right.$$

$$\begin{aligned} \text{ScalarProduct}[\epsilon_1, \epsilon_4] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_1', \epsilon_4'] = \frac{1}{2} \left(h_1 h_4 \frac{t-u}{s} - 1 \right); \\ \text{ScalarProduct}[\epsilon_2, \epsilon_3] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_2', \epsilon_3'] = \frac{1}{2} \left(h_2 h_3 \frac{t-u}{s} - 1 \right); \\ \text{ScalarProduct}[\epsilon_2, \epsilon_4] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_2', \epsilon_4'] = -\frac{1}{2} \left(h_2 h_4 \frac{t-u}{s} + 1 \right); \\ \text{ScalarProduct}[\epsilon_1, \epsilon_3'] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_3, \epsilon_1'] = \frac{1}{2} \left(1 - h_1 h_3 \frac{t-u}{s} \right); \\ \text{ScalarProduct}[\epsilon_2, \epsilon_4'] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_4, \epsilon_2'] = \frac{1}{2} \left(1 - h_2 h_4 \frac{t-u}{s} \right); \\ \text{ScalarProduct}[\epsilon_1, \epsilon_4'] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_4, \epsilon_1'] = \frac{1}{2} \left(h_1 h_4 \frac{t-u}{s} + 1 \right); \\ \text{ScalarProduct}[\epsilon_2, \epsilon_3'] &= \text{ScalarProduct}[\epsilon_3, \epsilon_2'] = \frac{1}{2} \left(h_2 h_3 \frac{t-u}{s} + 1 \right); \end{aligned}$$

$$\text{In[9]:=} \left(\begin{aligned} &\text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_1] = \text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_1'] = \\ &\text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_2] = \text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_2'] = 0; \text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_1] = \\ &\text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_1'] = \text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_2] = \text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_2'] = 0; \end{aligned} \right.$$

$$\text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_1] = \text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_1'] = -h_1 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_1] = \text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_1'] = h_1 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_2] = \text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_2'] = h_2 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_2] = \text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_2'] = -h_2 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{In[10]:=} \left(\begin{aligned} &\text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_3] = \text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_4] = \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} &\text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_3] = \text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_4] = 0; \text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_3'] = \\ &\text{ScalarProduct}[k1, \epsilon_4'] = \text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_3'] = \text{ScalarProduct}[k2, \epsilon_4'] = 0; \end{aligned}$$

$$\text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_3] = \text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_3'] = -h_3 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_4] = \text{ScalarProduct}[p1, \epsilon_4'] = h_4 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_3] = \text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_3'] = h_3 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

$$\text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_4] = \text{ScalarProduct}[p2, \epsilon_4'] = -h_4 \sqrt{\frac{ut}{2s}};$$

"Amplitude of Diphoton Production in
Gluon Fusion With Scalar Unparticles Intermediate States":

$$\begin{aligned} \text{"M}(gg \rightarrow \gamma\gamma) = & \epsilon_{\mu}^a(p_1) \left(\frac{4i}{\Lambda_U^{d_U}} \{T^a, T^b\} (\lambda_{s,g} K1[\mu, \nu, \rho, \sigma] + \lambda'_{s,g} K2[\mu, \nu, \rho, \sigma]) \right) \epsilon_{\nu}^b(p_2) C_s (s - \mu^2) \\ &)^{d_U-2} \epsilon_{\alpha}^*(k_1) \left(\frac{4i}{\Lambda_U^{d_U}} (\lambda_{s,\gamma} F1[\alpha, \beta, \gamma, \delta] + \lambda'_{s,\gamma} F2[\alpha, \beta, \gamma, \delta]) \right) \epsilon_{\beta}^*(k_2) \end{aligned}$$

"Where:"

$$\text{In[11]:= } K1[\mu, \nu, \rho, \sigma] = \text{FourVector}[p1, \mu] \text{FourVector}[p2, \nu] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\mu, \nu];$$

$$\begin{aligned} \text{In[12]:= } K2[\mu, \nu, \rho, \sigma] = \\ 2 \text{Eps}[\text{LorentzIndex}[\mu], \text{LorentzIndex}[\nu], \text{LorentzIndex}[\rho], \text{LorentzIndex}[\sigma]] \\ \text{FourVector}[p1, \rho] \text{FourVector}[p2, \sigma]; \end{aligned}$$

$$\text{In[13]:= } K1[\mu', \nu', \rho', \sigma'] = \text{FourVector}[p1, \mu'] \text{FourVector}[p2, \nu'] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\mu', \nu'];$$

$$\begin{aligned} \text{In[14]:= } K2[\mu', \nu', \rho', \sigma'] = \\ 2 \text{Eps}[\text{LorentzIndex}[\mu'], \text{LorentzIndex}[\nu'], \text{LorentzIndex}[\rho'], \text{LorentzIndex}[\sigma']] \\ \text{FourVector}[p1, \rho'] \text{FourVector}[p2, \sigma']; \end{aligned}$$

$$\text{In[15]:= } F1[\alpha, \beta, \gamma, \delta] = \text{FourVector}[k1, \alpha] \text{FourVector}[k2, \beta] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\alpha, \beta];$$

$$\begin{aligned} \text{In[16]:= } F2[\alpha, \beta, \gamma, \delta] = \\ 2 \text{Eps}[\text{LorentzIndex}[\alpha], \text{LorentzIndex}[\beta], \text{LorentzIndex}[\gamma], \text{LorentzIndex}[\delta]] \\ \text{FourVector}[k1, \gamma] \text{FourVector}[k2, \delta]; \end{aligned}$$

$$\text{In[17]:= } F1[\alpha', \beta', \gamma', \delta'] = \text{FourVector}[k1, \alpha'] \text{FourVector}[k2, \beta'] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\alpha', \beta'];$$

$$\begin{aligned} \text{In[18]:= } F2[\alpha', \beta', \gamma', \delta'] = \\ 2 \text{Eps}[\text{LorentzIndex}[\alpha'], \text{LorentzIndex}[\beta'], \text{LorentzIndex}[\gamma'], \text{LorentzIndex}[\delta']] \\ \text{FourVector}[k1, \gamma'] \text{FourVector}[k2, \delta']; \end{aligned}$$

"Amplitude of Diphoton Production in Gluon
Fusion With Tensorial Unparticles Intermediate States"

$$\begin{aligned} \text{"M}(gg \rightarrow \gamma\gamma) = & \epsilon_{\mu}^a(p_1) \left\{ \frac{\lambda_{t,g}}{\Lambda_U^{d_U}} (\{T^a, T^b\} K_{\mu\nu\rho\sigma}^s + [T^a, T^b] K_{\mu\nu\rho\sigma}^a) + \frac{\lambda'_{t,g}}{\Lambda_U^{d_U}} (\{T^a, T^b\} F_{\mu\nu\rho\sigma}^s + [T^a, T^b] \right. \\ & \left. F_{\mu\nu\rho\sigma}^a) \right\} \epsilon_{\nu}^b(p_2) C_t (s - \mu^2)^{d_U-2} T^{\rho\sigma\gamma\delta} \epsilon_{\alpha}^*(k_1) \left\{ \frac{\lambda_{t,\gamma}}{\Lambda_U^{d_U}} (K_{\alpha\beta\gamma\delta}^s + F_{\alpha\beta\gamma\delta}^s) \right\} \epsilon_{\beta}^*(k_2) \end{aligned}$$

"Where:"

$$\begin{aligned} \text{In[19]:= } Ks[\alpha, \beta, \gamma, \delta] = \\ \left((-\text{MetricTensor}[\alpha, \beta] \text{FourVector}[k1, \gamma] \text{FourVector}[k2, \delta] - (s/2) \text{MetricTensor}[\gamma, \alpha] \right. \\ \text{MetricTensor}[\delta, \beta] + \text{MetricTensor}[\delta, \alpha] \text{FourVector}[k1, \beta] \text{FourVector}[k2, \gamma] + \\ \text{MetricTensor}[\delta, \beta] \text{FourVector}[k1, \gamma] \text{FourVector}[k2, \alpha]) + \\ \left. (-\text{MetricTensor}[\alpha, \beta] \text{FourVector}[k1, \delta] \text{FourVector}[k2, \gamma] - (s/2) \text{MetricTensor}[\delta, \alpha] \right. \\ \text{MetricTensor}[\gamma, \beta] + \text{MetricTensor}[\gamma, \alpha] \text{FourVector}[k1, \beta] \text{FourVector}[k2, \delta] + \\ \left. \text{MetricTensor}[\gamma, \beta] \text{FourVector}[k1, \delta] \text{FourVector}[k2, \alpha]) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln[20]:= \text{Ks}[\alpha', \beta', \gamma', \delta'] = & \left((-\text{MetricTensor}[\alpha', \beta'] \text{FourVector}[k1, \gamma'] \text{FourVector}[k2, \delta'] - \right. \\ & (s/2) \text{MetricTensor}[\gamma', \alpha'] \text{MetricTensor}[\delta', \beta'] + \\ & \text{MetricTensor}[\delta', \alpha'] \text{FourVector}[k1, \beta'] \text{FourVector}[k2, \gamma'] + \\ & \left. \text{MetricTensor}[\delta', \beta'] \text{FourVector}[k1, \gamma'] \text{FourVector}[k2, \alpha'] \right) + \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\alpha', \beta'] \text{FourVector}[k1, \delta'] \text{FourVector}[k2, \gamma'] - \right. \\ & (s/2) \text{MetricTensor}[\delta', \alpha'] \text{MetricTensor}[\gamma', \beta'] + \\ & \text{MetricTensor}[\gamma', \alpha'] \text{FourVector}[k1, \beta'] \text{FourVector}[k2, \delta'] + \\ & \left. \text{MetricTensor}[\gamma', \beta'] \text{FourVector}[k1, \delta'] \text{FourVector}[k2, \alpha'] \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln[21]:= \text{Fs}[\alpha, \beta, \gamma, \delta] = & \left(\text{FourVector}[k1, \gamma] \text{FourVector}[k2, b] \text{LeviCivita}[\alpha, \beta, b, \delta] - \right. \\ & \text{FourVector}[k1, a] \text{FourVector}[k2, b] \text{MetricTensor}[\alpha, \gamma] \text{LeviCivita}[\delta, a, b, \beta] - \\ & \text{FourVector}[k1, b] \text{FourVector}[k2, \gamma] \text{LeviCivita}[\alpha, \beta, b, \delta] - \\ & \left. \text{FourVector}[k1, b] \text{FourVector}[k2, a] \text{MetricTensor}[\gamma, \beta] \text{LeviCivita}[\delta, a, b, \alpha] \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln[22]:= \text{Fs}[\alpha', \beta', \gamma', \delta'] = & \left(\text{FourVector}[k1, \gamma'] \text{FourVector}[k2, b'] \text{LeviCivita}[\alpha', \beta', b', \delta'] - \right. \\ & \text{FourVector}[k1, a'] \text{FourVector}[k2, b'] \text{MetricTensor}[\alpha', \gamma'] \\ & \text{LeviCivita}[\delta', a', b', \beta'] - \text{FourVector}[k1, b'] \text{FourVector}[k2, \gamma'] \\ & \text{LeviCivita}[\alpha', \beta', b', \delta'] - \text{FourVector}[k1, b'] \text{FourVector}[k2, a'] \\ & \left. \text{MetricTensor}[\gamma', \beta'] \text{LeviCivita}[\delta', a', b', \alpha'] \right); \end{aligned}$$

"Tensor unparticle propagator in Scale Invariant Field Theory"

$$\begin{aligned} \ln[23]:= \text{T}[\rho, \sigma, \gamma, \delta] = & (1/2) \left(\left(-\text{MetricTensor}[\rho, \gamma] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \rho] + \text{FourVector}[k2, \rho]) \right) \right. \\ & \left. (\text{FourVector}[k1, \gamma] + \text{FourVector}[k2, \gamma]) \right) \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\sigma, \delta] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \sigma] + \text{FourVector}[k2, \sigma]) \right) \\ & \left. (\text{FourVector}[k1, \delta] + \text{FourVector}[k2, \delta]) \right) + \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\rho, \delta] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \rho] + \text{FourVector}[k2, \rho]) \right) \\ & \left. (\text{FourVector}[k1, \delta] + \text{FourVector}[k2, \delta]) \right) \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\sigma, \gamma] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \sigma] + \text{FourVector}[k2, \sigma]) \right) \\ & \left. (\text{FourVector}[k1, \gamma] + \text{FourVector}[k2, \gamma]) \right) - \\ & (2/3) \left(-\text{MetricTensor}[\rho, \sigma] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \rho] + \text{FourVector}[k2, \rho]) \right) \\ & \left. (\text{FourVector}[k1, \sigma] + \text{FourVector}[k2, \sigma]) \right) \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\gamma, \delta] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \gamma] + \text{FourVector}[k2, \gamma]) \right) \\ & \left. (\text{FourVector}[k1, \delta] + \text{FourVector}[k2, \delta]) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{In[24]:= } \mathbf{T}[\rho', \sigma', \gamma', \delta'] = & \\
(1/2) \left(\left(-\text{MetricTensor}[\rho', \gamma'] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \rho'] + \text{FourVector}[k2, \rho']) \right) \right. & \\
& \left. (\text{FourVector}[k1, \gamma'] + \text{FourVector}[k2, \gamma']) \right) & \\
\left(-\text{MetricTensor}[\sigma', \delta'] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \sigma'] + \text{FourVector}[k2, \sigma']) \right) & \\
& (\text{FourVector}[k1, \delta'] + \text{FourVector}[k2, \delta']) \Big) + & \\
\left(-\text{MetricTensor}[\rho', \delta'] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \rho'] + \text{FourVector}[k2, \rho']) \right) & \\
& (\text{FourVector}[k1, \delta'] + \text{FourVector}[k2, \delta']) \Big) & \\
\left(-\text{MetricTensor}[\sigma', \gamma'] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \sigma'] + \text{FourVector}[k2, \sigma']) \right) & \\
& (\text{FourVector}[k1, \gamma'] + \text{FourVector}[k2, \gamma']) \Big) - & \\
(2/3) \left(-\text{MetricTensor}[\rho', \sigma'] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \rho'] + \text{FourVector}[k2, \rho']) \right) & \\
& (\text{FourVector}[k1, \sigma'] + \text{FourVector}[k2, \sigma']) \Big) & \\
\left(-\text{MetricTensor}[\gamma', \delta'] + \frac{1}{s} (\text{FourVector}[k1, \gamma'] + \text{FourVector}[k2, \gamma']) \right) & \\
& (\text{FourVector}[k1, \delta'] + \text{FourVector}[k2, \delta']) \Big) \Big); &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{In[25]:= } \mathbf{Ks}[\mu, \nu, \rho, \sigma] = & \\
\left(\left(-\text{MetricTensor}[\mu, \nu] \text{FourVector}[p1, \rho] \text{FourVector}[p2, \sigma] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\rho, \mu] \right. \right. & \\
& \text{MetricTensor}[\sigma, \nu] + \text{MetricTensor}[\sigma, \mu] \text{FourVector}[p1, \nu] \text{FourVector}[p2, \rho] + & \\
& \left. \left. \text{MetricTensor}[\sigma, \nu] \text{FourVector}[p1, \rho] \text{FourVector}[p2, \mu] \right) + \right. & \\
\left(-\text{MetricTensor}[\mu, \nu] \text{FourVector}[p1, \sigma] \text{FourVector}[p2, \rho] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\sigma, \mu] \right. & \\
& \text{MetricTensor}[\rho, \nu] + \text{MetricTensor}[\rho, \mu] \text{FourVector}[p1, \nu] \text{FourVector}[p2, \sigma] + & \\
& \left. \left. \text{MetricTensor}[\rho, \nu] \text{FourVector}[p1, \sigma] \text{FourVector}[p2, \mu] \right) \right); &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{In[26]:= } \mathbf{Ks}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] = & \left(\left(-\text{MetricTensor}[\mu', \nu'] \text{FourVector}[p1, \rho'] \text{FourVector}[p2, \sigma'] - \right. \right. \\ & \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\rho', \mu'] \text{MetricTensor}[\sigma', \nu'] + \\ & \left. \text{MetricTensor}[\sigma', \mu'] \text{FourVector}[p1, \nu'] \text{FourVector}[p2, \rho'] + \right. \\ & \left. \left. \text{MetricTensor}[\sigma', \nu'] \text{FourVector}[p1, \rho'] \text{FourVector}[p2, \mu'] \right) + \right. \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\mu', \nu'] \text{FourVector}[p1, \sigma'] \text{FourVector}[p2, \rho'] - \right. \\ & \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\sigma', \mu'] \text{MetricTensor}[\rho', \nu'] + \\ & \left. \text{MetricTensor}[\rho', \mu'] \text{FourVector}[p1, \nu'] \text{FourVector}[p2, \sigma'] + \right. \\ & \left. \left. \text{MetricTensor}[\rho', \nu'] \text{FourVector}[p1, \sigma'] \text{FourVector}[p2, \mu'] \right) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{In[27]:= } \mathbf{Ka}[\mu, \nu, \rho, \sigma] = & \left(\left(-\text{MetricTensor}[\mu, \nu] \text{FourVector}[p1, \rho] \text{FourVector}[p2, \sigma] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\rho, \mu] \right. \right. \\ & \left. \text{MetricTensor}[\sigma, \nu] + \text{MetricTensor}[\sigma, \mu] \text{FourVector}[p1, \nu] \text{FourVector}[p2, \rho] + \right. \\ & \left. \left. \text{MetricTensor}[\sigma, \nu] \text{FourVector}[p1, \rho] \text{FourVector}[p2, \mu] \right) - \right. \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\mu, \nu] \text{FourVector}[p1, \sigma] \text{FourVector}[p2, \rho] - \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\sigma, \mu] \right. \\ & \left. \text{MetricTensor}[\rho, \nu] + \text{MetricTensor}[\rho, \mu] \text{FourVector}[p1, \nu] \text{FourVector}[p2, \sigma] + \right. \\ & \left. \left. \text{MetricTensor}[\rho, \nu] \text{FourVector}[p1, \sigma] \text{FourVector}[p2, \mu] \right) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{In[28]:= } \mathbf{Ka}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] = & \left(\left(-\text{MetricTensor}[\mu', \nu'] \text{FourVector}[p1, \rho'] \text{FourVector}[p2, \sigma'] - \right. \right. \\ & \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\rho', \mu'] \text{MetricTensor}[\sigma', \nu'] + \\ & \left. \text{MetricTensor}[\sigma', \mu'] \text{FourVector}[p1, \nu'] \text{FourVector}[p2, \rho'] + \right. \\ & \left. \left. \text{MetricTensor}[\sigma', \nu'] \text{FourVector}[p1, \rho'] \text{FourVector}[p2, \mu'] \right) - \right. \\ & \left(-\text{MetricTensor}[\mu', \nu'] \text{FourVector}[p1, \sigma'] \text{FourVector}[p2, \rho'] - \right. \\ & \frac{s}{2} \text{MetricTensor}[\sigma', \mu'] \text{MetricTensor}[\rho', \nu'] + \\ & \left. \text{MetricTensor}[\rho', \mu'] \text{FourVector}[p1, \nu'] \text{FourVector}[p2, \sigma'] + \right. \\ & \left. \left. \text{MetricTensor}[\rho', \nu'] \text{FourVector}[p1, \sigma'] \text{FourVector}[p2, \mu'] \right) \right); \end{aligned}$$

```

In[29]:= Fs[\mu, \nu, \rho, \sigma] = (FourVector[p1, \rho] FourVector[p2, d] LeviCivita[\mu, \nu, d, \sigma] -
FourVector[p1, c] FourVector[p2, d] MetricTensor[\mu, \rho] LeviCivita[\sigma, c, d, \nu] -
FourVector[p1, d] FourVector[p2, \rho] LeviCivita[\mu, \nu, d, \sigma] -
FourVector[p1, d] FourVector[p2, c] MetricTensor[\rho, \nu] LeviCivita[\sigma, c, d, \mu]);

In[30]:= Fs[\mu', \nu', \rho', \sigma'] =
(FourVector[p1, \rho'] FourVector[p2, d'] LeviCivita[\mu', \nu', d', \sigma'] -
FourVector[p1, c'] FourVector[p2, d'] MetricTensor[\mu', \rho']
LeviCivita[\sigma', c', d', \nu'] - FourVector[p1, d'] FourVector[p2, \rho']
LeviCivita[\mu', \nu', d', \sigma'] - FourVector[p1, d'] FourVector[p2, c']
MetricTensor[\rho', \nu'] LeviCivita[\sigma', c', d', \mu']);

In[31]:= Fa[\mu, \nu, \rho, \sigma] = (FourVector[p1, \rho] FourVector[p2, d] LeviCivita[\mu, \nu, d, \sigma] -
FourVector[p1, c] FourVector[p2, d] MetricTensor[\mu, \rho] LeviCivita[\sigma, c, d, \nu] +
FourVector[p1, d] FourVector[p2, \rho] LeviCivita[\mu, \nu, d, \sigma] +
FourVector[p1, d] FourVector[p2, c] MetricTensor[\rho, \nu] LeviCivita[\sigma, c, d, \mu]);

In[32]:= Fa[\mu', \nu', \rho', \sigma'] =
(FourVector[p1, \rho'] FourVector[p2, d'] LeviCivita[\mu', \nu', d', \sigma'] -
FourVector[p1, c'] FourVector[p2, d'] MetricTensor[\mu', \rho']
LeviCivita[\sigma', c', d', \nu'] + FourVector[p1, d'] FourVector[p2, \rho']
LeviCivita[\mu', \nu', d', \sigma'] + FourVector[p1, d'] FourVector[p2, c']
MetricTensor[\rho', \nu'] LeviCivita[\sigma', c', d', \mu']);

```

"Color factors:"

$$"\{T^a, T^b\} = \frac{1}{N_c} \delta^{ab} + d^{abc} T^c, [T^a, T^b] = if^{abc} T^c"$$

" $\Rightarrow A^2$

$$= \sum_{ab} \{T^a, T^b\}^2 = \sum_{ab} \left(\frac{1}{N_c} \delta^{ab}\right)^2 + \sum_{ab} (d^{abc} T^c)^2 = \left(\frac{1}{N_c}\right)^2 (N_c^2 - 1) + \frac{N_c^2 - 4}{N_c} C_F = \frac{2}{N_c} C_F + \frac{N_c^2 - 4}{N_c} C_F = \frac{(N_c^2 - 2)(N_c^2 - 1)}{2 N_c^2} "$$

$$"\Rightarrow C^2 = \sum_{ab} [T^a, T^b]^2 = \sum_{ab} (if_{abc} T^c)^2 = N_c C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2} "$$

"Spin-0 Unparticles:"

"1st case: gg (unpolarised) $\xrightarrow{U_s}$ $\gamma\gamma$ (unpolarised) "

```

In[33]:= Contract[A^2 MetricTensor[\mu, \mu']
MetricTensor[\nu, \nu'] \frac{1}{\Lambda_U^2 d_U} (\lambda_{s,g} K1[\mu, \nu, \rho, \sigma] + \lambda_{s,g'} K2[\mu, \nu, \rho, \sigma])
(\lambda_{s,g} K1[\mu', \nu', \rho', \sigma'] + \lambda_{s,g'} K2[\mu', \nu', \rho', \sigma']) MetricTensor[\alpha, \alpha']
MetricTensor[\beta, \beta'] \frac{1}{\Lambda_U^2 d_U} (\lambda_{s,\gamma} F1[\alpha, \beta, \gamma, \delta] + \lambda_{s,\gamma'} F2[\alpha, \beta, \gamma, \delta])
(\lambda_{s,\gamma} F1[\alpha', \beta', \gamma', \delta'] + \lambda_{s,\gamma'} F2[\alpha', \beta', \gamma', \delta'])];

```

In[34]:= Simplify [%33]

$$\text{Out[34]} = \frac{1}{4} A^2 s^4 \Lambda_U^{-4 d_U} \left(4 (\lambda_{s,g'})^2 + \lambda_{s,g}^2 \right) \left(4 (\lambda_{s,\gamma'})^2 + \lambda_{s,\gamma}^2 \right)$$

"2nd case: gg(polrised) $\xrightarrow{U_s}$ $\gamma\gamma$ (unpolarised) "

In[35]:= Contract [

$$\begin{aligned} & A^2 \text{FourVector} [\epsilon_1, \mu] \text{FourVector} [\epsilon_2, \nu] \text{FourVector} [\epsilon_1', \mu'] \text{FourVector} [\epsilon_2', \nu'] \frac{16}{\Lambda_U^{2 d_U}} \\ & \left(\lambda_{s,g}^2 \text{K1} [\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{K1} [\mu', \nu', \rho', \sigma'] + \lambda_{s,g'}^2 \text{K2} [\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{K2} [\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \\ & \text{MetricTensor} [\alpha, \alpha'] \text{MetricTensor} [\beta, \beta'] \frac{16}{\Lambda_U^{2 d_U}} \\ & \left(\lambda_{s,\gamma} \text{F1} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] + \lambda_{s,\gamma'} \text{F2} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \right) \\ & \left(\lambda_{s,\gamma} \text{F1} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] + \lambda_{s,\gamma'} \text{F2} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] \right) \end{aligned}];$$

In[36]:= Simplify [%35]

$$\text{Out[36]} = 8 A^2 s^4 \Lambda_U^{-4 d_U} \left(4 (\lambda_{s,\gamma'})^2 + \lambda_{s,\gamma}^2 \right) \left(4 (h_1 + h_2)^2 (\lambda_{s,g'})^2 + (h_1 h_2 + 1)^2 \lambda_{s,g}^2 \right)$$

"3rd case: gg(unpolarised) $\xrightarrow{U_s}$ $\gamma\gamma$ (polarised) "

In[37]:= Contract [A² MetricTensor [μ, μ']

$$\begin{aligned} & \text{MetricTensor} [\nu, \nu'] \frac{16}{\Lambda_U^{2 d_U}} \left(\lambda_{s,g} \text{K1} [\mu, \nu, \rho, \sigma] + \lambda_{s,g'} \text{K2} [\mu, \nu, \rho, \sigma] \right) \\ & \left(\lambda_{s,g} \text{K1} [\mu', \nu', \rho', \sigma'] + \lambda_{s,g'} \text{K2} [\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \text{FourVector} [\epsilon_3, \alpha] \\ & \text{FourVector} [\epsilon_4, \beta] \text{FourVector} [\epsilon_3', \alpha'] \text{FourVector} [\epsilon_4', \beta'] \frac{16}{\Lambda_U^{2 d_U}} \\ & \left(\lambda_{s,\gamma}^2 \text{F1} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{F1} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] + \lambda_{s,\gamma'}^2 \text{F2} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{F2} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] \right) \end{aligned}];$$

In[38]:= Simplify [%37]

$$\text{Out[38]} = 8 A^2 s^4 \Lambda_U^{-4 d_U} \left(4 (\lambda_{s,g'})^2 + \lambda_{s,g}^2 \right) \left(4 (h_3 + h_4)^2 (\lambda_{s,\gamma'})^2 + (h_3 h_4 + 1)^2 \lambda_{s,\gamma}^2 \right)$$

"4th case: gg(polarised) $\xrightarrow{U_s}$ $\gamma\gamma$ (polarised) "

In[39]:= Contract [

$$\begin{aligned} & A^2 \text{FourVector} [\epsilon_1, \mu] \text{FourVector} [\epsilon_2, \nu] \text{FourVector} [\epsilon_1', \mu'] \text{FourVector} [\epsilon_2', \nu'] \frac{16}{\Lambda_U^{2 d_U}} \\ & \left(\lambda_{s,g}^2 \text{K1} [\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{K1} [\mu', \nu', \rho', \sigma'] + \lambda_{s,g'}^2 \text{K2} [\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{K2} [\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \\ & \text{FourVector} [\epsilon_3, \alpha] \text{FourVector} [\epsilon_4, \beta] \text{FourVector} [\epsilon_3', \alpha'] \text{FourVector} [\epsilon_4', \beta'] \frac{16}{\Lambda_U^{2 d_U}} \\ & \left(\lambda_{s,\gamma}^2 \text{F1} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{F1} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] + \lambda_{s,\gamma'}^2 \text{F2} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{F2} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] \right) \end{aligned}];$$

In[40]:= Simplify [%39]

$$\text{Out[40]} = A^2 s^4 \Lambda_U^{-4 d_U} \left(4 (h_1 + h_2)^2 (\lambda_{s,g'})^2 + (h_1 h_2 + 1)^2 \lambda_{s,g}^2 \right) \left(4 (h_3 + h_4)^2 (\lambda_{s,\gamma'})^2 + (h_3 h_4 + 1)^2 \lambda_{s,\gamma}^2 \right)$$

"Spin-2 Unparticles:"

"1st case: gg (unpolarised) $\xrightarrow{U_\tau}$ $\gamma\gamma$ (unpolarised)"

$$\text{In[41]:= } P[\gamma, \delta, \gamma', \delta'] = \text{Contract} \left[\text{MetricTensor}[\alpha, \alpha'] \text{MetricTensor}[\beta, \beta'] \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}^2}{\Lambda_U^{2 d_U}} \right. \right. \\ \left. \left. (\text{Ks}[\alpha, \beta, \gamma, \delta] + \text{Fs}[\alpha, \beta, \gamma, \delta]) (\text{Ks}[\alpha', \beta', \gamma', \delta'] + \text{Fs}[\alpha', \beta', \gamma', \delta']) \right) \right];$$

$$\text{In[42]:= } \text{PT}[\rho, \sigma, \rho', \sigma'] = \text{Contract} [P[\gamma, \delta, \gamma', \delta'] \text{T}[\rho, \sigma, \gamma, \delta] \text{T}[\rho', \sigma', \gamma', \delta']];$$

$$\text{In[43]:= } G[\rho, \sigma, \rho', \sigma'] = \text{Contract} \left[\text{MetricTensor}[\mu, \mu'] \right. \\ \left. \text{MetricTensor}[\nu, \nu'] \left(\left(\frac{\lambda_{t,g}^2}{\Lambda_U^{2 d_U}} (A^2 \text{Ks}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{Ks}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. C^2 \text{Ka}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{Ka}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \right) + \left(\frac{\lambda_{t,g}^2}{\Lambda_U^{2 d_U}} (A^2 \text{Fs}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \right. \right. \\ \left. \left. \left. \text{Fs}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] + C^2 \text{Fa}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{Fa}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \right) \right);$$

$$\text{In[44]:= } \text{Contract} [G[\rho, \sigma, \rho', \sigma'] \text{PT}[\rho, \sigma, \rho', \sigma']];$$

In[45]:= Simplify [%44]

$$\text{Out[45]= } 2(t^4 + u^4) \Lambda_U^{-4 d_U} \lambda_{t,\gamma}^2 (A^2 \lambda_{t,g}^2 + C^2 (\lambda_{t,g}')^2)$$

" 2nd case: gg (polarised) $\xrightarrow{U_\tau}$ $\gamma\gamma$ (unpolarised)"

$$\text{In[46]:= } \mathbf{s} = -(\mathbf{t} + \mathbf{u});$$

$$\text{In[47]:= } \text{GP}[\rho, \sigma, \rho', \sigma'] = \\ \text{Contract} \left[\text{FourVector}[\epsilon_1, \mu] \text{FourVector}[\epsilon_2, \nu] \text{FourVector}[\epsilon_1', \mu'] \text{FourVector}[\epsilon_2', \nu'] \right. \\ \left(\left(\frac{\lambda_{t,g}^2}{\Lambda_U^{2 d_U}} (A^2 \text{Ks}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{Ks}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] + C^2 \text{Ka}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \right. \right. \\ \left. \left. \left. \text{Ka}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \right) + \left(\frac{\lambda_{t,g}^2}{\Lambda_U^{2 d_U}} (A^2 \text{Fs}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{Fs}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] + \right. \right. \\ \left. \left. \left. C^2 \text{Fa}[\mu, \nu, \rho, \sigma] \text{Fa}[\mu', \nu', \rho', \sigma'] \right) \right) \right);$$

$$\text{In[48]:= } \text{Contract} [\text{GP}[\rho, \sigma, \rho', \sigma'] \text{PT}[\rho, \sigma, \rho', \sigma']];$$

In[49]:= Simplify [%48]

$$\text{Out[49]= } \frac{1}{8} \Lambda_U^{-4 d_U} \lambda_{t,\gamma}^2 \\ \left(A^2 \left(-4 h_1 h_2 (t^4 + u^4) + h_2^2 (t^2 - u^2)^2 + h_1^2 \left(h_2^2 (t^2 + u^2)^2 + (t^2 - u^2)^2 \right) + (t^2 + u^2)^2 \right) \lambda_{t,g}^2 + \right. \\ \left. C^2 \left(-4 h_1 h_2 (t^4 + u^4) + h_2^2 (t^2 + u^2)^2 + h_1^2 \left(h_2^2 (t^2 - u^2)^2 + (t^2 + u^2)^2 \right) + (t^2 - u^2)^2 \right) (\lambda_{t,g}')^2 \right)$$

" 3rd cas: gg (unpolarised) $\xrightarrow{U_T}$ $\gamma\gamma$ (polarised) "

In[50]:= PP [$\gamma, \delta, \gamma', \delta'$] =

$$\text{Contract} \left[\text{FourVector} [\epsilon_3, \alpha] \text{FourVector} [\epsilon_4, \beta] \text{FourVector} [\epsilon_3', \alpha'] \text{FourVector} [\epsilon_4', \beta'] \left(\frac{\lambda_{t,\gamma}^2}{\Lambda_U^{2d_U}} \left(\text{Ks} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{Ks} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] + \text{Fs} [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{Fs} [\alpha', \beta', \gamma', \delta'] \right) \right) \right];$$

In[51]:= PPT [$\rho, \sigma, \rho', \sigma'$] = Contract [PP [$\gamma, \delta, \gamma', \delta'$] T [$\rho, \sigma, \gamma, \delta$] T [$\rho', \sigma', \gamma', \delta'$]];

In[52]:= Contract [G [$\rho, \sigma, \rho', \sigma'$] PPT [$\rho, \sigma, \rho', \sigma'$]];

In[53]:= Simplify [%52]

$$\text{Out[53]} = \frac{1}{8} \Lambda_U^{-4d_U} \left(-4 h_3 h_4 (t^4 + u^4) + h_4^2 (t^2 - u^2)^2 + h_3^2 (h_4^2 (t^2 + u^2)^2 + (t^2 - u^2)^2) + (t^2 + u^2)^2 \right) \lambda_{t,\gamma}^2 (A^2 \lambda_{t,g}^2 + C^2 (\lambda_{t,g'})^2)$$

" 4th cas: gg (polarised) $\xrightarrow{U_T}$ $\gamma\gamma$ (polarised) "

In[54]:= Contract [GP [$\rho, \sigma, \rho', \sigma'$] PPT [$\rho, \sigma, \rho', \sigma'$]];

In[55]:= Simplify [%54]

$$\text{Out[55]} = \frac{1}{64} \Lambda_U^{-4d_U} \lambda_{t,\gamma}^2 \left(A^2 (h_2 (h_3 - h_4) (t^2 - u^2) - (h_3 h_4 - 1) (t^2 + u^2) + h_1 (h_2 (h_3 h_4 - 1) (t^2 + u^2) - (h_3 - h_4) (t^2 - u^2)))^2 \lambda_{t,g}^2 + C^2 ((h_3 - h_4) (-(t^2 - u^2)) + h_2 (h_3 h_4 - 1) (t^2 + u^2) + h_1 (h_2 (h_3 - h_4) (t^2 - u^2) - (h_3 h_4 - 1) (t^2 + u^2)))^2 (\lambda_{t,g'})^2 \right)$$

Annex D

Intégrales et Paramétrisation de Feynman

Il y a plusieurs façons pour évaluer les intégrales des boucles. Dans cet Annex on va présenter brièvement la parametrization de Feynman et quelques formules d'intégrales qui interviennent fréquemment dans le calcul des boucles. La forme la plus générale de la parametrization de Feynman est de la forme :

$$\prod_{i=1}^n \frac{1}{A_i^{a_i}} = \frac{\Gamma(\sum_{i=1}^n a_i)}{\prod_{i=1}^n \Gamma(a_i)} \int_0^1 \frac{\prod_{i=1}^n dx_i x_i^{a_i-1}}{(\sum_{i=1}^n A_i x_i)^{\sum_{i=1}^n a_i}} \delta(1 - \sum_{i=1}^n x_i). \quad (7.20)$$

où A_i sont des nombres complexes arbitraire et Γ est la fonction Gamma définie par l'intégrale :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (7.21)$$

La fonction $\Gamma(z)$ a les propriétés importantes suivantes :

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad (7.22)$$

$$\Gamma(n+1) = (n+1)!. \quad (7.23)$$

Une autre fonction connexe $\psi(z)$ qui est la dérivée logarithmique de la fonction $\Gamma(z)$:

$$\psi(z) = \frac{d}{dz} \ln \Gamma(z), \quad (7.24)$$

avec les propriétés :

$$\psi(1) = -\gamma, \quad (7.25)$$

$$\psi(z+1) = \psi(z) + \frac{1}{z}, \quad (7.26)$$

où $\gamma = 0.5772156649 \dots$ est la constante d'Euler. La fonction $\Gamma(z)$ a des pôles pour $z = 0, -1, -2, \dots$. Près du pôle $z = m$, nous avons :

$$\Gamma(z) = \frac{(-1)^m}{m!} \frac{1}{m+z} + \frac{(-1)^m}{m!} \psi(m+1) + \mathcal{O}(z+m). \quad (7.27)$$

Nous en concluons que lorsque $\epsilon \rightarrow 0$:

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon} + \psi(1) + \mathcal{O}(\epsilon), \quad (7.28)$$

$$\Gamma(-n + \epsilon) = \frac{(-1)^n}{n!} \left[\frac{2}{\epsilon} + \psi(n+1) + 1 \right], \quad (7.29)$$

$$\Gamma(1 + \epsilon) = 1 - \gamma\epsilon + \left(\gamma^2 + \frac{\pi^2}{6} \right) \frac{\epsilon^2}{2!} + \dots, \quad (7.30)$$

Grâce à ces résultats, nous pouvons développer nos intégrales en puissances de ϵ et séparer les parties divergentes et finies.

D'autres fonctions rencontrées pour l'évaluation des intégrales à une boucle sont la fonction d'Euler $B(x, y)$ définie comme :

$$\int_0^1 dx x^\alpha (1-x)^\beta = B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)} \quad (7.31)$$

Les formules de base utilisées pour l'évaluation des intégrales à une boucle sont les suivantes :

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - \Delta^2)^\beta} = \frac{i(-1)^\beta}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(\beta - D/2)}{\Gamma(\beta)} (\Delta^2)^{D/2-\beta}. \quad (7.32)$$

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2}{(k^2 - \Delta^2)^\beta} = \frac{i(-1)^{\beta-1}}{(4\pi)^{D/2}} \frac{D}{2} \frac{\Gamma(\beta - D/2 - 1)}{\Gamma(\beta)} (\Delta^2)^{D/2-\beta+1} \quad (7.33)$$

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^\mu k^\nu}{(k^2 - \Delta^2)^\beta} = \frac{i(-1)^{\beta-1}}{(4\pi)^{D/2}} \frac{g^{\mu\nu}}{2} \frac{\Gamma(\beta - D/2 - 1)}{\Gamma(\beta)} (\Delta^2)^{D/2-\beta+1} \quad (7.34)$$

Annex E

Modes de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow Z\gamma$

Dans cette annexe, nous recueillons les fonctions de boucle utilisées dans le chapitre 6 de la présente thèse.

Fonctions boucles pour la désintégration $h \rightarrow \gamma\gamma$

$$A_0^{\gamma\gamma}(x) = -x^2 \left[\frac{1}{x} - f\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (7.35)$$

$$A_{1/2}^{\gamma\gamma}(x) = 2x^2 \left[\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x} - 1\right) f\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (7.36)$$

$$A_1^{\gamma\gamma}(x) = -x^2 \left[\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x} + 3\left(\frac{2}{x} - 1\right) f\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (7.37)$$

où

$$f(x) = \arcsin^2 \sqrt{x}. \quad (7.38)$$

Fonctions boucles pour la désintégration $h \rightarrow Z\gamma$

$$\Gamma(h \rightarrow Z\gamma) = \frac{G_F \alpha_{em} m_h^3}{16\sqrt{2}\pi^3} \left(1 - \frac{m_Z^2}{m_h^2}\right)^3 |A_W + A_F|^2, \quad (7.39)$$

où les fonctions boucles triangulaires A_W et A_F sont données par :

$$\begin{aligned} A_W &= -\cos \theta_W \left\{ \left[\left(1 + \frac{2}{\tau_W}\right) \tan^2 \theta_W - \left(5 + \frac{2}{\tau_W}\right) \right] I_1(\tau_W, \lambda_W) \right. \\ &\quad \left. + 4(3 - \tan^2 \theta_W) I_2(\tau_W, \lambda_W) \right\} \end{aligned} \quad (7.40)$$

$$A_F = \sum_f N_{Cf} \frac{-2e_f(T_{3f} - 2e_f \sin^2 \theta_W)}{\sin \theta_W \cos \theta_W} [I_1(\tau_F, \lambda_F) - I_2(\tau_F, \lambda_F)] \quad (7.41)$$

Ici, e_f est la charge du fermion f par unité de e et T_{3f} est la troisième composante de l'isospin faible. N_{Cf} est le nombre de couleurs du fermion f , τ et λ sont définis par :

$$\tau_F = \frac{4m_f^2}{m_h^2}, \quad \lambda_F = \frac{4m_f^2}{m_Z^2}, \quad \tau_W = \frac{4m_W^2}{m_h^2}, \quad \lambda_W = \frac{4m_W^2}{m_Z^2}. \quad (7.42)$$

Les intégrales I_i sont données par :

$$I_1(x, y) = \frac{xy}{2(x-y)} + \frac{x^2 y^2}{2(x-y)^2} [f(x) - f(y)] + \frac{x^2 y^2}{(x-y)^2} [g(x) - g(y)], \quad (7.43)$$

$$I_1(x, y) = -\frac{xy}{2(x-y)} [f(x) - f(y)], \quad (7.44)$$

où $f(\tau)$ est définie dans l'Eq. (7.38), et $g(\tau)$ est définie par :

$$g(\tau) = \begin{cases} \sqrt{\tau-1} \sin^{-1}(1/\sqrt{\tau}) & \text{pour } \tau \geq 1, \\ \frac{1}{2} \sqrt{1-\tau} \left[\ln \left(\frac{1+\sqrt{1-\tau}}{1-\sqrt{1-\tau}} \right) - i\pi \right] & \text{pour } \tau < 1. \end{cases} \quad (7.45)$$

$$A_0^{\gamma Z}(x, y) = \mathcal{I}_1(x, y), \quad (7.46)$$

$$A_{1/2}^{\gamma Z}(x, y) = 4 [\mathcal{I}_1(x, y) - \mathcal{I}_2(x, y)], \quad (7.47)$$

$$A_1^{\gamma Z}(x, y) = 4 \left(3 - \frac{s_W^2}{c_W^2} \right) \mathcal{I}_2(x, y) + \left[\left(1 + \frac{2}{x} \right) \frac{s_W^2}{c_W^2} - \left(5 + \frac{2}{x} \right) \right] \mathcal{I}_1(x, y) \quad (7.48)$$

où

$$\mathcal{I}_1(x, y) = \frac{xy}{2(x-y)} + \frac{x^2 y^2}{2(x-y)^2} \left[f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(\frac{1}{y}\right) \right] + \frac{x^2 y^2}{(x-y)^2} \left[g\left(\frac{1}{x}\right) - g\left(\frac{1}{y}\right) \right], \quad (7.49)$$

$$\mathcal{I}_2(x, y) = -\frac{xy}{2(x-y)} \left[f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(\frac{1}{y}\right) \right], \quad (7.50)$$

avec

$$g(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \arcsin \sqrt{x}. \quad (7.51)$$



Contents lists available at ScienceDirect

Physics Letters B

www.elsevier.com/locate/physletb



Enhancement of $h \rightarrow \gamma\gamma$ via spin-0 and spin-1/2 charged unparticle loops [☆]



Idir Aliane ^{a,b}, Noureddine Mebarki ^b, Yazid Delenda ^{a,*}

^a Département des Sciences de la Matière, Faculté des Sciences, Université Hadj Lakhdar, Batna, Algeria

^b Laboratoire de Physique Mathématique et Subatomique, Université Constantine 1, Algeria

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 August 2013
 Received in revised form 18 November 2013
 Accepted 10 December 2013
 Available online 17 December 2013
 Editor: G.F. Giudice

Keywords:

Unparticle
 Higgs boson

ABSTRACT

We calculate the spin-0 and spin-1/2 charged unparticle loop contributions to the Higgs diphoton decay within an unparticle gauge model and show that they can significantly enhance or suppress SM predictions for the same. In the SM limits of scalar and fermion conformal dimensions, $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ and $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$ respectively, our results exactly reproduce the contributions of the spin-0 and spin-1/2 particle cases. Furthermore the decoupling from the Higgs boson occurs only for the spin-0 case in the critical limit $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 2$. Using the recent ATLAS data which reported an excess of diphoton decay rate of SM-like Higgs boson around 125 GeV, and taking into account the vacuum stability and perturbativity conditions, the parameters of the gauge unparticle model are constrained.

© 2013 The Authors. Published by Elsevier B.V. All rights reserved.

With the LHC now colliding hadrons with unprecedented beam energy, a new era of particle physics is being unearthed. Running only for about three years the LHC already met the main challenge it was designed for when both ATLAS and CMS Collaborations announced the discovery of a new particle of mass 125–126 GeV [1,2] having properties for now compatible with those of the long-awaited and celebrated standard model (SM) Higgs boson. While confirmation is awaited exploiting current data for beyond standard model (BSM) physics is already in progress.

An important window in this regard is the Higgs diphoton decay channel which is considered one of the most important decay modes in SM precision studies as well as probing for new physics. While a recent update from CMS suggests a suppression of observed events relative to SM predictions in the Higgs decay to diphoton [3], the ATLAS experiment reported an excess of the same [4]. Confirmation of such suppression or excess with larger integrated luminosity would signal various new physics BSM effects contributing to the decay mode $h \rightarrow \gamma\gamma$, and strongly constraining the corresponding theoretical models.

Many theoretical frameworks have been developed that could potentially answer major questions still not fully accounted for by the SM and which in the first place motivate BSM studies, and which have thus far not been probed by previous colliders. A can-

didate model for new physics at the LHC that was proposed some time ago is that of gauged unparticles which couple to the SM through relevant interactions organized in an effective field theory. This model can enhance or diminish the diphoton rate via weak interactions giving rise to new interesting signals in the ATLAS and CMS detectors. More precisely the Higgs diphoton decay $h \rightarrow \gamma\gamma$ is a loop-induced process meaning that it could potentially be sensitive to the presence of new charged states that couple to the Higgs boson. As such the phenomenology of charged unparticles carrying SM gauge quantum numbers at the LHC provides a strong constraint for unparticle gauge parameters.

The effects of tree-level gauge-singlet spin-0 unparticles on Higgs decay to diphoton phenomenology have been considered in Ref. [5] where a sizable deviation from SM predictions was found. It is thus expected that charged loop effects would also produce noticeable impact. In this Letter we propose a BSM contribution to the diphoton Higgs decay width, without affecting the Higgs boson production through gluon fusion $gg \rightarrow h$ at the LHC, by means of calculating the loop contributions of the weakly-gauged spin-0 and spin-1/2 color-singlet unparticles that depend on the main parameters of the gauge unparticle model. We study the conditions under which these BSM loop contributions can explain the observed excess in $h \rightarrow \gamma\gamma$ at the LHC. To the best of our knowledge this work forms a first unparticle loop calculation in the literature. The investigation of spin-1 and spin-2 charged unparticles will be discussed in another work.

We note that embedding the unparticles into the weak gauge group introduces couplings to the Z boson and yields a correction in $h \rightarrow Z\gamma$ decay width and affects electroweak precision tests. In the present work though we only focus on the effect of spin-0 and

[☆] This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

* Corresponding author.

E-mail address: yazid.delenda@gmail.com (Y. Delenda).

spin-1/2 charged unparticle new physics on the loop-induced process $h \rightarrow \gamma\gamma$ which leads to an enhancement or suppression of the Higgs diphoton width with a suitable choice of the gauged unparticle parameters. A detailed analysis of precision measurement constraints and the investigation of the correction to $h \rightarrow Z\gamma$ process and its correlations with $h \rightarrow \gamma\gamma$ decay rates are left for a future work.

Unparticles, in the original formulation proposed by Georgi [6], are described by local conformal fields “ \mathcal{U} ” with scale dimension $d_{\mathcal{U}}$, weakly coupled to the SM fields through higher dimensional operators in a low-energy effective field theory. For the spin-0 unparticle fields \mathcal{U}_s , the free propagator is [7]:

$$\Delta_{\mathcal{U}_s}(p, \mu_s) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_s})}{2 \sin(\pi d_{\mathcal{U}_s})} \frac{i}{\Sigma_0^s(p)}, \quad (1)$$

where $\Sigma_0^s(p) \equiv (\mu_s^2 - p^2 - i\epsilon)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}$, p being the momentum, μ_s is the infrared cutoff incorporating conformal symmetry breaking (CSB) in the spin-0 unparticle sector, and $A(d_{\mathcal{U}_s})$ is expressed as:

$$A(d_{\mathcal{U}_s}) = \frac{16\pi^2 \sqrt{\pi}}{(2\pi)^{2d_{\mathcal{U}_s}}} \frac{\Gamma(d_{\mathcal{U}_s} + \frac{1}{2})}{\Gamma(d_{\mathcal{U}_s} - 1)\Gamma(2d_{\mathcal{U}_s})}, \quad (2)$$

with $1 < d_{\mathcal{U}_s} < 2$. Spin-1/2 unparticles, \mathcal{U}_f , with scale dimension $d_{\mathcal{U}_f}$ are defined in analogy to the spin-0 case, by taking the spin-1/2 unparticle propagator to be:

$$\Delta_{\mathcal{U}_f}(p, \mu_f) = \frac{A(d_{\mathcal{U}_f} - 1/2)}{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})} \frac{i}{(\not{p} - \mu_f)\Sigma_0^f(p)}, \quad (3)$$

where $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$, $\Sigma_0^f(p) \equiv (\mu_f^2 - p^2 - i\epsilon)^{3/2-d_{\mathcal{U}_f}}$, $3/2 \leq d_{\mathcal{U}_f} < 5/2$ and μ_f is the infrared cutoff incorporating CSB in the spin-1/2 unparticle sector.

The generalization of the Georgi’s unparticle model to a gauge theory has first been achieved in [7], by making Georgi’s non-local unparticle action corresponding to the unparticle propagator gauge-invariant via the introduction of a Wilson line $W(x, y)$ between the two unparticle fields $\mathcal{U}_i(x)$ and $\mathcal{U}_i(y)$ as follows:

$$S_{\mathcal{U}_i} = \int d^4x d^4y \mathcal{U}_i^\dagger(x) \tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_i}^{-1}(x-y) W(x, y) \mathcal{U}_i(y), \quad (4)$$

with $\tilde{\Delta}_{\mathcal{U}_i}^{-1}(x)$ the Fourier transform of $\Delta_{\mathcal{U}_i}^{-1}(p)$ and the Wilson line is $W(x, y) = \exp(-ig_{\mathcal{U}_i} T^a \int_x^y A_\mu^a(w) dw^\mu)$, with T^a the generators of the gauge group in the unparticle representation. Here the subscript i refers to the scalar and fermion cases.

The Feynman vertices for one and two gauge bosons coupled to two spin-0 unparticles respectively are [7]:

$$\begin{aligned} g_{\mathcal{U}_s} \Gamma_s^{a\mu}(p, q) &= ig_{\mathcal{U}_s} T^a (2p+q)^\mu \Sigma_1^s(p, q), \\ ig_{\mathcal{U}_s}^2 \Gamma_s^{ab\mu\nu}(p, q_1, q_2) &= ig_{\mathcal{U}_s}^2 [\{T^a, T^b\} g^{\mu\nu} \Sigma_1^s(p, q_1+q_2) \\ &\quad + T^a T^b (2p+q_2)^\nu (2p+2q_2+q_1)^\mu \Sigma_2^s(p, q_2, q_1) \\ &\quad + T^b T^a (2p+q_1)^\mu (2p+2q_1+q_2)^\nu \Sigma_2^s(p, q_1, q_2)], \end{aligned} \quad (5)$$

while those for two spin-1/2 unparticles are [8]:

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_f} \Gamma_f^{a\mu}(p, q) &= ig_{\mathcal{U}_f} T^a [\gamma^\mu (\Sigma_0^f(p+q) + \Sigma_0^f(p+q)) \\ &\quad + (2\not{p} + \not{q} - 2\mu_f)(2p+q)^\mu \Sigma_1^f(p+q)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ig_{\mathcal{U}_f}^2 \Gamma_f^{ab\mu\nu}(p, q_1, q_2) &= ig_{\mathcal{U}_f}^2 [(2\not{p} + \not{q}_1 + \not{q}_2 - 2\mu_f) \Gamma_{s \leftrightarrow f}^{ab\mu\nu}(p, q_1, q_2) \\ &\quad + \gamma^\mu \Gamma_f^{ab\nu}(p, q_2, q_1) + \gamma^\nu \Gamma_f^{ab\mu}(p, q_1, q_2)], \end{aligned} \quad (6)$$

where the spin-0 and spin-1/2 form factors are:

$$\begin{aligned} \Sigma_1^{s/f}(p, q) &= \frac{\Sigma_0^{s/f}(p+q) - \Sigma_0^{s/f}(p)}{(p+q)^2 - p^2}, \\ \Sigma_2^{s/f}(p, q_1, q_2) &= \frac{\Sigma_1^{s/f}(p, q_1+q_2) - \Sigma_1^{s/f}(p, q_1)}{(p+q_1+q_2)^2 - (p+q_1)^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

and $\Gamma_f^{ab\mu}$ is given by:

$$\begin{aligned} \Gamma_f^{ab\mu}(p, q_1, q_2) &= T^a T^b (2p^\nu + q_1^\nu) \Sigma_1^f(p, q_2) \\ &\quad + T^b T^a (2p^\nu + 2q_2^\nu + q_1^\nu) \Sigma_1^f(p+q_2, q_1). \end{aligned} \quad (8)$$

In Eqs. (5) and (6) $g_{\mathcal{U}_i}$ denotes the coupling between unparticle fields \mathcal{U}_i and SM gauge bosons. In our case of $U_{em}(1)$ external gauge bosons it is sufficient to replace the generators $T^a \rightarrow 1$ in the above vertices.

In what follows, and in order to incorporate unparticle loops into the $h \rightarrow \gamma\gamma$ process without affecting $gg \rightarrow h$ production or $h \rightarrow gg$ decay channel, we consider that unparticle fields \mathcal{U}_i are $SU(3)_c$ singlets. We also assume that unparticle loop contributions do not affect the other production rates of the Higgs boson.

The coupling of the Higgs field H to \mathcal{U}_s and \mathcal{U}_f unparticles is described by:

$$\mathcal{L} = \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_s}}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_s}-2}} H^\dagger H \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s + \frac{\lambda_f}{\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_f}-2}} H^\dagger H \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f, \quad (9)$$

where $\Lambda_{\mathcal{U}}$ is the cut-off of the theory, which is inserted here for dimensional reasons because of the unusual mass dimension $d_{\mathcal{U}_i}$ of the unparticle fields. $\lambda_{H\mathcal{U}_i}$ are the unknown dimensionless couplings between the Higgs and the charged spin-0 and spin-1/2 unparticles. Upon EWSB where the Higgs field H develops a VEV, $\langle H \rangle = v/\sqrt{2}$ ($v = 246$ GeV), it contributes a universal mass shift of order $(M_{\mathcal{U}_i}^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}} = \lambda_{H\mathcal{U}_i} v^2 / 2\Lambda_{\mathcal{U}}^{2d_{\mathcal{U}_i}-2}$ to the IR cut-off scale $(\mu_i^2)^{2d_{\mathcal{U}_i}-2}$.

The trilinear couplings between the physical Higgs boson h and the spin-0 and spin-1/2 unparticle fields after the Higgs develops a VEV are given by the relevant terms:

$$\mathcal{L} \supset \frac{2(M_{\mathcal{U}_s}^2)^{2-d_{\mathcal{U}_s}}}{v} h \mathcal{U}_s^\dagger \mathcal{U}_s + \frac{(M_{\mathcal{U}_f}^2)^{2-d_{\mathcal{U}_f}}}{v} h \bar{\mathcal{U}}_f \mathcal{U}_f. \quad (10)$$

From the interaction Lagrangian, Eq. (10), we can obtain the following effective Lagrangian for the $h\gamma\gamma$ coupling:

$$\mathcal{L} = \sum_i \frac{\alpha_{em} d(r_{\mathcal{U}_i}) Q_{\mathcal{U}_i}^2 F_{\mathcal{U}_i}}{8\pi v} h F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (11)$$

where α_{em} is the fine-structure constant, $d(r_{\mathcal{U}_i})$ is the dimension of the unparticle representation $r_{\mathcal{U}_i}$ ($d(r_{\mathcal{U}_i}) = 1$ for color-singlet field), $Q_{\mathcal{U}_i}$ are the electric charges in units of $|e|$, $F_{\mu\nu}$ denotes the photon field strength and $F_{\mathcal{U}_i}$ are the form factors given by:

$$F_{\mathcal{U}_i} = \left(\frac{M_{\mathcal{U}_i}^2}{\mu_i^2} \right)^{2-d_{\mathcal{U}_i}} A_{\mathcal{U}_i}, \quad (12)$$

where $A_{\mathcal{U}_i}$ are unparticle loop functions which will be expressed presently. Finally, from the Lagrangian (11), which represents the

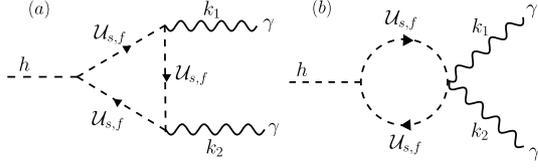


Fig. 1. Feynman diagrams describing the decay $h \rightarrow \gamma\gamma$ mediated by charged spin-0 and spin-1/2 unparticle fields.

effective interaction between Higgs and photons, the enhancement factor with respect to the SM decay width is given by:

$$R_{\gamma\gamma} = \left| 1 + \frac{\lambda_{H\mathcal{U}_i}}{2\Lambda_{\mathcal{U}_i}^{2d_{\mathcal{U}_i}-2}} \frac{v^2}{(\mu_i^2)^{2-d_{\mathcal{U}_i}}} \frac{Q_{\mathcal{U}_i}^2 d(r_{\mathcal{U}_i}) A_{\mathcal{U}_i}}{A(\tau_W) + N_c Q_t^2 A(\tau_t)} \right|^2,$$

where $N_c = 3$ is the number of colors, $Q_t = +2/3$ is the top quark electric charge in units of $|e|$ and $A(\tau_t)$, $A(\tau_W)$ are the well-known spin-1/2 and spin-1 SM loop functions given by:

$$A_f(\tau_f) = \frac{2[\tau_f + (\tau_f - 1)f(\tau_f)]}{\tau_f^2},$$

$$A_W(\tau_W) = -\frac{[2\tau_W^2 + 3\tau_W + 3(2\tau_W - 1)f(\tau_W)]}{\tau_W^2}, \quad (13)$$

with

$$f(\tau) = \begin{cases} \arcsin^2 \sqrt{\tau} & \text{for } \tau \leq 1, \\ -\frac{1}{4} (\ln \frac{1+\sqrt{1-\tau^{-1}}}{1-\sqrt{1-\tau^{-1}}} - i\pi)^2 & \text{for } \tau > 1, \end{cases} \quad (14)$$

where $\tau_i = m_h^2/4m_i^2$. For $m_h \simeq 125$ GeV, the SM contribution is $\mathcal{A}_{\text{SM}} = A(\tau_W) + N_c Q_t^2 A(\tau_t) \simeq -6.48$. We note that in the SM limits, $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ and $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$, the enhancement factor (13) reduces to that of the usual spin-0 and spin-1/2 new physics particles.

We show in Fig. 1 the unparticle loop Feynman diagrams contributing at leading order to $h \rightarrow \gamma\gamma$. The structures of non-standard propagators and the complicated Feynman vertices lead to the non-applicability of the tensor reduction recipe for the integrals corresponding to the diagrams in Fig. 1. However, by making a Taylor expansion of $\Sigma_0^{s/f}(p+q)$ for small $y = q^2 + 2p \cdot q$ and looking at the large p region of the loop integration, we can see that the integrals of the said diagrams are highly suppressed in the ultraviolet regime and largely dominated by the infrared region. In this asymptotic limit the effective vertices with one and two photons $\gamma\mathcal{U}_i\mathcal{U}_i$ and $\gamma\gamma\mathcal{U}_i\mathcal{U}_i$, respectively corresponding to diagrams (a) and (b), behave as, for the spin-0 case:

$$\Gamma_s^{\mu(v)} \sim \frac{2(2-d_{\mathcal{U}_s})k^{\mu(v)}}{(\mu_s^2 - k^2)^{d_s-1}},$$

$$\Gamma_s^{\mu\nu} \sim -\frac{2(2-d_{\mathcal{U}_s})}{(\mu_s^2 - k^2)^{d_{\mathcal{U}_s}-1}} \left[g^{\mu\nu} - \frac{2(1-d_{\mathcal{U}_s})k^\mu k^\nu}{(\mu_s^2 - k^2)} \right], \quad (15)$$

and for the spin-1/2 case:

$$\Gamma_f^{\mu(v)} \sim \frac{2(2-d_{\mathcal{U}_f})\gamma^{\mu(v)}}{(\mu_f^2 - k^2)^{d_{\mathcal{U}_f}-3/2}},$$

$$\Gamma_f^{\mu\nu} \sim 2 \left(\frac{3}{2} - d_{\mathcal{U}_f} \right) \frac{-k g^{\mu\nu} + 2(\gamma^\mu k^\nu + \gamma^\nu k^\mu)}{(\mu_f^2 - k^2)^{d_{\mathcal{U}_f}-1/2}}. \quad (16)$$

The usual spin-0 and spin-1/2 vertices are recovered by taking the limits $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ and $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$ respectively.

It is worth pointing out that the spin-0 unparticle vertices in Eqs. (15) lead to a non-gauge-invariant total amplitude while those

of spin-1/2 unparticle in Eqs. (16) lead to gauge-invariant amplitudes for each of the graphs (a) and (b) individually. This problem is familiar in the literature (see e.g. Ref. [9]). In fact, after using Feynman parameters and shifting loop momentum variable for the calculation, a gauge-invariance-violating term proportional to $g^{\mu\nu}$ arises. This problem is similar to that encountered in the regularization scheme when carrying out the calculation of the Higgs decay to diphoton in the Higgs–Goldstone boson scalar theory [9]. Using the argument of Dyson’s prescription [10] for recovering gauge invariance in the spin-0 case, the total one-loop contributions of spin-0 and spin-1/2 unparticles to the decay diagrams of Fig. 1 are respectively given by:

$$A_{\mathcal{U}_s}(d_{\mathcal{U}_s}, \tau_{\mathcal{U}_s}) = \frac{-2 \sin(\pi d_{\mathcal{U}_s})}{A(d_{\mathcal{U}_s})\Gamma(d_{\mathcal{U}_s})\Gamma(2-d_{\mathcal{U}_s})} \\ \times [\alpha B(3-d_{\mathcal{U}_s}, 3)B(3-d_{\mathcal{U}_s}, d_{\mathcal{U}_s}) \\ + \beta B(4-d_{\mathcal{U}_s}, 4)B(4-d_{\mathcal{U}_s}, d_{\mathcal{U}_s})], \quad (17)$$

with $\alpha = 4(2-d_{\mathcal{U}_s})$, $\beta = 16(2-d_{\mathcal{U}_s})^2\tau_{\mathcal{U}_s}$, and

$$A_{\mathcal{U}_f}(d_{\mathcal{U}_f}, \tau_{\mathcal{U}_f}) \\ = \frac{2 \cos(\pi d_{\mathcal{U}_f})}{A(d_{\mathcal{U}_f}-1/2)\Gamma(d_{\mathcal{U}_f}-1/2)\Gamma(5/2-d_{\mathcal{U}_f})} \\ \times [\gamma B(5/2-d_{\mathcal{U}_f}, 2)B(5/2-d_{\mathcal{U}_f}, d_{\mathcal{U}_f}-1/2) \\ + \delta B(7/2-d_{\mathcal{U}_f}, 3)B(7/2-d_{\mathcal{U}_f}, d_{\mathcal{U}_f}-1/2) \\ + \eta B(9/2-d_{\mathcal{U}_f}, 4)B(9/2-d_{\mathcal{U}_f}, d_{\mathcal{U}_f}-1/2)], \quad (18)$$

with

$$\gamma = 4(2-d_{\mathcal{U}_f})^2, \\ \delta = 8\{2(2-d_{\mathcal{U}_f})^2[(5/2-d_{\mathcal{U}_f})\tau_{\mathcal{U}_f}-1] + (3/2-d_{\mathcal{U}_f})\}, \\ \eta = 32(5/2-d_{\mathcal{U}_f})\tau_{\mathcal{U}_f}[-2(2-d_{\mathcal{U}_f})^2 + (3/2-d_{\mathcal{U}_f})], \quad (19)$$

where $\tau_{\mathcal{U}_i} = m_h^2/4\mu_i^2$ and $B(a, b)$ stands for the beta function. In the limits $d_{\mathcal{U}_s} \rightarrow 1$ and $d_{\mathcal{U}_f} \rightarrow 3/2$ we recover the familiar spin-0 and spin-1/2 SM loop functions for the decay $h \rightarrow \gamma\gamma$.

We note that, in Refs. [7,11], the sum of one scalar unparticle loop contribution with a fixed number of gauge boson legs is just equal to $(2-d_{\mathcal{U}_s})$ times the usual one particle loop contribution. However this result is specific only for Green functions of gauge bosons where all interaction vertices are pure unparticles in the sense that they are functions of the propagator $\Sigma_0^{s/f}(p+q)$. In our case, when computing the Higgs diphoton decay via scalar unparticle loop, the non-gauge unparticle interaction vertex between unparticles and Higgs boson, $h\mathcal{U}_s\mathcal{U}_s$, does not arise from the gauge model of unparticles but it is taken to be standard, and thus this fact violates the applicability of the said result of Refs. [7,11] in our case. Furthermore if we apply our approximated vertices given by Eq. (15) for calculating scalar unparticle contribution to vacuum polarization we exactly reproduce the result obtained by multiplying $(2-d_{\mathcal{U}_s})$ by the scalar particle contribution, as in (e.g.) Ref. [7].

In Fig. 2 we plot $A_{\mathcal{U}_s}$ and $A_{\mathcal{U}_f}$ as a function of scale dimensions $d_{\mathcal{U}_s}$ and $d_{\mathcal{U}_f}$ respectively. It is clear from the plots that $A_{\mathcal{U}_i}$ depend sensitively on the scale dimensions. For values of the IR cut-off scale $\mu_s \gtrsim 300$ GeV and $\mu_f \gtrsim 100$ GeV, $A_{\mathcal{U}_i}$ are practically independent of μ_i . Contrary to $A_{\mathcal{U}_s}$, which is strictly positive, $A_{\mathcal{U}_f}$ flips sign in the range $1.8 < d_{\mathcal{U}_f} < 2.08$ and gets large positive values when $d_{\mathcal{U}_f} \sim 5/2$. This behavior makes the phenomenology of spin-1/2 unparticles much different and more important since the corresponding contribution can be constructive or destructive with that of the SM, unlike the spin-0 case which can only be constructive. This change of sign is essentially due to the second vertex in

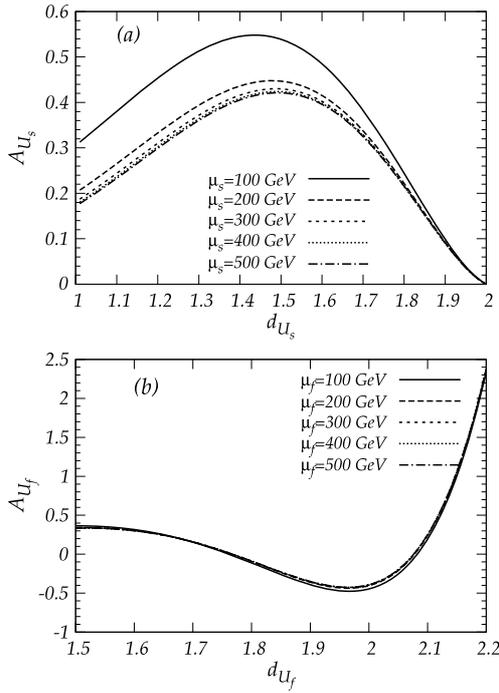


Fig. 2. The loop functions (a) A_{U_s} and (b) A_{U_f} as a function of d_{U_s} and d_{U_f} respectively for $m_h = 125$ GeV and for different values of μ_i in the range [100 GeV; 500 GeV]. In plot (b) we have only shown the range $1.5 < d_{U_f} < 2.2$ for clarity.

Eq. (16) originating from the diagram (b) which has no equivalent in the SM and which vanishes in the SM limit $d_{U_f} \rightarrow 3/2$.

The loop function A_{U_s} vanishes in the limit $d_{U_s} \rightarrow 2$ reflecting the decoupling of the spin-0 unparticle field from the Higgs sector. This fact can also be seen from the individually vanishing couplings in Eq. (15) in the said limit. Furthermore this decoupling is natural because spin-0 unparticles become non-dynamical when $d_{U_s} \rightarrow 2$. On the other hand, unlike the spin-0 case, A_{U_f} does not vanish when $d_{U_f} \rightarrow 5/2$. As a result spin-1/2 unparticle field does not decouple from the Higgs sector in this critical limit. This lack of decoupling is explained by the non-trivial spinorial structure of the couplings in Eqs. (16). Furthermore when d_{U_f} approaches 5/2 the spin-1/2 propagator Δ_{U_f} becomes exceedingly UV-sensitive and the action in Eq. (4) can no longer be used [12]. This scenario is familiar from the $q\bar{q}$ scattering through a gluon with a spin-1/2 colored unparticle vacuum polarization loop [12].

In our analysis we take the energy scale of the unparticle theory $\Lambda_{U_i} = 1$ TeV. We use the data reported by the ATLAS Collaboration on a Higgs boson mass $m_h = 125$ GeV and the recent excess in diphoton rate $R_{\gamma\gamma} = 1.65 \pm 0.24$ to constrain the unparticle parameters. We consider $Q_{U_i} = 1$ for simplicity. The rate $R_{\gamma\gamma}$ is sensitive to the variation of 3 parameters: the coupling λ_{HU_i} , the scale dimension d_{U_i} and the IR cut-off scale μ_i . The best fit regions in the plane $(d_{U_i}, \lambda_{HU_i})$ for spin-0 and spin-1/2 cases are shown in Fig. 3 and Fig. 4 respectively. For the case of spin-0 U_s , an enhancement in $R_{\gamma\gamma}$ requires a negative Higgs-unparticle coupling λ_{HU_s} and is suppressed for a large μ_s since $1/(\mu_s^2)^{2-d_{U_s}}$ cannot be larger than 1 in the allowed range $1 < d_{U_s} < 2$. For a specific value of μ_s of order of electroweak scale, a significant enhancement happens only for very large negative values of λ_{HU_s} , which conflicts with naturalness and vacuum stability of the Higgs potential. We may understand this from the fact that the Higgs-unparticle couplings are suppressed as $\lambda_{HU_s}/\Lambda_{U_i}^{2d_{U_s}-2}$.

However, as is well known, stability of the Higgs potential and perturbativity of the underlying dynamics of the theory can pro-

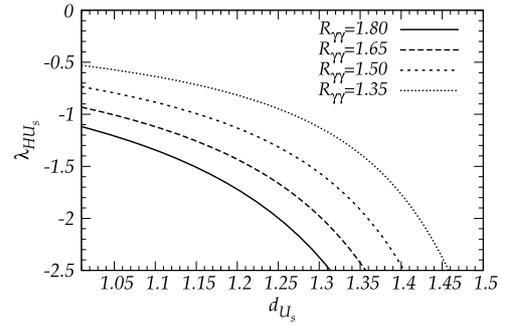


Fig. 3. Contours for different values of the enhancement factor $R_{\gamma\gamma}$ in the case of charged spin-0 unparticles as a function of d_{U_s} and λ_{HU_s} for $\Lambda_{U_i} = 1$ TeV, $\mu_s = 100$ GeV and $Q_{U_s} = 2$.

vide a cut-off for the scalar sector parameters. In fact, the corresponding scalar potential due to the negative coupling λ_{HU_s} has the following form:

$$V(H, U_s) \supset \frac{\lambda_{HU_s}}{\Lambda_{U_i}^{2d_{U_s}-2}} H^\dagger H U_s^\dagger U_s + (\mu_s^2)^{2-d_{U_s}} U_s^\dagger U_s + \frac{\lambda_{U_s}}{(\Lambda_{U_i}^2)^{2d_{U_s}-2}} |U_s^\dagger U_s|^2 - \mu_H^2 |H^\dagger H| + \lambda_H |H^\dagger H|^2, \quad (20)$$

where $\mu_H = m_h/\sqrt{2}$ and the Higgs self-quartic coupling $\lambda_H = m_h^2/2v^2 \simeq 0.13$ ($m_h \simeq 125$ GeV). In order to ensure stability in the Higgs potential due to this negative quartic coupling, we require the usual condition $|\lambda_{HU_s}| \lesssim 2\sqrt{\lambda_H \lambda_{U_s}} = 0.72\sqrt{\lambda_{U_s}}$, where the scalar self-quartic coupling λ_{U_s} is positive and bounded from above to preserve the perturbativity of the theory. The large negative couplings λ_{HU_s} required by the enhancement in the $h \rightarrow \gamma\gamma$ would lead to large values of λ_{U_s} which should be within the border of perturbation theory, i.e. $\lambda_{U_s}/4\pi \sim \mathcal{O}(1)$, leading to the constraint $-2.5 \lesssim \lambda_{HU_s} < 0$.

One can work around the large negative quartic couplings problem and fulfill the coupling bound by taking a large charge Q_{U_s} of U_s since the contribution to the rate $R_{\gamma\gamma}$ grows as $\lambda_{HU_s} Q_{U_s}^2 / (\mu_s^2)^{2-d_{U_s}}$. For example, taking U_s charge to be 2 instead of 1 scales up the value of λ_{U_s} by a factor of 4. With the coupling bound $-2.5 \lesssim \lambda_{HU_s} < 0$, a significant enhancement requires that μ_s be smaller than the electroweak scale.

In Fig. 3 we illustrate a contour plot in the plane $(d_{U_s}, \lambda_{HU_s})$ for a fixed value of $\Lambda_{U_i} = 1$ TeV in the region $1 < d_{U_f} < 1.5$ for different values of $R_{\gamma\gamma}$. In the plot, we have fixed $\mu_s = 100$ GeV and $Q_{U_s} = 2$. As can be seen from Fig. 3, for $-2.5 \lesssim \lambda_{HU_s} \lesssim -1.1$, an enhancement of a factor of 1.8 is possible in the region $1 \lesssim d_{U_s} \lesssim 1.31$. The measured value $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ is achieved if the Higgs-unparticle coupling is in the range $-2.5 \lesssim \lambda_{HU_s} \lesssim -0.9$ for $1 \lesssim d_{U_s} \lesssim 1.36$.

For the spin-1/2 case the situation is different since for different regions of scale dimension d_{U_f} , different spin-1/2 loop effects arise. An enhancement in $R_{\gamma\gamma}$ requires either a negative or positive λ_{HU_f} due to the form of A_{U_f} which flips from positive to negative. Hence for a fixed sign of λ_{HU_f} the spin-1/2 contribution can either suppress or enhance the rate depending on the range of the scale dimension d_{U_f} . Here we focus on $\lambda_{HU_f} < 0$. Therefore an enhancement in $R_{\gamma\gamma}$ gives the allowed ranges $1.5 < d_{U_f} < 1.8$ and $2.08 < d_{U_f} < 2.5$ in which A_{U_f} is positive. A negative coupling is consistent with naturalness only for a specific range of d_{U_f} corresponding to the large correction to the rate of $h \rightarrow \gamma\gamma$ for which A_{U_f} is significant. This can arise only when d_{U_f} is close to the critical limit 2.5. In such a limit, we avoid dealing with a large charge

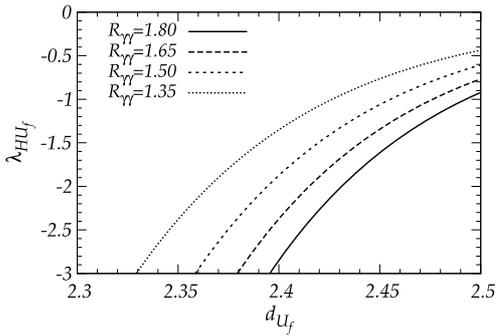


Fig. 4. Contours for different values of the enhancement factor $R_{\gamma\gamma}$ in the case of charged spin-1/2 unparticles as a function of d_{U_f} and λ_{HU_f} for $\Lambda_U = 1$ TeV, $\mu_f = 500$ GeV and $Q_{U_f} = 1$.

Q_{U_f} as opposed to the spin-0 case. It is interesting to note that, unlike the spin-0 case, the rate $R_{\gamma\gamma}$ grows with μ_f since the factor $1/(\mu_f^2)^{2-d_{U_f}}$ can be larger than 1 in the range $2 < d_{U_f} \leq 2.5$.

In Fig. 4 we illustrate the contour plot of the ratio $R_{\gamma\gamma}$ in the plane $(d_{U_f}, \lambda_{HU_f})$ in the region $2.3 < d_{U_f} \leq 2.5$ for different values of $R_{\gamma\gamma}$. Here we have fixed $\mu_f = 500$ GeV and $Q_{U_f} = 1$. We see that for $-3 \lesssim \lambda_{HU_f} \lesssim -1.35$, an enhancement of a factor of 1.8 is possible for $2.395 \lesssim d_{U_f} \lesssim 2.5$. The measured value $R_{\gamma\gamma} = 1.65$ is reached if the Higgs-unparticle coupling is in the range $-3 \lesssim \lambda_{HU_f} \lesssim -0.8$ for $2.38 \lesssim d_{U_f} \lesssim 2.5$.

In summary we have studied the Higgs to diphoton decay induced by spin-0 and spin-1/2 charged unparticles. The loop functions we obtained actually reproduce the familiar case of matter field in the SM limits $d_{U_s} \rightarrow 1$ and $d_{U_f} \rightarrow 3/2$. The decoupling from the Higgs occurs only in the case of spin-0 unparticles in the critical limit $d_{U_s} \rightarrow 2$. We have shown that the unparticle loop contributions have an important impact on Higgs phenomenology at the LHC and can explain the excess in $h \rightarrow \gamma\gamma$ observed by ATLAS experiment. In the spin-0 case, an enhancement in Higgs

diphoton decay rate requires a negative coupling λ_{HU_s} and a large electrical charge to restore the naturalness and vacuum stability, while in the spin-1/2 case an enhancement can be obtained by either negative or positive coupling to the Higgs boson depending on the scale dimension d_{U_f} due to the flipping of the sign of the spin-1/2 contributions. In both cases, a significant enhancement of $h \rightarrow \gamma\gamma$ selects a very special region of the unparticle parameters. The present data of ATLAS in diphoton decay rate of SM-like Higgs boson around 125 GeV serve to constrain the unparticle parameter model. The results we have obtained can be generalized to the $gg \rightarrow h$ production channel which is a dominant process at the LHC.

Acknowledgements

This work is supported by the Algerian Ministry of High Education and Scientific Research, DGRSDT and ATRST.

References

- [1] G. Aad, et al., ATLAS Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 111803, arXiv:1202.1414 [hep-ex].
- [2] S. Chatrchyan, et al., CMS Collaboration, *Phys. Lett. B* **710** (2012) 403, arXiv:1202.1487 [hep-ex].
- [3] CMS Collaboration, CMS-PAS-HIG-13-001.
- [4] ATLAS Collaboration, ATLAS-CONF-2012-168.
- [5] T. Kikuchi, N. Okada, *Phys. Lett. B* **661** (2008) 360, arXiv:0707.0893 [hep-ph].
- [6] H. Georgi, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 221601, arXiv:hep-ph/0703260.
- [7] G. Cacciapaglia, G. Marandella, J. Terning, *J. High Energy Phys.* **0801** (2008) 070, arXiv:0708.0005 [hep-ph].
- [8] J. Galloway, J. McRaven, J. Terning, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 105017, arXiv:0805.0799 [hep-ph].
- [9] W.J. Marciano, C. Zhang, S. Willenbrock, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 013002, arXiv:1109.5304 [hep-ph].
- [10] F.J. Dyson, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1736.
- [11] Y. Liao, *Eur. Phys. J. C* **60** (2009) 125, arXiv:0804.4033 [hep-ph].
- [12] G. Cacciapaglia, G. Marandella, J. Terning, *J. High Energy Phys.* **0902** (2009) 049, arXiv:0804.0424 [hep-ph].

Résumé

Cette thèse traite deux différents aspects ayant trait à la recherche de la nouvelle physique dans le canal de désintégration en deux photons. Elle vise à explorer le modèle des unparticles de Georgi en tant que nouvelle physique par l'étude phénoménologique de la production de diphoton, à la fois dans sa formulation originale et dans son extension en théorie de jauge. Dans le premier aspect nous présenterons nos prédictions pour les signaux de production de diphoton par la médiation des unparticles scalaires et tensorielles, singulets du Modèle Standard, dans les principaux modes de fusion de gluons dans les collisions proton proton auprès du grand collisionneur de hadrons (LHC) au CERN et la diffusion de photons dans les collisions e^-e^+ au futur collisionneur international linéaire (ILC). Un code FeynCalc a été développé pour générer les amplitudes d'hélicité des processus en questions. Le second aspect aborde la question des unparticles portant des charges du groupe de jauge du Modèle Standard et leurs effets sur les modes de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow \gamma Z$ au LHC. La récente découverte du boson de Higgs au LHC ouvre une nouvelle ère dans la physique des particules. Une tâche très importante est d'étudier les propriétés de cette particule en détail et analyser tous les écarts possibles par rapport aux prédictions du Modèle Standard qui pourraient signaler la présence d'une nouvelle physique. Cela nous a donné une motivation pour l'étude du scénario du modèle de jauge des unparticles, en tant que nouvelle physique, pouvant conduire à une amélioration ou suppression de la largeur de désintégration dans les modes de production $h \rightarrow \gamma\gamma$ et $h \rightarrow \gamma Z$ au LHC, par des contributions en boucles des unparticles chargés de spin-0 et spin-1/2 qui forment un premier calcul dans la littérature. Un article décrivant une partie des résultats de cette thèse a été publié dans le journal Physical.Letter.B, intitulé : "Enhancement of $h \rightarrow \gamma\gamma$ via spin-0 and spin-1/2 charged unparticle loops".

Mots-clés : LHC, ILC, Unparticles, diphoton, Higgs.

Abstract

This thesis deals with two different aspects related to the search for new physics in the decay channel into two photons. It aims to explore the Georgi unparticle model as new physics by the phenomenological study of the diphoton production, both in its original formulation and in its extension in gauge theory. In the first aspects we present our predictions for the signals for diphoton production mediated by scalar and tensor unparticles in the main modes of gluon fusion in proton proton collision with the Large Hadron Collider (LHC) at CERN and photon scattering collisions in e^-e^+ at future International Linear Collider (ILC). A FeynCalc code was developed to generate the amplitudes of helicity process issues. The second aspect addresses the issue of unparticles carrying the Standard Model gauge group charges and their effects on the production mode $h \rightarrow \gamma\gamma$. The recent discovery of the Higgs boson at the LHC opens a new era in particle physics. A very important task is to study the properties of this particle in detail and analyze whole possible deviations from the predictions of the standard model that could signal the presence of new physics. This provides a motivation for the study of gauge unparticle model scenario which may lead to an enhancement or suppression in the decay width in the production modes $h \rightarrow \gamma\gamma$ and $h \rightarrow \gamma Z$ at the LHC, through charged unparticle loop contributions of spin-0 and spin-1/2, forming a first calculation in the literature. A paper describing part of the results of this dissertation has been published in the Journal Physical.Letter.B, entitled : "Enhancement of $h \rightarrow \gamma\gamma$ via spin-0 and spin-1/2 charged unparticle loops".

Keywords : LHC, ILC, Unparticles, diphoton, Higgs.

ملخص

في هذه الأطروحة نعالج جانبين مختلفين متعلقين بالبحث عن فيزياء جديدة في قناة اضمحلال جسيم الهيكز إلى فوتونين. إن هدفنا في هذه الأطروحة هو استكشاف نموذج جورجي للأجسيمات كفيزياء جديدة عن طريق الدراسة الفينومينولوجية لإنتاج فوتونين، سواء في صيغة هذا النموذج الأصلية أو في امتداده إلى نظرية عيارية. في الجانب الأول نقدم توقعاتنا لنسب المقاطع الفعالة لإنتاج فوتونين بواسطة اللاجسيمات السلمية و التنسورية في النمط الرئيسي لانصهار الغلونات في التصادم بروتون - بروتون في مصادم الهادرونات الكبير (LHC) بـ CERN، وكذا لتشتت الفوتونات في تفاعل e^+e^- في المصادم الخطي الدولي المستقبلي (ILC). نقدم شيفرة FeynCalc التي قمنا بتطويرها بهدف حساب السعات المستقطبة للتفاعلات المعنية. الجانب الثاني يناقش مسألة اللاجسيمات التي تحمل شحنات الزمرة العيارية للنموذج العياري و أثارها على الأنماط الإنتاجية $h \rightarrow \gamma\gamma$ و $h \rightarrow \gamma Z$. إن الإكتشاف الأخير لبوزون هيكز في LHC يفتح نافذة على حقبة جديدة في فيزياء الجسيمات. فمن المهم جدا دراسة خصائص هذا الجسيم بالتفصيل و تحليل أي انحراف ممكن عن توقعات النموذج العياري و التي قد تؤثر إلى وجود فيزياء جديدة. إن هذا الأمر يعطينا دافعا من أجل دراسة سيناريو نموذج اللاجسيمات العياري الذي قد يؤدي إلى زيادة أو نقصان في عرض الإضمحلال في نمطي الإنتاج $h \rightarrow \gamma\gamma$ و $h \rightarrow \gamma Z$ في LHC، وذلك عبر مساهمة حلقات اللاجسيمات المشحونة ذات سبين 0 و سبين 1/2، و هذا يشكل أول حساب من نوعه في هذا المجال.

كلمات المفاتيح: مصادم الهادرونات الكبير (LHC)، المصادم الخطي الدولي (ILC)، اللاجسيمات، فوتونين، هيكز