

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Batna 2
Faculté de Technologie
Département d'Électronique



Mémoire

**Présenté pour l'obtention du diplôme de
MAGISTER en Électronique**

OPTION

Contrôle Industriel

Par

Nezzar Fateh

Thème

**Poursuite de trajectoire d'un robot mobile non-holonome
sur la base d'un modèle flou**

Soutenu devant le jury composé de :

Pr. Lamir Saidi	Prof.	Université de Batna	Président
Pr. Foudil Abdessemed	Prof.	Université de Batna	Rapporteur
Pr. Benmahammed Khier	Prof.	Université de Sétif	Examineur
Dr. Nouredine Slimane	M.C.A.	Université de Batna	Examineur
Dr. Said Oughlent	M.C.A.	Université de Batna	Examineur
Dr. Djamel-Eddine Ameddah	M.C.A.	Université de Batna	Invité

Je dédie ce mémoire
à mes chers parents.
à toute ma famille,
à toutes et à tous mes ami(e)s

Remerciements

Je tiens à vous exprimer de mes profonde gratitude et remerciements, mes promoteurs en général, en particulier mon encadreur le professeur Foudil Abdessemed d'avoir accepté de m'encadré et surtout pour leur disponibilité, leur soutien et le temps qu'il a consacré au bon déroulement de ce travail.

Je remercie les membres du jury, le professeur Lamir Saidi, le professeur Benmahammed Khier, le maître de conférence Nouredine Slimane, le maître de conférence Said Oughlent, le maître de conférence Djamel-Eddine Ameddah d'avoir accepté de faire partie de mon jury de mémoire.

A toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

" Je distingue deux moyens de cultiver les sciences : l'un d'augmenter la masse des connaissances par des découvertes ; et c'est ainsi qu'on mérite le nom d'inventeur ; l'autre de rapprocher les découvertes et de les ordonner entre elles, afin que plus d'hommes soient éclairés, et que chacun participe, selon sa portée, à la lumière de son siècle ... "

Diderot

Sommaire

INTRODUCTION :	5
CHAPITRE 1	8
Modélisation Du Robot Mobile à Roues	8
1.1 Introduction :	8
1.2 Le Roulement sans glissement et les contraintes non holonomes :	9
1.2.1 Description d'un robot mobile	9
1.2.2 Mise en place des repères :	10
1.2.3 Modélisation Cinématique Du Robot Mobile:	11
1.2.4 Contraintes cinématiques du robot à entraînement différentiel :	15
1.2.5 Modele Dynamique :	16
1.3 Modélisation en présence de glissement :	18
1.3.1 Bilan des forces externes :	22
1.3.4. La méthode de <i>Lagrange-Euler</i> :	22
1.4 Conclusion:	25
CHAPITRE 2	26
La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée	26
2.1 Introduction:	26
2.2 Modèle physique de l'effort de contact pneumatique/sol :	26
2.2.1 Le comportement du pneumatique	26
2.2.2 Comportement longitudinal :	27
2.2.3 Le comportement latéral	29
2.2.3.1 L'angle de dérive :	30
2.3 Les modèles de contact pneumatique/chaussée	31
2.3.1 Modèle de Pacejka :	33
2.4 Conclusion :	36
CHAPITRE 3	37
Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile	37
3.1 Introduction :	37
3.2 Formulation du problème :	37
3.3 Stratégies de commandes pour le suivi de trajectoires :	39

3.3.1 Théorie de Lyapunov :	39
3.3.2 Les différentes parties de la commande floue.....	41
3.4 Contrôle du robot mobile :	47
3.4.1 Contrôle Basé sur la théorie de Lyapunov :	47
3.4.2 La commande floue :	51
3.4.3 Planificateur dynamique :	55
3.5 Résultats de simulation et Discussion :	56
3.5.1 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire avec «backstteping»:	57
3.5.2 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire avec «logique floue»:	61
3.6 Conclusion :	65
CONCLUSION GENERALE.....	66
BIBLIOGRAPHIE.....	68

Liste des Figures :

Figure 1 Géométrie du robot mobile Pioneer 3DX.....	10
Figure 2 Exemple d'une contrainte non holonome.....	15
Figure 3 Roulement d'une roue soumise au glissement latéral et longitudinal	19
Figure 4 Schéma de robot mobile sans roues.....	21
Figure 5 Schéma des roues motrices gauche et droite	21
Figure 6 Déformation des aspérités de deux surfaces (A) avant l'application de la charge (B) après l'application de la charge	27
Figure 7 Déformation longitudinal du pneumatique.....	27
Figure 8 Déformation transversale du pneumatique.....	29
Figure 9 L'angle de dérive.....	30
Figure 10 Définition de l'angle de carrossage	30
Figure 11 Courbe caractéristique selon le modèle de Pacejka.....	33
Figure 12 Forme de la courbe de la force longitudinale ou latérale	34
Figure 13 La force de traction latérale pour différente surface.	35
Figure 14 La force de traction longitudinale pour différentes surfaces.	36
Figure 15 Poursuite de trajectoire	38
Figure 16 Structure de base d'un contrôleur flou.	42
Figure 17 Inférence : minimum et produit.....	45
Figure 18 Compositions des ensembles flous issus de l'inférence	46
Figure 19 Structure de la commande « Backstepping »	48
Figure 20 Structure de la commande floue.....	52
Figure 21 Les fonctions d'appartenance des entrées et des sorties (a) e_v/e_w (b) τ_L / τ_A	53
Figure 22 Structure générale de contrôle avec planificateur de vitesse.....	55
Figure 23 Poursuite de trajectoire rectiligne avec « backstepping »	57
Figure 24 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire rectiligne « backstepping ».....	57
Figure 25 Les couples moteurs τ_r, τ_l pour une trajectoire rectiligne « backstepping ».....	58
Figure 26 La vitesse désirée.....	58
Figure 27 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping »	59
Figure 28 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping » résultantes sur une surface glissante	59
Figure 29 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping » résultantes sur une surface non glissante.....	59
Figure 30 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping »	60
Figure 31 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » par « backstepping avec planificateur dynamique».....	60
Figure 32 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » par « Backstepping avec planificateur dynamique »	60
Figure 33 Poursuites de trajectoire rectiligne avec « la commande floue»	61
Figure 34 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire rectiligne «la commande floue » ...	62
Figure 35 Les valeurs des couples moteurs τ_r, τ_l	62

Figure 36 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » avec « contrôleur flou »	63
Figure 37 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire « L » utilisant le « contrôleur flou» résultantes pour une surface non glissante	63
Figure 38 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire « L » avec « contrôleur flou» résultantes pour une surface glissante.....	64
Figure 39 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » utilisant le contrôleur flou	64
Figure 40 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » utilisant le contrôleur flou avec planificateur dynamique.....	64
Figure 41 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » utilisant le contrôleur flou « avec planificateur dynamique ».....	65

INTRODUCTION :

Le concept d'autonomie des robots mobiles englobe de nombreux domaines de connaissances, il est conçu pour le contrôle de trajectoire, l'évitement d'obstacle, la localisation, et ainsi de suite. En pratique, le succès d'une mission de planification de trajectoire et de la navigation d'un véhicule autonome dépend de la disponibilité ou d'une estimation suffisamment fiable de la position du véhicule et une représentation exacte de la zone de navigation.

La perception de l'environnement est une fonction nécessaire pour pouvoir contrôler l'exécution du mouvement. Pour cette fonction nous disposons des moyens instrumentaux importants, en l'occurrence :

- des moyens technologiques : caméras, radars, capteurs etc. ...
- des moyens algorithmiques, informatiques et mathématiques : observateurs...

Ils permettent en effet d'extraire l'information utile sur l'environnement opérationnel.

La forte utilisation des robots mobiles dans les domaines où l'être humain ne peut pas être présent, notamment dans les sites nucléaires à haut risque ou dans le cas de l'exploration spatiale, nécessite la disponibilité d'une connaissance de l'environnement et de la tâche sur laquelle doit être accomplie.

Avant d'entamer le contrôle du robot mobile nous devons éclairer la problématique qui est souvent rencontrée dans ce domaine. Il existe plusieurs problèmes classiques concernant la commande dans le déplacement des robots mobiles. Parmi ces problèmes nous en exposons deux: La poursuite de trajectoire (où le robot doit atteindre et suivre une trajectoire dans l'espace cartésien avec le droit de synchronisation associé à partir d'une configuration initiale donnée) et le suivi de chemin (où le robot doit atteindre et suivre un chemin géométrique dans l'espace cartésien à partir d'une configuration initiale donnée) [20].

Dans ce mémoire on considère la poursuite de trajectoire d'un robot mobile à roues sur un sol plan.

Le problème à considérer est le glissement des roues nécessitant une intervention au niveau de la commande pour une meilleure poursuite de trajectoire. Ce phénomène de glissement est étudié par plusieurs chercheurs ex: [21] , [35] et [36].

Notre objectif dans ce mémoire consiste à améliorer la navigation autonome du robot mobile à roues « Pioneer 3DX ». Premièrement, par la conception d'une modélisation plus proche à la réalité, en prenant en considération la dynamique des roues et les efforts d'interaction roue /sol. Deuxièmement, en introduisant une solution floue pour la poursuite de trajectoire pour laquelle on peut éviter le glissement. Sur la base de l'expertise des pilotes de voiture de rallye, proposer par [2], qui utilisent le glissement pour déplacer le véhicule avec des forces de traction maximales, nous implantons un planificateur dynamique pour rôle de régler la vitesse linéaire du robot tout en mettant les forces de traction optimales.

La commande floue présentée dans ce travail était proposée dans [32], [33] et [34] ces recherches sont effectuées sur les robots mobiles à roues en déplacement pur "sans glissement" qui se basent sur l'idée de la commande « Back Stepping ». Notre proposition est d'appliquer une commande classique sur le modèle de « SIDEK » qui est apte de modéliser la dynamique du robot et des roues puis l'introduction d'une solution floue pour l'amélioration du suivi de trajectoire. Ce type de commande a suscité un grand intérêt parmi les chercheurs durant ces dernières années à cause de sa robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation et des perturbations sur le système à commander.

A cet effet, notre mémoire sera structuré en trois chapitres :

On commence le mémoire par la modélisation cinématique et dynamique du robot mobile à roues « Pioneer 3DX » influencé par le phénomène de glissement qui impose un comportement spécifique sur les roues.

Dans le deuxième chapitre, on propose un modèle semi-empirique décrivant l'effort de traction pneumatique/chaussée basé sur l'ajustement de courbe. Ce modèle nommer le modèle de "Pacejka" est largement utilisé dans l'industrie.

Le troisième chapitre, traite la problématique de la poursuite de trajectoire d'un robot mobile à roues non holonome « Pioneer 3DX » en présence de glissement. Ensuite, nous utilisons deux types de commande pour stabiliser la poursuite de trajectoire.

La première approche est du type classique qui se base sur la stabilité au sens de Lyapunov «Backstepping »et la deuxième méthode se base sur le résonnement approximatif flou.

Le contrôleur flou proposé joue le rôle d'un contrôleur dynamique qui minimise une erreur de vitesse entre la vitesse réelle est celle générée par un contrôleur cinématique qui se base aussi sur la stabilité asymptotique de Lyapunov comme étant vue dans [27].

INTRODUCTION

En revanche, l'influence du phénomène de glissement sur le mouvement du robot mobile, qui était étudié au deuxième chapitre, implique de trouver une solution adéquate pour une navigation stable. Pour cela on introduit un planificateur de vitesse pour le réglage de vitesse qui impose une traction maximale.

Cette étude est faite avec quelques travaux de simulations. On termine notre travail par une conclusion générale.

CHAPITRE 1

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

1.1 Introduction :

La Conception, le développement et le contrôle d'un système mécatronique exigent une compréhension et une représentation appropriée de ce système. En particulier, un "modèle mathématique " est nécessaire pour décrire avec exactitude le comportement du robot mobile. Ce système est en effet un assemblage complexe d'une multitude d'éléments mécaniques, électriques et élastiques (les pneumatiques ou les suspensions par exemple), il est représenté par une modélisation cinématique qui traite leur mouvement sans tenir compte des forces, et une modélisation dynamique qui est l'étude du mouvement avec lesquelles les forces et les couples sont modélisés.

Notre objectif dans ce chapitre est d'établir un modèle mathématique décrivant la dynamique d'un robot mobile non holonome qui rende compte du glissement, mais qui reste d'une complexité acceptable avec le pouvoir d'être utilisé par la suite pour l'application d'une loi de commande appropriée.

Pour le développement d'un modèle mathématique d'un robot mobile nous avons fait plusieurs hypothèses simplificatrices sur la structure des robots mobiles et sur leur environnement. Ces hypothèses sont présentées comme suit:

Hypothèse 1 : Description générale des robots mobiles et de leur environnement

Hypothèse 1.1: les robots mobiles sont supposés mono-corps (i.e. pas de remorque).

Hypothèse 1.2:le châssis des robots, de même que les pièces reliant les roues au châssis sont supposés rigides (ce qui exclut en particulier tout système de suspension).

dans ces conditions, les robots mobiles ne représentent:

- Ni roulis (i.e. rotation du châssis du robot autour d'un axe parallèle à la direction d'avancement).
- Ni tangage (i.e. rotation du châssis du robot autour d'un axe perpendiculaire à la direction d'avancement).

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

- Ni carrossage (i.e. les plans contenant chacune des roues restent à tout moment verticaux)

Hypothèse 1.3: la dynamique des différents moteurs commandant les roues en rotation est supposée négligeable. Dans ces conditions, les couples de rotation appliqués sur les roues peuvent être considérés comme étant les variables de commande, à spécifier par l'utilisateur.

Hypothèse 1.4: la surface d'évolution des robots est supposée horizontale et parfaitement plane.

Hypothèse 1.5: il est supposé qu'aucune force aérodynamique n'agit sur le robot mobile.

Hypothèse 2 : Roulement pur sans glissement:

Hypothèse 2.1: chaque roue est supposée indéformable et la zone de contact roue-sol est suppose ponctuelle.

Hypothèse 2.2: la vitesse linéaire du point de contact d'une roue avec le sol est nulle. [1]

1.2 Le Roulement sans glissement et les contraintes non holonomes :

L'holonomie et non-holonomie sont des concepts fondamentaux qui décrivent les contraintes des systèmes mécaniques non linéaires (i.e robots mobiles à roues), ils jouent un rôle essentiel dans le contrôle du mouvement de ces systèmes. Dans ce qui suit, nous définissons certains termes liés à la robotique mobile.

Les coordonnées de Lagrange : est un ensemble de coordonnées, Q nécessaires pour préciser distinctement la configuration du système.

Si le nombre de coordonnées de Lagrange est plus que le nombre « N » de degrés de liberté (DOF) d'un système, alors nous pouvons attribuer « N » coordonnées de Lagrange en tant que coordonnées primaires. Les coordonnées restantes sont appelées coordonnées secondaires. En mécanique classique, les coordonnées primaires sont appelées coordonnées généralisées. [2]

1.2.1 Description d'un robot mobile

Le premier point dans le développement d'un modèle consiste à sélectionner un ensemble des variables permettant de repérer la configuration du système, ces variables sont appelées coordonnées généralisées.

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

Définition des Coordonnées généralisées : on appelle coordonnées généralisées associées à un système mécanique S, l'ensemble des variables décrivant la géométrie de S, ils permettent de connaître la position des points de S.

1.2.2 Mise en place des repères :

Repère du robot : $\{X_R, Y_R\}$ est le système de coordonnées fixé sur le robot.

Repère universel : $\{X_I, Y_I\}$ est le système de coordonnées fixe dans le plan du robot.

Les deux systèmes de coordonnées ci-dessus sont montrés dans la Figure 1.

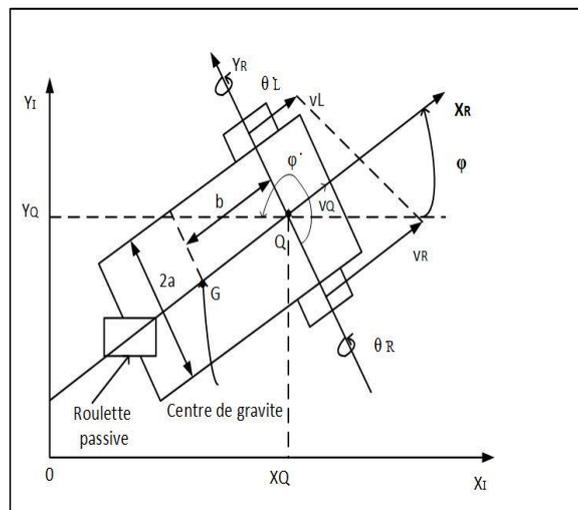


Figure 1 Géométrie du robot mobile Pioneer 3DX

L'introduction de ces systèmes de coordonnées est utile dans la modélisation cinématique du robot qui sera expliqué dans la section suivante. La question importante qui doit être expliquée est la correspondance entre ces deux cadres. La position du robot dans le repère inertiel et robot peut être définie comme suit:

$$q_I = [x_I \quad y_I \quad \varphi_I]^T$$

$$q_R = [x_R \quad y_R \quad \varphi_R]^T$$

La relation entre ces deux cadres est exprimée à travers la transformation de rotation suivante:

[3]

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$$q_I = R(\varphi)q_R$$

$$R(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2.3 Modélisation Cinématique Du Robot Mobile:

L'objectif de la modélisation cinématique d'un robot mobile à roues est de trouver la vitesse du robot dans le repère monde en fonction des vitesses des roues et les paramètres géométriques du robot. En d'autres termes, nous voulons établir la vitesse du robot $\dot{q} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\varphi} \ \dot{\theta}_R \ \dot{\theta}_L]^T$ en fonction des vitesses des roues $\dot{\theta}_R$ et $\dot{\theta}_L$. La cinématique de robot a généralement deux analyses principales, une cinématique directe et une cinématique inverse:

- cinématique directe:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix} = f(\dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L, \text{parameters geometriques})$$

- cinématique inverse:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix} = f(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L)$$

1.2.3.a Modèle cinématique direct et inverse:

Le Pioneer 3DX montré dans la Figure 1 est un exemple des robots mobiles à entraînement différentiel ce type sera notre propre sujet par la suite.

Supposons une configuration de robot mobile d'entraînement différentiel qui comporte deux roues d'un rayon "r", placé à une distance "a" du centre de robot.

Les notations suivantes seront utilisées dans ce mémoire:

Q : L'intersection de l'axe de symétrie et l'axe des roues motrices.

G : Le centre de gravité de la plate-forme

b : La distance entre le centre de l'axe de masse et de roues motrices dans la direction x.

a : La distance entre chaque roue motrice et l'axe de robot de symétrie dans la direction Y

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

- r : Le rayon de chaque roue motrice
- R : Le rayon de ICC
- $\dot{\theta}_R$: La vitesse angulaire de la roue droite
- $\dot{\theta}_L$: La vitesse angulaire de la roue gauche
- V : La vitesse linéaire de la plate-forme
- ω : La vitesse angulaire de la plate-forme
- φ : L'angle de rotation de la plate-forme
- x_q, y_q : Les coordonnées du point Q
- x_g, y_g : Les coordonnées du point G
- V_r, V_l : La vitesse linéaire de la roue droite et gauche respectivement

Le vecteur de position du robot et sa vitesse sont respectivement :

$$q = \begin{pmatrix} x_q \\ y_q \\ \varphi \\ \theta_r \\ \theta_l \end{pmatrix}, \dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x}_q \\ \dot{y}_q \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{pmatrix}$$

La problématique de la cinématique directe est décrite par la fonction suivante:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} = f(\dot{\theta}_r, \dot{\theta}_l, a, r, \varphi)$$

On a les relations entre les vitesses linéaires et angulaires des roues :

$$V_r = r\dot{\theta}_r ; V_l = r\dot{\theta}_l ; V = R\dot{\varphi} \tag{1}$$

Les vitesses du robot sont définies en repère globale (monde) comme suit \dot{X}, \dot{Y} , et $\dot{\varphi}$:

$$\dot{x}_q = V\cos\varphi ; \dot{y}_q = V\sin\varphi \tag{2}$$

$$\dot{x}_q = V\cos\varphi = r/2(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)\cos\varphi \tag{3}$$

$$\dot{y}_q = V\sin\varphi = r/2(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)\sin\varphi \tag{4}$$

$$V = \frac{V_r + V_l}{2} \Rightarrow V = r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)/2 \tag{5}$$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$$2a\dot{\varphi} = Vr - Vl \Rightarrow \omega = \dot{\varphi} = r(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)/2a \quad (6)$$

La relation entre les vitesses du centre de gravité et du centre d'axe des roues est:

$$x_g = x_q - b * \cos\varphi$$

$$y_g = y_q - b * \sin\varphi$$

$$\dot{x}_g = \dot{x}_q + b * \dot{\varphi} \sin\varphi \quad (7)$$

$$\dot{y}_g = \dot{y}_q - b * \dot{\varphi} \cos\varphi \quad (8)$$

$$\text{On a: } V = \dot{x}_q \cos\varphi + \dot{y}_q \sin\varphi \quad (9)$$

$$V_r = V + a\dot{\varphi} \quad (10)$$

$$V_l = V - a\dot{\varphi} \quad (11)$$

De (1) et (9), (10) et (11) on a :

$$V_r = r\dot{\theta}_r = \dot{x}_q \cos\varphi + \dot{y}_q \sin\varphi + a\dot{\varphi} \quad (12)$$

$$V_l = r\dot{\theta}_l = \dot{x}_q \cos\varphi + \dot{y}_q \sin\varphi - a\dot{\varphi} \quad (13)$$

Considérant que la rotation est autour du centre de gravité G On remplace \dot{x}_q et \dot{y}_q par leurs valeurs dans les équations (3) et (4) on obtient les relations suivantes:

$$\dot{x}_g = \left(\frac{r}{2} \cos\varphi + \frac{br}{2a} \sin\varphi \right) \dot{\theta}_r + \left(\frac{r}{2} \cos\varphi - \frac{br}{2a} \sin\varphi \right) \dot{\theta}_l \quad (14)$$

$$\dot{y}_g = \left(\frac{r}{2} \sin\varphi + \frac{br}{2a} \cos\varphi \right) \dot{\theta}_r + \left(\frac{r}{2} \sin\varphi - \frac{br}{2a} \cos\varphi \right) \dot{\theta}_l \quad (15)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{r}{2a} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l) \quad (16)$$

De (14, 15, 16) on trouve le modèle cinématique de notre robot :

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \varphi + \frac{br}{2a} \sin \varphi & \frac{r}{2} \cos \varphi - \frac{br}{2a} \sin \varphi \\ \frac{r}{2} \sin \varphi + \frac{br}{2a} \cos \varphi & \frac{r}{2} \sin \varphi - \frac{br}{2a} \cos \varphi \\ & \\ \frac{r}{2a} & -\frac{r}{2a} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix}$$

Et on obtient:

$$\dot{x}_g = V \cos \varphi + b \sin \varphi \omega$$

$$\dot{y}_g = V \sin \varphi + b \cos \varphi \omega$$

$$\dot{\varphi} = \omega$$

$$\dot{\theta}_r = \frac{V}{r} + \frac{a}{r} \omega$$

$$\dot{\theta}_l = \frac{V}{r} - \frac{a}{r} \omega$$

De ces dernières équations on trouve une autre forme de la cinématique directe :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & b \sin \varphi \\ \sin \varphi & b \cos \varphi \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{r} & \frac{a}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{a}{r} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix}$$

Et de (14), (15) et (16) nous concluons la cinématique inverse suivante:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} = \frac{1}{r} * \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & a & 1 & 0 \\ \cos \varphi & \sin \varphi & -a & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix}$$

Dans ce qui suit la notation x, y est correspond au x_g et y_g

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

1.2.4 Contraintes cinématiques du robot à entraînement différentiel :

Si le robot peut instantanément se déplacer en avant et en arrière mais il ne peut pas se déplacer à droite et à gauche sans que les roues glissent, on dit qu'il possède une contrainte non holonome. Par contre si chaque roue est capable de se déplacer en avant et à coté, on dit qu'il s'agit d'un comportement holonome du robot. [4]

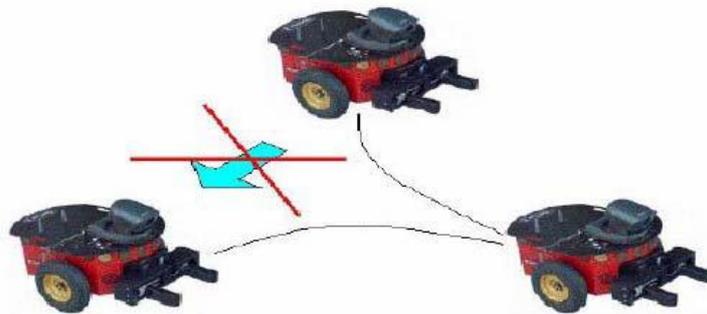


Figure 2 Exemple d'une contrainte non holonome.

Le mouvement d'un robot mobile différentiel est caractérisé par deux équations de contrainte non-holonomes, qui sont obtenues par deux principales hypothèses :

Hypothèse 1: Aucun glissement latéral: Cette contrainte signifie simplement que le robot peut se déplacer uniquement en avant et en arrière, mais pas latéralement.

Cette hypothèse signifie que la vitesse du point G est nulle le long de l'axe latéral, et peut être exprimée mathématiquement comme:

$$\dot{y}\cos\varphi - \dot{x}\sin\varphi + b\dot{\varphi} = 0 \quad (17)$$

Hypothèse 2: Roulement pur sans glissement: La contrainte roulement pur représente le fait que chaque roue maintient un point en contact ponctuel avec le sol. [5]

Les équations (12) et (13) et (17) représentent les contraintes non-holonomiques , qui s'écrivent sous forme plus compacte comme :

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (18)$$

telle que :

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$$A(q) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & a & -r & 0 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & -a & 0 & -r \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & b & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1.2.5 Modèle Dynamique :

La formulation des équations du mouvement, ou de la dynamique, d'un robot est essentielle dans l'analyse, la conception et le contrôle d'un robot. La modélisation dynamique en général est l'étude du mouvement de système avec lesquelles les forces et les couples sont modélisés. La principale différence entre la modélisation dynamique et cinématique est que dans la cinématique nous étudions le mouvement sans tenir compte des forces et des couples qui influent sur le mouvement, d'où on considère seulement les relations géométriques qui représentent le système.

Les formalismes de modélisation dynamiques sont diverse, on observe: le formalisme de Newton-Euler, le formalisme de Lagrange-Euler, le principe d'Alembert, etc.

Dans le reste de notre étude, on choisit de développer le modèle dynamique en utilisant le formalisme de Lagrange-Euler.

Ces équations permettent d'obtenir directement les relations entre les couples et les coordonnées généralisées du robot.

Pour un système non holonome, il doit y avoir plus de nombre de coordonnées généralisées que le nombre de degrés de liberté à cause des contraintes imposées sur le mouvement du système. En effet, s'il ya m-équations de contraintes non holonomes de la forme de l'équation (18), alors les équations différentielles du second ordre sont obtenues à partir des expressions suivantes:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = u_i + A(q)^T * \lambda_k \quad i = 1,2, \dots n, k = 1,2, \dots n - m \quad (19)$$

Avec $L(q, \dot{q}) = Ec - Ep$.

Tel que:

Ec : représente l'énergie cinétique.

Ep : représente l'énergie potentielle.

Cette dernière est nulle dans le cas des robots mobiles.

Le robot mobile à roues peut être divisé en trois parties à savoir le corps de la plate-forme et ses deux roues. L'expression de l'énergie cinétique suivante est obtenue comme suit :

$$\text{L'énergie cinétique du corps : } Tr = \frac{1}{2} m_r (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I_{rz} \dot{\varphi}^2 \quad (20)$$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

L'énergie cinétique des deux roues :

$$T_{w_r} = \frac{1}{2} m_w (\dot{x} - b\dot{\varphi} \sin\varphi + a\dot{\varphi} \cos\varphi)^2 + \frac{1}{2} m_w (\dot{y} + b\dot{\varphi} \cos\varphi + a\dot{\varphi} \sin\varphi)^2 + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_{wy} \dot{\theta}_r^2 \quad (21)$$

$$T_{w_l} = \frac{1}{2} m_w (\dot{x} - b\dot{\varphi} \sin\varphi - a\dot{\varphi} \cos\varphi)^2 + \frac{1}{2} m_w (\dot{y} + b\dot{\varphi} \cos\varphi - a\dot{\varphi} \sin\varphi)^2 + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_{wy} \dot{\theta}_l^2 \quad (22)$$

λ_k : Le vecteur des multiplicateurs de Lagrange

u_i : La force généralisée correspondant à la coordonnée généralisée q_i

m_r : La masse de la plate-forme de robot sans que les roues d'entraînement et les moteurs

m_w : La masse de chaque roue motrice ainsi que le rotor de son moteur

I_{rz} : Le moment d'inertie de la plate-forme du robot sans les roues motrices et les moteurs autour d'un axe vertical à travers le centre de masse G.

I_{wz} : Le moment d'inertie des roues motrices et les moteurs autour de l'axe vertical

I_{wy} : Le moment d'inertie des roues motrices et les moteurs autour de l'axe de roue

En utilisant les équations de contrainte (12) et (13) et (17) et les équations de l'énergie(20)-(22), nous pouvons développer l'équation dynamique pour le système "WMR" sans glissement sous forme d'équations différentielles. Les détails peuvent être trouvés dans la réf [6].

La résolution de ces équations de Lagrange conduit à la forme matricielle suivante :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = B(q)u - A^T(q)\lambda \quad (23)$$

Avec:

$q \in R^{n \times 1}$: Le vecteur des coordonnées généralisées

$\dot{q} \in R^{n \times 1}$: Le vecteur des vitesses linéaires et angulaires correspondant aux coordonnées généralisées.

$M(q) \in R^{n \times n}$: Matrice d'inertie du système "symétrique et définie positive "

$C(q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$: Le vecteur de la force centrifuge et Coriolis

$B(q) \in R^{n \times (n-m)}$: La matrice de transformation d'entrée

$u \in R^{(n-m) \times 1}$: Le vecteur d'entrée

$A(q) \in R^{m \times n}$: La matrice associée aux contraintes

$\lambda \in R^{m \times 1}$: Vecteur des multiplicateurs de Lagrange

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$A^T(q)\lambda$ Correspond aux forces de contraintes liées aux contraintes cinématiques.

On définit une matrice $S \in R^{n \times (n-m)}$ qui satisfait la relation suivante:

$$S^T(q)A^T(q) = 0 \quad (24)$$

D'après (2) et (3) il est possible de trouver un vecteur auxiliaire $v \in R^{(n-m) \times 1}$ tel que pour tout t

$$\dot{q} = S(q)v(t) \quad (25)$$

En prenant la dérivée de \dot{q} et la remplaçant dans (23) et en multipliant par $S^T(q)$ le terme $A^T(q)\lambda$ est éliminé. Les équations représentant le modèle complet du système de robot mobile non holonome sont données par [2] :

$$\begin{aligned} \dot{q} &= S(q)v(t) \\ [S^T(q)M(q)S(q)]\dot{v}(t) + [S^T(q)M(q)\dot{S}(q)]v(t) + S^T(q)C(q, \dot{q}) &= S^T(q)B(q)u \end{aligned} \quad (26)$$

$$\bar{M}(q)\dot{v}(t) + \bar{C}(q, \dot{q}) = \bar{B}(q)u \quad (27)$$

Dans la section suivante, nous aborderons le déplacement du robot mobile en présence de glissement, mettant en évidence le comportement réel du robot.

1.3 Modélisation en présence de glissement :

Dans une situation réelle et pratique il n'existe pas une notion de roulement sans glissement. Les propriétés du pneumatique montrent que sous l'action des efforts appliqués par le robot (charge, couple moteur ou de freinage, force centrifuge, etc.), le pneu se déforme et établit avec le sol une aire de contact. Les déformations et les propriétés d'adhérence dans l'aire de contact entraînent la génération des forces de réactions influant sur le comportement du robot mobile à roues.

Si la prise en compte de l'influence du contact pneu/chaussée sur le mouvement est considéré, alors que l'hypothèse 2.2 de roulement pur sans glissement ne peut pas être systématiquement utilisée pour décrire le comportement d'un robot mobile à roues en présence de glissement.

Maintenant, supposons que les roues sont soumises aux glissements longitudinaux et latéraux, ce qui impose la définition de deux variables de glissement longitudinaux ξ_r , ξ_l et de glissement latéraux η_r , η_l

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

On définit alors deux nouveaux états ρ_r, ρ_l qui représentent le déplacement longitudinal total du centre des roues droite et gauche respectivement comme étant présenter par la Fig.3.

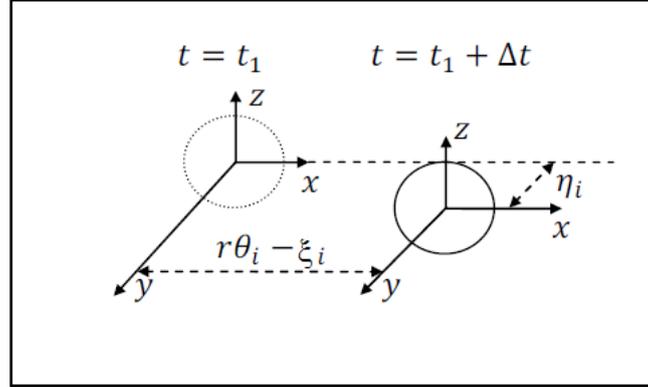


Figure 3 Roulement d'une roue soumise au glissement latéral et longitudinal

$$\text{Avec : } \rho_r = (r\theta_r - \xi_r) \quad (28)$$

$$\rho_l = (r\theta_l - \xi_l) \quad (29)$$

Le vecteur des coordonnées généralisées devient :

$$q = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \varphi \\ \eta_r \\ \eta_l \\ \rho_r \\ \rho_l \\ \theta_r \\ \theta_l \end{pmatrix}$$

Les contraintes de roulement sans glissement présentés par (12),(13) et(17) sont violées lorsque le robot est en mode d'accélération, décélération ou, lors d'un virage à une vitesse élevée .

Les nouvelles contraintes longitudinales non holonomes du robot deviennent alors :

$$V_r = \dot{\rho}_r = \dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi + a \dot{\varphi} \quad (30)$$

$$V_l = \dot{\rho}_l = \dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi - a \dot{\varphi} \quad (31)$$

Lorsque les deux roues motrices sont reliées rigidement aux corps du robot et ne possèdent pas un mouvement relatif selon les directions latérales, on peut distinguer les mêmes expressions des $\dot{\eta}_r$ et $\dot{\eta}_l$:

$$\dot{\eta}_r = \dot{y} \cos \varphi - \dot{x} \sin \varphi + b \dot{\varphi} \quad (32)$$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$$\dot{\eta}_l = \dot{y} \cos \varphi - \dot{x} \sin \varphi + b \dot{\varphi} \quad (33)$$

La nouvelle matrice des contraintes non-holonomique $A(q) \in R^{4 \times 9}$ sera sous la forme suivante :

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin \varphi & \cos \varphi & b & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & b & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \varphi & \sin \varphi & a & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \varphi & \sin \varphi & -a & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Ensuite, nous pouvons trouver la matrice $S(q) \in R^{9 \times 5}$ et le vecteur $v \in R^{5 \times 1}$ qui satisfait ces deux conditions (24) et (25).

$$S(q) = \begin{bmatrix} -\sin \varphi & \frac{a \cos \varphi + b \sin \varphi}{2a} & \frac{a \cos \varphi - b \sin \varphi}{2a} & 0 & 0 \\ \cos \varphi & \frac{a \sin \varphi - b \cos \varphi}{2a} & \frac{a \sin \varphi + b \cos \varphi}{2a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2a} & -\frac{1}{2a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$v = [\dot{\eta}_l \quad \dot{\rho}_r \quad \dot{\rho}_l \quad \dot{\theta}_r \quad \dot{\theta}_l]^T$$

Dans le cas général, les équations du mouvement du modèle dynamique complet sont obtenues en considérant les forces d'inertie, les forces extérieures et les moments appliqués au robot mobile pour chacune des trois directions.

Pour calculer le modèle dynamique du robot on considère les figures (4) et (5) :

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

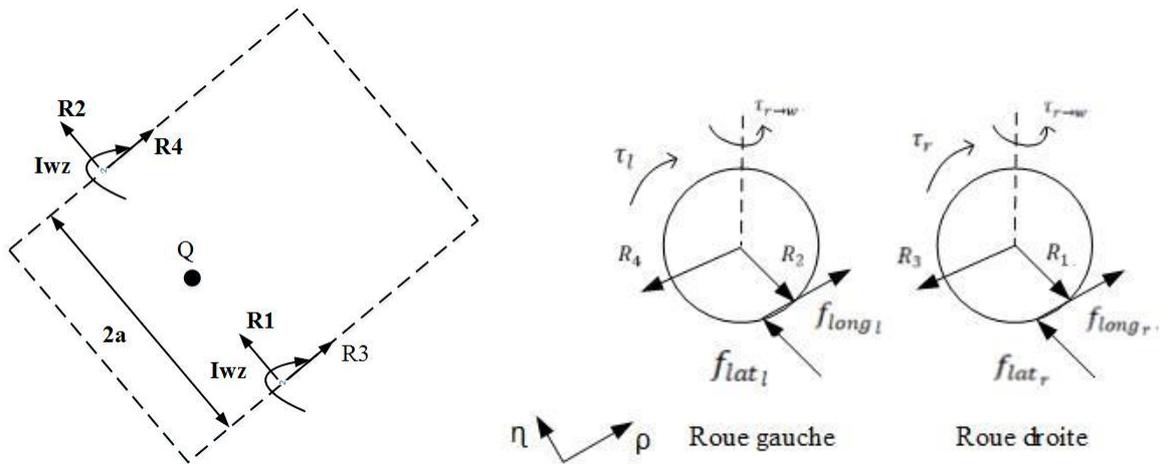


Figure 4 Schéma de robot mobile sans roues Figure 5 Schéma des roues motrices gauche et droite

Les paramètres dynamiques et les variables du robot mobile sont définis comme suit:

$\ddot{\eta}_r, \ddot{\eta}_l$: Les accélérations des glissements latéraux pour les roues droite et gauche.

$\ddot{\rho}_r, \ddot{\rho}_l$: Les accélérations des glissements longitudinaux pour les roues droite et gauche.

$\rho - \eta$: Le système de coordonnées fixe à chaque centre de roue motrice.

$x - y$: Le système de coordonnées fixé sur le robot.

R_i : Les forces de réaction entre le corps du robot et des deux roues motrices.

$f_{lat_{r,l}}$: La force de traction latérale pour chaque roue motrice.

$f_{long_{r,l}}$: La force de traction longitudinale pour chaque roue motrice.

$\tau_{r,l}$: Le couple moteur agissant sur chaque axe de la roue générée par son moteur à cc.

$\tau_{r \rightarrow w}$: Le couple de ce que le corps de robot donne à chaque roue motrice.

Avec : $\tau_{r \rightarrow w} = I_{wz} \ddot{\phi}$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

1.3.1 Bilan des forces externes :

- Les forces verticales F_N : ce sont les forces exercées verticalement sur les deux roues du robot mobile
- Les forces de contact pneumatique/chaussée F : ce sont les forces générées lors du contact de la roue avec le sol. Elles sont étudiées en détail au chapitre 2.
- La force centrifuge F_{cg} : la force agissant sur un véhicule se déplaçant dans une trajectoire curviligne et tendant à le pousser vers l'extérieur de la courbe.

Le calcul de cette force F_{cg} se fait dans le repère attaché au centre de la roue.

$$\text{Leur formule est } F_{cg} = \frac{m_w v^2}{R} = m_w v \dot{\phi} \quad [7]$$

Pour la modélisation dynamique, il existe plusieurs formalismes de modélisation. Nous utilisons dans cette section la méthode de Lagrange-Euler.

1.3.4. La méthode de *Lagrange-Euler* :

Les énergies cinétique et potentielle par différentiation permettent d'obtenir les équations du mouvement du système. Selon le principe de Hamilton, la dynamique du système est obtenue si les équations de Lagrange (19) sont vérifiées. [8]

Sous l'hypothèse de roulement en présence de glissement et l'influence des forces de tractions sur le robot, l'équation du mouvement (23) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = B(q)\tau + F(\dot{q}) - A^T(q)\lambda \quad (36)$$

$M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $B(q)$ et $A^T(q)$, λ , τ Sont définies dans la section 1.2.5.

Avec :

$F(\dot{q}) \in R^{9 \times 1}$: Le vecteur des forces de traction (Les forces de contact pneumatique/chaussée).

Si on prend la fonction d'énergie comme suit :

$$L(q, \dot{q}) = Ec - Ep$$

Avec $Ep = 0$ car il n'y a pas de mouvement vertical, alors L devient :

$$L(q, \dot{q}) = Ec = Tr + Tw_r + Tw_l$$

$$\text{Avec : } Tr = \frac{1}{2}m_r(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}I_{rz}\dot{\phi}^2 \quad (37)$$

$$Tw_r = \frac{1}{2}m_w(\dot{\rho}_r^2) + \frac{1}{2}m_w(\dot{\eta}_r^2) + \frac{1}{2}I_{wz}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}I_{wy}\dot{\theta}_r^2 \quad (38)$$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

$$T w_l = \frac{1}{2} m_w (\dot{\rho}_l^2) + \frac{1}{2} m_w (\dot{\eta}_l^2) + \frac{1}{2} I_{wz} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_{wy} \dot{\theta}_l^2 \quad (39)$$

Après avoir pris les dérivées adéquates, l'équation (19) permet de générer les équations du mouvement suivantes:

$$m_r \ddot{x} = -(\lambda_1 + \lambda_2) \sin \varphi + (\lambda_3 + \lambda_4) \cos \varphi \quad (40)$$

$$m_r \ddot{y} = (\lambda_1 + \lambda_2) \sin \varphi + (\lambda_3 + \lambda_4) \cos \varphi \quad (41)$$

$$(I_{rz} + 2I_{wz}) \ddot{\varphi} = (\lambda_1 + \lambda_2) b + (\lambda_3 - \lambda_4) a \quad (42)$$

$$m_w \ddot{\eta}_r = -m_w \dot{\varphi} \dot{\rho}_r + f_{lat_r} - \lambda_1 \quad (43)$$

$$m_w \ddot{\eta}_l = -m_w \dot{\varphi} \dot{\rho}_l + f_{lat_l} - \lambda_2 \quad (44)$$

$$m_w \ddot{\rho}_r = m_w \dot{\varphi} \dot{\eta}_r + f_{long_r} - \lambda_3 \quad (45)$$

$$m_w \ddot{\rho}_l = m_w \dot{\varphi} \dot{\eta}_l + f_{long_l} - \lambda_4 \quad (46)$$

$$I_{wy} \ddot{\theta}_r = \tau_r - f_{long_r} * r \quad (47)$$

$$I_{wy} \ddot{\theta}_l = \tau_l - f_{long_l} * r \quad (48)$$

Pour obtenir les états qui correspondent aux accélérations en prenant la dérivée de \dot{q} et la remplaçant dans (36), puis en multipliant par $S^T(q)$ le terme $A^T(q)\lambda$ est éliminé. Nous aurons l'équation suivante de la dynamique de robot:

$$[S^T(q)M(q)S(q)]\dot{v} + [S^T(q)M(q)\dot{S}(q)]v + S^T(q)C(q, \dot{q}) = S^T(q)B(q)\tau + S^T(q)F(\dot{q})$$

On trouve que :

$$M(q) = \text{diag} [m_r, m_r, I_{rz} + 2I_{wz}, m_w, m_w, m_w, m_w, I_{wy}, I_{wy}]$$

$$C(q, \dot{q}) = [0, 0, 0, m_w \dot{\varphi} \dot{\rho}_r, m_w \dot{\varphi} \dot{\rho}_l, -m_w \dot{\varphi} \dot{\eta}_r, -m_w \dot{\varphi} \dot{\eta}_l, 0, 0]^T$$

$$B(q) = [0_{2 \times 7}, I_{2 \times 2}]^T$$

$$\lambda = [\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4]^T$$

$$F(\dot{q}) = [0, 0, 0, f_{lat_r}, f_{lat_l}, f_{long_r}, f_{long_l}, -r f_{long_r}, -r f_{long_l}]^T$$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

Nous notons que les deux dernières équations (47) et (48) sont indépendantes des multiplicateurs de Lagrange, qui sont dues aux équations de contraintes. Cela nous permet de séparer ces deux équations de l'équation dynamique (36), et d'éliminer les deux dernières colonnes de la matrice $S(q)$. Alors l'organisation suivante sera prise en compte et les équations de mouvement seront comme suit: [9]

$$[\bar{S}^T(q)\bar{M}(q)\bar{S}(q)]\dot{\bar{v}} + [\bar{S}^T(q)\bar{M}(q)\dot{\bar{S}}(q)]\bar{v} + \bar{S}^T(q)\bar{C}(q,\dot{q}) = \bar{S}^T(q)\bar{F}(\dot{q}) \quad (49)$$

$$I_{wy}\ddot{\theta}_r = \tau_r - f_{long_r} * r$$

$$I_{wy}\ddot{\theta}_l = \tau_l - f_{long_l} * r$$

$$\bar{M}(q) = \text{diag} [m_r, m_r, I_{rz} + 2I_{wz}, m_w, m_w, m_w, m_w]$$

$$\bar{C}(q,\dot{q}) = [0,0,0, m_w\dot{\phi}\dot{\rho}_r, m_w\dot{\phi}\dot{\rho}_l, -m_w\dot{\phi}\dot{\eta}_r, -m_w\dot{\phi}\dot{\eta}_l]^T$$

$$\bar{F}(\dot{q}) = [0,0,0, f_{lat_r}, f_{lat_l}, f_{long_r}, f_{long_l}]^T$$

$$\bar{v} = [\dot{\eta}_l \quad \dot{\rho}_r \quad \dot{\rho}_l]^T$$

$$\bar{S}(q) = \begin{bmatrix} -\sin\varphi & \frac{a \cos\varphi + b \sin\varphi}{2a} & \frac{a \cos\varphi - b \sin\varphi}{2a} \\ \cos\varphi & \frac{a \sin\varphi - b \cos\varphi}{2a} & \frac{a \sin\varphi + b \cos\varphi}{2a} \\ 0 & \frac{1}{2a} & -\frac{1}{2a} \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Modélisation Du Robot Mobile à Roues

1.4 Conclusion:

Dans ce chapitre un modèle dynamique du robot différentiel à roues est présenté. Ce modèle décrit le mouvement du robot suivant les deux axes dans le plan horizontal et la rotation suivant l'axe longitudinal (roulis) et vertical (lacet). Ensuite, nous avons abordé le roulement avec glissement en présence des efforts de traction.

La notion des forces de traction roue/sol reste ambiguë dans ce chapitre, à cet effet ces forces seront éclaircies dans le deuxième chapitre. On discutera ces forces obtenues en suggérant une des méthodes les plus populaires.

CHAPITRE 2

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

2.1 Introduction:

“The critical control forces that determine how a vehicle turns, brakes and accelerates are developed in four contact patches no bigger than a man's hand.” [37]

D'après la citation ci-dessus, ce sont les forces de contact pneumatique/chaussée qui permettent au véhicule d'avancer, de freiner et de « tenir la route ». Il est important pour une modélisation correcte et réaliste du comportement dynamique d'un robot d'étudier, de comprendre et de modéliser d'une façon détaillée ces efforts. En effet le pneumatique est le seul corps en contact direct avec la surface de la route et la majorité des efforts appliqués sur le véhicule sont transmis à travers cet élément. Ainsi, le frottement entre le pneu et la route est la principale force qui agit sur le véhicule. Dans le cadre de cette étude, et vue l'importance de ces forces, une bonne partie de ce chapitre sera consacrée à la modélisation des forces de contact pneumatique/chaussée.

2.2 Modèle physique de l'effort de contact pneumatique/sol :

2.2.1 Le comportement du pneumatique

Le pneumatique est le seul élément qui relie physiquement le robot à la route. Sa capacité à transmettre les efforts est primordiale pour une bonne tenue de la route à travers l'aire de contact due aux déformations des pneumatiques. En roulement, l'aire du pneumatique en contact avec la chaussée subit des déformations. Ces déformations tangentielles (longitudinales et latérales) se manifestent particulièrement pendant le freinage, l'accélération ou pendant une situation de dérive en virage.

L'aire de contact a deux comportements distincts suivant leur zone où on se situe :

- Dans la zone d'adhérence :

Dans cette zone, seul le comportement élastique est sollicité. Le pneumatique y est modélisable comme un élément de stockage, c'est-à-dire générant un effort dépendant de la déformation subie.

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

- Hors de la zone d'adhérence (zone de glissement):

L'aire de contact a une limitation en élasticité, de sorte que le pneumatique a un caractère dissipatif en dehors de la zone d'adhérence. On l'y modélise comme un élément dissipatif générant un effort dépendant de la vitesse de glissement vue par l'ensemble de la zone de glissement [10]

Les quantités de glissement longitudinal et latéral sont donc définies en conséquence du phénomène de déformations, l'usure de la roue contribue également à la force de traction comme il est illustré par la figure suivante :

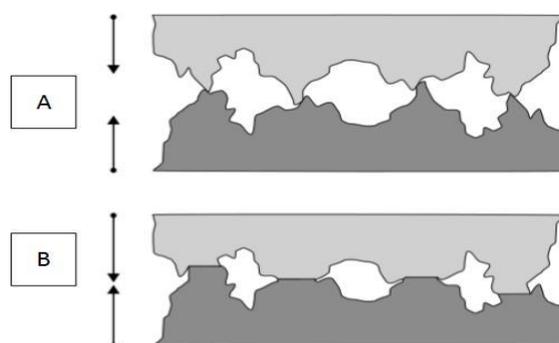


Figure 6 Déformations des aspérités de deux surfaces (A) avant l'application de la charge
(B) après l'application de la charge

2.2.2 Comportement longitudinal :

On caractérise le comportement longitudinal du pneumatique lorsqu'il est soumis à un couple moteur (accélération) ou de freinage (décélération). Ce couple est appliqué à une combinaison jante-pneumatique tournant sur une surface solide. La relation existante entre la vitesse relative du pneumatique et l'effort longitudinal f_{long} définit le comportement du pneumatique de la roue. Voir la Figure 7.

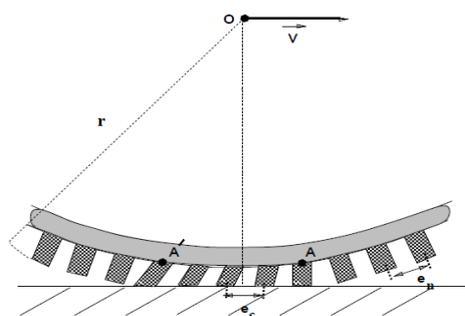


Figure 7 Déformations longitudinales du pneumatique.

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

Le glissement S doit être vu comme un paramètre mesurant de combien la contrainte (18) est violée [11]. Comme mentionné dans [12], plusieurs définitions du glissement longitudinal sont données.

On définit le taux de glissement longitudinal comme étant une grandeur sans dimension exprimée selon la norme "ISO adapté (Besselink 2000)" [13] :

$$S_i = \frac{r\dot{\theta}_i - \dot{\rho}_i}{\max(|r\dot{\theta}_i|, |\dot{\rho}_i|)} \quad (50)$$

Avec : $S_i \in [-1,1]$

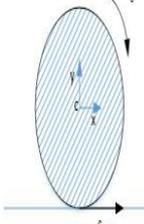
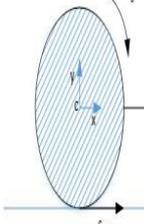
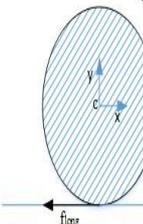
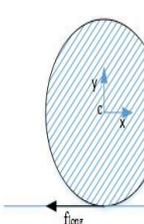
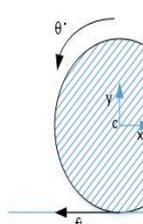
La définition donnée par (50) peut être étendue à tous les cas possibles, qui sont résumés dans les tableaux 1 et 2, afin de proposer une expression générale exploitable en simulation.

On note que :

$\dot{\rho}_i$: La vitesse linéaire du centre de la roue.

$r\dot{\theta}_i$: La vitesse de roulement du pneumatique comptée positive dans le sens horaire dans le repère (C, x, y) lie au moyeu de la roue.

Tableau 1 : Signe du taux de glissement, cas $\dot{\rho} > 0$

Cas	Patinage	Traction	Freinage	Blocage	Retropatinage
					
Condition	$\dot{\theta} > 0,$ $\dot{\rho} = 0$	$r\dot{\theta} > \dot{\rho} > 0$	$0 < r\dot{\theta} < \dot{\rho}$	$\dot{\theta} = 0, \dot{\rho} > 0$	$\dot{\theta} < 0, \dot{\rho} > 0$
Glissement	$S = 1$	$s = 1 - \frac{\dot{\rho}}{r\dot{\theta}}$ $1 > S > 0$	$s = \frac{r\dot{\theta}}{\dot{\rho}} - 1$ $-1 < S < 0$	$S = -1$	$S = -1$

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

Tableau 2 : Signe du taux de glissement, cas $\dot{\rho} < 0$

Cas	Patinage	Traction	Freinage	Blocage	Retropatinage
Condition	$\dot{\theta}' < 0,$ $\dot{\rho}' = 0$	$0 > \dot{\rho}' > r\dot{\theta}'$	$\dot{\rho}' < r\dot{\theta}' < 0$	$\dot{\theta}' = 0, \dot{\rho}' < 0$	$\dot{\theta}' > 0, \dot{\rho}' < 0$
Glissement	$S = -1$	$s = \frac{\dot{\rho}'}{r\dot{\theta}'} - 1$ $0 > S > -1$	$s = 1 - \frac{r\dot{\theta}'}{\dot{\rho}'}$ $0 < S < 1$	$S = 1$	$S = 1$

Nous proposons une définition algébrique exhaustive de S comme étant vu en [14]:

$$S_i = \frac{r\dot{\theta}'_i - \dot{\rho}'_i}{\max(|r\dot{\theta}'_i|, |\dot{\rho}'_i|, \varepsilon)} \quad (51)$$

Avec : ε : est une petite constante positive pour assurer un dénominateur non nulle

2.2.3 Le comportement latéral

Le glissement latéral joue un rôle important dans le comportement latéral de la roue. Lors de passage d'un virage, les forces qui interviennent sur la roue sont particulièrement importantes. Elles influencent directement le contrôle directionnel du véhicule.

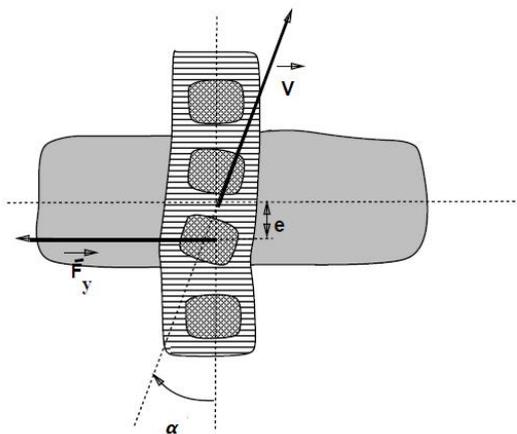


Figure 8 Déformation transversale du pneumatique.

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

2.2.3.1 L'angle de dérive :

Lorsqu'une roue en rotation est soumise à une force latérale f_{lat} Figure (8), il apparaît que la surface de contact du pneumatique avec la route glisse selon une direction opposée à cette force. Cette force latérale peut être liée à une accélération latérale subie par le véhicule, par exemple, lors de l'action de virage. La déformation de la surface de contact crée un angle entre l'axe longitudinal de la roue et de la direction de son mouvement. Cet angle " α " appelé angle de dérive du pneumatique est principalement dû aux propriétés élastiques du pneumatique suivant la direction latérale. Par réaction à ces déformations, le pneumatique développe une force latérale f_{lat} qui est une fonction de l'angle de dérive qu'elle doit être vue comme un paramètre mesurant de combien la contrainte (18) est violée.

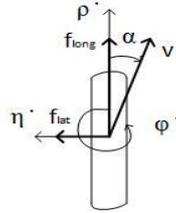


Figure 9 L'angle de dérive.

Le scalaire noté " α " définit l'angle de dérive :

$$\alpha_i = -\arctan\left(\frac{\dot{\eta}_i}{|\dot{\rho}_i|}\right) \quad (52)$$

$\dot{\eta}_i$: La vitesse du robot au point de contact suivant la direction transversale de la roue i .

Pour assurer un dénominateur non nul l'angle de dérive sera [19] :

$$\alpha_i = -\arctan\left(\frac{\dot{\eta}_i}{\max(|\dot{\rho}_i|, \epsilon)}\right) \quad (53)$$

2.2.3.2 Carrossage et poussée de carrossage :

Lorsque la voiture est soulevée ou abaisser, les plans des roues ne restent pas perpendiculaires à celui de la route et le véhicule prend du carrossage. Cette grandeur est notée γ . Il existe plusieurs conventions pour définir le carrossage. La plus utilisée est la convention métier qui définit un carrossage négatif lorsque les roues s'écartent et positif lorsqu'ils se rapprochent (Figure 10),



Figure 10 Définition de l'angle de carrossage

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

La variation de cet angle même en l'absence de dérive provoque l'apparition d'une poussée de carrossage F_c dans la direction transversale. Il est alors possible de représenter cet effort de la même façon que pour l'effort de dérive, où pour de faibles carrossages l'effort est proportionnel au carrossage : $F_c = C|\gamma|$

Où C est positif et appelé la rigidité de carrossage.

Lorsqu'il y a une dérive et un carrossage les deux effets s'ajoutent (ou se retranche suivant le signe du carrossage) et le module de l'effort latéral total f_{lat} peut alors s'écrire:

$$f_{lat} = D|\alpha| + C|\gamma|$$

2.3 Les modèles de contact pneumatique/chaussée

Généralement la dépendance analytique des forces de traction avec les glissements est difficile à formuler en raison de la température de la roue, modèle de filetage, angle de carrossage et pression etc.

Il existe plusieurs types de modèles de contact pneumatique/chaussée, tout dépend du domaine d'utilisation et de la précision requise pour les simulations. Il peut généralement être classés en deux types à savoir les modèles empiriques (ou semi-empiriques) et analytiques.

Modèle analytique : dans la littérature nous trouvons des nombreuses analyses théoriques sur le comportement du pneumatique tel que le modèle de dahl , Bliman-Sorine , LuGre , le modèle de Brosse [15] ...etc. Ces modèles restent incapables de modéliser le comportement exact des pneumatiques car ils manquent de la justesse expérimentale.

Modèle empirique (ou semi-empirique): c'est un modèle issu d'une identification paramétrique à partir de données expérimentales tel que : modèle de Delft ou la formule magique [13], Burckhardt . La linéarisation par morceaux ou l'approximation polynomiale [16] [17], restent aussi limité aux interprétations physiques du phénomène de glissement.

Cette classification est résumée dans le Tableau 3 [2] :

Tableau 3 : Les modèles de la force de traction

NOM DU MODÈLE	PROPRIETES	CARACTÉRISTIQUES
linéarisation par morceaux (longitudinal)	Empirique	Facile à identifier mais ne peut pas précisément ajuster
modèle Burckhardt (longitudinal)	Semi-empirique	Peut précisément ajuster la courbe

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

modèle Rill (longitudinal)	Semi-empirique	Facile à identifier
modèle de Delft ou la formule magique (longitudinale et latérale)	Semi-empirique	Peut précisément ajuster les courbes et modéliser les différents facteurs
modèle Dahl (longitudinal)	Analytique	Peut décrire le frottement de Coulomb et de produire la transition douce autour d'une vitesse nulle
Bliman-Sorine (longitudinal)	Analytique	Une amélioration par rapport à celui de Dahl
Modèle de LuGre (longitudinal)	Analytique	Une amélioration par rapport à celui de Bliman-Sorine avec l'addition de la combinaison des facteurs de pré glissement et de glissement
proportionnel linéaire (latéral)	Empirique	Il ne peut pas refléter avec précision les propriétés de saturation, mais faciles à identifier
proportionnel nonlinéaire (latéral)	semi-empirique	Peut précisément ajuster les courbes
Bicycle	Analytique	Ne reflète pas directement la force de traction

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

2.3.1 Modèle de Pacejka :

Nous avons opté dans ce mémoire à la formule magique de « Pacejka » .

Les modèles de Pacejka (connus sous le nom de « Formule Magique »), sont issus de l'identification des paramètres des courbes à partir de relevés expérimentaux obtenus sur un banc d'essai. Les paramètres du modèle du Pacejka nécessitent d'être ajustés aux conditions d'essais réelles (revêtement, protocole d'essais...). Malgré son domaine de validité limité, il est encore utilisé comme référence dans le domaine industriel. Ce modèle quasi-statique non linéaire permet de calculer les forces longitudinales, latérales, ainsi que le moment d'auto alignement. Il exprime aussi le couplage entre les efforts longitudinaux et latéraux.

L'expression générale à utiliser est donnée par :

$$y(x) = D \sin\{\text{Catang}[Bx(1 - E) + E \text{atang}(Bx)]\} \quad (54)$$

$$Y(x) = y(x) + S_y \quad (55)$$

$$X = x + S_x \quad (56)$$

Cette formule permet de décrire :

En entrée x , le glissement longitudinal ou l'angle de dérive de la roue.

En sortie y , respectivement l'effort longitudinal ou latéral.

Les paramètres B , C , D , E , S_y et S_x dépendent de la force normale appliquée sur le pneumatique, de l'angle de carrossage γ , des caractéristiques du pneumatique et du mode étudié. Ils ont une signification physique selon la Figure 11:

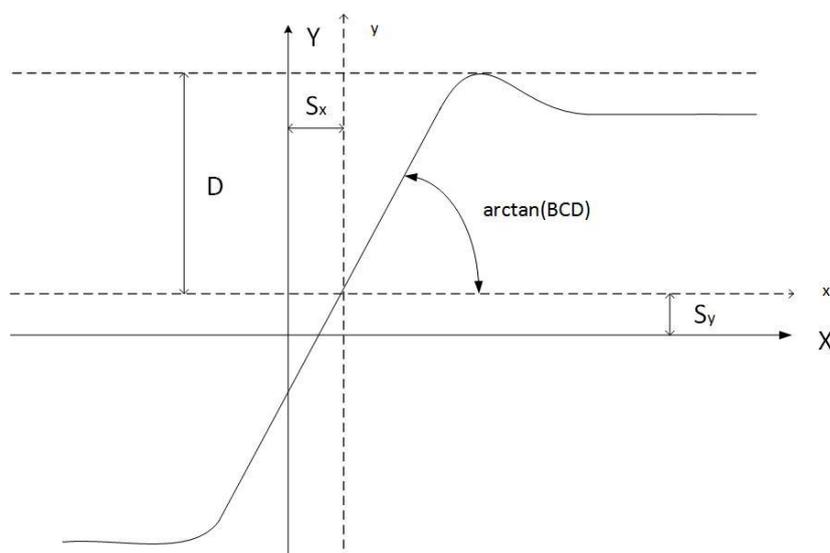


Figure 11 Courbe caractéristique selon le modèle de Pacejka

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

B : coefficient de raideur.

C : facteur de forme.

B et C permettent d'ajuster les pentes aux origines et l'allure des courbes.

D : valeur maximale.

BCD : correspond à la pente à l'origine

E : courbure qui permet un contrôle des abscisses pour lesquelles les valeurs maximales des courbes sont atteintes.

S_x : Décalage à l'origine en horizontal.

S_y : Décalage à l'origine en vertical.

L'évolution des forces de contact pneumatique/chaussée montre l'existence de trois zones différentes :

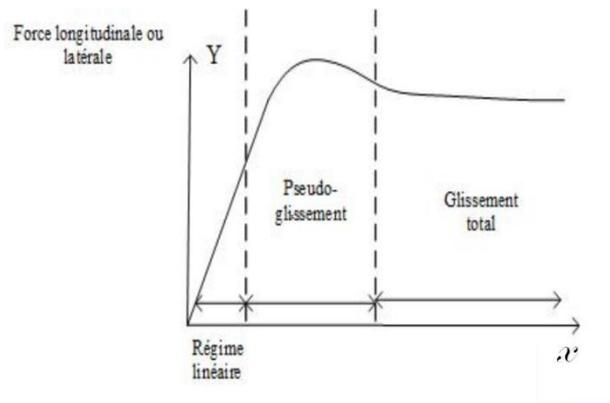


Figure 12 Forme de la courbe du force longitudinale ou latérale

- La zone de pseudo-glissement linéaire : la zone du régime linéaire (les forces varient linéairement en fonction des glissements). C'est la zone dans laquelle nous ne mobilisons pas une forte adhérence (conduite normale).
- La zone de pseudo-glissement : c'est la zone d'une forte mobilisation de l'adhérence, mais le véhicule reste contrôlable.
- La zone de glissement total : c'est la zone où le véhicule devient difficilement contrôlable.

La force latérale :

$$Y(\alpha) = f_{lat} \quad (57)$$

$$x = \alpha$$

$$D_y = \mu_y F_z = (a_1 F_z + a_2) F_z \quad (58)$$

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

$$BCD_y = a_3 \sin\left(2 \arctan\left(\frac{Fz}{a_4}\right)\right) (1 - a_5 |\gamma|) \quad (59)$$

$$C_y = a_0 \quad (60)$$

$$B_y = \frac{BCD_y}{C_y D_y} \quad (61)$$

$$E_y = a_6 Fz + a_7 \quad (62)$$

$$S_{xy} = a_8 \gamma + a_9 Fz + a_{10} \quad (63)$$

$$S_{yy} = a_{11} Fz \gamma + a_{12} Fz + a_{13} \quad (64)$$

Où μ_y : le coefficient de frottement latéral

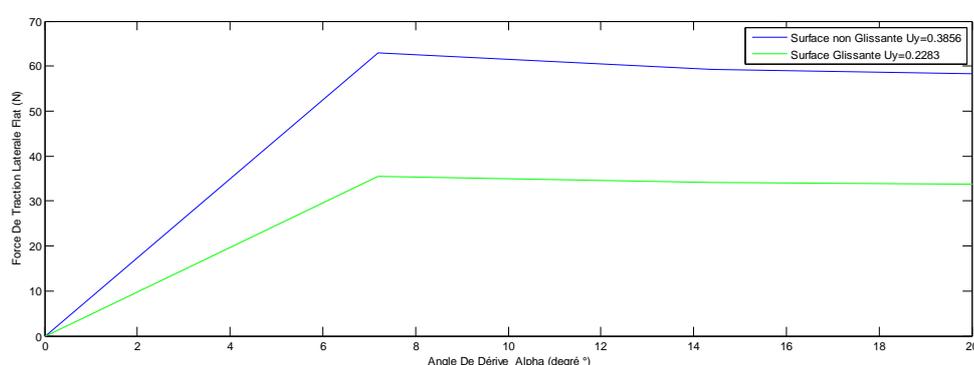


Figure 13 La force de traction latérale pour différente surface.

La force longitudinale :

$$Y(x) = f_{long} \quad (65)$$

$$x = S$$

$$D_x = \mu_x Fz = (b_1 Fz + b_2) Fz \quad (66)$$

$$BCD_x = (b_3 Fz^2 + b_4 Fz) \exp(-b_5 Fz) \quad (67)$$

$$C_x = b_0 \quad (68)$$

$$B_x = \frac{BCD_x}{C_x D_x} \quad (69)$$

$$E_x = b_6 Fz^2 + b_7 Fz + b_8 \quad (70)$$

$$S_{xx} = b_9 Fz + b_{10} \quad (71)$$

$$S_{yx} = 0 \quad (72)$$

La Modélisation De l'Effort De Contact Pneumatique/Chaussée

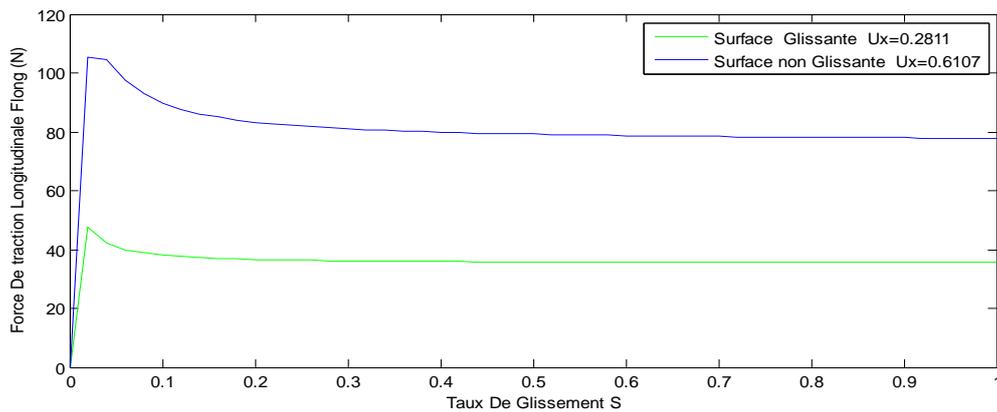


Figure 14 La force de traction longitudinale pour différentes surfaces.

Avec : μ_x : le coefficient de frottement longitudinal

F_z : C'est le poids du robot en KN

γ : L'angle de carrossage en degré

Les coefficients a_i , b_i : sont utilisés pour caractériser le pneu. [18]

2.4 Conclusion :

Les forces de traction ont l'intérêt principal à la commande du mouvement du robot mobile. Seulement la modélisation exacte du phénomène de glissement reste difficile à atteindre, car il y a plusieurs facteurs qui affectent cette interaction pneumatique-sol. Dans ce mémoire, on a opté pour le modèle semi-empirique de « Pacejka » qui nous présente l'exactitude expérimental afin de nous permettre d'établir des lois de commandes robustes et prendre en considération le phénomène physique le plus proche à la réalité. Ce modèle fera la base de la suite de nos travaux pour la synthèse des lois de commande.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

CHAPITRE 3

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

3.1 Introduction :

En milieu naturel, sur un sol plan, on ne peut plus faire l'hypothèse du roulement sans glissement. Notre intérêt dans ce cas c'est le suivi de trajectoire avec la synthèse et le développement d'une loi de commande en tenant compte du modèle d'interaction roue-sol introduit dans le deuxième chapitre.

On considère la dynamique non holonome du robot et la difficulté à trouver l'entrée de commande pour la stabilisation de sa posture, il est souvent souhaitable de concevoir des lois de commande dans lesquelles les états du système convergent vers une trajectoire désirée.

Dans ce type de problème, la trajectoire souhaitée est prédéfinie et le robot est commandé de manière à ce qu'il converge asymptotiquement à la trajectoire souhaitée.

Diverses méthodes de suivi de trajectoire sont données dans la littérature. Cela inclut l'utilisation de deux grandes familles de commandes :

- Commandes classiques: tels que, linéarisation dynamique par retour d'états, et la commande basée sur l'approche de Lyapunov ex : l'approche de backstepping,...etc.
- Commandes intelligentes: tels que les réseaux de neurone artificiel et l'application de la théorie des ensembles floue, pour ne citer que quelques-uns.

Des publications extensives sur le suivi de trajectoire des systèmes non holonomes peuvent être trouvées dans la littérature telles que [1], [2], [3], [5] et [9], [22].

3.2 Formulation du problème :

Considérons un robot mobile représenté par un modèle non linéaire de la forme :

$$\dot{q} = f(q, u) \tag{73}$$

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Ou $q \in R^{n \times 1}$ est le vecteur d'état du system, $u \in R^{(n-m) \times 1}$ le vecteur commande du système et $f: R^{n \times 1} \times R^{(n-m) \times 1} \rightarrow R^{n \times 1}$ est une application infiniment différentiable.

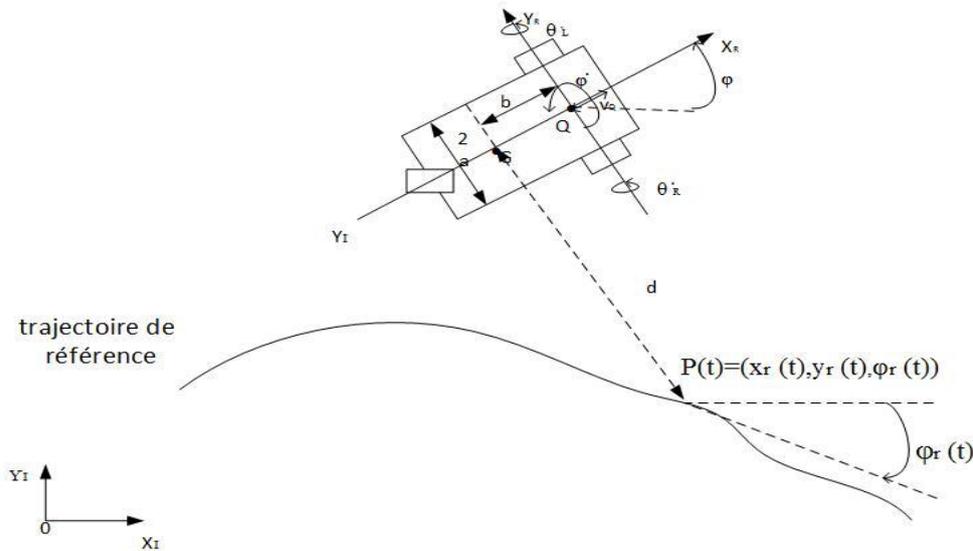


Figure 15 Poursuite de trajectoire

Etant donnée une trajectoire de référence $q_r = \begin{pmatrix} x_r(t) \\ y_r(t) \\ \varphi_r(t) \end{pmatrix}$

ou t : représente le temps.

Le suivi de trajectoire consiste à asservir la position d'un point quelconque du robot G sur un point $P(t) = (x_r(t), y_r(t))$ à tout instant. On peut de plus distinguer le suivi de trajectoire strict et le suivi de trajectoire large. Dans le suivi de trajectoire large, l'orientation du robot est laissée libre. On ne cherche qu'à faire coïncider P et G à tout instant. Il n'est pas nécessaire que φ converge vers $\varphi_r(t)$.

Dans le cas du suivi strict, on asservit l'orientation du robot sur l'orientation désiré $\varphi_r(t)$.

Dans la suite, on ne s'intéresse qu'au suivi strict.

La distance GP est notée d voir Fig(15), par définition, c'est l'écart à la trajectoire. Cette distance peut être affectée d'un signe en fonction de l'appartenance de G à l'un ou l'autre des demi-espaces séparé par la trajectoire de référence. La trajectoire de référence étant donnée, il suffit de connaître la position de G pour en déduire " d ".

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

L'objectif du suivi de trajectoire strict est donc de minimiser $|\varphi_r(t) - \varphi(t)|$ et d.

Une propriété des modèles de robot mobile non-holonome est qu'ils ne sont pas stabilisables par un retour d'état continu et stationnaire. Ce corollaire est le résultat des travaux de [21].

Théorème 1 [21] [22] Considérons le système non linéaire (73) où f est différentiable et $f(0,0) = 0$, une condition nécessaire pour qu'il existe un retour d'état $u(q)$ continu qui rende l'origine du système bouclé localement stable est que l'image par f de tout voisinage de l'origine de $R^{n \times m}$ soit un voisinage de 0 dans R^n .

Cette condition implique que de nombreux systèmes non linéaires commandables ne sont pas asymptotiquement stabilisables par retour d'état continu. C'est en particulier le cas de tous les robots mobiles non holonomes. Dans la littérature, plusieurs travaux ont été développés pour résoudre ce problème dont on cite :

- Stabilisation par un retour d'état non stationnaire continu : tel que, la commande en boucle ouverte et fermée, Commande non linéaire non stationnaire, et la commande de système du robot sous forme chaînée, approche par fonction transverse.
- Stabilisation par un retour d'état discontinu.

3.3 Stratégies de commandes pour le suivi de trajectoires :

Nous ne pouvons pas dans le cadre de ce mémoire traiter en détail l'ensemble des techniques de commande des robots mobiles. Pour une étude plus détaillée, le lecteur pourra se référer à [22], [2],[23].

Dans les paragraphes suivants, nous présentons juste la Commande non linéaire non stationnaire (backstepping) et la commande intelligente floue.

Mais avant, il nous faut présenter quelques notions indispensables à la compréhension de ce qui suit :

3.3.1 Théorie de Lyapunov :

L'utilisation des fonctions définies positives est une technique parmi les plus efficaces pour analyser la stabilité d'un système gouverné par une équation différentielle $\dot{x} = f(t, x(t))$.

Définition 3.3.1.a (Fonction de classe K): Une fonction continue $\alpha : [0, a[\rightarrow [0, +\infty[$ est dite de classe K, si elle est strictement croissante et $\alpha(0) = 0$. Elle est dite de classe K_∞ si de plus, on a $a = +\infty$ et $\alpha(r) \rightarrow +\infty$ quand $r \rightarrow +\infty$.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Définition 3.3.1.b (Fonction de classe K L): Une fonction continue $\beta: [0, a[\times [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[$

est dite de classe K L si pour tout s fixé, l'application $r \mapsto \beta(r, s)$ est de classe K et pour tout r fixé, l'application $s \mapsto \beta(r, s)$ est décroissante et $\beta(r, s) \rightarrow 0$ quand $s \rightarrow +\infty$.

Voici une formulation des notions de stabilité utilisant les fonctions de classe K et KL

Proposition 3.3.1.a. L'origine $x = 0$ est un point d'équilibre

i. Uniformément stable si et seulement si il existe une fonction $\alpha(\cdot)$ de classe K et une constante positive c indépendante de t_0 telle que,

$$\|x(t)\| \leq \alpha(\|x_0\|), \forall t \geq t_0 \geq 0, \forall \|x_0\| < c$$

ii. Globalement uniformément stable si et seulement si l'inégalité précédente est satisfaite pour toute condition initiale x_0 .

Proposition 3.3.1.b. L'origine $x = 0$ est un point d'équilibre

i. Uniformément asymptotiquement stable si et seulement s'il existe une fonction $\beta(\cdot, \cdot)$ de classe K L. et une constante positive c indépendante de t_0 telle que,

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x_0\|, t - t_0), \forall t \geq t_0 \geq 0, \forall \|x_0\| < c.$$

ii. Globalement uniformément asymptotiquement stable si et seulement si l'inégalité précédente est satisfaite pour toute condition initiale x_0 .

Proposition 3.3.1.c. L'origine $x = 0$ est un point d'équilibre

i. Exponentiellement stable si et seulement si l'inégalité $\|x(t)\| \leq \beta(\|x_0\|, t - t_0), \forall t \geq t_0 \geq 0, \forall \|x_0\| < c$ est satisfaite avec $\beta(r, s) = kre^{-\gamma s}$, $k > 0, \gamma > 0, \forall \|x_0\| < c$.

ii. Globalement exponentiellement stable si et seulement si l'inégalité précédente est satisfaite pour toute condition initiale x_0

Définition 3.3.1.c. Une fonction continue $V : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ est dite :

- définie positive, s'il existe une fonction α de classe K, telle que

$$\forall t \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n, V(t, x) \geq \alpha(\|x\|).$$

- définie positive et radialement non-bornée (ou propre), si l'inégalité précédente est vérifié pour tout $x \in \mathbb{R}^n$ avec une fonction α de classe \mathcal{K}_∞ .

- limitée, s'il existe une fonction γ de classe K, telle que

$$\forall t \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n, V(t, x) \geq \gamma(\|x\|).$$

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Définition 3.3.1.d.(Fonction de Lyapunov). On considère le système $\dot{x} = f(t, x(t))$ Soit $U(0)$ un voisinage de zéro et $V : \mathbb{R}_+ \times U(0) \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue et différentiable sur $U(0)$.

-On dit que V est une fonction de Lyapunov au sens large en 0, si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- i. V est définie positive
- ii. $\dot{V}(t, x) \leq 0$ pour tout $x \in U(0)$.

-On dit que V est une fonction de Lyapunov stricte en 0, si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- i. V est définie positive
- ii. $\dot{V}(t, x) < 0$ pour tout $x \in U(0) \setminus \{0\}$. [24]

Le résultat fondamental de la stabilité de Lyapunov affirme que si une fonction de Lyapunov existe pour un système donné alors ce système est stable. Si la fonction de Lyapunov est strictement décroissante, c'est-à-dire $\dot{V}(t, x) < 0, \forall x \neq 0$, alors la stabilité est en plus asymptotique .

3.3.2 Les différentes parties de la commande floue

Un contrôleur flou est un système à base de connaissances particulières, utilisant un raisonnement approximatif, dans une procédure de chaînage des règles (activation des règles par les prémisses).

On peut distinguer plusieurs étapes dans le traitement des règles. Un schéma représentatif peut être le suivant :

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

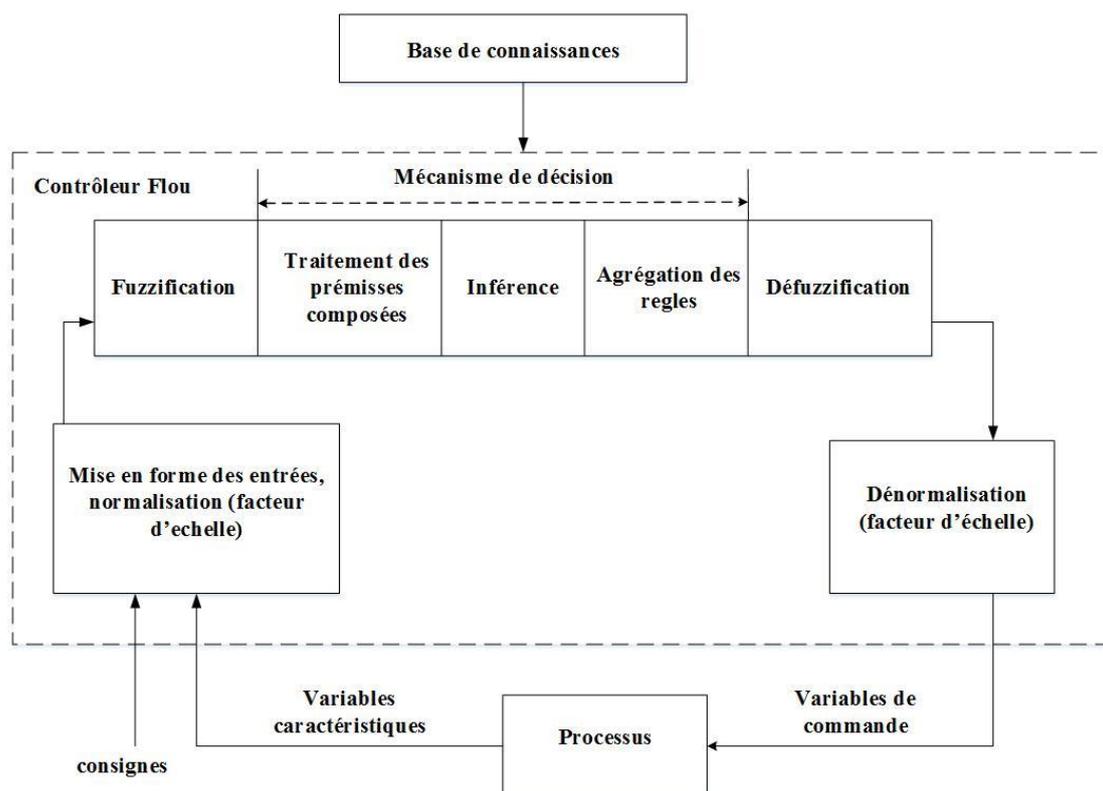


Figure 16 Structure de base d'un contrôleur flou.

Les variables caractéristiques du système à commander sont les consignes qui définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Ces variables caractéristiques sont en général, les grandeurs de sortie du processus et les variables de sortie du contrôleur flou sont les commandes à appliquer au processus.

La base de connaissances est composée d'une base de données et d'une base de règles.

La base de données regroupe :

- Les ensembles flous associés aux variables d'entrée et de sortie du contrôleur flou,
- Les facteurs d'échelle (gains) en entrée (normalisation) et en sortie (dénormalisation).

3.3.2.1 La base des règles floues :

Elle rassemble l'ensemble des règles floues de type « **Si-Alors** » décrivant en termes linguistiques basés sur la connaissance d'un expert, le comportement dynamique du système: $R_l : \mathbf{Si} X_1 \text{ est } A_1^l \mathbf{et} X_2 \text{ est } A_2^l \dots \mathbf{et} X_n \text{ est } A_n^l \mathbf{Alors} Y_l \text{ est } B^l$ (74)

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Avec : $[X_1, X_2, \dots, X_n]$: les entrées du system flou (grandeurs physiques)

Y_l : la sortie du system (grandeurs physiques)

$[A_1^l, A_2^l, \dots, A_n^l]$: sont des labels linguistiques correspondants aux sous ensembles flou.

Suivant la nature de B^l on parlera de :

- Règles à conclusion symbolique (contrôleur de type Mamdani) : B est une valeur linguistique.
- Règles à conclusion algébrique (contrôleur de Sugeno) : B est une valeur numérique (singleton) ou une équation mathématique bien précise (non floue). Lorsque B est une valeur numérique on parle de règles de Takagi-Sugeno « d'ordre zéro ».

On mentionne les contrôleurs dits « flous dynamiques » de Takagi-Sugeno, où B est un modèle dynamique, certain ou incertain, à temps continu ou discret. [25]

Chaque régulateur activé donne un sous-ensemble flou de sortie.

D'une manière générale, la base de règles d'un système flou doit respecter certaines conditions afin d'assurer le bon fonctionnement de ce dernier. Parmi celles-ci citons:

- La complétude : une base de règles d'un système flou est dite complète si, pour chaque vecteur d'entrée, il existe au moins une règle floue activée. Afin d'assurer cette propriété, les fonctions d'appartenance doivent couvrir toutes les plages possibles des variables d'entrée. L'utilisation des fonctions d'appartenance triangulaires régulièrement réparties respecte la propriété de complétude.
- La consistance : une base de règles d'un système flou est dite inconsistante, s'il existe deux règles floues ayant la même prémisse mais des conclusions différentes. La propriété de consistance permet d'éviter les contradictions dans une base de règles.

La configuration de base du contrôleur flou comprend quatre parties :

- Interface de fuzzification
- Le mécanisme de décision
- La défuzzification

Les opérations de normalisation et dénormalisation sont optionnelles.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

3.3.2.2 Mise en forme des entrées, normalisation :

L'utilisation de domaines normalisés (univers de discours compris entre -1 et 1) nécessite la mise en échelle (normalisation) des grandeurs d'entrées qui permet d'adapter le traitement des signaux d'entrées à travers la transformation des grandeurs physiques en des valeurs normalisées appartenant à l'intervalle $[-1,1]$.

3.3.2.3 Fuzzification :

La fuzzification consiste à calculer, pour chaque valeur d'entrée numérique, les degrés d'appartenance aux ensembles flous associés et prédéfinis dans la base de données du système flou. Ce bloc réalise la transformation des entrées numériques en informations symboliques floues utilisables par le mécanisme d'inférence.

Le choix des formes des fonctions d'appartenance est arbitraire. La forme la plus fréquemment utilisée en commande floue est la forme triangulaire. Le nombre de fonctions d'appartenance est généralement impair et se répartissent autour de zéro.

En général, on introduit pour une variable linguistique trois, cinq ou sept ensembles flous. Le choix du nombre dépend de la précision souhaitée et les fonctions d'appartenance peuvent être symétriques, non symétriques et équidistantes ou non équidistantes.

3.3.2.4 Le mécanisme de décision :

Ce mécanisme consiste d'une part à calculer le degré de vérité des différentes règles du système et d'autre part à associer à chacune de ces règles une valeur de sortie.

L'intervention des opérateurs "ET et OU" traduit la combinaison logique entre les différentes prémisses et conclusions.

On introduit alors la notion de méthode d'inférence. Elle détermine la réalisation des différents opérateurs dans une inférence, permettant ainsi un traitement numérique de cette dernière.

Pour le réglage par logique floue, on utilise en générale l'une des méthodes suivantes :

- Méthode d'inférence max-min (Mamdani)
- Méthode d'inférence max-prod (Larsen)
- Méthode d'inférence somme-prod (Sugeno)

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Dans le cas d'une règle de type Mamdani, la sortie est un sous ensemble flou obtenu à partir de celui présent dans la conclusion de la règle, soit en lui appliquant un facteur d'échelle égal au degré de vérité de la permisse, on parle alors dans ce cas de la méthode d'inférence **PRODUIT**, soit en le tronquant à la valeur de ce degré de vérité et on parle dans ce cas de la méthode d'inférence **MINIMUM**.

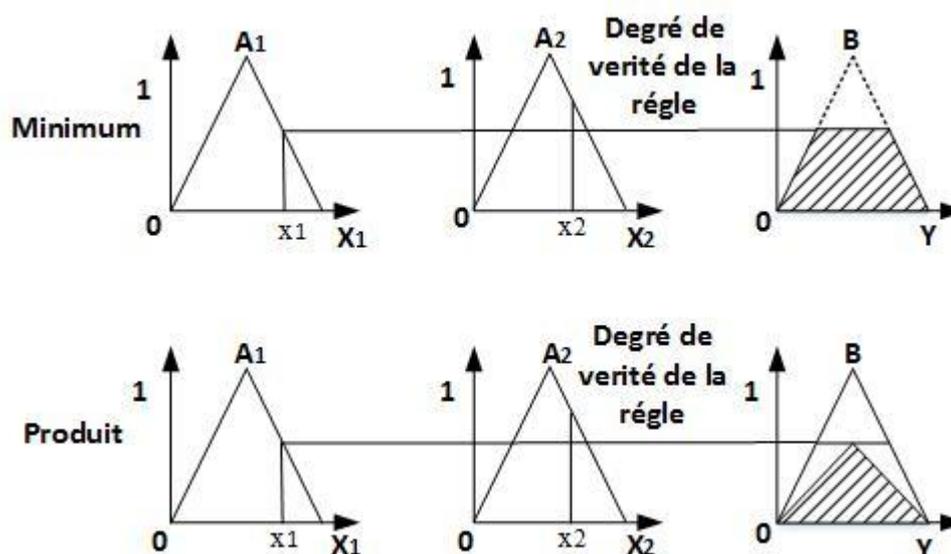


Figure 17 Inférence : minimum et produit

Une fois la phase d'inférence terminée, il s'agit de regrouper (par union) les sous ensemble flous issus de l'inférence pour en obtenir un seul ensemble représentatif des différentes conclusions des règles floues.

L'opérateur utilisé pour agréger les règles est de type conjonctif ou disjonctif.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

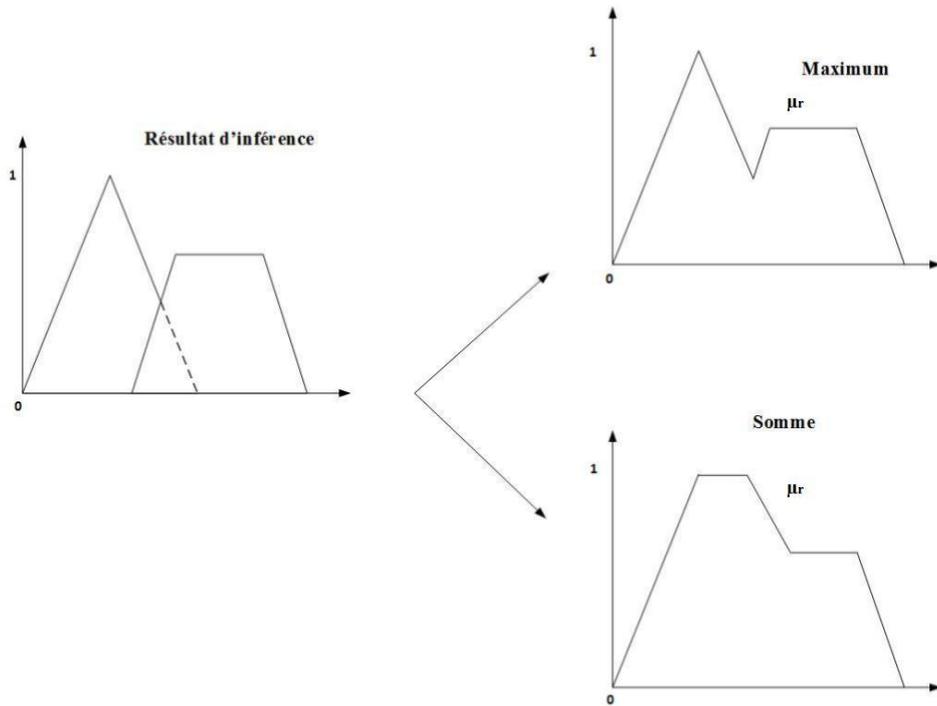


Figure 18 Compositions des ensembles flous issus de l'inférence

3.3.2.5 Défuzzification :

C'est le Passage du symbolique vers le numérique c.-à-d, la transformation des sous ensembles flous résultant en une grandeur physique normalisée. Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature, parmi lesquelles :

3.3.2.5 .a La méthode de centre de gravité COG :

La stratégie de cette méthode consiste à calculer l'abscisse du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante μ_r de la phase de l'agrégation.

L'abscisse du centre de gravité de μ_r est donnée par l'expression suivante :

$$y = \frac{\int y * \mu_r(y) dy}{\int \mu_r(y) dy} \quad (75)$$

En pratique, on estime le centre de gravité, en calculant la moyenne d'un certain nombre de points échantillonnés sur la fonction:

$$y = \frac{\sum y_i * \mu_r(y_i) dy}{\sum \mu_r(y_i) dy} \quad (76)$$

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

3.3.2.5 .b La méthode de la moyenne des maxima MOM :

Dans cette technique de défuzzification, la valeur moyenne de sortie $y = \frac{y_1+y_2}{2}$ est obtenu, où y_1 est la première valeur et y_2 est égal à la dernière valeur. Où la fonction d'appartenance de sortie global $\mu_r(y)$, est maximale.

3.3.2.5 .c La méthode de maximum :

Cette méthode, s'applique uniquement dans le cas où la fonction d'appartenance associée à l'ensemble de sortie n'admet qu'un seul maximum. On choisit comme sortie l'abscisse y correspondant à ce maximum.

3.3.2.6 Dénormalisation :

Cette dernière étape transforme les valeurs normalisées des variables de commande en des valeurs appartenant à leur domaine physique respectif.

3.4 Contrôle du robot mobile :

3.4.1 Contrôle Basé sur la théorie de Lyapunov :

3.4.1.1 Conception générale :

Elle est connue sous le nom de contrôle basé sur la fonction de Lyapunov et constitue une méthode largement utilisée pour les deux systèmes linéaires et non linéaires. Les étapes de ce procédé sont les suivantes:

Étape 1: Sélectionnez la fonction candidate de Lyapunov « V » , qui est généralement une sorte de fonction énergie pour le système, et possède les propriétés des fonctions de Lyapunov .

Étape 2: dériver l'équation de V le long de la trajectoire du système:

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

Où x est le vecteur d'état du système et u est la loi de commande à l'entrée, et sélectionnez une loi de commande par retour d'état: $u = u(x)$

qui assure: $\frac{dV(x)}{dt} < 0$ pour $x \neq 0$

Typiquement, $u(x)$ est une fonction non linéaire de x qui contient des paramètres et des gains qui peuvent être sélectionnées pour satisfaire la condition $\frac{dV(x)}{dt} < 0$, et assure que le système en boucle fermée est asymptotiquement stable.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

3.4.1.2 La commande Backstepping :

L'idée de base de la commande par le Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique. En d'autres termes, c'est une méthode multi-étapes. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre. Cela peut être atteint à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse. [31]

Dans le cas de commande dynamique des robots mobiles à roues en présence de glissements, la procédure de contrôle « Backstepping » se déroulera en deux étapes comme représenté sur la figure 19:

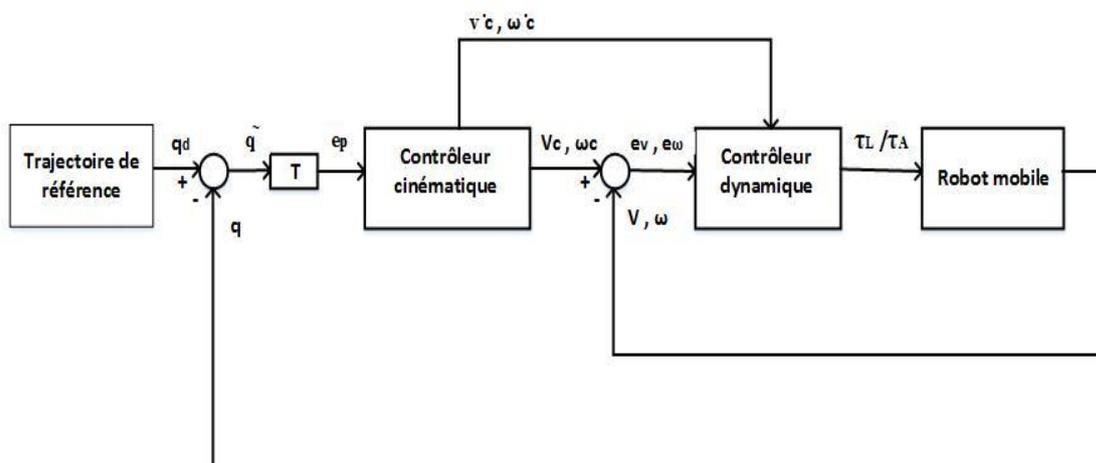


Figure 19 Structure de la commande « Backstepping »

1. le contrôle par stabilisation cinématique
2. le contrôle par stabilisation dynamique

Le contrôleur cinématique utilise la position souhaitée du robot et de la position réelle pour calculer les corrections de vitesse nécessaires. Ces corrections de vitesse sont utilisées dans le contrôleur dynamique pour calculer les couples des roues requises pour la commande différentielle.

3.4.1.2.a Le contrôleur cinématique :

pour aborder le problème cinématique il est fréquent dans la littérature d'utiliser le terme "perfect velocity tracking", qui est indiqué dans [26] et [27].

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Considérons un robot qui se déplace sur une trajectoire de référence comme indiqué sur la Figure 15. Soit q_d être la position de référence du robot et q la position réelle où

$$q_d = \begin{pmatrix} x_d(t) \\ y_d(t) \\ \varphi_d(t) \end{pmatrix} \text{ et } q = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \varphi(t) \end{pmatrix} \text{ respectivement.}$$

$$\dot{q}_d = \begin{bmatrix} \dot{x}_d(t) \\ \dot{y}_d(t) \\ \dot{\varphi}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d \cos \varphi_d \\ v_d \sin \varphi_d \\ \omega_d \end{bmatrix}$$

Les erreurs $\tilde{x} = x_d - x$, $\tilde{y} = y_d - y$ et $\tilde{\varphi} = \varphi_d - \varphi$ sont exprimé dans le repère locale du robot mobile. $q_R = \{X_R, Y_R\}$ par : $e_p = T * \tilde{q}$

$$e_p = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_y(t) \\ e_\varphi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ \varphi_d - \varphi \end{bmatrix}$$

La dérivée des erreurs de position, nous permet d'obtenir la dynamique d'erreur suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x(t) \\ \dot{e}_y(t) \\ \dot{e}_\varphi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d \cos e_\varphi - v + e_y \omega \\ v_d \sin e_\varphi - e_x \omega \\ \omega_d - \omega \end{bmatrix} \quad (77)$$

Où les vitesses linéaire et angulaire v et ω sont les variables du contrôleur cinématique.

L'objectif de la commande consiste à choisir v et ω de telle sorte que les relations d'équilibre de l'erreur $e_x = 0$, $e_y = 0$, $e_\varphi = 0$ sont stables. Par conséquent, le contrôleur de la stabilisation cinématique sera basé sur la dynamique d'erreur.

La méthode de Lyapunov pour choisir v_d et ω_d sera appliqué.

Considérons la fonction de Lyapunov candidat suivante:

$$V = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + \frac{1}{k_y}(1 - \cos e_\varphi), \quad k_y > 0.$$

Cette fonction vérifie les trois propriétés des fonctions de Lyapunov :

- i. $V(e_p)$ est continue et a des dérivées continues.
- ii. $V(0) = 0$
- iii. $V(e_p) > 0$ pour tous $e_p \neq 0$.

En prenant la dérivée temporelle de V le long des trajectoires de solutions de l'équation (73) on obtient :

$$\dot{V} = (v_d \cos e_\varphi - v)e_x + \frac{1}{k_y}(\sin e_\varphi)(k_y v_d e_y + \omega_d - \omega)$$

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Pour rendre $\dot{V}(e_p) \leq 0$ les entrées de commande v et ω sont choisies de telle sorte que:

$$\dot{V} = -k_x e_x^2 - \frac{k_\varphi}{k_y} \sin^2 e_\varphi$$

Ce qui mène à:

$$v = v_c = v_d \cos e_\varphi + k_x e_x \tag{78}$$

$$\omega = \omega_c = k_\varphi \sin e_\varphi + k_y v_d e_y + \omega_d$$

Telle que k_x, k_y, k_φ sont des gains positifs, on a $\dot{V}(e_p) \leq 0$. Cela implique la convergence asymptotique à la trajectoire souhaitée ; pour plus de détail voir [27]

3.4.1.2.b Le contrôleur dynamique :

Les sorties du contrôleur non-linéaire de la dernière section (les vitesses linéaire et angulaires désirées (v_c et ω_c)) de l'équation (78) sont l'entrée de la commande de vitesse qui va générer les couples de roues nécessaires.

On définit les erreurs de vitesse comme suit $e_v = v_c - v$, $e_\omega = \omega_c - \omega$.

Si v et ω sont les vitesses linéaires et angulaires effectives du robot, la dynamique d'erreur de vitesse est donnée à partir de :

$$\dot{v} = \frac{1}{m_t r} (\tau_r + \tau_l) = \frac{1}{m_t} \tau_L \text{ Avec } \tau_L = \frac{1}{r} (\tau_r + \tau_l)$$

$$\dot{\omega} = \frac{2a}{I_t r} (\tau_r - \tau_l) = \frac{1}{I_t} \tau_A \text{ Avec } \tau_A = \frac{2a}{r} (\tau_r - \tau_l)$$

Par :

$$\dot{e}_v = \dot{v}_c - \dot{v} \rightarrow \dot{e}_v = \dot{v}_c - \frac{\tau_L}{m_t}$$

$$\dot{e}_\omega = \dot{\omega}_c - \dot{\omega} \rightarrow \dot{e}_\omega = \dot{\omega}_c - \frac{\tau_A}{I_t}$$

Avec :

$\tau_{r,l}$: Le couple moteur agissant sur chaque axe de roue générée par son moteur à cc.

τ_L et τ_A : Le couple moteur linéaire et angulaire agissant sur le robot respectivement.

Si nous choisissons les couples τ_A, τ_L comme :

$$\tau_L = m_t \dot{v}_c + K_v (v_c - v)$$

$$\tau_A = I_t \dot{\omega}_c + K_\omega (\omega_c - \omega)$$

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Alors les équations d'erreur de vitesse sont donnés par :

$$m_t \dot{e}_v + K_v e_v = 0$$

$$I_t \dot{e}_\omega + K_\omega e_\omega = 0$$

Pour des gains K_v et K_ω positifs impliquera que les erreurs $e_v \rightarrow 0$ et $e_\omega \rightarrow 0$ sont exponentiellement stables. Pour plus de détail voir [28].

Le passage des couples angulaire et linéaire vers les couples agissant sur les roues motrices ce fait par cette transformation :

$$\tau_l = (\tau_L + \frac{1}{2a} \tau_A) r / 2$$

$$\tau_r = (\tau_L - \frac{1}{2a} \tau_A) r / 2$$

ainsi ces couples sont calculés compte tenu des conditions de roulement pur (sans glissement) comme il est illustré dans [28].

Nous utilisons ces couples pour vérifier l'apparition de glissement et dans la section de planificateur dynamique en limitant les vitesses du robot pour éviter le glissement.

3.4.2 La commande floue :

L'évolution de la Technologies a déclenché la croissance des applications complexes développées à la fois dans l'industrie et dans le domaine de la recherche scientifique.

Ainsi, de nombreux chercheurs ont concentré leurs efforts d'offrir des algorithmes de commande simples et faciles à implémenter face à la complexité croissante des systèmes à contrôlés. Le principal défi d'un concepteur (développeur) de commande est de savoir comment trouver une façon formelle pour convertir les connaissances et l'expérience d'un opérateur de système dans un algorithme de commande bien conçu.

D'autre point de vue, la méthode de conception de commande devrait permettre une flexibilité totale dans le réglage de la surface de contrôle, en tenant compte du fait que les systèmes impliqués dans la pratique sont généralement complexes, fortement non linéaire et souvent présentent des incertitudes dynamique. [29]

Ces difficultés ont conduit à l'avènement et au développement de nouvelles techniques telles que la commande floue particulièrement intéressante lorsqu'on ne dispose pas de modèle mathématique précis du processus à commander. Par contre, les méthodes de réglage conventionnelles se basent sur une modélisation adéquate du système et un traitement analytique à l'aide de fonction de transfert ou d'équations d'état.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Le succès de la commande floue trouve en grande partie son origine dans sa capacité à traduire une stratégie de contrôle d'un opérateur qualifié en un ensemble de règles linguistiques « si ... alors » facilement interprétables. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécision et l'incertitude.

Les bases théoriques de la logique floue ont été établies en 1965 par le professeur Lotfi Zadeh de l'université de Berkeley en Californie.

3.4.2.1 Stratégie de commande floue d'un robot mobile à roues « Pioneer 3dx » :

On considère le modèle cinématique et dynamique du robot mobile présenté au premier chapitre. L'objectif de commande sera établi comme suit: étant donné une trajectoire désirée q_d nous devons concevoir un contrôleur adéquat qui génère des couples nécessaires au robot mobile afin de poursuivre la trajectoire désirée q_d de manière à satisfaire la relation: $\lim_{t \rightarrow \infty} \|q_d(t) - q(t)\| = 0$. (79)

Pour atteindre l'objectif de commande, la méthode est basée sur la procédure de contrôle « two-step ». Comme il est illustré pour la figure 20,

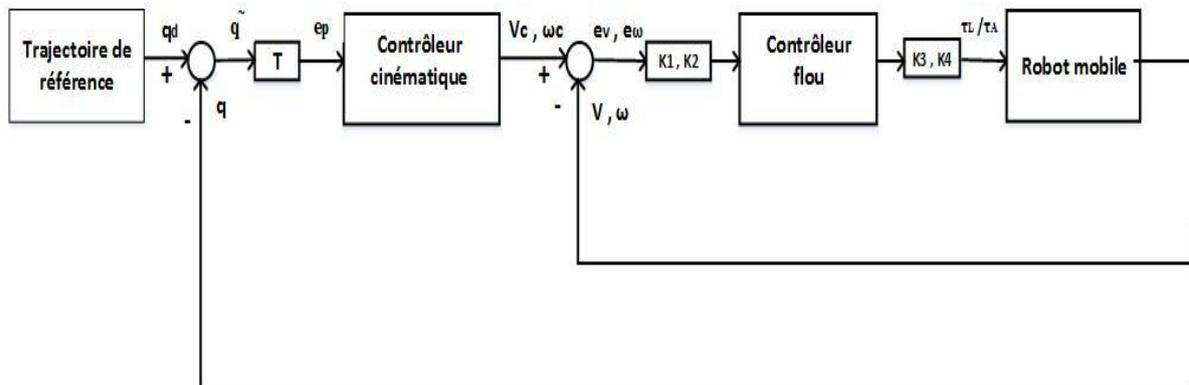


Figure 20 Structure de la commande floue.

Avec :

K1, K2 : les gains d'entrées.

K3, K4 : les gains de sorties.

La première étape : Nous devons trouver un vecteur de vitesse $v_c = v$ tel que le système cinématique soit asymptotiquement stable.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

La deuxième étape : Une entrée de commande τ doit être trouvée, telle que

$$\lim_{t \rightarrow t_s} \|v_c(t) - v(t)\| = 0$$

Où $t_s < \infty$ est le temps d'atteignabilité.

3.4.2.2 le contrôleur cinématique :

C'est le contrôleur proposé dans [27] et que nous avons introduit dans la section 3.4.1.2.a.

$$v = v_c = v_d \cos e_\varphi + k_x e_x$$

$$\omega = \omega_c = k_\varphi \sin e_\varphi + k_y v_d e_y + \omega_d$$

3.4.2.3 Le contrôleur flou :

Nous procédons à dériver un contrôleur flou qui peut forcer les vitesses réelles du robot mobile (77) - (78) pour correspondre à ceux requis dans les équations (78) et ainsi satisfaire l'objectif de contrôle donnée en (79).

Dans ce mémoire, nous adoptons le modèle flou « Mamdani ». On considère pour ce contrôleur flou deux entrées de commande v et ω et deux sorties τ_L, τ_A .

Les règles floues sont présentées comme une correspondance liant les erreurs de vitesse linéaires et angulaires (variables d'entrée linguistiques) aux couples nécessaires τ_L, τ_A (Les variables de sortie linguistiques).

Les fonctions d'appartenance correspondent aux variables d'entrées/sorties normalisés, représentées sur la figure 21, sont en forme triangulaires et trapézoïdales avec trois partitions floues désignés comme négatif (N), zéro (Z), et positif (P) pour chaque variable.

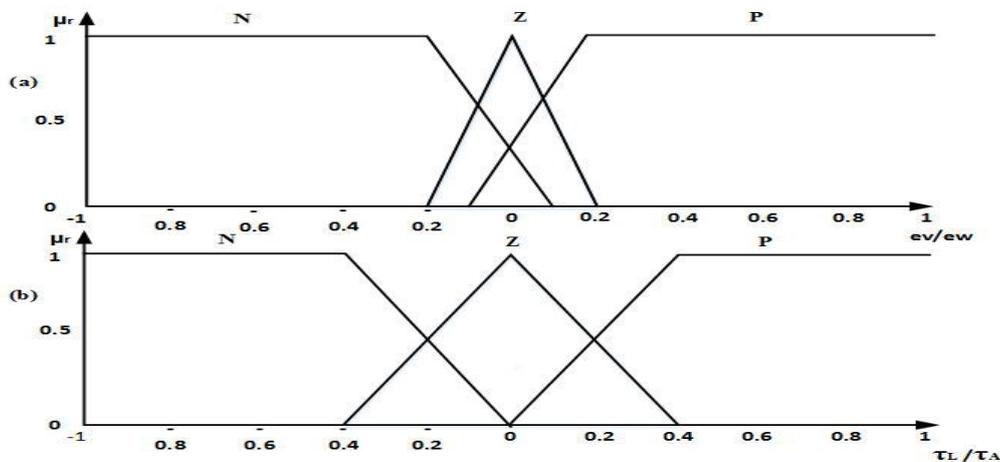


Figure 21 Les fonctions d'appartenance des entrées et des sorties (a) e_v/e_w (b) τ_L / τ_A .

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Le tableau 4 représente les règles floues des paires τ_L, τ_A tel que :

Les colonnes de La première ligne et les lignes de la première colonne correspondent aux variables linguistiques des entrées " e_v, e_w ", tandis que les autres correspondent aux variables linguistiques des sorties " τ_L, τ_A ".

Tableau 4 : Les règles floues

e_v	e_w		
	N	Z	P
N	N/N	N/Z	N/P
Z	Z/N	Z/Z	Z/P
P	P/N	P/Z	P/P

Les neuf règles floues (3×3) sont explicitées ci-dessus, en utilisant l'intuition d'un expert.

La démarche logique d'un exemple d'une règle floue peut être écrite comme suit:

R_1 : Si e_v est Z et e_w est Z alors τ_L est Z et τ_A est Z .

Nous utilisons le centre de gravité de sous ensemble flou résultant μ_r pour la stratégie de défuzzification,

$$y = \frac{\int y * \mu_r(y) dy}{\int \mu_r(y) dy}$$

Afin de générer les couples correspondant à la vitesse désirée en introduisant un limiteur de vitesse pour éviter le phénomène de glissement.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

3.4.3 Planificateur dynamique :

Lorsque les couples appliqués aux roues ne se transmettent pas complètement au sol, alors il y a naissance d'un phénomène dit glissement.

Pour cette raison, notre objectif est de minimiser l'effet de dérapage latéral en particulier dans un virage sur une surface glissante.

Sur la base de modèle de la force de traction présenté au deuxième chapitre, on évite le glissement par la limitation de la vitesse désirée v_c obtenue par le contrôleur cinématique de telle sorte que la force de traction actuelle est inférieure à la force de traction maximale admissible.

Le système de commande complet sera représenté par la figure suivante :

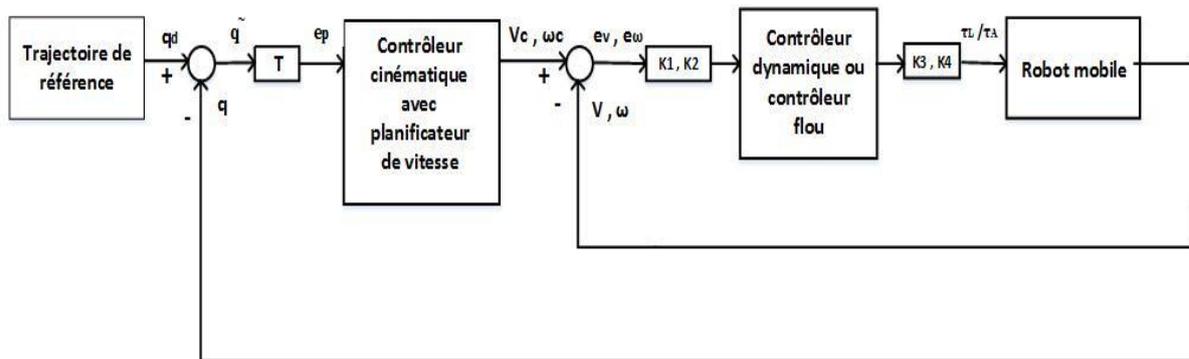


Figure 22 Structure générale de contrôle avec planificateur de vitesse.

Pour développer le planificateur de vitesse dynamique du Pioneer 3DX appliqué dans ce mémoire, on utilise une fonction de force de traction $K(f_{lat})$ en tant qu'une pondération de la vitesse linéaire du robot v_c voir [30] avec:

$$K(f_{lat}) = \frac{1}{1 + \text{abs}(J(f_{lat}))} \quad (80)$$

$$J(f_{lat}) = \frac{f_{latmax} * f_{lat}}{\text{abs}(f_{latmax} - f_{lat})^\mu} \quad (81)$$

Ou :

f_{lat} : La force de traction latérale instantanée.

f_{latmax} : La force de traction maximale dépendant du coefficient de frottement latéral de chaque type de sol.

μ : Le facteur de décroissance.

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

La formule de vitesse linéaire (78) sera pondérée par la fonction (81) comme suit:

$$v_c = v_c * K(f_{lat}) \quad (82)$$

Le planificateur dynamique sert à éviter indirectement le glissement par la limitation de la vitesse linéaire désiré v_c .

Nous constatons que la fonction (81) se rapproche de la valeur de « 1 » quand la force de traction s'éloigne progressivement de la traction maximale admissible prédéfinie f_{latmax} , et elle converge vers zéro « 0 » lorsque f_{lat} s'approche de f_{latmax} .

Ainsi le taux de convergence peut être réglé en utilisant le facteur de décroissance μ .

3.5 Résultats de simulation et discussion :

La simulation numérique est effectuée en utilisant le logiciel MATLAB / Simulink pour apprendre le comportement de la dynamique du robot mobile proposé dans le premier chapitre et pour évaluer l'efficacité des commandes développées précédemment.

Le tableau suivant présente les paramètres utilisés dans cette simulation.

Tableau 5: Paramètres du Robot Pioneer 3DX

Symboles	Valeur
a	0.24 m
b	0.05 m
r	0.095 m
m_r	17 Kg
m_w	0.5 Kg
I_{rz}	0.537 Kgm^2
I_{wz}	0.0011 Kgm^2
I_{wy}	0.0023 Kgm^2

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

3.5.1 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire avec «backstepping»:

Pour valider l'approche proposée, différents essais de simulations pour le suivi de trajectoire ont été réalisés. Le but est de suivre la trajectoire de référence, avec et sans glissement pour différentes types trajectoires.

- Simulations pour une trajectoire rectiligne :

Nous choisissons :

- La vitesse $v_d = 1 \text{ m/s}$
- L'état initial du robot : $x = -0.5, y = 0.5, \varphi = 0$
- Les gains du contrôleur : $k_x = 5, k_y = 55, k_\varphi = 15, K_v = 10, K_\omega = 10$
- Les coefficients de frottement d'un sol non glissant « représente une surface de chaussée mouillée » : $\mu_x = 0.6107, \mu_y = 0.3856$
- Les coefficients de frottement d'un sol glissant « ce qui représente une surface de la chaussée enneigée » : $\mu_x = 0.2811, \mu_y = 0.2283$

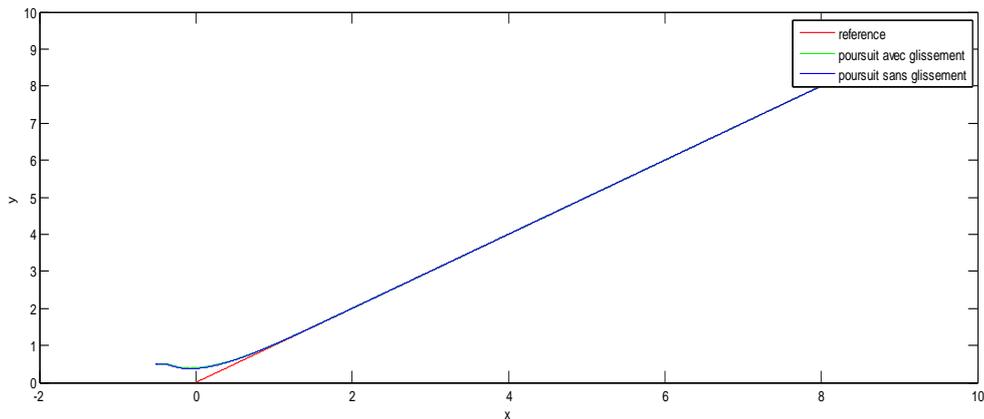


Figure 23 Poursuite de trajectoire rectiligne avec « backstepping »

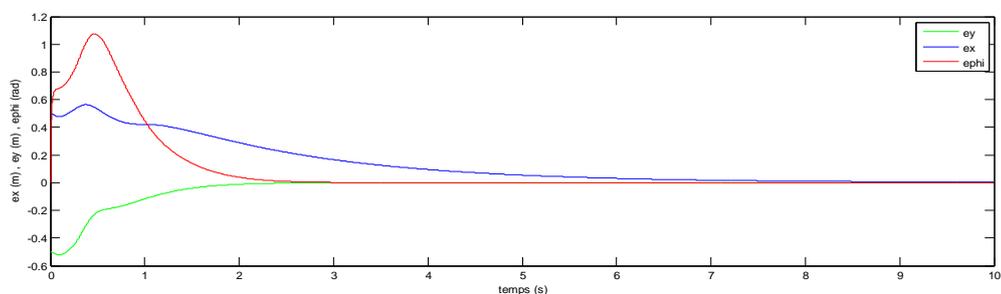


Figure 24 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire rectiligne « backstepping »

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

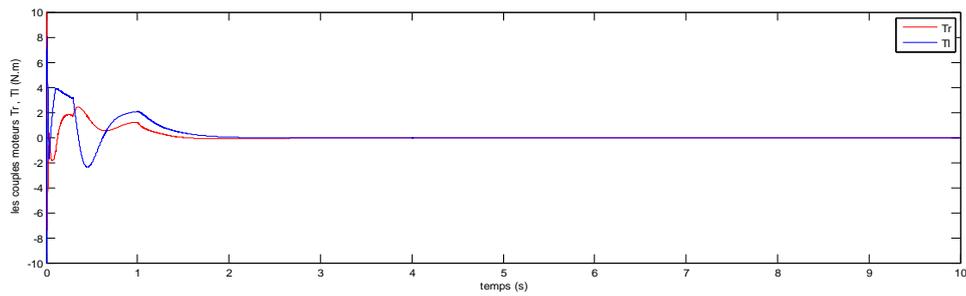


Figure 25 les couples moteurs τ_r , τ_l pour une trajectoire rectiligne « backstepping »

La Figure 23 montre que l'effet de glissement n'apparaît pas quand on se déplace sur une surface glissante lors de suivi de trajectoire rectiligne. La Figure 24 nous présente les erreurs de postures qui tendent vers zéro après un certain temps.

- Simulations sur une trajectoire sous forme d'un « L »:

Nous choisissons :

- L'état initial du robot : $x = 0, y = 0, \varphi = 0$
- Les gains du contrôleur : $k_x = 5, k_y = 75, k_\varphi = 10, K_v = 10, K_\omega = 10$
- Les coefficients de frottement d'un sol non glissant : $\mu_x = 0.6107, \mu_y = 0.3856$
- Les coefficients de frottement d'un sol glissant : $\mu_x = 0.2811, \mu_y = 0.2283$
- Le facteur de décroissance $\mu = 0.4$

1^{er} cas : boucle de contrôle « Backstepping » sans planificateur de vitesse

- La vitesse $v_d = 1 \text{ m/s}$

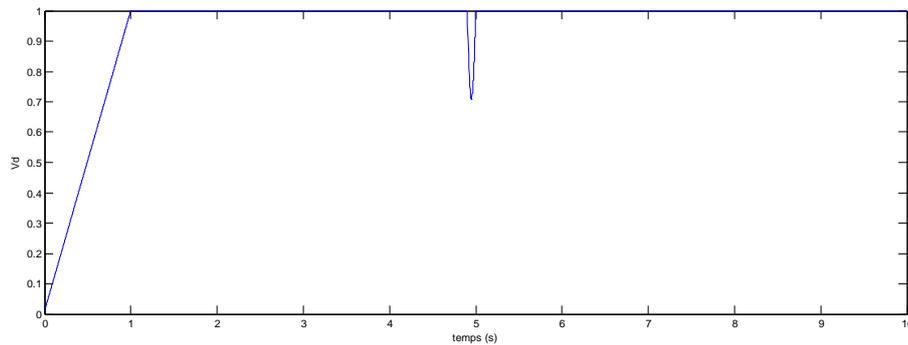


Figure 26 La vitesse désirée

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

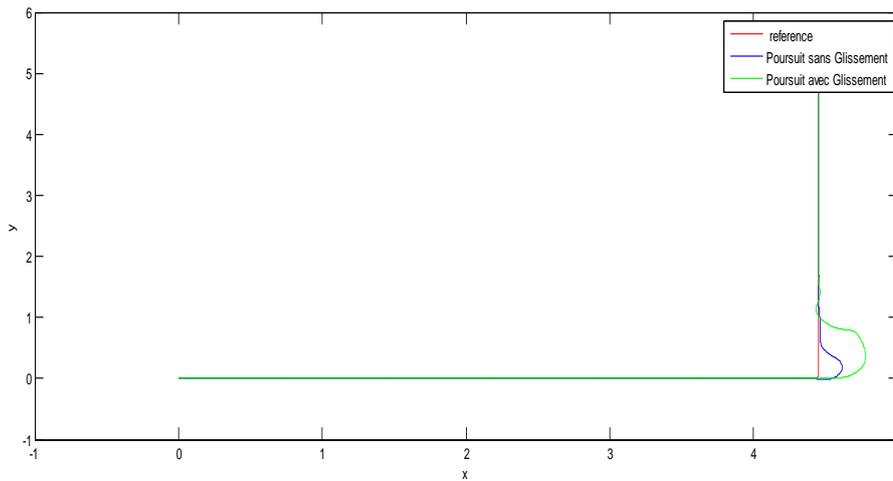


Figure 27 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping »

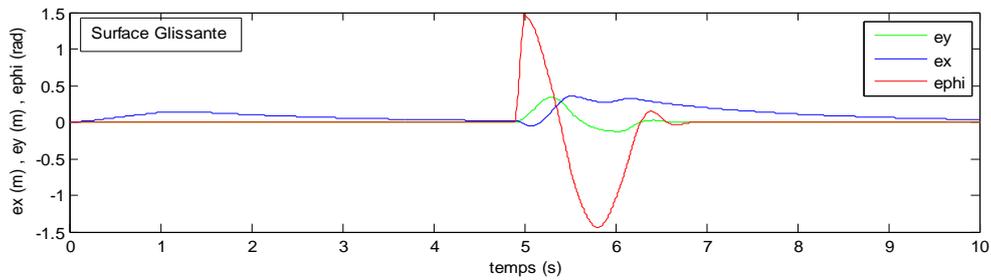


Figure 28 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping » résultantes sur une surface glissante

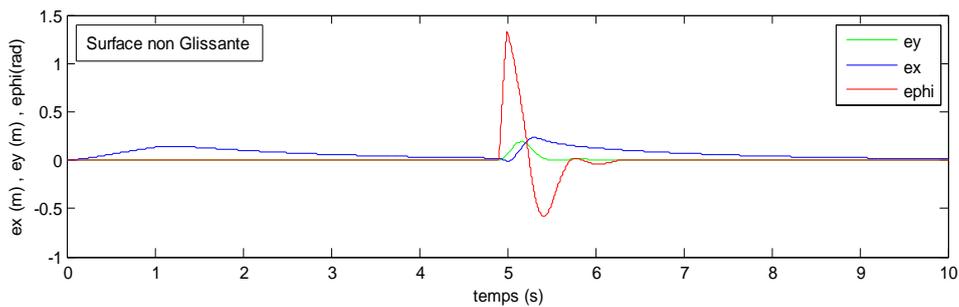


Figure 29 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping » résultantes sur une surface non glissante

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

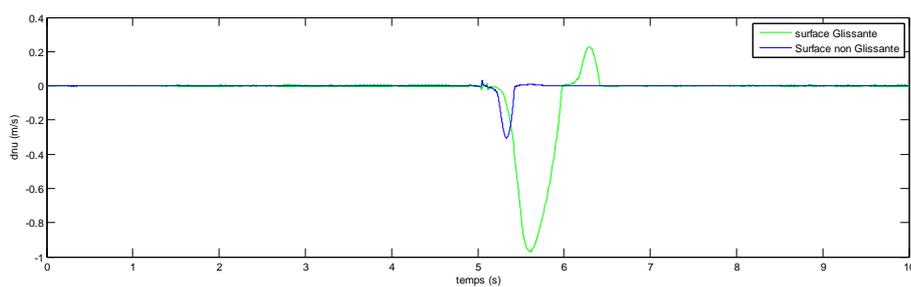


Figure 30 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » avec « Backstepping »

2eme cas : boucle de contrôle « Backstepping » avec planificateur de vitesse

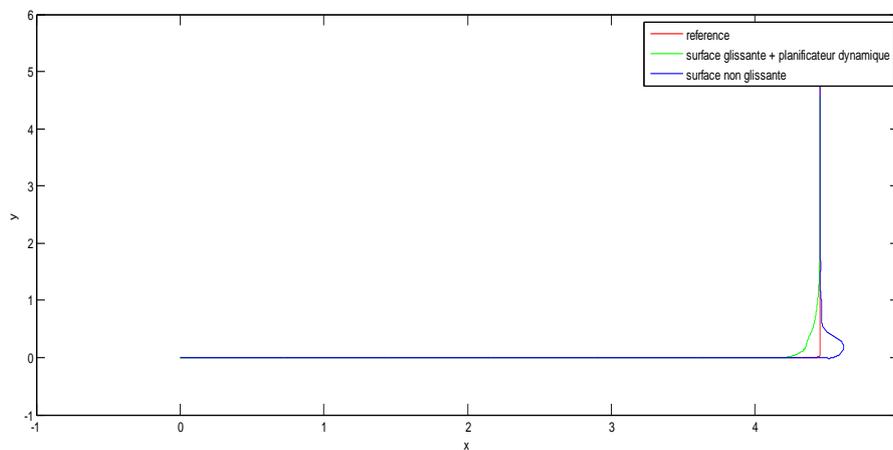


Figure 31 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » par « backstepping avec planificateur dynamique»

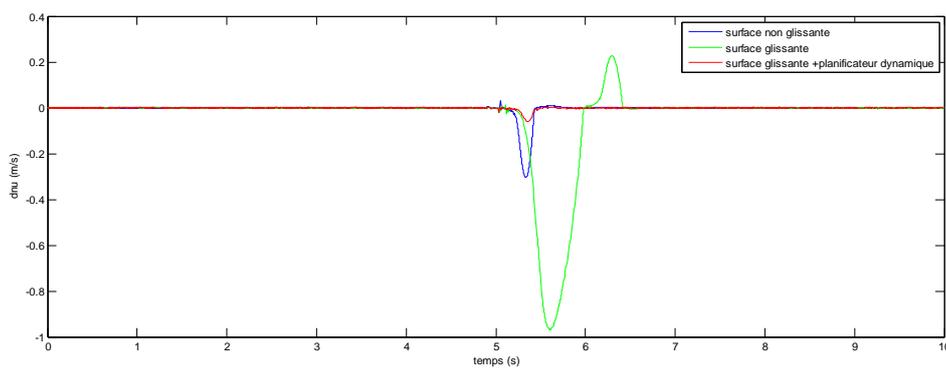


Figure 32 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » par « Backstepping avec planificateur dynamique »

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Les Figures 27, 28,29 montrent que lorsqu'on passe un virage l'apparition de la vitesse de glissement latérale intervienne avec des valeurs importantes dans le cas de la surface glissante. Comme il est présenté dans la Figure29 les erreurs de posture convergent vers zéro après 10 seconds. La figure 31 et figure 32 nous montre la réduction de la vitesse de glissement latérale de 1m/s à 0.05 m/s après L'application de planificateur dynamique.

3.5.2 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire avec «logique floue»:

Pour valider l'approche proposée, dans ce chapitre différents essais en simulations pour le suivi de trajectoire ont été réalisés. Parmi les différents essais, la poursuite de la trajectoire de référence, avec et sans glissement sur les différentes trajectoires.

- Simulations pour une trajectoire rectiligne :

Nous choisissons :

- La vitesse $v_d = 1 \text{ m/s}$
- L'état initial du robot : $x = -0.5, y = 0.5, \varphi = 0$
- Les gains du contrôleur :

$$k_x = 5, k_y = 55, k_\varphi = 15, \quad K_1 = 1.4/300, \quad K_2 = 0.9/430, \\ K_3 = 754, K_4 = 5204$$

- Les coefficients de frottement d'un sol non glissant « représente une surface de chaussée mouillée » : $\mu_x = 0.6107, \mu_y = 0.3856$
- Les coefficients de frottement d'un sol glissant « ce qui représente une surface de la chaussée enneigée » : $\mu_x = 0.2811, \mu_y = 0.2283$

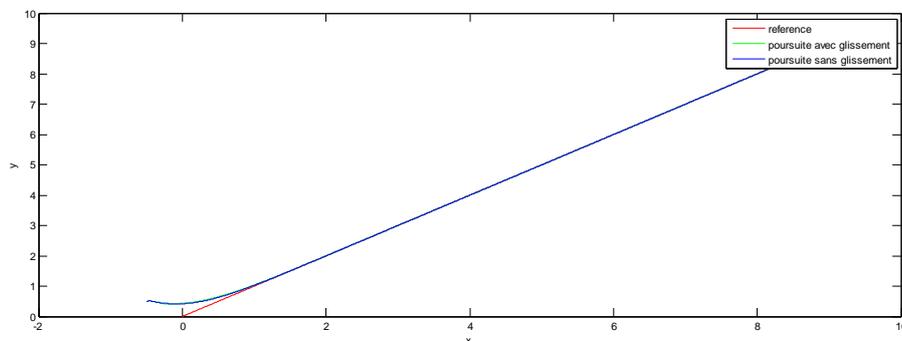


Figure 33 Poursuites de trajectoire rectiligne avec « la commande floue»

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

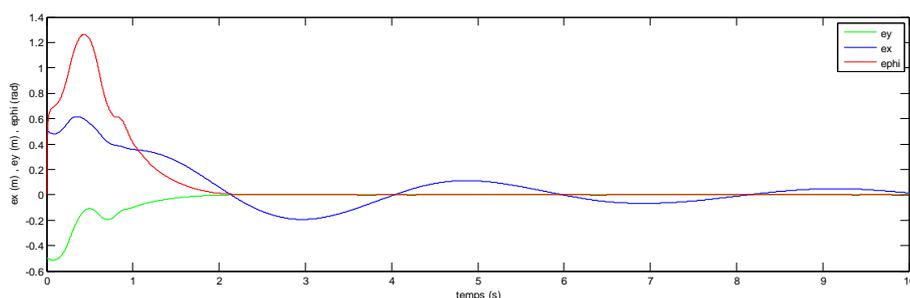


Figure 34 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire rectiligne «la commande floue »

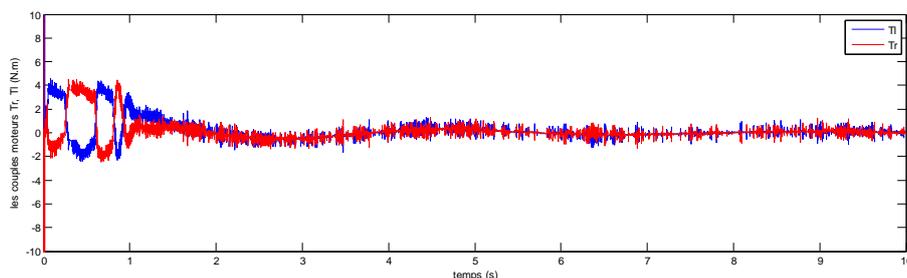


Figure 33 les valeurs des couples moteurs τ_r, τ_l

La Figure 33 montre qu'il n'y a pas d'effet de glissement quand le robot mobile se déplace sur une surface glissante lors de suivi de la trajectoire rectiligne. La Figure 34 nous présente les erreurs résultantes sur l'axe x, y ainsi que sur l'orientation qui tendent vers le zéro un certains temps.

Simulations pour une trajectoire sous forme d'un « L » :

Nous choisissons cette trajectoire pour son angle de braquage égale à 90° présentant un cas très critique:

- L'état initial du robot : $x = 0, y = 0, \varphi = 0$
- Les gains du contrôleur : $k_x = 6, k_y = 55, k_\varphi = 5, K_1 = 1.4/300, K_2 = 0.9/430, K_3 = 754, K_4 = 5204$
- Les coefficients de frottement d'un sol non glissant : $\mu_x = 0.6107, \mu_y = 0.3856$
- Les coefficients de frottement d'un sol glissant : $\mu_x = 0.2811, \mu_y = 0.2283$
- Le facteur de décroissance $\mu = 0.4$

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

1^{er} cas : boucle de contrôle « logique floue » sans planificateur de vitesse

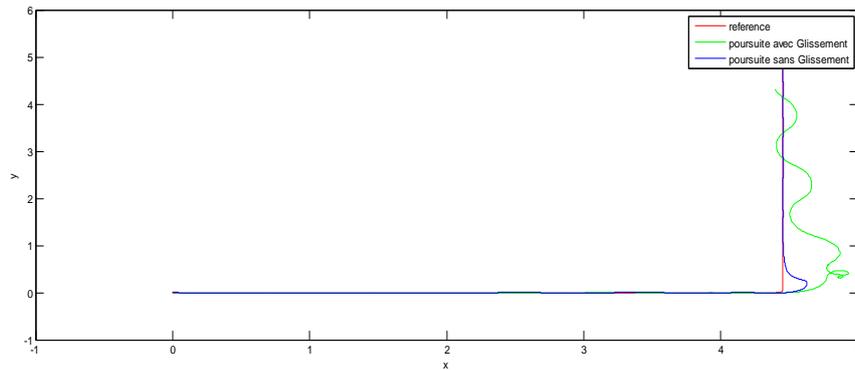


Figure 34 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » avec « contrôleur flou »

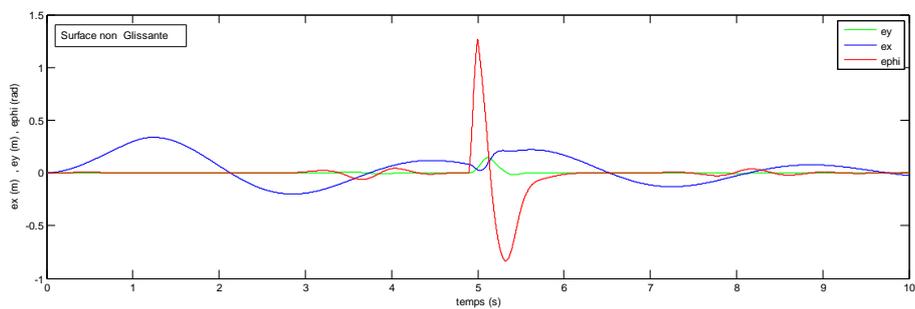


Figure 35 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire « L » utilisant le « contrôleur flou » résultantes pour une surface non glissante

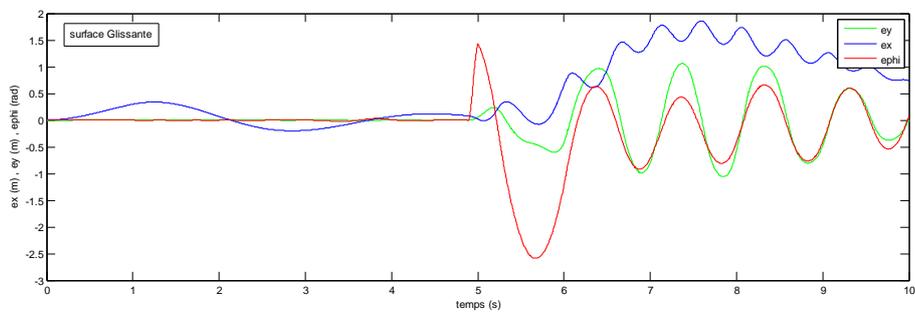


Figure 36 Les erreurs de Poursuite pour une trajectoire « L » avec « contrôleur flou » résultantes pour une surface glissante

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

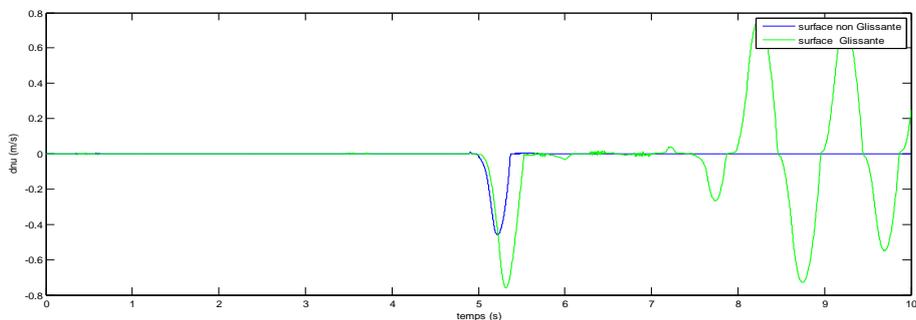


Figure 37 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » utilisant le contrôleur flou

2eme cas : contrôleur flou avec planificateur de vitesse

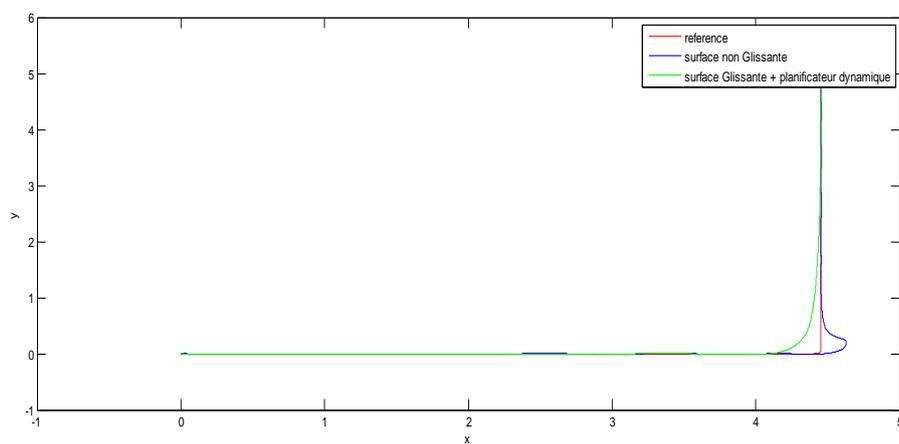


Figure 40 Poursuite de trajectoire sous forme d'un « L » utilisant le contrôleur flou avec planificateur dynamique

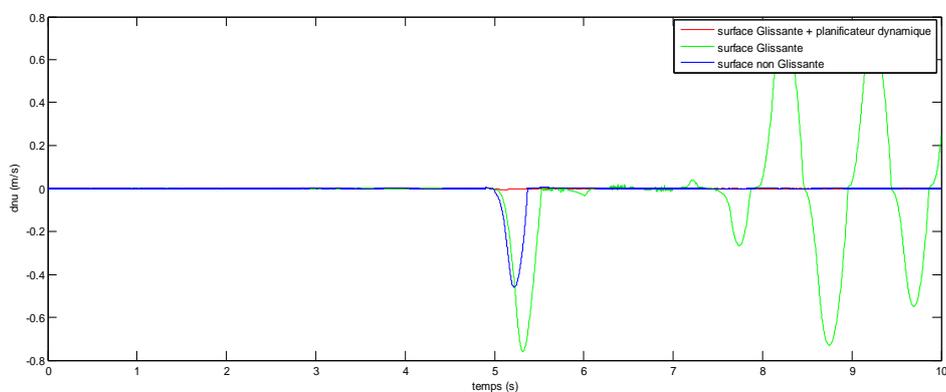


Figure 41 Courbes de la vitesse de glissement latérale pour une trajectoire sous forme d'un « L » utilisant le contrôleur flou « avec planificateur dynamique »

Suivi de Trajectoire d'un Robot Mobile

Les résultats obtenus montrent que le suivi n'est pas parfait à cause de l'effet de glissement. Les figures 36 – 38 montrent l'instabilité du système lors de passage d'un virage pointu à haute vitesse. L'apparition de la vitesse de glissement latérale était présentée par la figure 39 qui nous montre qu'à partir de la cinquième seconde cette vitesse de glissement devienne importante et ayant jusqu'à $0.42m/s$. Pour mettre le suivi de trajectoire stable on fait optimiser les forces de traction qui ont l'intérêt primordiale d'engendrer cette vitesse de glissement. Le remède de ce problème est effectuer lorsque on applique le planificateur de vitesse, la figure 40 montre la convergence de la posture vers la trajectoire désirée. Ainsi que la figure 41 présente la réduction de vitesse de glissement latérale de $0.4 m/s$ à $0.01 m/s$.

3.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, différentes approches de suivi d'une trajectoire ont été présentées.

Une commande « Backstepping » et une commande floue sont considérer avec les travaux de simulation. Nous avons montré que la logique floue est un outil puissant pour la navigation des robots mobiles à roues en présence des glissements. On opté à l'utilisation des forces de traction pour mettre la vitesse linéaire varie autant que l'effort de contact sera optimal, les travaux de simulation affirme que cette technique est efficace pour l'évitement de glissement lors de passage d'un virage pointu a haute vitesse.

CONCLUSION GENERALE

L'autonomie d'un robot mobile reste une problématique de recherche ouverte, source de nombreuses thématiques. D'un point de vue global, atteindre l'objectif de navigation dans un milieu naturel reste une tâche très récente. D'après la littérature, la source principale qui cause l'instabilité de mouvement de robot mobile est la dynamique des roues et leurs interactions au sol. Dans ce cadre, les travaux présentés dans ce mémoire ont porté sur le suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome « Pioneer 3DX » dans les conditions de roulement en présence de glissement. Plusieurs types de commandes étaient proposées dans ce domaine de recherche. Dans ce mémoire nous proposons notamment une méthode classique basée sur le concept de la stabilité au sens de Lyapunov. L'autre méthode proposée est basée sur le raisonnement flou qui était établi sous forme d'un système d'inférence flou. Ces méthodes montrent leur efficacité de commander le robot mobile à roues qui est présentée dans ce travail par leur modèle dynamique.

Le déplacement du robot mobile influencé par plusieurs facteurs liés à la nature de sol et aux conditions climatiques telles que la température, l'humidité et parfois par l'usure de pneumatique. Ces facteurs causent la perte de l'énergie générée par les conditionneurs qui sont liés aux roues motrices. Cette énergie était prévue de transférer complètement au sol via le seul élément de contact à la chaussée qui est le pneumatique. Donc l'apparition d'un phénomène de glissement est présentée lors du déplacement avec des forces de traction non optimale.

Notre solution floue proposée pour le suivi de trajectoire reste incapable de maintenir le robot mobile dans un état stable lorsqu'on le fait déplacer sur un sol glissant. Effectivement, l'introduction d'un planificateur de vitesse nous donne des résultats acceptables en simulation pour lesquelles le glissement a des valeurs faible vis à vis à la maximisation des forces de tractions tout en garantissant la stabilité du système.

En ce qui concerne les perspectives, nous envisageons, dans nos prochains travaux, de nous focaliser sur les directives suivantes:

- Effectuer une commande adaptative floue et ANFIS pour améliorer le choix des paramètres de contrôleur.

CONCLUSION GENERALE

- Utiliser les algorithmes d'optimisations tels que le PSO et les algorithmes génétiques pour le but d'optimiser les gains du contrôleur.
- Entamer le domaine de contrôle sur la base des observateurs flou et neuronale du système afin de minimiser le cout du système de control et éviter le cas de la complexité ou l'indisponibilité des capteurs.
- Aborder le concept d'autonomie des robots mobiles par la navigation visuel.
- Recourir vers le domaine de contrôle de véhicule électrique (EV) pour but de l'application de system antiblocage « ABS » et L'Électro-Stabilisateur Programmé EPS.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Benoit Thuilot “Contribution à la modélisation et à la commande de robot Mobiles à roues”, Thèse de Doctorat, Automatic. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1995.
- [2] Shahrul Naim Sidek “Dynamic modeling and control of Nonholonomic wheeled mobile robot subjected to wheel slip”, PhD Dissertation, Vanderbilt University December, 2008.
- [3] OMID MOHARERI “Mobile Robot Trajectory Tracking Using Neural Networks”, Master Thesis, faculty of the American University of Sharjah College of Engineering. December 2009.
- [4] BABESSE SAAD “Contribution à la simulation et au contrôle d’un minirover sous l’effet de l’interaction roue/sol”, Mémoire de Magister, Université de BATNA. 21/10/2008.
- [5] Rached Dhaouadi and Ahmad Abu Hatab (2013) “Dynamic Modelling of Differential-Drive Mobile Robots using Lagrange and Newton-Euler Methodologies: A Unified Framework”, *Adv Robot Autom* 2: 107. doi: 10.4172/2168-9695.1000107.
- [6] Sarkar, N., Yun, X., Kumar, V. (Dec. 1993), Dynamic path following: a new control algorithm for mobile robots, *Proc. of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*, **3**, 2670 – 2675.
- [7] Mounia NADJI “Adéquation de la dynamique de véhicule à la géométrie des virages routiers. Apport à la sécurité routière”, Thèse de Doctorat, Institut National Des Sciences Appliquées Insa De Lyon. 05/03/2007.
- [8] Nacer hamadi “Modélisation d’un véhicule en présence des forces de contact roue/sol”, Mémoire de Magister, Université de BATNA. 30/04/2009.
- [9] Yu Tian, Naim Sidek and Nilanjan Sarkar “Modeling and Control of a Nonholonomic Wheeled Mobile Robot with Wheel Slip Dynamics”, 978-1-4244-2752-9/09. 2009 IEEE.
- [10] PIERRE-JEAN RIPERT “Modélisation et identification paramétrique de l’effort de contact pneumatique/sol pour la dynamique véhicule”, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 24 octobre 2006.

- [11] Pierre LAURENCE “ Modélisation de Systèmes Complexes, Rapides et Pseudostables. Application a l’étude du Comportement en Régime Etabli des Véhicules“, Thèse de Doctorat, Université De Haute Alsace. 1998
- [12] Jacob Svendenius “ Review of Wheel Modeling and Friction Estimation “ , Internal Report, Department of Automatic Control Lund Institute of Technology Box 118 SE22100 Lund Sweden. August 2003.
- [13] Hans B.Pacejka “ Tyre and Vehicle Dynamics“ Society of automotive Engineers, Netherlands.2002.
- [14] Bo-Rong Liang and Wei-Song Lin “A New Slip Ratio Observer and Its Application in Electric Vehicle Wheel Slip Control “ 2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics October 14-17, 2012, COEX, Seoul, Korea
- [15] MD McCulloch “Traction Control for an Electric Vehicle ‘, Transfer Report, University of Oxford. December 2011
- [16] Andre Benine-Neto, Stefano Scalzi, Mariana Netto, Said Mammar, William Pasillas-Lepine “ Vehicle Yaw Rate Control Based on Piecewise Affine Regions “ 2010 IEEE Intelligent Vehicles Symposium University of California, San Diego, CA, USA June 21-24, 2010
- [17] Hongbin Ren, Sizhong Chen, Gang Liu, and Kaifeng Zheng “ Vehicle State Information Estimation with the Unscented Kalman Filter “ Hindawi Publishing Corporation Advances in Mechanical Engineering Volume 2014, Article ID 589397, 11 pages
- [18] Tianku fu “Modeling and Performance Analysis of ABS Systems with Nonlinear Control“, Master Thesis, Concordia University Montreal, Quebec. Canada. 2000.
- [19] Abdelhafid EL HADRI “ Modélisation de Véhicules, observation d’état et estimation des forces pneumatiques: Application au contrôle longitudinal “, Thèse de Doctorat, L’Université Versailles Saint Quentin en Yvelines. 21 Décembre 2001.
- [20] Damien LHOMME-DESAGES “ Commande d’un robot mobile rapide à roues non directionnelles sur sol naturel “, Thèse de Doctorat, Université Paris 6 – PIERRE ET MARIE CURIE. 10 avril 2008
- [21] Brockett R., “Asymptotic stability and feedback stabilization”, Differential geometric control theory, pp 181-195, Boston, 1983.
- [22] El-Hadi Guechi “ Suivi de trajectoires d'un robot mobile non holonome :approche par modèle flou de Takagi-Sugeno et prise en compte des retards. ” , Thèse de Doctorat,

Engineering Sciences. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2010. French. <tel00531738>

[23] Yu Tian “Effect Of Wheel Slip In Modeling And Control OF Wheeled Mobile Robots: Applications To Formation Control And Pursuit-Evasion Problems”, PhD Dissertation, School of Vanderbilt University. August, 2010.

[24] Imen Ellouze “ Etude de la stabilité et de la stabilisation des systèmes à retard et des systèmes impulsifs”, Thèse de Doctorat, Optimization and Control [math.OC]. Université de Metz; Faculté des Sciences de Sfax, 2010. French. <tel-00751642>

[25] Zsofia Lendek , Thierry Marie Guerra , Robert Babuska, Bart De Schutter “ Stability Analysis and Nonlinear Observer design Using Takagi-sugeno Fuzzy Models” Studies in Fuzziness and Soft Computing ISSN 1434-9922 Library of Congress Control Number: 2010938248 . 2010 Springer-Verlag Berlin Heidelberg

[26] R. Fierro and F. L. Lewis “Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics” Journal of Robotic Systems 14(3), 149–163 (1997)

[27] Yutaka Kanayama, Yoshihiko Kimura, Fumio Miyazaki, Tetsuo Noguchi “A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot” CH28761/90/0000/0384\$01.000. 1990 IEEE.

[28] Spyros G. Tzafestas “Introduction to Mobile Robot Control” School of Electrical and Computer Engineering National Technical University of Athens. Athens, Greece. 2014 Elsevier Inc.

[29] Teodor Lucian Grigorie “Fuzzy Controlllers, Theory And Applications” Published by InTech Janeza Trdine 9, 51000 Rijeka, Croatia . 2011 InTech

[30] Naim Sidek & Nilanjan Sarkar “Exploiting wheel slips of mobile robots to improve navigation performance”, Advanced Robotics, June 2013.

DOI:10.1080/01691864.2013.763752

[31] Laarem GUESSAS “ Backstepping adaptatif pour le contrôle la poursuite et la synchronisation des systèmes dynamiques non linéaires chaotiques”, Thèse de Doctorat, Université Ferhat ABBAS – Sétif ,2012.

[32] Patricia Melin, Oscar Castillo “fuzzy controllers for autonomous Mobile Robots” Springer HandBook of Computational Intelligence, Part G Hybrid Systems. 2015.

[33] Oscar Castillo, Luis T.Aguilar “Fuzzy Logic Tracking control for Unicycle mobile Robots” Engineering Letters, 13:2, EL_13_2_4 (Advance online publication: 4 August 2006).

- [34] Afagh Mohagheghi, Faridoon Shabaninia , Maryam Salimifard “Fuzzy Logic & Fuzzy Sliding Mode Tracking Control of Non-holonomic Unicycle Wheeled Mobile Robots” 978-1-4673-5634-3/13/ .2013 IEEE
- [35] Edison Orlando Cobos Torres “Traction Modeling And Control Of A Differential Drive Mobile Robot To Avoid Wheel Slip”, Master Thesis, Faculty of the Graduate College of Oklahoma State University. December, 2013.
- [36] Edison Orlando Cobos Torres, Shyamparasad Konduri , And Prabhakar R.Pagilla “Study Of Wheel Slip And Traction Forces In Differential Drive Robots And Slip Avoidance Control Strategy ” 2014 American Control Conference (ACC) June 4-6, 2014. Portland, Oregon, USA.
- [37] Thomas D.Gillespie “Fundamentals of Vehicle Dynamics” Society of auto motive Engineers.1992.